Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники»

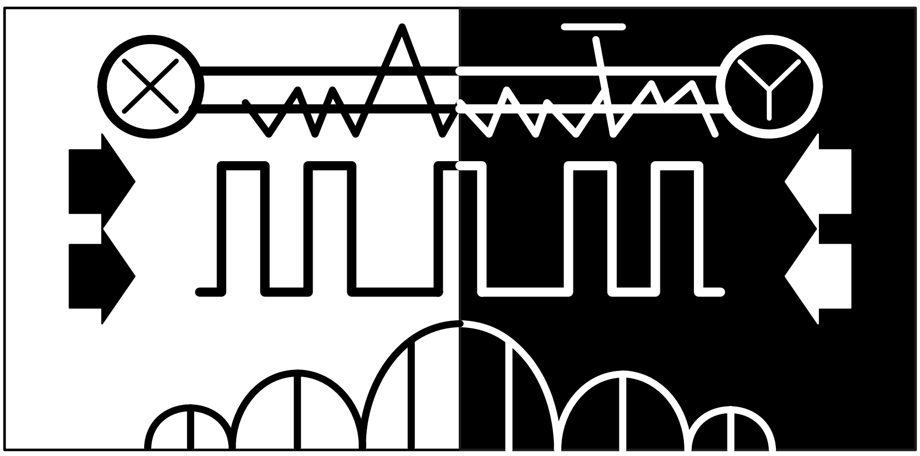
Кафедра систем управления

Н.И. Сорока, Г.А. Кривинченко

ТЕЛЕМЕХАНИКА

Конспект лекций
для студентов специальностей
I-53 01 03 “Автоматическое управление в технических системах”
и I-53 01 07 “Информационные технологии и управление
в технических системах”
всех форм обучения

Вводная лекция



Минск

В.1 Определение, задачи и проблемы

Термин телемеханика предложен в 1905 году французским ученым Э. Брэнли для области науки и техники, занимающейся управлением на расстоянии механизмами и машинами. В настоящее время под *телемеханикой* понимают область науки и техники, охватывающую теорию и технические средства преобразования и автоматической передачи на расстоянии информации для управления подвижными и неподвижными объектами и контроля за их состоянием. Средства телемеханики обеспечивают обмен информацией между объектами и вычислительной машиной, работающей в режиме советчика диспетчера или непосредственно управляющей процессом производства.

Средства телемеханики решают две основные задачи:

– передачу технологической известительной и командной информации (измерение текущих и интегральных значений контролируемых параметров, сигнализация состояния оборудования, буквенно–цифровые сообщения о ходе процессов, команды управления и регулирования);

– передачу производственно–статистической информации для целей планирования и управления работой промышленных и торговых предприятий, продажи авиационных и железнодорожных билетов, бронирования мест в гостиницах и т.п.

Вторая задача решается также специальной аппаратурой передачи данных.

Научной основой телемеханики является теория передачи информации.

Отличительной особенностью систем телемеханики от традиционных систем связи является:

– повышенная точность (порядка 0,05%);

– недопустимость запаздывания в получении информации;

– высокая надежность;

Кроме того, в системах телемеханики человек присутствует не более чем на одной из сторон, а в системах связи человек присутствует на обеих сторонах.

В телемеханике при передаче информации возникают следующие проблемы:

– достоверности, т.е. передачи информации с малыми искажениями;

– эффективности, т.е. нахождения наилучших методов и способов использования аппаратуры и линии связи при передаче большого количества информации;

– экономичности, т.е. построения простых и дешевых устройств обеспечивающих наибольшее количество передаваемой информации при наименьших затратах.

В.2 Телемеханические устройства, комплексы и системы

Устройство телемеханики представляет собой совокупность аппаратов (приборов) и блоков пункта управления или контролируемого пункта, выполняющих характерную для средств телемеханики функцию. Совокупность устройств, предназначенных для обмена через канал связи информацией между пунктом управления и контролируемыми пунктами, образует *комплекс устройств телемеханики*.

Телемеханическая система – объединение комплекса устройств телемеханики, датчиков, средств обработки информации, диспетчерского оборудования и каналов связи, выполняющее законченную задачу телемеханизации производственного процесса.

Следует отличать канал связи от информационного канала. Информационный канал – совокупность средств, участвующих в передаче и преобразовании информации от одного источника. При этом одни и те же средства могут быть общими для ряда информационных каналов. Устройства, отличающиеся наличием общих блоков и узлов передачи и обработки информации для ряда информационных каналов, называются многоканальными.

Для представления информации в удобном для оператора (диспетчера) виде в телемеханическую систему включаются также средства обработки информации: устройства масштабирования, сравнения с уставками, регистрации и т.п., или малые вычислительные машины (мини– и микро–ЭВМ). Применение последних позволяет обрабатывать информацию по более сложным программам: осуществлять усреднение параметров за определенный интервал времени со скользящим началом отсчета, сравнивать значения параметров с уставками изменяющимися во времени и зависимыми от других параметров, выполнять математические операции для определения обобщенных параметров (например, расхода при известных перепадах давления, температуре и давлении), воспроизводить буквенно–цифровую и графическую информацию на электронно–лучевых трубках.

Разновидностью телемеханических систем является телеавтоматическая система – совокупность устройств телемеханики, каналов связи и устройств автоматики, обеспечивающая управление объектом на расстоянии без воздействия человека. В телеавтоматической системе функции управления на расстоянии обычно возлагаются на управляющую вычислительную машину.

Телемеханические системы классифицируются по выполняемым функциям, виду и расположению объектов управления и контроля, структуре линий связи, используемым каналам связи, дальности действия, характеру и способу передачи сообщений.

Под выполнением функций понимается исполнение системой (или комплексом устройств) различных категорий информационных сообщений:

телесигнализация (ТС) – передача дискретной информации о положении или состоянии контролируемых объектов;

телеизмерение текущих значений параметров (ТИТ) – передача непрерывных или дискретных значений измеряемого параметра с целью восстановления на приемной стороне хода изменения его во времени. Под измеряемым параметром понимается определенная количественная характеристика измеряемой величины (мгновенное значение, амплитуда, действующее значение за период, текущее среднее значение за некоторый интервал времени);

телеизмерение интегральных значений параметров (ТИИ) – передача дискретных значений энергии или расхода продукта за определенные временные интервалы;

телеуправление (ТУ) – передача дискретных команд, воздействующих на исполнительные органы контролируемых объектов с дискретными состояниями;

телерегулирование (ТР) – передача дискретных или непрерывных команд, воздействующих на уставки регуляторов или непосредственно на исполнительные механизмы регуляторов производственных процессов;

производственно–статистическая информация (ПСИ) – передача буквенно–цифровой информации о состоянии производственного процесса или рекомендуемых режимах работы.

По виду объекты управления и контроля могут быть разделены на подвижные (краны, локомотивы и т.п.) и стационарные. По расположению стационарные объекты подразделяются на сосредоточенные и рассредоточенные. В первом случае технически и экономически целесообразна установка одного устройства телемеханики контролируемого пункта для значительной группы объектов. Во втором – установка отдельных устройств телемеханики контролируемых пунктов для небольших групп и даже одиночных объектов.

Под структурой линии связи понимается конфигурация линий, соединяющих пункт управления с контролируемыми пунктами (рисунок В.1).

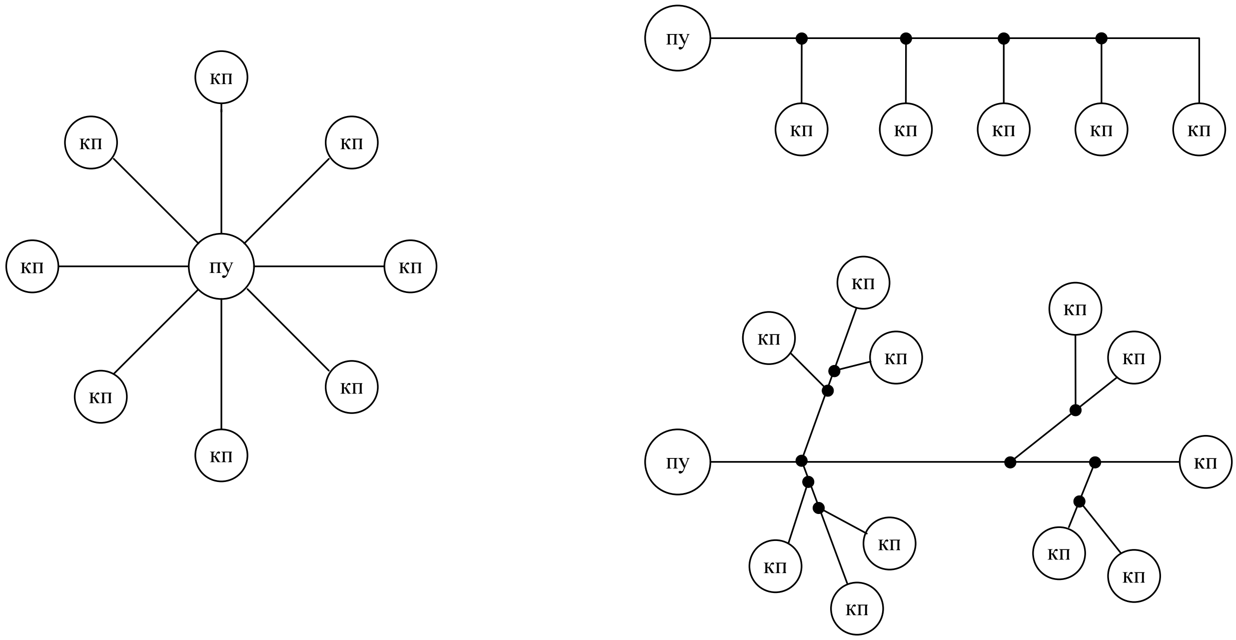


Рисунок В.1 - Структуры линий связи: а) радиальная; б) цепочечная; в) древовидная

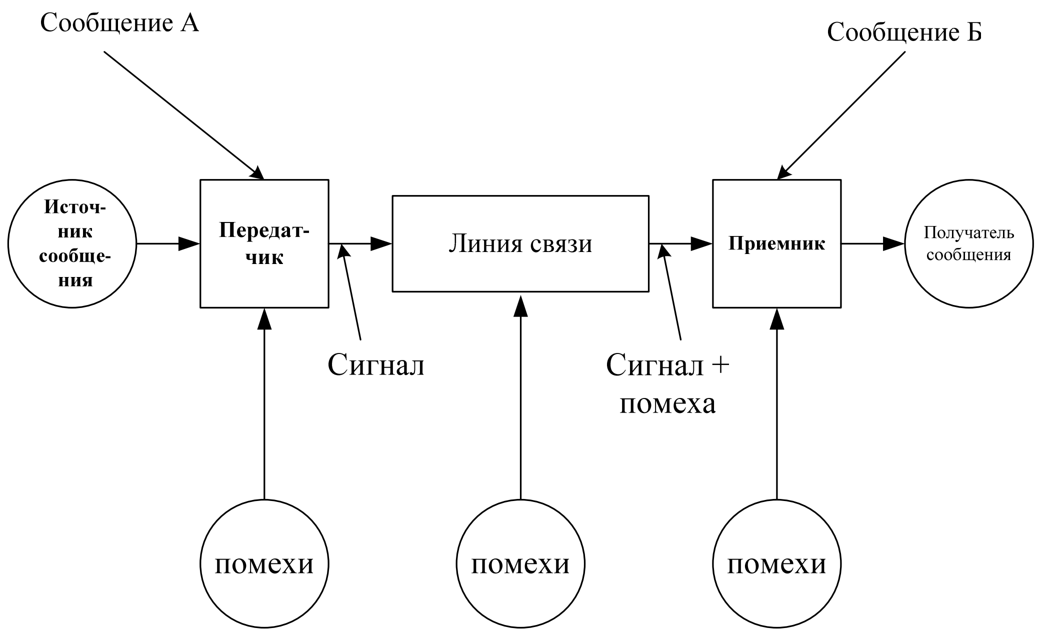


Рисунок В.2. - схема передачи информации

При радиальной структуре каждый контролируемый пункт (КП) соединен с пунктом управления (ПУ) непосредственно отдельными линиями связи. При цепочечной структуре линия связи от ПУ проходит через все КП, подключенные к ней либо последовательно, либо параллельно. При древовидной структуре ПУ соединяется с КП произвольно разветвленной сетью линий связи.

Используемые в телемеханике каналы связи могут быть проводными ли радио. Проводные каналы связи подразделяются на физические цепи, телефонные и телеграфные каналы связи. Последние два вида каналов связи делятся в свою очередь на коммутируемые и некоммутируемые. Для систем телемеханики, как правило, используются только физические цепи и некоммутируемые телефонные и телеграфные каналы связи. Коммутируемые каналы применяются при передаче буквенно–цифровой информации.

Дальность действия – максимальное расстояние, на которое комплекс устройств телемеханики способен с заданной достоверностью передавать информацию по каналам связи выбранного типа и заданной конфигурации линии связи. Очевидно, увеличение дальности связано с отказом от использования физических цепей и усложнением телемеханических устройств.

По характеру сообщения делятся на дискретные и непрерывные. Возможна спорадическая и циклическая передача сообщений. В первом случае сообщения передаются по мере их возникновения в случайные моменты времени, во втором – повторяющимися через заданные интервалы времени циклами.

Кроме того, по способу передачи сообщений телемеханические системы подразделяются на одноканальные и многоканальные (см. выше). В первых сигнал соответствует одному сообщению об определенном объекте управления или контроля, во вторых – раду сообщений, относящихся к различным объектам управления и контроля. Разделение сигналов между объектами может быть кондуктивным (многопроводные системы), частотными, временным и комбинированным (частотно–временное, кондуктивно–временное, кондуктивно–частотное).

На вход передающего устройства телемеханической системы поступает ряд сообщений. Задача системы – передача и воспроизведение информации, содержащейся в этих сообщениях с минимальными искажениями. На передаваемое сообщение (рисунок В.2) накладывается ряд помех. В общем виде сигнал на выходе передающего устройства не полностью соответствует сообщению А из–за влияния аппаратурных помех передатчика (например, погрешности передающего устройства телеизмерения или сбоев в работе отдельных блоков). При передаче по каналу связи на сигнал воздействуют помехи, возникающие на линии связи, а также помехи, вызванные аппаратурой уплотнения, образующей канал связи. Таким образом, на вход приемного устройства поступает искаженный сигнал. В приемном устройстве на него также воздействуют помехи (погрешности при телеизмерении и сбои в работе блоков).

Качество телемеханической системы и устройств телемеханики определяется степенью искажения информации. С этой точки зрения нормируются работоспособность и надежность телемеханических устройств, а также погрешности системы и устройств телеизмерения.

Для нормального флуктуационного шума (с заданной вероятностью искажения элементарной посылки 10^{-4}) нормируются следующие характеристики телемеханических устройств: вероятности трансформации и отказа исполнения команды ТУ (10^{-14}, 10^{-10}, 10^{-7}), вероятности образования ложной команды ТУ или сообщения ТС при отсутствии передачи (10^{-12}, 10^{-7}, 10^{-4}), вероятности искажения знака буквенно–цифровой информации или отсчета кодовых ТИ (10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5}). Нормы устанавливаются в зависимости от категории устройства (в скобках первая цифра относится к первой категории, вторая – ко второй и третья – к третьей).

Надежность функционирования телемеханических устройств обычно задается нижним значением наработки на отказ (средним временем безотказной работы) для одного канала по каждой функции при доверительной вероятности $P = 0{,}8$. По этому параметру системы телемеханики делятся на 3 группы: первая – не менее 10000 часов, вторая – не менее 5000 часов и третья – не менее 2500 часов.

Точность телеизмерений для удобства ее аттестации определяется отдельно для телеизмерительных устройств (точность телепередачи) и для телеизмерительной системы в целом. За погрешность устройств телеизмерения принимают максимальную разность между значением сигнала на выходе приемника, пересчитанным ко входу передатчика, и значением сигнала на входе передатчика при работе устройств по каналу связи. За погрешность системы телеизмерения принимают максимальную разность между показаниями воспроизводящего прибора на приемной стороне и действительным значением измеряемой величины, отсчитываемым по образцовому прибору.

По точности системы ТИ делятся на семь классов: 0,15; 0,25; 0,40; 0,60; 1,0; 1,6; 2,5; где цифрой указывают основную погрешность в процентах.

Для обеспечения требуемых помехоустойчивости и надежности телемеханических устройств необходимо обнаруживать (а иногда и исправлять) искаженные помехой в канале связи кодовые комбинации, а также вовремя обнаруживать искажения информации из–за сбоев и отказов аппаратуры. Применение помехозащищенных кодов с повышенной помехозащищенностью позволяет выполнить как первое, так и второе.

По быстродействию системы телемеханики делятся на три группы: первая до 1 с, вторая от 1 до 4 с и третья более 4 с.

В.3 Краткая историческая справка развития телемеханики

Различают следующие этапы:

– первоначальных поисков и лабораторных испытаний 1930–1936 годы;

– опытно–промышленных испытаний и внедрения единичных экземпляров телемеханических устройств 1937–1947 годы;

– перехода от опытных образцов к широкому внедрению методов и средств телемеханики 1948–1958 годы;

– перехода к унифицированным телемеханическим системам начиная с 1959 года;

– производства телемеханических систем на интегральных микросхемах начиная с 1970 года;

– производства систем со встроенными микропроцессорами начиная с 1980 года.

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники»

Кафедра систем управления

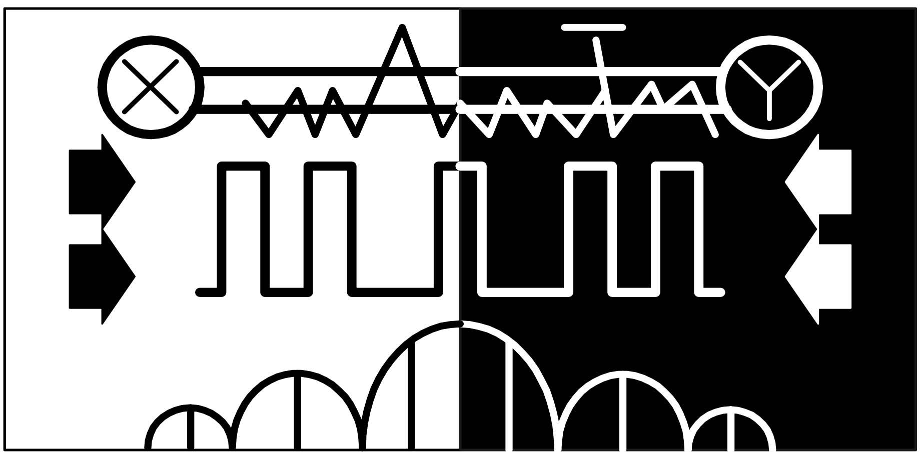
Н.И. Сорока, Г.А. Кривинченко

ТЕЛЕМЕХАНИКА

Конспект лекций
для студентов специальностей
53 01 03 “Автоматическое управление в технических системах”
и I-53 01 07 “Информационные технологии и управление
в технических системах”
всех форм обучения

Часть 1

Сообщения и сигналы



Минск

ВВЕДЕНИЕ

Для передачи информации требуется, чтобы сигналы имели параметры селекции и информационные параметры. Параметры селекции позволяют выделить полезный сигнал из совокупности сигналов и помех. Информационные параметры служат для переноса сообщений. Управление информационным параметром переносчика в соответствии с законом изменения передаваемого сообщения называют модуляцией. Выделение переданного сообщения из сигнала называют демодуляцией.

В зависимости от функциональной формы и числа параметров переносчика может быть большое число различных методов модуляции. Например, если переносчиком является гармоническое колебание, характеризуемое амплитудой, частотой и фазой, то можно осуществить амплитудную, частотную и фазовую модуляции. Применяют и комбинированную модуляцию, когда в соответствии с изменением передаваемого сигнала одновременно изменяются два независимых параметра переносчика. Независимо от вида модуляции необходимо, чтобы один из параметров сигнала оставался постоянным для целей селекции из множества других сигналов и помех.

Если под действием передаваемого сигнала информационный параметр переносчика изменяется непрерывно, то модуляция называется непрерывной. К непрерывным видам модуляции относят амплитудную, частотную и фазовую модуляцию гармонического колебания. Если в роли переносчика используют периодическую последовательность импульсов, то модуляцию называют импульсной. Различают амплитудно-импульсную, частотно-импульсную, широтно-импульсную и фазоимпульсную модуляции. Если при модуляции информационный параметр принимает счетное число значений, то такую модуляцию называют дискретной. К дискретным видам относятся амплитудная, частотная и фазовая модуляции. Если счетные значения пронумеровать в виде цифр и передать их по линии связи, то можно говорить об импульсно-кодовой модуляции.

Основной задачей управления информационными параметрами сигналов является разработка методов анализа и синтеза модуляторов и демодуляторов (модемов).

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИГНАЛАХ

1.1. Основные типы сигналов

В системах автоматики и телемеханики, проводной и радиосвязи сигнал передается на более или менее далекое расстояние чаще всего в виде электромагнитного возмущения. Поэтому физической величиной, определяющей характер сигнала, обычно является напряжение (или ток), изменяющееся во времени по определенному закону, отображающему передаваемое сообщение. В теоретических исследованиях сигнал, независимо от его физической природы, заменяется математическим представлением в виде некоторой функции времени, описывающей закон изменения во времени, заложенный в реальном сигнале.

Сигнал будем называть регулярным, если его математическим представлением является заранее заданная функция времени $f(t)$. Другими словами, регулярный сигнал соответствует известному сообщению.

Изучение свойств различного вида регулярных сигналов, связанных с их передачей, позволяет перейти к исследованию более сложных сигналов, имеющих характер случайных процессов.

Выражение регулярного сигнала определенной функцией времени называют временным представлением сигнала. Форма записи функции может быть различной. В частности, при некоторых ограничениях, функция времени, заданная на некотором отрезке времени, может быть представлена в виде тригонометрического ряда, каждый член которого является простейшей гармонической функцией времени (косинус, синус). Эти функции называются гармониками, и каждой из них принадлежат определенные амплитуда, частота и фаза. Множество амплитуд, частот и фаз называют спектром рассматриваемого сигнала. Функция времени находится в однозначном соответствии с принадлежащим ей спектром. На этом основании временное представление сигнала может быть заменено так называемым частотным представлением. Оба представления адекватны. Выбор того или иного представления зависит от физических и математических особенностей рассматриваемой задачи.

К основным типам регулярных сигналов относятся: периодический, почти периодический и непериодический.

<u>Периодический</u> сигнал представляется функцией времени, удовлетворяющей условию

$$f(t) = f(t+T), \tag{1.1}$$

где t – любой момент времени на интервале $-\infty \le t \le +\infty$, а T – некоторая постоянная.

Наименьший конечный промежуток времени T, удовлетворяющий условию (1.1), называется периодом.

Периодический сигнал физически неосуществим, так как реальный сигнал не может продолжаться вечно; он всегда имеет начало и конец. Однако абстрактный смысл периодического сигнала не мешает его широкому использованию в теоретических исследованиях и получению результатов, соответствующих наблюдаемым в действительности. Дело в том, что регулярный сигнал, воздействующий на какое-либо устройство, можно считать существовавшим бесконечно долго, если рассматривается только установившийся режим, который не зависит от начальных условий.

Простейшим и наиболее распространенным периодическим сигналом является гармонический сигнал (рис. 1.1), выраженный косинусоидальной (или синусоидальной) функцией времени.

$$U(t) = U_m \cos(\Omega_1 t + \varphi_1)\text{, или } U(t) = U_m \sin(\Omega_1 t + \psi_1), \tag{1.2}$$

где U(t)– мгновенное значение напряжения; U_m – его амплитуда; $\Omega_1 = 2\pi/T$ – угловая частота; T – период; ψ_1 – начальная фаза; $\varphi_1 = \psi_1 - 90°$.

На рис. 1.2 показан график периодического несинусоидального напряжения, которое получается при непрерывно повторяющейся зарядке конденсатора от источника напряжения U_0 и его разрядке через активное сопротивление.

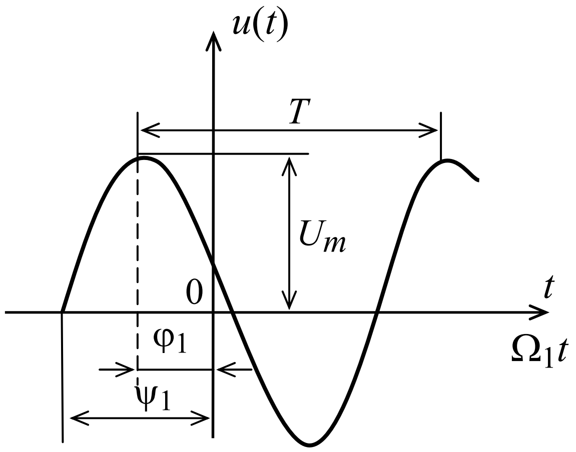


Рис. 1.1. Синусоидальное напряжение

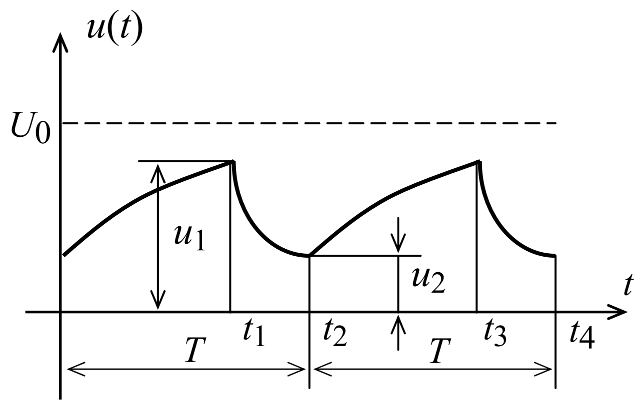


Рис. 1.2. Периодическое несинусоидальное напряжение

Функция, описывающая данный процесс, имеет вид

$$u(t) = \begin{cases} U_0 - (U_0 - U_2)e^{-\alpha_1 t} & \text{при} \quad 0 \le t \le t_1; \\ U_1 e^{-\alpha_2 (t - t_1)} & \text{при} \quad t_1 \le t \le T. \end{cases} \tag{1.3}$$

Коэффициенты α_1 и α_2 показывают скорость зарядки и разрядки и зависят от емкости конденсатора и величин активных сопротивлений цепей зарядки и разрядки.

В общем виде это напряжение, как и другие периодические функции $f(t)$, можно записать так:

$$f(t) = f(t + nT), \tag{1.4}$$

где n – любое целое положительное или отрицательное число; T – период.

В математике функция, представляемая в виде суммы гармонических составляющих с произвольными частотами, получила название почти периодической функции. Почти периодические функции обладают многими замечательными свойствами, и их исследованиям отведено большое место в современной теории функций. Одно из основных свойств заключается в том, что для данных функций может быть определен приближенный период (почти-период). В системах телемеханики встречаются сигналы, частоты гармоник которых не находятся в простых кратных соотношениях. Подобные сигналы называют почти периодическими.

Непериодическим называется регулярный сигнал, определяемый непериодической функцией, т.е. функцией, которая не удовлетворяет условию (1.1) на всем интервале времени $-\infty\le t\le+\infty$. Такой сигнал представляется функцией, заданной в пределах конечного ($t_1\le t\le t_2$) или полубесконечного ($t_1\le t<\infty$) промежутка времени, вне которого она принимается тождественно равной нулю. Форма сигнала может быть практически любой и, в частности, обладать периодичностью в пределах времени своего существования (например, конечный или полубесконечный отрезок синусоиды).

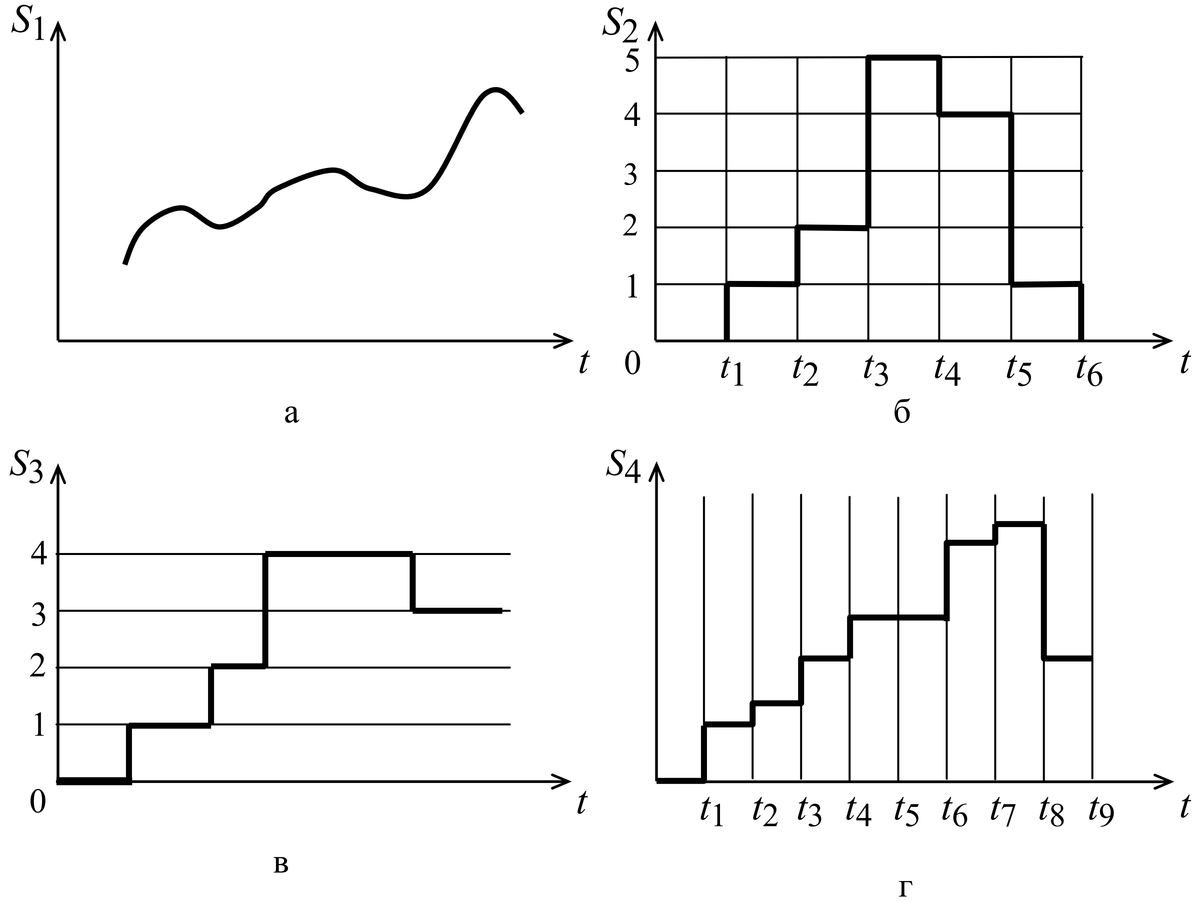


Рис. 1.3. Виды сигналов в системах телемеханики

В зависимости от структуры информационных параметров различают сигналы:

1) непрерывные по множеству и времени, или просто непрерывные (рис.1.3,а);

2) дискретные по множеству и времени, или просто дискретные (рис. 1.3,б);

3) непрерывные по времени и дискретные по множеству (рис. 1.3,в);

4) непрерывные по множеству и дискретные по времени (рис. 1.3,г).

1.2. Периодические сигналы

Представление периодического сигнала суммой гармонических составляющих осуществляется с помощью разложения в ряд Фурье функции (1.1), которая является временным представлением сигнала. Если функция f(t)задана на интервале времени $t_1 \le t \le t_2$ и повторяется с периодом $T = 2\pi/\Omega_1 = t_2 - t_1$, то тригонометрическая форма ряда Фурье для нее может быть записана следующим образом:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos k\Omega_1 t + b_k \sin k\Omega_1 t) =$$

$$= \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\Omega_1 t - \psi_k), \quad k = 1, 2, \ldots. \tag{1.5}$$

Амплитуды косинусоидальных и синусоидальных членов в разложении (1.5) определяются выражениями:

$$a_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(k\Omega_1 t)dt; \tag{1.6}$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(k\Omega_1 t)dt. \tag{1.7}$$

Слагаемое

$$\frac{a_0}{2} = \frac{A_0}{2} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt \tag{1.8}$$

является постоянной составляющей сигнала, которая, как это следует из (1.8), равна среднему значению функции $f(t)$за период.

Амплитуда A_k и фаза ψ_k k-й гармоники, как это следует из (1.5), связаны с величинами a_k и b_k соотношениями:

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad a_k = A_k \cos\psi_k, \quad b_k = A_k \sin\psi_k; \tag{1.9}$$

$$\psi_k = \operatorname{arctg}(b_k / a_k). \tag{1.10}$$

Весьма удобной является комплексная форма записи ряда Фурье, к которой легко перейти, если в разложении (1.5) выразить тригонометрические функции через показательные, воспользовавшись известными формулами:

$$\cos k\Omega_1 t = \frac{1}{2}(e^{jk\Omega_1 t} + e^{-jk\Omega_1 t});$$

$$\sin k\Omega_1 t = \frac{1}{2j}(e^{jk\Omega_1 t} - e^{-jk\Omega_1 t}).$$

В результате получим

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}(\dot{A}_k e^{jk\Omega_1 t} + \overset{*}{A}_k e^{-jk\Omega_1 t}), \qquad (1.11)$$

где $\dot{A}_k$ и $\overset{*}{A}_k$ – комплексные амплитуды, связанные с a_k и b_k соотношениями

$$\dot{A}_k = A_k e^{-j\psi_k} = a_k - jb_k, \qquad (1.12)$$

$$\overset{*}{A}_k = A_k e^{j\psi_k} = a_k + jb_k. \qquad (1.13)$$

Таким образом, комплексные амплитуды $\dot{A}_k$ и $\overset{*}{A}_k$ являются комплексно-сопряженными величинами. Действительно, каждое слагаемое первого ряда в выражении (1.11) можно представить как вектор на комплексной плоскости (рис. 1.4), вращающийся с частотой $k\Omega_1$ (т.е. в положительном направлении отсчета углов – против направления движения часовой стрелки). Каждое слагаемое второго ряда – вектор, вращающийся в обратном направлении.

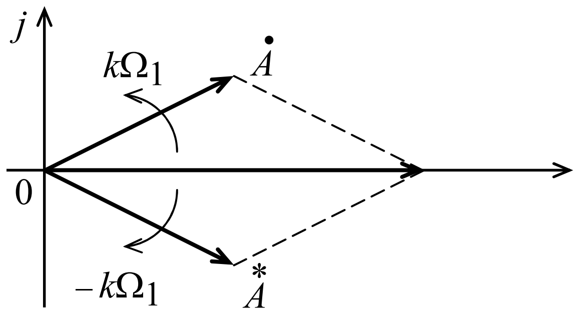


Рис. 1.4. Векторная диаграмма комплексно-сопряженных величин

Так как $\dot{A}_k$ и $\overset{*}{A}_k$ – комплексно-сопряженные величины, то сумма векторов в любой момент времени дает вектор, направленный по вещественной оси, т.е. k-ю гармоническую составляющую вещественной функции времени

$f(t)$. Отрицательная частота $-k\Omega_1$ только указывает направление вращения вектора.

Комплексная амплитуда $\dot{A}_k$ определяется по выражению

$$\dot{A}_k = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)e^{-jk\Omega_1 t}dt = \frac{\Omega_1}{2\pi}\int_0^T f(t)e^{-jk\Omega_1 t}dt\,. \qquad (1.14)$$

При $k = 0$

$$\frac{A_0}{2} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{\Omega_1}{2\pi}\int_0^T f(t)dt = \frac{a_0}{2}\,. \qquad (1.15)$$

Тогда выражение (1.11) можно переписать в виде

$$f(t) = \frac{1}{2}\sum_{k=-\infty}^{k=\infty}\dot{A}_k\, e^{jk\Omega_1 t}\,. \qquad (1.16)$$

При такой записи ряда Фурье периодический сигнал заменяется суммой простых гармонических колебаний как с положительными частотами ($k > 0$), так и с отрицательными ($k < 0$). Конечно, отрицательные частоты не имеют здесь физического смысла, а являются формальным следствием произведенного математического преобразования.

1.3. Спектры периодических сигналов и необходимая ширина полосы частот

1.3.1. Дискретный спектр. Представить сигнал с заданным периодом T рядом Фурье – это значит найти амплитуды и начальные фазы всех его гармонических составляющих. Совокупность амплитуд называют спектром амплитуд, а совокупность начальных фаз – спектром фаз. Во многих частных случаях достаточно рассчитать только спектр амплитуд сигнала, который для краткости назовем просто спектром.

Определим спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов (рис. 1.5) длительностью τ и с периодом T. Напряжение такой формы действует в каналах связи и часто рассматривается как основной периодический сигнал при исследовании передачи информации по линии связи.

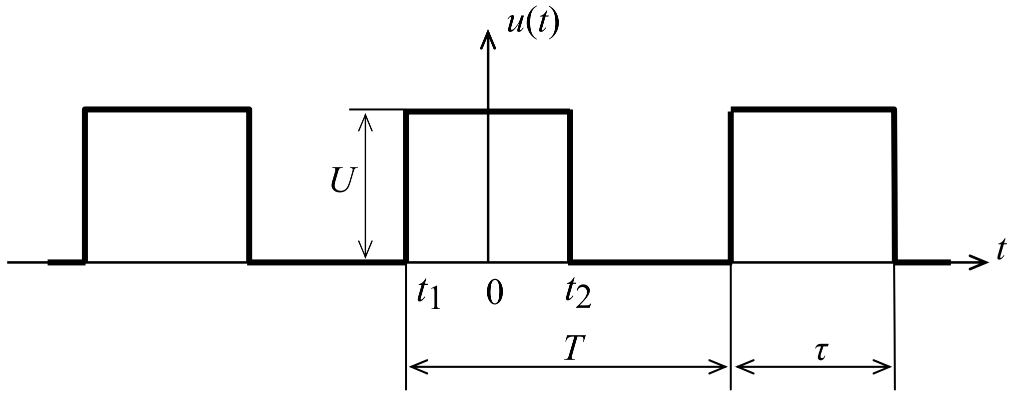


Рис. 1.5. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

Для такого сигнала по формулам (1.6) – (1.8)

$$\frac{a_0}{2} = \frac{A_0}{2} = \frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} U dt = U\frac{\tau}{T};$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} U\cos k\Omega_1 t dt = \frac{2U}{k\pi}\sin k\frac{\tau}{T}\pi;$$

$b_k = 0$, т.е. $\psi_k = 0$ или π и $A_k = |\, a_k|$.

Следовательно, напряжение можно представить рядом Фурье

$$u(t) = U(\frac{\tau}{T} + \frac{2}{\pi}(\sin\frac{\tau}{T}\pi\cos\Omega_1 t + \frac{1}{2}\sin 2\frac{\tau}{T}\pi\cos 2\Omega_1 t +$$

$$+\frac{1}{3}\sin 3\frac{\tau}{T}\pi\cos 3\Omega_1 t + \ldots)) = U\frac{\tau}{T}(1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\frac{\sin k\Omega_1\tau/2}{k\Omega_1\tau/2}\cos k\Omega_1 t). \quad (1.17)$$

Спектр амплитуд сигнала изображают в виде спектральных линий, длины которых пропорциональны амплитудам гармоник (рис. 1.6). Такой спектр называют линейчатым или дискретным. Спектр фаз ψ_k также линейчатый, причем в рассматриваемом частном случае ψ_k может иметь только два значения: *0* или π.

Непрерывная кривая, соединяющая концы линий спектра и показанная на рис. 1.5 пунктиром, носит название огибающей спектра амплитуд, которая определяется уравнением

$$A(\Omega) = \frac{2U\tau}{T}\left|\frac{\sin(\Omega\tau/2)}{\Omega\tau/2}\right|, \quad (1.18)$$

где $\Omega = k\Omega_1$ для k-й гармоники.

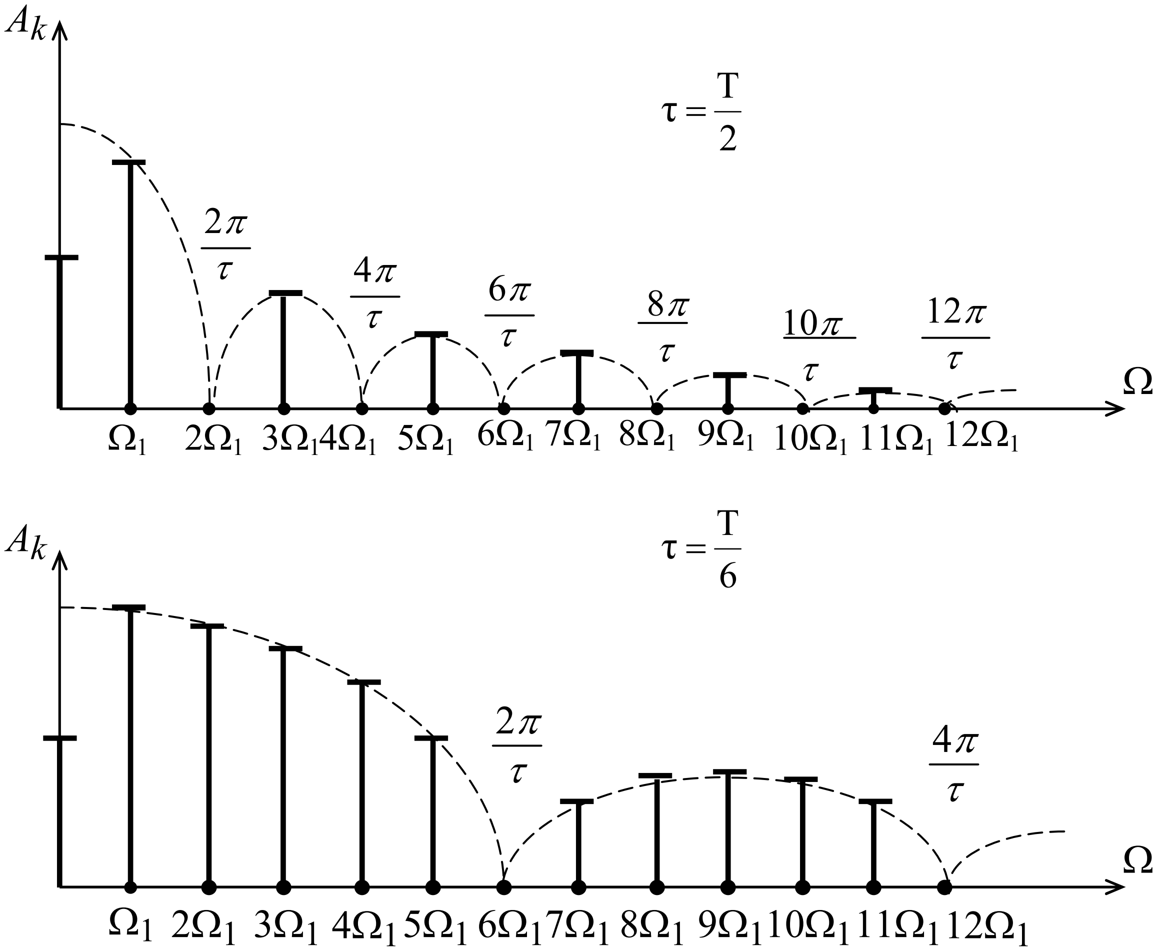


Рис. 1.6. Спектры периодически повторяющихся прямоугольных импульсов при Q=2 и Q=6

Выражение для фазы гармоники можно записать в виде

$$\psi_k = k\Omega_1(t_1 + \tau/2) + (k-1)\pi\,. \tag{1.19}$$

На рис. 1.7 приведены спектры фаз и их огибающие при различно выбранных началах отсчета времени. Наиболее простым получается спектр фаз при $t_1 = -\tau/2$.

Кроме того, из (1.17) и рис. 1.6 следует, что периодическую последовательность прямоугольных импульсов можно рассматривать как результат наложения друг на друга бесконечного количества гармоник с частотами, кратными основной частоте $\Omega_1 = 2\pi/T$, а также постоянной составляющей. Амплитуды гармонических составляющих кратных скважности Q равны нулю (например, равны нулю амплитуды четных гармоник на рис. 1.6, где принято $\tau = T/2$, и шестая, двенадцатая и т.д., где принято $\tau = T/6$).

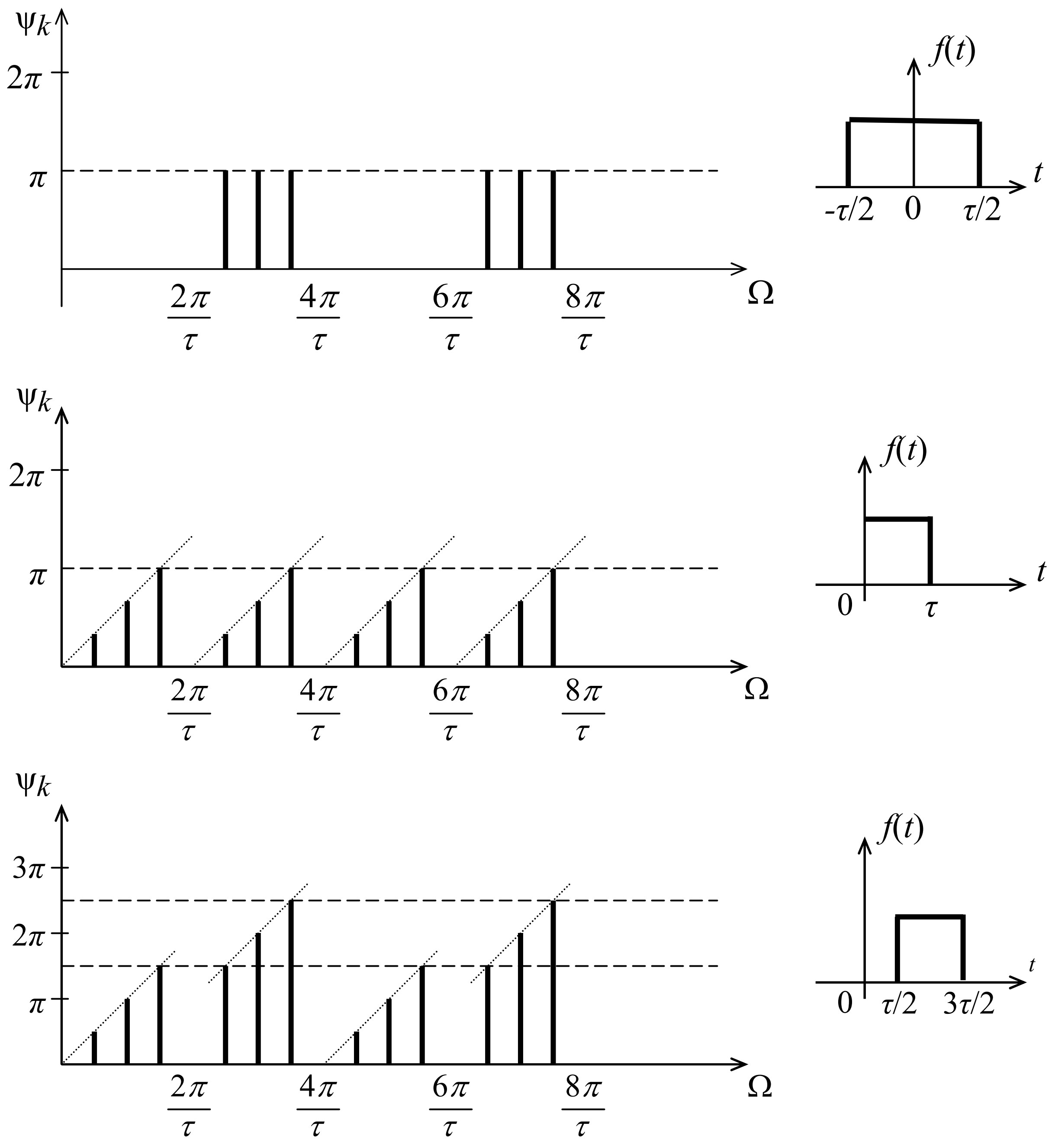


Рис. 1.7. Спектры фаз при различных началах отсчета времени

С изменениями длительности импульса τ при том же периоде следования импульсов T или с изменением периода T при постоянной длительности τ спектр существенно преобразуется. Если длительность импульса растет, то увеличивается удельный вес постоянной составляющей и гармоник с небольшими порядковыми номерами, а удельный вес высших гармоник падает. Если, наоборот, уменьшить длительность импульса τ, то удельный вес гармоник с небольшим порядковым номером уменьшается, а удельный вес высших гармоник растет.

При изменении не длительности импульсов τ, а периода их повторения T спектр амплитуд становится реже или гуще. Так, с увеличением периода T основная частота уменьшается ($\Omega_1 = 2\pi / T$) и спектр становится гуще.

1.3.2. Практическая ширина спектра. Теоретически, как указывалось выше, для большинства периодических функций спектр неограничен, т.е. для передачи сигналов телемеханики без изменения формы необходимы бесконечно большая полоса пропускания канала связи и отсутствие амплитудных и фазовых искажений. Практически все каналы связи имеют ограниченную полосу пропускания, и форма сигналов при передаче по каналу изменяется даже при отсутствии в этой полосе амплитудных и фазовых искажений. Очевидно, важно передать ту часть спектра сигнала, которая содержит гармонические составляющие с относительно большими амплитудами. В связи с этим вводится понятие практической ширины спектра сигнала. Под практической шириной спектра сигнала понимается та область частот, в пределах которой лежат гармонические составляющие сигнала с амплитудами, превышающими наперед заданную величину.

Поскольку средняя мощность, выделяемая сигналом на активном сопротивлении, равном 1 Ом, складывается из мощностей, выделяемых на этом сопротивлении гармоническими составляющими,

$$P_{\tilde{n}\eth} = \frac{A_0^2}{4} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^2}{2}, \tag{1.20}$$

практическая ширина спектра с энергетической точки зрения может быть определена как область частот, в пределах которой сосредоточена подавляющая часть мощности сигнала.

В качестве примера определим практическую ширину спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов (рис. 1.8,а), если требуется учесть все гармонические составляющие сигнала, амплитуды которых более 0,2 от амплитуды первой гармоники. Число подлежащих учету гармоник k может быть получено из выражения

$$\frac{A_k}{A_1} = \frac{2U}{k\pi} \cdot \frac{\pi}{2U} = \frac{1}{k} = 0{,}2 \ ,$$

откуда k=5.

Таким образом, практическая ширина спектра в рассмотренном примере оказывается равной $5\Omega_1$, в ней размещаются всего три гармоники (первая, третья и пятая) и постоянная составляющая.

Средняя мощность P_{k5}, выделяемая в активном сопротивлении, равном 1 Ом, перечисленными составляющими, равна

$$P_{k5} = \frac{U^2}{4} + \frac{1}{2}\left(\frac{2U}{\pi}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2U}{3\pi}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2U}{5\pi}\right)^2 \cong 0{,}48 \;\; U^2.$$

Средняя мощность, выделяемая в этом же сопротивлении всеми составляющими сигнала, будет

$$P_{k\Sigma} = P_{\grave{e}\ddot{i}\ddot{i}} \Big/ \mathrm{Q} = 0{,}5 \;\; U^2 .$$

Таким образом, $(P_{k5}/P_{k\Sigma}) \cdot 100 = 96\%$, т.е. составляющие, входящие в практический спектр, выделяют в активном сопротивлении 96 % всей мощности сигнала.

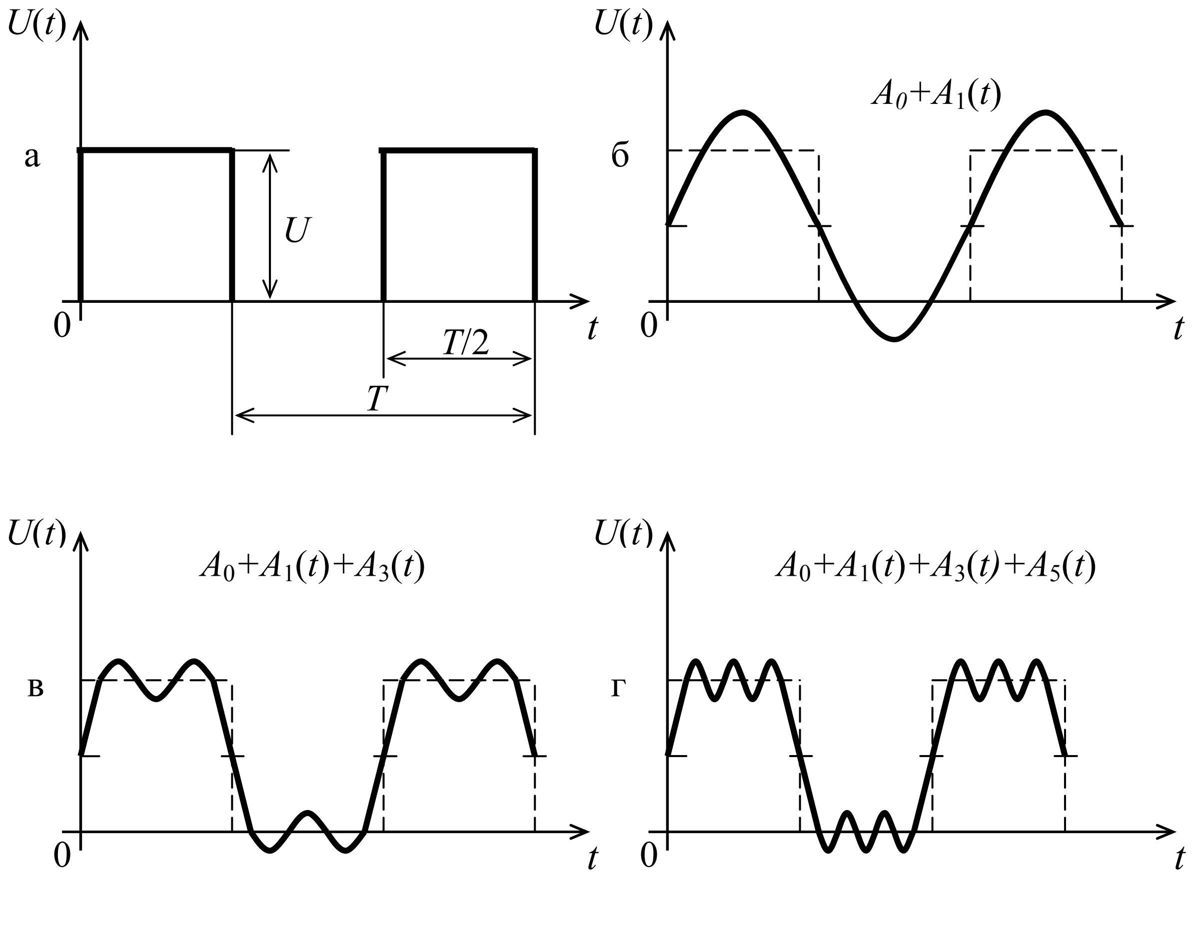


Рис. 1.8. Формы сигнала при ограничении спектра последовательности прямоугольных импульсов

Очевидно, расширение практического спектра данного сигнала (свыше $5\Omega_1$) с энергетической точки зрения нецелесообразно.

Ограничение спектра сигнала оказывает также влияние на его форму. Для иллюстрации на рис. 1.8 показано изменение формы прямоугольных импульсов при сохранении в спектре только постоянной составляющей и первой гармоники (рис. 1.8, б), при ограничении спектра частотой $3\Omega_1$ (рис. 1.8,в) и при ограничении спектра частотой $5\Omega_1$ (рис. 1.8,г). Как следует из рисунка, чем круче должен быть фронт импульса, тем большее число высших гармонических составляющих должно входить в состав сигнала.

Рассмотренная зависимость формы периодического сигнала от количества суммируемых гармоник показывает, что при выборе практической ширины спектра сигнала нельзя ограничиваться только энергетическими соображениями. Необходимо учитывать требования к сигналу на выходе системы, как с энергетической точки зрения, так и с точки зрения сохранения его формы. В общем случае практическая ширина спектра сигнала выбирается из условия

$$\Delta\omega = 2\pi\mu/\tau, \qquad (1.21)$$

где $\mu = 0{,}5\ldots 2$ – коэффициент формы импульса; при $\mu = 1$ обеспечивается передача около 90% всей энергии сигнала.

В кодоимпульсных системах телеизмерения, а также во многих системах телеуправления каждая кодовая комбинация состоит из определенной последовательности прямоугольных импульсов и пауз. Кодовая комбинация, соответствующая данной величине измеряемого параметра или команде, может периодически передаваться по каналу связи. Спектр такого сигнала зависит, конечно, от того какая именно кодовая комбинация передается. Но самым главным фактором, определяющим удельный вес высших гармоник спектра, остается наибольшая частота следования импульсов. Поэтому и для кодоимпульсных систем при определении практически необходимой ширины полосы частот выбирают сигнал в виде периодической последовательности прямоугольных импульсов (рис. 1.5). Параметр τ выбирают равным длительности самого короткого импульса среди всех встречающихся в кодовых комбинациях, период следования $T=2\tau$. В этом случае наибольшая частота следования импульсов $\Omega_{max} = 2\pi / T$ и частота основной гармоники спектра $\Omega_1 = \Omega_{max}$. Необходимая ширина полосы частот сигнала определяется дискретным спектром с ограниченным числом составляющих и в соответствии с выражением (1.21).

Характер спектра, определяющий требуемую полосу частот, зависит не только от вида сигнала, но и от условий, существующих в тракте передачи. Если переходные процессы, возникающие в системе при передаче одного импульса, заканчиваются до момента возникновения следующего импульса, то вместо периодической последовательности импульсов можно рассматривать передачу независимых одиночных импульсов.

1.4. Спектр одиночного прямоугольного импульса

Одиночный импульс можно рассматривать как непериодический сигнал, так как не существует конечного интервала времени T, отвечающего условию

$$f(t) = f(t + nT). \qquad (1.22)$$

Наиболее просто и наглядно спектр непериодического сигнала можно получить из спектра периодического сигнала (1.16), принимая, что период T стремится к бесконечности, т.е. путем предельного перехода от ряда Фурье к интегралу Фурье

$$S(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\Omega t} dt . \tag{1.23}$$

Величину $S(\Omega)$ называют спектральной функцией или просто спектральной плотностью.

Рассчитаем спектральную плотность одиночного прямоугольного импульса длительностью τ (рис. 1.9).

Согласно (1.23)

$$S(\Omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} U e^{-j\Omega t} dt = \frac{2U}{\Omega} \sin \Omega\tau/2 . \tag{1.24}$$

Последнее выражение может быть представлено в несколько ином виде:

$$S(\Omega) = 2U \frac{\tau}{2} \cdot \frac{\sin \Omega\tau/2}{\Omega\tau/2} = U\tau \frac{\sin \Omega\tau/2}{\Omega\tau/2} . \tag{1.25}$$

Здесь текущая частота Ω может принимать любые значения от нулевой до бесконечно большой (сплошной спектр). График для $S(\Omega)$ приведен на рис.1.10.

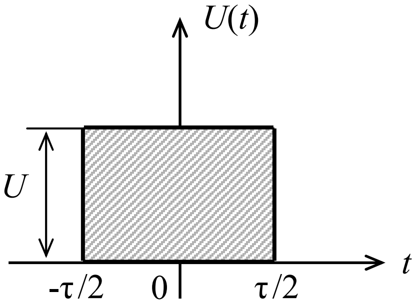


Рис. 1.9. Прямоугольный импульс

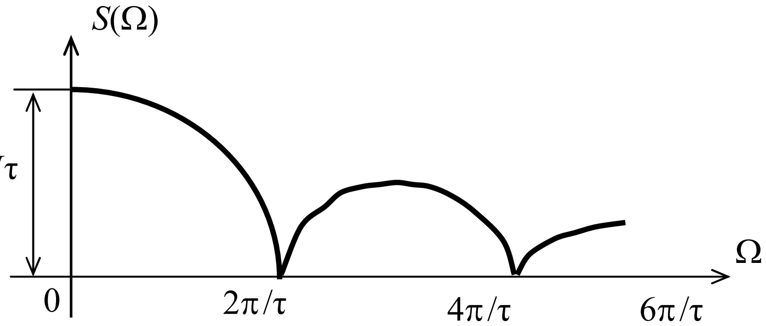


Рис. 1.10. Спектр амплитуд прямоугольного импульса

При частотах $\Omega = 2k\pi/\tau$ (k = 1, 2, 3,…) спектральная плотность $S(\Omega) = 0$. Учитывая характер распределения $S(\Omega)$, можно отметить, что требуемая полоса частот вполне определяется спектром в пределах первого (k =1) нулевого значения спектральной плотности. При этом $\Omega = 2\pi/\tau = 2\pi$¨$F$, где $F = 1/\tau$. Таким образом, для непериодического сигнала необходимая полоса частот может быть найдена из уравнения

$$F\tau = 1 . \tag{1.26}$$

Данный вывод вытекает и из того, что энергия непериодического сигнала пропорциональна интегралу от квадрата спектральной плотности

$$W = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\left|S(\Omega)\right|^2 d\Omega. \qquad (1.27)$$

Если спектр сигнала ограничивается частотой Ω_{max}, то энергия уменьшается до значения

$$W_\Omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{\Omega_{\max}}\left|S(\Omega)\right|^2 d\Omega. \qquad (1.28)$$

Зависимость энергии W_Ω от наибольшей частоты ограничения $\Omega_{\max}$ спектра прямоугольного импульса показана на рис. 1.11.

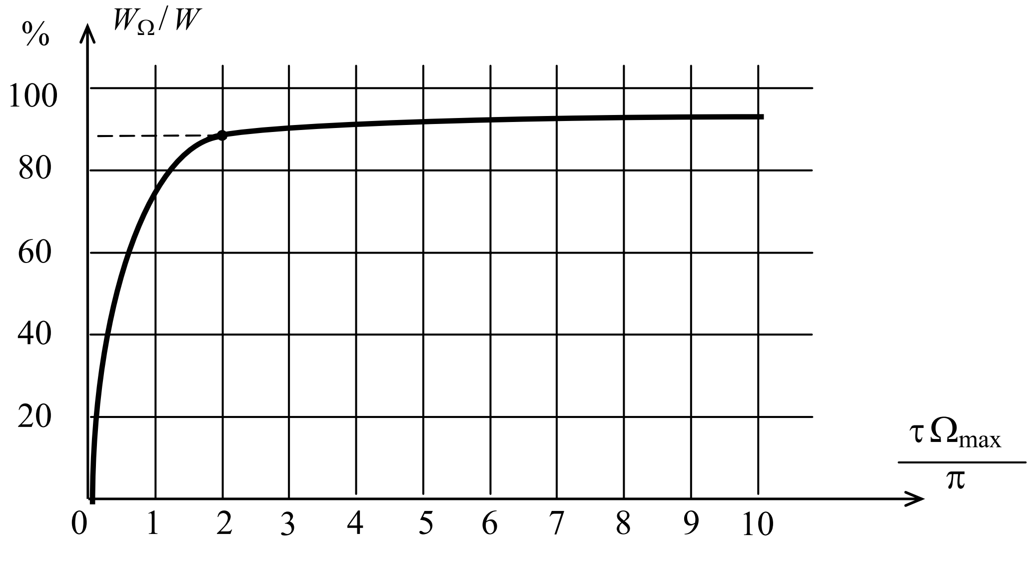


Рис. 1.11. Зависимость энергии импульса от ширины сохраняемой части спектра

Из рис. 1.10 и 1.11 следует, что наибольшее энергетическое значение имеют составляющие низкочастотной части спектра импульса. С ростом ширины сохраняемой части спектра от нуля до величины $\Omega_{\max}= 2\pi/\tau$ энергия W_Ω быстро увеличивается и достигает 90 % всей энергии W. При дальнейшем увеличении спектра энергия W_Ω нарастает все медленнее. Таким образом, при ширине спектра $\Omega_{\max}= 2\pi/\tau$ или F=1/τ обеспечивается передача значительной части энергии сигнала. Чем короче импульс, тем более широкий спектр должен быть сохранен.

Итак, мы рассмотрели как сообщения (первичные сигналы), с которыми приходится иметь дело в телемеханике, так и переносчики, с помощью которых они передаются. Прежде чем переходить к изучению методов образования сигналов, остановимся на некоторых вопросах преобразования непрерывных сообщений в дискретные. Такое преобразование имеет место в цифровых телеизмерительных системах.

1.5. Преобразование непрерывных сообщений в дискретные сигналы

1.5.1. Квантование по времени (дискретизация). Непрерывные сообщения представляют собой непрерывные функции времени с бесконечным числом промежуточных точек. Для передачи таких сообщений без погрешности необходим канал связи с бесконечной пропускной способностью. На практике всегда передача сообщений осуществляется с ограниченными спектром частот и точностью, так как все каналы имеют ограниченную пропускную способность.

Если непрерывное сообщение имеет ограниченный спектр частот, оно всегда может быть передано своими значениями в отдельные моменты времени, т.е. может быть превращено в дискретное во времени сообщение, состоящее из последовательного во времени ряда значений.

Возможность такой замены была впервые установлена и сформулирована в 1933г. В.А.Котельниковым в виде следующей теоремы: «Если функция f(t)не содержит частот выше F_{max} Гц, то она полностью определяется своими мгновенными значениями в моменты времени, отстоящие друг от друга на $1/2F_{max}$», т.е.

$$\Delta t \le 1/2F_{\max} . \qquad (1.29)$$

Функцию с ограниченным спектром можно записать в виде тригонометрического ряда

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(t - k\Delta t)\frac{\sin 2\pi F_{\max}(t - k\Delta t)}{2\pi F_{\max}(t - k\Delta t)}, \qquad (1.30)$$

где k – порядковый номер отсчета функции.

При этом функция вполне определяется своими мгновенными значениями $f(k\Delta t)$, отсчитанными через равные интервалы времени Δt, называемые интервалами дискретизации (рис. 1.12).

Свойства ряда (1.30) основываются на свойстве функции $(\sin x)/x$, равной 1 при x=0 и равной 0 при x, кратных π (180, 360, 540° и т.д.).

Физический смысл преобразования состоит в том, что каждый член ряда (1.30) представляет собой отклик идеального фильтра нижних частот с граничной частотой среза F_{max} на очень короткий импульс, возникающий в момент времени $k\Delta t$ (рис. 1.12) и имеющий площадь, равную мгновенному значению функции $f(t)$.

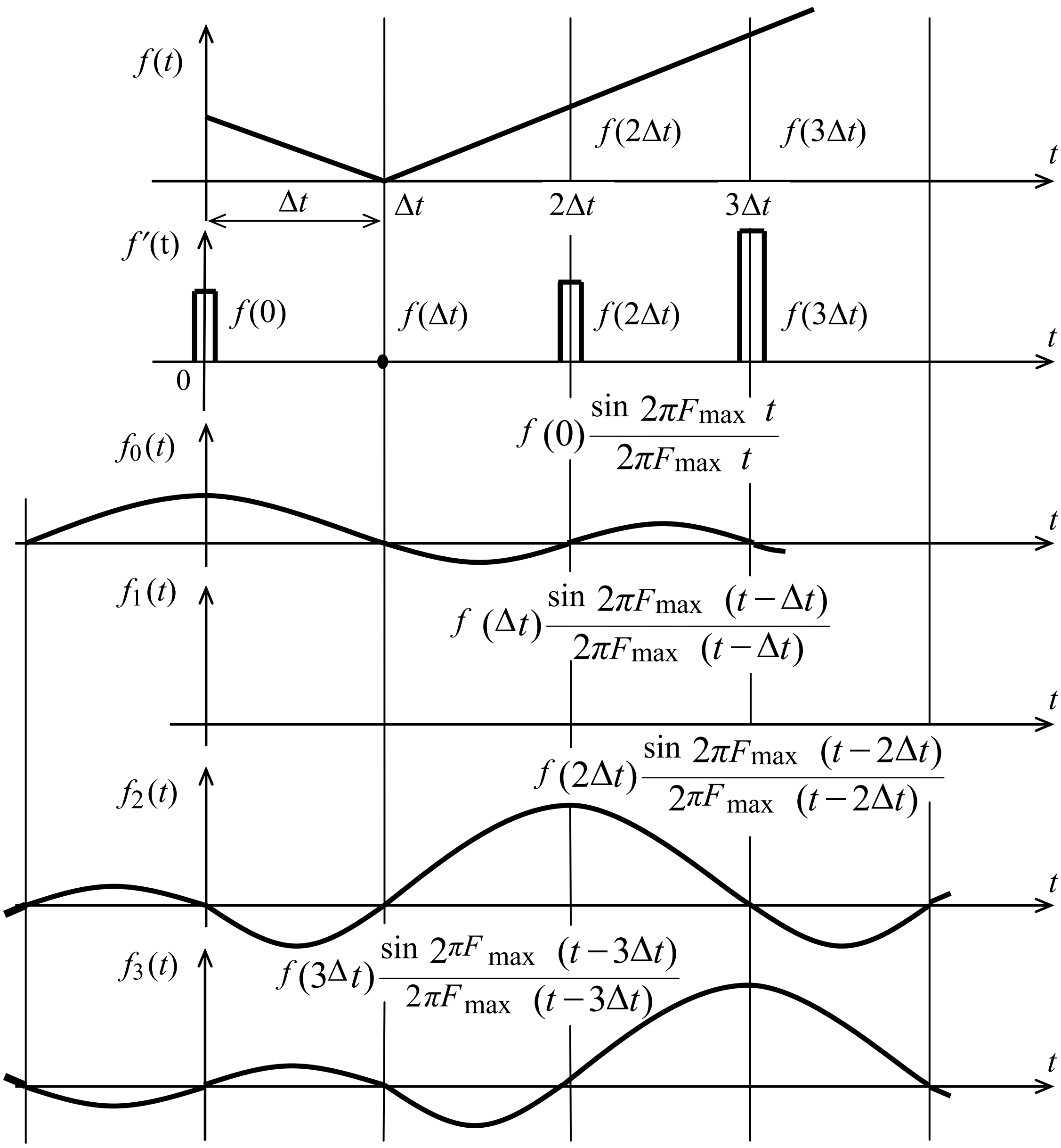


Рис. 1.12. Разложение функции f(t)с ограниченным спектром частот по В.А.Котельникову

Интересным свойством ряда (1.30) является то, что значения ряда в момент $k\Delta t$ определяются только k-м членом ряда, так как все другие члены в этот момент времени обращаются в нуль:

$$\frac{\sin 2\pi F_{\max}(t-k\Delta t)}{2\pi F_{\max}(t-k\Delta t)}=\begin{cases}1 & \text{ïðè} \quad t=k\Delta t\\ 0 & \text{ïðè} \quad t=i\Delta t(i\neq k).\end{cases} \tag{1.31}$$

Следовательно, несмотря на то, что выходные функции перекрываются, значением заданной функции в момент отсчета является только одно из ее значений.

Согласно теореме Котельникова для однозначного представления функции с ограниченным спектром на интервале времени T достаточно иметь N значений этой функции, т.е.

$$N = T/\Delta t = 2F_{\max}T\,. \qquad (1.32)$$

Аналогичные результаты можно получить для функций со спектром частот в промежутке от F_1 до F_2.

Таким образом, непрерывное сообщение сводится к сигналу в виде последовательности импульсов, амплитуда которых равна значению исходной функции, передаваемой в дискретные моменты времени $k\Delta t$, а интервалы между ними $\Delta t = 1/2F_{\max}$.

При выполнении условий (1.29) непрерывная и дискретная во времени функции обратимы между собой (тождественны).

Для преобразования дискретной функции в непрерывную нужно включить идеальный фильтр частот с частотой среза равной $F_{\max}$.

Рассмотренный процесс преобразования непрерывного сообщения в дискретный во времени сигнал называется дискретизацией во времени.

В заключение следует отметить, что при определении на практике интервала дискретизации теорему Котельникова можно применять с поправкой

$$\Delta t \approx 1/(\eta 2F_{\max}), \qquad (1.33)$$

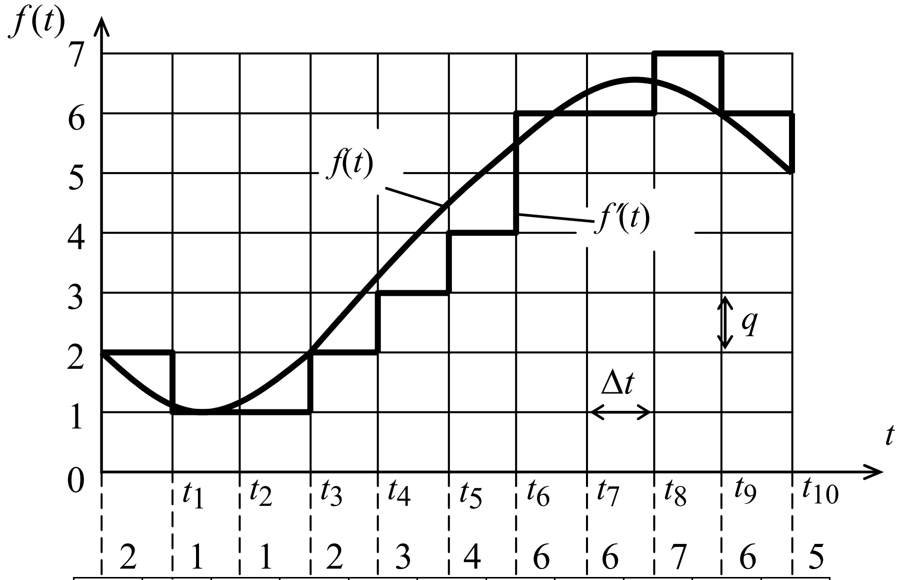
где η – коэффициент, зависящий от точности воспроизведения функции и способа интерполяции; при линейной интерполяции $\eta_{ë} = 0{,}75/\sqrt{\delta_{îòí}}$, при ступенчатой $\eta_{ñò} = (3 \div 5)\eta_{ë}$ (относительная погрешность воспроизведения).

1.5.2. Квантование по времени и по уровню. При преобразовании аналоговой величины в код квантование осуществляется с заданными шагами как по времени, так и по уровню.

На рис. 1.13 показано, как производится квантование по уровню и по времени функции $f(t)$. Сначала проводят линии, параллельные вертикальной оси $f(t)$с шагом Δt, затем параллельные горизонтальной оси t с шагом q.

Квантование осуществляют заменой через шаг Δt значений функции $f(t)$ближайшим дискретным уровнем. Этот уровень и является тем дискретным значением, которое заменяет значение функции в данный дискретный момент времени.

Если необходимо представить себе ступенчатую ломаную линию, которая в результате квантования заменяет непрерывную функцию, все полученные точки следует соединить так, как сделано на рис. 1.13.



0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
Цифровой эквивалент										

Рис. 1.13. Преобразование непрерывной величины в код

Так как наименее точно функция передается в точке, находящейся между двумя уровнями квантования и отстоящей от них на половину интервала квантования $q/2$, то максимальная ошибка квантования по уровню

$$\Delta = \pm q/2\,. \qquad (1.34)$$

При достаточно большом числе уровней квантования N распределение погре шности квантования в пределах от $-q/2$ до $+q/2$ будет равномерным независимо от закона распределения самой функции $f(t)$. Среднеквадратичное значение погрешности квантования по уровню

$$\delta_{ñê} = q/(2\sqrt{3})\,, \qquad (1.35)$$

т.е. в $\sqrt{3}$ раз меньше максимальной.

Что касается точности преобразования (квантования), то обычно она задается в виде приведенной относительной погрешности $\delta_{îòí}$ (в процентах). По определению, $\delta_{îòí} = (\Delta \cdot 100)/(f(t)_{\max} - f(t)_{\min})$. Подставив значение Δ из (1.34), получим выражение для шага квантования

$$q = 2f(t)_{\max}\delta_{îòí}/100\,. \qquad (1.36)$$

После того как непрерывное сообщение с помощью квантования будет преобразовано в дискретное сообщение, необходимо каждому его уровню присвоить цифровой эквивалент, как правило, в двоичном неизбыточном коде (см. рис. 1.13) и передать по каналу связи.

2. МОДУЛЯЦИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

2.1. Амплитудная модуляция

Изменение амплитуды носителя по закону передаваемого сообщения называется амплитудной модуляцией (АМ).

Если модулирующий сигнал (полезное сообщение) описывается выражением

$$C(t) = U_{\Omega} cos\Omega t = U_{\Omega} cos 2\pi F t, \tag{2.1}$$

а носитель – выражением

$$U_{\text{Н}}(t) = U_{\omega_1} cos\omega_1 t = U_{\omega_1} cos 2\pi F_1 t, \tag{2.2}$$

то согласно определению АМ амплитуда носителя будет изменяться по закону *C(t)*

$$U_{\omega_1}(t) = U_{\omega_1} + kC(t). \tag{2.3}$$

Подставим (2.3) в (2.2) и получим выражение для АМ сигнала

$$U_{AM}(t) = (U_{\omega_1} + kC(t)) cos\omega_1 t, \tag{2.4}$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Подставив (2.1) в (2.4), получим

$$\begin{aligned} U_{AM}(t) &= U_{\omega_1}\left(1 + \frac{kU_{\Omega}}{U_{\omega_1}} cos\Omega t\right) cos\omega_1 t = \\ &= U_{\omega_1}(1 + m_{AM} cos\Omega t) cos\omega_1 t, \end{aligned} \tag{2.5}$$

где $m_{AM} = kU_{\Omega}/U_{\omega_1}$ – коэффициент глубины амплитудной модуляции, или просто коэффициент модуляции.

Для того чтобы модуляция была без искажений, коэффициент модуляции $m_{\text{АМ}}$ не должен быть больше единицы, т.е. $m_{AM} \le 1$. При $m_{AM} > 1$ наступает перемодуляция, при которой форма огибающей не повторяет закон изменения исходного сигнала, кроме того, в точках перемодуляции фаза носителя изменяется на $\Delta\varphi = 180^0$.

Временные диаграммы $C(t)$, $U_H(t)$, U_{AM}(t)показаны на рис. 2.1. Из временной диаграммы для АМ сигнала следует, что

$$m_{AM} = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}} \ .$$

Заменив в выражении (2.5) произведение косинусов, получим, что

$$U_{AM}(t) = U_{\omega 1} \cdot \cos\omega_1 t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega 1} \cdot \cos(\omega_1 + \Omega)t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega 1} \cdot \cos(\omega_1 - \Omega)t, \qquad (2.6)$$

т.е. спектр сигнала передачи, полученного в результате амплитудной модуляции, состоит из трех гармонических составляющих (рис. 2.2,а): основной (несущей) с частотой ω_1 и двух боковых – верхней с частотой $\omega_1+\Omega$ и нижней с частотой ω_1-Ω . Полоса частот, занимаемая АМ – сигналом, $\Delta\omega = 2\Omega$.

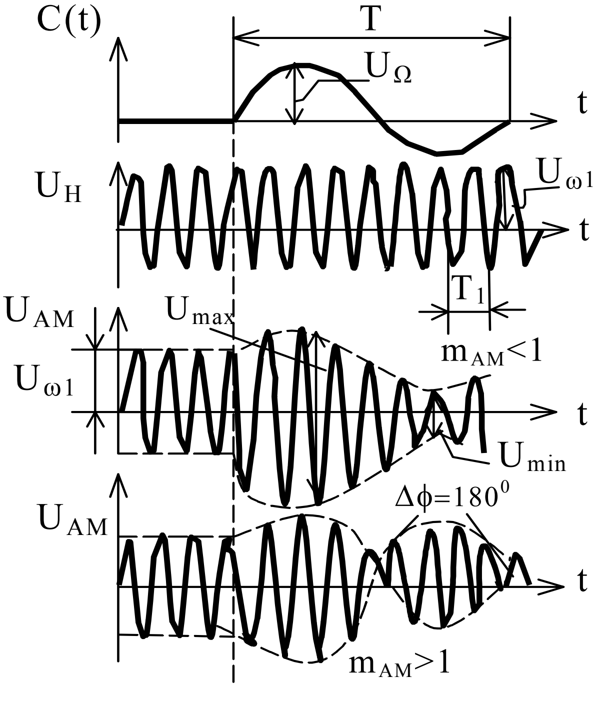


Рис. 2.1. Процесс получения амплитудно-модулированного сигнала

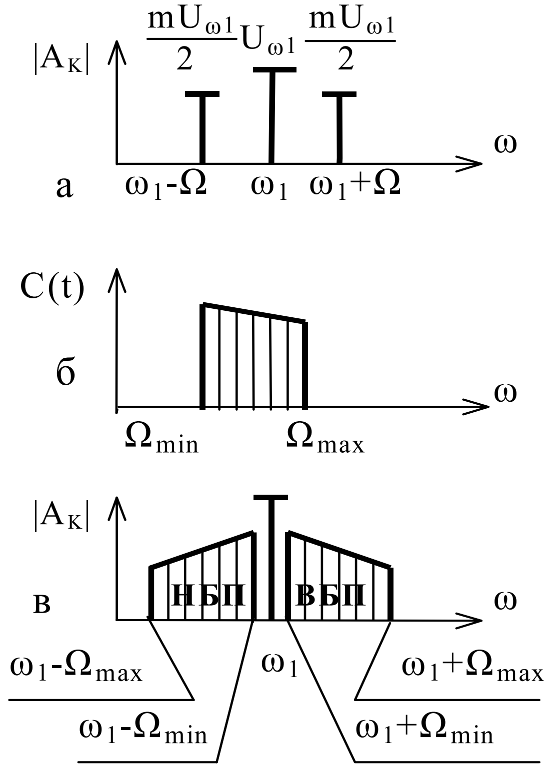


Рис. 2.2. Спектры АМ сигнала

Если модулирующее сообщение содержит n гармонических составляющих (а не одну гармонику), т.е. характеризуется полосой частот от Ω_{min} до Ω_{max} (рис. 2.2,б) и описывается выражением

$$c(t) \ = \ \sum_{i=1}^{n} U_{\Omega i} cos \, \Omega_i t, \qquad (2.7)$$

то спектр сигнала передачи кроме основной составляющей будет содержать нижнюю (НБП) и верхнюю (ВБП) боковые полосы (см. рис. 2.2, в).

Выражение для АМ-сигнала в данном случае имеет вид:

$$U_{AM}(t) = U_{\omega 1}(1 + \sum_{i=1}^{n} m_i \cos\Omega_i t)\cos\omega_1 t = U_{\omega 1}\cos\omega_1 t +$$
$$+\frac{U_{\omega 1}}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i \cos(\omega_1 + \Omega_i)t + \frac{U_{\omega 1}}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i \cos(\omega_1 - \Omega_i)t, \qquad (2.8)$$

а полоса частот $\Delta\omega = 2\Omega_{max}$.

Как следует из (2.6) U_{AM}(t)может быть представлена в виде суммы (геометрической) трех векторов (рис. 2.3).

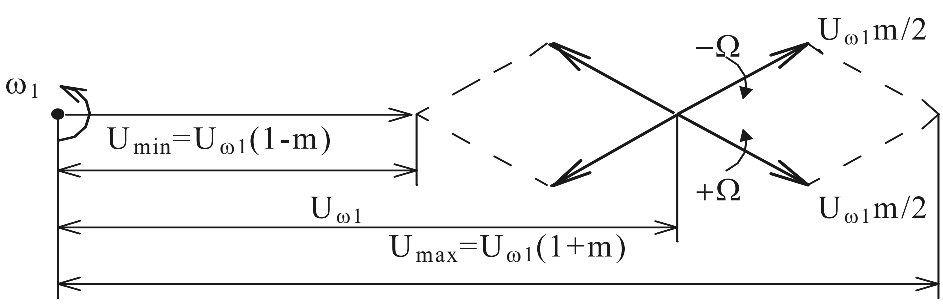


Рис. 2.3. Векторное представление АМ-сигнала

Если на плоскости, вращающейся с круговой частотой ω_1 , изобразить вектор основной составляющей, то векторы боковых составляющих будут вращаться относительно этого вектора в противоположных направлениях с частотой Ω. Эти векторы в каждый момент времени занимают такое положение, что их равнодействующая всегда направлена вдоль вектора основной составляющей. В результате сложения трех векторов получаем результирующий вектор, длина которого меняется от $U_{min} = U_{\omega 1}\cdot(1-m)$ до $U_{max} = U_{\omega 1}\cdot(1+m)$.

Из анализа выражения (2.6) можно установить, что нижняя и верхняя боковые составляющие спектра являются независимыми и в равной степени отражают передаваемую информацию. Основная составляющая информационного значения не имеет. В связи с этим определим распределение мощности сигнала по составляющим спектра (рис. 2.2,а). В сигнале, модулированном по амплитуде, принято различать следующие средние мощности:

1) за период носителя при отсутствии модуляции – P_0 (мощность молчания)

$$P_0 = \frac{U_{\omega 1}^2}{2}; \qquad (2.9)$$

2) за период носителя во время модуляции

$$P_{max} = \frac{U_{\omega 1}^2 (1+m)^2}{2} = P_0 (1+m)^2, \qquad (2.10)$$

$$P_{min} = \frac{U_{\omega 1}^2 (1-m)^2}{2} = P_0 (1-m)^2; \qquad (2.11)$$

3) за период модулирующего сигнала (информационная мощность)

$$P_c = \frac{U_{\omega 1}^2}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}U_{\omega 1}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m}{2}U_{\omega 1}\right)^2 = P_0(1+0{,}5m^2). \qquad (2.12)$$

Расчет P_c по (2.12) можно применять только в том случае, когда частоты переносчика ω_1 и модулирующего сигнала Ω кратны между собой. В противном случае будет иметь место ошибка; однако, как правило, период модулирующего сигнала значительно больше периода переносчика и ошибка получается незначительной.

При m=1 (стопроцентная модуляция)

$$P_{\max} = 4P_0;\ P_{\min} = 0;\ P_c = 1{,}5P_0 \qquad (2.13)$$

Из выражения (2.13) следует, что полезное приращение средней мощности колебания, в основном определяющее условия выделения модулирующего сигнала при приеме, не превышает половины мощности режима молчания. Мощность в максимальном режиме $P_{\max}$ в четыре раза превышает мощность в режиме молчания. Эта особенность АМ является ее существенным недостатком, ухудшающим использование мощности передатчика.

На основании анализа спектра сигнала передачи, распределения мощности сигнала по составляющим его спектра и информационного значения составляющих можно заключить, что для уменьшения требуемой полосы частот, повышения помехоустойчивости сигнала за счет перераспределения мощности целесообразно исключить из спектра сигнала основную составляющую, как не имеющую информационной нагрузки (не зависит от коэффициента модуляции m_{AM}), и одну из боковых полос (нижнюю или верхнюю). При реализации этих условий будем иметь систему с передачей одной боковой полосы (однополосная амплитудная модуляция ОАМ), в которой полоса передаваемых частот сокращается в два раза, так что при многоканальной связи число каналов может быть почти удвоено, а уровень помех в каждом канале снижается в два раза, что равносильно увеличению отношения сигнал/шум в два раза.

Напряжение или мощность передаваемой боковой полосы при той же номинальной мощности усилителей канала связи могут быть повышены со значения $mU_{\omega 1}/2$ до $(1+m)U_{\omega 1}$, так как при обычной амплитудной модуляции наибольшее напряжение как раз равно этой величине.

После демодуляции величина исходного сигнала в случае АМ пропорциональна амплитуде огибающей $mU_{\omega 1}$. В случае ОАМ при наибольшей глубине модуляции (m=1) получается выигрыш в величине исходного сигнала в $(m+1)/m=2$ раза по напряжению, т.е. в четыре раза по мощности. Таким образом, результирующий выигрыш при переходе от двухполосной к однополосной АМ по мощности получается в восемь раз. Однополосный АМ-сигнал при передаче нижней боковой составляющей можно записать в виде

$$U_{OAM}(t) = U_{\omega 1}\cos(\omega_1 - \Omega)t = U_{\omega 1}(\cos\omega_1 t\cos\Omega t + \sin\omega_1 t\sin\Omega t).$$

В заключение отметим, что функция, представленная в виде тригонометрического ряда (2.8), принадлежит к классу почти периодических функций. Таким образом, амплитудно-модулированное колебание является почти периодическим сигналом.

2.2. Частотная модуляция (ЧМ)

При частотной модуляции по закону модулирующего (передаваемого) сигнала

$$C(t) = U_\Omega cos\Omega t \tag{2.14}$$

изменяется мгновенное значение частоты $\omega_1(t)$носителя (рис. 2.4)

$$U_i(t) = U_{\omega 1} cos\,\omega_1 t\,. \tag{2.15}$$

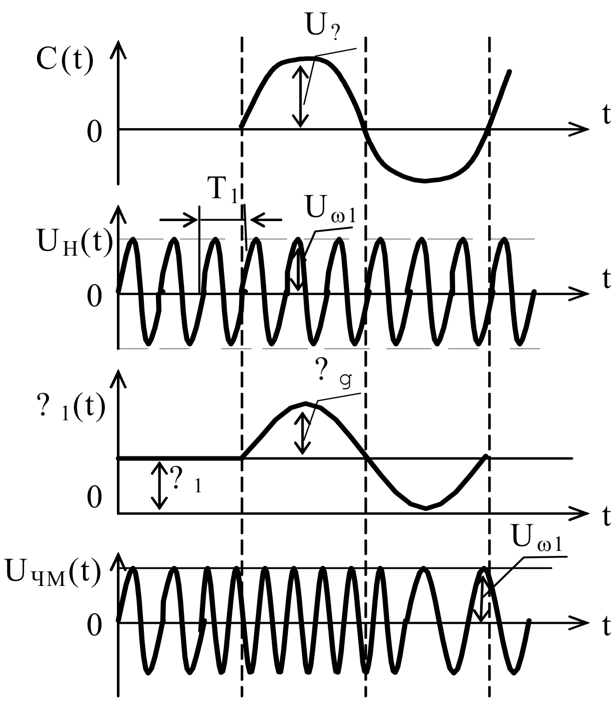


Рис. 2.4. Процесс получения частотно–модулированного сигнала

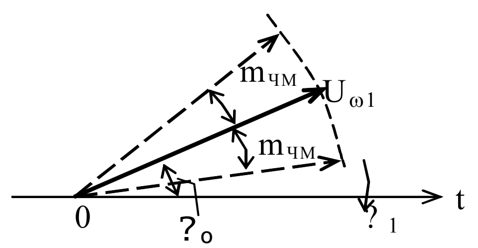


Рис. 2.5. Векторное представление ЧМ сигнала

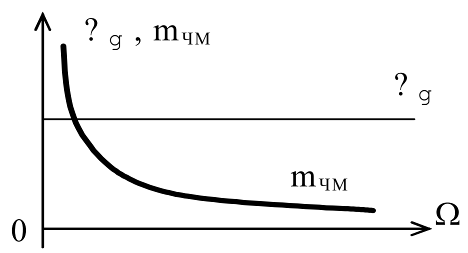


Рис. 2.6. Зависимость $m_{ЧМ}$ и ω_g от Ω при ЧМ

Мгновенное значение частоты ω_1 модулированного колебания определяется выражением

$$\omega_1(t) = \omega_1 + \hat{E}_{\times\grave{I}}\ C(t), \qquad (2.16)$$

где $K_{ЧМ}$ – коэффициент пропорциональности, устанавливающей связь между модулирующим сигналом и изменением частоты носителя; ω_1 – частота немодулированного носителя.

Полная фаза модулированного колебания определяется в виде

$$\varphi = \int \omega_1(t)dt = \omega_1 t + K_{ЧМ} \int C(t)dt\,. \qquad (2.17)$$

Отсюда видно, что при ЧМ имеет место изменение фазы колебания, т.е. ФМ.

Подставив (2.17) в (2.15), получим выражение для частотно-модулированного сигнала

$$\begin{aligned} U_{\times\grave{I}}\ (t) &= U_{\omega 1}cos(\ \omega_1 t\ +\ \hat{E}_{\times\grave{I}}\ \int C(t)\,dt)\ = \\ &= U_{\omega 1}cos(\ \omega_1 t\ +\ \hat{E}_{\times\grave{I}}\ \int U_{\Omega} cos\ \Omega tdt)\ = \\ &= U_{\omega 1}cos(\ \omega_1 t\ +\ \omega_g \int cos\ \Omega tdt)\ = \\ &= U_{\omega 1}cos(\ \omega_1 t\ +\ (\omega_g/\Omega\ )sin\ \Omega\, t)\ = \\ &= U_{\omega 1}cos(\ \omega_1 t\ +\ m_{\times\grave{I}}\ \ sin\ \Omega\, t), \end{aligned} \qquad (2.18)$$

где $\omega_g = K_{ЧМ} \cdot U_{\Omega}$ – девиация частоты, т.е. максимальное отклонение частоты от значения ω_1; $m_{ЧМ} = \omega_g / \Omega$ – индекс модуляции.

Индекс частотной модуляции фактически равен максимальному отклонению фазы ЧМ-колебания, т.е. $m_{ЧМ} = \theta_{max}$. Он не зависит от средней ω_1 (немодулированной) частоты, а определяется исключительно величиной девиации частоты ω_g и модулирующей частотой Ω.

Векторное представление ЧМ-колебания для рассмотренного случая показано на рис. 2.5. Вектором $U_{\omega 1}$ показано немодулированное высокочастотное колебание. Чтобы этот вектор был неподвижен, предполагаем, что ось времени вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω_1. Приращение фазы вектора $U_{\omega 1}$ изменяется по гармоническому закону с частотой Ω. Максимальное изменение фазы определяется индексом модуляции $m_{ЧМ}$, т.е. вектор $U_{\omega 1}$ отклоняется в обе стороны на угол $m_{ЧМ}$. Например, если $m_{ЧМ}=1$, то это означает, что вектор $U_{\omega 1}$ отклоняется в обе стороны на один радиан. На практике с целью повышения помехоустойчивости приема при использовании ЧМ применяются большие значения $m_{ЧМ}$.

На рис. 2.6 приведены зависимости индекса модуляции $m_{ЧМ}$ и девиации частоты ω_g ЧМ-колебания от частоты модулирующего сигнала Ω. Как видно из рис. 2.6 и соответствующих выражений, ω_g от Ω не зависит и определяется только величиной U_Ω, а $m_{ЧМ}$ с увеличением Ω убывает.

2.3. Фазовая модуляция (ФМ)

При фазовой модуляции по закону модулирующего сигнала изменяется начальная фаза.

Рассмотрим частный случай, когда модулирующий сигнал является гармоническим, т.е.

$$C(t) = U_\Omega cos\Omega t\,, \qquad (2.19)$$

а носитель описывается выражением

$$U_н(t) = U_{\omega 1} cos\omega_1 t\ . \qquad (2.20)$$

Тогда полная фаза ФМ-колебания в соответствии с определением ФМ запишется в виде

$$\varphi = \omega_1 t + K_{ФМ} U_\Omega cos\Omega t\,. \qquad (2.21)$$

Обозначим

$$m_{ФМ} = K_{ФМ} U_\Omega\ , \qquad (2.22)$$

где $m_{ФМ}$ – индекс модуляции, т.е. максимальное отклонение фазы колебания; $K_{ФМ}$ – коэффициент пропорциональности, определяющий связь между модулирующим сигналом и изменением фазы колебания.

Подставив (2.21) в (2.20), получим выражение для ФМ в виде

$$U_{ФМ}(t) = U_{\omega 1} cos(\omega_1 t + m_{ФМ} cos\Omega t)\ . \qquad (2.23)$$

Мгновенное значение частоты ФМ-колебания равно

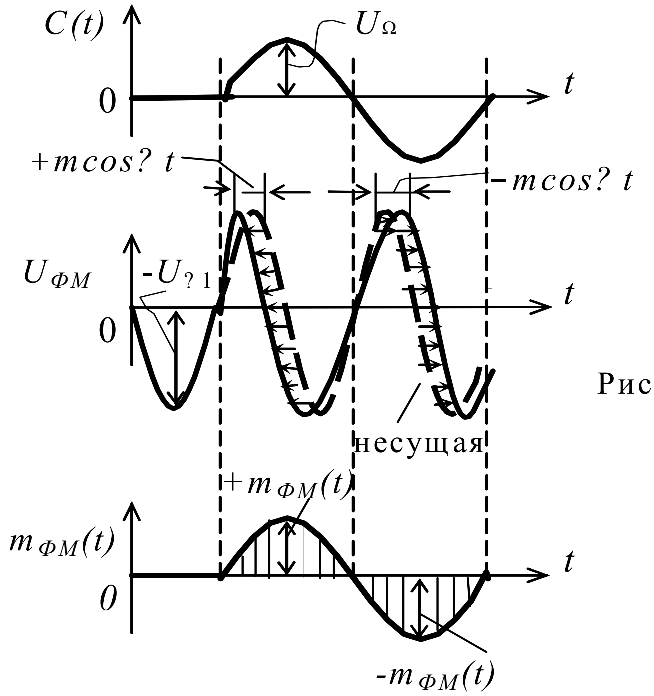
$$\omega = \frac{\partial\varphi}{\partial t} = \omega_1 - m_{ФМ}\Omega\sin\Omega t = \omega_1 - \omega_g \sin\Omega t\,, \qquad (2.24)$$

$$\omega_g = m_{ФМ}\Omega\,, \qquad (2.25)$$

где ω_g девиация частоты колебания.

Процесс получения ФМ-сигнала показан на рис. 2.7, а векторное представление – на рис. 2.8.

Сравнение выражений (2.18) и (2.23) показывает, что при гармоническом модулирующем сигнале выражение, описывающее ЧМ-колебания, отличается от такового для ФМ-колебания только фазой гармонической функции, определяющей изменение полной фазы носителя.



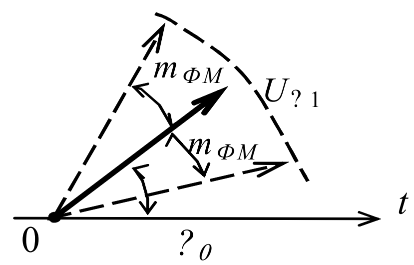


Рис. 2.8. Векторное представление ФМ-сигнала

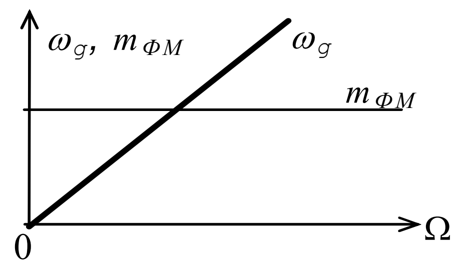


Рис. 2.7. Процесс получения ФМ-сигнала

Рис. 2.9. Зависимость $m_{ФМ}$ и ω_g от Ω при ФМ

Векторное представление ФМ-колебания (см. рис. 2.8) такое же, как и для ЧМ-колебания (рис. 2.5), т.е. это будет качающийся вектор с постоянной длиной $U_{\omega 1}$ и с максимальным углом отклонения в обе стороны $m_{ФМ}$=θ_{max}.

На рис. 2.9 приведены зависимости индекса модуляции и девиации частоты ФМ-колебания от частоты модулирующего сигнала Ω. В соответствии с выражениями (2.22) и (2.25) индекс модуляции $m_{ФМ}$ от Ω не зависит и определяется только величиной амплитуды модулирующего сигнала U_{Ω}, девиация частоты

ω_g прямо пропорциональна частоте Ω модулирующего сигнала.

Различие ЧМ- и ФМ-колебаний. Итак, при модуляции одним тоном по характеру колебания и его свойствам нельзя заключить, с какой модуляцией мы имеем дело – с частотной или фазовой. Различие между ЧМ и ФМ проявляется при изменении частоты модуляции или при одновременной модуляции полосой частот.

При ЧМ величина девиации частоты ω_g остается постоянной при изменении частоты модуляции Ω. Величина же индекса модуляции $m_{ЧМ}=\theta_{\max}$ с увеличением частоты модуляции Ω убывает (см. рис. 2.6).

При ФМ величина индекса модуляции $m_{ФМ}=\theta_{\max}$ остается постоянной при изменении частоты модуляции Ω. Девиация частоты ω_g изменяется прямо пропорционально частоте модуляции Ω (см. рис. 2.9).

Если модуляция осуществляется не одним гармоническим, а сложным сигналом, то структура модулированного колебания будет различной для ЧМ и ФМ.

В случае ЧМ медленным изменениям модулирующего сигнала (т.е. низким частотам его спектра) будут соответствовать очень большие значения $m_{ЧМ}=\theta_{\max}$ (см. рис. 2.6). В случае ФМ медленным изменениям модулирующего сигнала будут соответствовать очень малые значения девиации частоты ω_g (см. рис. 2.9).

Наконец, ЧМ и ФМ различаются по способам их технического осуществления. При ЧМ обычно применяется прямое воздействие на частоту колебания задающего генератора. В случае ФМ задающий генератор вырабатывает стабильную частоту, а фаза модулируется в одном из последующих каскадов передатчика.

Спектр сигнала с угловой модуляцией. Рассмотрим случай модуляции одним тоном. Выражение для сигнала, модулированного по частоте или фазе, запишем в виде

$$U(t) = U_{\omega 1}\cos(\omega_1 t + m\sin\Omega t). \tag{2.26}$$

Произведя преобразования, получим

$$\begin{aligned} U(t) = U_{\omega 1}\cos(m\sin\Omega t)\cos\omega_1 t - \\ - U_{\omega 1}\sin(m\sin\Omega t)\sin\omega_1 t. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Рассмотрим сначала спектр сигнала, когда $m<<1$. Тогда можно считать, что

$$\sin(m\sin\Omega t) \approx m\sin\Omega t;$$

$$\cos(m\sin\Omega t) \approx 1.$$

Подставив эти приближенные равенства в формулу (2.27), получим

$$\begin{aligned} U(t) &= U_{\omega 1}\cos\omega_1 t - U_{\omega 1} m\sin\Omega t\sin\omega_1 t = \\ &= A_1\cos\omega_1 t - \frac{U_{\omega 1}}{2} m\cos(\omega_1 - \Omega)t + \frac{U_{\omega 1}}{2} m\cos(\omega_1 + \Omega)t \ . \end{aligned} \tag{2.28}$$

Сравнивая выражения (2.6) и (2.28), заключаем, что спектр ЧМ или ФМ-сигнала при малом значении m состоит, как и спектр АМ сигнала, из несущей частоты ω_1 и двух боковых частот $\omega_1+\Omega$ и $\omega_1-\Omega$. Единственное отличие заключается в сдвиге фазы сигнала нижней боковой частоты (знак минус) на 180^0 относительно его положения при АМ. Спектр амплитуд сигнала с угловой модуляцией при $m<<1$ показан на рис. 2.10. Так как фаза отдельных составляющих сигнала этой диаграммой не учитывается, то характер диаграммы такой же, как и в случае АМ (см. рис. 2.2,а). Отметим, что в данном случае влияние индекса модуляции m совпадает с влиянием коэффициента глубины модуляции $m_{АМ}$, а ширина спектра

$$\Delta\omega=2\Omega. \tag{2.29}$$

Последний вывод говорит о том, что при очень малых величинах девиации частоты $\omega_g = m\Omega$ (по сравнению с Ω) ширина спектра от величины ω_g не зависит. Векторное изображение рассмотренного случая дано на рис. 2.11.

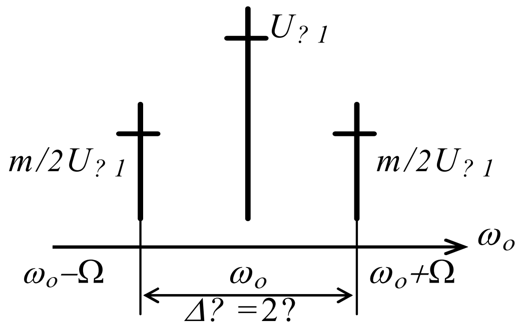


Рис. 2.10. Спектр амплитуд сигнала с угловой модуляцией при m<<1

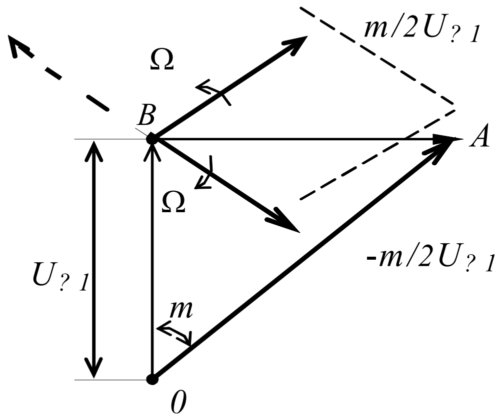


Рис. 2.11. Векторное изображение сигнала с угловой модуляцией при m<<1

Оно отличается от векторного изображения АМ-сигнала (см. рис. 2.3) только направлением вектора, изображающего составляющую нижней боковой частоты. В результате вектор модуляции ВА всегда перпендикулярен к направлению вектора $U_{\omega 1}$. Вектор ОА, изображающий результирующее колебание, изменяется по фазе и по амплитуде. Однако при $m=\theta_{max}<<1$ амплитудными изменениями можно пренебречь, вследствие чего модуляция может, в первом приближении, рассматриваться как чисто угловая.

Обратимся к рассмотрению более общего случая, когда m – любая величина. Для этого функции $sin(m sin\Omega t)$ и $cos(m sin\Omega t)$ из выражения (2.27) разложим в тригонометрические ряды.

В теории Бесселевых функций доказываются следующие соотношения:

$$\sin(m\sin\Omega t) = 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(m)\sin(2n-1)\Omega t,$$
$$\cos(m\sin\Omega t) = J_0(m) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(m)\cos 2n\Omega t, \qquad (2.30)$$

где $J_n(m)$ – Бесселева функция первого рода n-го порядка от аргумента m.

С учётом формул (2.30) выражение (2.27) перепишем в виде

$$U(t) = U_{\omega 1}(J_0(m)\cos\omega_1 - 2J_1(m)\sin\Omega t\sin\omega_1 t +$$
$$+ 2J_2(m)\cos 2\Omega t\cos\omega_1 t - 2J_3(m)\sin 3\Omega t\sin\omega_1 t + ...) \ .$$

Заменив в этом выражении произведения косинусов и синусов суммами, окончательно получим

$$\begin{aligned} U(t) = U_{\omega 1}(J_0(m)\cos\omega_1 t - J_1(m)\cos(\omega_1 - \Omega)t + J_1(m)\cos(\omega_1 + \Omega)t + \\ + J_2(m)\cos(\omega_1 - 2\Omega)t + J_2(m)\cos(\omega_1 + 2\Omega)t\text{-}J_3(m)\cos(\omega_1 - 3\Omega)t + \\ + J_3(m)\cos(\omega_1 + 3\Omega)t + ...). \end{aligned} \qquad (2.31)$$

Таким образом, при угловой модуляции спектр сигнала состоит из бесконечного числа боковых частот, отличающихся от несущей частоты ω_1 на $\pm n\Omega$.

Примерный вид спектра сигнала с угловой модуляцией одним тоном Ω при m=3 и $U_{\omega 1}$=1 В представлен на рис. 2.12. По мере удаления от ω_1 амплитуды боковых составляющих уменьшаются.

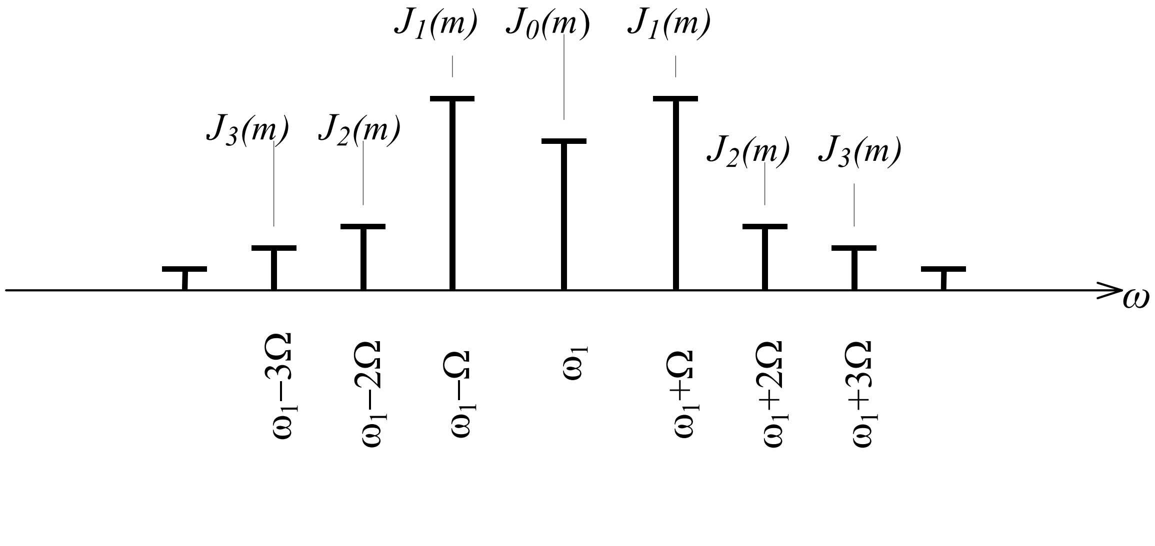


Рис. 2.12. Спектр сигнала с угловой модуляцией при $m=3$ и Ω=const

Хотя теоретически спектр колебаний с угловой модуляцией бесконечен, практически он ограничен. Практическую ограниченность спектра сигнала с угловой модуляцией позволяют усмотреть свойства Бесселевых функций. При $n>m$ функция $J_n(m)$ (табл. 2.1) имеет малые значения. Это означает, что амплитуды боковых составляющих в рассмотренном спектре сигнала с угловой модуляцией становятся очень малыми и ими можно пренебречь. При увеличении m происходит перераспределение энергии. Все большая часть энергии переносится боковыми составляющими.

Таблица 2.1

Значения Бесселевых функций $J_n(m)$

m	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7
0,2	0,99	0,10	—	—	—	—	—	—
0,4	0,96	0,20	0,02	0,001	—	—	—	—
0,6	0,91	0,29	0,044	0,004	—	—	—	—
1,0	0,76	0,44	0,115	0,02	0,002	—	—	—
2,0	0,22	0,58	0,35	0,13	0,034	—	—	—
5,0	0,18	0,33	0,05	0,36	0,39	0,26	0,13	0,05
10,0	0,25	0,06	0,25	0,06	0,22	0,23	0,015	0,022

Этим и определяется практическая ширина спектра сигнала с угловой модуляцией, т.е.

$$\Delta\omega=2n\Omega\cong 2m\Omega=2\omega_g \ . \qquad (2.32)$$

Как следует из (2.32), практически ширина полосы равна удвоенной девиации частоты. Полоса частот, равная $2\omega_g$, называется полосой качания, так как в процессе модуляции несущая частота может принимать любое мгновенное значение внутри интервала $\omega_1 \pm \omega_g$.

Векторная диаграмма сигнала с угловой модуляцией представлена на рис. 2.13.

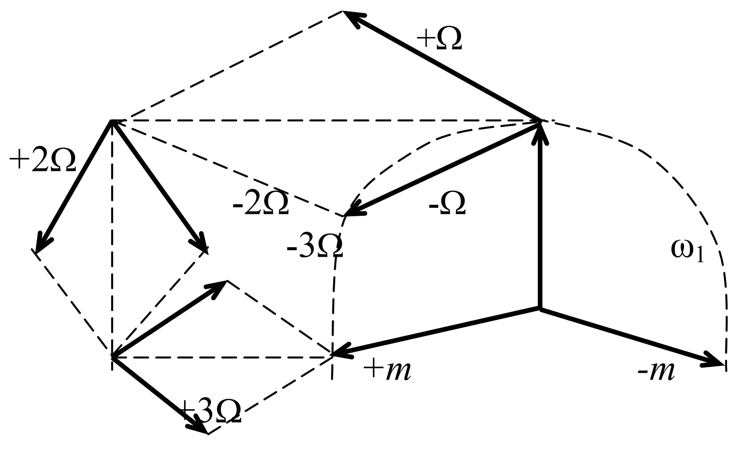


Рис. 2.13. Векторное представление сигнала с угловой модуляцией

На диаграмме показаны вектор основной частоты ω_1, первая ($\omega_1 \pm \Omega$), вторая ($\omega_1 \pm 2\Omega$) и третья ($\omega_1 \pm 3\Omega$) пары боковых частот. Равнодействующая первой пары боковых частот направлена перпендикулярно к вектору основной частоты, второй – вдоль вектора основной, третьей – перпендикулярно и т.д. В результате сложения всех этих векторов получается вектор, вращающийся по дуге окружности с частотой Ω на угол $\pm m$ радиан.

Как указывалось выше, различие между ЧМ- и ФМ-сигналами при модуляции одним тоном проявляются только при изменении частоты модуляции Ω. Посмотрим, как будут изменяться спектры ЧМ- и ФМ-сигналов в этом случае.

Для ЧМ-сигналов при $m>>1$ ширина спектра в соответствии с выражениями (2.18) и (2.32) равна

$$2\omega_g = 2K_{ЧМ}U_{\Omega}\,, \qquad (2.33)$$

т.е. зависит только от амплитуды U_{Ω} модулирующего сигнала. Число спектральных линий (гармонических составляющих) практического спектра ЧМ-ко-лебаний с учетом (2.18), изменяется обратно пропорционально частоте Ω, т.е.

$$n \cong m = \omega_g \ /\Omega\,. \qquad (2.34)$$

Поэтому, например, при увеличении частоты модуляции Ω и постоянной амплитуде U_{Ω} число спектральных составляющих уменьшается (2.34), а практическая ширина спектра ЧМ-колебаний остается постоянной, ибо

$$\Delta\omega = 2n\Omega \cong 2m\Omega = 2\omega_g \qquad (2.35)$$

И, наоборот, с уменьшением частоты Ω число спектральных составляющих возрастает (2.34). При этом практическая ширина спектра в соответствии с (2.35) опять-таки остается постоянной.

Для ФМ-колебаний при $m>>1$ ширина спектра в соответствии с выражениями (2.22), (2.25) и (2.32) равна

$$\Delta\omega = 2n\Omega \cong 2m\Omega = 2K_{ФМ}U_{\Omega}\Omega\,, \qquad (2.36)$$

т.е. она зависит как от амплитуды $U_{\Omega max,}$ так и от частоты Ω модулирующего сигнала. При ФМ число спектральных линий спектра при U_{Ω}=const остается неизменным. С изменением Ω при $U_{\Omega}=const$ изменяется интервал между соседними гармоническими составляющими и общая ширина спектра ФМ-сигнала также изменится.

Сравнение АМ-, ЧМ- и ФМ-сигналов. Сравним указанные виды модуляции по их двум основным характеристикам: средней за период высокой частоты мощности и ширине спектра.

Для АМ-сигналов средняя за период высокой частоты мощность изменяется, так как изменяется амплитуда сигнала. Эта мощность в максимальном режиме в $(1+m_{AM})^2$ раз больше мощности молчания. Ширина спектра АМ сигнала зависит от величины максимальной частоты модуляции и равна $2\Omega_{max}$.

Для ЧМ-сигналов средняя за период высокой частоты мощность постоянна, так как амплитуда колебаний неизменна ($U_{\omega 1}$.= const). Ширина спектра ЧМ-сигнала, равна $2\omega_g$, зависит только от амплитуды модулирующего сигнала и не зависит от его частоты.

Для ФМ-колебаний средняя за период высокой частоты мощность также неизменна, ибо $U_{\omega 1}$ = const. Ширина спектра равна $2m\Omega = 2\omega_g$, и зависит как от амплитуды модулирующего сигнала, так и от его частоты.

Таким образом, практическая ширина спектра колебаний с угловой модуляцией в m раз больше ширины спектра АМ-колебаний.

2.4. Одновременная модуляция по амплитуде и по частоте

В ряде случаев возникает необходимость в передаче двух сообщений с помощью одного носителя. Тогда одним сообщением носитель модулируют по частоте, а другим – по амплитуде. Наиболее простой по составу спектр сигнала с двойной модуляцией получится при гармоническом законе изменения, как частоты, так и амплитуды. Пусть по частоте носитель модулируется сообщением с частотой Ω_1, а по амплитуде – с частотой Ω_2. Тогда частота и амплитуда носителя будут изменяться в соответствии с выражениями

$$\omega(t) = \omega_1 + \omega_g cos\Omega_1 t \ , \qquad (2.37)$$

$$U(t) = U_{\omega 1}(1 + m_{AM} \cos\Omega_2 t)\,. \qquad (2.38)$$

Модулированное по частоте напряжение было получено выше при постоянной амплитуде $U_{\omega 1}$ (2.31). При изменении амплитуды в этом выражении следует заменить постоянную амплитуду $U_{\omega 1}$ изменяющейся в соответствии с (2.38). Тогда получим:

$$U(t) = U_{\omega 1}(1 + m_{AM} \cos\Omega_2 t)(J_0(m)\cos\omega_1 t - J_1(m)\cos(\omega_1 - \Omega_1)t +$$
$$+ J_1(m)\cos(\omega_1 + \Omega_1)t + J_2(m)\cos(\omega_1 - 2\Omega_1)t + J_2(m)\cos(\omega_1 + 2\Omega_1)t + ...).$$

По сравнению с напряжением, модулированным только по частоте, здесь появляются дополнительные составляющие двух видов:

$$m_{AM}U_{\omega 1}J_0(m)\cos\omega_1 t\cos\Omega_2 t = \frac{m_{AM}}{2}U_{\omega 1}J_0(m)\cos(\omega_1 \pm \Omega_2)t \qquad (2.39)$$

и

$$m_{AM}U_{\omega 1}J_n(m)\cos(\omega_1 \pm n\Omega_1)t\cos\Omega_2 t = \frac{m_{AM}}{2}U_{\omega 1}J_n(m) \times$$
$$\times(\cos(\omega_1 \pm n\Omega_1 + \Omega_2)t + \cos(\omega_1 \pm n\Omega_1 - \Omega_2)t). \qquad (2.40)$$

Чтобы яснее выявить спектральный состав сигнала, предположим сначала, что $\Omega_1 >> \Omega_2$, т.е. изменение амплитуды происходит значительно медленнее, чем изменение частоты. Тогда можно считать, что в спектре частотно-модулированного сигнала около несущего колебания с частотой ω_1 и боковых составляющих с частотами $\omega_1 \pm n\Omega_1$ появилось дополнительно по два спутника с частотами, отличающимися на $\pm\Omega_2$. Спектр такого сигнала показан на рис. 2.14.

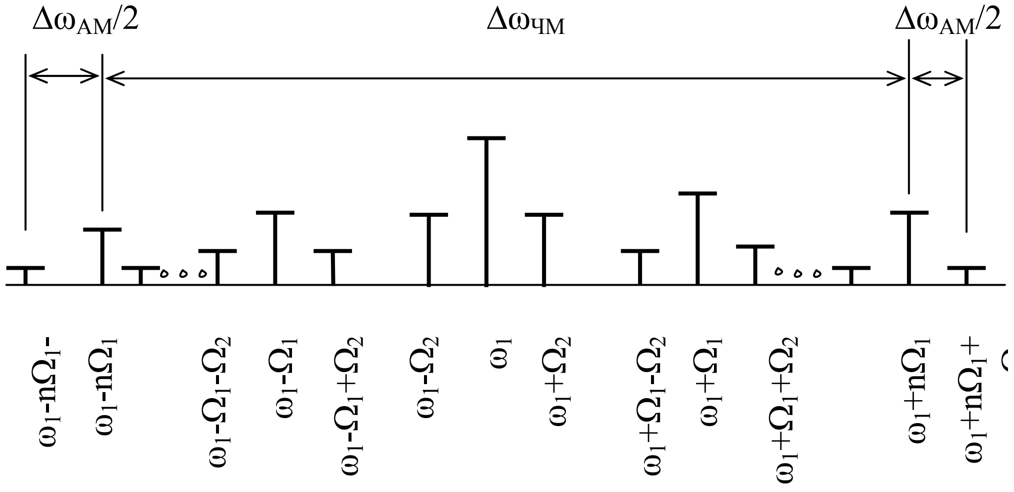


Рис. 2.14. Спектр сигнала при одновременной модуляции по частоте и амплитуде при $\Omega_1 >> \Omega_2$

Для систем телемеханики интерес представляет второй случай, а именно спектр сигнала при $\Omega_1 << \Omega_2$. Тогда можно считать, что у каждой из трех спектральных линий АМ сигнала (несущей с частотой ω_1, нижней ($\omega_1-\Omega_2$) и верхней ($\omega_1+\Omega_2$) боковых составляющих) появились дополнительно по две боковые дискретные полосы: верхняя с частотами $+n\Omega_1$ и нижняя с частотами $-n\Omega_1$. Спектр сигнала для этого случая двойной модуляции показан на рис. 2.15.

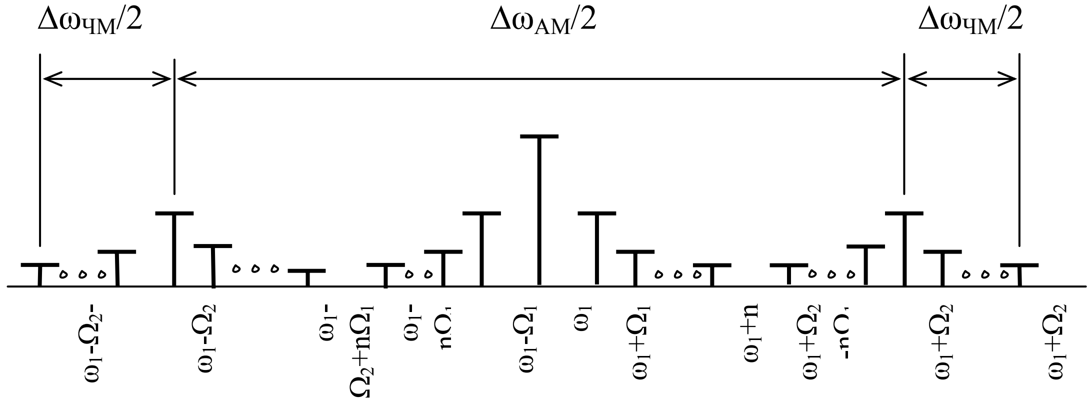


Рис. 2.15. Спектр сигнала при одновременной модуляции по частоте и амплитуде при $\Omega_1 << \Omega_2$

Практически необходимая ширина спектра сигнала примерно равна сумме необходимых спектров только при амплитудной модуляции $\Delta\omega_{AM}$ и только при частотной модуляции $\Delta\omega_{ЧМ}$ (рис. 2.14, 2.15). При малом индексе частотной модуляции ($m_{ЧМ}$<1) необходимая ширина спектра сигнала лишь немногим больше, чем при амплитудной модуляции.

3. ИМПУЛЬСНАЯ МОДУЛЯЦИЯ

3.1. Амплитудно-импульсная модуляция (АИМ)

При АИМ амплитуда импульсов изменяется по закону передаваемого (модулирующего) сигнала.

Рассмотрим простейший случай АИМ одним тоном, т.е. когда модулирующий сигнал описывается выражением

$$C(t) = U_{\Omega} \sin \Omega t, \qquad (3.1)$$

а немодулированная последовательность импульсов представляется рядом Фурье в следующем виде:

$$U(t) = \frac{U\tau}{T_1}\left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\frac{\sin(k\omega_1\tau/2)}{k\omega_1\tau/2}\cos k\omega_1 t\right). \qquad (3.2)$$

Учитывая, что $\omega_1 = 2\pi / T_1$ и T_1/τ=Q, выражение (3.2) представим в виде

$$U(t) = U\left(\frac{1}{Q} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{k\pi}\sin\frac{k\pi}{Q}\cos k\omega_1 t\right). \qquad (3.3)$$

Различают АИМ первого (АИМ-1) и второго (АИМ-2) рода. При АИМ-1 высота импульса в пределах его длительности (τ) изменяется по закону модулирующего напряжения. При АИМ-2 высота импульса зависит лишь от значения сигнала в тактовой точке.

Временные диаграммы АИМ-1 и АИМ-2 сигналов приведены на рис. 3.1.

В соответствии с определением АИМ амплитуда импульсов U при АИМ-1 будет изменяться по следующему закону:

$$U(t) = U(1 + m\sin\Omega t), \qquad (3.4)$$

где $m=kU_{\Omega}/U$ – коэффициент глубины модуляции, а k – коэффициент пропорциональности.

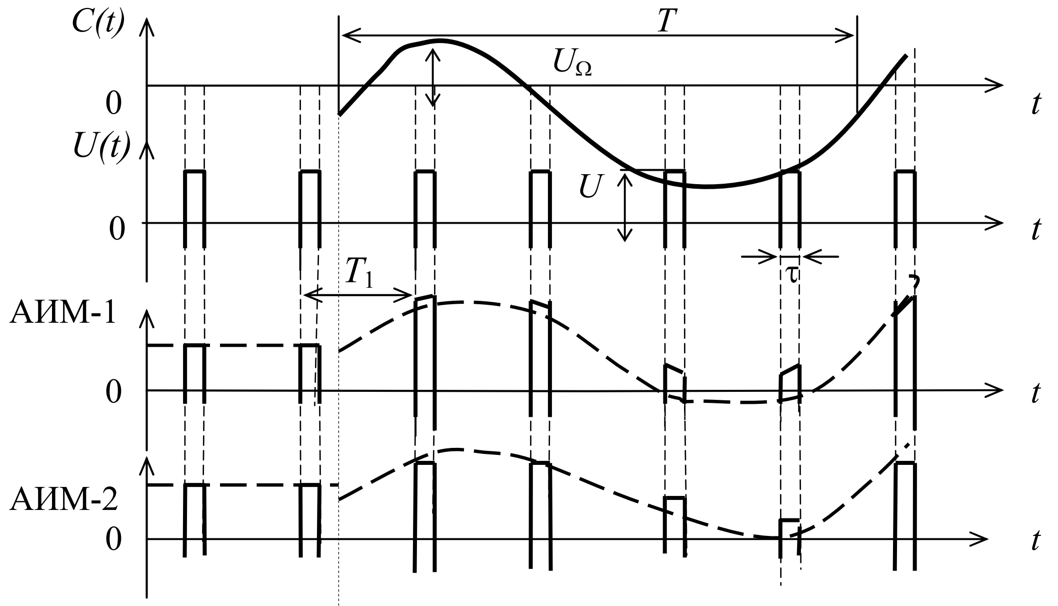


Рис. 3.1. Временные диаграммы АИМ-1 и АИМ-2 сигналов

Подставив (3.4) в (3.3), получим выражение для АИМ-1 в виде

$$U_{АИМ-1}(t) = U(1 + m\sin\Omega t)\left(\frac{1}{Q} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{k\pi}\sin\frac{k\pi}{Q}\cos k\omega_1 t\right) =$$
$$= \frac{U}{Q} + \frac{Um}{Q}\sin\Omega t + \frac{2U}{k\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{k\pi}{Q}\cos k\omega_1 t + \frac{Um}{k\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{k\pi}{Q}\sin(k\omega_1 \pm \Omega)t \quad . \tag{3.5}$$

Сравнение выражений (3.3) и (3.5) показывает, что в случае модуляции одним тоном Ω спектр амплитуд модулированной последовательности импульсов отличается от спектра немодулированной последовательности наличием составляющей с частотой модуляции Ω и боковых составляющих с частотами $k\omega_1 \pm \Omega$ возле каждой гармоники спектра немодулированной последовательности, представленного на рис. 3.2.

Появление в спектре составляющей с частотой Ω можно объяснить следующим образом. Если у последовательности импульсов постоянной высоты среднее значение также постоянно, то у последовательности импульсов, модулированных по амплитуде с частотой Ω (рис. 3.1), и среднее значение изменяется с частотой Ω. Важно заметить, что ширина спектра последовательности импульсов, которую нужно сохранить при передаче, практически не изменяется в результате модуляции по амплитуде (появление боковых частот $k\omega_1 \pm \Omega$ не сказывается на ширине спектра). Действительно, в обоих случаях необходимая ширина спектра определяется длительностью импульсов *(τ)*, которая при АИМ не изменяется:

$$\Delta\omega = 2\pi\mu/\tau \ . \qquad (3.6)$$

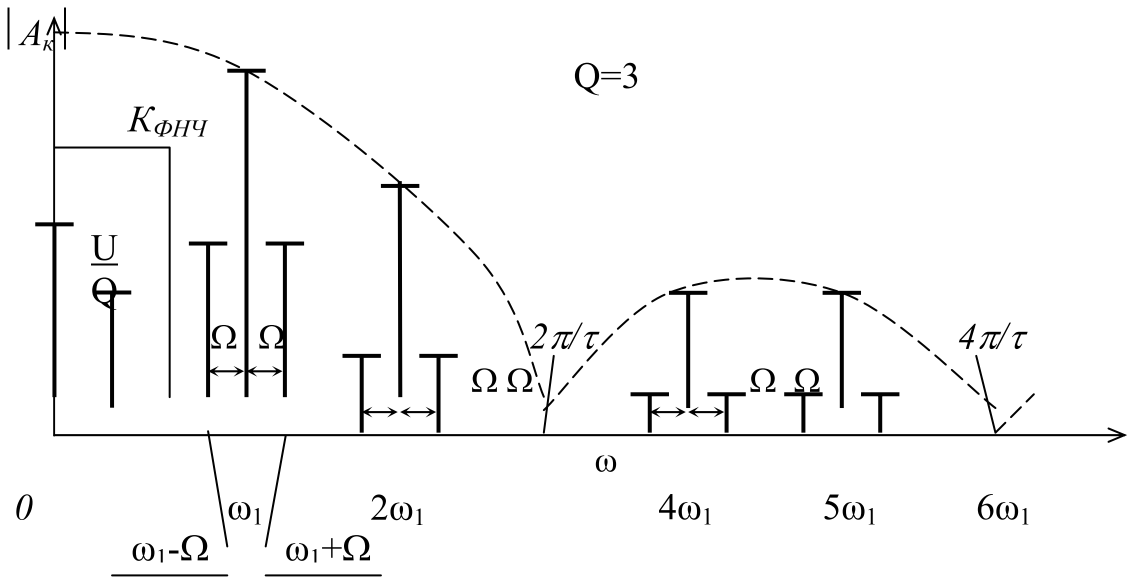


Рис. 3.2. Спектр амплитуд АИМ-1 сигнала

На практике в большинстве случаев принимают $\mu = 1$, т.е. необходимая полоса частот определяется первым лепестком спектра, где сконцентрировано около 90% энергии всего сигнала. Так как в спектре есть модулирующая частота Ω, то выделить в приемнике первичный сигнал можно фильтром низких частот (см. рис. 3.2), но для неискаженного выделения необходимо выполнить условие

$$\Omega<\omega_1\text{-}\Omega \ \text{ или } \ \omega_1>2\Omega. \qquad (3.7)$$

Условие (3.7) соответствует требованиям теоремы Котельникова, рассмотренной ранее.

Если последовательность импульсов модулируется не простым гармоническим сигналом, а сигналом, ширина спектра которого лежит в пределах от Ω_{min} до Ω_{max}, то в спектре модулированного сигнала появляются полосы частот $\Omega_{min}\div\Omega_{max}$ и $k\omega_1\pm(\Omega_{min}\div\Omega_{max})$, как показано на рис. 3.3.

Выражение для сигнала АИМ-2 при модуляции одним тоном может быть получена в виде:

$$U(t)_{\text{ÀÈÌ}\ -2}(t) = \frac{U\tau}{T_1}\Big(1 + m\,\frac{\sin(\Omega\text{in}(\Omega}{\Omega\tau/2}\sin\Omega\text{i} + \sum_{k=1}^{\infty}\Big(2\,\frac{\sin(k\,\omega_1\tau/2)}{k\omega_1\tau/2}\cos k\,\omega_1 t + \\ + m\,\frac{\sin((k\,\omega_1 \pm \Omega)\tau/2)}{(k\omega_1 \pm \Omega)\tau/2}\sin(k\,\omega_1 \pm \Omega)t). \qquad (3.8)$$

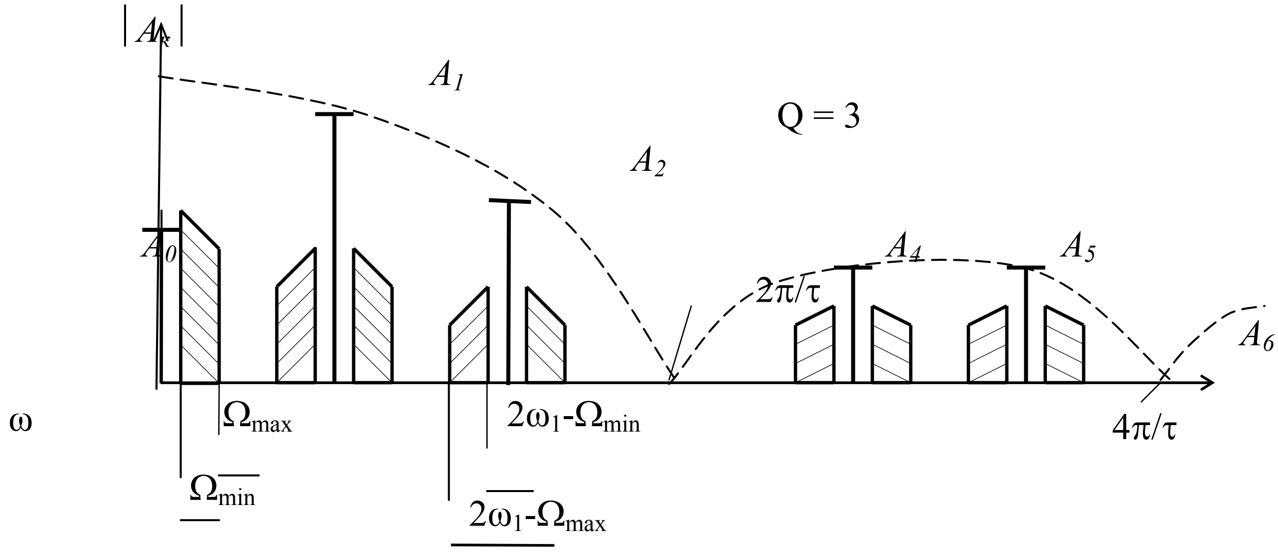


Рис. 3.3. Спектр амплитуд АИМ-1 сигнала при модуляции
сложным сообщением

Спектр амплитуд АИМ-2 показан на рис. 3.4.

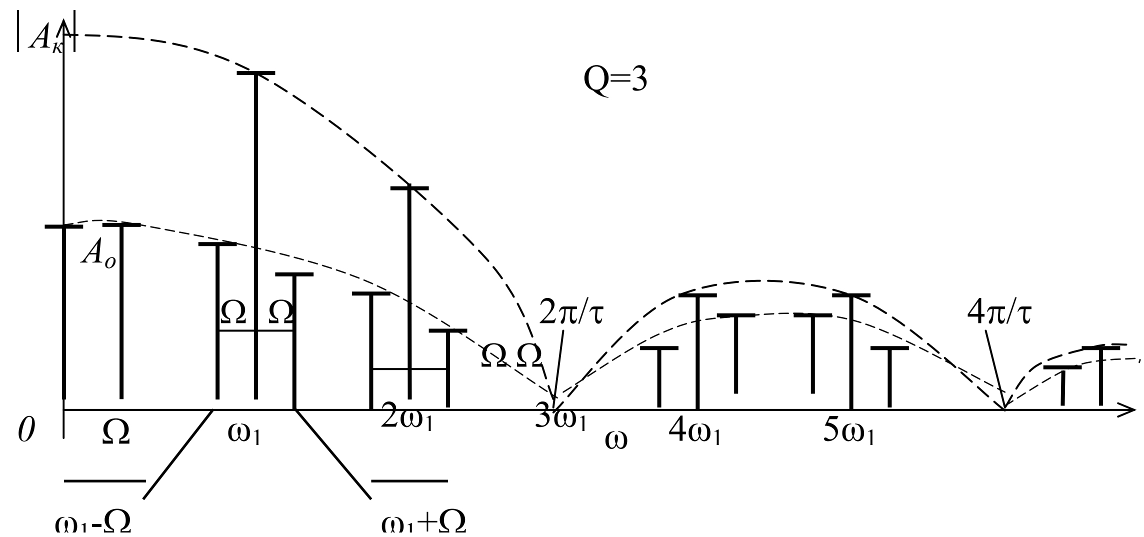


Рис. 3.4. Спектр амплитуд АИМ-2 сигнала

Спектральный состав модулированной последовательности импульсов при АИМ-2 не отличается от спектрального состава при АИМ-1. Несколько изменяются только амплитуды боковых составляющих и составляющих с частотами спектра модулирующего сообщения (3.8).

3.2. Фазоимпульсная модуляция (ФИМ)

При ФИМ по закону изменения передаваемого сигнала $c(t)=U_\Omega sin(\Omega t)$ изменяется величина временного сдвига относительно тактовых точек (рис. 3.5)

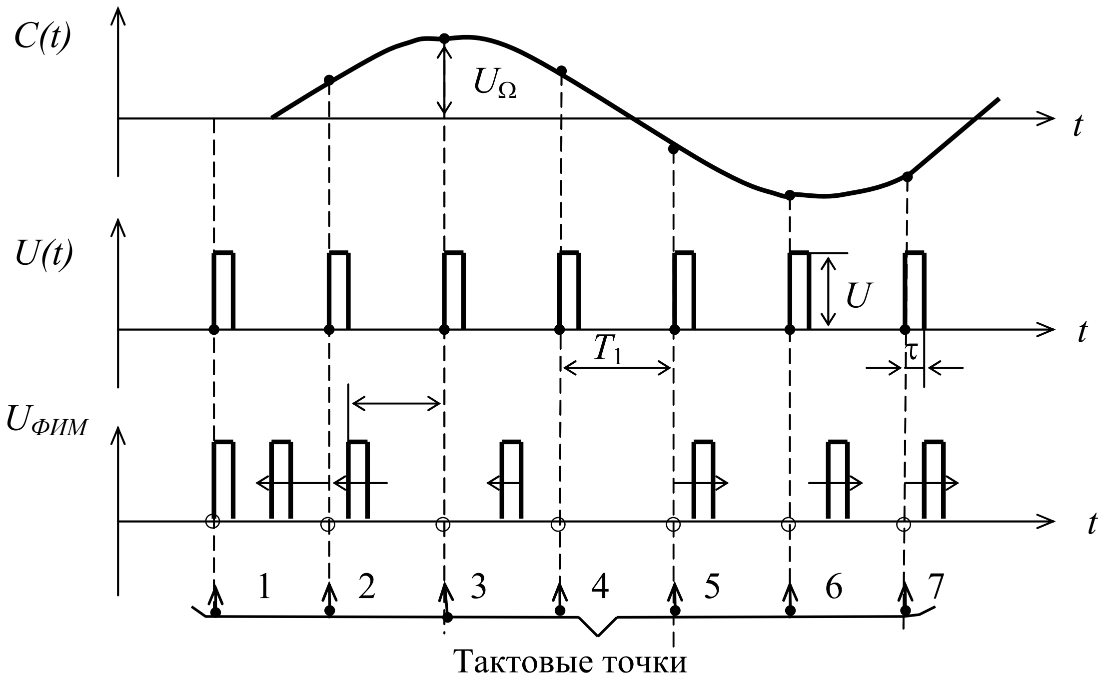


Рис. 3.5. Временные диаграммы ФИМ-сигнала

Если у немодулированного импульса фронт соответствует моменту времени $-\tau/2$, а спад – моменту времени $+\tau/2$, то для модулированного импульса эти моменты будут (рис. 3.6)

$$\tau_1 = -\tau/2 + \Delta\tau \sin \Omega t, \tag{3.9}$$

$$\tau_2 = \tau/2 + \Delta\tau \sin \Omega(t - \tau), \tag{3.10}$$

где $\Delta\tau = kU_\Omega$ - наибольшее смещение фронта.

В выражении (3.10) время t заменено временем t-τ, так как спад импульса смещен относительно фронта на интервал времени, равный длительности импульса τ.

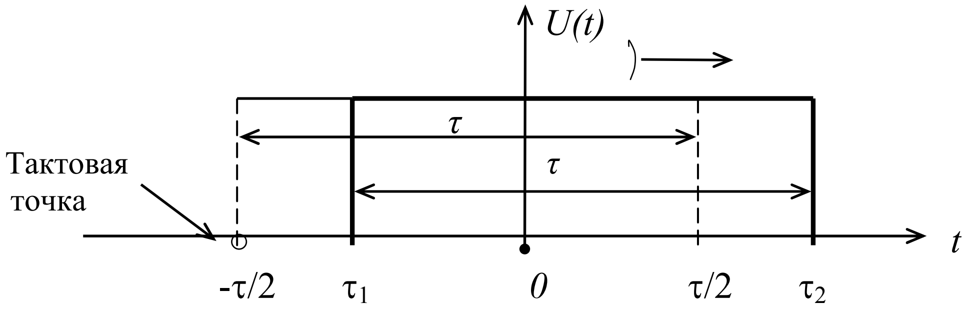


Рис. 3.6. ФИМ-сигнал на одном интервале времени

Для записи модулированного напряжения в формуле (3.2) для немодулированной последовательности, во-первых, заменим τ на τ_2-τ_1, чтобы учесть смещение фронта и спада импульса, во-вторых, время t заменим временем t-$(\tau_2+\tau_1)/2$, чтобы учесть смещение центра импульса относительно тактовой точки. Тогда

$$U_{ФИМ}(t) = U\frac{\tau_2-\tau_1}{T_1}\times$$
$$\times(1+\sum_{k=1}^{\infty}2\frac{\sin(k\omega_1(\tau_2-\tau_1)/2)}{k\omega_1(\tau_2-\tau_1)/2}\cos k\omega_1(t-\frac{\tau_2+\tau_1}{2}))$$

или, заменив произведение синуса на косинус по формуле тригонометрических преобразований и подставив $T_1\omega_1=2\pi$, найдем

$$U_{ФИМ}(t) = U\frac{\tau_2-\tau_1}{T_1}+$$
$$+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{U}{k\pi}(\sin k\omega_1(t-\tau_1)-\sin k\omega_1(t-\tau_2)) \quad . \tag{3.11}$$

Заменив в (3.11) τ_1 и τ_2 согласно (3.9) и (3.10), получим

$$U_{ФИМ}(t) = U\frac{\tau}{T_1} - 2\frac{U\Delta\tau}{T_1}\sin\frac{\Omega\tau}{2}\cos\Omega(t-\frac{\tau}{2})+$$
$$+\frac{U}{k\pi}\sum_{k=1}^{\infty}(\sin k\omega_1(t+\frac{\tau}{2}-\Delta\tau\sin\Omega t)- \tag{3.12}$$
$$-\sin k\omega_1(t-\frac{\tau}{2}-\Delta\tau\sin\Omega(t-\tau)).$$

В выражении (3.12) $\sin k\omega_1(t+\frac{\tau}{2}-\Delta\tau\sin\Omega t)$ и $\sin k\omega_1(t-\frac{\tau}{2}-\Delta\tau\sin\Omega(t-\tau))$ заменим рядами Фурье, коэффициентами которых являются функции Бесселя, т.е.

$$\begin{aligned}&\sin k\omega_1(t+\frac{\tau}{2}-\Delta\tau\sin\Omega t)=\\&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(k\omega_1\Delta\tau)\sin(k\omega_1 t+k\omega_1\tau/2-n\Omega t);\end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}&\sin k\omega_1(t-\frac{\tau}{2}-\Delta\tau\sin\Omega(t-\tau))=\\&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(k\omega_1\Delta\tau)\sin(k\omega_1 t-k\omega_1\tau/2-n\Omega(t-\tau)).\end{aligned} \tag{3.14}$$

Подставив (3.13) и (3.14) в (3.12) и заменив разность синусов по тригонометрическим формулам, получим

$$\begin{aligned}&U_{ФИМ}(t)=\frac{U\tau}{T_1}-2\frac{U\Delta\tau}{T_1}\sin\frac{\Omega\tau}{2}\cos\Omega(t-\frac{\tau}{2})+\\&+\frac{2U}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{k}J_n(k\omega_1\Delta\tau)\sin((k\omega_1-n\Omega)\frac{\tau}{2})\times\\&\times\cos((k\omega_1-n\Omega)t+n\Omega\frac{\tau}{2}),\end{aligned} \tag{3.15}$$

где $\omega_1\Delta\tau = m_{ФИМ}$ – индекс модуляции при ФИМ.

Из анализа выражения (3.15) следует, что спектр сигнала при ФИМ содержит постоянную составляющую, составляющую с частотой модулирующего сигнала Ω, основную гармонику с частотой $\omega_1(k=\underline{1})$ и кратные ей высшие гармоники с частотами $k\omega_1$, вокруг которых размещаются полосы боковых гармоник с частотами $k\omega_1\pm n\Omega$ (рис. 3.7).

В заключение следует отметить, что сигнал ФИМ относится к широкополосным и его спектр намного шире спектра сообщения и простирается от постоянной составляющей до частоты $\omega_B=2\pi/\tau$, а следовательно, необходимая полоса частот

$$\Delta\omega_{ФИМ}=2\pi/\tau. \tag{3.16}$$

Доля мощности, заключенная в составляющих с частотами выше ω_B, настолько мала, что эти составляющие можно не учитывать.

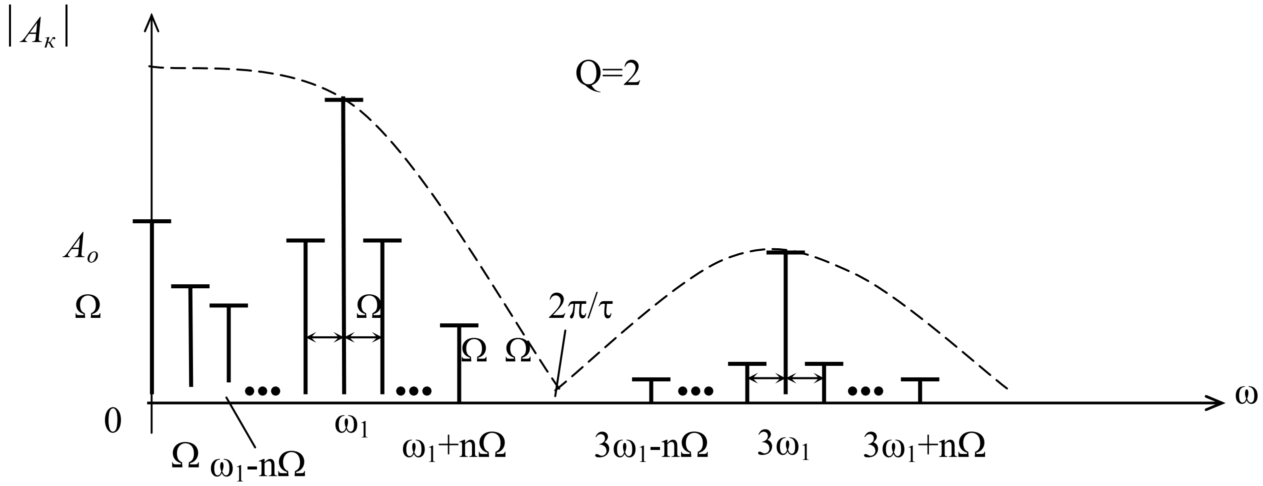


Рис. 3.7. Спектр ФИМ-сигнала

3.3. Широтно-импульсная модуляция (ШИМ)

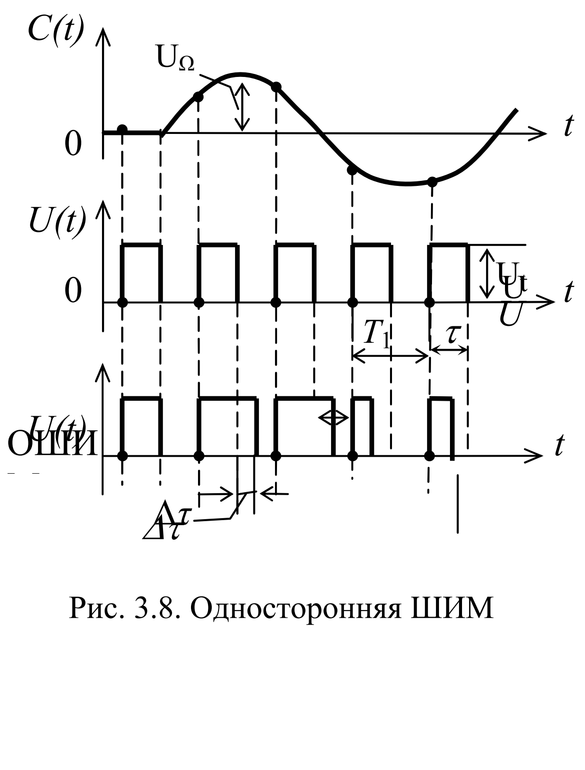
При ШИМ длительность импульсов изменяется пропорционально модулирующему сигналу, а их амплитуда остается постоянной.

Рассмотрим модуляцию одним тоном, т.е. когда модулирующий сигнал описывается выражением

$$C(t)=U_{\Omega}\sin\Omega t\,. \tag{3.17}$$

Различают одностороннюю (рис. 3.8) и двустороннюю (рис. 3.9) ШИМ.

При односторонней ШИМ изменение длительности импульса происходит только за счет перемещения одного из фронтов. При двусторонней ШИМ перемещаются и передний и задний фронты импульсов симметрично относительно их центра, соответствующего тактовым точкам.



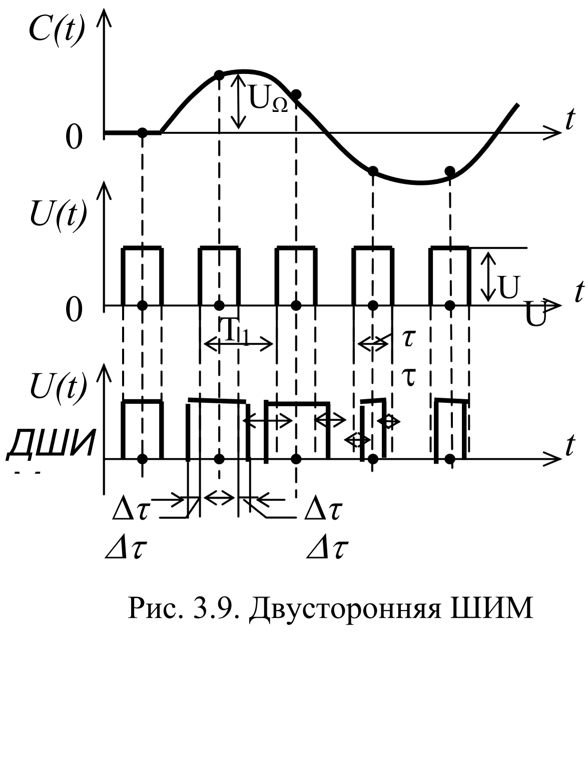


Рис. 3.8. Односторонняя ШИМ

Рис. 3.9. Двусторонняя ШИМ

Обозначим через $\Delta\tau = kU_{\Omega}$ – максимальное приращение ширины импульса. Длительность импульса при модуляции сигналом (3.17)

$$\tau(t) = \tau + \Delta\tau \sin\Omega t\ . \tag{3.18}$$

Подставив полученное значение τ(t)в выражение (3.2), получим выражение для сигнала с ШИМ:

$$U_{ØÈÌ}\quad(t) = U\left(\frac{\tau + \Delta\tau\sin\Omega t}{T_1} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\sin\left(k\pi\frac{\tau + \Delta\tau\sin\Omega t}{Ò_1}\right)\cos k\omega_1 t\right).$$

Обозначим $k\pi\Delta\tau/T_1 = B_k$. После тригонометрических преобразований получим

$$U_{ØÈÌ}\quad(t) = \frac{U\tau}{T_1} + \frac{U\Delta\tau\sin\Omega t}{T_1} + \frac{2U}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\Big(\sin k\pi\frac{\tau}{T_1}\cos(B_K\sin\Omega t) +$$

$$+\cos k\pi\frac{\tau}{T_1}\sin(B_K\cos\Omega t)\Big)\cos k\omega_1 t. \tag{3.19}$$

Выражение под знаком суммы можно преобразовать, используя известные соотношения:

$$\cos(B_k\sin\Omega t) = J_0(B_k) + 2\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}(B_k)\cos 2n\Omega t,$$

$$\sin(B_k\cos\Omega t) = 2\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n-1}(B_k)\sin(2n-1)\Omega t.$$

Здесь $J_{2n}(B_k)$ и $J_{2n-1}(B_k)$ –- значение функции Бесселя первого рода порядка $2n$ и $2n$-1 от аргумента B_k.

Для сокращения записи обозначим

$$\frac{1}{k}\sin k\pi\frac{\tau}{T_1} = C_k \quad \text{и} \quad \frac{1}{k}\cos k\pi\frac{\tau}{T_1} = D_k\ .$$

Окончательно получим следующие выражения для последовательности импульсов при ШИМ:

$$U_{ØÈÌ}\quad(t) = U\frac{\tau}{T_1} + \frac{U\Delta\tau}{T_1}\sin\Omega t + \frac{2U}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}C_k J_0(B_k)\cos k\omega_1 t +$$

$$+\frac{2U}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}C_k\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}(B_k)\cos(k\omega_1 \pm 2n\Omega)t + \tag{3.20}$$

$$+\frac{2U}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}D_k\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n-1}(B_k)\sin(k\omega_1 \pm (2n-1)\Omega)t.$$

Выражение (3.20) определяет спектральный состав ШИМ-сигнала. Первое слагаемое представляет собой постоянную составляющую $U\tau/T_1$; второе – колебание с частотой сигнала Ω и амплитудой $U\Delta\tau/T_1$; кроме того, в спектре содержатся гармоники частоты дискретизации с амплитудами $(2U/\pi)C_kJ_0(B_k)$. Около каждой из этих гармоник расположены верхняя и нижняя боковые полосы частот с частотами $k\omega_1 \pm 2n\Omega$ и $k\omega_1 \pm (2n-1)\Omega$ (рис. 3.10).

Если сравнить между собой выражения для ФИМ сигнала (3.15) и для ШИМ-сигнала (3.20), то можно сделать вывод о том, что оба спектра по составу гармонических составляющих одинаковы (см. рис. 3.7 и 3.10), однако амплитуды этих составляющих различны. При ФИМ-амплитуды спектральных составляющих низкочастотного сигнала пропорциональны Ω (т.е. их частотам) и значительно меньше, чем при АИМ и ШИМ, что накладывает свои особенности при демодуляции сигналов с ФИМ.

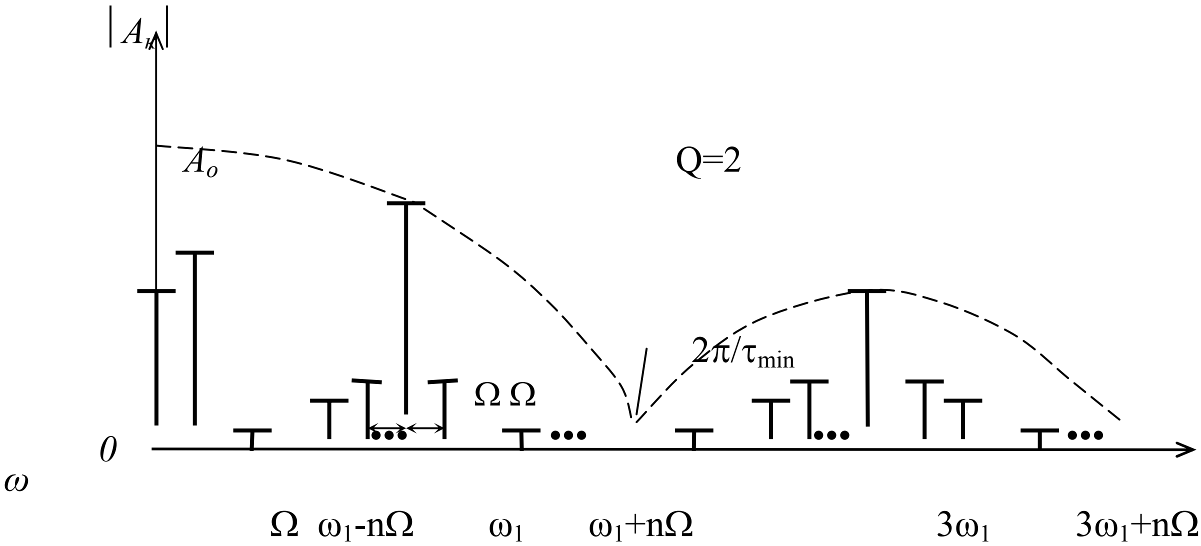


Рис. 3.10. Спектр ШИМ-сигнала

В заключение следует отметить, что необходимая полоса частот для сигналов с ШИМ определяется длительностью самого короткого импульса ($\tau_{min}=\tau-\Delta\tau$), т.е.

$$\Delta\omega_{ШИМ}=2\pi/\tau_{min}\,, \tag{3.21}$$

а коэффициент модуляции определяется выражением

$$m_{ШИМ}=\Delta\tau/\tau. \tag{3.22}$$

4. МАНИПУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ

4.1. Амплитудная манипуляция (АМП)

Во многих телемеханических устройствах различного назначения формируются дискретные первичные сигналы в виде некоторой последовательности однополярных или двухполярных прямоугольных импульсов (рис. 4.1,а, б). При амплитудной модуляции этими сигналами гармонического носителя получим сигнал передачи, амплитуда которого имеет только два значения: *U* и *0* (рис. 4.1, в), или U_{max} и U_{min} (рис. 4.1, г). Такой вид модуляции называют амплитудной манипуляцией.

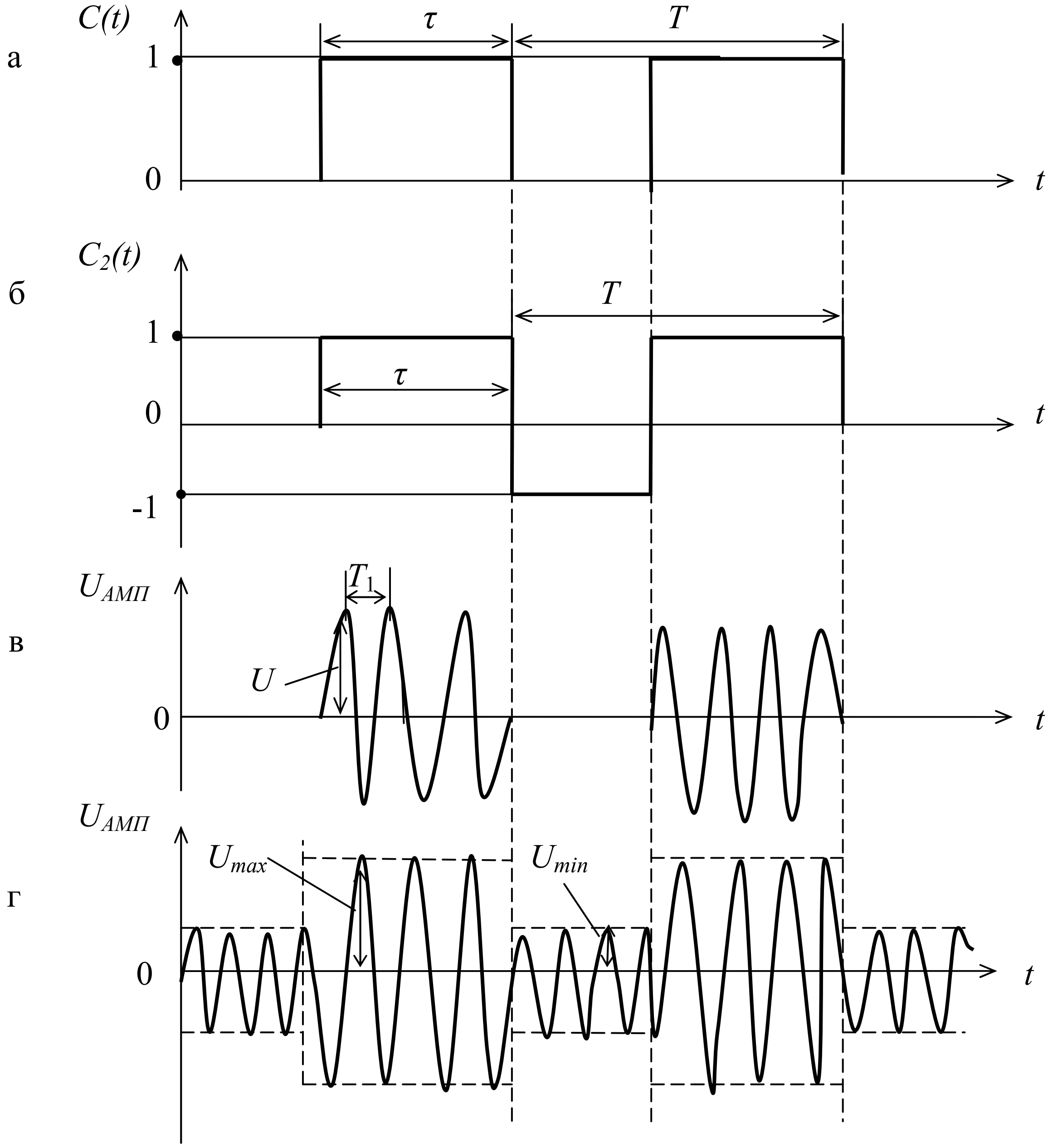


Рис. 4.1. Амплитудно-манипулированный сигнал

Если модулирующий сигнал меняется во времени от 0 до 1 (рис. 4.1,а), то амплитудно-манипулированный сигнал запишется так:

$$U_{АМП}(t) = U\,\frac{1-m+2mC(t)}{1+m}\sin\omega_1 t, \qquad (4.1)$$

где $\omega_1=2\pi/T_1$ – круговая частота носителя; $m=(U_{max}-U_{min})/(U_{max}+U_{min})$ – коэффициент глубины модуляции.

Для построения спектров достаточно знать спектральное разложение модулирующих импульсов $C(t)$, которое затем подставляется в выражение (4.1).

Модулирующие импульсы можно записать в виде ряда Фурье

$$U(t) = \frac{1}{Q} + \frac{2}{Q}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(\pi k/Q)}{\pi k/Q}\cos k\Omega, \qquad (4.2)$$

где $\Omega=2\pi/T=2\pi F$ – круговая частота повторения импульсов.

Подставив (4.2) в (4.1), получим выражение для спектра АМП-сигнала в виде

$$\begin{aligned} U_{АМП}(t) &= U\,\frac{Q(1-m)+2m}{Q(1+m)}\sin\omega_1 t + \\ &+ \frac{2mU}{Q(1+m)}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(\pi k/Q)}{\pi k/Q}(\sin(\omega_1+k\Omega)t+\sin(\omega_1-k\Omega)t)\quad . \end{aligned} \qquad (4.3)$$

Анализ (4.3) показывает, что АМП-сигнал имеет, кроме составляющей на частоте ω_1, еще верхнюю и нижнюю боковые составляющие на частотах $\omega_1 \pm k\Omega$. В выражении (4.3) при преобразовании исключено слагаемое (1-m)/(1+m), так как существенного значения для состава спектра оно не имеет.

Для стопроцентной модуляции (m=1) амплитуды несущей и боковых составляющих определяются выражениями:

$$U_{не} = \frac{U}{Q}; \qquad U_{бок} = \frac{U}{Q}\left|\frac{sin(\pi k/Q)}{\pi k/Q}\right|. \qquad (4.4)$$

Примеры спектров АМП-сигналов при $m=1$ и $m=0,5$ приведены на рис. 4.2.

Рассматривая рис. 4.2, можно заметить ряд закономерностей в спектрах АМП-сигналов:

1) форма боковых полос аналогична форме спектра модулирующих импульсов;
2) спектр модулированного сигнала вдвое шире спектра модулирующих импульсов, т.е. $\Delta F=2/\tau$;
3) форма спектра всегда симметрична относительно несущей частоты;

4) амплитуда составляющей на несущей частоте вписывается в огибающую спектра при $m=1$;

5) при уменьшении коэффициента модуляции энергия несущей возрастает, а энергия боковых полос падает.

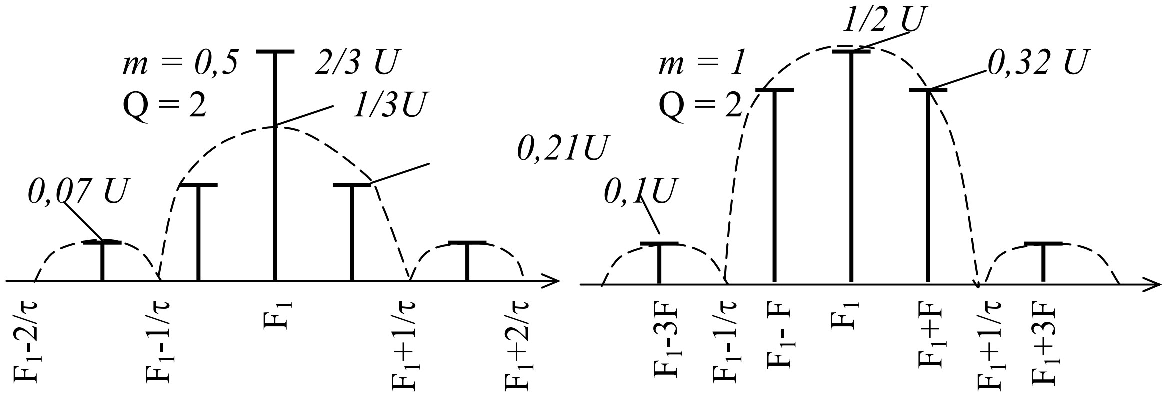


Рис. 4.2. Спектры АМП-сигналов

4.2. Фазовая манипуляция (ФМП)

При ФМП изменение фазы носителя происходит скачком на любой заранее заданный угол $\Delta\varphi$ под действием прямоугольного модулирующего сигнала. Различают абсолютную (АФМП) и относительную (ОФМП) фазовые манипуляции. При АФМП (рис. 4.3, в) фаза несущей изменяется при каждом фронте передаваемых импульсов, а при ОФМП (рис. 4.3, д) она изменяется только при передаче логической единицы. Изменение фазы несущей при ОФМП не приводит к ошибкам, т.е. к обратной работе (когда единицы будут приняты как нули и наоборот), как при АФМП (рис. 4.3, г), так как изменение фазы при ОФМП всегда указывает на возникновение единицы, а отсутствие этого изменения – на передачу нуля.

Обозначив модулирующий сигнал через $C(t)$, запишем модулированный сигнал в следующем виде:

$$U_{ФМП}(t) = U\sin(\omega_1 t + \Delta\varphi(C(t) - 1/2)), \tag{4.5}$$

где U – амплитуда носителя; $\Delta\varphi$ - величина изменения начальной фазы.

Такой сигнал изменяет во время модуляции свою начальную фазу от $-\Delta\varphi/2$ до $+\Delta\varphi/2$ и обратно при изменении модулирующего сигнала $C(t)$ от 0 до 1 и обратно.

Величину

$$m_{ФМ} = \Delta\varphi/2\ , \tag{4.6}$$

характеризующую максимальное отклонение фазы от среднего значения, называют индексом фазовой манипуляции.

После тригонометрических преобразований выражение (4.5) можно записать в следующем виде:

$$U_{ФМП}(t) = U(\sin(\omega_1 t - \frac{\Delta\varphi}{2})\cos(\Delta\varphi C(t)) + \\ + \cos(\omega_1 t - \frac{\Delta\varphi}{2})\sin(\Delta\varphi C(t)). \qquad (4.7)$$

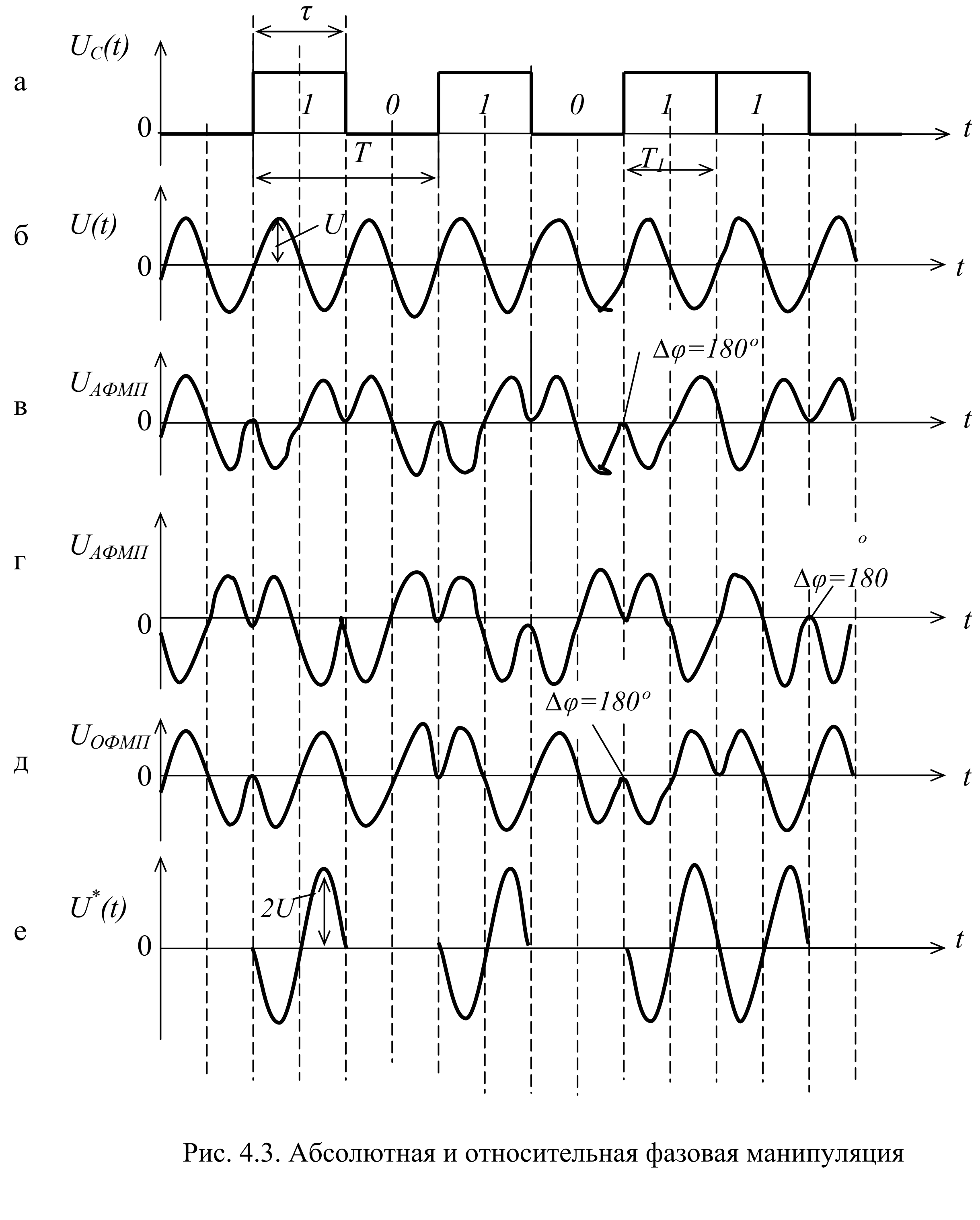


Рис. 4.3. Абсолютная и относительная фазовая манипуляция

Для нахождения спектра ФМП-сигнала достаточно найти спектры функции $\cos(\Delta\varphi C(t))$ и $\sin(\Delta\varphi C(t))$. Этот метод пригоден для любых случаев. В данном случае, т.е. для прямоугольных модулирующих импульсов, можно воспользоваться для расчета более простым наглядным методом.

Рис. 4.3, б-г показывает, что сигнал с манипуляцией на *180°* можно рассматривать как сумму АМП-сигнала с вдвое большей амплитудой немодулированного колебания, фаза которого противоположна фазе несущей АМП-сигнала. Эту закономерность можно обобщить на случай любой величины фазового скачка *($\Delta\varphi$ <> 180°)*. Следовательно, ФМП на угол *$\pm\Delta\varphi$* можно рассматривать как сумму АМП-сигнала и немодулированной несущей. Отсюда можно сделать вывод, что спектр сигнала, манипулированного по фазе, совпадает по форме со спектром АМП-сигнала (за исключением несущей).

Если воспользоваться любой из двух рассмотренных выше методик, выражения для спектра ФМП имеет вид

$$U_{ФМП}(t) = \frac{U}{Q}\sqrt{(Q-1+\cos\Delta\varphi)^2+\sin^2\Delta\varphi}\,\sin\omega_1 t + \tag{4.8}$$
$$+\frac{2U}{Q}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(\pi k/Q)}{\pi k/Q}\sin\frac{\Delta\varphi}{2}(\sin(\omega_1+k\Omega)t+\sin(\omega_1-k\Omega)t).$$

Из выражения (4.8) видно, что амплитуды всех спектральных составляющих зависят от величины фазового скачка *$\Delta\varphi$* и скважности импульсной последовательности.

Для ФМП на *$\Delta\varphi$ = 180°* получаются более простые выражения:

$$U_{не} = \frac{U(Q-2)}{Q}; \qquad U_{бок} = \frac{2U}{Q}\left|\frac{\sin(\pi k/Q)}{\pi k/Q}\right| . \tag{4.9}$$

Примеры спектров, рассчитанных по выражениям (4.8) и (4.9), приведены на рис. 4.4.

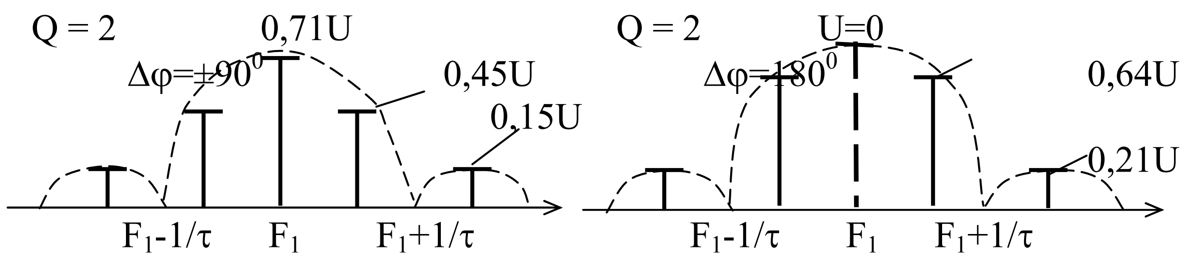


Рис. 4.4. Спектры ФМП-сигналов

(4.10)

Как видно из приведенных спектров, необходимая полоса частот в два раза шире, чем для видеоимпульсов, т.е.

$$\Delta\omega=2\pi/\tau \text{ или } \Delta F=2/\tau,$$

а при ФМП на $\Delta\varphi = 180°$ и $Q=2$ несущая в спектре отсутствует.

При передаче дискретных сообщений используется не только двухпозиционная ФМП. Все шире применяются методы двукратной (четырехпозиционной) и трехкратной (восьмипозиционной) ФМП. Величины скачка фазы сигнала в этих случаях могут принять соответственно 4 и 8 значений. Для таких случаев также применимы полученные выше результаты. Спектр боковых полос, сохраняя одну и ту же форму, при изменении величины скачка будет изменять свою амплитуду.

Для более сложных случаев, когда чередуются скачки фазы разной величины, приведенные формулы несправедливы. Спектр может изменяться значительно.

4.3. Частотная манипуляция (ЧМП)

При частотной манипуляции частота носителя под действием прямоугольного модулирующего сообщения принимает скачком два граничных значения частоты $\omega_{\min}$ и $\omega_{\max}$.

Временные диаграммы для ЧМП приведены на рис. 4.5,б.

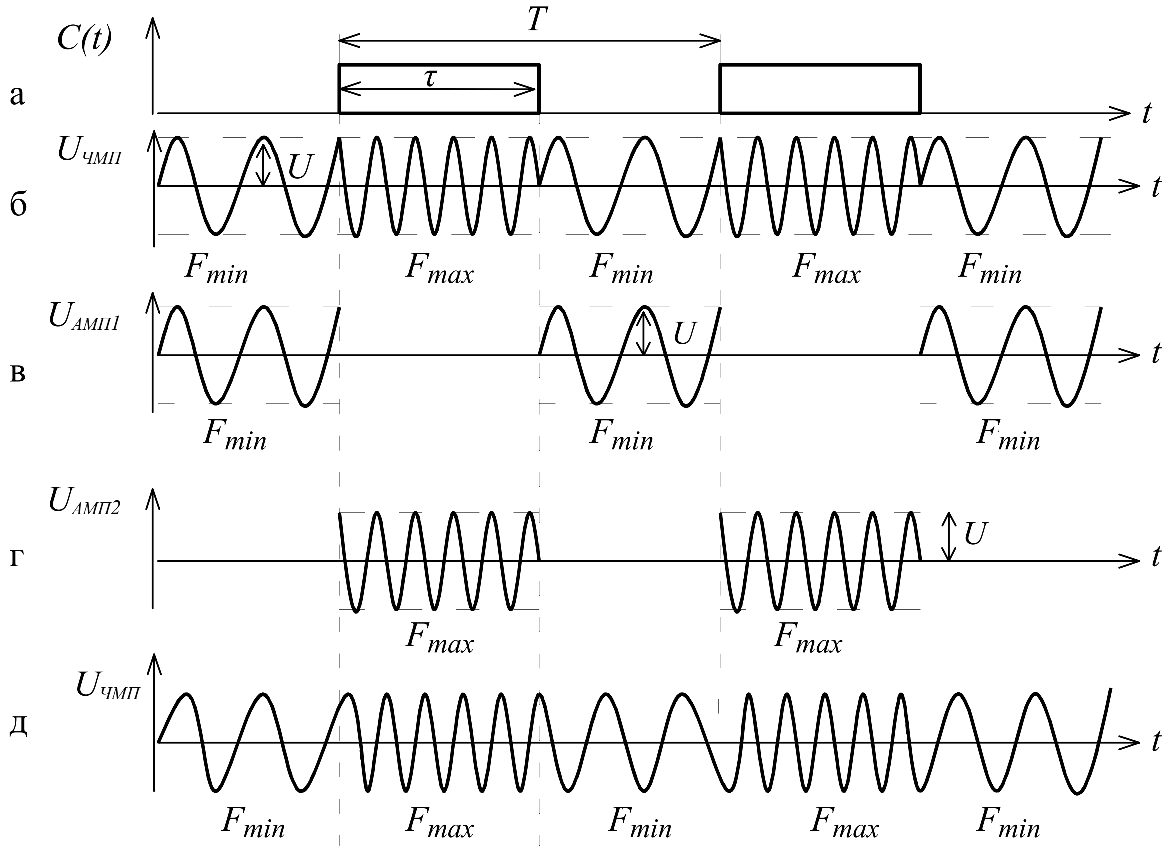


Рис. 4.5. Частотная манипуляция

Такой сигнал можно представить как сумму двух сигналов с амплитудной манипуляцией (рис. 4.5, в, г), т.е. полученных от двух генераторов с амплитудной манипуляцией. В моменты переключений колебания на одной частоте прекращаются и возникают на другой частоте. Так как фазы в эти моменты могут быть различны, то фаза результирующего сигнала (рис. 4.5,б) изменяется скачком. Спектр сигнала на рис. 4.5,б также составляется из спектров двух сигналов $U_{АМП1}$ и $U_{АМП2}$ на рис. 4.5, в,г. Результирующий спектр представлен на рис. 4.6.

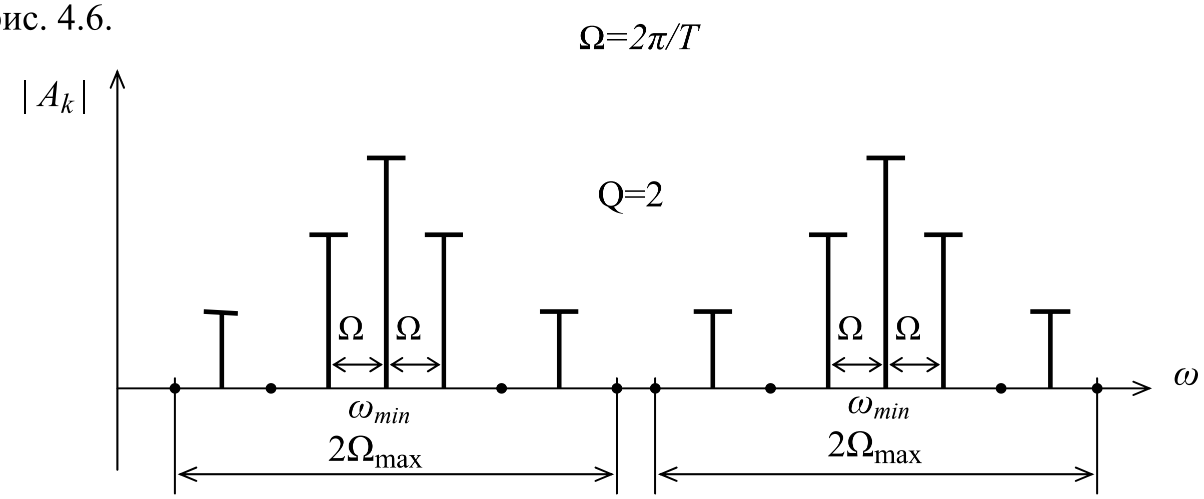


Рис. 4.6. Спектр ЧМП-сигнала с разрывом фазы

Необходимая ширина спектра, очевидно, равна

$$\Delta\omega=(\omega_{\max}-\omega_{\min})2\Omega_{\max}, \qquad (4.11)$$

т.е. больше, чем при АМП, на величину $\omega_{\min}-\omega_{\max}$.

В системах телемеханики такой метод получения сигналов с ЧМП практически не применяется.

Обычно для ЧМП изменяют скачкообразно один из параметров генератора несущих колебаний. При таком изменении параметра частота генерируемых колебаний также изменяется скачком, но без разрыва фазы (рис. 4.5,д). Отсутствие скачкообразного изменения фазы существенно сказывается на спектре сигнала с ЧМП. Найдём этот спектр, предполагая, что модулирующим сигналом $C(t)$является последовательность прямоугольных импульсов (рис. 4.5,а) с периодом $T=2\pi/\Omega$.

Тогда ЧМП-сигнал можно записать в виде

$$U_{ЧМП}(t)=U\sin(\omega_1 t+\Delta\omega\int(2C(t)-1)dt), \qquad (4.12)$$

где U – амплитуда носителя; $\Delta\omega=2\pi\Delta f$ – девиация частоты, т.е. величина максимального отклонения мгновенной частоты от несущей.

После тригонометрического преобразования получим

$$U_{\text{×ÌÏ}}(t)=U(\sin\omega_1 t\cdot\cos\psi+\cos\omega_1 t\cdot\sin\psi), \qquad (4.13)$$

где $\psi = \Delta\omega\int(2C(t)-1)dt$ – изменение фазы в результате частотной манипуляции.

График изменения фазы приведён на рис. 4.7,б, где частота изменяется через равные промежутки времени от нижней рабочей частоты $F_{\min} = F_1 - \Delta F$ к верхней $F_{\min} = F_1 + \Delta F$ и обратно. Легко найти, что переходная фаза будет меняться по пилообразному закону, так как

$$2\psi_{\max} = \Delta\omega \int_0^{T/2}(2C(t)-1)dt = \frac{\Delta\omega \cdot 2\pi}{2\Omega} = m\pi,$$

или $\psi_{\max} = m\pi/2$, где $m=\Delta\omega/\Omega$ – индекс частотной манипуляции.

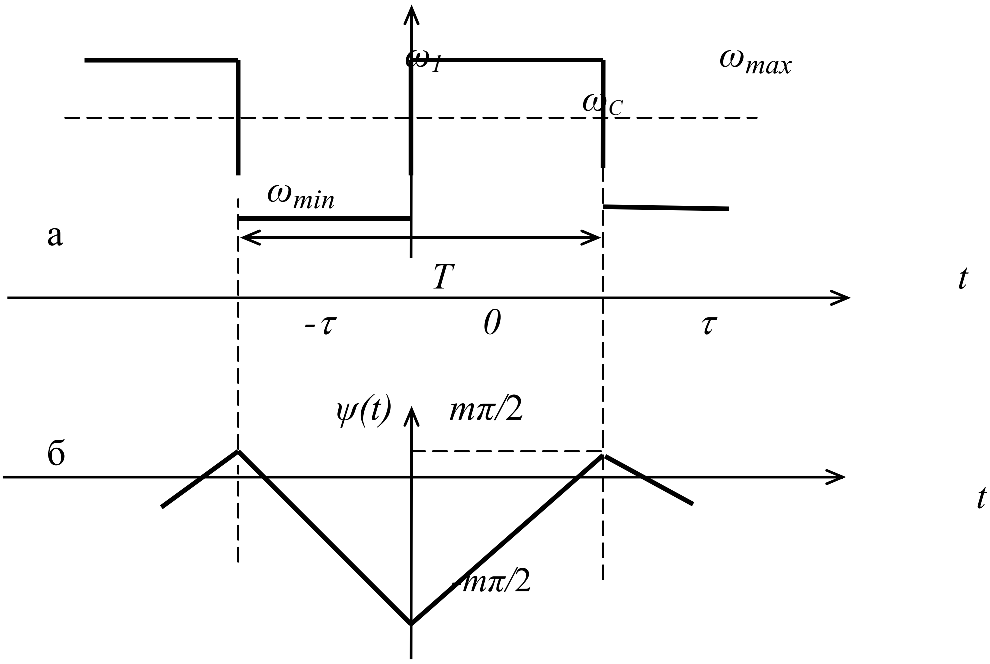


Рис. 4.7. Закон изменения частоты и фазы при ЧМП

В выражении (4.13) $cos\psi$ и $sin\psi$ - периодические функции, так как изменение фазы ψ происходит периодически. Периодические функции $f_1 = cos\psi$ и $f_2 = sin\psi$ можно разложить в ряды Фурье

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\Omega t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\Omega t$$

и тем самым найти спектр сигнала.

При вычислении коэффициентов a_0, a_k и b_k следует учесть, что в интервале времени от 0 до $T/2$ (или π) фаза ψ изменяется по закону

$\psi = m(\Omega t - \pi/2)$, в интервале времени от $T/2$ (или π) до T (или 2π) – по закону $\psi = m(3\pi/2 - \Omega t)$. Тогда для функции $f_1(t) = \cos\psi$ получим

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f_1(t)d\Omega_1 t = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\cos(\Omega t - \pi/2)d\Omega\ t +$$
$$+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos m(3\pi/2 - \Omega t)d\Omega\ t = \frac{2}{\pi m}\sin m\frac{\pi}{2};$$
$$a_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f_1(t)\cos k\Omega t d\Omega\ t = \frac{4m}{\pi(m^2-k^2)}\sin m\frac{\pi}{2}$$

при чётном k; при нечётном k получается $a_k = 0$.

$$b_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f_1(t)\sin k\Omega t d\Omega\ t = 0 \quad \text{при всех } k.$$

Аналогично для функции $f_2(t) = sin\psi$ получим:

$$a_0 = 0; \quad b_k = 0;$$
$$a_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\sin m(\Omega t - \pi/2)\cos k\Omega t d\Omega\ t +$$
$$+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sin m(3\pi/2 - \Omega t)\cos k\Omega t d\Omega\ t = \frac{4m}{\pi(m^2-k^2)}\cos m\frac{\pi}{2} \tag{4.14}$$

при нечётном k и $a_k = 0$ при чётном k.

В результате напряжение после частотной манипуляции записывается в виде

$$U_{\text{×ÌÏ}}(t) = U\frac{2}{\pi m}sin\frac{m\pi}{2}sin\omega_1 t + U\sum_{k=0}^{\infty}\frac{4m}{\pi(m^2-(2k)^2)}sinm\frac{\pi}{2}cos2k\Omega t + sin\omega_1 t +$$
$$+U\sum_{k=0}^{\infty}\frac{4m}{\pi(m^2-(2k+1)^2)}cos\frac{m\pi}{2}cos(2k+1)\Omega t cos\omega_1 t.$$

Заменив произведение косинусов и произведение синуса на косинус, окончательно получим

$$U_{ЧМП}(t) = \frac{2U}{\pi m}(\sin\frac{m\pi}{2}\sin\omega_1 t + \frac{m^2}{m^2-1^2}\cos m\frac{\pi}{2}\cos(\omega_1 \pm \Omega)t +$$
$$+\frac{m^2}{m^2-2^2}\sin m\frac{\pi}{2}\sin(\omega_1 \pm 2\Omega)t + \frac{m^2}{m^2-3^2}\cos m\frac{\pi}{2}\cos(\omega_1 \pm 3\Omega)t + \ldots).$$

Таким образом, спектр состоит из колебаний на несущей частоте ω_1 и на боковых частотах $\omega_1 \pm k\Omega$, как в случае гармонического модулирующего сигнала $C(t) = \cos\Omega t$, но амплитуды колебаний другие.

Примеры спектров ЧМП-сигналов, рассчитанных по выражению (4.14), показаны на рис. 4.8.

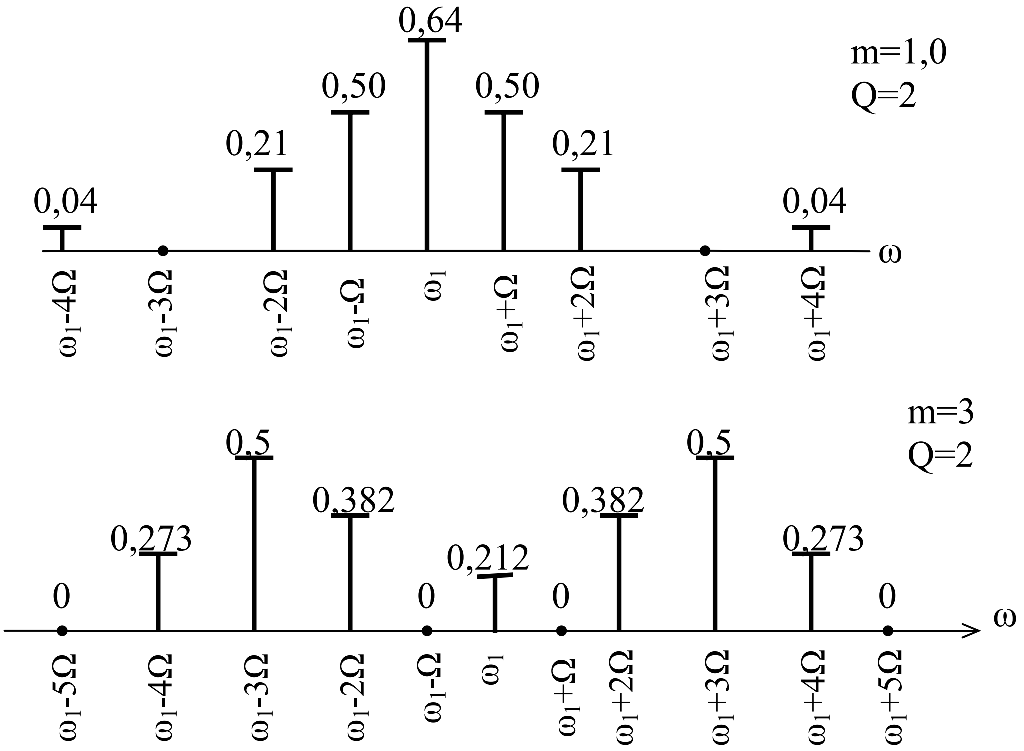


Рис. 4.8. Примеры спектров ЧМП-сигналов

Из рис. 4.8 видно, что форма спектра сильно зависит от индекса модуляции и при индексах модуляции, близких к 1, основная энергия содержится в несущей и двух первых боковых. Отсюда можно сделать вывод, что ширина спектра ЧМП может быть определена из выражения

$$\Delta\omega_{ЧМП} = 2(m+1)\Omega \quad . \tag{4.15}$$

В заключение следует отметить, что спектр становится несимметричным относительно несущей частоты при скважности, отличной от двух.

4.4. Двукратная модуляция

4.4.1. АМ-АМ-сигналы. Для повышения помехоустойчивости иногда модулированное (АМ, ЧМ) сообщение дополнительно модулируют по частоте или амплитуде. Такой способ модуляции обозначается двумя индексами: первый означает способ модуляции поднесущей, второй – несущей. Кроме того, двукратная модуляция применяется при передаче сообщений по радиоканалам, а также в выделенной полосе частот проводной линии связи.

АМ-АМ-сигналы в телемеханике используются редко. Однако их шумовые характеристики часто служат эталоном для сравнения различных методов модуляции. Рассмотрим АМ-АМ-сигнал, когда промодулированная по амплитуде поднесущая описывается выражением

$$U_{AM}(t) = U\omega_1(1 + m_{AM}\cos\Omega t)\sin\omega_1 t, \tag{4.16}$$

где $U_{\omega 1}$- амплитуда поднесущей; ω_1- круговая частота поднесущей; m_{AM}- коэффициент амплитудной модуляции на первой ступени; Ω- круговая частота модулирующего сообщения.

Сигнал $U_H(t)$ является модулирующим по отношению к модулирующему колебанию

$$U_H(t) = U_0\cos\omega_0 t. \tag{4.17}$$

В соответствии с определением амплитудной модуляции АМ-АМ-сигнал можно записать в виде

$$\begin{aligned} U_{AM-AM}(t) &= (U_0 + kU\omega_1(1 + m_{AM}\cos\Omega t)\cos\omega_1 t)\cos\omega_0 t = \\ &= U_0(1 + M_{AM}(1 + m_{AM}\cos\Omega t)\cos\omega_1 t)\cos\omega_0 t, \end{aligned} \tag{4.18}$$

где $M_{AM}=kU_{\omega 1}/U_0$ – коэффициент амплитудной модуляции на второй ступени.

Процесс получения АМ-АМ-сигнала показан на рис. 4.9.

Для получения спектра преобразуем выражение (4.18) и окончательно получим

$$\begin{aligned} U_{AM-AM}(t) &= U_0\cos\omega_0 t + \frac{U_0 M_{AM}}{2}\cos(\omega_0 \pm \omega_1)t + \\ &+ \frac{U_0 M_{AM} m_{AM}}{4}\cos(\omega_0 + \omega_1 \pm \Omega)t + \\ &+ \frac{U_0 M_{AM} m_{AM}}{4}\cos(\omega_0 - \omega_1 \pm \Omega)t. \end{aligned} \tag{4.19}$$

Согласно выражению (4.19) спектр АМ-АМ-сигнала имеет вид, представленный на рис. 4.10. Он содержит составляющую на несущей частоте ω_0, две боковые составляющие на частотах $\omega_0 + \omega_1$ и $\omega_0 - \omega_1$, вокруг которых имеются по две составляющих на частотах $\omega_0 + \omega_1 \pm \Omega$ и $\omega_0 - \omega_1 \pm \Omega$ соответственно.

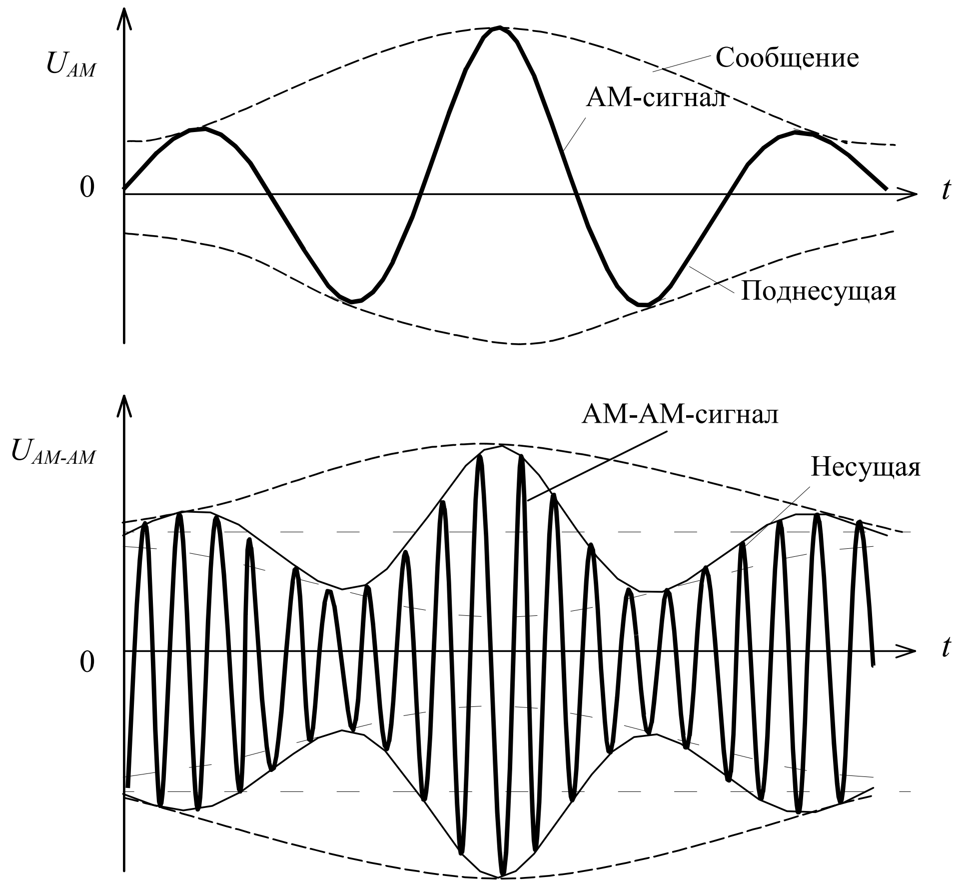


Рис. 4.9. Формы сигналов при АМ-АМ

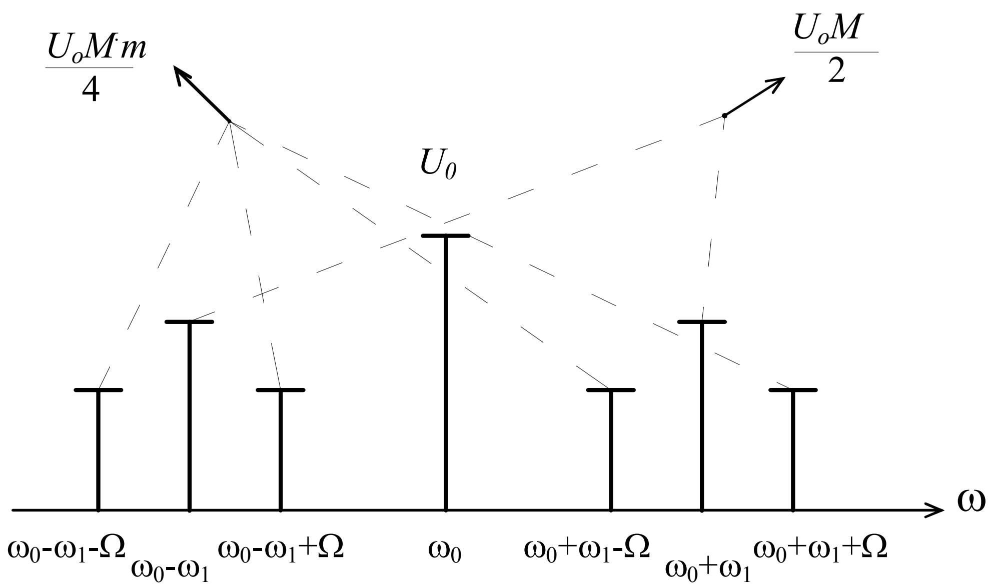


Рис. 4.10. Спектр АМ-АМ-сигнала

Очевидно, что необходимая полоса частот для передачи такого сигнала определяется разностью частот верхней и нижней боковых составляющих, т.е.

$$\Delta\omega_{AM-AM} = \omega_0 + \omega_1 + \Omega - \omega_0 + \omega_1 + \Omega = 2(\omega_1 + \Omega), \qquad (4.20)$$

4.4.2. АМ-ЧМ-сигнал. При данном сигнале поднесущая промодулированная по амплитуде (4.16), модулирует носитель (4.17) по частоте. В соответствии с определением частотной модуляции можно записать выражение для АМ-ЧМ-сигнала, представленного на рис. 4.11, в виде

$$U_{AM-ЧM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + kU_{\omega_1} \int (1 + m_{AM} \cos\Omega t)\cos\omega_1 t dt). \qquad (4.21)$$

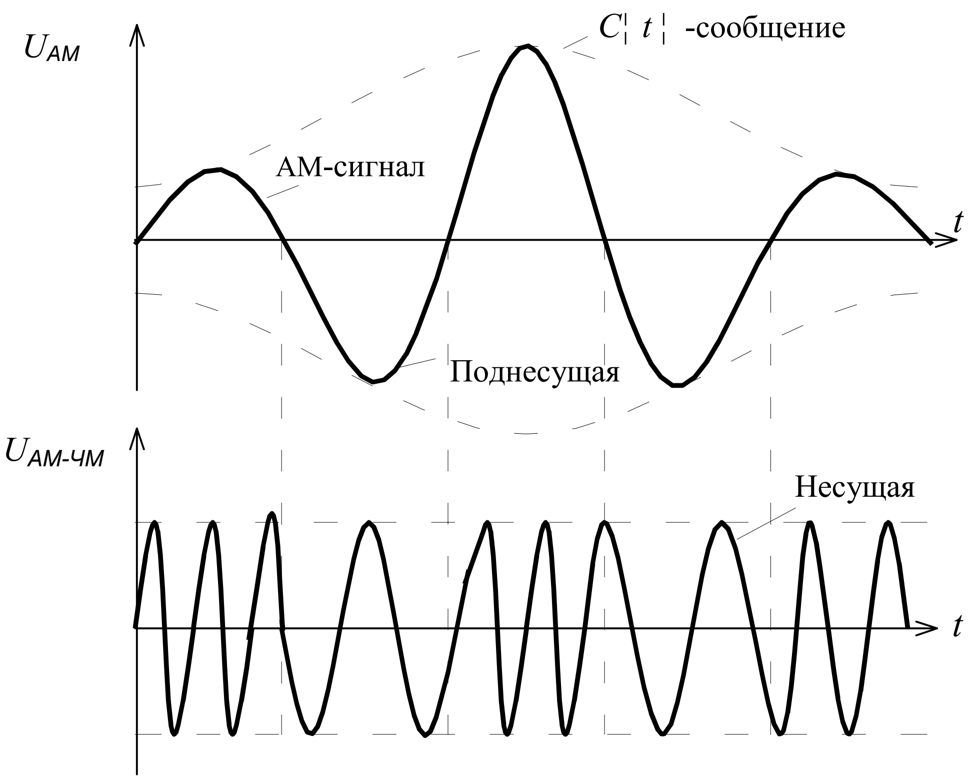


Рис. 4.11. Формы сигналов при АМ-ЧМ

Не раскрывая выражения (4.21), спектр АМ-ЧМ можно построить по следующему правилу: строится спектр полезного сообщения *C(t)*, затем спектр полезного сообщения переносится на частоту поднесущей ω_1 по правилам АМ сигнала, а потом полученный спектр переносится на несущую частоту по правилам ЧМ-сигнала.

Спектр, построенный по рассмотренной выше методике, приведен на рис. 4.12. Следует отметить, что спектр, построенный по данной методике, дает представление о частотном составе спектра, позволяет определить полосу частот, занимаемую сигналом, но не дает возможности определить амплитуды отдельных гармонических составляющих.

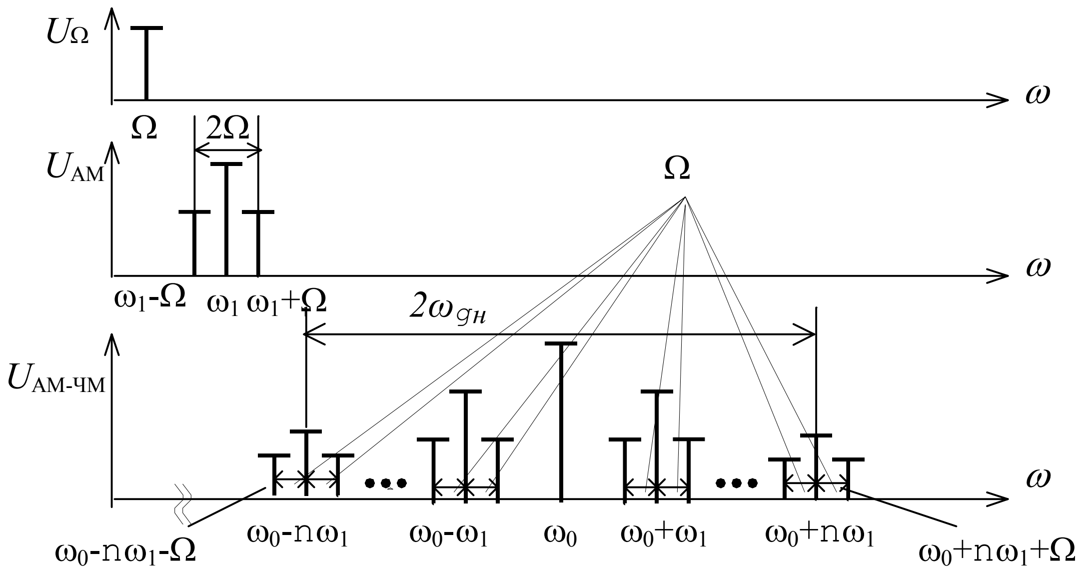


Рис. 4.12. Процесс построения спектра АМ-ЧМ-сигнала

Определим полосу частот, занимаемую АМ-ЧМ-сигналом, как разность частот между верхней и нижней боковыми составляющими.

$$\begin{aligned} &\Delta\omega_{AM\text{–}AM} = \omega_0 + n\omega_1 + \Omega - \omega_0 + n\omega_1 + \Omega = \\ &= 2(n\omega_1 + \Omega) \approx 2(M_{ЧМ}\omega_1 + \Omega) = 2(\omega_{дн} + \Omega), \end{aligned} \qquad (4.22)$$

где $M_{ЧМ} = \omega_{дн}/\omega_1$ – индекс частотной модуляции несущего сигнала; $\omega_{дн}$ – девиация частоты носителя.

4.4.3 ЧМ-АМ-сигнал. Частотно-модулированная поднесущая

$$U_{ЧМ}(t) = U\omega_1 \cos(\omega_1 t + m_{AM} \sin\Omega t)$$

модулирует носитель по амплитуде; в результате получаем ЧМ-АМ сигнал (рис. 4.13), который можно записать в виде

$$\begin{aligned} &U_{ЧМ-АМ}(t) = (U_0 + kU_{\omega_1} \cos(\omega_1 t + m_{ЧМ} \sin\Omega t))\cos\omega_0 t = \\ &= U_0(1 + M_{AM} \cos(\omega_1 t + m_{ЧМ} \sin\Omega t))\cos\omega_0 t = \\ &= U_0(1 + M_{AM}(\cos\omega_1 t \times \cos(m_{ЧМ} \sin\Omega t) - \\ &- \sin\omega_1 t \times \sin(m_{ЧМ} \sin\Omega t))\cos\omega_0 t. \end{aligned} \qquad (4.23)$$

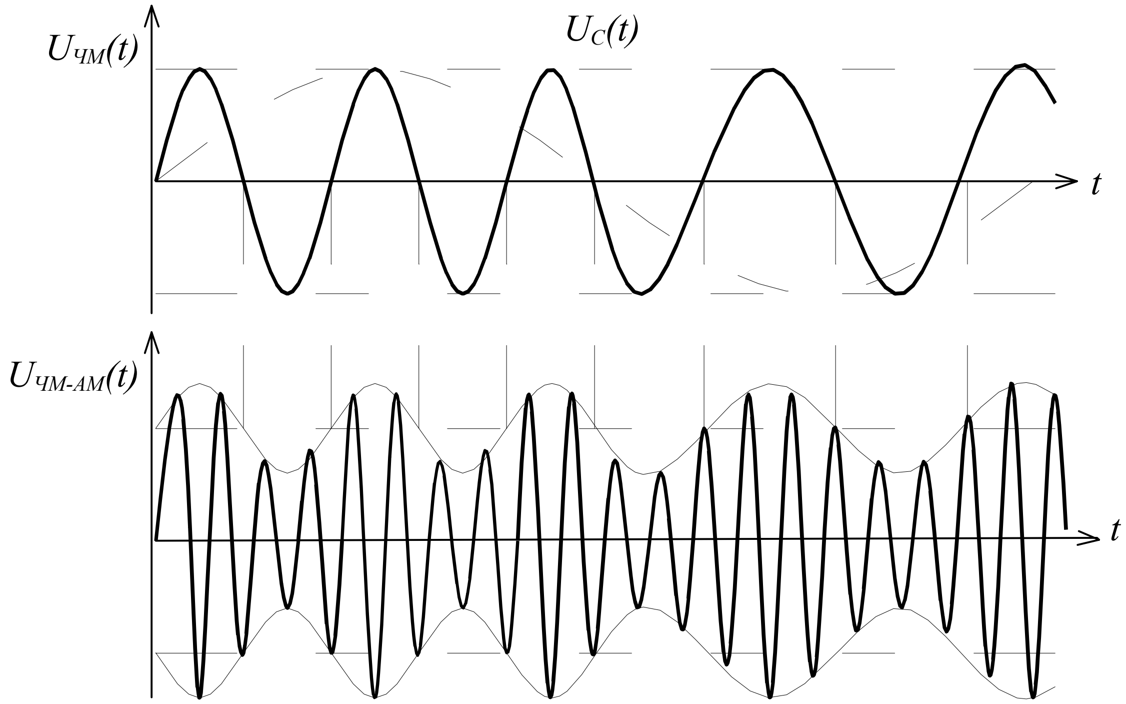


Рис. 4.13. Форма сигналов при ЧМ-АМ

Подставив в выражение (4.23) значения

$$cos(m_{ЧМ}\, sin\Omega t) = J_0(m) + 2\sum_{n=1}^{\infty} \dot{J}_{2n}(m) cos2n\,\Omega t$$

и

$$sin(m_{ЧМ}\, sin\Omega t) = 2\sum_{n=1}^{\infty}(m)\,\dot{J}_{2n-1}\;\; sin(2n-1)\Omega t\,,$$

получим

$$\begin{aligned}
&U_{ЧМ-АМ}(t) = U_0(1 + M_{АМ}(J_0(m)\cos\omega_1 t + J_1(m)\cos(\omega_1 + \Omega)t - \\
&- J_1(m)\cos(\omega_1 - \Omega)t + J_2(m)\cos(\omega_1 \pm 2\Omega)t + ...))\cos\omega_0 t = \\
&= U_0\cos\omega_0 t + \frac{U_0 M_{АМ}}{2} J_0(m)\cos(\omega_0 \pm \omega_1)t + \\
&+ \frac{U_0 M_{АМ}}{2} J_1(m)\cos(\omega_0 \pm \omega_1 + \Omega)t - \frac{U_0 M_{АМ}}{2} J_1(m)\cos(\omega_0 \pm \omega_1 - \Omega)t + \\
&+ \frac{U_0 M_{АМ}}{2} J_2(m)\cos(\omega_0 \pm \omega_1 \pm 2\Omega)t + ...
\end{aligned} \qquad (4.24)$$

В соответствии с выражением (4.24) спектр ЧМ-АМ-сигнала имеет вид представленный на рис. 4.14.

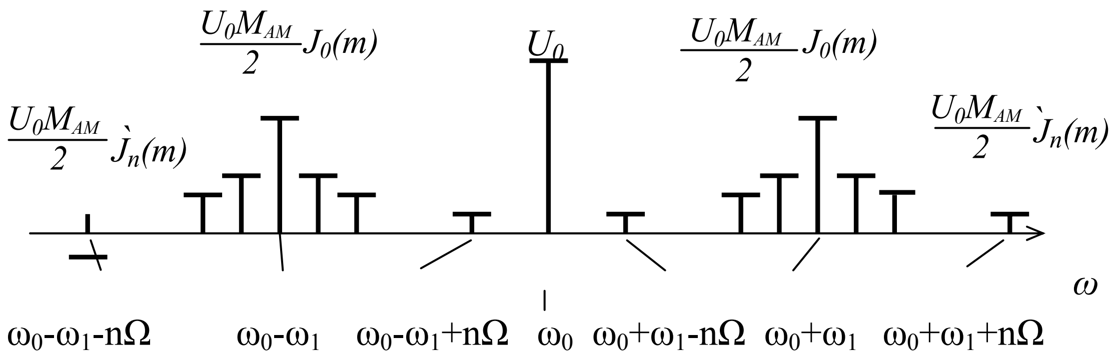


Рис. 4.14. Спектр ЧМ-АМ-сигнала

Как следует из рис. 4.14, полоса частот, занимаемая ЧМ-АМ-сигналом, равна

$$\begin{aligned}\Delta\omega_{ЧМ-АМ} &= \omega_0 + \omega_1 + n\Omega - \omega_0 + \omega_1 + n\Omega = \\ &= 2(\omega_1 + n\Omega) \approx 2(\omega_1 + m_{ЧМ}\Omega) = 2(\omega_1 + \omega_{gн}),\end{aligned} \tag{4.25}$$

где $m_{ЧМ} = \omega_{gн}/\Omega$ – индекс частотной модуляции; $\omega_{gн}$ – девиация частоты поднесущей.

Необходимо отметить, что данный вид двукратной модуляции следует применять в том случае, когда требуется обеспечить высокую помехоустойчивость при передаче по узкополосному каналу связи. Тогда помехоустойчивость обеспечивается ЧМ, а экономия полосы частот – АМ.

4.4.4. ЧМ-ЧМ сигналы. В данном случае сначала сообщением $C(t) = U_\Omega \cos\Omega t$ модулируется по частоте поднесущая, а затем ЧМ-сигнал модулирует по частоте несущую. Формы сигналов при ЧМ-ЧМ показаны на рис. 4.15.

В общем случае выражение для ЧМ-ЧМ-сигнала можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}&U_{ЧМ-ЧМ}(t) = U_0\cos(\omega_0 t + \int kU\omega_1\cos(\omega_1 t + m_{ЧМ}\sin\Omega t)dt) = \\ &U_0\cos(\omega_0 t + \omega_{gн}\int\cos(\omega_1 t + m_{ЧМ}\sin\Omega t)dt)\ ,\end{aligned} \tag{4.26}$$

где $\omega_{gн} = \kappa U_{\omega 1}$ – девиация частоты несущей; $m_{чм}$ – индекс частотной модуляции поднесущей.

Для построения спектра ЧМ-ЧМ воспользуемся методикой, изложенной при построении спектра АМ-ЧМ-сигнала. Сначала изобразим спектр полезного сообщения (рис. 4.16,а), после чего перенесем его на поднесущую частоту по правилам ЧМ-сигнала (рис. 4.16,б), а затем полученный спектр перенесем на несущую частоту по правилам ЧМ-сигнала (рис. 4.16, в).

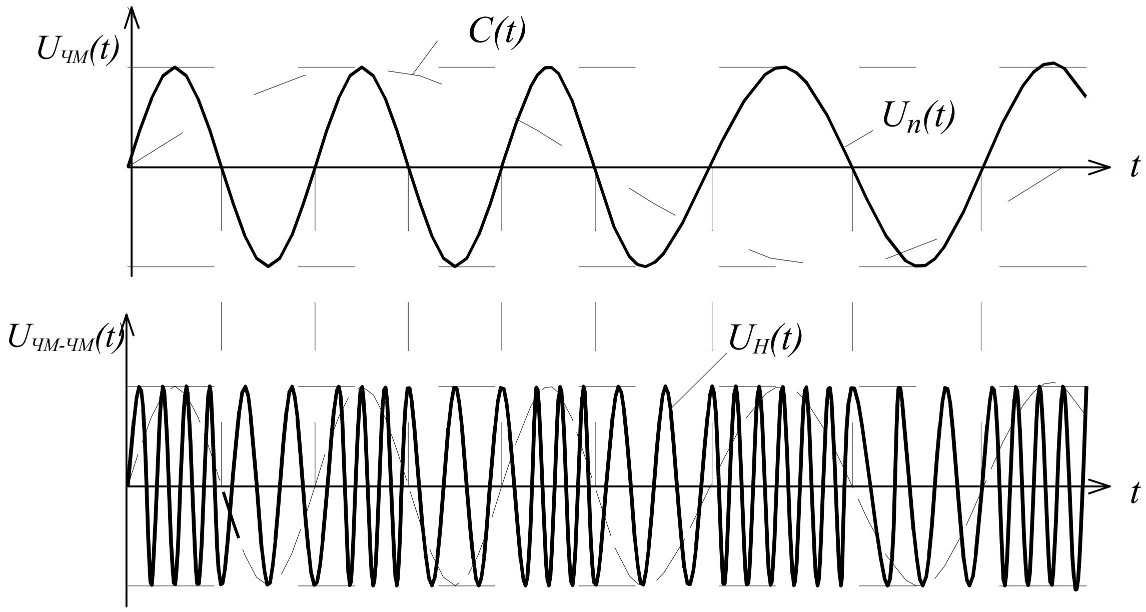


Рис. 4.15. Формы сигнала при ЧМ-ЧМ

Полоса частот, занимаемая ЧМ-ЧМ-сигналом, согласно рис. 4.16, в

$$\Delta\omega_{ЧМ-ЧМ} = 2(p\omega_1 + n\Omega) \cong 2(M_{ЧМ}\omega_1 + m_{ЧМ}\Omega) = 2(\omega_{дн} + \omega_{дп}), \tag{4.27}$$

где $M_{ЧМ} = \omega_{дн}/\omega_1$ – индекс частотной модуляции на второй ступени.

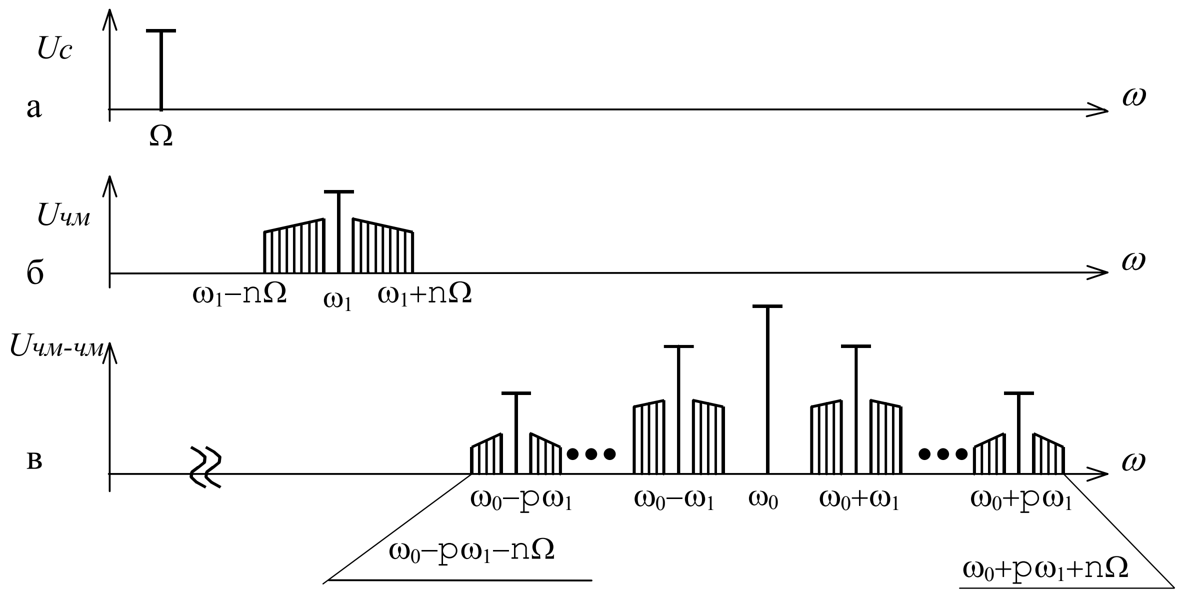


Рис. 4.16. Процесс образования спектра ЧМ-ЧМ-сигнала

Как видно из (4.27) сигнал ЧМ-ЧМ обладает самым широким спектром.

4.5. Спектры радиоимпульсов

Если видеоимпульс заполнить токами высокой частоты, то получим радиоимпульс (рис. 4.17).

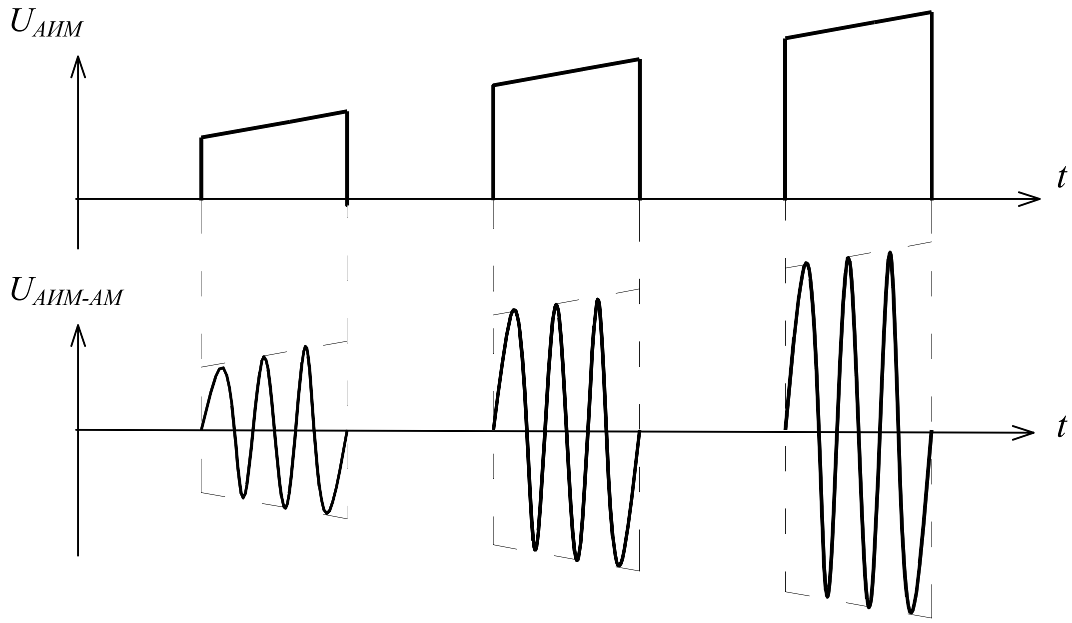


Рис. 4.17. Форма радиоимпульсов

Независимо от вида импульсной модуляции поднесущей и при амплитудной модуляции несущей для нахождения спектра необходимо:

1) в спектре импульсно-модулированного сигнала уменьшить вдвое амплитуды всех гармонических составляющих, за исключением постоянной составляющей;
2) построить зеркальное отображение полученного спектра в области отрицательных частот;
3) полученный спектр сдвинуть по оси частот вправо на величину несущей.

При ФМ и ЧМ модулирующих несущей правило построения спектров будут те же, за исключением того, что амплитуды гармонических составляющих будут определяться индексами частотной и фазовой модуляции (см. раздел 3).

Полоса частот для радиоимпульсов в два раза шире полосы частот видеоимпульсов.

В качестве примера построим спектр АИМ-АМ-сигнала (рис. 4.18).

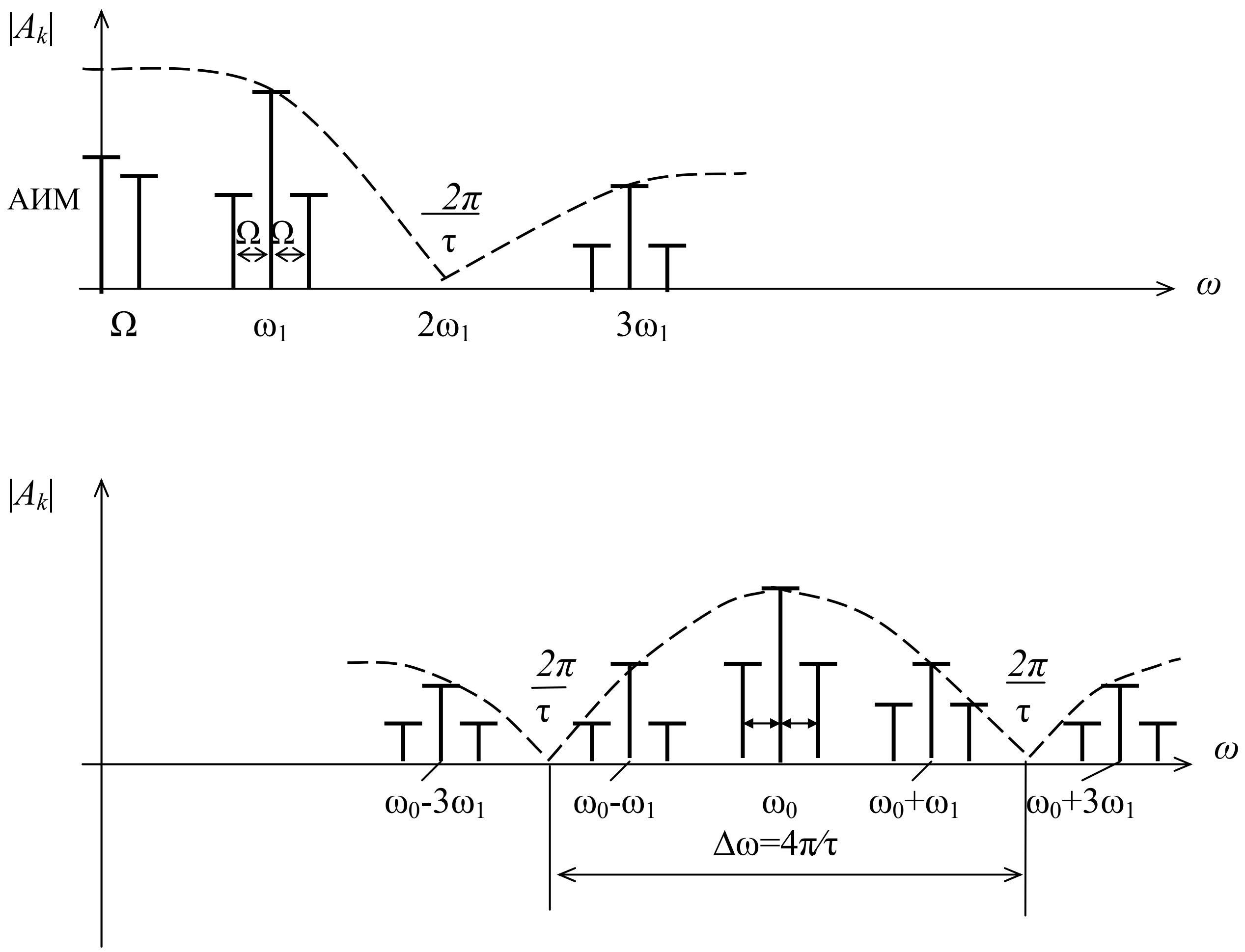


Рис. 4.18. Процесс построения спектра для радиоимпульсов

5. МОДУЛЯТОРЫ И ДЕМОДУЛЯТОРЫ

5.1. Амплитудные модуляторы

Процесс модуляции сопровождается изменением спектра несущего колебания, а поэтому модуляционное устройство должно содержать либо нелинейные элементы, либо линейные, но с изменяющимися при модуляции параметрами.

Найдём передаточную функцию $K(j\omega, t)$ амплитудного модулятора

$$K(j\omega_1 t) = \frac{U_{AM}(t)}{U_H(t)} = \frac{U(1 + m\cos\Omega t)\cos\omega_1 t}{U\cos\omega_1 t} = 1 + m\cos\Omega t, \qquad (5.1)$$

где $U_{AM}(t)$ сигнал на выходе амплитудного модулятора; $U_H(t)$ – несущее колебание.

Таким образом, передаточная функция не зависит от частоты ω_1 и соответствует усилителю, у которого коэффициент усиления меняется пропорционально величине $1+m\cos\Omega t$. Это изменение может быть осуществлено различными способами в зависимости от вида активного элемента, используемого в модулируемом усилителе.

Рассмотрим схему амплитудного модулятора построенного на полевых транзисторах. Ток стока полевого транзистора является функцией напряжений на затворе и стоке, т.е.

$$I_C = f(U_З, U_C) \tag{5.2}$$

Следовательно, модуляцию можно осуществить изменением напряжения на любом из электродов.

5.1.1. Затворная модуляция. Принципиальная схема затворного модулятора с изменением напряжения приведена на рис. 5.1.

Модулирующее напряжение $U_\Omega(t)$ вводится в цепь затвора последовательно с источником постоянного смещения E_{CM}. Амплитуда высокочастотного напряжения $U_H(t)$, поступающего от источника стабильного ВЧ-возбудителя, в процессе модуляции остается неизменной. Емкость $C1$ является блокировочной и обладает малым сопротивлением для тока несущей частоты ω_1 и большим –для тока частоты модулирующего сигнала Ω.

Так как частота Ω значительно меньше частоты ω_1, можно считать, что напряжение смещения составлено из постоянного напряжения источника смещения E_{CM} и медленно меняющегося напряжения низкой частоты, т.е.

$$U_З = E_{CM} + U_\Omega \cos\Omega t. \tag{5.3}$$

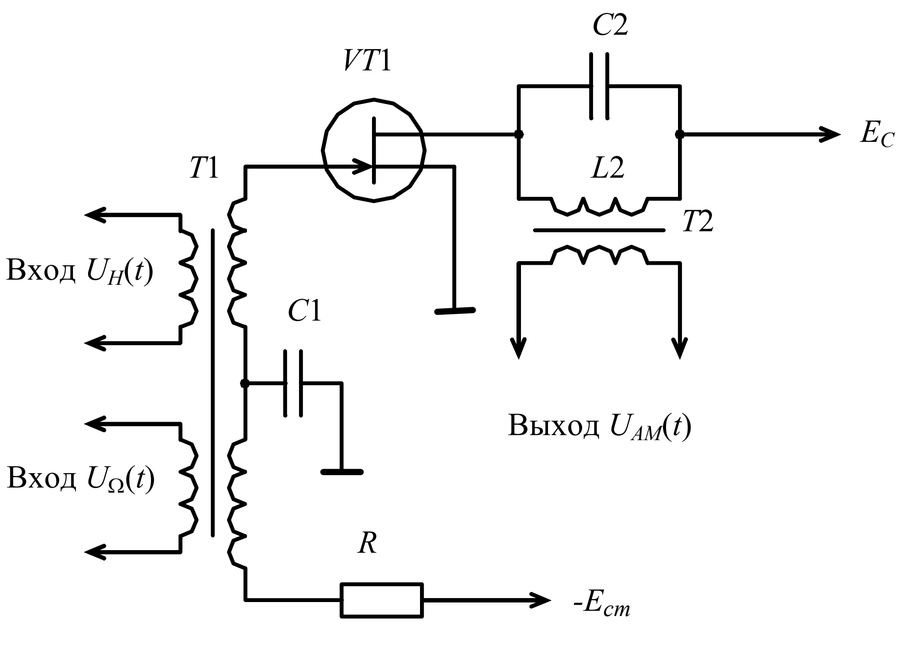


Рис. 5.1. Схема затворного модулятора

Временные диаграммы, поясняющие работу затворного модулятора, приведены на рис. 5.2.

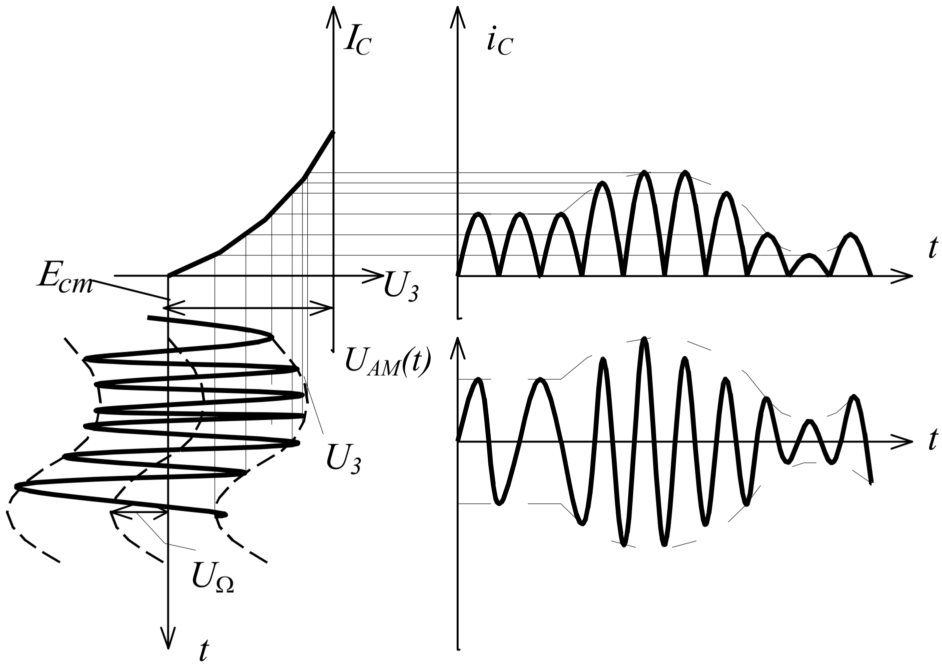


Рис. 5.2. Временные диаграммы при затворной модуляции

Ток стока полевого транзистора, кроме полезной составляющей (первой гармоники), амплитуда которой меняется по закону модулирующего сообщения, содержит постоянную и медленно меняющуюся составляющие, а также высшие гармоники. Для того чтобы исключить вредные продукты преобразования, в качестве нагрузки полевого транзистора используется резонансный контур с высокой добротностью. На контуре создает заметное напряжение только первая гармоника тока стока. Поэтому огибающая напряжения на контуре, а следовательно, и выходное напряжение изменяются по закону модулирующего сигнала.

Полевой транзистор при таком режиме использования представляет собой по отношению к высокочастотному напряжению $U_H(t)$ линейное устройство с переменным параметром – крутизной $S(t)$, управляемой модулирующим напряжением. По отношению к низкочастотному напряжению полевой транзистор является нелинейным устройством.

Проведем анализ работы затворного модулятора. К входу полевого транзистора приложено напряжение

$$U_3=E_{CM}+U_\Omega\cos\Omega t+U\cos\omega_1 t\,. \tag{5.4}$$

Аппроксимируем сток-затворную характеристику полевого транзистора полиномом второй степени, а именно:

$$i_C = a_0 + a_1U_Ç + a_2U_Ç^2. \tag{5.5}$$

Подставляя значения $U_З$ в выражение для i_c (5.5) находим

$$i_C = a_0 + a_1(E_{CM} + U_\Omega cos\Omega t + Ucos\omega_1 t) + a_2(E_{CM} + U_\Omega cos\Omega t + Ucos\omega_1 t)^2 =$$
$$= a_0 + a_1(E_{CM} + U_\Omega cos\Omega t + Ucos\omega_1 t) + a_2(E_{CM}^2 + U_\Omega^2 cos^2\Omega t + U^2 cos^2\omega_1 t +$$
$$+ 2E_{CM}U_\Omega cos\Omega t + 2E_{CM}Ucos\omega_1 t + 2U_\Omega Ucos\Omega t cos\omega_1 t).$$

.

Определим напряжение на выходе затворного модулятора. Контур настроен на частоту ω_1 и представляет для колебаний этой частоты сопротивление R_k. Тогда

$$U_{ВЫХ} = R_K(a_1 Ucos\omega_1 t + 2a_2E_{CM}Ucos\omega_1 t + 2a_2U_\Omega Ucos\Omega t cos\omega_1 t) =$$
$$= R_K Ucos\omega_1 t(a_1 + 2a_2E_{CM})(1 + \frac{2a_2U_\Omega cos\Omega t}{a_1 + 2a_2E_{CM}}).$$

Введя обозначения

$$R_K U(a_1 + 2a_2E_{CM}) = U^*; \ \frac{2a_2U_\Omega}{a_1 + 2a_2E_{CM}} = m, \tag{5.6}$$

получим

$$U_{ВЫХ} = U^*(1 + mcos\Omega t)cos\omega_1 t, \tag{5.7}$$

где m – коэффициент амплитудной модуляции.

Таким образом, как следует из выражения (5.7), выходной сигнал является амплитудно-модулированным, а анализ выражения (5.6) показывает, что при работе на линейном участке вольт-амперной характеристики ($a_2 = 0$) осуществить амплитудную модуляцию невозможно.

5.1.2. Стоковая модуляция. Для получения АМ-сигнала при стоковой модуляции используется зависимость тока стока полевого транзистора от напряжения стока U_C. Принципиальная схема стокового модулятора приведена на рис. 5.3.

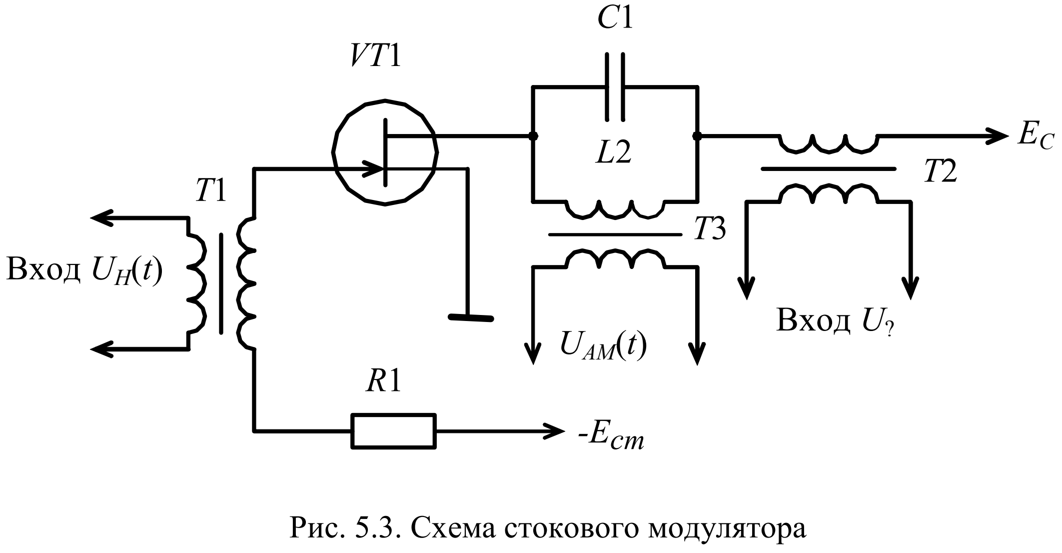


Рис. 5.3. Схема стокового модулятора

Принцип работы сводится к следующему: к стоку полевого транзистора приложено напряжение

$$U_C = E_C + U_\Omega cos\Omega t\,, \qquad (5.8)$$

изменяющееся около значения E_c с частотой модулирующего сигнала; в результате этого изменяется амплитудное значение импульсов тока, за счет чего реализуется АМ. Типовая модуляционная характеристика при стоковой модуляции показана на рис. 5.4. По ней можно выбрать начальное напряжение на стоке E_c и максимальную амплитуду модулирующего напряжения U_Ω.

Максимальный коэффициент модуляции определится как

$$m = \Delta I_C / I_C\,. \qquad (5.9)$$

Следует отметить, что для получения большей крутизны статической модуляционной характеристики нужно использовать, по возможности, триодный участок выходной характеристики транзистора, где крутизна велика. Сравнение схем затворного и стокового модуляторов позволяет сделать следующий вывод: преимуществом стокового модулятора является то, что источники модулирующего сигнала и носителя не связаны друг с другом; стоковому модулятору свойственно большее значение коэффициента амплитудной модуляции и больший коэффициент полезного действия; при затворной модуляции от источника модулирующего сигнала потребляется меньшая мощность.

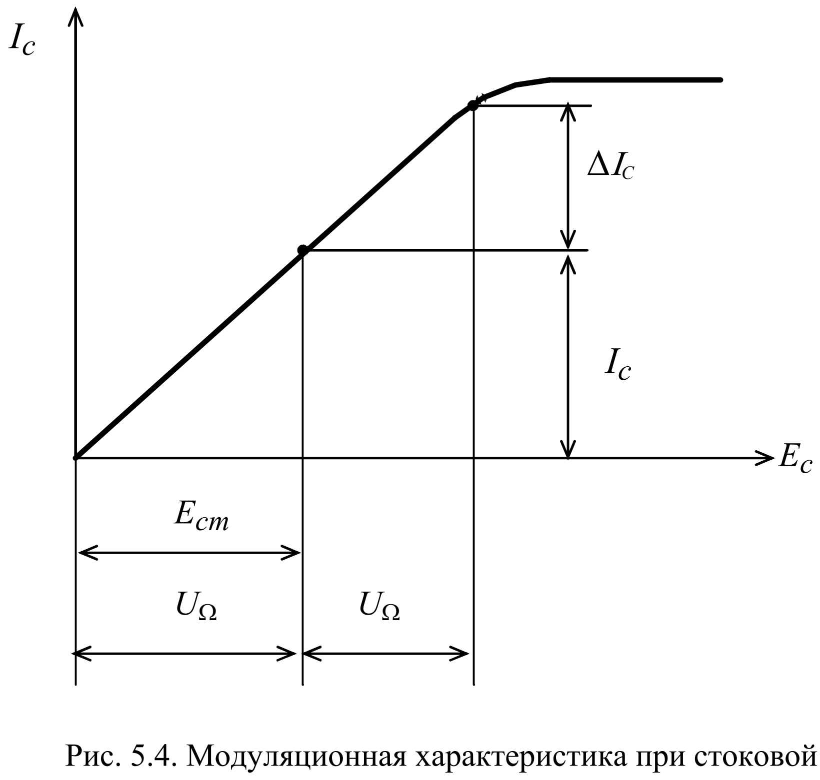


Рис. 5.4. Модуляционная характеристика при стоковой модуляции

В качестве усилительного элемента можно использовать и биполярные транзисторы, но при этом модулирующее напряжение необходимо подавать на базу или коллектор транзистора. Принцип работы базового модулятора аналогичен принципу работы затворного модулятора, а коллекторного – стокового модулятора.

5.2. Детекторы АМ-сигналов

Детектирование колебаний заключается в восстановлении модулирующего сигнала, который в неявной форме содержится в модулированном высокочастотном колебании. По своему назначению детектирование является процессом, обратным процессу модуляции. В тех случаях, когда требуется подчеркнуть это, наряду с термином “детектирование” (“обнаружение”) применяют термин “демодуляция” колебаний.

На вход детектора подается модулированное колебание, содержащее только высокочастотные составляющие: несущее колебание и боковые частоты. На выходе детектора появляется напряжение с низкочастотным спектром передаваемого сообщения. Следовательно, детектирование сопровождается трансформацией частотного спектра и не может быть осуществлено без применения нелинейных элементов. В качестве таких элементов используются полупроводниковые диоды, полевые и биполярные транзисторы.

Предположим, что вольт-амперная характеристика (ВАХ) нелинейного элемента описывается выражением

$$i = a + bu + cu^2. \tag{5.10}$$

Если на входе действует АМ-сигнал

$$U(t) = U(1 + m cos\Omega t) cos\omega_1 t\ , \tag{5.11}$$

то ток

$$\begin{aligned} i &= a + bU(1 + m cos\,\Omega t) cos\,\omega_1 t + cU^2 (1 + m cos\,\Omega t)^2 cos^2 \omega_1 t = \\ &= a + \frac{cU^2}{2}(1 + \frac{m^2}{2}) + cU^2 m cos\,\Omega t + \frac{bUm}{2} cos\,(\omega_1 - \Omega)t + \\ &+ bU cos\,\omega_1 t + \frac{bUm}{2} cos\,(\omega_1 + \Omega)t + \frac{cU^2 m^2}{4} cos\,2\Omega t + \\ &+ \frac{cU^2 m^2}{8} cos\,(2\omega_1 - 2\Omega)t + \frac{cU^2 m}{2} cos\,(2\omega_1 - \Omega)t + \\ &+ \frac{cU^2}{2}(1 + \frac{m^2}{2}) cos\,2\omega_1 t + \frac{cU^2 m}{2} cos\,(2\omega_1 + 2\Omega)t + \\ &+ \frac{cU^2 m^2}{8} cos\,(2\omega_1 + 2\Omega)t. \end{aligned} \tag{5.12}$$

Спектр сигнала до и после детектирования показан на рис. 5.5, а, б. Как видно из рисунка, в низкочастотной части спектра, кроме составляющей с частотой модулирующего сигнала Ω, есть еще постоянная составляющая и вторая гармоника модулирующего сигнала, которая приводит к искажениям.

Так как низкочастотная составляющая пропорциональна квадрату амплитуды входного напряжения (используется начальный участок ВАХ – рис. 5.6), то детектирование при малых амплитудах является квадратичным.

Во избежание искажений при детектировании необходимо, чтобы детектор обладал линейно-ломаной ВАХ, представленной на рис. 5.7 или 5.8.

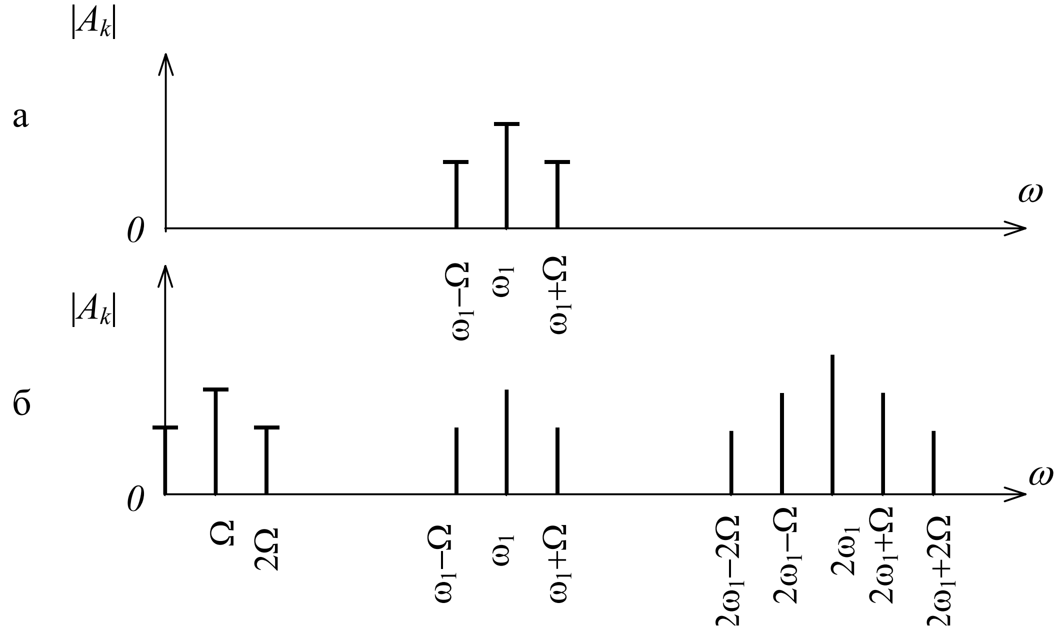


Рис. 5.5. Спектр АМ-сигнала при демодуляции с использованием нелинейной характеристики

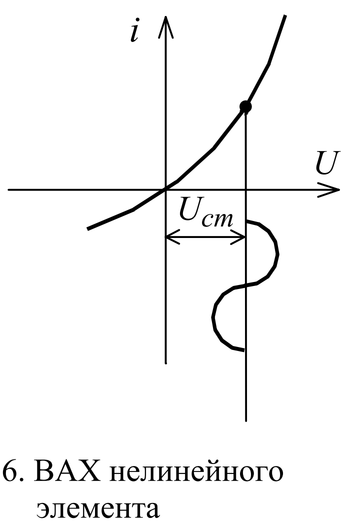


Рис. 5.6. ВАХ нелинейного элемента

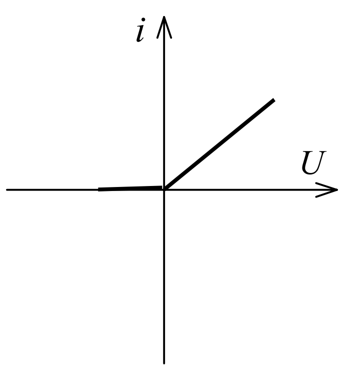


Рис. 5.7. ВАХ однополупериодного детектора

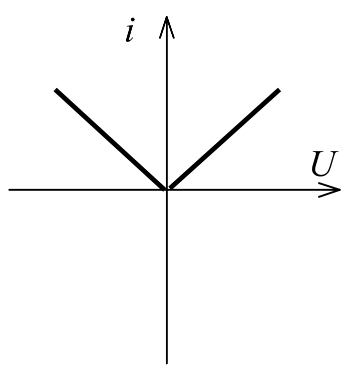


Рис. 5.8. ВАХ двухполупериодного детектора -

Аналитически ВАХ однополупериодного детектора можно записать в виде

$$i = \begin{cases} aU & \text{при } U \geq 0 \\ 0 & \text{при } U < 0, \end{cases} \qquad (5.13)$$

двухполупериодного –

$$i = a\,|\mathrm{U}|\,. \qquad (5.14)$$

Предположим, что в цепи с детектором, характеристика которого показана на рис. 5.8 (двухполупериодное детектирование), действует АМ-сигнал (5.11). Для определения i нужно найти модуль напряжения $|U|$. Так как коэффициент модуляции m<1, то выражение (1+$m$cosΩt) — всегда положительная величина. Разложение в ряд Фурье выпрямленной косинусоиды $|\cos\omega_1 t|$ известно:

$$|cos\omega_1 t| = \frac{4}{\pi}(\frac{1}{2} + \frac{1}{1\cdot 3}cos2\omega_1 t - \frac{1}{3\cdot 5}cos4\omega_1 t + \frac{1}{5\cdot 7}cos6\omega_1 t - ...)\,.$$

Следовательно, ток

$$i = \frac{4a}{\pi}U(1 + m\cos\Omega t)(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\cos 2\omega_1 t - \frac{1}{15}\cos 4\omega_1 t + \frac{1}{35}\cos 6\omega_1 t - ...) =$$

$$= \frac{2aU}{\pi} + \frac{2a}{\pi}mU\cos\Omega t + \frac{2a}{3\pi}mU\cos(2\omega_1 - \Omega)t + \frac{4a}{3\pi}mU\cos 2\omega_1 t + \qquad (5.15)$$

$$+ \frac{2a}{3\pi}mU\cos(2\omega_1 + \Omega)t - \frac{2a}{15\pi}mU\cos(4\omega_1 - \Omega)t - ....$$

Спектр сигнала после детектирования показан на рис. 5.9.

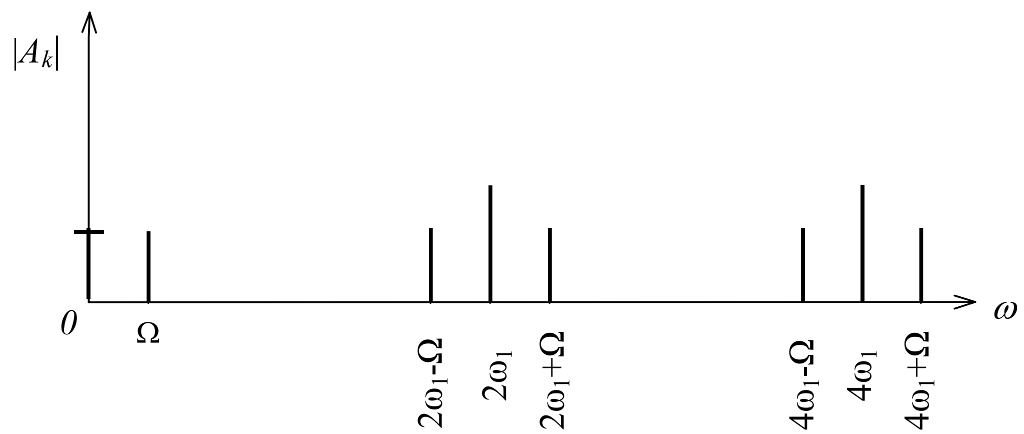


Рис. 5.9. Спектр АМ-сигнала при демодуляции с использованием линейной характеристики

В составе спектра нет искажающих сигнал гармоник низкой частоты. Поэтому детектор с ВАХ, представленной на рис. 5.7 или 5.8, называют линейным.

Процесс детектирования состоит из выпрямления АМ колебаний, в результате которого образуются импульсы несущей с огибающей, имеющей форму колебания передаваемого сообщения и выделения из этих импульсов исходного сигнала путем фильтрации высокочастотных составляющих спектра импульсов. Схема детектора с двухполупериодным выпрямлением представлена на рис. 5.10, а временные диаграммы в различных точках – на рис. 5.11.

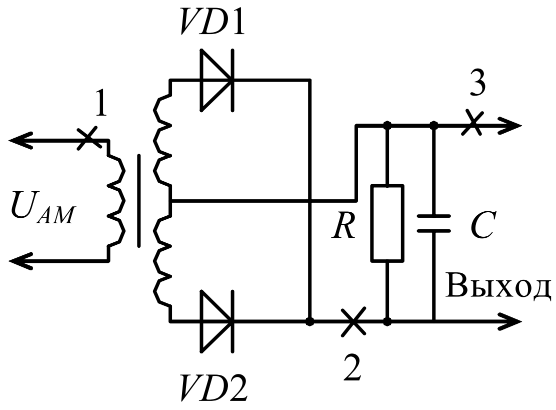


Рис. 5.10. Двухполупериодный детектор

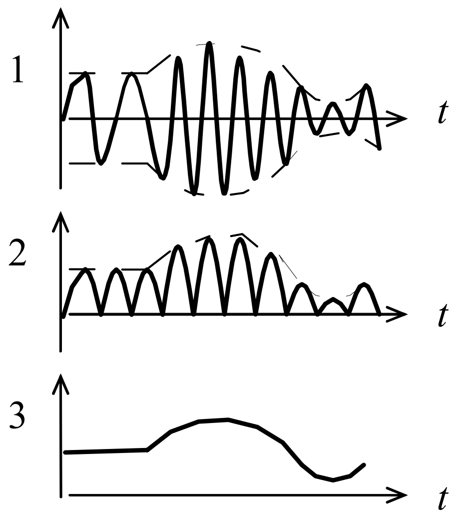


Рис. 5.11. Временные диаграммы работы двухполупериодного детектора

Простейшим фильтром нижних частот (ФНЧ) может служить конденсатор *C*, подключенный параллельно нагрузке *R*. Для выделения неискаженной огибающей сопротивление нагрузки *R* должно быть больше емкостного сопротивления на несущей частоте и меньше емкостного сопротивления этого же конденсатора на частоте модулирующего сообщения, т.е.

$$1/\omega_1 c << R < 1/\Omega c \quad . \qquad (5.16)$$

В этом случае на выходе детектора отсутствуют составляющие высоких частот. При линейном детектировании спектр выходного сигнала не отличается от спектра модулирующего сообщения.

При демодуляции АМ-сигналов малой амплитуды целесообразно использовать детекторы на транзисторах (рис. 5.12).

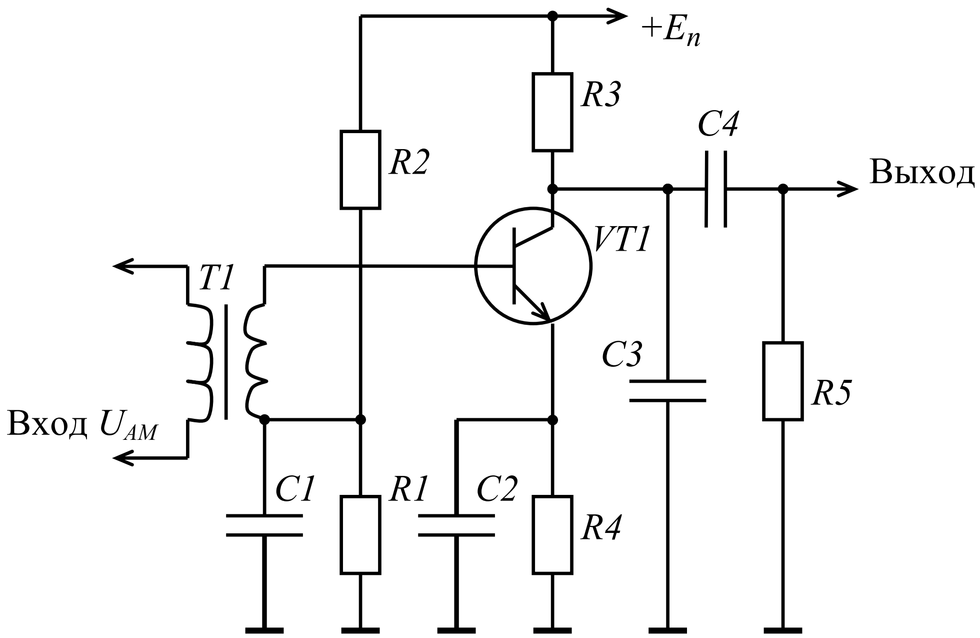


Рис. 5.12. Детектор на транзисторе

Детектирование происходит одновременно в цепях базы и коллектора, и, кроме того, детектированный сигнал усиливается, хотя коэффициент усиления транзистора в режиме детектирования значительно ниже, чем в режиме усиления.

5.3. Модуляторы однополосного сигнала

5.3.1. Фильтровый метод получения ОАМ-сигнала. Для систем передачи одной боковой полосы нужны модуляторы, в спектре выходного сигнала которых отсутствует составляющая несущей частоты. Такие модуляторы называют балансными.

Принципиальная схема балансного модулятора показана на рис. 5.13. Несущее высокочастотное колебание с частотой ω_1 подается на затворы транзисторов *VT1* и *VT2* синфазно, а модулирующее напряжение с частотой Ω-противофазно. Нагрузкой является колебательный контур, который включен между стоками транзисторов. Катушка индуктивности имеет вывод от средней точки, соединенный с источником стокового питания.

При отсутствии модулирующего напряжения $C(t)$ и симметрии балансного модулятора потенциалы стоков одинаковы и ток через конденсатор контура *C3* равен нулю. Таким образом, при отсутствии $C(t)$ схема сбалансирована и колебаний с частотой ω_1 на выходе нет.

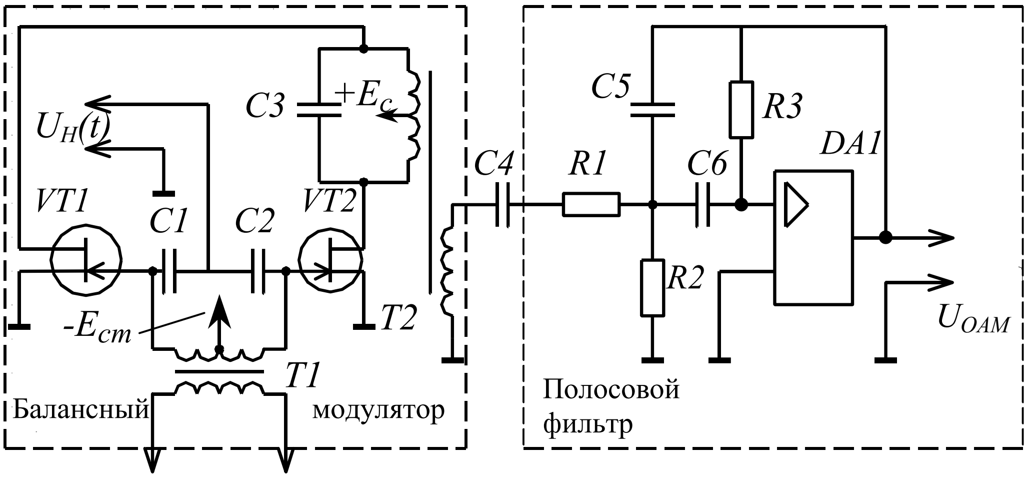


Рис. 5.13. Модулятор однополосного сигнала

При подаче $C(t)$ баланс схемы нарушается. Один из транзисторов, на затвор которого в данный момент подается положительная полуволна модулирующего сигнала, посылает в контур больший по амплитуде ток первой гармоники, другой – меньший. Между стоками транзисторов возникает разностное напряжение, а в контуре – колебательный ток. На выходе схемы балансного модулятора получается АМ-сигнал без несущего колебания, так как направления токов стоков транзистора противоположны. К полученному результату можно придти аналитически. Для этого представим контурные токи i_1 и i_2 от полевых транзисторов $VT1$ и $VT2$ в следующем виде:

$$i_1 = I_0(1 + m cos\Omega t) cos\omega_1 t;$$

Вход $C(t)$

$$i_2 = I_0(1 - m\cos\Omega t) cos\omega_1 t. \qquad (5.17)$$

U_{OAM}

Разные знаки в скобках выражения (5.17) означают противофазность модулирующих напряжений на левом и правом транзисторах. Результирующий ток в контуре равен разности токов обоих транзисторов

$$i = i_1 - i_2 = 2mI_0\cos\Omega t\cos\omega_1 t =$$
$$= mI_0(\cos(\omega_1 - \Omega)t + \cos(\omega_1 + \Omega)t) \ . \qquad (5.18)$$

Огибающая результирующего тока, равная $2mI_0|\cos\Omega t|$, изменяется с частотой 2Ω, а частота заполнения огибающей равна частоте w_1, причем каждые пол периода модуляции фаза колебания изменяется на 180^0. Согласно выражению (5.18) напряжение на контуре является суммой боковых частот $\omega_1-\Omega$ и $\omega_1+\Omega$ без несущей частоты ω_1, а балансный модулятор выполняет функцию перемножения двух колебаний.

Сигнал с выхода балансного модулятора поступает на вход полосового фильтра, который пропускает на выход только верхнюю или нижнюю боковую составляющую.

Такой метод получения ОАМ называют фильтровым.

5.3.2. Фазовый метод получения ОАМ-сигнала. Пусть требуется получить на выходе сигнал нижней боковой полосы, т.е.

$$U_{ВЫХ} = Ucos(\omega_1 - \Omega)t \quad . \tag{5.19}$$

Запишем выражение (5.19) в виде

$$U_{ВЫХ} = Ucos\Omega t cos\omega_1 t + Usin\Omega t sin\omega_1 t . \tag{5.20}$$

Заметим, что оно представляет собой результат сложения колебаний, получающихся на выходе двух перемножителей, в качестве которых могут быть использованы балансные модуляторы, рассмотренные выше. На входы одного балансного модулятора надо подать несущее колебание и модулирующий сигнал, на входы другого – те же сигналы, сдвинутые по фазе на 90^0 (с помощью фазо-вращателя). Схема получения ОАМ-сигнала фазовым методом приведена на рис. 5.14.

Так как выходные напряжения каждого перемножителя пропорциональны произведению входных сигналов, то на выходе сумматора получим

$$U_{OAM}(t) = \kappa U\cos(\omega_1 - \Omega)t ,$$

где κ – постоянный коэффициент.

Для формирования сигнала верхней боковой полосы в схеме, представленной на рис. 5.14, достаточно изменить фазу несущего колебания на входе БМ1 или БМ2 на 180^0, так как

$$Ucos(\omega_1 + \Omega)t = U(cos\omega_1 t cos\Omega t - sin\omega_1 t sin\Omega t) .$$

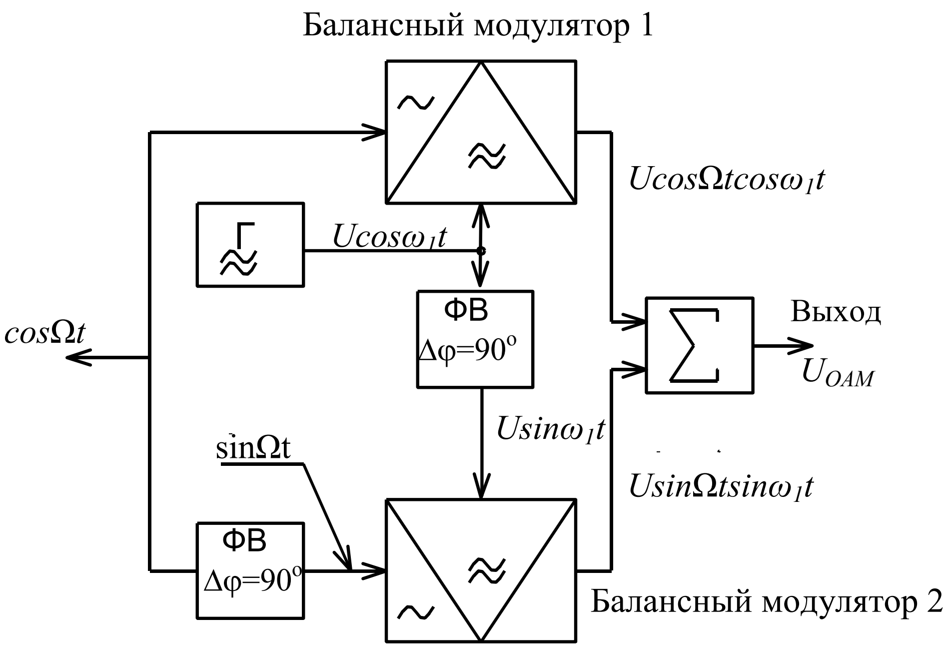


Рис. 5.14. Схема получения ОАМ-сигнала фазовым методом

5.4. Детекторы ОАМ-сигнала

Напомним, что при формировании однополосного сигнала с помощью перемножителя и полосового фильтра осуществляется такое преобразование модулирующего сигнала, при котором его спектр транспонируется в область более высоких частот без изменения абсолютной ширины спектра. При этом в ОАМ-сигнале сохраняются законы изменения мгновенной амплитуды и мгновенной частоты модулирующего сигнала. Естественно предположить, что возможна и обратная операция переноса спектра частот ОАМ-сигнала в область низких частот. В силу линейной связи между параметрами модулирующего и ОАМ-сигналов в результате такого преобразования будет сформирован низкочастотный сигнал, совпадающий с исходным модулирующим сигналом с точностью до фаз, составляющих его спектр. Рассмотрим в качестве перемножителя кольцевой балансный модулятор, приведенный на рис. 5.15.

Пусть на вход перемножителя поступают ОАМ-сигнал и высокочастотное напряжение:

$$U_{OAM}(t) = \kappa U \cos(\omega_1 - \Omega)t;$$
$$U_H(t) = U_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1).$$

В результате операции перемножения получим

$$U_1(t) = \kappa_1 U U_1 \cos(\Omega t + \varphi_1) + \kappa_1 U U_1 \cos(2\omega_1 t - \Omega t + \varphi_1).$$

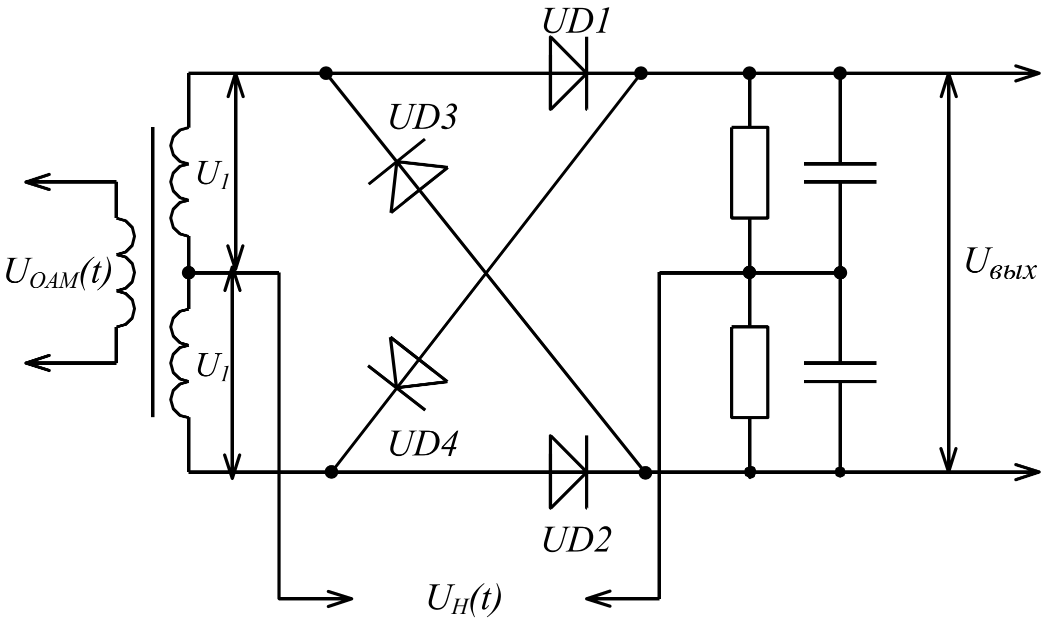


Рис. 5.15. Демодулятор ОАМ-сигнала

Первое слагаемое описывает исходный модулирующий сигнал, а второе – однополосный сигнал в окрестности частоты $2\omega_1$. Эти сигналы могут быть разделены с помощью фильтра нижних частот. Таким образом, в результате перемножения и фильтрации на выходе ФНЧ получим низкочастотное напряжение

$$U_{ФНЧ}(t) = \kappa_1 \kappa_{ФНЧ} U U_1 \cos(\Omega t + \varphi_1)\,. \tag{5.21}$$

Таким образом, для демодуляции ОАМ-сигнала необходимо на приемной стороне восстановить несущую. Вопрос восстановления несущей является самостоятельной задачей и в данном параграфе не рассматривается.

В заключение следует отметить, что для осуществления действительно близкого к линейному преобразованию спектра ОАМ-сигнала необходимо, чтобы амплитуда восстановленной несущей была в десятки раз большей максимальной амплитуды однополосного сигнала.

5.5. Частотные модуляторы

Управление частотой колебания осуществляется, как правило, прямым воздействием на генератор, работающий в автоколебательном режиме, и лишь в редких случаях соответствующей обработкой колебания, получаемого от стабильного немодулированного источника. В связи с этим различают прямые и косвенные методы управления частотой. Рассмотрим прямые методы, относящиеся к автогенераторам с колебательной системой.

Существует ряд способов управления резонансной частотой колебательной системы генератора: электронные, электромагнитные и др. Выбор того или иного способа зависит от основных параметров модуляции: относительного изменения частоты ω_q/ω_1 и скорости изменения частоты. Скорость изменения частоты характеризуется спектром модулирующего сигнала. При медленной модуляции (низкие частоты) широко применяются такие способы, как изменение индуктивности катушки путем изменения тока, подмагничивающего сердечник катушки, и др.

Если спектр сигнала содержит относительно высокие частоты, то приходится прибегать к безынерционным способам управления емкостью или индуктивностью контура. Типичным и широко распространенным способом электронного управления резонансной частотой контура является способ, основанный на применении реактивных транзисторов.

5.5.1 Индуктивно-емкостный генератор, управляемый реактивным током. Изменить *L* и *C* контура можно введением в резонансный контур реактивного тока, значение которого определяется преобразуемым параметром. В качестве регулируемого элемента используется так называемый реактивный транзистор. Название «реактивный» отражает реактивный характер сопротивления между стоком и истоком полевого транзистора при соответствующем включении дополнительных элементов *L*, *C*, *R*.

Реактивный транзистор представляет элементарный каскад на полевом (биполярном) транзисторе с реактивной обратной связью, т.е. такой обратной связью, при которой фаза гармонического напряжения поворачивается на 90^0 или на 270^0 (фаза сигнала обратной связи). Реактивный характер сопротивления используется для создания электрически управляемой емкости или индуктивности. Чаще всего применяются два вида схем реактивных полевых (биполярных) транзисторов (рис. 5.16). Принцип действия реактивных полевых транзисторов рассмотрим на следующем примере (рис. 5.16,а).

Сопротивление между стоком и истоком для первой гармоники тока при $i_c >> i$ определяется выражением

$$Z = \overset{*}{U}_C / i_C ,$$

где Z – комплексное сопротивление.

Неравенство $i_c >> i$ легко обеспечить выбором параметров R и C. Соотношение между i_c и $\overset{*}{U}_З$ можно записать в виде

$$i_C = S\overset{*}{U}_З = S \cdot i \cdot R ,$$

где S – крутизна характеристики полевого транзистора.

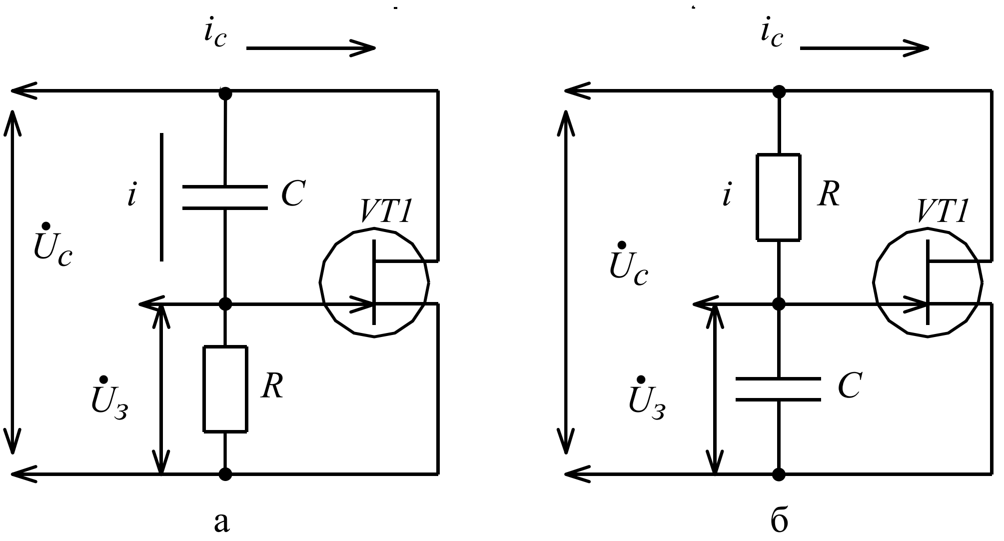


Рис. 5.16. Схема реактивного полевого транзистора

Из рис. 5.16, а следует, что

$$\overset{*}{U}_C = i(R + 1/j\omega c) \ ,$$

следовательно,

$$Z = \frac{R + 1/j\omega c}{SR}.$$

Параметры R и C выбираются так, чтобы имело место неравенство $R<<1/(\omega c)$, тогда

$$Z \cong \frac{1}{j\omega CSR} = \frac{1}{j\omega C_Э}, \tag{5.22}$$

где $C_Э$ – эквивалентная ёмкость, $C_Э = C{\cdot}S{\cdot}R$.

Точно так же для схемы на рис. 5.16,б можно получить

$$Z = j\omega\frac{CR}{S} = j\omega L_Э, \tag{5.23}$$

где $L_Э = CR/S$ –эквивалентная индуктивность при условии $1/(\omega c) << R$.

В любой из представленных на рис. 5.16 схем эквивалентным параметром $C_Э$ и $L_Э$ можно управлять, изменяя по закону модулирующего сигнала крутизну полевого транзистора.

На рис. 5.17 показан вариант ЧМ-модулятора с использованием реактивного транзистора. Левая часть схемы представляет собой генератор гармонических колебаний с индуктивной обратной связью, правая часть – реактивный транзистор, принцип работы которого рассмотрен выше.

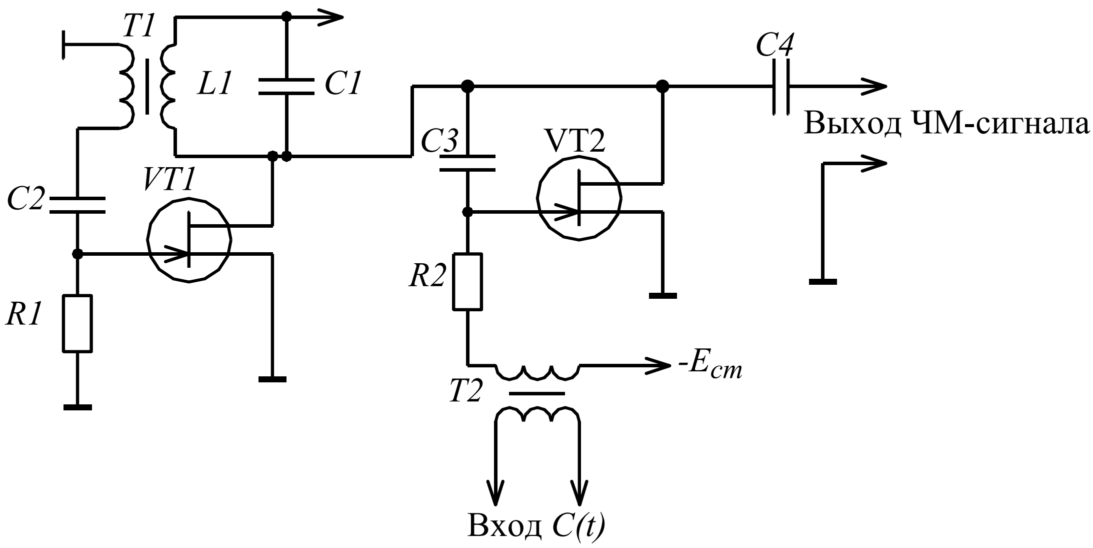


Рис. 5.17. ЧМ-модулятор с реактивным транзистором

Модулирующий сигнал подается на затвор транзистора *VT2* через трансформатор *T2*. Этим напряжением изменяется крутизна *S*, а следовательно, и эквивалентная емкость $C_Э$ реактивного транзистора. Изменение $C_Э$ приводит к изменению общей емкости колебательного контура *L1C1*. Таким образом, частота генератора будет изменяться пропорционально модулирующему сообщению *C(t)*.

5.5.2. Частотный модулятор на варикапе. Варикап представляет собой специально сконструированный диод, барьерную емкость которого можно изменять в широких пределах путем изменения величины обратного напряжения. Теоретически зависимость барьерной емкости от величины приложенного обратного напряжения описывается следующим выражением:

$$C(U) = C(0)\sqrt[n]{\varphi_K / (\varphi_K + U)}\,, \tag{5.24}$$

где *U* – обратное напряжение, приложенное к *p-n* переходу; *C(0)* – величина емкости при отсутствии приложенного напряжения; φ_K – контактная разность потенциалов; *n=2* для резких *p-n*-переходов и *n=3* для плавных *p-n*-переходов.

Изменение емкости варикапа при воздействии модулирующего сигнала *C(t)*показано на рис. 5.18.

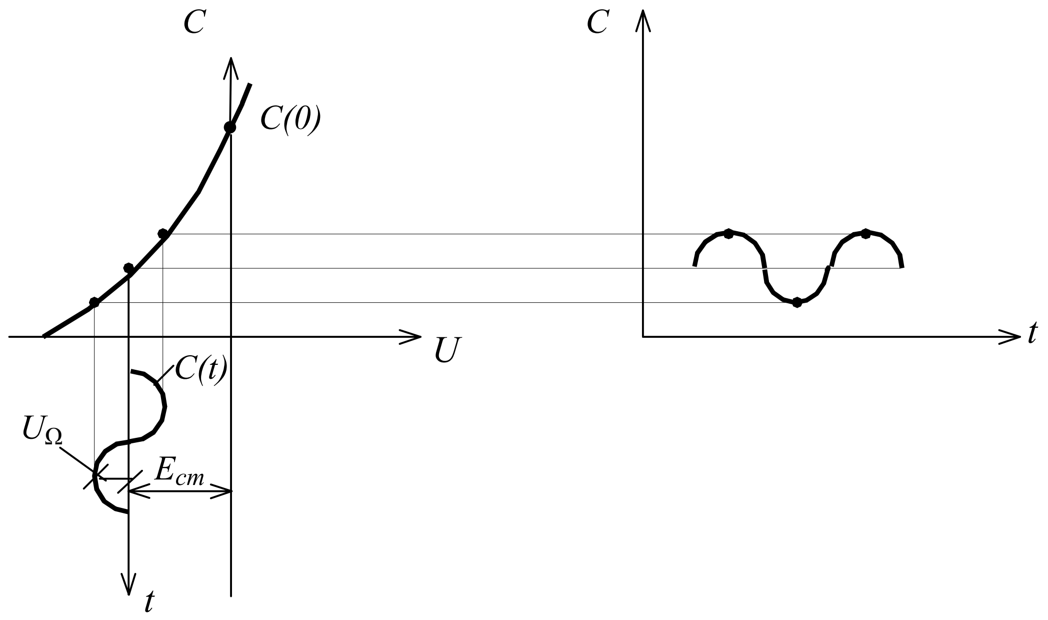


Рис. 5.18. Варикап как управляемая емкость

Для осуществления частотной модуляции емкость варикапа необходимо менять во времени по закону модулирующего сообщения. Для этого на варикап, кроме постоянного напряжения смещения E_{CM}, подается модулирующее напряжение $U_\Omega cos \Omega t$. В результате выражение для емкости при n=2 принимает вид

$$C(t) = C(0)\sqrt{\varphi_K /(\varphi_K + E_{CM} + U_\Omega \cos\Omega t)}. \tag{5.25}$$

Принципиальная схема модулятора ЧМ колебаний с использованием варикапа приведена на рис. 5.19.

Генератор гармонических колебаний собран на транзисторе VT1 и колебательном контуре *L1C1*. Частота колебаний определяется выражением

$$f = 1/\left(2\pi\sqrt{L1(C1 + C(U))}\right). \tag{5.26}$$

В качестве управляемой емкости используют варикап *VD1*, подключенный к контуру через конденсатор *C3*. Конденсатор *C3* выбирают такой величины, что он представляет короткое замыкание для токов высокой частоты и очень большое сопротивление для колебаний модулирующего сигнала. Напряжение на варикап обеспечивается делителем на высокоомных резисторах *R2* и *R3*, при этом

$$E_{CM} = E_C R2/(R2 + R3).$$

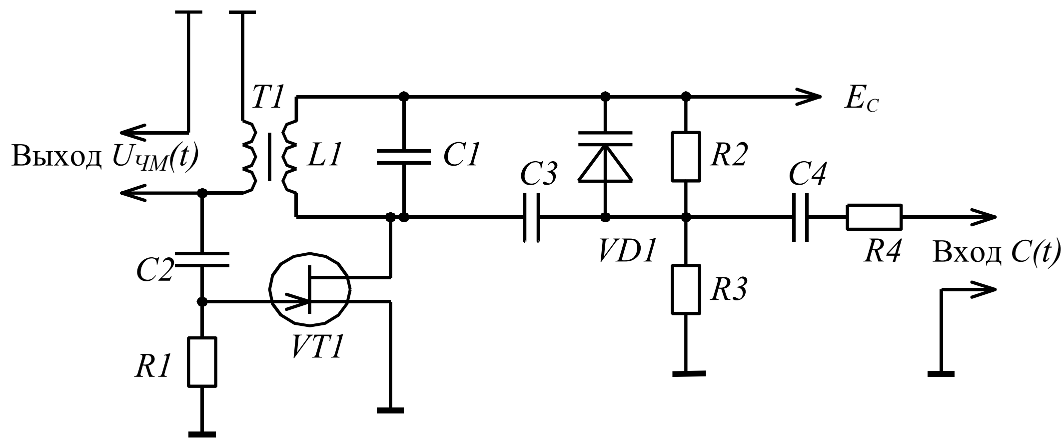


Рис. 5.19. Частотный модулятор на варикапе

Модулирующее напряжение поступает на варикап через конденсатор $C4$. Резистор $R4$ исключает шунтирование контура сопротивлением источника модулирующего сигнала.

5.5.3. Генератор с индуктивностью, управляемой током. Работа такого модулятора основана на известном явлении изменения магнитной проницаемости ферромагнитных материалов в зависимости от тока, протекающего в обмотке управления (рис. 5.20). Здесь колебательный контур генератора состоит из емкости C и индуктивности L, образованной обмоткой $W_Р$, намотанной на тороидальный сердечник. Обмотка $W_У$ является управляющей.

При ее помощи магнитное поле в сердечнике изменяется соответственно изменению измеряемой величины X.

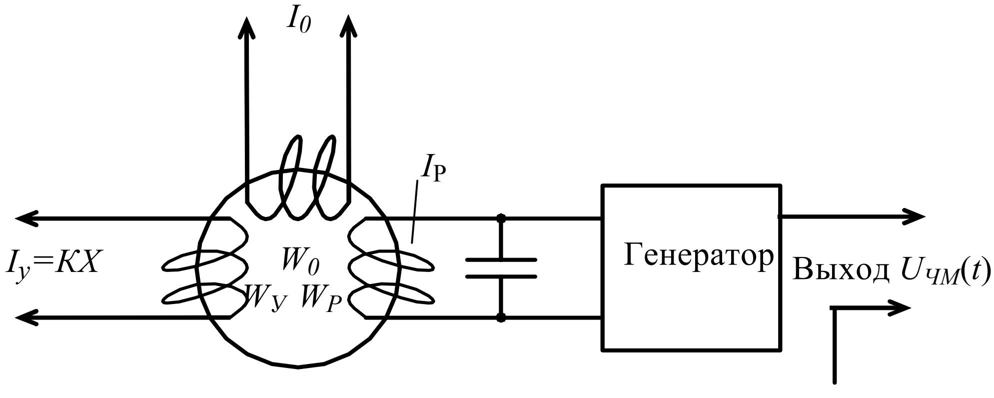


Рис. 5.20. Магнитный модулятор

Выбор рабочей точки производится подачей тока I_0 в обмотку подмагничивания W_0. Индуктивность обмотки с ферромагнитным сердечником на переменном токе при наличии постоянного подмагничивания определяется как

$$L=\mu_\Delta W_p^2 h \cdot \ell n(d_2/d_1)\ , \qquad (5.26)$$

где μ_Δ - приращённая магнитная проницаемость сердечника на частном цикле; h – высота сердечника; d_2 и d_1 – внешний и внутренний диаметры сердечника соответственно.

В этом выражении все величины являются для заданного сердечника физическими константами, кроме μ_Δ. Поэтому индуктивность может быть выражена как функция приращенной проницаемости:

$$L = k_1\mu_\Delta\ . \qquad (5.27)$$

В свою очередь магнитная проницаемость является функцией приложенных постоянного и переменного магнитных полей. Величины этих полей являются функциями создающих их токов. Общее уравнение для напряженности магнитного поля можно выразить как функцию тока:

$$H = k_2(I_0+ I_y+ I_p)\ . \qquad (5.28)$$

Приращенная магнитная проницаемость как функция переменной намагничивающей силы представлена на рис. 5.21. Эта зависимость наглядно иллюстрирует, что влияние ΔH на μ_Δ уменьшается с ростом H_{CM}.

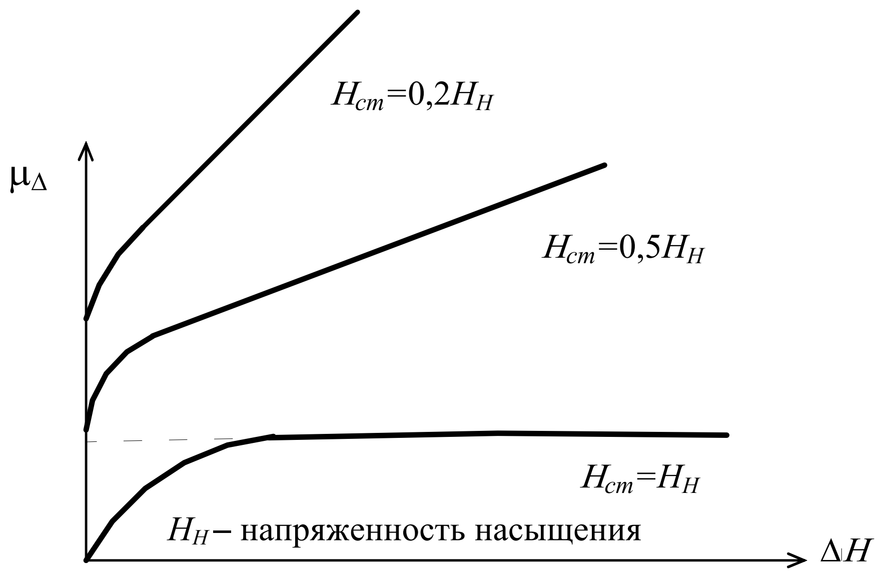


Рис. 5.21. Зависимость приращенной магнитной проницаемости от намагничивающей силы

Соотношение между частотой генератора и управляющим током определяется как

$$f(I_y) = \frac{k}{\sqrt{k_1 \frac{B_{cm}}{k_2(I_0 + I_Y) + \Delta H_\Delta}}}, \qquad (5.29)$$

где B_{CM} – индукция смещения; ΔH_Δ – приращение переменной составляющей намагничивающей силы.

Таким образом, при изменении управляющего тока будет меняться и частота гармонических колебаний. Принципиальная схема такого модулятора приведена на рис. 5.22.

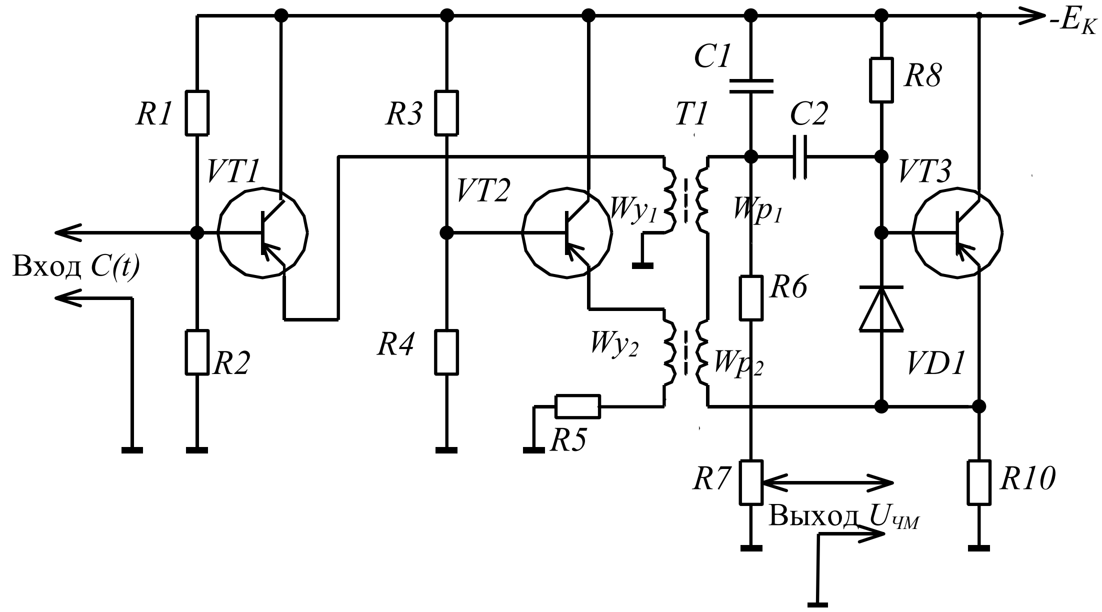


Рис. 5.22. Частотный модулятор с управляемой индуктивностью

Собственно генератор, собранный на транзисторе *VT*3, генерирует синусоидальные колебания. Контур генератора последовательного типа образован емкостью конденсатора *C*1 и индуктивностью вторичной обмотки трансформатора *T*1. Колебания, возникшие в контуре генератора за счет тока, протекающего через резистор обратной связи *R*10, воздействуют на транзистор, вызывая его поочередное запирание и отпирание. Важную роль в этом процессе играет конденсатор *C*2, который совместно с резистором *R*8 определяет режим автогенератора. Таким образом, транзистор *VT*3 в данной схеме работает как ключ, регулирующий поступление энергии в контур от источников питания. Работа транзистора в ключевом режиме обеспечивает высокую стабильность генератора. Кроме того, с помощью стабилитрона *VD*1 стабилизируется реактивная составляющая сопротивления эмиттерного перехода транзистора *VT*3. Модулятор собран на транзисторе *VT*1 по схеме эмиттерного повторителя. Его нагрузкой является управляющая обмотка W_{Y1}, намотанная на сердечнике трансформатора $T1$. Трансформатор $T1$ имеет четыре обмотки и два идентичных тороидальных сердечника. Сердечники изготавливаются из феррита. Контурная обмотка $T1$ состоит из двух половин W_{P1} и W_{P2} с равным числом витков, включенных встречно и намотанных на разные торы для того, чтобы избежать трансформации колебаний в цепи управления. Управляющие обмотки $W_{У1}$ и $W_{У2}$ навиваются на оба тора, которые накладываются друг на друга и в магнитном отношении включены встречно, чтобы избежать трансформации переходных процессов из цепи управления в цепи генератора.

При работе в широком диапазоне изменения температур существенным вопросом в модуляторах подобного типа является стабильность величины магнитного поля подмагничивания. Для термостабилизации управляющего частотой узла в схеме применен каскад, собранный на транзисторе *VT2.* Это эмиттерный повторитель, в эмиттерную цепь которого встречно с $W_{У1}$ включена компенсационная обмотка $W_{У2}$, причем $W_{У1}=W_{У2}$. Транзисторы *VT1* и *VT2* подбираются по току I_{K0}. При изменении температуры магнитные потоки от этих обмоток изменяются одинаково, но так как они направлены в противоположные стороны, суммарный поток, обусловленный изменением температуры, остается близким к 0. Обмотка $W_{У2}$ одновременно выполняет функцию смещающей обмотки. Регулировка тока смещения I_0 осуществляется резистором *R5*.

Таким образом, при изменении тока эмиттера *VT1* в зависимости от *C(t)*будет изменяться и магнитный поток от обмотки $W_{У1}$, что приведет к изменению магнитной проницаемости $\mu_Д$, а следовательно, частота генератора будет изменяться пропорционально модулирующему сообщению *C(t)*.

5.5.4. Управление частотой генератора изменением сопротивления. В зависимости от вида частотно-зависимой обратной связи *RC*-генераторы могут быть разделены на две группы: *RC*-генераторы с мостом Вина (рис. 5.23) и цепочечные (рис. 5.24).

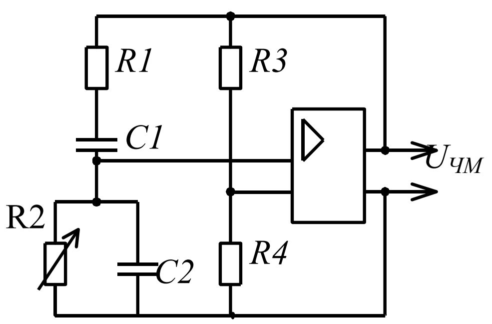


Рис. 5.23. Генератор с мостом Вина

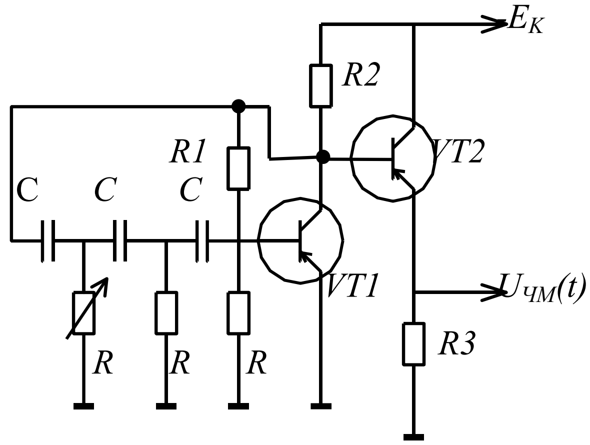


Рис. 5.24. Цепочечный RC-генератор

Зависимости частоты этих генераторов от параметров частотно-зависимых цепей можно представить соответственно в виде

$$f_1 = \frac{k_1}{\sqrt{R1R2C1C2}}; \tag{5.30}$$

$$f_2 = \frac{k_2}{RC}\ . \tag{5.31}$$

Очевидно, управлять частотой RC-генератора можно, включив в любую ветвь его частотно-зависимой цепи соответствующий параметрический преобразователь (R или C).

В качестве резистивных преобразователей могут быть применены терморезисторы, фоторезисторы, а также активные сопротивления.

На рис. 5.25 приведен частотный модулятор на базе дифференциального усилителя, где в качестве регулируемого сопротивления пропорционально модулирующему сообщению *C(t)*использован биполярный транзистор *VT4*. Частота этого генератора определяется из выражения (5.31).

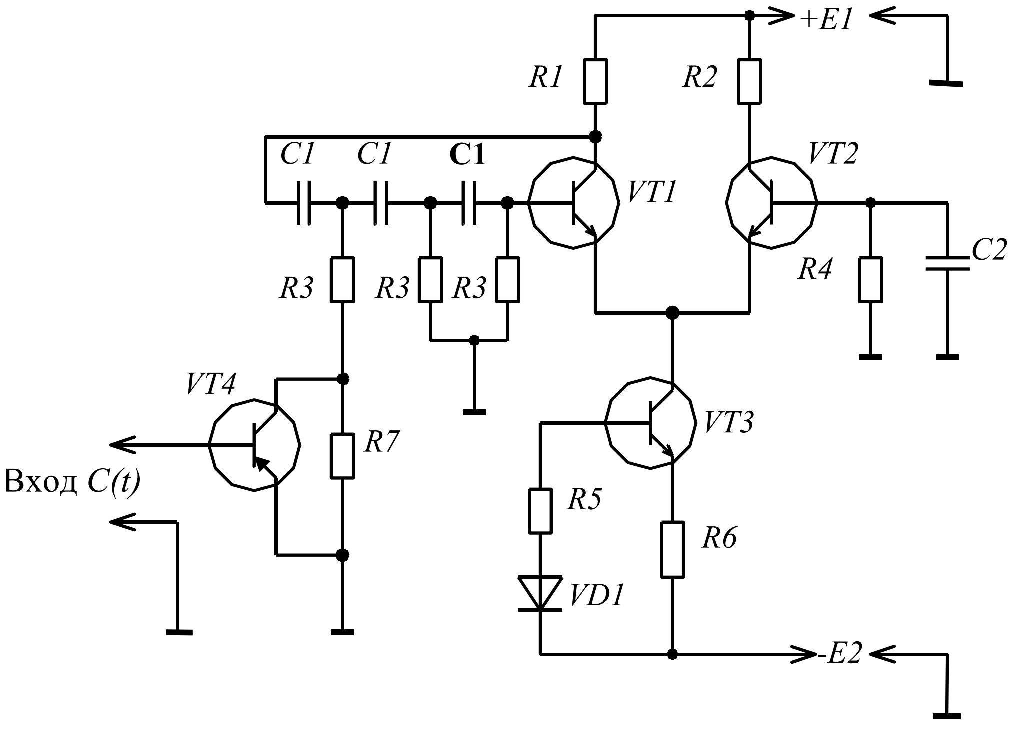


Рис. 5.25. Частотный модулятор на базе дифференциального усилителя

5.5.5. Управление частотой генератора изменением емкости. Управлять частотой генератора можно непосредственно изменением емкости фазосдвигающей цепи RC-генератора.

На рис. 5.26 изображен генератор, предназначенный для работы с емкостным датчиком.

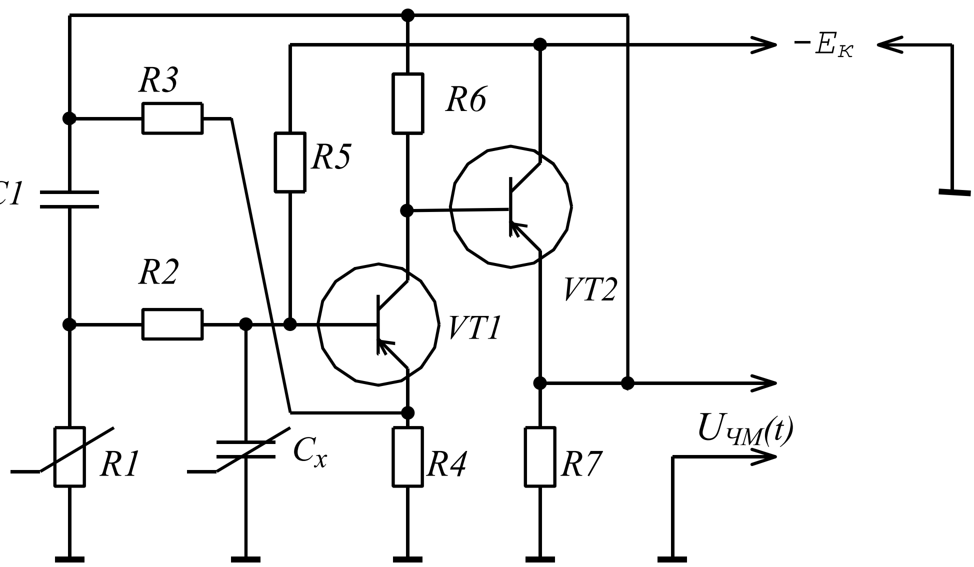


Рис. 5.26. Генератор с управляемой емкостью

Резистор *R1* представляет собой малоинерционный термистор, а конденсатор C_X – первичный датчик. Частота колебаний построенного по такой схеме *RC*-генератора

$$f = \frac{1}{2\pi R_2 C_X}\sqrt{\frac{R_3}{R_4}(1-\frac{R_4 C_X}{R_3 C_1})}\,. \tag{5.32}$$

Если подобрать параметры моста таким образом, чтобы второй член в скобках был мал по сравнению с единицей, то получится генератор с линейной зависимостью периода колебаний от величины C_X. В качестве управляющих емкостей *RC* генераторов с фазирующей цепочкой могут быть использованы кремниевые стабилитроны, на которые подается управляющее напряжение и постоянное напряжение смещения.

На рис. 5.27 приведена схема частотного модулятора на операционном усилителе.

Частота его входного сигнала определяется выражением

$$f_0 = 1\big/\left(2\pi\sqrt{R1C2(R5C3 - R2C1)}\right)\ . \tag{5.33}$$

С помощью конденсатора *C1* можно изменять частоту в широких пределах. Закон изменения частоты показан на рис. 5.28. Цепь *R4*, *VD1*, *VD2* обеспечивает быструю установку уровня выходного сигнала до амплитуды 2 В.

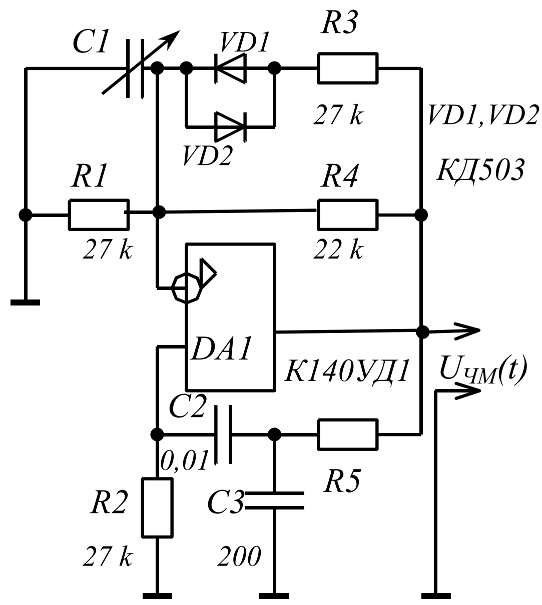


Рис. 5.27. Схема частотного модулятора на операционном усилителе

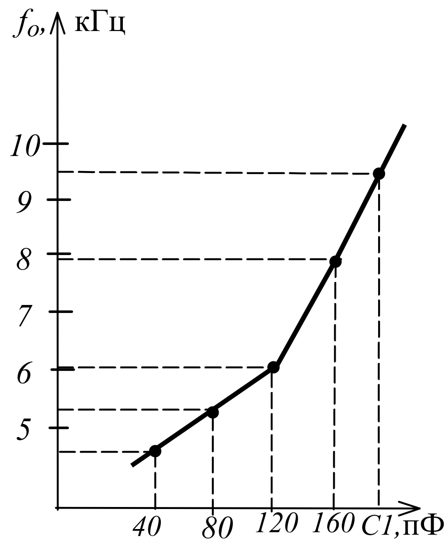


Рис. 5.28. Зависимость частоты колебаний от емкости С1

5.6. Детекторы ЧМ-сигналов

Напряжение на выходе частотного детектора должно воспроизводить закон изменения мгновенной частоты модулированного колебания. Представив ЧМ-сигнал в форме

$$U_{ЧМ}(t) = U\cos(\omega_1 t + \theta(t)) \ , \qquad (5.34)$$

получим для идеального частотного детектора следующую функциональную связь:

$$U_{ВЫХ}(t) = k_{ЧД}\frac{d\theta}{dt} = k_{ЧД}\Delta\omega(t) \quad , \qquad (5.35)$$

где $\Delta\omega(t) = d\theta/dt$ представляет собой мгновенное значение частотного отклонения входного сигнала; $K_{ЧД}$ – коэффициент передачи частотного детектора, выраженный в вольтах на единицу угловой частоты.

Предполагается, что $\Delta\omega(t)$, а следовательно и $U_{ВЫХ}(t)$ являются медленными функциями времени. Для выделения $U_{ВЫХ}(t)$ из ЧМ-сигнала, спектр которого состоит только из высокочастотных составляющих (несущая частота ω_1 и боковые частоты модуляции $\omega_1 \pm n\Omega$), необходимо нелинейное устройство. Следовательно, частотный детектор обязательно должен включать в себя нелинейный элемент. Однако в отличие от амплитудного детектора одного лишь нелинейного элемента недостаточно для образования частот сообщения. Действительно, при рассмотрении ВАХ нелинейных элементов в разд. 5.2 видно, что при постоянстве амплитуды входного сигнала нелинейный элемент не реагирует на изменение частоты этого сигнала. Иными словами, нелинейность таких устройств, как диод, транзистор, проявляется лишь при изменении величины действующего на них напряжения, но не при изменении частоты или, в общем случае, скорости изменения сигнала. Поэтому обычный частотный детектор представляет собой сочетание следующих двух основных частей: избирательной линейной системы, преобразующей частотную модуляцию в амплитудную; амплитудного детектора.

При правильном построении схемы частотного детектора изменение амплитуды входного сигнала не должно влиять на величину выходного напряжения. Поэтому в состав частотного детектора должно входить устройство для ограничения амплитуды входного сигнала.

В качестве линейной системы может быть использована любая электрическая цепь, обладающая неравномерной частотной характеристикой: *RL*, *RC*-фильтры и колебательные контуры.

5.6.1. Частотные дискриминаторы на расстроенном контуре. Принципиальная схема дискриминатора на расстроенном контуре показана на рис.5.29.

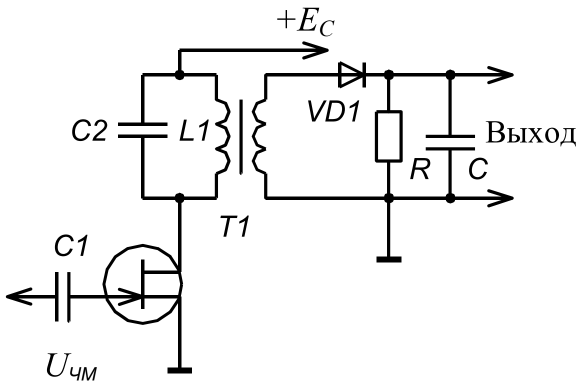


Рис. 5.29. Частотный дискриминатор на расстроенном контуре

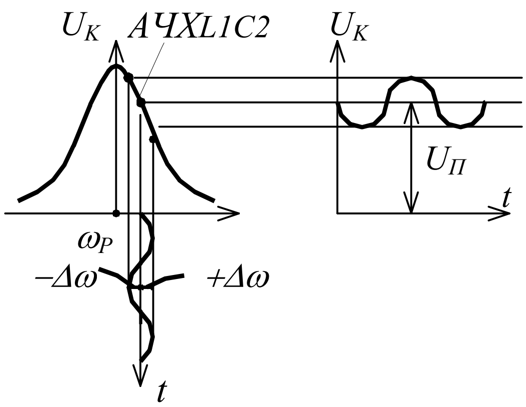


Рис. 5.30. Преобразование ЧМ в АМ

Если резонансная частота контура ω_p отличается от средней частоты модулирующего колебания, то изменение амплитуды напряжения на контуре U_K повторяет изменение частоты входного напряжения. Преобразование ЧМ в АМ для случая гармонической модуляции частоты показано на рис. 5.30. Изменение амплитуды U_K с помощью диода *VD1* преобразуется в низкочастотные напряжения, которое выделяется на апериодической нагрузке *RC*.

Как видно из рис. 5.30 для неискаженной демодуляции, рабочая точка должна устанавливаться на скате резонансной кривой.

Дискриминатор с одиночным контуром обладает весьма ограниченным линейным участком резонансной кривой, и, кроме того, при отсутствии полезного сообщения на выходе имеется постоянное напряжение $U_П$. Лучшие результаты могут быть получены в дискриминаторе с двумя взаимно расстроенными контурами (рис. 5.31).

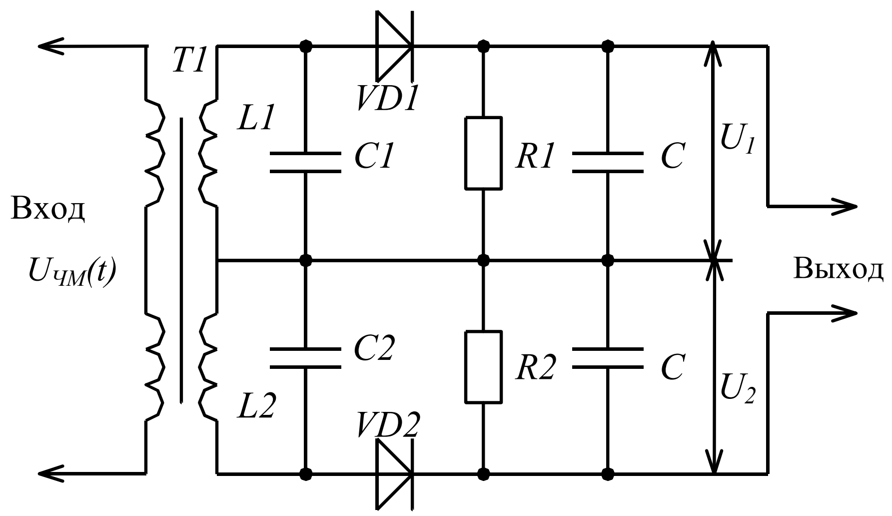


Рис. 5.31. Частотный дискриминатор с двумя взаимно расстроенными контурами

В этой схеме избирательным линейным элементом являются контуры *L1C1* и *L2C2*. Контур *L1C1* настраивается на частоту $\omega_{max}=\omega_1+\Delta\omega_p$, контур *L2C2* – на частоту $\omega_{min}=\omega_1-\Delta\omega_p$. Для неискажённой демодуляции необходимо, чтобы расстройка *LC*-контуров в 1,5-1,25 раз превышала максимальную относительную девиацию частоты. При расстройке контуров на большую величину, наряду с уменьшением нелинейности и сокращением рабочего участка происходит также существенное снижение чувствительности дискриминатора.

Таким образом, как следует из рис. 5.31 и 5.32, изменения частоты входного напряжения преобразуются в колебания выходного сигнала с частотой полезного сообщения Ω, которые выделяются на резисторах *R1* и *R2* как разность двух выпрямленных на диодах *VD1* и *VD2* напряжений U_1 и U_2. Поскольку контуры расстроены относительно частоты ω_1 на $\pm\Delta\omega_P$, амплитуды напряжений U_1 и U_2 (рис. 5.31) при частоте ω_1 (рис. 5.32) одинаковы и равны

$$U_1 = U_2 = \frac{U_P}{\sqrt{1+\Delta\omega_P^2\tau_K^2}} \quad , \qquad (5.36)$$

где U_P – амплитуда напряжения при резонансной частоте; $\tau_K=2Q/\omega_1$ – постоянная времени контура; Q –добротность контура.

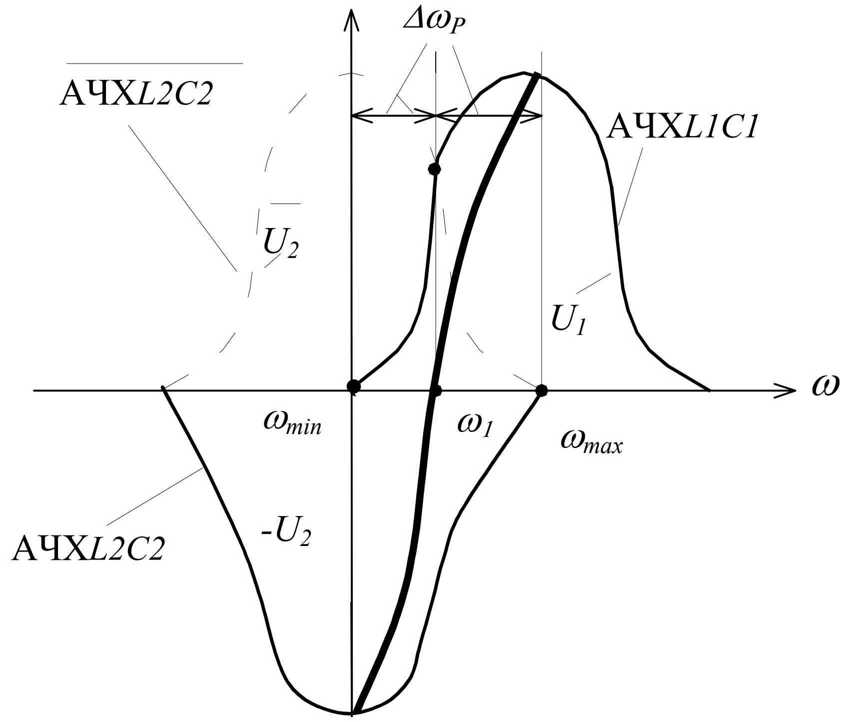


Рис. 5.32. Амплитудно-частотная характеристика дискриминатора с двумя взаимно расстроенными контурами

При отклонении частоты подводимого колебания от ω_1 на величину $\pm\Delta\omega_t<\Delta\omega_P$ (см. рис. 5.32) напряжение на одном из контуров увеличивается, а на другом уменьшается и на выходе появляется напряжение с амплитудой и полярностью пропорционально отклонению частоты от частоты немодулированного носителя. Если сложить резонансные кривые контуров *L1C1* и *L2C2*, то получится результирующая кривая дискриминатора, представляющая собой зависимость напряжения на выходе от частоты входного сигнала (жирная линия на рис. 5.32).

5.6.2. Частотный дискриминатор с двумя связанными контурами (рис. 5.33). В качестве линейного избирательного элемента используются контуры *L1C1* и *L2C2*. Связь между первичным и вторичным контурами может быть емкостной, индуктивной или индуктивно-емкостной. В рассматриваемой схеме емкостная связь между контурами осуществляется конденсатором связи C_{CB}. Оба контура настроены на одну и ту же частоту ω_1.

Принцип действия такого дискриминатора базируется на свойстве связанных контуров: если один из связанных контуров возбуждать сигналом с частотой равной частоте их настройки, то во втором контуре наводится напряжение, сдвинутое на угол 90^0 относительно напряжения на первом; если частота сигнала отлична от частоты настройки контуров, то во втором контуре наводится напряжение, сдвинутое на угол, отличный от 90^o относительно напряжения на первом контуре.

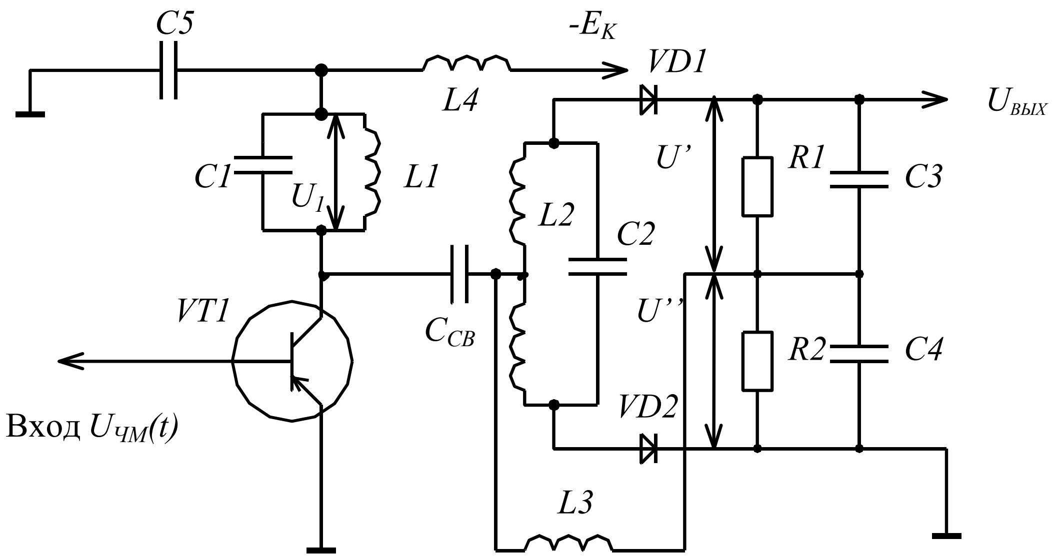


Рис. 5.33. Частотный дискриминатор на связанных контурах

Пусть на вход транзистора *VT1* подается сигнал с частотой ω_1. Входное напряжение каждого частотно-избирательного контура *U'* и *U''* является геометрической суммой двух составляющих напряжения U_1 на контуре *L1C1* и половины напряжения на контуре *L2C2*—U_2 (рис. 5.34,а).

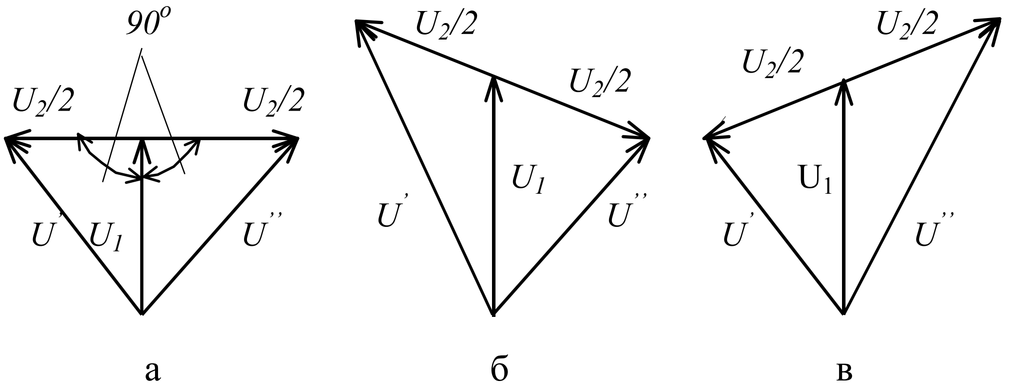


Рис. 5.34. Векторные диаграммы напряжений частотного дискриминатора со связанными контурами

На выходе вторичного контура *L2C2* диоды *VD1* и *VD2* включены так, чтобы выходное напряжение дискриминатора было равно разности напряжений на нагрузках *R1C3* и *R2C4*, т.е.

$$U_{ВЫХ} = U'-U''. \qquad (5.37)$$

В данном случае, согласно рис. 5.34,а, векторы *U'* и *U''* имеют одинаковую длину, а поэтому $U_{ВЫХ}=0$.

При отклонении частоты сигнала от ω_1 на $\pm\omega_t$ получаются векторные диаграммы, приведенные на рис. 5.34,б, в, из которых видно, что $U' \neq U''$, т.е. на выходе появляется напряжение, пропорциональное фазовому сдвигу между напряжениями U_1 и U_2, а следовательно, пропорциональное девиации частоты.

Следует отметить, что поведение системы состоящей из двух связанных контуров, настроенных на одну и ту же частоту, сильно зависит от коэффициента связи между ними. Кроме того, АЧХ имеет малую крутизну, а, следовательно, уровень полезного сигнал настолько мал, что трудно обеспечить достаточно большое отношение сигнала к шуму, обусловленное паразитной амплитудной модуляцией, источниками питания и внешними наводками. Получение хорошей формы АЧХ возможно только при $\Delta\omega/\omega_1 << 0,075$. В этом случае дискриминатор со связанными контурами имеет большую чувствительность и линейность.

При $\Delta\omega/\omega_1 \geq 0,075$ его характеристики значительно ниже, чем, например, у частотного дискриминатора с расстроенными контурами, следовательно, он менее приемлем для преобразования быстроменяющейся частоты.

Недостатком частотного дискриминатора на связанных контурах является необходимость предварительного ограничения сигналов для устранения паразитной амплитудной модуляции. От этого недостатка свободен дробный детектор.

5.6.3. Дробный детектор. В данном детекторе амплитудное ограничение происходит в самой схеме. Принципиальная схема дробного детектора показана на рис. 5.35. Векторные диаграммы, поясняющие его работу, аналогичны рассмотренным выше.

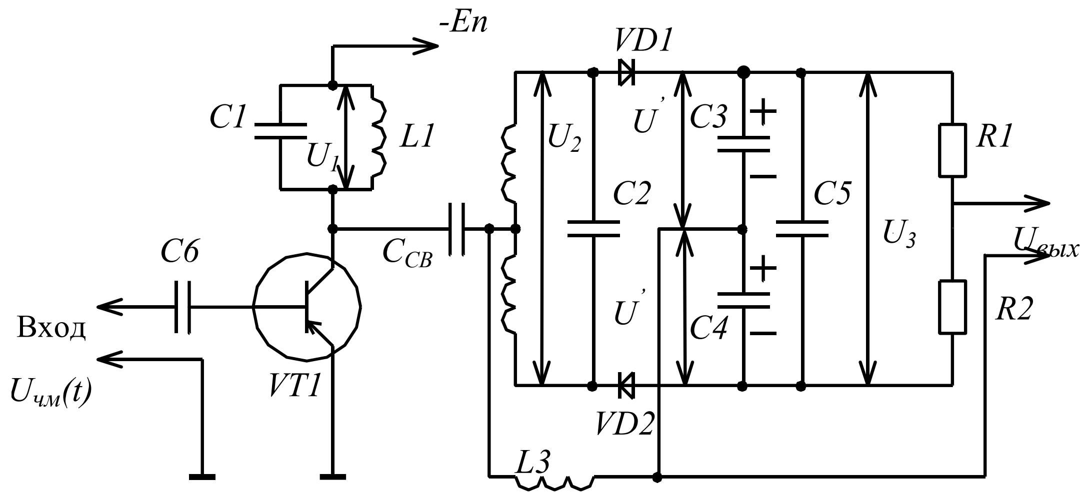


Рис. 5.35. Принципиальная схема дробного детектора

Основные отличия дробного детектора от частотного дискриминатора на связанных контурах состоят в том, что полярность диода *VD2* заменена на обратную, параллельно конденсаторам *C3* и *C4* подключен конденсатор *C5* большой емкости, а входное напряжение снимается между промежуточными точками соединения конденсаторов *C3* и *C4* и резисторов *R1* и *R2*. При этом $C5>>C1=C2$, $R1 = R2$.

В данном случае ток диода *VD1* заряжает конденсатор *C1* создавая на нем выпрямленное напряжение U', а ток диода *VD2* конденсатор *C4*, создавая на нем выпрямленное напряжение U''. Поскольку полярность этих напряжений совпадает, то напряжение на конденсаторе *C5* равно $U_3=U'+U''$, а выходное напряжение равно

$$U_{ВЫХ}=U'-\frac{U_3}{2}=\frac{U'U_3}{U'+U''}-\frac{U_3}{2}=\frac{U_3}{2}\frac{\frac{U'}{U''}-1}{\frac{U'}{U''}+1}\ . \qquad (5.38)$$

Отсюда и название – детектор отношений. В процессе детектирования U_3 остается постоянной величиной по двум причинам:

1) $U'+U''\cong const$, что видно при рассмотрении векторных диаграмм (см. рис. 5.34);

2) *C5* – емкость большой величины, следовательно, напряжение на ней остается постоянным в процессе модуляции.

В зависимости от частоты входного сигнала возможны следующие ситуации:

$$\omega_t = \omega_1,\ \text{то}\ \ U' = U''\ \ \text{и}\ \ U_{ВЫХ} = 0\ ;$$
$$\omega_t > \omega_1,\ \text{то}\ \ U' < U''\ \ \text{и}\ \ U_{ВЫХ} < 0\ ;$$
$$\omega_t < \omega_1,\ \text{то}\ \ U' > U''\ \ \text{и}\ \ U_{ВЫХ} > 0\ .$$

Статические характеристики дробного детектора такие же, как и частотного детектора на связанных контурах.

5.6.4. Импульсно-счетный частотный детектор. Принцип действия импульсно-счетного детектора основан на преобразовании синусоидального переменного напряжения в импульсы, амплитуда и длительность которых постоянны и практически не зависят от частоты. Среднее значение тока в цепи с такими импульсами прямо пропорционально количеству их в единицу времени, т.е. частоте, что позволяет получить характеристику зависимости выходного напряжения от частоты входного сигнала, близкую к линейной.

Структурная схема импульсно-счетного частотного детектора представлена на рис. 5.36. Она состоит из усилителя ограничителя, выделителя переднего фронта импульса, формирователя импульсов постоянной длительности и фильтра нижних частот, выполняющего функцию интегратора.

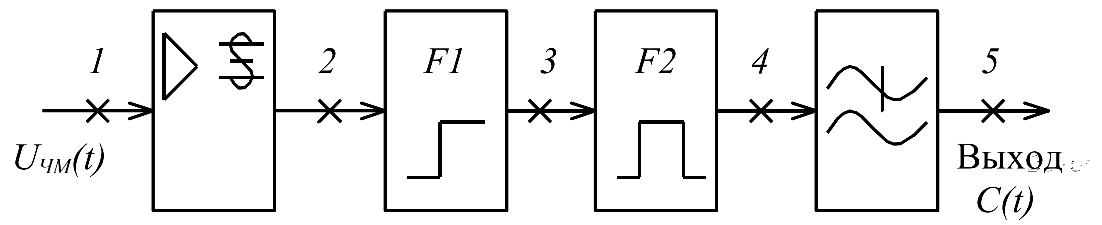


Рис. 5.36. Импульсно-счетный частотный детектор

На рис. 5.37 представлены временные диаграммы, поясняющие принцип действия описываемого детектора

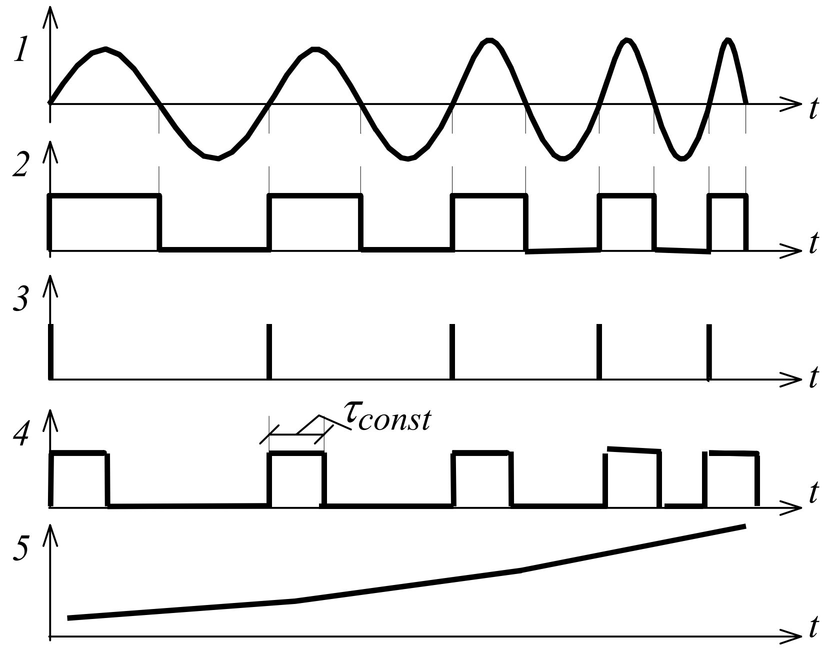


Рис. 5.37. Временные диаграммы работы импульсно-счетного частотного детектора

Спектр импульсов на выходе формирователя *F2* наряду с высокочастотными составляющими содержит спектральные составляющие модулирующего низкочастотного сигнала, которые выделяются в фильтре нижних частот. В результате этого на выходе детектора получается низкочастотный сигнал, воспроизводящий закон изменения частоты подводимого частотно-модулированного сигнала.

Принципиальная схема импульсно-счетного частотного детектора на интегральных микросхемах приведена на рис. 5.38.

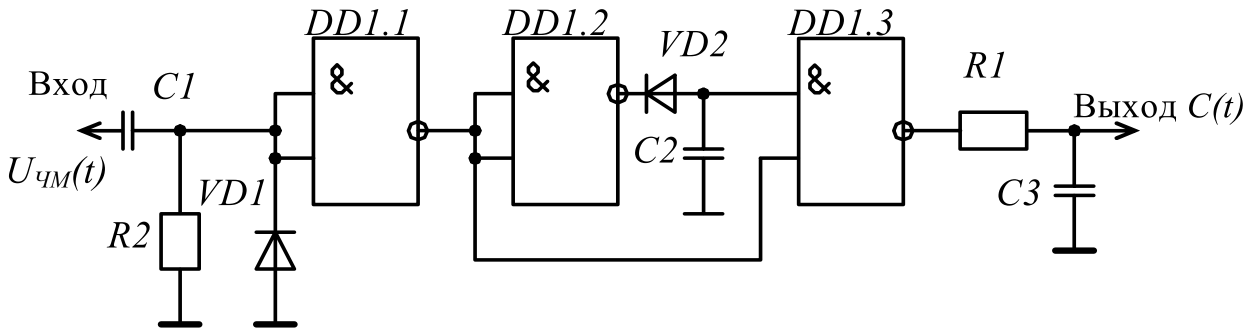


Рис. 5.38. Детектор ЧМ-сигналов на цифровых микросхемах

Входной ЧМ-сигнал подают на формирователь импульсов (*DD1.1* и *DD1.2*). Цепь *VD2*, *C2* задерживает сигнал с выхода элемента *DD1.2*. На нижний по схеме вывод элемента *DD1.3* приходит незадержанный сигнал. Когда на выходе элемента *DD1.1* присутствует напряжение низкого уровня, конденсатор *C2* медленно заряжается входным током элемента *DD1.3*, а когда высокого – быстро разряжается. Таким образом, длительность импульсов на выходе пропорциональна задержке, а постоянная составляющая импульсной последовательности – модулирующему сигналу.

5.7. Фазовые модуляторы

Под фазовой модуляцией, как указывалось выше, понимается изменение фазы несущего колебания по закону изменения модулирующего напряжения. Эта задача может быть решена различными способами.

5.7.1. Фазовый модулятор с изменением расстройки колебательного контура. Схема подобного модулятора представлена на рис. 5.39.

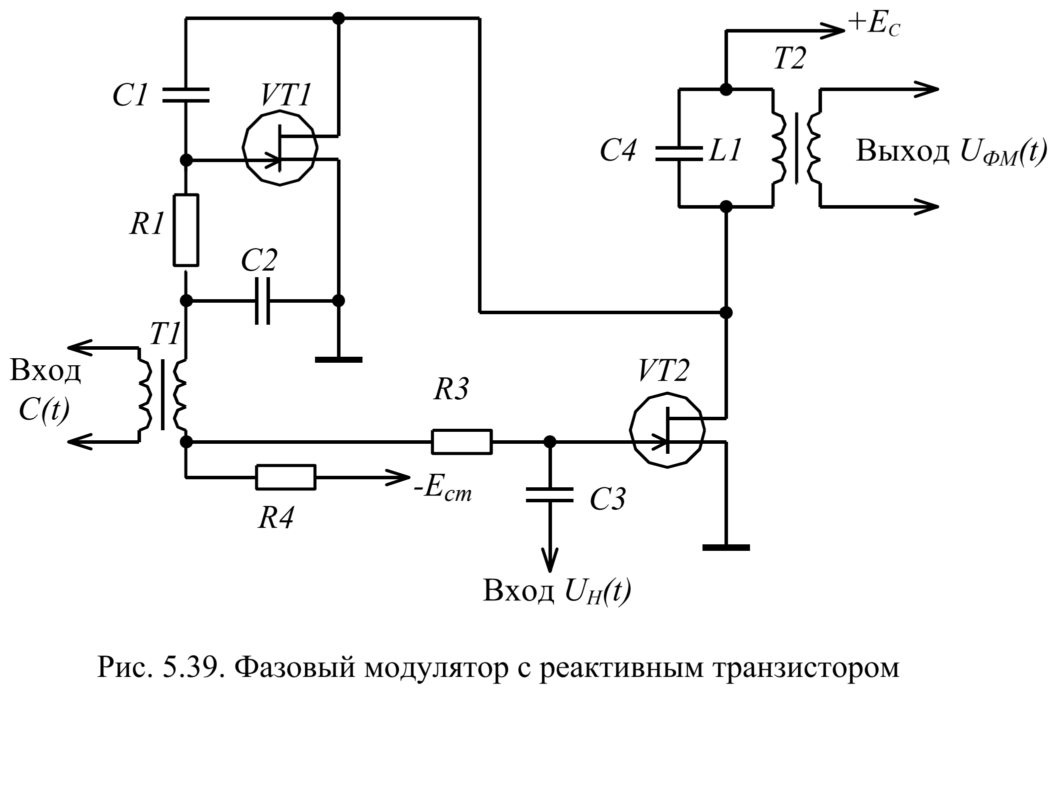


Рис. 5.39. Фазовый модулятор с реактивным транзистором

Реактивный полевой транзистор *VT1*, с помощью которого осуществляется изменение резонансной частоты контура, включен параллельно контуру *L1C4* усилителя, собранного на транзисторе *VT2*. Сигнал на усилитель подается от стабильного и независимого генератора с частотой ω_1 через конденсатор связи *C3*. Конденсатор *C1* и резистор *R1* являются элементами реактивного полевого транзистора. Емкость *C2* является блокировочной. Она представляет собой короткое замыкание для токов высокой частоты и очень большое сопротивления для модулирующего сигнала с частотой Ω.

Все сказанное о работе реактивного транзистора в подразд. 5.5.1 полностью остается применимым и к случаю фазового модулятора, лишь с той разницей, что изменение резонансной частоты контура приводит не к изменению частоты генерации, а к изменению фазы напряжения на контуре.

Связь между относительным изменением резонансной частоты контура $\Delta\omega/\omega_P$ и фазовым изменением легко может быть представлена на основании выражения для фазовой характеристики контура.

$$\varphi = arctg(2\frac{\Delta\omega}{\omega_P}\theta) \quad . \tag{5.39}$$

Приравнивая $\varphi = \theta$, $\omega_P = \omega_1$ и подставляя $\Delta\omega = \omega_g cos\Omega t$ (где ω_g – максимальное изменение частоты), получаем

$$\theta = arctg\,(\frac{2\omega_g}{\omega_1}\theta cos\Omega t) = \theta_{\max} cos\Omega t\ . \tag{5.40}$$

Достоинство рассмотренного фазового модулятора – это возможность обеспечения высокой стабильности средней частоты путём применения кварцованного задающего генератора. Недостаток – малые значения θ_{max}.

Получить θ_{max}= (100-200)^0 позволяют импульсно-фазовые модуляторы.

5.7.2. Импульсно-фазовый модулятор (ИФМ). Схема импульсно-фазового модулятора представлена на рис. 5.40, а временные диаграммы, поясняющие её работу,– на рис. 5.41.

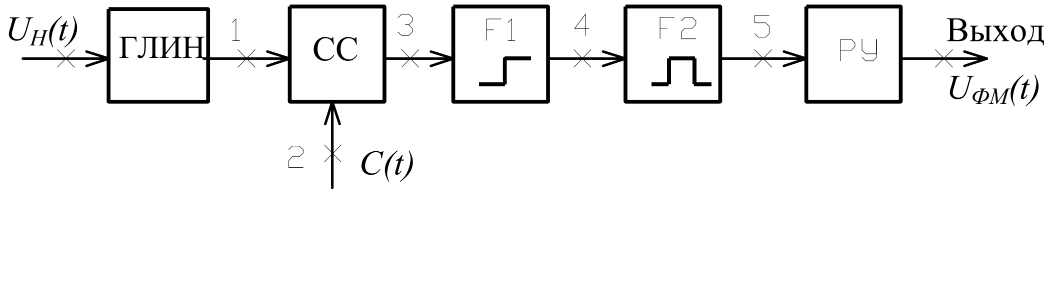


Рис. 5.40. Структурная схема импульсно-фазового модулятора

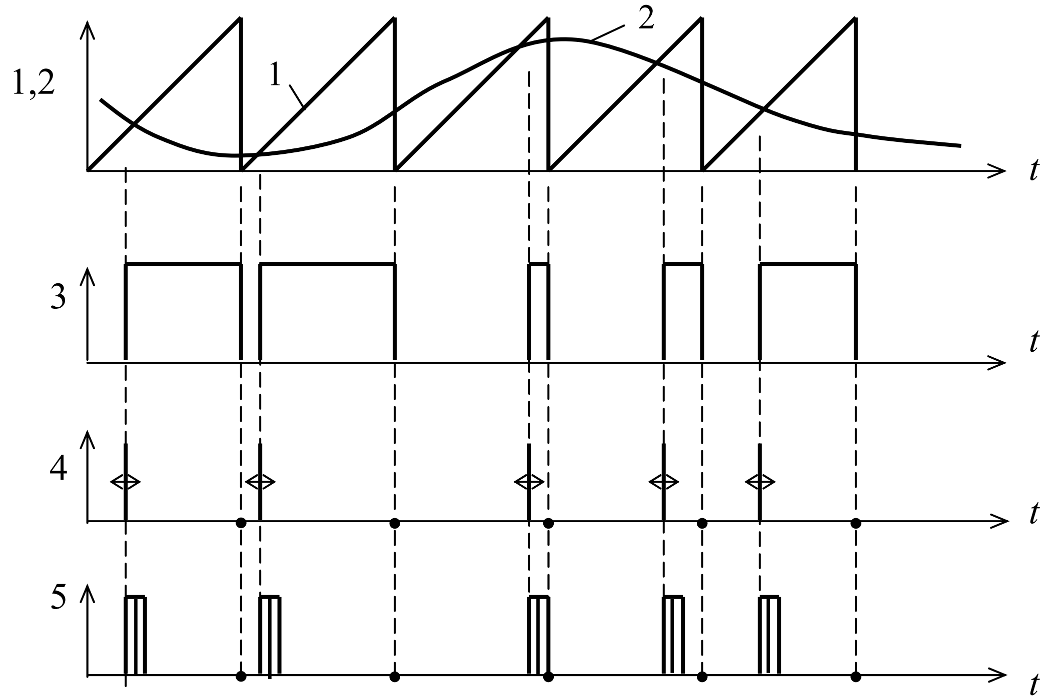


Рис. 5.41. Временные диаграммы работы ИФМ

Высокочастотные колебания U_H(t)от кварцевого генератора с частотой ω_1 запускают генератор линейно-изменяющегося напряжения, которое поступает на один из входов схемы сравнения (СС). На второй вход *СС* поступает модулирующее напряжение *C(t).* На выходе *СС* получаем одностороннюю ШИМ. Из импульсов ШИМ формирователем *F1* выделяется передний фронт импульсов. В результате получаем ФИМ-сигнал. Затем формирователем *F2* формируются импульсы одинаковой длительности, первые гармоники которых и боковые частоты модуляции выделяются резонансным усилителем (РУ). При соответствующей форме пилообразного напряжения импульсы 4 могут перемещаться во время модуляции в пределах $(250\text{-}280)^0$ и $\theta_{max}=(125\text{-}140)^0$.

Достоинством импульсно-фазового модулятора является возможность получения больших индексов модуляции и высоких значений стабильности частоты несущего колебания.

5.8. Фазовые детекторы (ФД)

Одним из перспективных направлений приема ФМ-сигналов является синхронное детектирование гармонических колебаний. Оно позволяет значительно повысить помехоустойчивость и линейность детектирования. Сущность синхронного детектирования заключается в том, что на вход детектора вместе с напряжением ФМ-сигнала подают напряжение опорного генератора (гетеродина), совпадающее по частоте и фазе с несущей частотой ФМ-сигнала. Для получения синхронного напряжения опорного генератора можно использовать следящий фильтр или систему фазовой автоподстройки частоты, которая более надежна и легко реализуется на универсальных микросхемах.

5.8.1. Перемножающие детекторы. В качестве перемножающегося детектора можно использовать дифференциальный усилитель (рис. 5.42).

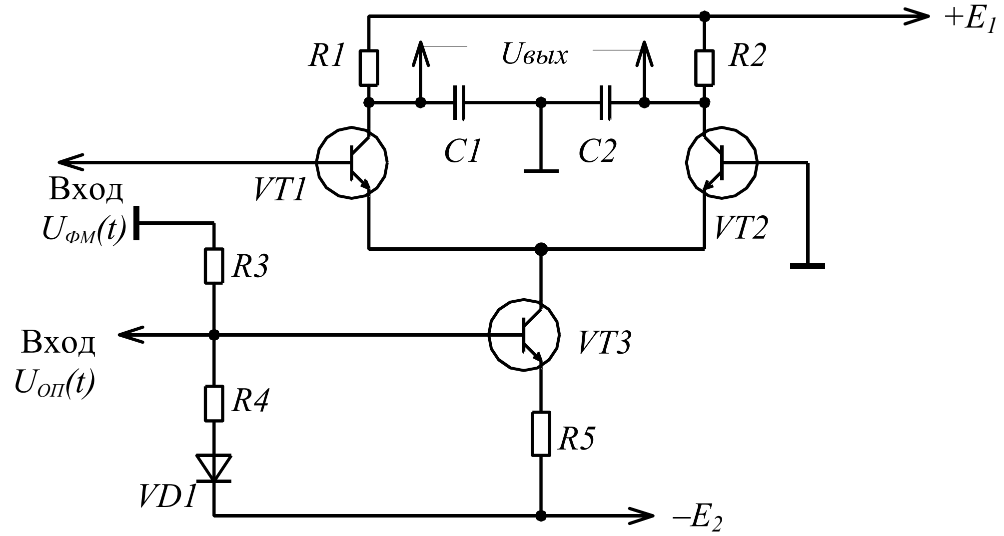


Рис. 5.42. Фазовый детектор на дифференциальном усилителе

Работа схемы основана на распределении коллекторного тока транзистора *VT3*, изменяющегося под действием опорного напряжения $U_{ОП}(t)$, между транзисторами дифференциального каскада *VT1* и *VT2*, на вход которого подается напряжение $U_{ФМ}(t)$, сдвинутое относительно опорного на угол $\Delta\varphi$, пропорциональный модулирующему сообщению. На выходе дифференциального каскада выделяется напряжение, пропорциональное разности постоянных составляющих коллекторных токов транзисторов *VT1* и *VT2*.

Пусть на схему подаются напряжения $U_{ФМ}(t)=U_1cos(\omega_1t+\Delta\varphi)$ и $U_{ОП}(t)=U_2\cos\omega_1 t$, причём каскад на транзисторе *VT3* работает в линейном режиме. Конденсаторы *C1* и *C2* образуют с нагрузочными резисторами *R1* и *R2* фильтры нижних частот, постоянные времени которых значительно больше периода входных напряжений. Практически ёмкость конденсаторов выбирается из условия

$$C1 = C2 \ \ \geq 20\pi/(\omega_1 R_2)\ . \qquad (5.41)$$

При этом выходное напряжение *ФД* определяется постоянными составляющими I_{k1} и I_{k2} коллекторных токов транзисторов *VT1* и *VT2*, которые равны

$$I_{k1} = \alpha_1(a_0I_0 + a_1S_3U_2cos\Delta\varphi)/2;$$

$$I_{k2} = \alpha_2(b_0I_0 + b_1S_3U_2cos\Delta\varphi)/2.$$

В симметричной схеме $(\alpha_1=\alpha_2,\ R1=R2)$ при отсутствии внешнего напряжения смещения $U_{СМ}$ и внутреннего напряжения смещения нуля коэффициенты $a_0 = b_0 = 1$ и $a_1 = b_1$. Поэтому выходное напряжение *ФД* равно

$$U_{ВЫХ} = (I_{k1}-I_{k2})R2 = -\alpha_2 b_1 S_3 U_2 cos\Delta\varphi\ . \qquad (5.42)$$

Из выражения (5.42), определяющего характеристику детектирования схемы, видно, что нормированной характеристикой *ФД* в рассматриваемом режиме работы является косинусоида, выходное напряжение *ФД* прямо пропорционально амплитуде U_2.

Если на вход $U_{ФМ}(t)$подавать гармонический сигнал, а на вход $U_{ОП}(t)$– импульсный, то форма нормированной характеристики изменяется от косинусоидальной до линейной в зависимости от величины амплитуды U_1. Если оба входных сигнала импульсные, нормированная характеристика линейна независимо от их амплитуд.

В заключение следует отметить, что, так как в схеме не используются трансформаторы, то она может применяться в широком частотном диапазоне.

5.8.2. Фазовые измерители (рис. 5.43). Фазовый сдвиг между двумя импульсными последовательностями одной частоты можно определить с помощью схемы измерителя, приведенной на рис. 5.43,а. В зависимости от взаимного соотношения входных сигналов на выходе *D*-триггеров формируются различные сигналы, постоянная составляющая которых определяет фазовый сдвиг. Эта составляющая выделяется на *RC*-фильтре.

Принцип работы и основные характеристики измерителя можно определить из эпюр сигналов, приведенных на рис. 5.43,б-г. В зависимости от взаимного положения входных сигналов меняется форма сигналов на выводах 5 и 9 микросхемы *DD1*.

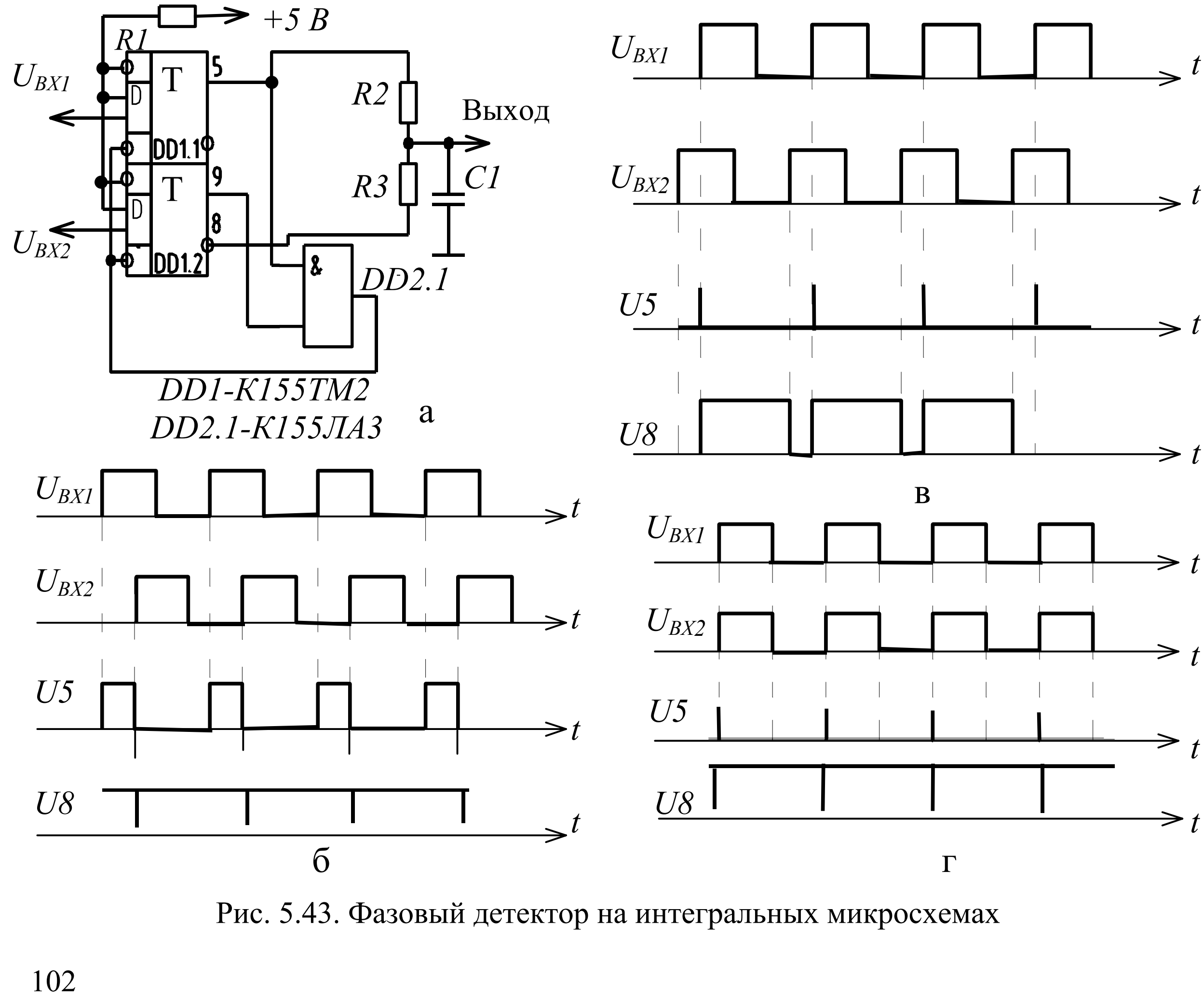


Рис. 5.43. Фазовый детектор на интегральных микросхемах

На рис. 5.43,б сигнал U_{BX1} опережает сигнал U_{BX2}, на рис. 5.43,в сигнал U_{BX1} отстает от сигнала U_{BX2}, а на рис. 5.43,г эти сигналы совпадают.

В качестве формирователя импульсной последовательности можно использовать компаратор или триггер Шмитта.

5.9. Амплитудно-импульсные модуляторы

Модуляторы АИМ-сигналов строятся на базе аналоговых ключей и коммутаторов. Лучшими характеристиками обладают транзисторные модуляторы. Эти модуляторы выполняют как на биполярных, так и на полевых транзисторах.

Модуляторы на биполярных транзисторах используют в тех случаях, когда требуется гальваническая развязка между датчиком и управляющим сигналом. Если же сопротивление источника сигнала более 500 кОм, то следует применять полевые транзисторы.

Основным недостатком модулятора является то, что при отсутствии входного сигнала на его выходах присутствует постоянное напряжение, возникающее за счет токов утечки и импульсных сигналов, связанных с паразитными межэлектродными емкостями активных элементов. С этой точки зрения полевые транзисторы предпочтительнее, так как емкость затвор–канал у них значительно меньше межэлектродной емкости биполярных транзисторов.

5.9.1. Модулятор на биполярных транзисторах. Работа модулятора (рис.5.44) основана на поочередном открывании и закрывании транзисторов (рис. 5.45).

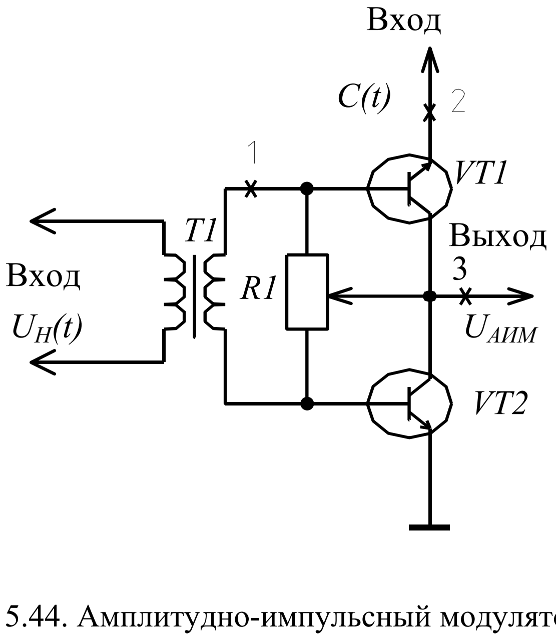


Рис. 5.44. Амплитудно-импульсный модулятор на биполярных транзисторах

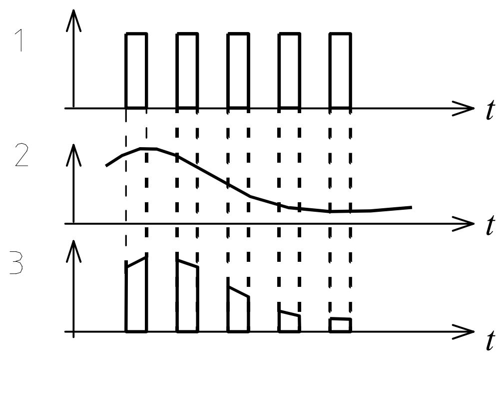


Рис. 5.45. Временные диаграммы работы модулятора

Когда импульс положительной полярности приходит на базу *VT1*, то транзистор открывается и входной сигнал *C(t)* проходит на выход. В следующий полупериод сигнала $U_H(t)$положительный импульс открывает транзистор *VT2*, транзистор *VT1* закрывается. Выход подключается к нулевой шине. Важным фактором в работе схемы является равенство остаточных напряжений. Для выравнивания этих напряжений служит резистор *R1*.

В импульсном модуляторе (рис. 5.46) транзистор *VT1* работает в линейном режиме как эмиттерный повторитель, а транзистор *VT2* – в ключевом режиме. Источником питания транзистора *VT2* является напряжение в эмиттере *VT1*. При отсутствии на входе 1 гармонического сигнала на выходе существует импульсный сигнал с амплитудой 5 В. Изменение напряжения в базе *VT1*, вызванное гармоническим сигналом на входе 1, вызывает изменение коллекторного напряжения *VT2*. На выходе появляется модулированный сигнал. В схеме можно получить 100 %-ю *АИМ-I*. Если на выходе подключить колебательный контур, настроенный на первую гармонику импульсного сигнала, то можно получить АМ гармонического сигнала.

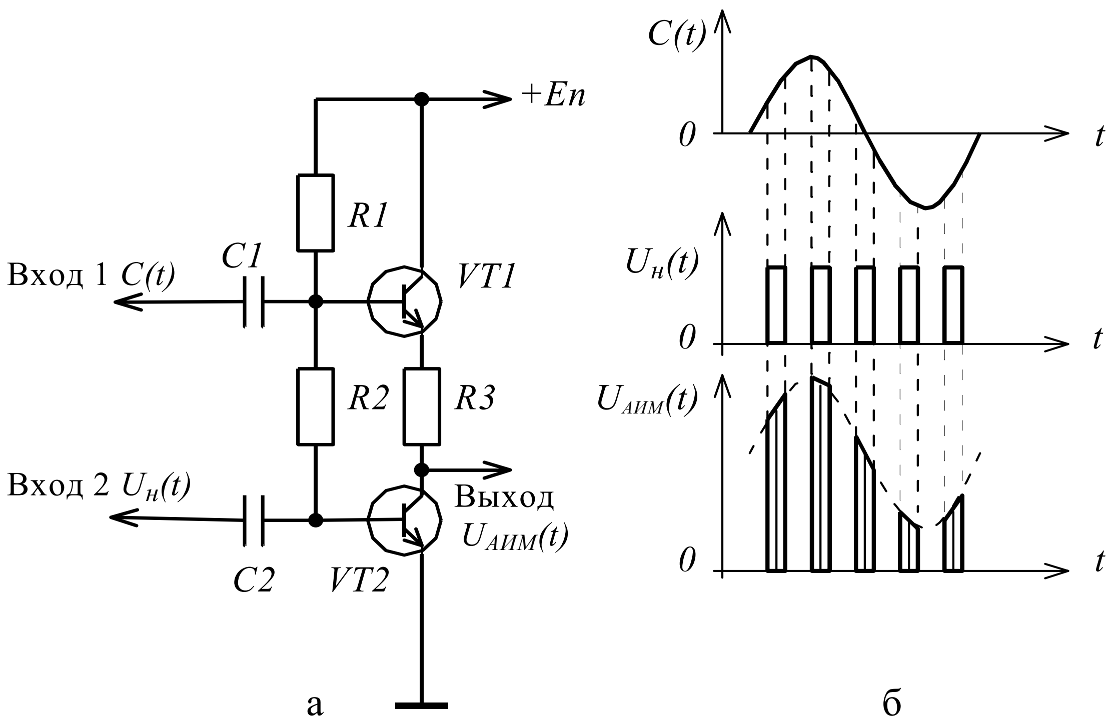


Рис. 5.46. Импульсный модулятор

Для уменьшения ошибки из-за остаточного напряжения, сопротивления в открытом состоянии и токов утечки в закрытом используются операционные усилители совместно с биполярными или полевыми транзисторами.

5.9.2. Модулятор на полевых транзисторах и операционном усилителе (рис. 5.47). Такие модуляторы получили распространение благодаря простоте структур и большому динамическому диапазону модулирующих сигналов. В схеме (рис. 5.47,а) полевые транзисторы включены в цепь обратной связи, поэтому действующая величина их сопротивления в открытом состоянии уменьшается в K_{υ} раз.

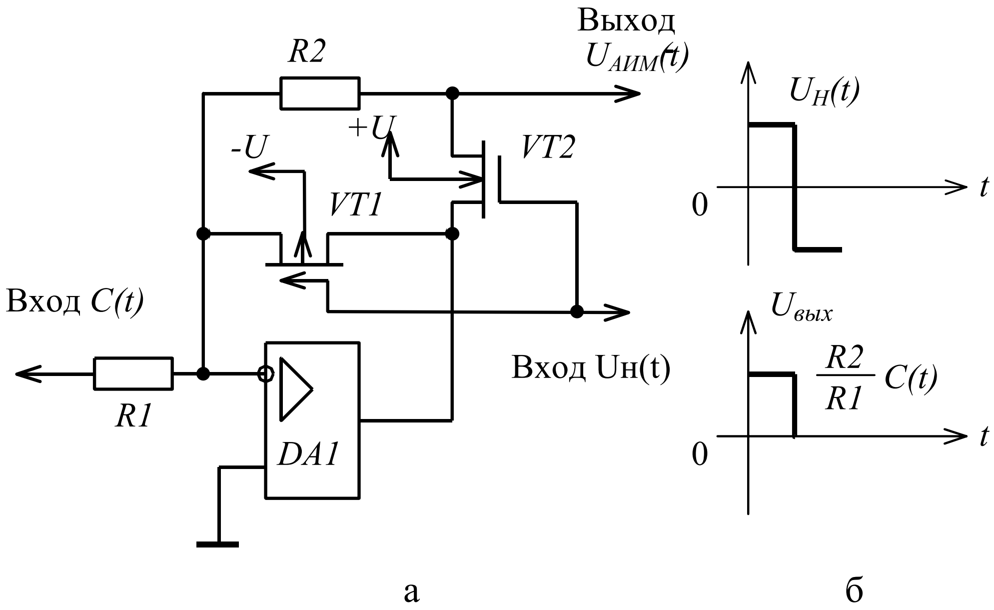


Рис. 5.47. Модулятор на полевых транзисторах и операционном усилителе

В положительные полупериоды импульсной несущей $U_H(t)$(рис. 5.47,б) транзистор *VT1* закрывается, а *VT2* открывается и сигнал на выходе определяется выражением

$$U_{ВЫХ}=(R2/R1)\ C(t).$$

5.9.3. Многоканальный модулятор (рис. 5.48). В качестве формирователей управляющих сигналов используются микросхемы *DD1* с открытым коллектором. Так как сопротивление закрытого транзистора составляет гигаомы, то допускается параллельное включение до 64 каналов по принципу “монтажное или”.

Для уменьшения влияния конечного сопротивления открытого транзистора на точность передачи входного сигнал *C(t)*групповой сигнал на выход поступает через буферный усилитель *DA1*. Конденсатор *C* устраняет высокочастотные выбросы, появляющиеся из-за коммутационных процессов в транзисторах *VT1–VT4*.

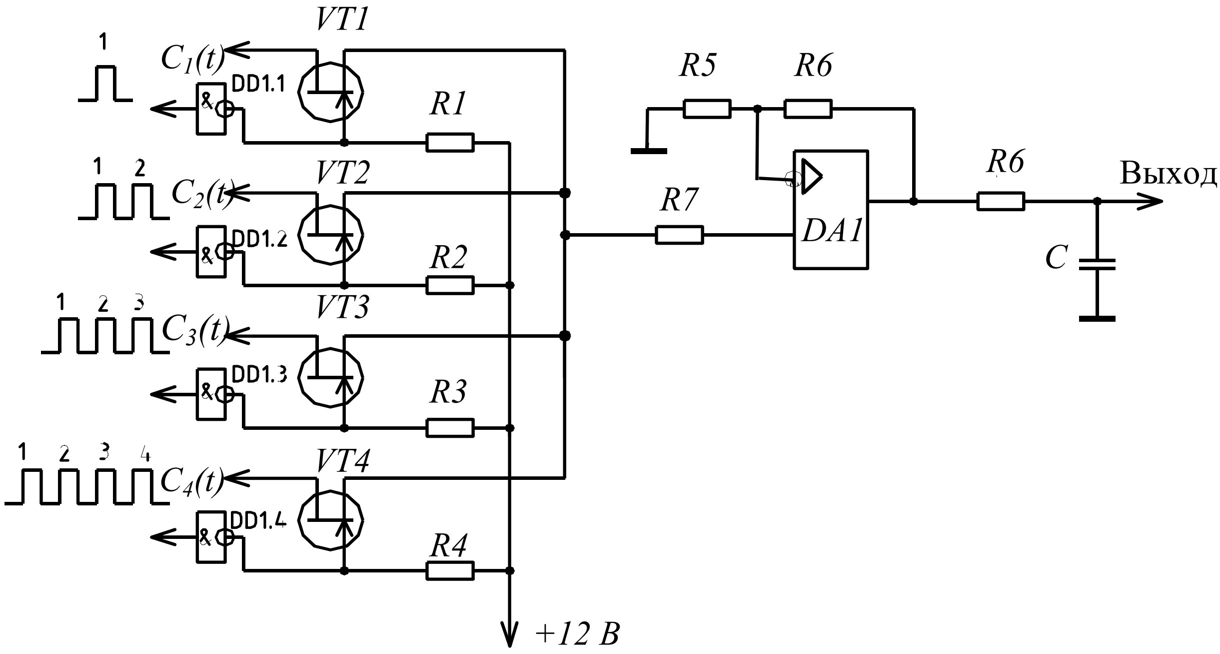


Рис. 5.48. Многоканальный модулятор

5.10. Детекторы АИМ-сигналов

5.10.1. Демодуляция АИМ-сигналов фильтром нижних частот (ФНЧ). Рассматривая спектр АИМ-сигнала (рис. 5.49), видим, что в нем в чистом виде содержится составляющая с частотой модулирующего сообщения, которая может быть выделена с помощью ФНЧ.

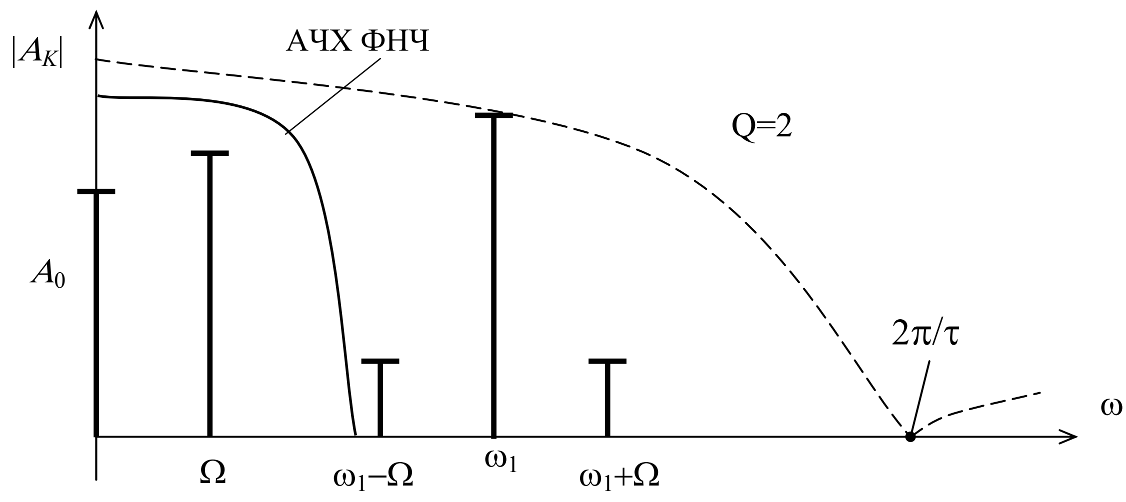


Рис. 5.49. Демодуляция АИМ-сигнала ФНЧ

Сигнал на выходе ФНЧ будет описываться выражением

$$U_{ВЫХ.ФНЧ}=(U_{ВХ}\cdot \tau/T)\cdot m_{АИМ}\cdot K_{ФНЧ}.$$

Так как $(\tau/T)<<1$ (для многоканальных систем), $m_{АИМ}\leq 1$ и коэффициент передачи пассивных ФНЧ $к_{ФНЧ}<1$, то и $U_{ВЫХ}$ будет составлять 20–30 % от $U_{ВХ}$. Поэтому для эффективной демодуляции АИМ-сигналов в многоканальных системах целесообразно применять активные ФНЧ или другие способы детектирования.

5.10.2. Пиковые детекторы (рис. 5.50,а). В литературе они известны под названием пиковых детекторов с открытым входом, которому обязаны свойством пропускать на выход постоянную составляющую преобразуемого напряжения, если она в нем содержится.

При поступлении положительных импульсов конденсатор $C1$ заряжается (рис. 5.50,б) с постоянной времени

$$\tau_{зар} = (R_1+R_0)\ C_1,$$

где R_1 – выходное сопротивление предыдущего каскада; R_0 – прямое сопротивление диода $VD1$.

При отсутствии импульсов на входе конденсатор $C1$ разряжается с постоянной времени

$$\tau_{разр} = R_H C_1.$$

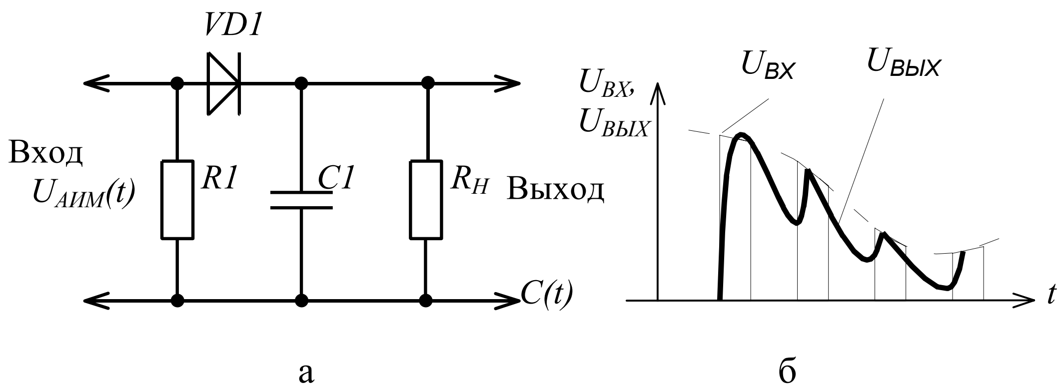


Рис. 5.50. Пиковый детектор

Для неискаженной демодуляции необходимо, чтобы скорость разряда конденсатора была больше скорости спада огибающей модулирующего сообщения. Кроме того, для АИМ-сигнала существенные ограничения возникают из-за порога открывания диода $VD1$. По этой причине чувствительность детектора получается низкой. Применение транзисторов и ОУ значительно увеличивает динамический диапазон детектора. Необходимость точного преобразования связана с применением интегральных микросхем и соответствующим снижением уровней рабочих сигналов.

5.10.3.Типовой детектор на ОУ с запоминанием (рис. 5.51). Входной сигнал детектора (рис. 5.51,а) через ОУ *DA1* заряжает конденсатор *C*. Постоянное напряжение на конденсаторе через ООС подается на второй вход ОУ *DA1*. Эта связь действует через ОУ *DA2*.

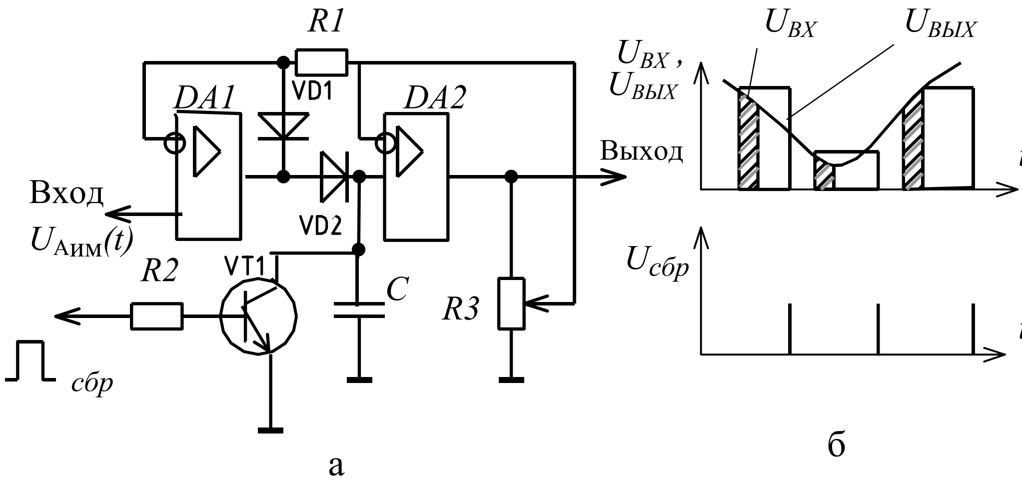


Рис. 5.51. Типовой детектор на ОУ с запоминанием

На конденсаторе устанавливается максимальное значение входного сигнала. Это напряжение может продолжительное время оставаться на конденсаторе. С приходом положительного импульса по цепи сброса происходит разряд конденсатора. После этого конденсатор может вновь запомнить максимальное значение входного сигнала.

Как видно из временных диаграмм (рис. 5.51,б), происходит расширение импульсов, что приводит к увеличению амплитуды полезной составляющей. Кроме того, осуществляется переход от *АИМ-I* к *АИМ-II* и появляются короткие импульсы на выходе в моменты коммутации, что требует дополнительной фильтрации демодулированного сигнала.

5.11. Широтно-импульсный модулятор

Широтно-импульсные модуляторы в основном строятся по двум классическим схемам: с использованием суммирования и перемножения модулирующего сообщения с пилообразным (треугольным) напряжением.

5.11.1. Суммирующий широтно-импульсный модулятор (рис. 5.52,а). Генератор вырабатывает последовательность прямоугольных импульсов с частотой, равной частоте равномерной дискретизации. Эти импульсы в интеграторе преобразуются в пилообразные (треугольные), которые суммируются с модулирующим сообщением и поступают на вход компаратора. Сигнал на выходе компаратора имеет вид последовательности прямоугольных импульсов, промодулированных по длительности (рис. 5.52,б).

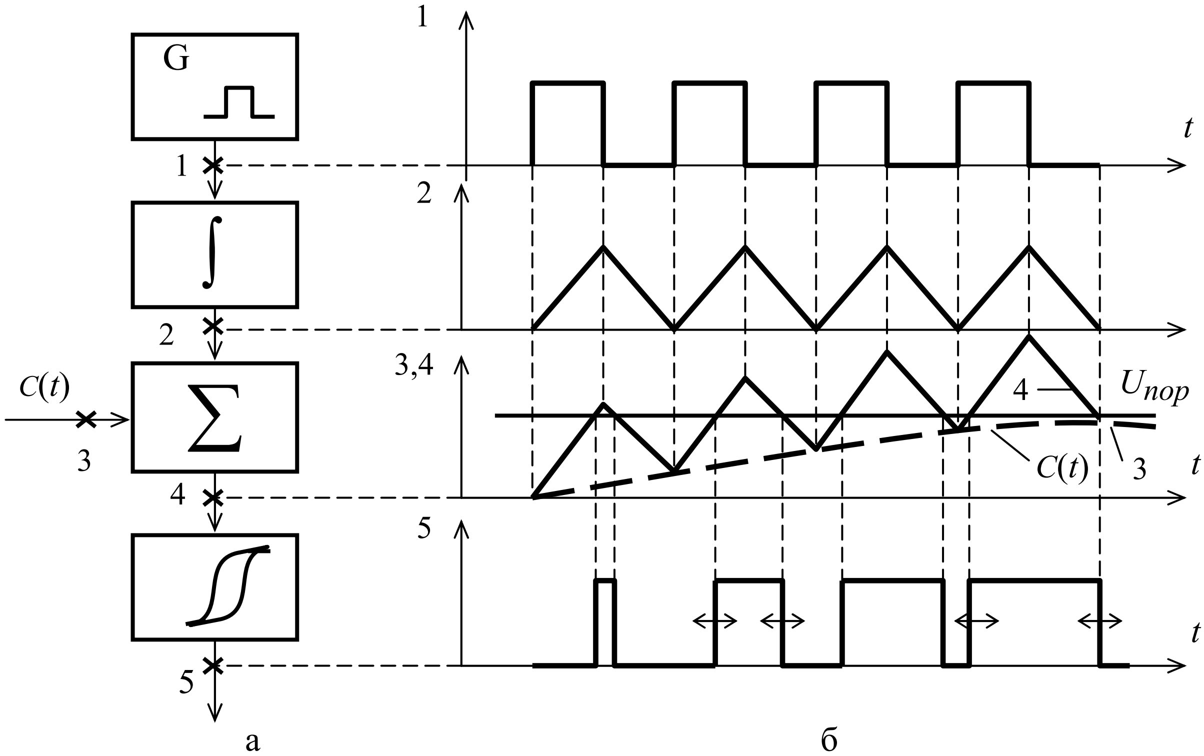


Рис. 5.52. Суммирующий широтно-импульсный модулятор

Ширина импульсов при этом пропорциональна амплитуде (мгновенным значениям) входного сигнала.

5.11.2. Широтно-импульсный модулятор развертывающего типа (рис. 5.53). Генератор пилообразного напряжения запускается импульсами, которые следуют с периодом равномерной дискретизации и одновременно устанавливают триггер в единичное положение. В тот момент, когда подаваемые на схему сравнения модулирующее напряжение *c(t)*и пилообразное становятся равными, на выходе этой схемы формируется короткий импульс, возвращающий триггер в первоначальное состояние. В результате напряжение, снимаемое с нагрузки одного из плеч триггера, представляет собой последовательность импульсов с односторонней ШИМ. Если необходимо получить двустороннюю ШИМ, то следует вместо генератора пилообразного напряжения включить генератор треугольного напряжения.

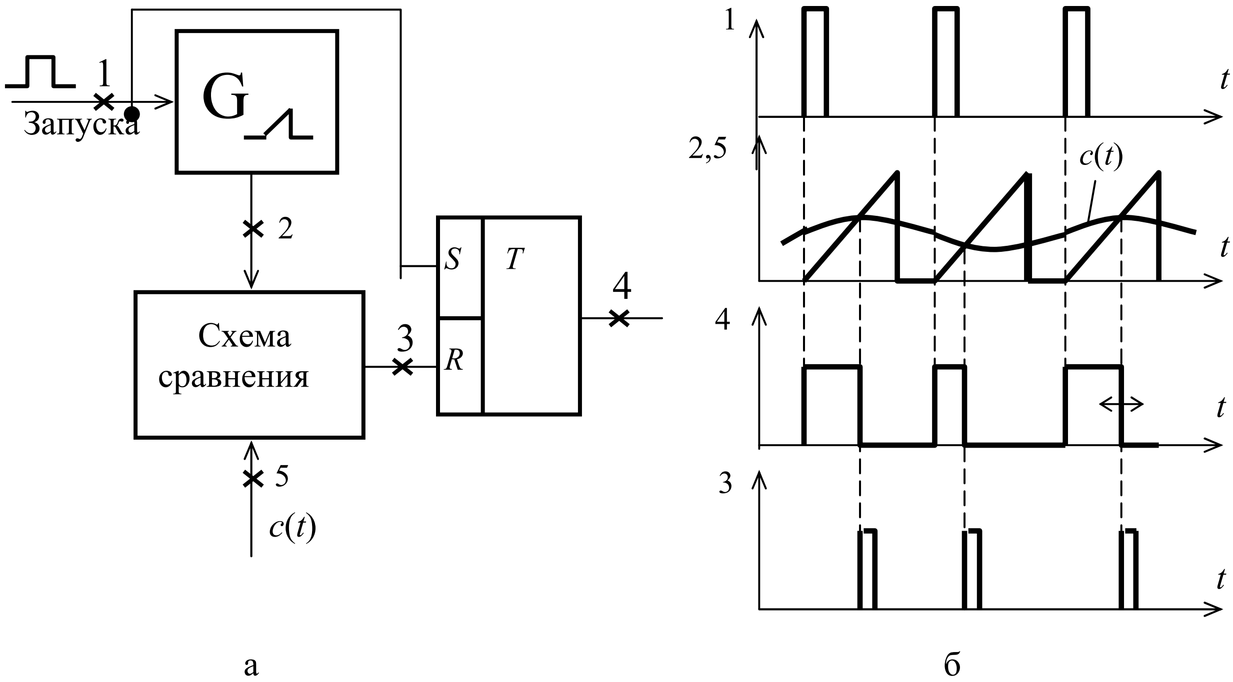


Рис. 5.53. Широтно-импульсный модулятор развертывающего типа

5.12. Демодуляторы ШИМ-сигналов

Восстановление исходного аналогового сообщения из ШИМ-сигнала может быть осуществлено: с помощью ФНЧ, путем непосредственного интегрирования и путем сравнения с линейно нарастающим напряжением.

5.12.1. Детектор на основе ФНЧ (рис. 5.54). Фильтр нижних частот подавляет несущую частоту ω_l, ее гармоники и боковые полосы спектра модуляции, после чего на выходе получается аналоговый модулирующий сигнал с частотой Ω (рис. 5.54,б).

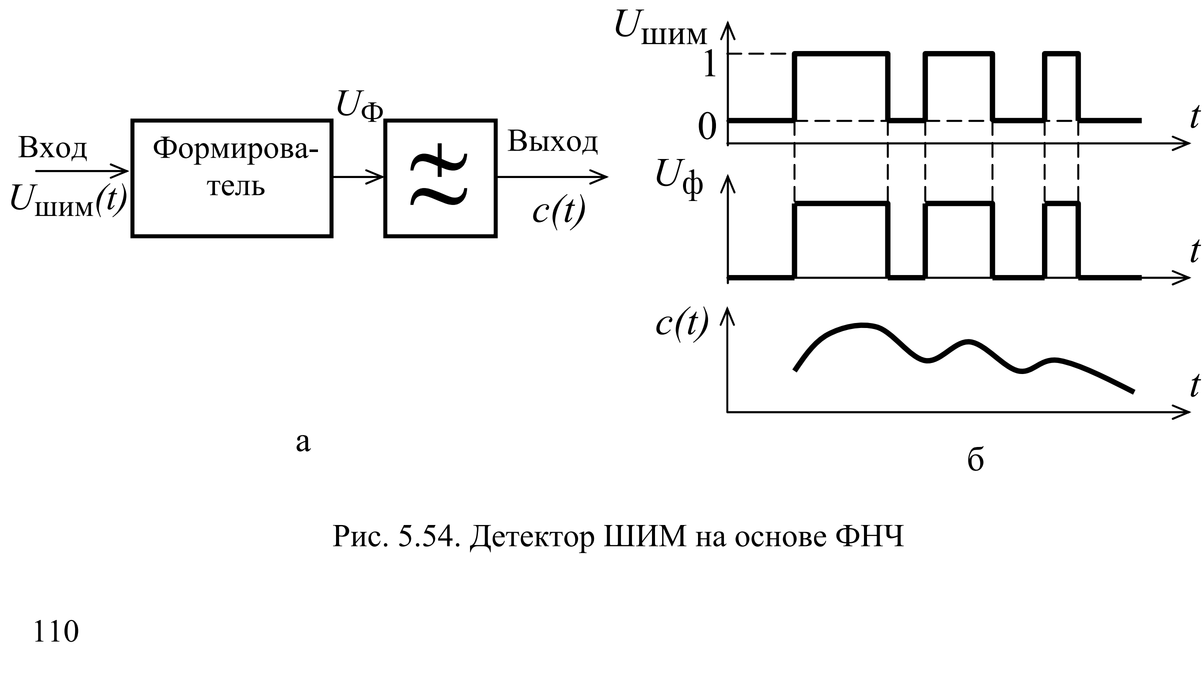


Рис. 5.54. Детектор ШИМ на основе ФНЧ

Для неискаженной демодуляции необходимо, чтобыформирователь обеспечивал, во-первых, большую крутизну фронтов (точность передачи длительностей импульсов), а во-вторых, высокую точность и стабильность верхнего и нижнего уровней $U^1_{вых}$ и $U^0_{вых}$ (последний желательно иметь равным 0В, чтобы не подстраивать нуль в выходной схеме), причем в обоих случаях выходное сопротивление его должно быть или очень малым, или строго одинаковым.

5.12.2. Детектор ШИМ на основе интегратора (рис. 5.55)

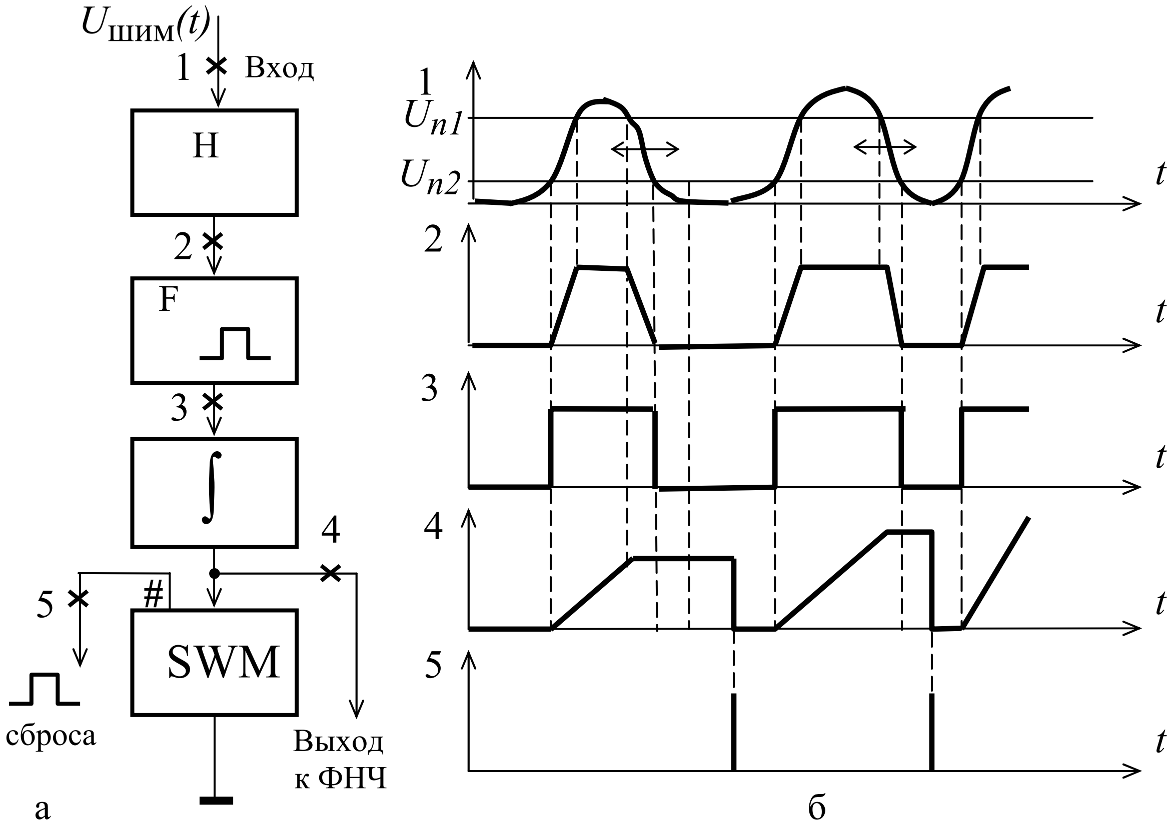


Рис. 5.55. Интегрирующий детектор ШИМ-сигнала

Нормализатор Н производит двустороннее ограничение входного сигнала, т.е. выделяет среднюю часть импульсов, наименее искаженную. Формирователь F, как и в предыдущей схеме, формирует импульсы с крутыми фронтами, которые поступают на интегратор. На выходе интегратора получаем импульсы, промодулированные по амплитуде (рис. 5.55,б), так как за время короткого импульса амплитуда выходного сигнала достигает меньшей величины, а за время более длинного импульса – большей. Перед приходом переднего информационного импульса производят сброс интегратора в исходное положение. Импульсы с выхода интегратора поступают на ФНЧ, где происходит выделение огибающей полезного сообщения.

5.12.3. Детектор ШИМ-сигнала сравнивающего типа (рис. 5.56,а). В данном детекторе происходит сравнение входного сигнала с линейно нарастающим напряжением, которое формируется генератором пилообразного напряжения. Принцип работы хорошо виден из временных диаграмм рис. 5.56,б.

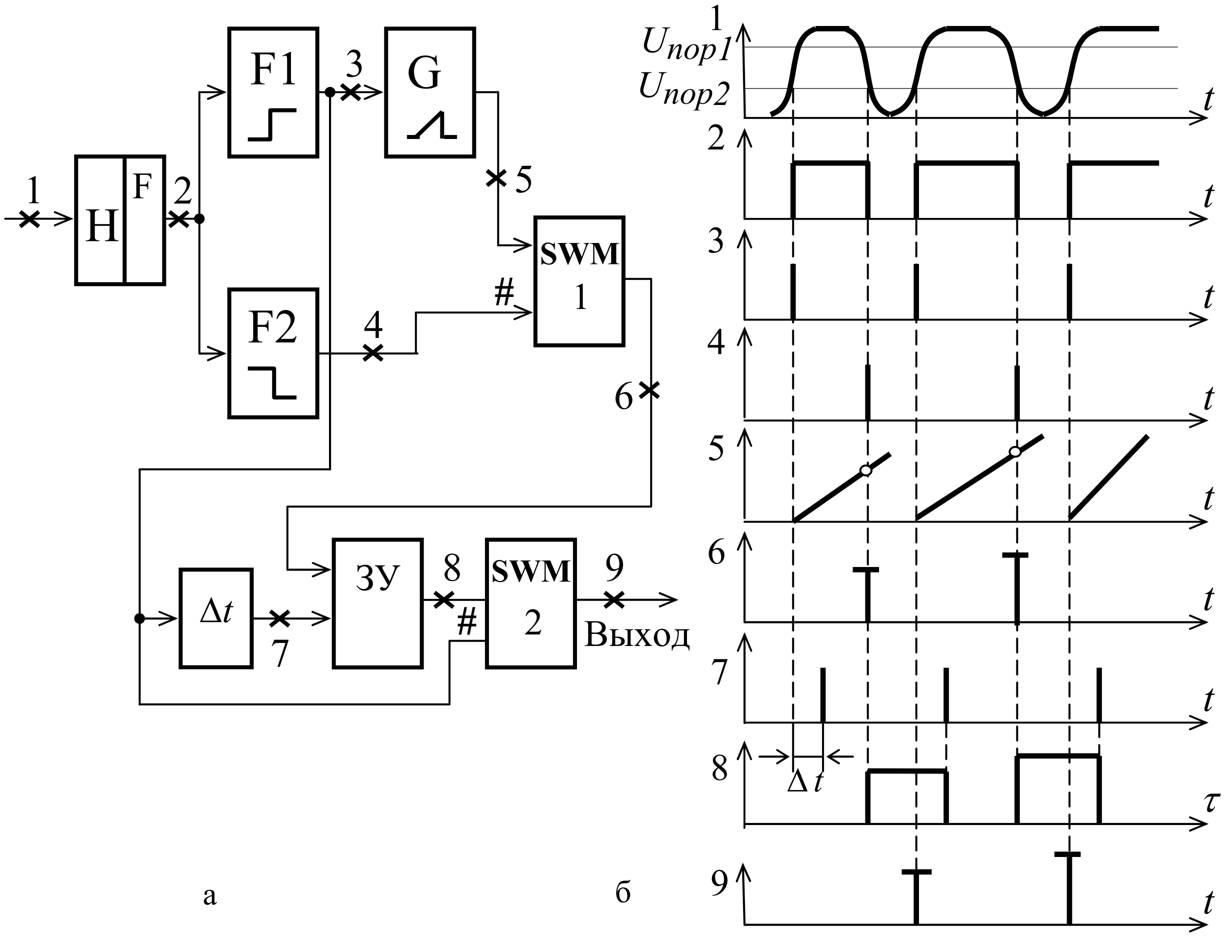


Рис. 5.56. Детектор ШИМ-сигнала сравнивающего типа

Амплитуда сигнала на выходе *6* будет пропорциональна длительности импульсов на входе *1* нормализатора *Н*, но при этом сигнал *6* будет дополнительно промодулирован по частоте, так как открытие ключа *SWM1* происходит спадом информационных импульсов, что вносит дополнительную погрешность. Для устранения этого недостатка в схему дополнительно введены устройства: задержки Δ*t*, запоминающее устройство *ЗУ* и аналоговый ключ *SWM2*. Сигнал на выходе *9* будет зависеть только от длительности импульсов ШИМ-сигнала. Таким образом, сигнал ШИМ фактически преобразован в сигнал АИМ, из которого полезная составляющая может быть выделена рассмотренными ранее средствами.

5.13. Фазоимпульсные модуляторы

Сигнал ФИМ, как правило, получают из сигнала ШИМ (рис. 5.57,а). Для этого выделяют передний и задний фронты сигналов ШИМ. Процесс получения ФИМ сигналов из ШИМ показан на рис. 5.57,б, где буквой *О* обозначены опорные импульсы, а буквой *И* – информационные, которые формируются формирователями *F3* и *F4* соответственно.

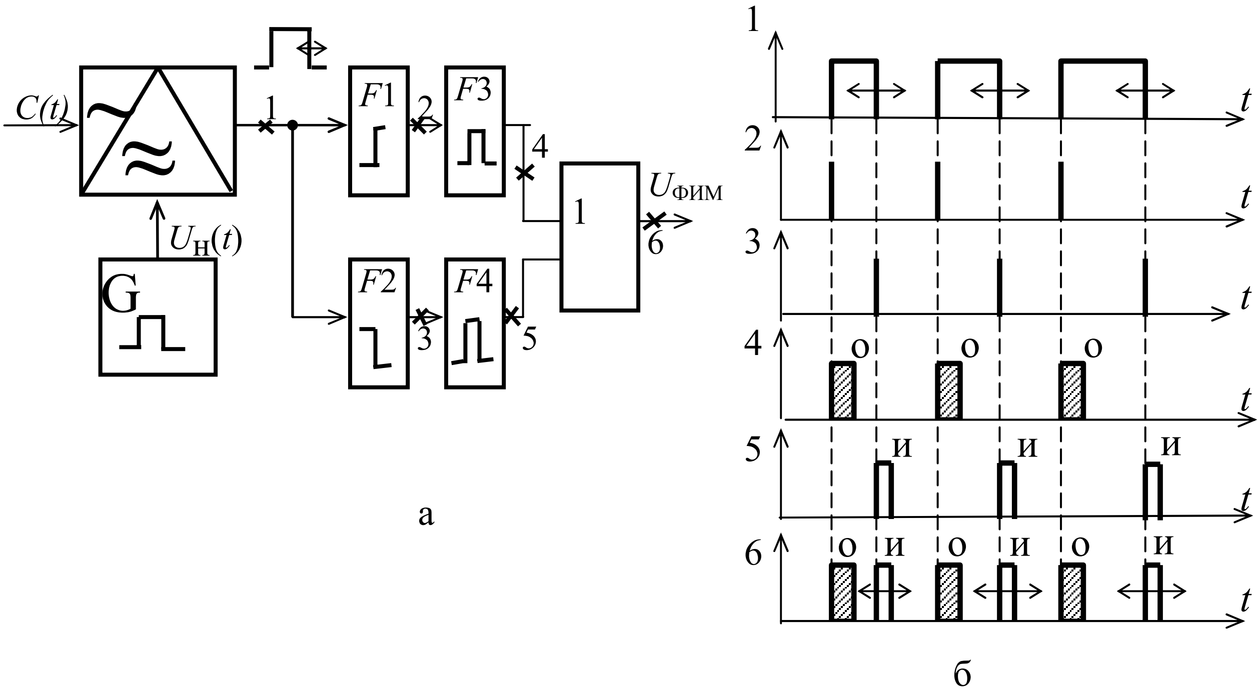


Рис. 5.57. Преобразователь ШИМ-сигналов в ФИМ

5.14. Детекторы ФИМ-сигналов

Сигналы ФИМ могут быть демодулированы теми же средствами и методами, что и сигналы ШИМ. Поэтому на практике ФИМ-сигналы перед детектированием преобразуют в ШИМ с помощью устройства, структурная схема которого приведена на рис. 5.58, а, а временные диаграммы работы – на рис. 5.58, б, где *СОИ* – селектор опорных импульсов, *СИИ* – селектор информационных импульсов. Следует отметить, что опорные импульсы могут и не передаваться по каналу связи, тогда их восстановление осуществляется инерционной системой ФАПЧ.

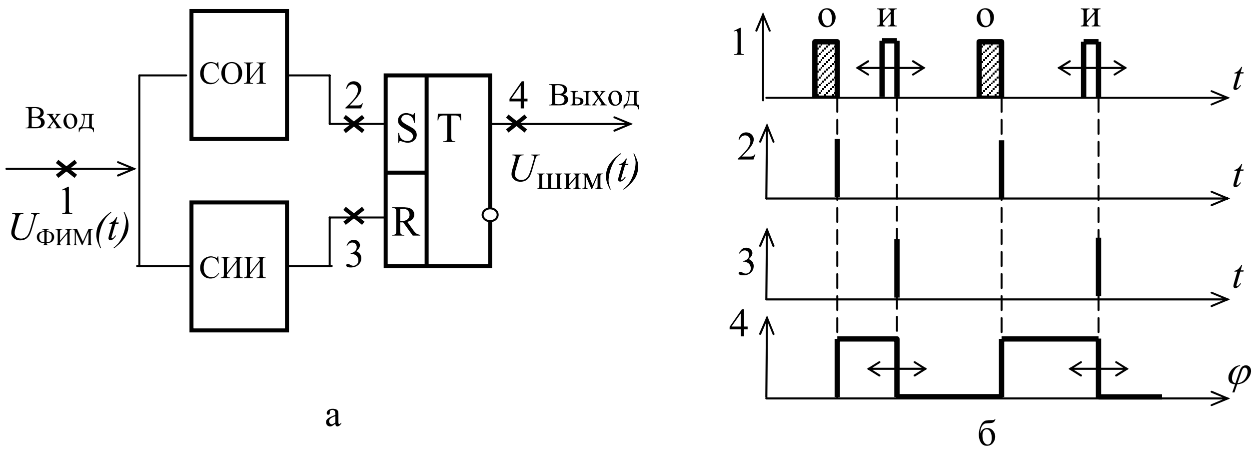


Рис. 5.58. Преобразователь ФИМ-сигналов в ШИМ

5.15. Дискретный амплитудный модулятор

Для получения амплитудно-манипулированного сигнала можно использовать ключ (рис. 5.59,а), выполняющий роль амплитудного модулятора. Принцип работы модулятора поясняет рис. 5.59,б.

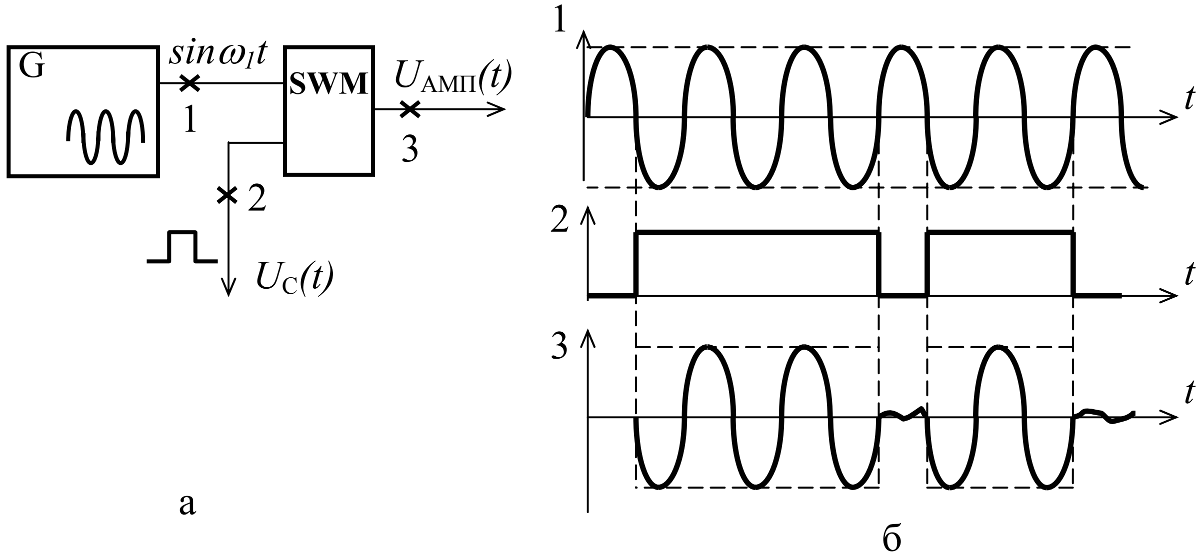


Рис. 5.59. Дискретный амплитудный модулятор

5.16. Детектор АМП-сигналов

В качестве демодулятора используется двухполупериодный выпрямитель и фильтр нижних частот ФНЧ (рис. 5.60,а), который подавляет высшие гармоники выпрямленного сигнала и остатки несущей частоты. После ФНЧ включено пороговое устройство ПУ, на выходе которого посылки приобретают прямоугольную форму. Временные диаграммы, иллюстрирующие процесс детектирования АМП-сигнала, представлены на рис. 5.60,б.

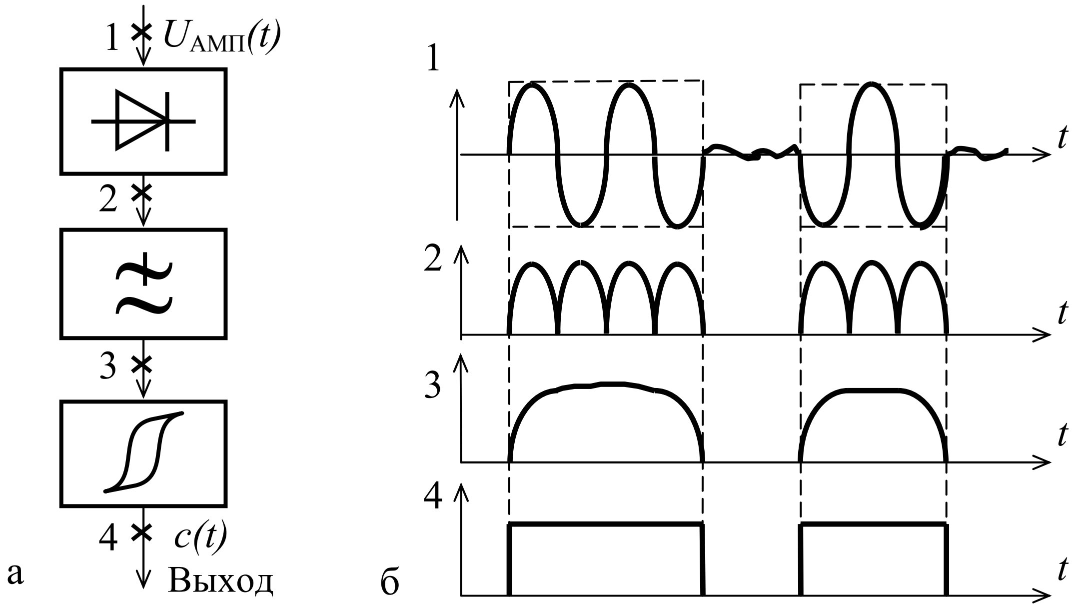


Рис. 5.60. Детектор АМП-сигналов

5.17. Модуляторы ЧМП-сигналов

Модуляторы ЧМП-сигналов строятся на базе генераторов гармонических колебаний с непосредственным или косвенным управлением частотой.

5.17.1. Частотный модулятор с непосредственным воздействием на частоту колебаний (рис. 5.61).

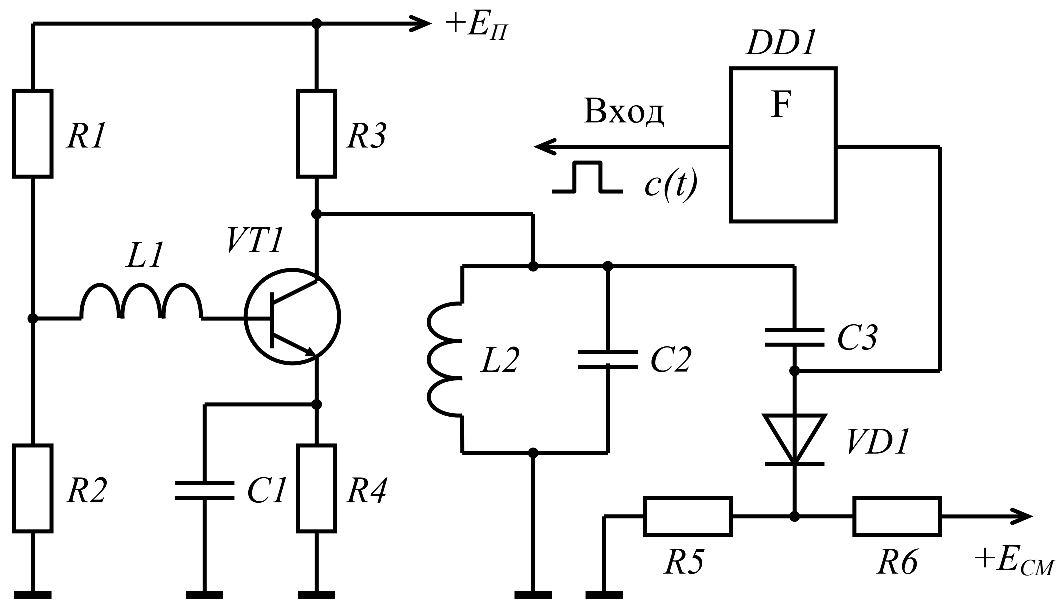


Рис. 5.61. Частотный модулятор с непосредственным воздействием на частоту колебаний

При поступлении на вход формирователя *DD1* логического нуля диод *VD1* закрыт положительным смещением, снимаемым с резистора *R5*, конденсатор *C3* отключен от резонансного контура и частота определяется параметрами индуктивности *L2* и конденсатора *C2*. При поступлении на вход *DD1* логической единицы диод VD1 открывается и конденсатор *C3* подключается параллельно контуру *L2C2*, что приводит к уменьшению частоты генерируемых колебаний. Основное достоинство данного модулятора – это отсутствие разрыва фазы несущего колебания в точках модуляции, что уменьшает искажения из-за конечной полосы частот канала связи. Недостаток – низкая стабильность частоты генерируемых колебаний.

5.17.2. Частотный модулятор дискретного действия. Данные модуляторы находят в настоящее время широкое применение в технике передачи дискретных сообщений вследствие высокой стабильности несущих колебаний и простоты управления. Принцип работы можно пояснить по структурной схеме, приведенной на рис. 5.62.

На вход вычитающего счетчика поступают импульсы от кварцевого генератора. Коэффициент деления счетчика устанавливается в зависимости от входного сообщения *c(t)*(лог. “0” или лог. “1”). Так как на выходе вычитающего счетчика импульсы будут появляться с большой скважностью, а следовательно, амплитуда первой гармоники будет незначительной, то формирователем импульсов формируется последовательность со скважностью Q=2,из которой ФНЧ выделяется гармонический сигнал, промодулированный по частоте.

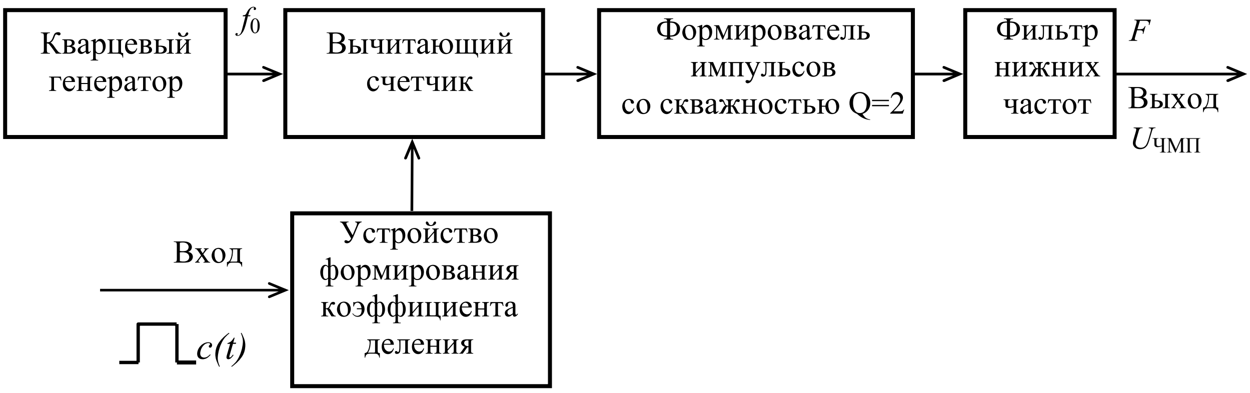


Рис. 5.62. Структурная схема частотного модулятора дискретного действия

Более подробно работу данного модулятора рассмотрим на следующем примере. Пусть частота кварцевого генератора f_0 = 6861 кГц, частота посылки лог. “1” F_1 = 1,8 кГц, а частота посылки лог. “0” F_0 = 1,97 кГц. Определим коэффициенты деления вычитающего счетчика при передаче логической единицы и нуля соответственно.

$$k_1 = \frac{f_0}{2F_1} = \frac{6861}{2 \cdot 1{,}8} = 1906\,, \qquad k_0 = \frac{f_0}{2F_0} = \frac{6861}{2 \cdot 1{,}97} = 1742\,.$$

Запишем коэффициенты k_1 и k_0 в двоичном неизбыточном коде.

$$k_1 = 0111\ 0111\ 0010,\ \ k_0 = 0110\ 1100\ 1110.$$

Из данной записи видно, что для организации вычитающего счетчика необходим, как минимум, одиннадцатиразрядный счетчик.

На рис. 5.63 приведена принципиальная электрическая схема частотного модулятора для рассматриваемого примера. Для правильной работы необходимо соблюдать следующие правила подключения входов D_i счетчиков $DD2$ – $DD3$.

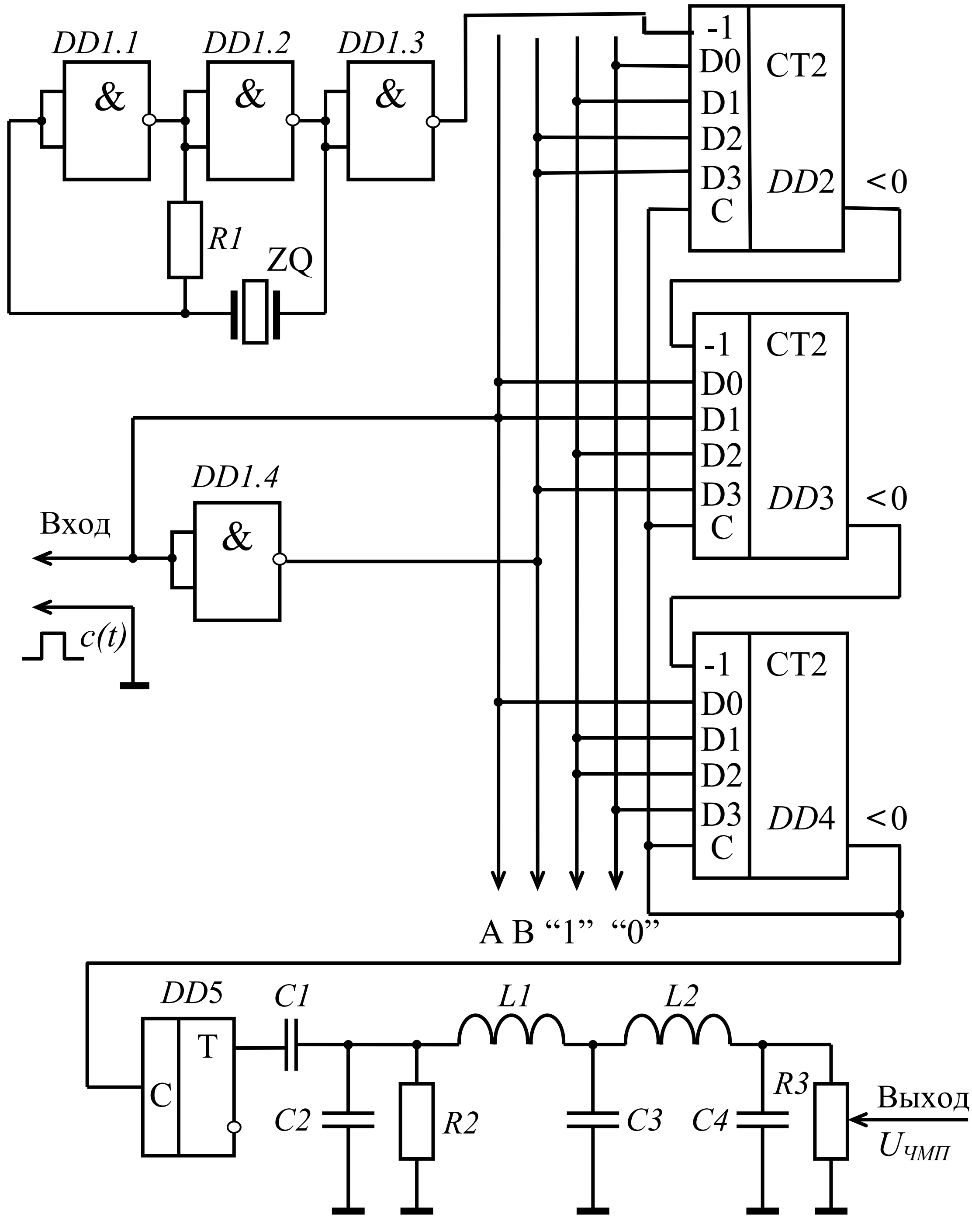


Рис. 5.63. Принципиальная электрическая схема частотного модулятора дискретного действия

Если соответствующие разряды в k_1 и k_0 равны единице, то соответствующие им входы D_i счетчиков $DD2$ – $DD3$ подключаются к шине “1”, а если – нулю, то – к шине “0”. Если разряд в k_1 равен единице, а соответствующий ему в k_0 равен нулю, то соответствующие входы D_i подключаются к шине *A*, а если наоборот, то – к шине *B*.

Таким образом, при поступлении на вход сигнала *c(t)*равного единице, на шине *A* будет лог. “1”, а на шине *B* – лог. “0” и счетчик работает с коэффициентом деления равным k_1, что соответствует частоте выходного сигнала F = 1.8 кГц. При поступлении на вход сигнала *c(t)*равного нулю, на шине *A* будет лог. “0”, а на шине *B* – лог. “1” и в счетчике устанавливается коэффициент k_0, что соответствует частоте выходного сигнала $F = 1.97$ кГц.

5.18. Демодуляторы ЧМП-сигналов

5.18.1. Частотный детектор при приеме по огибающей. Демодуляторы ЧМП-сигналов могут быть реализованы как на цифровых, так и на аналоговых устройствах. Следует отметить, что последние в настоящее время применяются значительно реже. Один из вариантов аналогового демодулятора использует представление ЧМП-сигнала в виде суммы двух АМП сигналов. Такая схема получила в литературе название двухполосной схемы приема по огибающей. Принцип работы такого демодулятора ясен из приведенной на рис. 5.64 структурной схемы и временных диаграмм (рис. 5.65). В верхнем тракте демодулятора выделяется огибающая сигнала с частотой f_1, в нижнем – с частотой f_2. В каждом из трактов имеются амплитудные демодуляторы *Д1* и *Д2*, фильтры нижних частот ФНЧ и пороговые устройства *ПУ1* и *ПУ2*, которые управляют работой триггера.

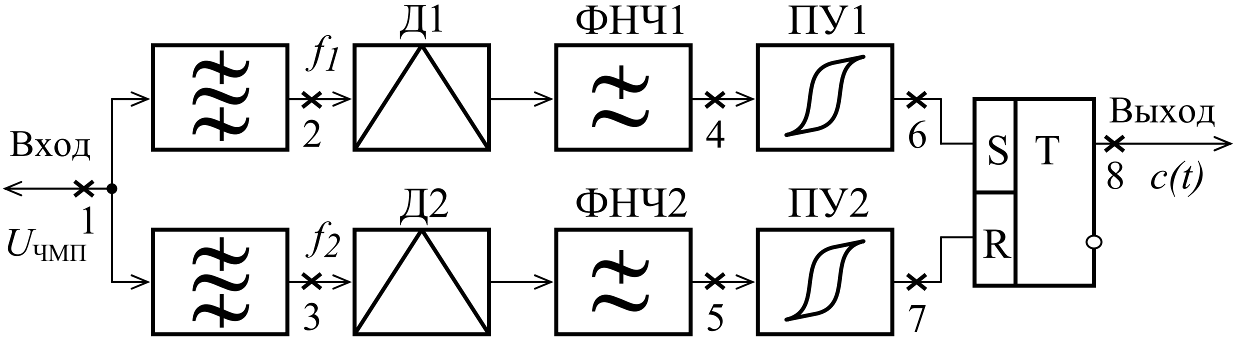


Рис. 5.64. Демодулятор ЧМП-сигнала при приеме по огибающей

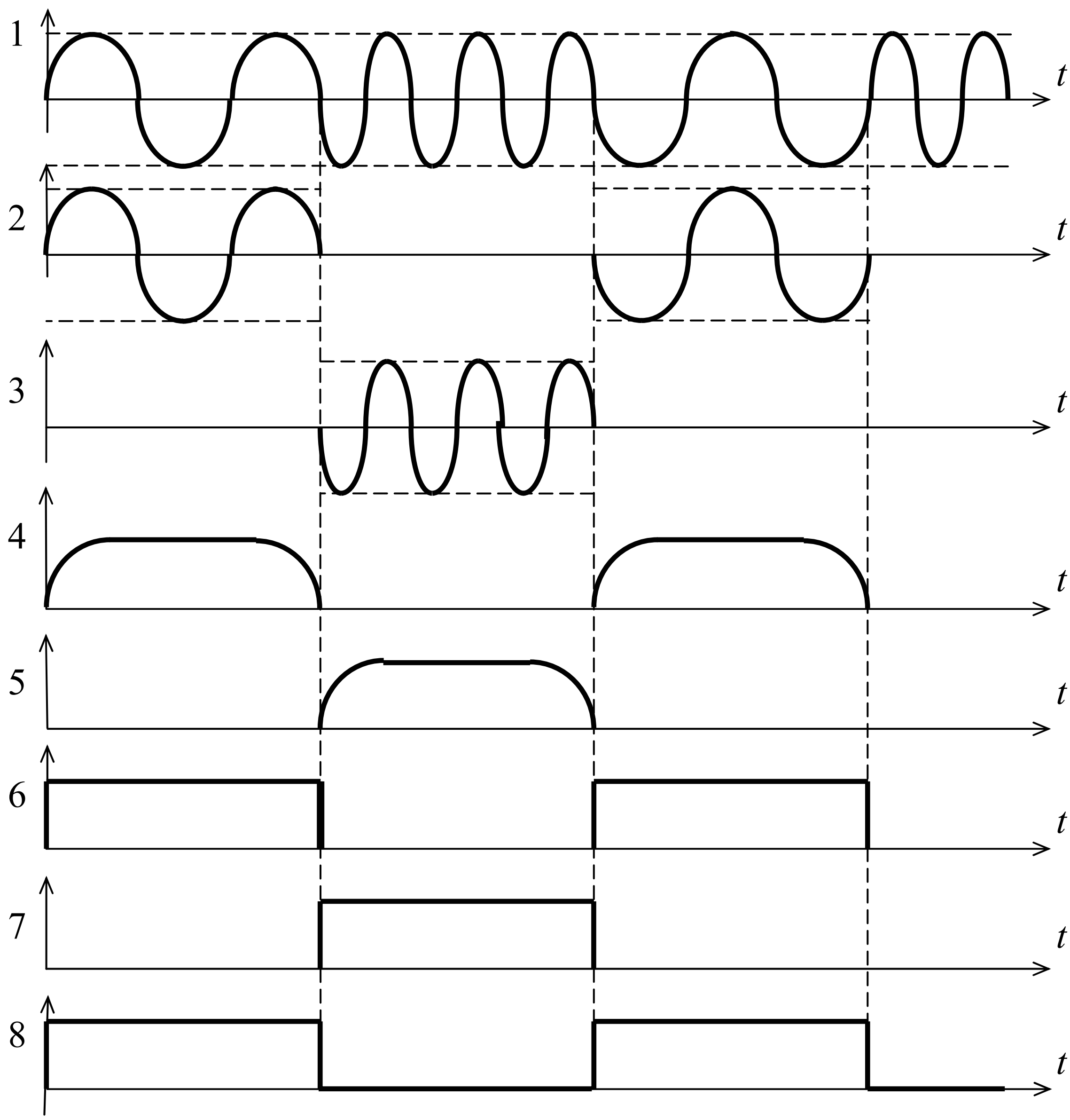


Рис. 5.65. Временные диаграммы частотного демодулятора
при приеме по огибающей

5.18.2. Частотный детектор дискретного действия. Во многих цифровых частотных демодуляторах реализуется принцип классификации принимаемых сигналов по частоте на основе измерения длительности полупериода (периода) принимаемого сигнала.

На рис. 5.66 приведена структурная схема такого частотного детектора.

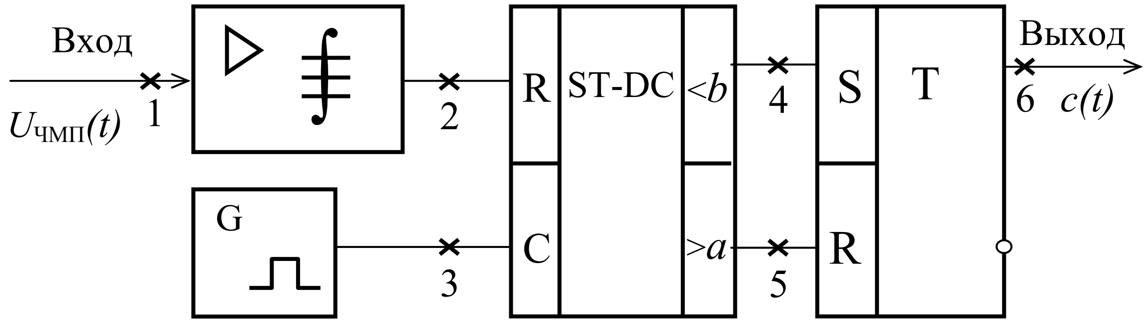


Рис. 5.66. Частотный детектор дискретного действия

Входной ЧМП-сигнал (рис. 5.67) поступает на усилитель-ограничитель, на выходе которого получается последовательность прямоугольных импульсов переменной длительности. Положительными импульсами счетчик устанавливается в исходное положение. Счетчик содержит в себе две декодирующие схемы для фиксации двух временных зон: одной – при количестве тактовых импульсов на интервале одного полупериода входного колебания, меньшим некоторого значения *b*, и второй – при количестве тактовых импульсов на интервале одного полупериода входного колебания, большим некоторого значения *a*, причем $a > b$. Указанные зоны выбираются такими, чтобы можно было четко различать периоды колебаний двух значащих частот.

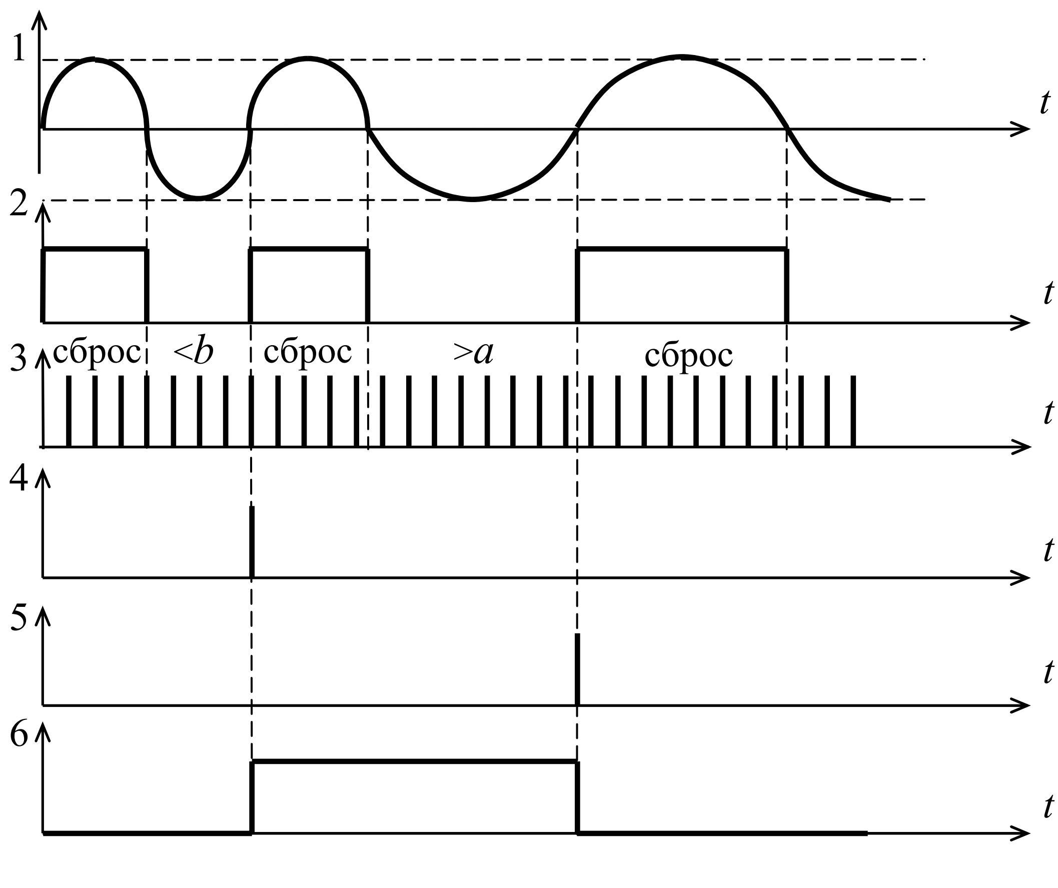


Рис. 5.67. Временные диаграммы работы частотного детектора дискретного действия

Выходы схем декодирования подключаются к входам триггера, посредством которого восстанавливаются посылки постоянного тока. Частота тактовых импульсов выбирается такой, чтобы обеспечивалась достаточно четкая фиксация значащих частот f_1 и f_2. Если на полупериоде ЧМП-сигнала число тактовых импульсов, подсчитанных счетчиком *ST-DC*, окажется больше b, но меньше a, то триггер восстановления переданной последовательности посылок сохраняет состояние, в котором он находился на предыдущем интервале.

Из рассмотрения принципа работы демодулятора следует, что восстановленные посылки могут по длительности отличаться от переданных посылок на величину периода ЧМП-сигнала. И, кроме того, рассматриваемый детектор целесообразно применять, когда частота модуляции значительно меньше частоты несущего колебания.

Разновидностью метода измерения длительности полупериода (периода) принимаемого сигнала является метод измерения разности набега фазы текущего несущего колебания относительно предшествующего периода.

5.19. Модуляторы ФМП-сигналов

Осуществить модуляцию фазы на передаче можно различными путями. Одна из простейших схем приведена на рис. 5.68. Несущая частота подается на первичную обмотку трансформатора *T1*, а напряжение двоичных посылок – в средние точки трансформаторов *T1* и *T2*.

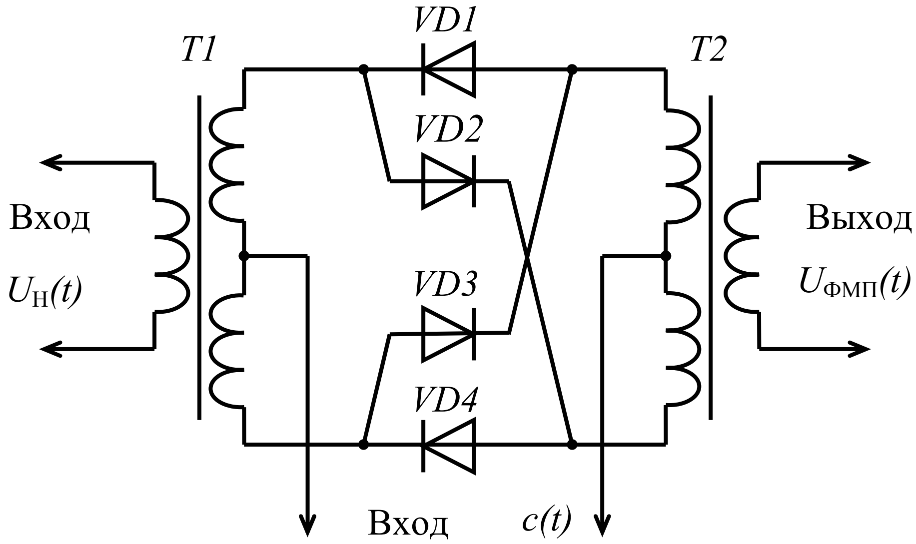


Рис. 5.68. Схема фазового модулятора

При напряжении двоичных сигналов, большем, чем напряжение несущей, диоды *VD1-VD2* будут являться электронными ключами, управляемыми только напряжением этих сигналов. В таких условиях сопротивление открытых диодов можно принять равным нулю, а сопротивление закрытых диодов – бесконечности. Учитывая сказанное, по схеме легко проследить, что при поступлении положительной посылки диоды $VD1$ и $VD4$ открыты, а диоды $VD2$ и $VD3$ закрыты. В случае поступления отрицательной посылки откроются диоды $VD2$ и $VD3$ и, наоборот, закроются диоды $VD1$, $VD4$. Легко видеть, что при переходе от одной полярности посылки к другой фаза сигнала поворачивается на выходе схемы на 180°.

В схеме, представленной на рис. 5.69, изменение фазы на 180° осуществляется фазовращателем, а коммутация двух колебаний несущей частоты $(\sin\omega_1 t$ и $\sin(\omega_1 t + \pi))$ – модулирующим сообщением.

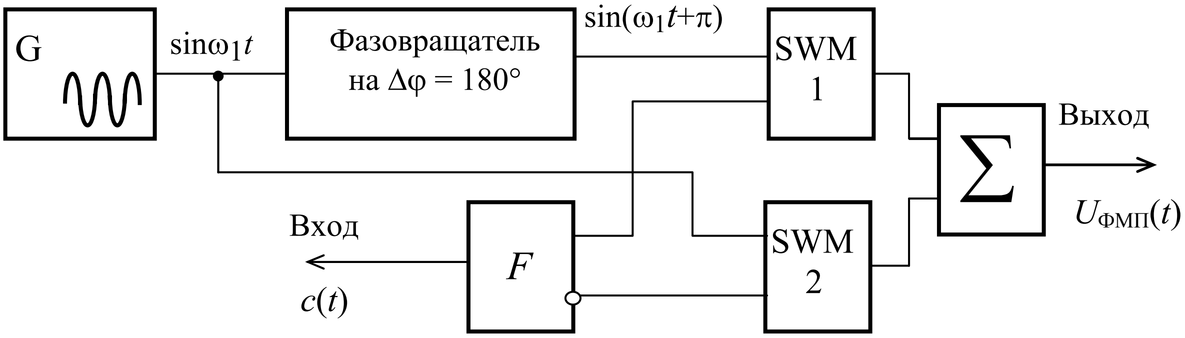


Рис. 5.69. Фазовый модулятор дискретного действия

Для формирования ОФМП-сигнала необходимо на входе фазового модулятора установить устройство (рис. 5.70), преобразующее прямой код (сообщение *c(t)*) в относительный.

Тактовые импульсы поступают на схему совпадения в моменты, соответствующие серединам единичных элементов сигнала. При совпадении обеих последовательностей на выходе схемы совпадения появляются единичные импульсы, которые переводят триггер из одного состояния в другое (рис. 5.70,б). Таким образом, при передаче единичных элементов на выходе триггера всякий раз появляется фронт модулирующего сигнала, который и изменяет фазу носителя.

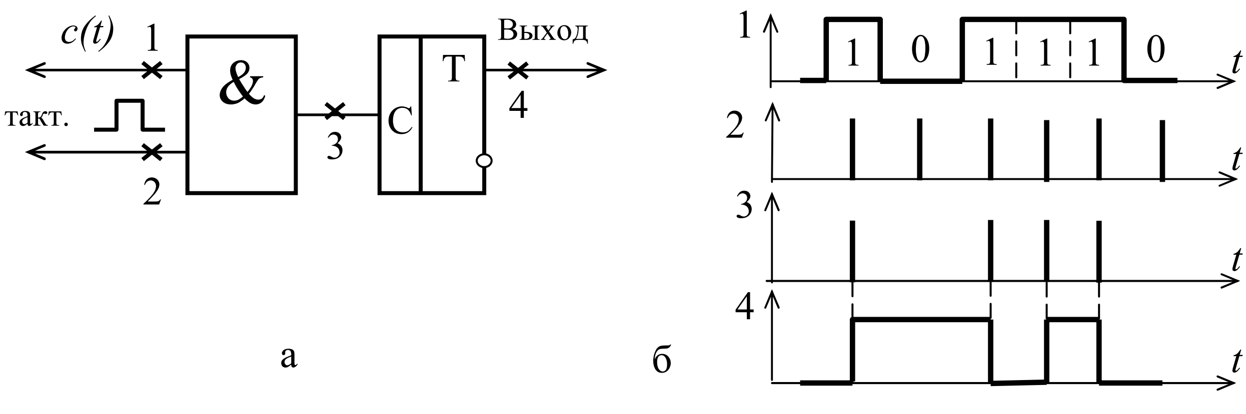


Рис. 5.70. Преобразователь прямого кода в относительный

5.20. Детекторы ФМП-сигнала

На практике широкое распространение для детектирования ФМП-сигнала нашли схемы балансного и кольцевого преобразователя частоты. Простейшая схема детектора, использующего кольцевой преобразователь частоты, показана на рис. 5.71, а временные диаграммы его работы – на рис. 5.72.

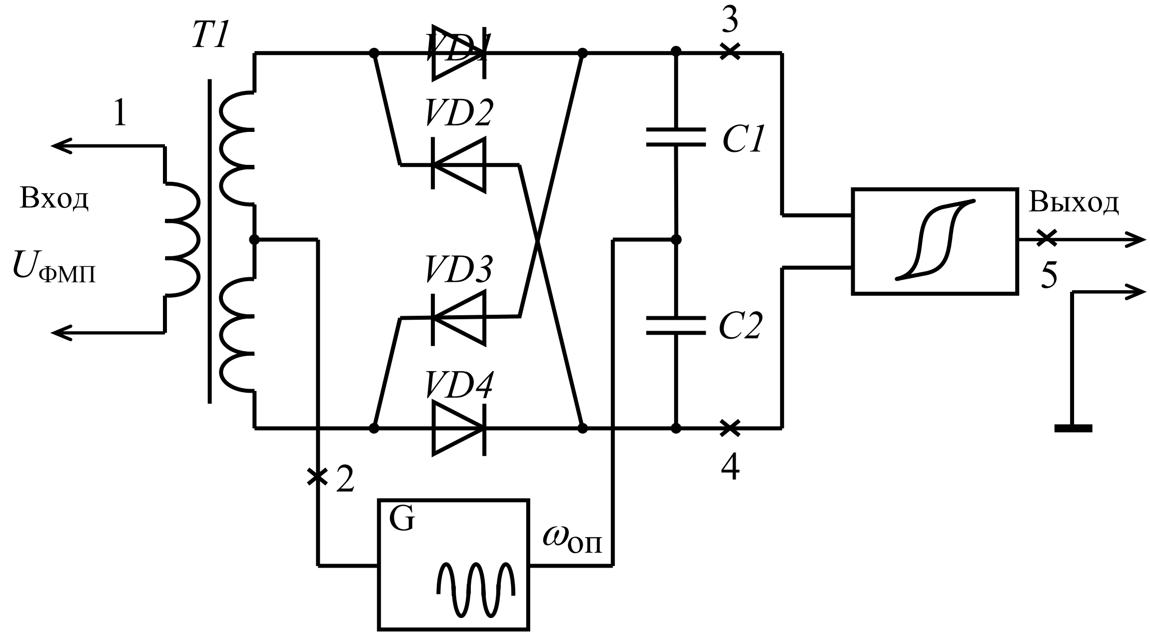


Рис. 5.71. Схема фазового детектора

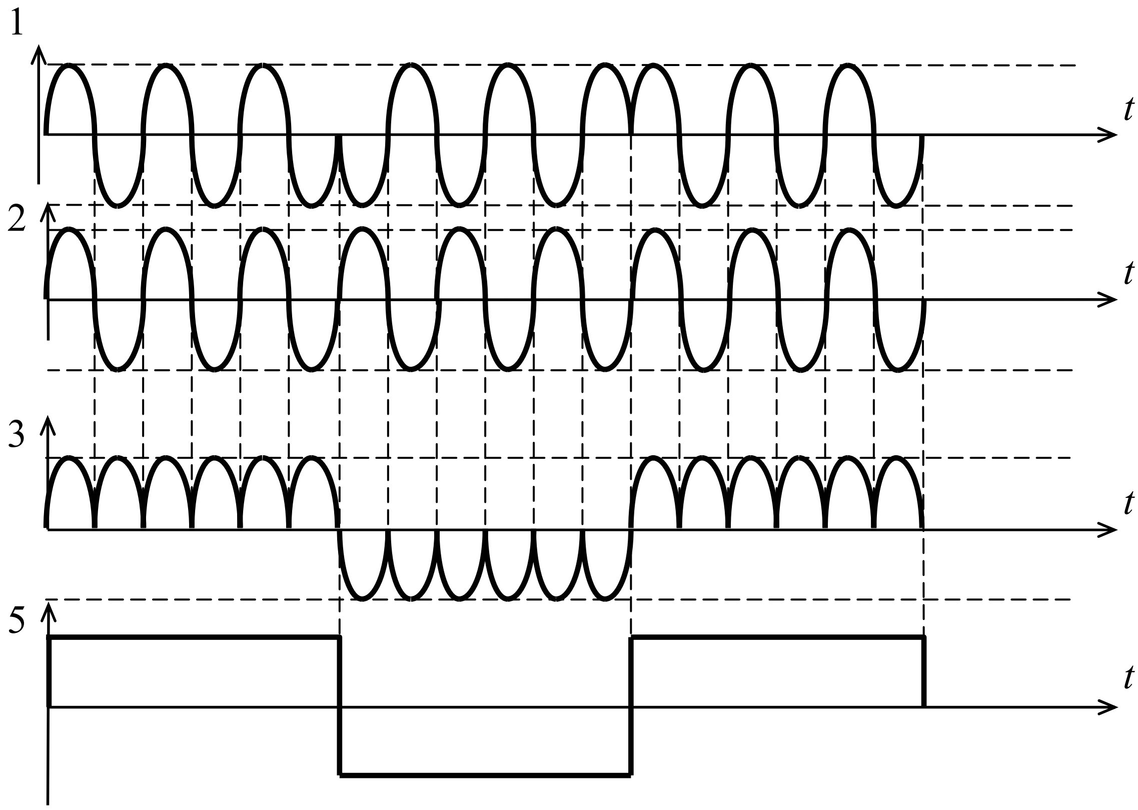


Рис. 5.72. Временные диаграммы работы фазового детектора

Описанная выше схема фазового детектора основана на использовании классического фазового демодулятора, состоящего из перемножителя и фильтра нижних частот. Однако наличие таких фильтров не всегда является желательным. Тогда используются фазовые различители, обладающие пороговыми свойствами и не имеющие линейных схем.

5.20.1. Фазовые детекторы дискретного действия (рис. 5.73). Входной сигнал с выхода усилителя-ограничителя подается на входы двух схем *И*, а на вторые входы этих схем подаются две последовательности импульсов, соответствующие фронтам несущего колебания, но сдвинутые на полпериода $U_{\text{н}1}$ и $U_{\text{н}2}$ (рис. 5.74). Посредством этих импульсов осуществляется стробирование импульсов предварительно ограниченного входного сигнала. Демодулированные импульсы снимаются с выхода триггера DD3.

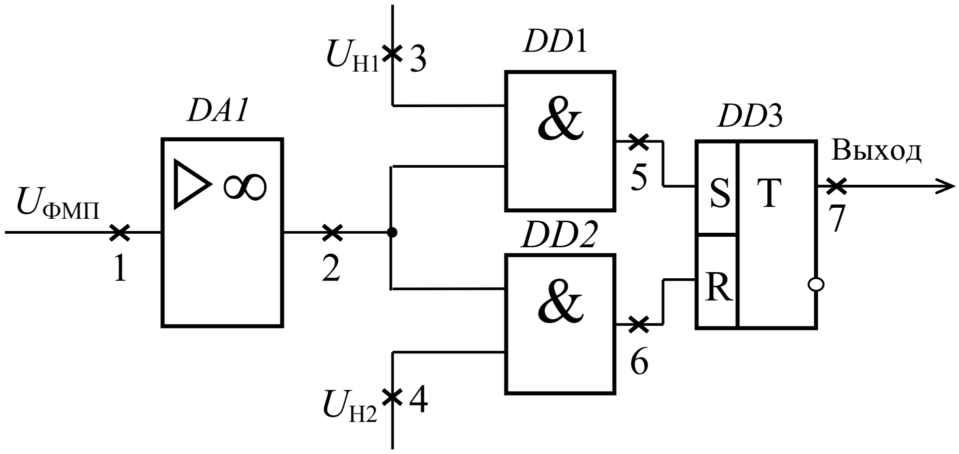


Рис. 5.73. Фазовый различитель

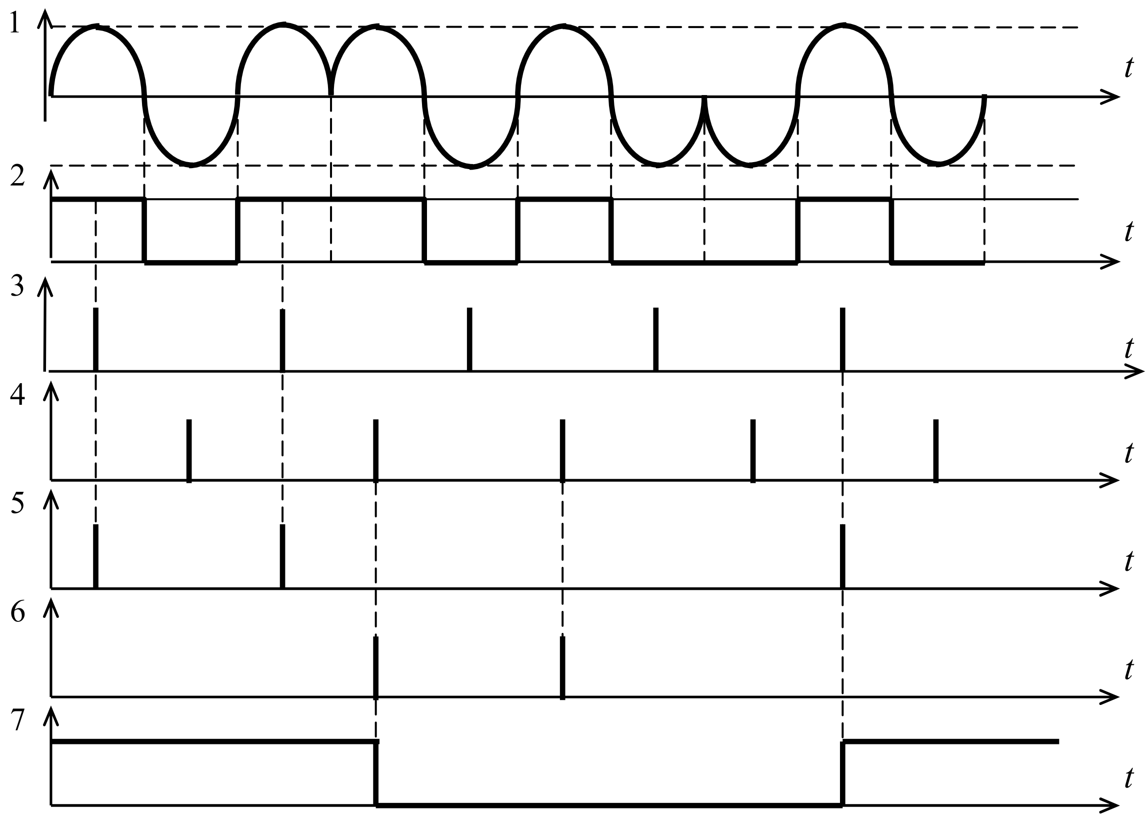


Рис. 5.74. Временные диаграммы работы фазового различителя

Одной из основных проблем при демодуляции ФМП-сигнала является проблема получения опорного напряжения. В качестве опорного напряжения можно использовать: напряжение высокостабильного местного генератора; пилот-сигнал, передаваемый по специальному каналу от передатчика; напряжение, выделяемое из рабочего сигнала.

Даже при выборе достаточно стабильного местного генератора его частота будет отличаться от частоты несущей, что приводит к накапливанию расхождения фаз несущей и опорного напряжения. В худшем случае сдвиг по фазе между опорным напряжением и несущей становится равным 180°, при этом все элементы принимаются "наоборот" ("0" вместо "1" и "1" вместо "0"), или, как говорят, возникает явление "обратной работы". Второй способ не нашел широкого распространения из-за необходимости выделения для передачи пилот-сигнала полосы частот и мощности за счет рабочего сигнала, что приводит к ухудшению условий передачи рабочего сигнала.

Наибольшее распространение получил третий способ, основанный на эффекте "снятия модуляции".

5.20.2. Формирование опорного напряжения по Пистолькорсу. Один из вариантов схемы выделения опорного напряжения из принимаемого сигнала приведен на рис. 5.75.

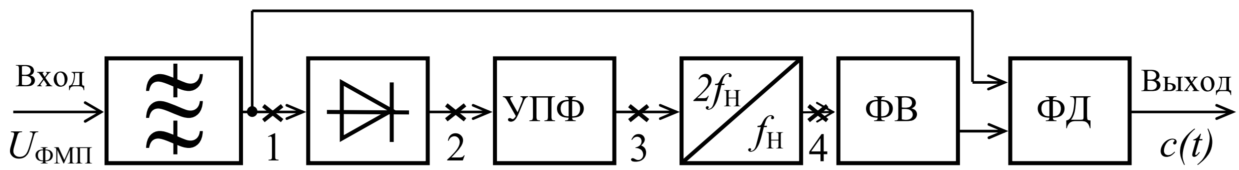


Рис. 5.75. Схема выделения опорного напряжения

Выпрямитель устраняет фазовую модуляцию. Выпрямленный сигнал является периодическим с периодом $T = 1/2f_Н$, т.е. частота первой гармоники равна удвоенной частоте несущей. Поэтому после выделения узкополосным полосовым фильтром *УПФ* частоты $2f_Н$ она подается на делитель частоты с коэффициентом деления, равным двум. Для уменьшения уровня помех на выходе фильтра его полоса пропускания должна быть, возможно, меньше. Однако следует предусмотреть возможность ухода частоты несущей на передаче относительно ее номинального значения. Фазовращатель *ФВ* обеспечивает компенсацию фазовых сдвигов, возникающих в схеме выделения опорного напряжения, что позволяет получить когерентное опорное напряжение. Процесс получения опорного напряжения поясняется временными диаграммами на рис. 5.76.

5.20.3. Фазовращатель. Устройство (рис. 5.77) предназначено для изменения фазы гармонического сигнала в диапазоне от 0 до 180° при изменении управляющего напряжения от –1 до +1 В.

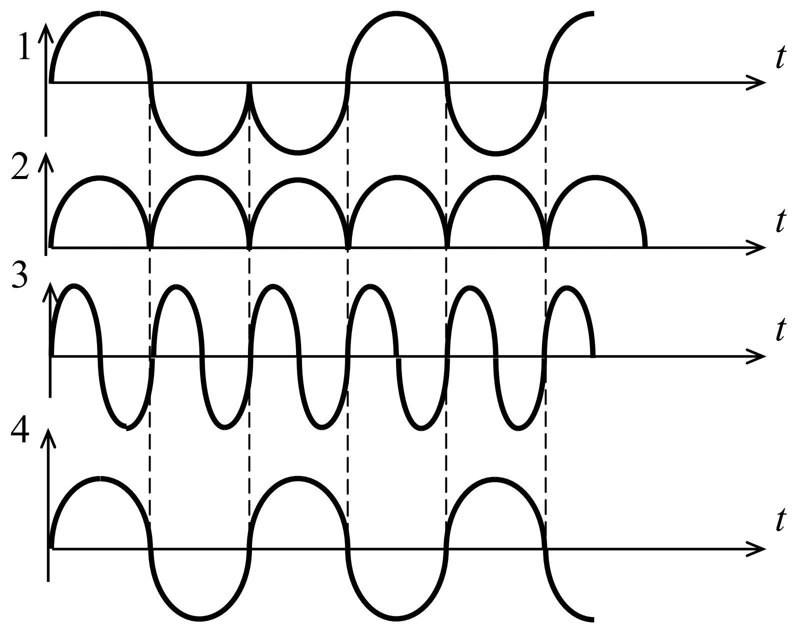


Рис. 5.76. Временные диаграммы, иллюстрирующие процесс получения опорного напряжения

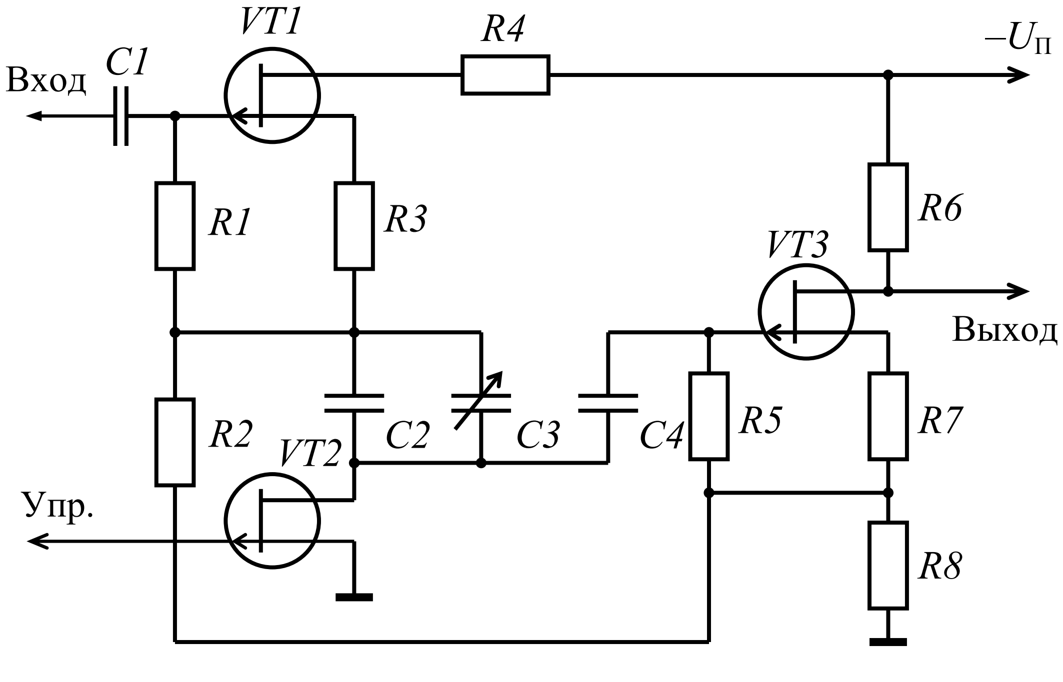


Рис. 5.77. Фазовращатель на полевых транзисторах

В основу фазовращателя положен мост, выполненный на элементах *R2*, *R8*, *C2*, *C3*, *VT2*. В качестве управляющего элемента используется полевой транзистор *VT2*, сопротивление которого меняется в зависимости от управляющего сигнала. Кроме того, включение этого транзистора в исток транзистора *VT1* обеспечивает большое сопротивление для входного сигнала. Выходной сигнал фазовращательного моста подается на затвор транзистора *VT3*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеенко А.Г. и др. Применение прецизионных аналоговых микросхем.–М.: Радио и связь, 1985.-224 с.
2. Атаев Д.И., Болотников В.А. Аналоговые интегральные микросхемы для бытовой радиоаппаратуры.–М.: Изд-во МЭИ, ПКФ «Печатное дело», 1992.-240 с.
3. Богданович М.И. Цифровые интегральные микросхемы.–Мн.: Беларусь, 1991.-493 с.
4. Верзунов М.В. Однополосная модуляция в радиосвязи.–М.: Воениздат, 1972.-296 с.
5. Горошков Б.И. Элементы радиоэлектронных устройств.–М.: Радио и связь, 1988.-176 с.
6. Горошков Б.И. Радиоэлектронные устройства.–М.: Радио и связь, 1984.-400 с.
7. Емельянов Г.А., Шварцман В.О. Передача дискретной информации.– –М.: Радио и связь, 1982.
8. Жуховицкий Б.Я. Сигналы телемеханики и их преобразования.–М.: Энергия, 1963.-95 с.
9. Зюко А.Г. и др. Теория передачи сигналов: Учебник для вузов.–М.: Связь, 1980.-288 с.
10. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов: Учебник для вузов.–М.: Сов.радио, 1979.-280 с.
11. Ильин В.А. Телеуправление и телеизмерение: Учеб. Пособие для вузов.–3-е изд.–М.: Энергоиздат, 1982.-560 с.
12. Макаров В.А. Теоретические основы телемеханики.–Л.:Изд. ЛГУ, 1974.-287 с.
13. Мановцев А.П. Основы теории радиотелеметрии.–М.: Энергия, 1973.-592 с.
14. Манаев Е.И. Основы радиоэлектроники.–М.: Радио и связь, 1990.
15. Мэндл М. 200 избранных схем электроники.–М.: Мир, 1980.
16. Пенин П.И., Филиппов Л.И. Радиотехнические системы передачи информации: Учеб. пособие для вузов.–М.: Радио и связь, 1984.-256 с.
17. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Лабораторный практикум по курсу “Телемеханика”. Часть 1. Методы преобразования телемеханической информации.–Мн.: МРТИ, 1986.-50 с.
18. Темников Ф.Е. и др. Теоретические основы информационной техники.–М.: Энергия, 1979.-512 с.
19. Тепляков И.М. и др. Радиосистемы передачи информации.–М.: Радио и связь, 1982.-264 с.
20. Тутевич В.Н. Телемеханика: Учеб. пособие для студентов вузов.–М**.:** Высш.шк., 1985.-423 с.
21. Фельдбаум А.А. и др. Теоретические основы связи и управления.–М.: Физматгиз, 1963.-932 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Введение..3
1. Общие сведения о сигналах 3
1.1. Основные типы сигналов 3
1.2. Периодические сигналы 7
1.3. Спектры периодических сигналов и необходимая ширина полосы частот 9
1.4. Спектр одиночного прямоугольного импульса 15
1.5. Преобразование непрерывных сообщений в дискретные сигналы..........18
2. Модуляция гармонических колебаний 23
2.1. Амплитудная модуляция 23
2.2. Частотная модуляция (ЧМ) 27
2.3. Фазовая модуляция (ФМ) 29
2.4. Одновременная модуляция по амплитуде и по частоте 36
3. Импульсная модуляция 38
3.1. Амплитудно-импульсная модуляция (АИМ) 38
3.2. Фазоимпульсная модуляция (ФИМ) 42
3.3. Широтно-импульсная модуляция (ШИМ)..................................45
4. Манипулированные сигналы 48
4.1. Амплитудная манипуляция (АМП) 48
4.2. Фазовая манипуляция (ФМП) 50
4.3. Частотная манипуляция (ЧМП) 53
4.4. Двукратная модуляция 57
4.5. Спектры радиоимпульсов..................................65
5. Модуляторы и демодуляторы 66
5.1. Амплитудные модуляторы 66
5.2. Детекторы АМ-сигналов 71
5.3. Модуляторы однополосного сигнала..................................75
5.4. Детекторы ОАМ-сигнала 78
5.5. Частотные модуляторы..................................79
5.6. Детекторы ЧМ-сигналов..................................90
5.7. Фазовые модуляторы 98
5.8. Фазовые детекторы (ФД)..................................100
5.9. Амплитудно-импульсные модуляторы 103
5.10. Детекторы АИМ-сигналов 106
5.11. Широтно-импульсный модулятор..................................108
5.12. Демодуляторы ШИМ-сигналов 110
5.13. Фазоимпульсные модуляторы 113
5.14. Детекторы ФИМ-сигналов 113
5.15. Дискретный амплитудный модулятор 114
5.16. Детектор АМП-сигналов 114
5.17. Модуляторы ЧМП-сигналов 115
5.18. Демодуляторы ЧМП-сигналов..................................118
5.19. Модуляторы ФМП-сигналов..................................121
5.20. Детекторы ФМП-сигнала 123
ЛИТЕРАТУРА..................................127

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники»

Кафедра систем управления

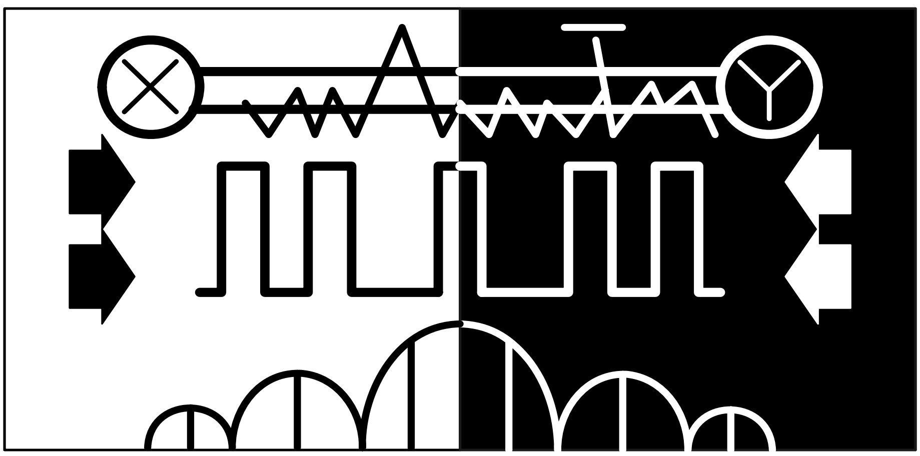
Н.И. Сорока, Г.А. Кривинченко

ТЕЛЕМЕХАНИКА

Конспект лекций
для студентов специальностей
53 01 03 “Автоматическое управление в технических системах”
и I-53 01 07 “Информационные технологии и управление
в технических системах”
всех форм обучения

Часть 2

Коды и кодирование



Минск

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широкое применение нашли цифровые телемеханические системы, в которых измеряемая величина передается в виде определенной кодовой комбинации. Цифровые методы передачи информации по сравнению с другими имеют ряд преимуществ. Главными из них являются следующие:

1) прием сигнала сводится не к измерению, а к обнаружению 1 или 0;
2) сообщения в цифровой форме легко обрабатываются, запоминаются, коммутируются и регистрируются;
3) возможна многократная передача без накопления ошибок;
4) применение помехоустойчивого кодирования позволяет значительно увеличить достоверность передачи телемеханических сообщений;
5) упрощаются требования, предъявляемые к радиолиниям в отношении калибровки эталонных уровней;
6) улучшается использование канала связи в случае применения специальных кодов, статистически согласованных с передаваемыми сообщениями.

Под кодированием в широком смысле понимается переход от одного способа задания информации к другому, допускающий восстановление исходной информации. Теория кодирования получила большое развитие, начиная с 40-х годов XX века после работ К.Шеннона.

В данном конспекте большое внимание уделено теоретическим основам построения кодовых комбинаций, а также преобразованию кода передаваемой и обрабатываемой информации с сохранением его числового эквивалента. Преобразование может осуществляться программным или аппаратным способом. Программный способ отличается универсальностью и высокой производительностью, но требует определенных затрат машинного времени и дополнительно загружает память ЭВМ, что отрицательно сказывается на выполнении машиной других операций. В последние годы большое значение придается аппаратурному (схемотехническому) способу преобразования кодов, что связано в первую очередь с разработкой специализированных микросхем, а также интегральных схем среднего и большого уровней интеграции. В разделах данного конспекта основное внимание уделено именно этому перспективному способу преобразования кода в код. Преобразователи могут быть последовательного и параллельного типов. В преобразователях второго типа предусматривается параллельный ввод всех разрядов преобразуемого кода и последующее выполнение комбинационной логикой операций преобразования по алгоритму, задаваемого таблицей истинности. Метод отличается высоким быстродействием, гибкостью и приемлемыми затратами. При параллельном вводе информации для преобразования кодов могут использоваться не только комбинационные схемы, но и элементы памяти, чему в конспекте уделено соответствующее внимание.

Материалы данного конспекта будут полезны студентам при выполнении ими курсового проекта по телемеханике.

1. КОДЫ И КОДИРОВАНИЕ

1.1. Основные понятия

Кодирование – преобразование дискретного сообщения в дискретный сигнал, осуществляемое по определенному правилу. Восстановление дискретного сообщения по сигналу на выходе дискретного канала, осуществляемое с учетом правил кодирования, называется **декодированием.**

Код (от лат.codex – свод законов) есть совокупность условных сигналов, обозначающих дискретные сообщения.

Кодовая последовательность (комбинация) – представление дискретного сигнала.

Целями кодирования сообщений обычно являются:

1) передача по общему каналу связи нескольких или многих сообщений для кодового разделения сигналов;
2) повышение помехоустойчивости и достоверности передачи сообщений;
3) более экономное использование полосы частот канала связи, т.е. уменьшение избыточности;
4) уменьшение стоимости передачи и хранения сообщений;
5) обеспечение скрытности передачи и хранения информации;
6) преобразование любой информации независимо от ее происхождения и назначения в единую систему символов;
7) приведение исходных символов в соответствие с характеристиками канала связи.

Любая кодовая комбинация содержит определенный набор элементов или символов (1 и 0, а и б), которые называются **буквами алфавита**, а весь набор букв образует **алфавит кода**. Для двоичного кода алфавит состоит из двух символов, для троичного их число увеличивается до трех (а, б, в или 1, 2, 3), а в десятичном оно равно десяти. Таким образом, **основание кода X** – это количество признаков или число букв (цифр). Кодовая комбинация, составленная из n символов или n элементов, называется **кодовым словом (кодовым блоком)**, имеющим длину n или число разрядов n. Если длина всех кодовых комбинаций одинакова, то такие коды называют **равномерными (комплектными)**. Например, код 001, 011, 101 является комплектным, а код 1, 11, 101 – **некомплектным**. В телемеханике обычно используют только равномерные коды.

Кроме указанных характеристик, коды имеют и другие характеристики, которые приведены на рис. 1.1.

Для передачи различных символов, составляющих алфавит кода, могут использоваться импульсы с различными признаками (табл. 1.1).

Передачу кодовых комбинаций можно осуществить последовательно во времени или параллельно, т.е. одновременно во времени. В последнем случае передача должна осуществляться по нескольким проводам или с использованием частотных признаков для разделения элементарных сигналов.

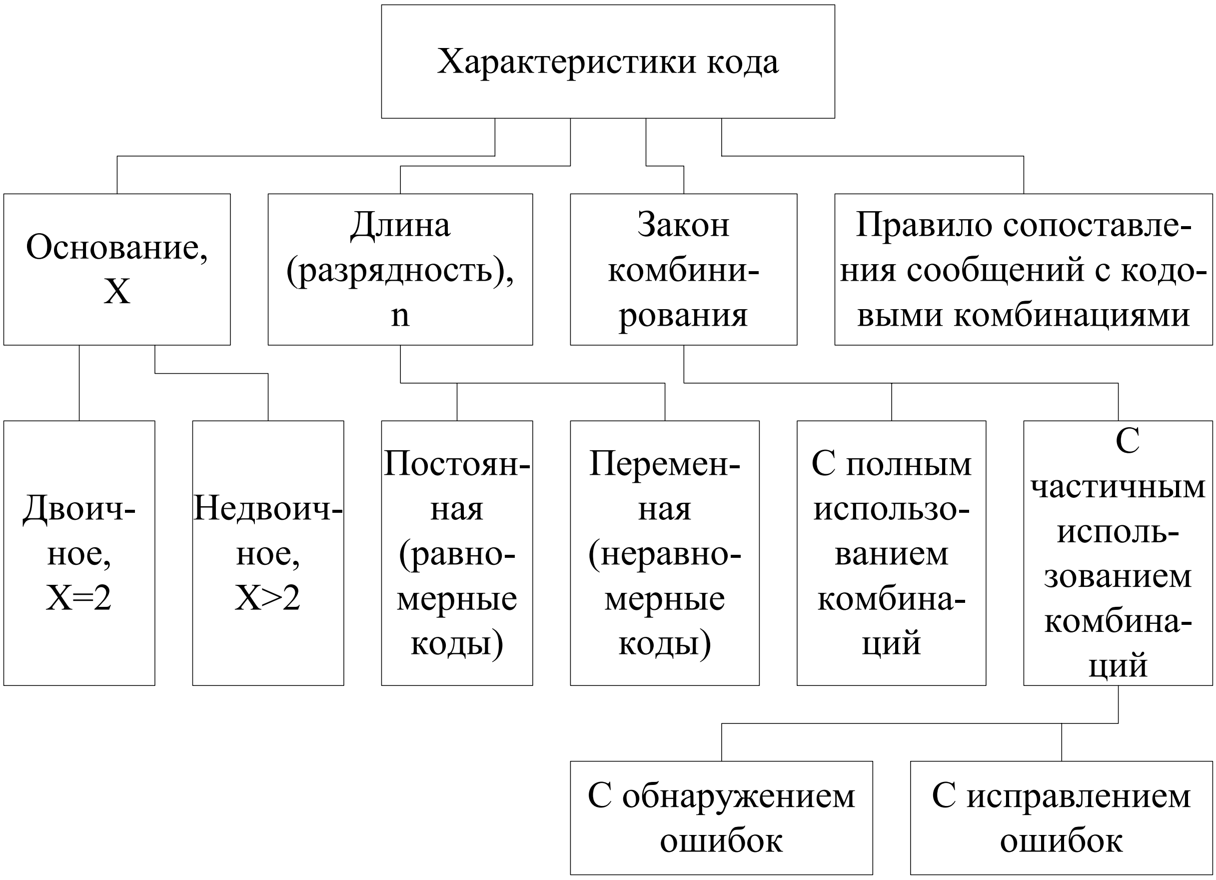


Рис. 1.1. Классификация характеристик кода

Таблица 1.1

Импульсные признаки, используемые для передачи двоичных кодов

Символ	Амплитудные			Временные			Полярные	Частотные		Фазовые
1			U_1	τ						
0	—	—	U_2	τ_1						

На рис. 1.2 показана последовательная передача кодовой комбинации 1011001 видеоимпульсами, а на рис. 1.3 – передача этой же комбинации радиоимпульсами. В обоих случаях передача осуществляется с пассивными паузами между элементами кодовых комбинаций.

Для передачи кодовых комбинаций параллельно во времени каждому разряду присваивается своя частота (табл. 1.2). Однако признаки у каждого разряда должны быть не частотными, а амплитудными или временными.

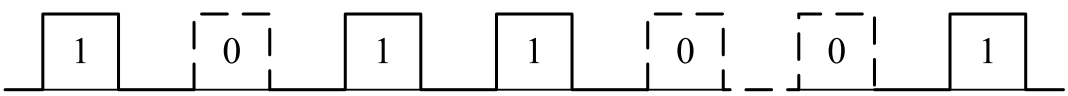


Рис. 1.2. Последовательная передача кодовой комбинации видеоимпульсами

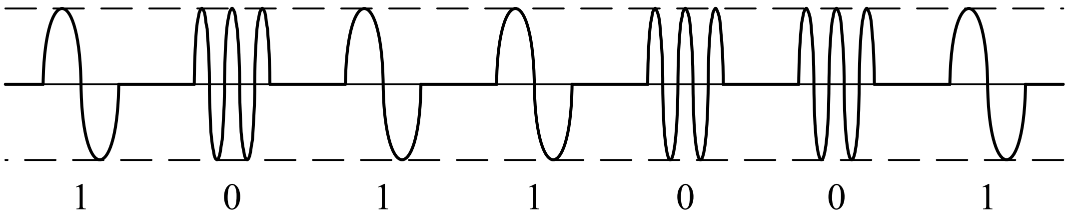


Рис. 1.3. Последовательная передача кодовой комбинации радиоимпульсами

Таблица 1.2

Параллельная передача кодовых комбинаций

Номер разряда	Частота	Номер кодовой комбинации и время её передачи	
		1-t_1	2-t_2
1	f_1	1	1
2	f_2	0 —	1
3	f_3	0 —	1
4	f_4	1	0 —

Первая кодовая комбинация 1001 передается в течение первого интервала времени t_1 частотами f_1 и f_4, посылаемыми одновременно, а вторая – 1110 передается в течение второго интервала времени одновременной посылкой частот f_1, f_2 и f_3.

По способу образования кодовых комбинаций коды разделяются на **числовые** и **нечисловые**. В числовых кодах, получивших название **цифровых**, кодовые комбинации образуют ряд возрастающих по весу чисел, определяемый системой счисления. Они применяются в системах измерений, контроля, ЭВМ и т.д. Нечисловые (невзвешенные) коды не имеют систем счисления и применяются в системах управления и телеуправления, где команды и сигналы независимы.

1.2. Цифровые коды

В основу правил соответствия кодовых комбинаций числам цифровых кодов положены математические системы счисления, поэтому данные коды называются также арифметическими или взвешенными.

1.2.1. Запись кодовых комбинаций в виде многочлена. Любое число в системе счисления с основанием X можно представить в виде многочлена. Так, n – разрядное число запишется в виде

$$F(X) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i X^i = A_{n-1}X^{n-1} + A_{n-2}X^{n-2} + \ldots + A_0 X^0, \qquad (1.1)$$

где A – цифровые коэффициенты, имеющие значения от 0 до $X-1$.

В десятичной системе ($X = 10$)

$$F(10) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i 10^i . \qquad (1.2)$$

Так, число 1408 запишется следующим образом:

$$1408 = 1{\cdot}10^3 + 4{\cdot}10^2 + 0{\cdot}10^1 + 8{\cdot}10^0.$$

В двоичной системе счисления

$$F(2) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i 2^i . \qquad (1.3)$$

Так, десятичное число 47 запишется следующим образом:

$$47 = 1{\cdot}2^5 + 0{\cdot}2^4 + 1{\cdot}2^3 + 1{\cdot}2^2 + 1{\cdot}2^1 + 1{\cdot}2^0$$

или в виде многочлена

$$G(X) = 1{\cdot}x^5 + 0{\cdot}x^4 + 1{\cdot}x^3 + 1{\cdot}x^2 + 1{\cdot}x^1 + 1{\cdot}x^0 = x^5 + x^3 + x^2 + x^1 + 1. \qquad (1.4)$$

Таким образом, члены многочленов записываются только при наличии коэффициента единицы.

1.2.2. Сложение. Над многочленами можно производить все алгебраические операции. Обычное сложение с переносом числа в высший разряд здесь неприменимо, так как это может привести к образованию более высокого разряда, чем принято в данном коде, что недопустимо. Поэтому применяется так называемое сложение двоичных чисел по модулю 2, обозначаемое знаком $\oplus$. При двух слагаемых правила сложения следующие: $0\oplus 0=0$; $0\oplus 1=1$; $1\oplus 0=1$; $1\oplus 1=0$.

При сложении многозначных чисел складывают разряды, занимающие одинаковые места. При этом сложение сводится к сложению только коэффициентов при членах совпадающих степеней.

Если складываются несколько чисел, то четное число единиц в сумме дает нуль, а сумма нечетного числа единиц приравнивается к единице. Иногда в результате сложения нескольких чисел сумма выражается меньшим двоичным числом, чем какое-либо из слагаемых. Для примера произведем сложение следующих многочленов:

$$x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1;\ x^5 + x^4 + x^2;\ x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x^1 + 1.$$

Выразим эти многочлены в двоичных числах и, расположив их соответствующим образом в столбцы, произведем сложение:

$$\begin{array}{l}
x^6 + x^5 + 0 + x^3 + x^2 + 0 + 1 \rightarrow 1101101 \rightarrow 109_{10} \\
\oplus \\
0 + x^5 + x^4 + 0 + x^2 + 0 + 0 \rightarrow 0110100 \rightarrow 52_{10} \\
\oplus \\
x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + \mathrm{x}^2 + \mathrm{x} + 1 \rightarrow 1111111 \rightarrow 127_{10} \\
\hline
0 + x^5 + 0 + 0 + x^2 + x + 0 \rightarrow 0100110 \rightarrow 38_{10}
\end{array}$$

1.2.3. Умножение. Для того чтобы при умножении многочленов не увеличилась разрядность степени многочлена выше заданной, производят так называемое символическое умножение, или умножение в конечном поле двоичных чисел, состоящее из двух этапов. Первый этап заключается в умножении многочленов по обычным правилам алгебры, за исключением сложения, которое производится по модулю 2. Перемножим два многочлена:

$$\begin{array}{rcr}
x^6+x^5+x^3+x^2+1= & & 1101101 \\
\times & & \times \\
x^5+x^4+x^2= & & 110100 \\
\hline
x^8+x^7+0+x^5+x^4+0+x^2 & & 1101101 \\
x^{10}+x^9+0+x^7+x^6+0+x^4 & & 1101101 \\
x^{11}+x^{10}+0+x^8+x^7+0+x^5 & & 1101101 \\
\hline
x^{11}+0+x^9+0+x^7+x^6+0+0+0+x^2 & = & 101011000100
\end{array}$$

Произведем теперь умножение многочлена на x^n. Например, $(x^5+x^4+x^2)\times x^3 = x^8+x^7+x^5$. В результате умножения степень каждого члена многочлена повышалась на n. В двоичной форме записи 110100×1000 = = 110100000. Таким образом, умножение многочлена на x^n означает приписывание справа n нулей.

1.2.4. Деление. При делении в двоичной записи делитель умножается на частное и подписывается под делимым так, чтобы совпадали старшие разряды. В частное записывается единица. Для нахождения первого остатка из делимого вычитается делитель (что эквивалентно их сложению по модулю 2) и к остатку справа сносится очередной разряд делимого. Далее под первым остатком снова подписывается делитель и в частное приписывается еще одна единица, если число разрядов в остатке равно числу разрядов делителя. В противном случае в частном записывается нуль и к остатку подписывается очередной член делимого. Деление продолжается до тех пор, пока степень остатка не станет меньше степени делителя, т.е. число разрядов остатка не окажется меньше числа разрядов делителя. Например,

```
110110101   |101011
101011      |1110 → x⁴+x²+x — частное Q(X)
 111011
 101011
  100000
  101011
    10111 → x⁴+x²+x+1 — остаток
```

При составлении циклических кодов необходимо уметь находить только остатки без определения частного. Ниже дается пример нахождения нескольких остатков при делении единицы с нулями на случайно выбранный многочлен $P(X) = x^3+x+1$. Следует помнить, что число разрядов у остатков на единицу меньше, чем у делителя.

```
100000000    |1011
1011         |
 01100        — первый остаток R1(X) = 011
  1011        — второй остаток R2(X) = 110
   1110       — третий остаток R3(X) = 111
   1011
    1010      — четвертый остаток R4(X) = 101
    1011
     0010     — пятый остаток R5(X) = 001
                шестой остаток R6(X) = 010
                седьмой остаток R7(X) = 100
```

Дальнейшее деление нецелесообразно, так как остатки начнут повторяться.

1.2.5. Перенос слагаемых. Понятие отрицательной цифры при операциях в конечном поле двоичных чисел отсутствует, так как это привело бы к увеличению признаков с двух до трех, т.е. к троичной системе счисления. Поэтому перенос слагаемых из одной части в другую производится без изменения знака. Например, справедливо как выражение $(x^4+x+1)+(x^3+x)=x^4+x^3+1$, так и выражение, отличающееся тем, что второе слагаемое левой части перенесено в правую без изменения знака, т.е. $(x^4+x+1) = (x^3+x)+(x^4+x^3+1)$. Справедливость этих равенств проверяется сложением по модулю 2 одночленов с одинаковыми степенями.

1.2.6. Матричная запись кодовых комбинаций. Всю совокупность комбинаций n-разрядного двоичного кода, насчитывающего 2^n различных комбинаций, можно записать в виде матрицы, содержащей 2^n строк и n столбцов. Так, все комбинации трехразрядного кода запишутся в матрице а:

а) $\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$ б) $\oplus\begin{array}{c}111\\ \underline{110}\\ 001\end{array}$ в) $\oplus\begin{array}{c}001\\ \underline{011}\\ 010\end{array}$ г) $\oplus\begin{array}{c}001\\ \underline{010}\\ 011\end{array}$ д) $\oplus\begin{array}{c}010\\ \underline{110}\\ 100\end{array}$ е) $\oplus\begin{array}{c}011\\ \underline{110}\\ 101\end{array}$

ж) $\oplus\begin{array}{c}010\\ \underline{100}\\ 110\end{array}$ з) $\oplus\begin{array}{c}001\\ \underline{110}\\ 111\end{array}$ и) $\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$ к) $\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$

Если взять любые две или более строки матрицы а и сложить их по модулю 2, то получим одну из остальных строк, записанных в этой матрице (пункты б-з). Например, складывая вторую и третью строки, получим четвертую строку (пункт г). Из матрицы а можно выбрать комбинации, состоящие из одной единицы. Такие комбинации образуют матрицу, называемую единичной матрицей (матрица и). Матрица к является транспонированной единичной матрицей, т.е. зеркальным отображением матрицы и. Интересным свойством обладает единичная матрица и: если сложить по модулю 2 в различном сочетании строки, то получим все остальные строки матрицы а без нулевой.

При исследовании кодов иногда оказывается полезным графическое и геометрическое представление кодов.

1.2.7. Графическое представление кода часто указывает пути и методы кодирования и декодирования комбинаций и представляет собой древовидный график, состоящий из точек и расходящихся от них линий, заканчивающихся также точками. Точки графа называются вершинами, а соединяющие их линии – ребрами. Начальная вершина, от которой начинается расхождение ребер, называется корнем дерева, а число ребер, которое надо пройти от корня к некоторой вершине – порядком этой вершины. Максимальное число ребер, которые могут выходить из каждой вершины дерева, равно основанию кода, а максимальный порядок вершин, которое оно содержит, равен максимальной длине кодовых комбинаций. Значения разрядов комбинации, приписываемой каждой вершине, соответствующей направлениям движения по ребрам от корня дерева к данной вершине. Ребра, ведущие от корня к вершинам первого порядка, определяют значение первого слева разряда комбинации; ребра, соединяющие вершины первого и второго порядков, дают значение второго разряда комбинации, и т.д.

На рис. 1.4 показано кодовое дерево для двоичного трехразрядного кода.

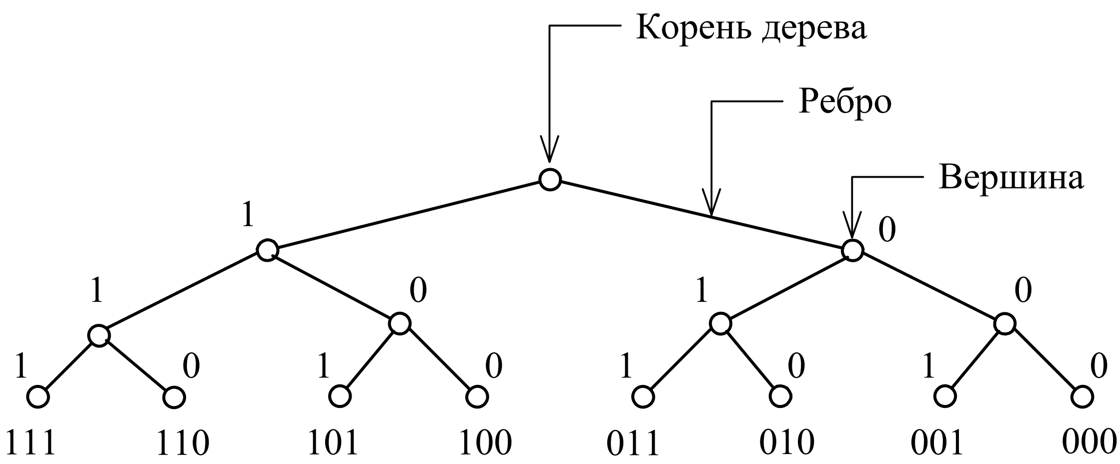


Рис. 1.4. Графическое представление кодового дерева

1.2.8. Геометрическая модель кода является более наглядной, чем графическое представление кода. Она дает наглядное представление о возможностях перехода одной комбинации в другую в результате искажения, и поэтому по ней легко судить о корректирующих возможностях кода, т.е. о его способности обнаруживать и исправлять ошибки.

Любая n–разрядная двоичная кодовая комбинация может быть интерпретирована как вершина n-мерного единичного куба, т.е. куба с длиной ребра, равной 1.

При n=2 кодовые комбинации располагаются в вершинах квадрата (рис. 1.5), при n=3 – в вершинах единичного куба (рис. 1.6).

В общем случае n-мерный единичный куб имеет 2^n вершин, что равно наибольшему возможному числу кодовых комбинаций. Такая модель дает простую геометрическую интерпретацию и кодовому расстоянию d между отдельными кодовыми комбинациями. Оно соответствует наименьшему числу ребер единичного куба, которое необходимо пройти, чтобы попасть от одной комбинации к другой.

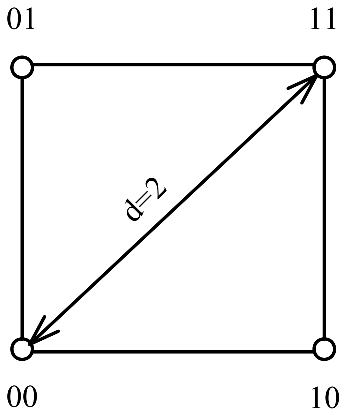


Рис. 1.5. Геометрическая модель двухразрядного двоичного кода

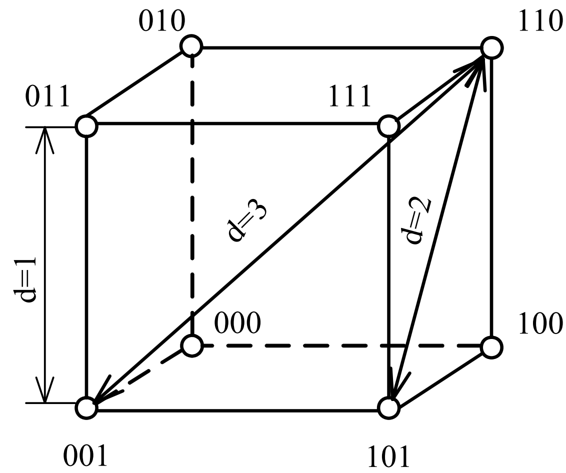


Рис. 1.6. Геометрическая модель трёхразрядного двоичного кода

На рис. 1.7 и 1.8 представлены геометрические модели троичного двухразрядного и трехразрядного кодов соответственно.

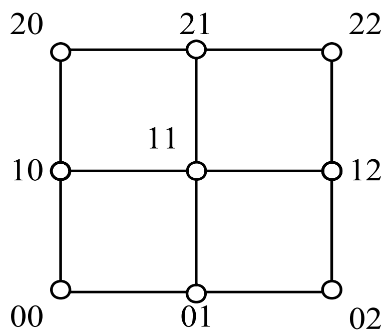


Рис. 1.7. Геометрическая модель троичного двухразрядного кода

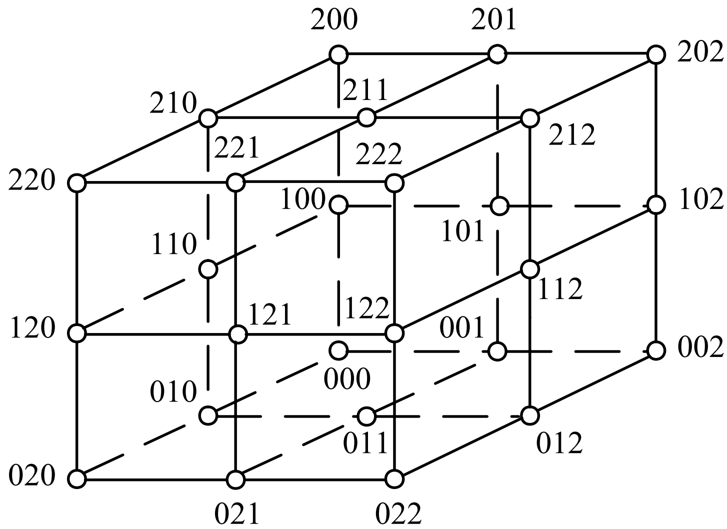


Рис. 1.8. Геометрическая модель троичного трёхразрядного кода

1.2.9. Классификация двоичных кодов. По возможности обнаружения и исправления ошибок различают простые и корректирующие коды. Дальнейшая классификация приведена на рис. 1.9.

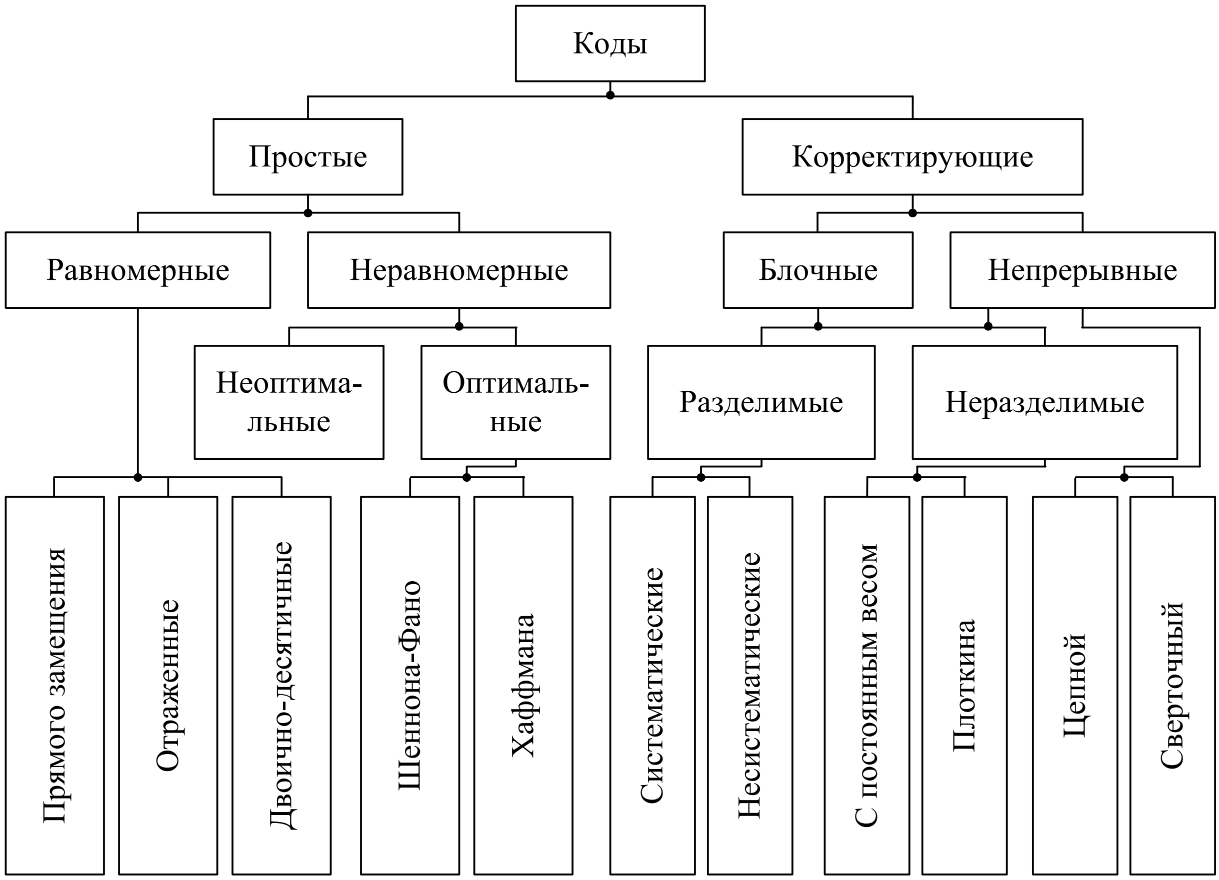


Рис. 1.9. Классификация двоичных кодов

Корректирующий код называется *блочным*, если каждая его комбинация имеет ограниченную длину, и непрерывным, если его комбинация имеет неограниченную, а точнее, полубесконечную длину.

Коды в зависимости от методов внесения избыточности подразделяются на *разделимые* и *неразделимые*. В разделимых кодах четко разграничена роль отдельных символов. Одни символы являются информационными, другие являются проверочными и служат для обнаружения и исправления ошибок. Разделимые блочные коды называются обычно n, k – кодами, где n – длина кодовых комбинаций, k – число информационных символов в комбинациях.

Неразделимые коды не имеют четкого разделения кодовой комбинации на информационные и проверочные символы.

Разделимые блочные коды делятся на систематические и несистематические. Несистематические коды строятся таким образом, что проверочные символы определяются как сумма подблоков длины l, на которые разделяется блок информационных символов. У систематических кодов проверочные символы определяются в результате проведения линейных операций над определенными информационными символами.

1.2.10. Основные характеристики двоичных кодов. Двоичные коды характеризуются весом кода w, кодовым расстоянием d и весовой характеристикой $F(w)$. *Весом кода* w называется количество единиц в кодовой комбинации. Например, для кодовой комбинации 1011110 вес кода $w = 5$.

Число одноименных разрядов двух кодовых комбинаций, в которых значения символов не совпадают, есть *кодовое расстояние* d между этими комбинациями. Для определения кодового расстояния необходимо сложить эти комбинации по модулю 2. Например, для кодовых комбинаций 10101 и 00110 d=3, так как $10101 \oplus 00110 = 10011$ (w=3). Таким образом, кодовое расстояние определенного кода – это минимальное число элементов, которыми любая кодовая комбинация отличается от другой (по всем парам кодовых слов). Например, для кода, состоящего из комбинаций 1100, 1000, 1011, 1101, d_{min}=1, так как $1100 \oplus 1101$=0001 (w=1).

Весовая характеристика кода $F(w)$ – число кодовых комбинаций определенного веса w. Например, для кода, представленного комбинациями 00001 (w = 1), 11010 (w = 3), 10110 (w = 3), 11110 (w = 4), имеем $F(1) = 1$, $F(3) = 2$, $F(4) = 1$, т.е. код состоит из одного кодового слова веса 1, двух слов веса 3 и одного слова веса 4.

Корректирующие коды имеют и некоторые дополнительные характеристики.

Абсолютная избыточность кода определяется числом проверочных символов (r), т.е. количеством разрядов, отводимых для коррекции ошибок.

Относительная избыточность кода (R) есть отношение числа проверочных символов к длине кода: $R = r/n$. В общем случае относительную избыточность рассчитывают по формуле $R = I - \log_2 N_p / \log_2 N$, где N_p – число кодовых комбинаций, используемых для передачи сообщений (рабочая мощность кода); N – полное число кодовых комбинаций (мощность кода).

1.3. Простые двоичные коды

Эти коды относятся к непомехозащищенным кодам. *Непомехозащищенным кодом* называется код, в котором искажение одного разряда кодовой комбинации не может быть обнаружено. Рассмотрим примеры двоичных непомехозащищенных кодов.

1.3.1. Двоичный код на все сочетания. Кодовые комбинации этого кода соответствуют записи натурального ряда чисел в двоичной системе счисления. Вес разряда кода определяется из выражения

$$q_i = 2^{i-1}, \tag{1.5}$$

где i – 1, 2, 3,…,n.

Общее число комбинаций

$$N = 2^n. \tag{1.6}$$

1.3.2. Единично-десятичный код. Каждый разряд десятичного числа записывается в виде соответствующего числа единиц (табл. 1.3). При этом разряды разделяются интервалами. Например, $2\ 4 \rightarrow 11\ \ 1111$. Этот код неравномерный. Для преобразования в равномерный необходимо в каждом разряде слева дописать столько нулей, чтобы общее число символов в каждом десятичном разряде было равно 9. Например, $2\ \ 4 \rightarrow 000000011\ \ \ 000001111$.

1.3.3. Двоично-десятичный код. Каждый разряд десятичного числа записывается в виде комбинации двоичного кода.

В табл.1.3 представлены двоично-десятичные коды с весовыми коэффициентами: 8-4-2-1; 2-4-2-1; 4-2-2-1; 5-1-2-1.

Число 576 различными двоично-десятичными кодами будет записано следующим образом:

в коде 8-4-2-1 576→010101110110;
в коде 2-4-2-1 576→101111011100;
в коде 4-2-2-1 576→100111011010;
в коде 5-1-2-1 576→100010101001;

Коды с весовыми коэффициентами 2-4-2-1 называются самодополняющимися, так как инвертированный код, полученный заменой 0 на 1 и 1 на 0 в каждом разряде, всегда дополняет основной до числа 9 (1111). Например, если инвертировать комбинацию 0100 (цифра 4 в коде 2-4-2-1), то получится комбинация 1011, соответствующая цифре 5. При этом сложение прямой и инвертированной комбинации 0100 и 1011 дает в сумме комбинацию 1111, что соответствует цифре 9.

1.3.4. Числоимпульсный. Иногда его называют единичным (или унитарным) кодом. Кодовые комбинации отличаются друг от друга числом единиц. Примеры для 12-разрядного кода даны в табл. 1.3 (столбец 8б). Очевидно, что число кодовых комбинаций в этом коде равно разрядности, т.е. $N = n$.

1.3.5. Код Джонсона. Этот код применяется в устройствах, преобразующих линейные и угловые перемещения в кодовые комбинации. Записи цифр от 0 до 9 приведены в табл. 1.3 (столбец 7). Таким образом, число 137 в коде Джонсона будет представлено в виде 00001 00111 11100.

1.3.6. Код Грея. Этот код, который иногда называют рефлексным (отраженным), применяют для преобразования линейных и угловых перемещений в кодовые комбинации. Если при таком преобразовании используется обычный двоичный код, то некоторые расположенные рядом кодовые комбинации различаются в нескольких разрядах. Например, комбинации 0111 (цифра 7) и 1000 (цифра 8) различаются во всех разрядах. При считывании кода с кодового диска может возникнуть большая ошибка от неоднозначности считывания, обусловленная неточностью изготовления кодового диска или неточностью установки считывающих элементов. Допустим, что третий считывающий элемент установлен с отставанием, тогда при считывании цифры 8 получим кодовую комбинацию 1100, что соответствует цифре 12, а следовательно, ошибка будет равна 50 %.

Таблица 1.3

Запись кодовых комбинаций десятичных чисел от 0 до 15 различными кодами

Десятичный	8-4-2-1 на все сочетания	2-4-2-1 (Айкена)	4-2-2-1	5-1-2-1	Код Грея 15-7-3-1	Джонсона	Единично-десятичный неравномерный
1	2	3	4	5	6	7	8
0	0000	0000	0000	0000	0000	00000	25 → 11 11111
1	0001	0001	0001	0001	0001	00001	14 → 1 1111
2	0010	0010	0010	0010	0011	00011	
3	0011	0011	0101	0011	0010	00111	Единично-десятичный равномерный
4	0100	0100	0110	0111	0110	01111	
5	0101	1011	1001	1000	0111	11111	8а
6	0110	1100	1010	1001	0101	11110	
7	0111	1101	1101	1010	0100	11100	25 → 0000000110000011111
8	1000	1110	1110	1011	1100	11000	14 → 0000000010000001111
9	1001	1111	1111	1111	1101	10000	Унитарный 12 - разрядный
10	1010	10000	10000	10000	1111	100000	
11	1011	10001	10001	10001	1110	100001	8б
12	1100	10010	10010	10010	1010	100011	
13	1101	10011	10101	10011	1011	100111	12 → 111111111111
14	1110	10100	10110	10111	1001	101111	11 → 011111111111
15	1111	11011	11001	11000	1000	111111	8 → 000011111111

Построение кода Грея при отображении десятичных чисел от 0 до 15 четырехразрядным двоичным кодом поясняется табл. 1.3. Столбец старшего разряда делят пополам, в верхнюю половину вписывают нули, в нижнюю – единицы. Затем столбец следующего разряда делят на четыре равные части, которые заполняются единицами и нулями зеркально (с отражением) относительно линии разряда колонки старшего разряда. Аналогичная процедура выполняется в столбцах младших разрядов – единицы и нули заносятся зеркально относительно линий раздела колонки предыдущего разряда. В результате этих простых операций получили двоичный код, в котором соседние комбинации отличаются значением только в одном разряде. Например, те же цифры 7 и 8 в коде Грея запишутся как 0100 и 1100. Допустим, что 1-й считывающий элемент установлен с опережением, тогда вместо комбинации 1100 (цифра 8) получим комбинацию 1101 (цифра 9). Таким образом, ошибка в коде Грея не превосходит цены младшего разряда.

Код Грея, как и другие отраженные коды, относится к системам счисления с неестественным распределением весов разрядов, что затрудняет обработку информации, представленной этими кодами, в ЭВМ и дешифраторах. В силу этого отраженные коды перед обработкой преобразуются в простой двоичный код.

Вес разрядов кода Грея определяется выражением

$$q_i = 2^i - 1, \tag{1.7}$$

где i – 1, 2, 3,…,n .

То есть начиная с младшего разряда веса разрядов запишутся следующим образом: 1, 3, 7, 15, 31,…. Чтобы прочесть число в коде Грея, под каждым разрядом записывают его десятичный эквивалент, старший значащий разряд берется со знаком плюс, перед остальными значащими разрядами знаки чередуются. Например, перевод комбинации кода Грея 101111 и 010011 в десятичный код производится следующим образом:

$$\underset{63}{1}\;\;\underset{31}{0}\;\;\underset{15}{1}\;\;\underset{7}{1}\;\;\underset{3}{1}\;\;\underset{1}{1} = 63-15+7-3+1=53;$$

$$\underset{63}{0}\;\;\underset{31}{1}\;\;\underset{15}{0}\;\;\underset{7}{0}\;\;\underset{3}{1}\;\;\underset{1}{1} = 31-3+1=29.$$

Код Грея относится к неарифметическим кодам. Поэтому перед обработкой информации производят преобразование в двоичный код.

Существует несколько алгоритмов перевода кода Грея в двоичный код и обратного преобразования. В общем виде число в двоичном коде можно записать как $a_n\ a_{n-1} ... a_i \dots a_1$, а в коде Грея $b_n\ b_{n-1} ... b_i \dots b_1$. Преобразование из кода Грея в двоичный код можно осуществлять по следующему правилу: цифра старшего разряда записывается без изменений, т.е. $a_n = b_n$; значение каждого последующего разряда двоичного числа находят путем сложения по модулю

2 этого же разряда в коде Грея с предыдущими, т.е. $a_{n-1} = b_n \oplus b_{n-1}$. В общем случае можно записать:

$$a_i = \sum_{i=n}^{i} b_i (\mathrm{mod}\,2). \tag{1.8}$$

В качестве примера рассмотрим преобразование кодовой комбинации 101111, записанной в коде Грея, в двоичный код:

$$101111 = b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 \to a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 = b_6 (b_6 \oplus b_5)(b_6 \oplus b_5 \oplus b_4) \times$$
$$\times (b_6 \oplus b_5 \oplus b_4 \oplus b_3)(b_6 \oplus b_5 \oplus b_4 \oplus b_3 \oplus b_2)(b_6 \oplus b_5 \oplus b_4 \oplus b_3 \oplus b_2 \oplus b_1) =$$
$$= 1(1 \oplus 0)(1 \oplus 0 \oplus 1)(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1)(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1)(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1) = 110101$$

Произведем проверку правильности преобразования, для чего воспользуемся правилами чтения чисел, записанных в коде Грея и двоичном коде на все сочетания.

1	0	1	1	1	1	→	1	1	0	1	0	1
63	31	15	7	3	1		32	16	8	4	2	1

$$63 - 15 + 7 - 3 + 1 \quad \to \quad 32 + 16 + 4 + 1$$
$$53 = 53$$

Левая часть равна правой, следовательно, преобразование произведено верно.

Обычный двоичный код преобразуется в код Грея путем суммирования по модулю 2 данной комбинации с такой же, но сдвинутой вправо на один разряд. Например, преобразование двоичных чисел 110011 и 111011 в код Грея производится следующим образом:

$$\oplus\begin{array}{l}110011\\ \underline{110011}\\ 101010\end{array} \qquad \oplus\begin{array}{l}111011\\ \underline{111011}\\ 100110\end{array}$$

При сложении младший разряд второго слагаемого отбрасывается. Произведем проверку правильности преобразования:

1 1 0 0 1 1 → 1 0 1 0 1 0 ; 32+16+2+1 → 63-15+3 ; 51=51.
32 16 8 4 2 1   63 31 15 7 3 1
1 1 1 0 1 1 → 1 0 0 1 1 0 ; 32+16+8+2+1 → 63-7+3 ; 59=59.
32 16 8 4 2 1   63 31 15 7 3 1

Преобразование двоичного числа в код Грея можно осуществить и по такому признаку. Если в старшем, соседнем по отношению к преобразуемому разряде двоичного числа стоит 0, то в данном разряде кода Грея сохраняется цифра, записанная в двоичном коде, если же 1, то цифра меняется на обратную. Например, при переводе комбинации 110011 предыдущего примера в младшем разряде кода Грея 1 изменится на 0; во втором сохранится 1, так как в третьем разряде двоичного числа записан 0. В третьем сохранится 0, так как в четвертом разряде двоичного кода 0. В четвертом 0 изменится на 1, в пятом – 1 на 0 из-за того, что в пятом и шестом разряде двоичного кода стоит 1. Шестой разряд останется без изменения, так как подразумевается, что левее шестого разряда двоичного числа стоит 0.

На основании рассмотренных выше примеров значение разряда в коде Грея можно получить из выражения

$$b_i = a_{i+1} \oplus a_i. \tag{1.9}$$

В качестве примера рассмотрим преобразование двоичного числа 1011001 в код Грея

$$\begin{gathered}1011001 = a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1 \to b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1 = a_7(a_7 \oplus a_6)(a_6 \oplus a_5)\times \\ \times(a_5 \oplus a_4)(a_4 \oplus a_3)(a_3 \oplus a_2)(a_2 \oplus a_1) = 1(1\oplus 0)(0\oplus 1)(1\oplus 1)(1\oplus 0)\times \\ \times(0\oplus 0)(0\oplus 1) = 1110101.\end{gathered}$$

1.4. Оптимальные коды

Оптимальные по длине коды относятся к неравномерным непомехозащищенным кодам. Оптимальным кодом считается код, имеющий минимальную среднюю длину кодового слова

$$L = \sum_{i=1}^{n} \mu_i P(x_i), \tag{1.10}$$

где μ_i – длина кодового слова, сопоставляемая сообщению x_i; $P(x_i)$ – вероятность появления этого сообщения.

Очевидно, что μ_i и L зависят от того, каким образом осуществляются формирование кодовых слов и их сопоставление с сообщениями x_i. Наиболее вероятные сообщения кодируются кодом меньшей длины, а менее вероятные– кодом большей длины. Тогда, учитывая, что по каналу связи чаще будут передаваться кодовые комбинации меньшей длины, получаем экономию во времени при передаче последовательности сообщений.

В оптимальном коде энтропия на символ должна быть максимальной, а это возможно в том случае, когда вероятности появления единиц и нулей $P(1)$ и $P(0)$ приблизительно одинаковы. Рассмотрим алгоритмы составления оптимальных кодов, удовлетворяющих максимальной энтропии на символ, при допущении, что время передачи единицы и нуля одинаковы $t(1)=t(0)$.

1.4.1. Код Шеннона. Суть метода Шеннона применительно к двоичному кодированию состоит в следующем. Все сообщения выписываются в порядке убывания их вероятностей. Далее множество дискретных сообщений делится на две части таким образом, чтобы сумма вероятностей сообщений, включенных в первую часть, была приблизительно равна сумме вероятностей сообщений второй части. После этого первому слева (старшему) разряду кода каждого сообщения первой части присваивается значение, равное нулю, а старшему разряду кода каждого сообщения второй части присваивается значение, равное единице. На этом считается законченным кодирование первого сообщения x_1. Затем остальные сообщения x_2, $x_3 ... x_n$ также делятся на две по возможности равновероятные подгруппы; одной из них присваивается значение 0, другой 1. На этом заканчивается кодирование второго сообщения x_2. Так продолжается до тех пор, пока не будут закодированы все сообщения.

Пример для кодирования 9 сообщений кодом Шеннона приведен в табл. 1.4.

После пятой разбивки кодирование можно приостановить, так как нет двух одинаковых кодовых комбинаций.

Подсчитаем среднее число нулей и единиц и вероятности их появления.

Среднее число нулей

$$L(0) = 0{,}35 + 0{,}15 + 0{,}13 + 0{,}18 + 0{,}18 + 0{,}16 + 0{,}15 + 0{,}08 + 0{,}02 = 1{,}4.$$

Среднее число единиц

$$L(1) = 0{,}15 + 0{,}26 + 0{,}18 + 0{,}27 + 0{,}24 + 0{,}10 + 0{,}12 + 0{,}08 = 1{,}4.$$

Средняя длина кодового слова

$$L = 0{,}35 + 0{,}30 + 0{,}39 + 0{,}36 + 0{,}45 + 0{,}40 + 0{,}25 + 0{,}20 + 0{,}10 = 2{,}8.$$

Тогда

$$P(1) = L(1)/L = 1{,}4/2{,}8 = 0{,}5 \quad P(0) = L(0)/L = 1{,}4/2{,}8 = 0{,}5.$$

Таким образом, получим код с максимальной энтропией на символ, но более короткие комбинации являются началом более длинных, что требует передачи разделительных пауз между кодовыми сообщениями, а следовательно приводит к снижению эффективности. От этого недостатка свободен метод Шеннона-Фано.

1.4.2. Код Шеннона-Фано. Для построения этого кода все сообщения x_i выписываются в порядке убывания их вероятностей (табл. 1.5).

Таблица 1.4

Кодирование сообщений кодом Шеннона

Сообщения x_i	Вероятность появления сообщений $P(x_i)$	Разбиение сообщений на подмножества					μ_i
		$x_1, x_2 \to 0$ $x_3,\ldots, x_9 \to 1$ I	$x_2,x_3,x_8 \to 1$ $x_4,\ldots x_7,x_9 \to 0$ II	$x_3,x_6,x_8 \to 0$ $x_4,x_5,x_7,x_9 \to 1$ III	$x_4,x_7,x_8 \to 0$ $x_5,x_6,x_9 \to 1$ IV	$x_5,x_7 \to 0$ $x_6,x_8,x_9 \to 1$ V	
x_1	0,35	0					1
x_2	0,15	0	1				2
x_3	0,13	1	1	0			3
x_4	0,09	1	0	1	0		4
x_5	0,09	1	0	1	1	0	5
x_6	0,08	1	0	0	1	1	5
x_7	0,05	1	0	1	0	0	5
x_8	0,04	1	1	0	0	1	5
x_9	0,02	1	0	1	1	1	5

Таблица 1.5

Построение кода Шеннона-Фано

x_i	$P(x_i)$	Разбиение сообщений на подгруппы					Код	μ_i	L_{xi}
x_1	0,35	1	1				11	2	0,70
x_2	0,15	1	0				10	2	0,30
x_3	0,13	0	1	1			011	3	0,39
x_4	0,09	0	1	0			010	3	0,27
x_5	0,09	0	0	1	1		0011	4	0,36
x_6	0,08	0	0	1	0		0010	4	0,32
x_7	0,05	0	0	0	1		0001	4	0,20
x_8	0,04	0	0	0	0	1	00001	5	0,20
x_9	0,02	0	0	0	0	0	00000	5	0,10

Записанные так сообщения затем разбиваются на две по возможности равновероятные подгруппы. Всем сообщениям первой подгруппы присваивают цифру 1 в качестве первого кодового символа, а сообщениям второй подгруппы – цифру 0. Аналогичное деление на подгруппы продолжается до тех пор, пока в каждую подгруппу не попадает по одному сообщению.

Найденный код весьма близок к оптимальному. В самом деле, энтропия сообщений

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{9} P(x_i)\log P(x_i) = -(0{,}35\log 0{,}35 + 0{,}15\log 0{,}15 + 0{,}13\log 0{,}13 +$$

$$+ 0{,}09\log 0{,}09 + 0{,}09\log 0{,}09 + 0{,}08\log 0{,}08 + 0{,}05\log 0{,}05 + 0{,}04\log 0{,}04 +$$

$$+ 0{,}02\log 0{,}02) \cong 2{,}75\,\frac{\text{бит}}{\text{сообщение}}.$$

Средняя длина кодового слова

$$L = \sum_{i=1}^{9} L_{X_i} = 0{,}70 + 0{,}30 + 0{,}39 + 0{,}27 + 0{,}36 + 0{,}32 + 0{,}20 + 0{,}20 + 0{,}10 = 2{,}84.$$

Среднее число нулей

$$L(0) = 0{,}15 + 0{,}13 + 0{,}18 + 0{,}18 + 0{,}24 + 0{,}15 + 0{,}16 + 0{,}10 = 1{,}29.$$

Среднее число единиц

$$L(1) = 0{,}70 + 0{,}15 + 0{,}26 + 0{,}09 + 0{,}18 + 0{,}08 + 0{,}05 + 0{,}04 = 1{,}55.$$

Вероятность появления нулей

$$P(0) = \frac{L(0)}{L} = \frac{1{,}29}{2{,}84} = 0{,}455.$$

Вероятность появления единиц

$$P(1) = \frac{L(1)}{L} = \frac{1{,}55}{2{,}84} = 0{,}545.$$

Таким образом, получен код, близкий к оптимальному.

1.4.3. Код Хаффмана. Для получения кода Хаффмана все сообщения выписывают в порядке убывания вероятностей. Две наименьшие вероятности объединяют скобкой (табл. 1.6) и одной из них присваивают символ 1, а другой – 0. Затем эти вероятности складывают, результат записывают в промежутке между ближайшими вероятностями. Процесс объединения двух сообщений с наименьшими вероятностями продолжают до тех пор, пока суммарная вероятность двух оставшихся сообщений не станет равной единице. Код для каждого сообщения строится при записи двоичного числа справа налево путем обхода по линиям вверх направо, начиная с вероятности сообщения, для которого строится код.

Таблица 1.6

Построение кода Хаффмана

x_i	$P(x_i)$	Объединение сообщений							Код
x_1	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,37	0,63	11
x_2	0,15	0,15	0,15	0,17	0,20	0,28	0,35	0,37	101
x_3	0,13	0,13	0,13	0,15	0,17	0,20	0,28		100
x_4	0,09	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17			010
x_5	0,09	0,09	0,09	0,11	0,13				001
x_6	0,08	0,08	0,09	0,09					000
x_7	0,05	0,06	0,08						0110
x_8	0,04	0,05							01111
x_9	0,02								01110

Средняя длина кодового слова (см. табл. 1.6) L=2,82, что несколько меньше, чем в коде Шеннона-Фано (L=2,84). Кроме того, методика Шеннона-Фано не всегда приводит к однозначному построению кода. Ведь при разбиении на подгруппы можно сделать большей по вероятности как верхнюю, так и нижнюю подгруппы.

От этого недостатка свободна методика Хаффмана. Она гарантирует однозначное построение кода с наименьшим для данного распределения вероятностей средним числом символов на букву.

2. КОРРЕКТИРУЮЩИЕ КОДЫ

2.1. Основные понятия

Помехоустойчивыми (корректирующими) называются коды, позволяющие обнаружить и исправить ошибки в кодовых комбинациях. Отсюда и деление кодов на две большие группы: 1) коды с обнаружением ошибок; 2) коды с обнаружением и исправлением ошибок.

Принципы обнаружения и исправления ошибок кодами проиллюстрируем с помощью геометрической модели трехразрядного двоичного кода (см. рис. 1.6). Если использовать все восемь кодовых комбинаций, записанных в вершинах куба, то образуется двоичный код на все сочетания. Как было показано выше, такой код является непомехоустойчивым. Если же уменьшить число используемых комбинаций с восьми до четырех, то появиться возможность обнаружения одиночных ошибок. Для этого выберем только такие комбинации, которые отстоят друг от друга на расстояние $d = 2$, например, 000, 110, 011 и 101. Остальные кодовые комбинации не используются. Если будет принята комбинация 100, то очевидно, что при ее приеме произошла одиночная ошибка. Представленные комбинации построены по определенному правилу, а именно содержат четное число единиц, а принятая комбинация 100 – нечетное. Можно утверждать, что комбинация 100 образовалась при искажении разряда одной из разрешенных комбинаций, но определить, какая именно комбинация искажена, невозможно. Поэтому такие или подобные им коды называют кодами с обнаружением ошибок. Таким образом, в помехозащищенных кодах есть комбинации разрешенные, составленные по определенному правилу, и запрещенные, не соответствующие этому правилу. В общем случае при необходимости обнаруживать ошибки кратности до m включительно минимальное кодовое (хеммингово) расстояние между разрешенными кодовыми комбинациями должно быть по крайней мере на единицу больше m, т.е.

$$d_{\min} \geq m + 1. \tag{2.1}$$

Действительно, в этом случае ошибка, кратность которой не превышает m, не в состоянии перевести одну разрешенную кодовую комбинацию в другую.

Для исправления одиночной ошибки с каждой разрешенной кодовой комбинацией необходимо сопоставить подмножество запрещенных кодовых комбинаций. Чтобы эти подмножества не пересекались, хеммингово расстояние между разрешенными кодовыми комбинациями должно быть не менее трех. Примем за разрешенные комбинации 000 и 111 (см. рис. 1.6). В результате возникновения единичной ошибки образуются подмножества:

Разрешенные комбинации $\left\{\begin{matrix} 000 \rightarrow 001,\ 010,\ 100 \\ 111 \rightarrow 110,\ 101,\ 011 \end{matrix}\right\}$ запрещенные комбинации.

В общем случае для обеспечения возможности исправления всех ошибок кратности до S включительно каждая из ошибок должна приводить к запрещенной комбинации, относящейся к подмножеству исходной разрешенной кодовой комбинации.

Подмножество каждой из разрешенных n–разрядных комбинаций A_i (рис. 2.1) складывается из запрещенных комбинаций, являющихся следствием воздействия:

1) единичных ошибок (они располагаются на сфере радиусом $d = 1$, и их число равно C_n^1);

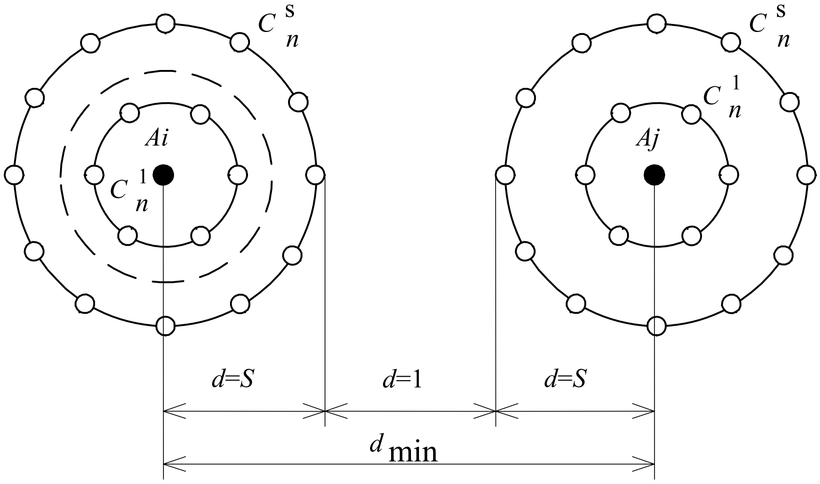


Рис. 2.1. Минимальное кодовое расстояние для исправления ошибок кратности S

2) двойных ошибок (они располагаются на сфере радиусом $d = 2$, и их число равно C_n^2) и т.д.

Внешняя среда подмножества имеет радиус $d = S$ и содержит C_n^S запрещенных кодовых комбинаций.

Поскольку указанные подмножества не должны пересекаться, минимальное хеммингово расстояние между разрешенными комбинациями должно удовлетворять соотношению

$$d_{\min} \geq 2S + 1. \quad (2.2)$$

Нетрудно убедиться в том (рис. 2.2), что для исправления всех ошибок кратности S и одновременного обнаружения всех ошибок кратности $m (m \geq S)$ минимальное хеммингово расстояние нужно выбирать из условия

$$d_{\min} \geq m + S + 1. \tag{2.3}$$

Вопрос о минимально необходимой избыточности, при которой код обладает нужными корректирующими свойствами, является одним из важнейших в теории кодирования. Для некоторых частных случаев Хемминг указал простые соотношения, позволяющие определить необходимое число проверочных символов:

$$r_{d=3} \geq E\log(n+1). \tag{2.4}$$

$$r_{d=3} \geq E\log((k+1) + E\log(k+1)). \tag{2.5}$$

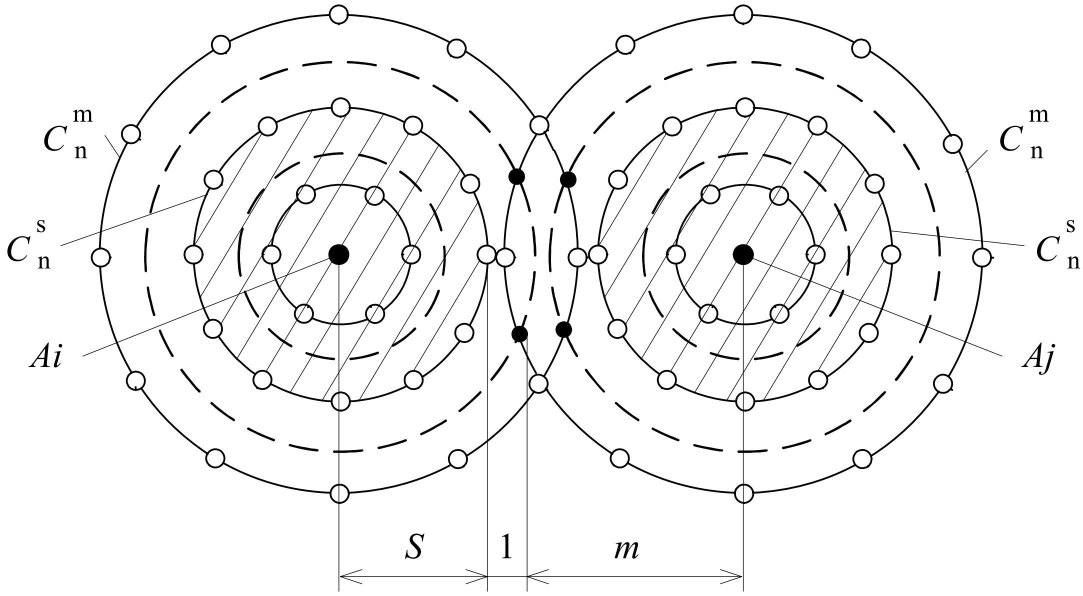


Рис. 2.2. Минимальное кодовое расстояние для одновременного исправления ошибок кратности S и обнаружения ошибок кратности m

В реальных каналах связи длительность импульсов помехи часто превышает длительность символа. При этом одновременно искажаются несколько расположенных рядом символов комбинации. Ошибки такого рода получили название пачек ошибок или пакетов ошибок. Длиной пакета ошибок b называется число следующих друг за другом символов, левее и правее которых в кодовой комбинации искаженных символов не содержится. Если, например, кодовая комбинация 10101100111011 в результате действия помех трансформировалась в комбинацию 1010<u>10101</u>01011, то длина пачки ошибок b составляет пять символов.

2.2. Коды с обнаружением ошибок

Особенностью этих кодов является то, что кодовые комбинации, входящие в их состав, отличаются друг от друга не менее чем на $d=2$.

Коды с обнаружением ошибок условно можно разбить на две группы: 1) коды, построенные путем уменьшения числа используемых комбинаций; 2) коды, в которых используются все комбинации, но к каждой из них по определенному правилу добавляются контрольные r–символы.

Рассмотрим сначала некоторые примеры кодов первой группы.

2.2.1. Код с постоянным весом (код на одно сочетание). Общее число кодовых комбинаций в данном коде

$$N = C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}, \qquad (2.6)$$

где m – число единиц в слове длиной n.

В табл. 2.1 представлен код C_4^2. Правильность принятых кодовых комбинаций определяется путем подсчета количества единиц, и если их число отличается от m, то в передаче произошла ошибка. Необнаруженная ошибка имеет место, если произошло искажение типа “смещения”, т.е. когда единица переходит в нуль, а нуль – в единицу.

2.2.2. Распределительный код с C_n^1. Это также разновидность кода с постоянным весом, равным единице. Число кодовых комбинаций в данном коде

$$N = C_n^1 = n. \qquad (2.7)$$

Кодовая комбинация при $n=6$ представлена в табл. 2.1 (столбец 3). Сложение по модулю 2 двух комбинаций показывает, что они отличаются друг от друга на кодовое расстояние $d=2$. В системах телемеханики этот код нашел широкое применение из-за простой реализации.

Таблица 2.1

Код с постоянным числом единиц

Номер кодовой комбинации	**Код** C_4^2	**Код** C_6^1
1	0011	000001
2	0119	000010
3	1100	000100
4	1001	001000
5	1010	010000
6	0101	100000

Рассмотрим теперь коды второй группы.

2.2.3. Код с проверкой на четность. Код с проверкой на четность образуется путем добавления к передаваемой комбинации одного контрольного символа (0 или 1), так чтобы общее количество единиц в передаваемой комбинации было четным. Примеры представления кодовых комбинаций в данном коде приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Код с проверкой на чётность

Информационные символы *k*	**Контрольные символы *r***	**Код с проверкой на чётность *n*=*k*+*r***
01101	1	011011
01111	0	011110

Такой код состоит из $N = 2^k$ комбинаций и имеет минимальное кодовое расстояние $d_{\min} = 2$. Коэффициент избыточности кода с проверкой на четность зависит от числа информационных символов:

$$K_{изб} = 1 - \frac{k}{k+1} = 1 - \frac{k}{n}. \qquad (2.8)$$

Обнаружение ошибок на приемной стороне осуществляется подсчетом количества единиц в принятой комбинации, и если оно четное, считается что искажений нет. Тогда контрольный символ отбрасывается и исходная k-разрядная комбинация выдается получателю информации. В противном случае кодовая комбинация бракуется.

Данный код может обнаружить любое нечетное число искажений.

Рассмотренный код является простейшим помехоустойчивым кодом, однако, принцип проверки на четность используется во многих достаточно сложных помехоустойчивых кодах.

2.2.4. Код с проверкой на нечетность. Особенностью кода является то, что каждая комбинация содержит нечетное число единиц (табл. 2.3). К проверке этого факта и сводится обнаружение ошибок в кодовых комбинациях. Другие основные характеристики кода такие же, как и у кода с одной проверкой на четность.

Таблица 2.3

Код с проверкой на нечётность

Информационные символы *k*	**Контрольные символы *r***	**Полная кодовая комбинация *n*=*k*+*r***
10101	0	101010
11101	1	111011

2.2.5. Код с двумя проверками на четность. Данный код является разновидностью кода с проверкой на четность и образуется путем добавления к передаваемой комбинации двух контрольных символов (табл. 2.4). Первый символ добавляет 0 или 1 так, чтобы общее количество единиц в передаваемой комбинации было четным, а второй символ добавляет 0 или 1 так, чтобы количество единиц в нечетных разрядах передаваемой комбинации было четным.

Обнаружение ошибок осуществляется подсчетом количества единиц в информационной части кодовой комбинации и первом контрольном разряде, а также в нечетных разрядах информационной части и втором контрольном символе, и если оно четное в первом и втором случае, то считается, что искажений нет. В противном случае принятая кодовая комбинация бракуется. Данный код позволяет обнаруживать все нечетные искажения и искажения в смежных разрядах, т.е. стоящих рядом.

Таблица 2.4

Код с двумя проверками на чётность

Информационные символы *k*	**Контрольные символы**		**Полнаякодовая комбинация**
	***r*1**	***r*2**	
101011	0	1	10101101
111101	1	0	11110110
100010	0	0	10001000
101010	1	1	10101011

2.2.6. Код с повторением. Этот код имеет две разновидности. В одной из них имеет место *m* – кратное повторение комбинаций простого кода $a_1,\ a_2 ... a_k$:

$$\underbrace{a_1\ a_2 ... a_k}_{1}\ \underbrace{a_1\ a_2 ... a_k}_{2} ... \underbrace{a_1\ a_2 ... a_k}_{m}.$$

Например, при m = 3 кодовая комбинация 1011 в коде с повторением комбинаций будет 1011 1011 1011.

Вторая разновидность кода с повторением характеризуется m–кратной передачей каждого разряда (код с повторением элементов кода):

$$\underbrace{a_1\ a_1 ... a_1}_{m \text{ раз}}\ \underbrace{a_2\ a_2 ... a_2}_{\text{m раз}} ... \underbrace{a_k\ a_k ... a_k}_{\text{m раз}}.$$

Например, при m = 3 кодовая комбинация 1011 в коде с m–кратной передачей каждого разряда будет 111 000 111 111.

Код с повторением имеет длину $n = m \cdot k$, число контрольных разрядов $r = k(m-1)$. Избыточность этих кодов равна $(m-1)/m$. Весьма высокая избыточность является недостатком кодов с повторением. Даже при двукратном повторении она составляет 0,5:

$$K_{изб} = 1 - \frac{k}{n} = 1 - \frac{k}{2k} = 0{,}5.$$

Код имеет минимальное кодовое расстояние $d_{\min} = m$ и может использоваться как для обнаружения, так и для исправления ошибок. Для обнаружения ошибок применяют, как правило, код с четным $d_{\min}$, для исправления – с нечетным $d_{\min}$.

Правильность принятой информации определяется при проведении поэлементного сравнения информационных и контрольных символов, и при наличии хотя бы одного несовпадения вся принятая комбинация бракуется.

Код с повторением позволяет обнаруживать ошибки любой кратности за исключением случаев, когда искажается один информационный символ и все соответствующие ему контрольные, два информационных символа и соответствующие им контрольные и т.д.

При исправлении ошибок в комбинациях обычно применяется мажоритарный принцип исправления для каждого информационного символа, т.е. за истинное значение информационного символа принимается то, которое большее число раз встречается в этом информационном и соответствующих ему контрольных символах. При трехкратном повторении мажоритарный принцип реализуется как решение по двум символам из трех, при пятикратном – как решение по трем из пяти и т.д.

При увеличении числа повторений увеличивается минимальное кодовое расстояние, соответственно улучшаются корректирующие свойства кода, но значительно увеличивается и избыточность. Поэтому кратность повторений больше трех практически не используется.

В условиях коррелированных ошибок обычно применяют первую разновидность кода с повторением (код с повторением комбинаций), имеющую в этом случае более высокую помехоустойчивость. Это обусловлено тем, что входящие в одну проверку на четность разряды достаточно далеко отстоят друг от друга и с малой вероятностью поражаются одним пакетом ошибок.

2.2.7. Код с числом единиц, кратным трем. Этот код образуется добавлением к k информационным символам двух дополнительных контрольных символов ($r = 2$), которые должны иметь такие значения, чтобы сумма единиц, посылаемых в линию кодовых комбинаций, была кратной трем. Примеры комбинаций такого кода представлены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Код с числом единиц, кратным трем

Информационные символы *k*	**Контрольные символы**		**Полнаякодовая комбинация**
	***r*1**	***r*2**	
001000	1	1	00100011
011000	1	0	01100010
011001	0	0	01100100

Он позволяет обнаружить все одиночные ошибки и любое четное количество ошибок одного типа (например, только переход 0 в 1) не обнаруживаются двойные ошибки разных типов (смещения) и ошибки одного типа, кратные трем. На приемной стороне полученную комбинацию проверяют на кратность трем. При наличии такой кратности считают, что ошибок не было, два контрольных знака отбрасывают и записывают исходную комбинацию. Данный код обладает дополнительной возможностью обнаруживать ошибки: если первый контрольный символ равен нулю, то и второй тоже должен быть равен нулю.

2.2.8. Инверсный код (код с повторением инверсии). Это разновидность кода с двукратным повторением. При использовании данного кода комбинации с четным числом единиц повторяются в неизменном виде, а комбинации с нечетным числом единиц – в инвертированном.

Примеры представления кодовых комбинаций в инверсном коде приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Инверсный код

Информационные символы *k*	**Контрольные символы *r***	**Инверсный код *n=k+r***
111100	111100	111100111100
011100	100011	011100100011
110111	001000	110111001000
111010	111010	111010111010

Прием инверсного кода осуществляется в два этапа. На первом этапе суммируются единицы в первой половине кодовой комбинации. Если их количество окажется четным, то вторая половина кодовой комбинации принимается без инверсии, а если нечетным – то с инверсией. На втором этапе обе зарегистрированные комбинации поэлементно сравниваются, и при обнаружении хотя бы одного несовпадения комбинация бракуется. Это поэлементное сравнение эквивалентно суммированию по модулю 2. При отсутствии ошибок в обеих группах символов их сумма равна нулю.

Рассмотрим процесс обнаружения ошибок на следующем примере. Пусть передана последняя кодовая комбинация из табл. 2.6. Ниже показано суммирование для трех вариантов приема переданной комбинации:

$$1)\ \oplus\begin{array}{r}111010\\ \underline{111010}\\ 000000\end{array}\qquad 2)\ \oplus\begin{array}{r}1\dot{0}1010\\ \underline{000101}\\ 101111\end{array}\qquad 3)\ \oplus\begin{array}{r}111010\\ \underline{1\dot{0}1010}\\ 010000\end{array}$$

В первом варианте принята комбинация 111010111010. В первой половине кодового слова (информационных символах) четное количество единиц, поэтому производится ее суммирование по модулю 2 с неинвертируемыми контрольными символами r, что в результате дает нулевую сумму, т.е. комбинация принята без искажений.

Во втором варианте принята комбинация 101010111010. Подсчитывая количество единиц в информационных символах и замечая, что оно нечетное, контрольные символы инвертируют и суммируют с информационными символами. Присутствие единиц в результате свидетельствует о наличии ошибки, а нуль в этой сумме показывает ее место.

В третьем варианте принята комбинация 111010101010. Поскольку в информационной последовательности четное количество единиц, при проверке контрольные символы суммируются с информационными без инверсии. В этом случае в итоге появляется одна единица. Ее место указывает номер искаженной позиции в принятой последовательности контрольных символов.

Таким образом, если при суммировании в результате среди единиц появляется один нуль – ошибка появилась в первой половине принятой кодовой комбинации (в информационных символах) и нуль указывает ее место. Если в результате среди нулей появляется одна единица – ошибка во второй половине кодовой комбинации (в контрольных символах) и ее место указывает единица. Если в результате суммирования имеется несколько единиц или нулей, это означает, что комбинация принята с несколькими искажениями.

Кодовое расстояние инверсного кода равно количеству разрядов исходного кода при k<4 и равно 4 при $k \geq 4$. Например, при d=4 код может обнаруживать двойные ошибки и исправлять одиночные. Обычно этот код используется только для обнаружения ошибок. Он позволяет обнаруживать ошибки любой кратности за исключением таких, когда искажены 2 информационных символа и соответствующие им 2 контрольных, 4 информационных и соответствующие им 4 контрольных и т.д.

Коэффициент избыточности инверсного кода равен 0,5.

2.2.9. Корреляционный код (код с удвоением числа элементов). В рассматриваемом коде символы исходного кода кодируются повторно. Правило вторичного кодирования таково: если в исходном кодовом слове на какой-либо позиции стоит 0, в новом помехоустойчивом коде на эту позицию записывается пара символов 01, а если в исходном коде была 1, она записывается как 10.

Например, кодовое слово 1001 в корреляционном коде будет выглядеть следующим образом: 10010110. Корреляционный код будет всегда иметь вдвое больше элементов, чем исходный. Поэтому его коэффициент избыточности всегда равен 0,5:

$$K_{изб} = 1 - \frac{k}{n} = 1 - \frac{k}{2k} = 0{,}5.$$

На приеме ошибка обнаруживается в том случае, если в парных элементах содержатся одинаковые символы, т.е. 11 или 00 (вместо 10 и 01). При правильном приеме вторые (четные) элементы отбрасываются и остается первоначальная комбинация.

Код обладает сравнительно высокой помехоустойчивостью, поскольку ошибка не будет обнаружена только в том случае, если будут искажены два рядом стоящие элемента, соответствующие одному элементу исходного кода, т.е. 0 перейдет в 1, а 1 – в 0.

Наибольшая эффективность корреляционного кода проявляется при применении его на каналах, у которых вероятность искажения элементов (единиц и нулей) непрерывно меняется и в отдельные интервалы времени существенно различна.

2.2.10. Код Бергера. Контрольные символы в этом коде представляют разряды двоичного числа в прямом или инверсном виде количества единиц или нулей, содержащихся в исходной кодовой комбинации. Число контрольных символов определяется из выражения

$$r = E\log(k+1), \tag{2.9}$$

где E – знак округления в большую сторону.

Примеры составления комбинаций в коде Бергера из обычного шестиразрядного двоичного кода представлены в табл. 2.7.

На приемной стороне подсчитывается число единиц (нулей) в информационной части и сравнивается с контрольной кодовой комбинацией (складывается по модулю 2).

При отсутствии ошибок в обеих комбинациях их сумма равна нулю. Ниже показана проверка для шести вариантов приема переданной комбинации из табл. 2.7. Искаженные символы отмечены точкой.

$101011100 \quad 100 \oplus 100 = 000$ - искажений нет.

$10\dot{0}011100 \quad 011 \oplus 100 = 111$ - искажение обнаружено.

$1\dot{1}\dot{0}011100 \quad 100 \oplus 100 = 000$ - искажение не обнаружено.

$1\dot{1}1\dot{1}11100 \quad 110 \oplus 100 = 010$ - искажение обнаружено.

$10101110\dot{1} \quad 100 \oplus 101 = 001$ - искажение обнаружено.

$1010111\dot{0}\dot{1}0 \quad 100 \oplus 010 = 110$ - искажение обнаружено.

Таблица 2.7

Код Бергера

Информационные символы	Контрольные символы				Полная кодовая комбинация n=k+r
	Количество единиц в двоичном коде		Количество нулей в двоичном коде		
	прямом	инверсном	прямом	инверсном	
101011	100				101011100
101011		011			101011011
101011			010		101011010
101011				101	101011101

Данный код обнаруживает все одиночные и большую часть многократных ошибок.

2.3. Коды с обнаружением и исправлением ошибок

Если кодовые комбинации составлены так, что отличаются друг от друга на кодовое расстояние $d \geq 3$, то они образуют корректирующий код, который позволяет по имеющейся в кодовой комбинации избыточности не только обнаруживать, но и исправлять ошибки. Большую группу кодов, исправляющих ошибки, составляют систематические коды. Рассмотрим общие принципы построения этих кодов.

2.3.1. Систематические коды. Систематическими кодами называются блочные (n, k) коды, у которых k (обычно первые) разрядов представляют собой двоичный неизбыточный код, а последующие r-контрольные разряды сформированные путем линейных комбинаций над информационными.

Основное свойство систематических кодов: сумма по модулю 2 двух и более разрешенных кодовых комбинаций также дает разрешенную кодовую комбинацию.

Правило формирования кода обычно выбирают так, чтобы при декодировании имелась возможность выполнить ряд проверок на четность для некоторых определенным образом выбранных подмножеств информационных и контрольных символов каждой кодовой комбинации. Анализируя результаты проверок, можно обнаружить или исправить ошибку ожидаемого вида.

Информацию о способе построения такого кода содержит проверочная матрица, которая составляется на базе образующей матрицы.

Образующая матрица M состоит из единичной матрицы размерностью $k \cdot k$ и приписанной к ней справа матрицы дополнений размерностью $k \cdot r$:

$$M = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0...0 & b_{11} & b_{12}...b_{1r} \\ 0 & 1 & 0...0 & b_{21} & b_{22}...b_{2r} \\ 0 & 0 & 1...0 & b_{31} & b_{32}...b_{3r} \\ . & . & .... & . & . ... . \\ 0 & 0 & 0...1 & b_{k1} & b_{k2}...b_{kr} \end{Vmatrix}. \quad (2.10)$$

Разрядность матрицы дополнений выбирается из выражения (2.4) или (2.5). Причем вес w (число ненулевых элементов) каждой строки матрицы дополнений должен быть не меньше чем $d_{\min} - 1$.

Проверочная матрица N строится из образующей матрицы следующим образом. Строками проверочной матрицы являются столбцы матрицы дополнений образующей матрицы. К полученной матрице дописывается справа единичная матрица размерностью $r \times r$. Таким образом, проверочная матрица размерностью $r \times k$ имеет вид

$$N = \begin{Vmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31}...b_{k1} & 1 & 0 & 0...0 \\ b_{12} & b_{22} & b_{32}...b_{k2} & 0 & 1 & 0...0 \\ . & . & . ... . & . & . & .... \\ b_{1r} & b_{2r} & b_{3r}...b_{kr} & 0 & 0 & 0...1 \end{Vmatrix}. \quad (2.11)$$

Единицы, стоящие в каждой строке, однозначно определяют, какие символы должны участвовать в определении значения контрольного разряда. Причем единицы в единичной матрице определяют номера контрольных разрядов.

Пример 2.1. Получить алгоритм кодирования в систематическом коде всех четырехразрядных кодовых комбинаций, позволяющего исправлять единичную ошибку. Таким образом, задано число информационных символов k=4 и кратность исправления S= 1. По выражению (2.5) определим число контрольных символов:

$$r \ge E\log((4+1) + E\log(4+1)) = 3.$$

Минимальное кодовое расстояние определим из выражения (2.2)

$$d_{\min} \ge 2 \cdot 1 + 1 = 3.$$

Строим образующую матрицу

$$M = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Проверочная матрица будет иметь вид

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \end{array} \\ N = & \left\| \begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| . \end{array}$$

Обозначим символы, стоящие в каждой строке, через $a_i(a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7)$. Символы a_5, a_6 и a_7 примем за контрольные, так как они будут входить только в одну из проверок.

Составим проверки для каждого контрольного символа. Из первой строки имеем

$$a_5 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4. \tag{2.12}$$

Из второй строки получим алгоритм для формирования контрольного символа a_6:

$$a_6 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4. \tag{2.13}$$

Аналогично из третьей строки получим алгоритм для формирования контрольного символа a_7:

$$a_7 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_4. \tag{2.14}$$

Нетрудно убедиться, что все результаты проверок на четность по выражениям (2.12)–(2.14) дают нуль, что свидетельствует о правильности составления образующей и проверочной матриц.

Пример 2.2. На основании алгоритма, полученного в примере 2.1, закодировать кодовую комбинацию $G(x) = 1101 = a_1a_2a_3a_4$ в систематическом коде, позволяющем исправлять одиночную ошибку.

По выражениям (2.12), (2.13) и (2.14) найдем значения для контрольных символов a_5, a_6 и a_7.

$$\begin{aligned} a_5 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \\ a_6 &= 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1, \\ a_5 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Таким образом, кодовая комбинация $F(x)$ в систематическом коде будет иметь вид:

$$F(x) = 1101010. \tag{2.16}$$

На приемной стороне производятся проверки S_i принятой кодовой комбинации, которые составляются на основании выражений (2.12)–(2.14):

$$\begin{aligned} S_1 &= a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_5, \\ S_2 &= a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 \oplus a_6, \\ S_3 &= a_1 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_7. \end{aligned} \qquad (2.17)$$

Если синдром (результат проверок на четность) $S_1S_2S_3$ будет нулевого порядка, то искажений в принятой кодовой комбинации $F'(x)$ нет. При наличии искажений синдром $S_1S_2S_3$ указывает, какой был искажен символ. Рассмотрим всевозможные состояния $S_1S_2S_3$:

$$\begin{array}{llll} S_1 & S_2 & S_3 & \\ 0 & 0 & 0 & \text{– искажений нет,} \\ 1 & 0 & 0 & \text{– искажен символ } a_5, \\ 0 & 1 & 0 & \text{– искажен символ } a_6, \\ 0 & 0 & 1 & \text{– искажен символ } a_7, \\ 1 & 1 & 0 & \text{– искажен символ } a_2, \\ 0 & 1 & 1 & \text{– искажен символ } a_1, \\ 1 & 1 & 1 & \text{– искажен символ } a_4, \\ 1 & 0 & 1 & \text{– искажен символ } a_3. \end{array} \qquad (2.18)$$

Пример 2.3. Кодовая комбинация $F(x) = 1101010$ (пример 2.2) при передаче была искажена и приняла вид $F'(x) = 1111010 = a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$. Декодировать принятую кодовую комбинацию.

Произведем проверки согласно выражениям (2.17)

$$\begin{aligned} S_1 &= 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1, \\ S_2 &= 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0, \\ S_3 &= 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1. \end{aligned}$$

Полученный синдром $S_1S_2S_3 = 101$ согласно (2.18) свидетельствует об искажении символа a_3. Заменяем этот символ на противоположный и получаем исправленную кодовую комбинацию $F(x) = 1101010$, а исходная кодовая комбинация имеет $G(x) = 1101$, что совпадает с кодовой комбинацией, подлежащей кодированию в примере 2.2.

2.3.2. Код Хемминга. Данный код относится к числу систематических кодов. По существу, это целая группа кодов, при $d_{\min} = 3$ исправляющая все одиночные или обнаруживающая двойные ошибки, а при $d_{\min} = 4$ исправляющая одиночные и обнаруживающая двойные ошибки.

В качестве исходных берут двоичный код на все сочетания с числом информационных символов k, к которому добавляют контрольные символы r. Таким образом, общая длина закодированной комбинации $n = k + r$.

Рассмотрим последовательность кодирования и декодирования кода Хемминга.

Кодирование. Определение числа контрольных символов. При передаче по каналу с шумами может быть или искажен любой из n символов кода, или слово передано без искажений. Таким образом, может быть $n+1$ вариантов принятых сообщений. Используя контрольные символы, необходимо различить все $n+1$ вариантов. С помощью контрольных символов r можно описать 2^n событий. Значит, должно быть выполнено условие

$$2^r \geq n+1 = k+r+1. \tag{2.19}$$

В табл. 2.8 представлена зависимость между k и r, полученная из этого неравенства.

Таблица 2.8

Число контрольных символов r в коде Хэмминга в зависимости от числа информационных символов

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
r	2	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5

Чаще всего заданными является число информационных символов, тогда число контрольных символов можно определить из выражения (2.5).

Размещение контрольных символов. К построению кодов Хемминга обычно привлекают производящие матрицы, а процедура проверок при обнаружении и исправлении ошибок проводится с помощью проверочных матриц.

Ниже приводится более простой алгоритм, получивший широкое распространение.

В принципе, место расположения контрольных символов не имеет значения: их можно приписывать и перед информационными символами, и после них, и чередуя информационные символы с контрольными. Для удобства обнаружения искаженного символа целесообразно размещать их на местах, кратных степени 2, т.е. на позициях 1, 2, 4, 8 и т.д. Информационные символы располагаются на оставшихся местах. Поэтому, например, для девятиэлементной закодированной комбинации можно записать

$$r_1,\ r_2,\ k_5,\ r_3,\ k_4,\ k_3,\ k_2,\ r_4,\ k_1, \tag{2.20}$$

где k_5 – старший (пятый) разряд исходной кодовой комбинации двоичного кода, подлежащий кодированию;

k_1 – младший (первый) разряд.

Определение состава контрольных символов. Какой из символов должен стоять на контрольной позиции (1 или 0), выявляют с помощью проверки на четность. Для этого составляют колонку ряда натуральных чисел в двоичном коде, число строк в которой равно *n*, а рядом справа, сверху вниз проставляют символы комбинации кода Хемминга, записанные в такой последовательности (2.20):

$$
\begin{array}{ll}
0001 - r_1 & 0110 - k_3 \\
0010 - r_2 & 0111 - k_2 \\
0011 - k_5 & 1000 - r_4 \\
0100 - r_3 & 1001 - k_1. \\
0101 - k_4 &
\end{array}
\qquad (2.21)
$$

Затем составляются проверки по следующему принципу: первая проверка – коэффициенты с единицей в младшем разряде ($r_1,\ k_5,\ k_4,\ k_2,\ k_1$); вторая – коэффициенты во втором разряде ($r_2,\ k_5,\ k_3,\ k_2$); третья – коэффициенты с единицей в третьем разряде ($r_3,\ k_4,\ k_3,\ k_2$); четвертая – коэффициенты в четвертом разряде ($r_4,\ k_1$). Рассматривая проверки, видим, что каждый контрольный символ входит только в одну из проверок, а поэтому для определения состава контрольных символов суммируют информационные символы, входящие в каждую строку. Если сумма единиц в данной строке четная, то значение символа *r*, входящего в эту строку, равно нулю, если нечетная, то единице. Таким образом,

$$
\begin{aligned}
r_1 &= k_5 \oplus k_4 \oplus k_2 \oplus k_1, \\
r_2 &= k_5 \oplus k_3 \oplus k_2, \\
r_3 &= k_4 \oplus k_3 \oplus k_2, \\
r_4 &= k_1.
\end{aligned}
\qquad (2.22)
$$

В случае кодирования более длинных кодовых комбинаций нужно лишь увеличить число разрядов двоичного кода в колонках (2.21).

Декодирование. Для проверки правильности принятой комбинации производят S_i проверок на четность:

$$
\begin{aligned}
S_1 &= r_1 \oplus k_5 \oplus k_4 \oplus k_2 \oplus k_1, \\
S_2 &= r_2 \oplus k_5 \oplus k_3 \oplus k_2, \\
S_3 &= r_3 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_2, \\
S_4 &= r_4 \oplus k_1.
\end{aligned}
\qquad (2.23)
$$

Если комбинация принята без искажений, то сумма единиц по модулю 2 дает нуль. При искажении какого-либо символа суммирование при проверке дает единицу. По результату суммирования каждой из проверок (2.23) составляют двоичное число S_4, S_3, S_2, S_1 (синдром), указывающее на место искажения. Например, первая и вторая проверки показали наличие искажения, а суммирования при третьей и четвертой проверках (2.23) дали нули. Записываем число $S_4, S_3, S_2, S_1 = 0011$, которое означает, что в третьем символе кодовой комбинации (2.20), включающей и контрольные символы (счет производится слева направо), возникло искажение, значит, этот символ нужно исправить на обратный ему. После этого контрольные символы, стоящие на заранее известных местах, отбрасываются.

Код Хемминга с $d_{\min} = 4$ строится на базе кода Хемминга с $d_{\min} = 3$ путем добавления дополнительного контрольного символа к закодированной комбинации, который позволяет производить проверку на четность всей комбинации. Поэтому контрольный символ должен быть равен единице, если число единиц в закодированной комбинации нечетное, и нулю, если число единиц четное, т.е. закодированная комбинация будет иметь вид

$$r_1,\ r_2,\ k_5,\ r_3,\ k_4,\ k_3,\ k_2,\ r_4,\ k_1,\ r_5, \tag{2.24}$$

где

$$r_5 = r_1 \oplus r_2 \oplus k_5 \oplus r_3 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus r_4 \oplus k_1. \tag{2.25}$$

При декодировании дополнительно к проверкам (2.23) производится проверка

$$S_{\sum} = r_1 \oplus r_2 \oplus k_5 \oplus r_3 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus r_4 \oplus k_1 \oplus r_5. \tag{2.26}$$

При этом возможны следующие варианты:

1) частные проверки (2.23) $S_i = 0$ и общая (2.25) $S_{\sum} = 0$ — ошибок нет;

2) $S_i \neq 0$ и $S_{\sum} = 0$ — двойная ошибка, принятая кодовая комбинация бракуется;

3) $S_i \neq 0$ и $S_{\sum} \neq 0$ — одиночная ошибка, синдром указывает номер в двоичном коде искаженного разряда, который корректируется;

4) $S_i = 0$ и $S_{\sum} \neq 0$ — искажен последний разряд общей проверки на четность, информационные символы поступают потребителю.

Пример 2.4. Закодировать в коде Хемминга с $d = 4$ кодовую комбинацию $G(X) = 10011$ т.е. $k = 5$.

Решение. Согласно табл. 2.8, число контрольных символов $r_{d=3} = 4$, размещаются они на позициях 1, 2, 4 и 8, и информационные — на позициях 3, 5, 6, 7, 9. Учитывая, что $G(X)$ необходимо закодировать в коде Хемминга с $d = 4$, добавляют пятый контрольный разряд общей проверки на четность (2.25). Тогда последовательность в общем виде можно записать так:

$$\underset{?}{r_1},\ \underset{?}{r_2},\ \underset{1}{k_5},\ \underset{?}{r_3},\ \underset{0}{k_4},\ \underset{0}{k_3},\ \underset{1}{k_2},\ \underset{?}{r_4},\ \underset{1}{k_1},\ \underset{?}{r_5}. \tag{2.27}$$

Для определения контрольных символов $r_1 - r_4$ подставим значения $k_1 \div k_5$ в (2.22) и получим

$$r_1 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1,$$
$$r_2 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$
$$r_3 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$
$$r_4 = 1.$$

Контрольный символ r_5 определим из выражения (2.25):

$$r_5 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

Таким образом, в линию связи будет послан код

$$F(X) = 1011001110.$$

Пример 2.5. В приемник поступила кодовая комбинация $F'(X) = 1010001110$ в коде Хемминга с $d = 4$. Декодировать ее; если имеются искажения, то обнаружить и при возможности исправить.

Решение. Произведем S_i проверки согласно (2.23) и S_Σ согласно (2.26), в результате получим:

$$S_1 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$
$$S_2 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$
$$S_3 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$
$$S_4 = 1 \oplus 1 = 0.$$
$$S_\Sigma = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$$

Таким образом, получим синдром $S_4S_3S_2S_1 = 0100$ и $S_\Sigma = 1$, что указывает на то, что искажен четвертый разряд кодовой комбинации $F'(X)$. После исправления получим $F(X) = 1011001110$, а следовательно, информационная последовательность будет иметь вид $G(X) = 10011$, что соответствует исходной кодовой комбинации примера 2.4.

2.3.3. Циклические коды. *Общие понятия и определения.* Циклические коды относятся к числу блоковых систематических кодов, в которых каждая комбинация кодируется самостоятельно (в виде блока) таким образом, что информационные k и контрольные r символы всегда находятся на определенных местах.

Любой групповой код (n, k) может быть записан в виде матрицы, включающей k линейно независимых строк по n символов, и, наоборот, любая совокупность k линейно независимых n-разрядных кодовых комбинаций может рассматриваться как образующая матрица некоторого группового кода. Среди всего многообразия таких кодов можно выделить коды, у которых строки образующих матриц связаны дополнительным условием цикличности.

Все строки образующей матрицы такого кода могут быть получены циклическим сдвигом одной комбинации, называемой образующей для данного кода. Коды, удовлетворяющие этому условию, получили название циклических кодов. Сдвиг осуществляется справа налево, причем крайний левый символ каждый раз переносится в конец комбинации. Запишем, например, совокупность кодовых комбинаций, получающихся циклическим сдвигом комбинации 001011:

$$G = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

При описании циклических кодов n-разрядные кодовые комбинации представляются в виде многочленов фиктивной переменной x (см.подразд.1.2.1). Тогда циклический сдвиг строки матрицы с единицей в старшем (n-м) разряде (слева) равносилен умножению соответствующего строке многочлена на x с одновременным вычитанием из результата многочлена $X^n + 1 = X^n - 1$, т.е. с приведением по модулю $X^n + 1$. Умножив, например, первую строку матрицы (001011), соответствующую многочлену $G_0(X) = x^3 + x + 1$, на x, получим вторую строку матрицы (010110), соответствующую многочлену $X \cdot G_0(X)$. Нетрудно убедиться, что кодовая комбинация, получающаяся при сложении этих двух комбинаций, также будет соответствовать результату умножения многочлена $x^3 + x + 1$ на многочлен $x + 1$. Действительно,

$$001011 \oplus 010110 = 011101 = x^4 + x^3 + x^2 + 1,\ (x^3 + x + 1)(x + 1) =$$
$$= x^4 + x^3 + x^2 + 1 = 011101.$$

Отсюда ясно, что любая разрешенная кодовая комбинация циклического кода может быть получена в результате умножения образующего многочлена на некоторый другой многочлен с приведением результата по модулю $x^n + 1$. Иными словами, при соответствующем выборе образующего многочлена, любой многочлен циклического кода будет делиться на него без остатка.

Ни один многочлен, соответствующий запрещенной кодовой комбинации, на образующий многочлен без остатка не делится. Это свойство позволяет обнаружить ошибку. По виду остатка можно определить и вектор ошибки.

Умножение и деление многочленов весьма просто осуществляется на регистрах сдвига с обратными связями и сумматорах по модулю 2.

В основу циклического кодирования положено использование неприводимого многочлена $P(X)$, который применительно к циклическим кодам называется образующим, генераторным или производящим многочленом (полиномом).

Многочлен в поле двоичных чисел называется неприводимым, если он делится без остатка только на себя или на единицу. Неприводимые полиномы приведены в прил. 1.

Методы построения циклического кода. Существует несколько различных способов кодирования. Принципиально наиболее просто комбинации циклического кода можно получить, умножая многочлены $G(X)$, соответствующие комбинациям безызбыточного кода (информационным символам), на образующий многочлен кода $P(X)$. Такой способ легко реализуется, однако он имеет тот существенный недостаток, что получающиеся в результате умножения комбинации кода не содержат информационных символов в явном виде. После исправления ошибок такие комбинации для выделения информационных символов приходится делить на образующий многочлен кода. Ситуацию можно значительно упростить, если контрольные символы переписать в конце кода, т.е. после информационных символов. Для этой цели прибегают к следующему искусственному приему.

Умножаем кодовую комбинацию $G(X)$, которую мы хотим закодировать, на одночлен X^r, имеющий ту же степень, что и образующий многочлен $P(X)$. Делим произведение $G(X)X^r$ на образующий полином $P(X)$:

$$\frac{G(X) \cdot X^r}{P(X)} = \mathrm{Q}(X) + \frac{R(X)}{P(X)}, \tag{2.28}$$

где Q(X) – частное от деления; $R(X)$ – остаток.

Умножая выражение (2.28) на $P(X)$ и перенося $R(X)$ в другую часть равенства, согласно правилам алгебры двоичного поля, т.е. без перемены знака на обратный, получаем

$$F(X) = Q(X) \cdot P(X) = G(X) \cdot X^r + R(X). \qquad (2.29)$$

Таким образом, согласно равенству (2.29), циклический код можно образовать двумя способами:

1) умножением одной из комбинаций двоичного кода на все сочетания (комбинация Q(X) принадлежит к той же группе того же кода, что и заданная комбинация $G(X)$) на образующий многочлен $P(X)$;

2) умножением заданной комбинации $G(X)$ на одночлен X^r, имеющий ту же степень, что и образующий многочлен $P(X)$, с добавлением к этому произведению остатка $R(X)$, полученного после деления произведения $G(X) \cdot X^r$ на генераторный полином $P(X)$.

Пример 2.6. Закодировать кодовую комбинацию $G(X)$ = 1111= x^3+x^2+x+1 циклическим кодом.

Решение. Не останавливаясь на выборе генераторного полинома $P(X)$, о чем будет сказано подробно далее, возьмем из прил. 1 многочлен $P(X)$ = x^3+x+1 = 1011. Умножая $G(X) \cdot X^r$, получаем

$$G(X) \cdot X^n = (x^3 + x^2 + x + 1)x^3 = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 \rightarrow 1111000.$$

От умножения степень каждого члена повысилась, что равносильно приписыванию трех нулей к многочлену, выраженному в двоичной форме.

Разделив на $G(X) \cdot X^r$ на $P(X)$, согласно (2.28) получим

$$\frac{x^6 + x^5 + x^4 + x^3}{x^3 + x + 1} = (x^3 + x^2 + 1) + \frac{x^2 + x + 1}{x^3 + x + 1},$$

или в двоичном эквиваленте

$$1111000/1011 = 1101 + 111/1011.$$

Таким образом, в результате деления получаем частное Q(X) = 1101 той же степени, что и $G(X) = 1111$, и остаток $R(X) = 111$. В итоге комбинация двоичного кода, закодированная циклическим кодом, согласно (2.29) примет вид

$$F(X) = 1101 \cdot 1011 = 1111000 \oplus 111 = 1111111.$$

Действительно, умножение $1101 \cdot 1011$ (первый способ) дает тот же результат, что и сложение $1111000 \oplus 111$ (второй способ).

Циклические коды, обнаруживающие одиночную ошибку (*d* = 2). Код, образованный генераторным полиномом $P(X) = x + 1$, обнаруживает любое нечетное число ошибок.

Закодируем сообщение $G(X) = 1101$ с помощью многочлена $P(X) = 11$. Поступая по методике, рассмотренной выше, получим

$$F(X) = G(X) \cdot X^r + R(X) = 11010 + 1 = 11011,$$

т.е. на первых четырех позициях находятся разряды исходной комбинации $G(X)$, а на пятой – контрольный символ.

Сообщение 1101 является одной из 16 комбинаций четырехразрядного кода. Если требуется передать все эти сообщения в закодированном виде, то каждое из них следует кодировать так же, как и комбинацию $G(X) = 1101$. Однако проделывать дополнительно 15 расчетов (в общем случае 2^r расчетов) нет необходимости. Это можно сделать проще, путем составления образующей матрицы. Образующая матрица составляется из единичной транспонированной и матрицы дополнений, составленной из остатков от деления единицы с нулями на образующий многочлен $P(X)$, выраженный в двоичном эквиваленте (см. подразд. 1.2.4.). Образующая матрица в данном случае имеет вид:

Единичная транспонированная матрица

$$M = \begin{array}{c} \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \end{array} \begin{array}{l} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array}$$

Матрица дополнений

Четыре кодовые комбинации, из которых состоит образующая матрица, являются первыми кодовыми комбинациями циклического кода. Пятая комбинация нулевая, а так как в четырехразрядном непомехозащищенном коде всего $N = 2^4 = 16$ комбинаций, то остальные 11 ненулевых комбинаций находят суммированием по модулю 2 всевозможных комбинаций строк матрицы M:

5. 0000,	9. $a_2 \oplus a_3 = 01100$,	13. $a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 = 11101$,
6. $a_1 \oplus a_2 = 00110$,	10. $a_2 \oplus a_4 = 10100$,	14. $a_1 \oplus a_3 \oplus a_4 = 11011$,
7. $a_1 \oplus a_3 = 01010$,	11. $a_3 \oplus a_4 = 11000$,	15. $a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 = 10111$,
8. $a_1 \oplus a_4 = 10010$,	12. $a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 = 01111$,	16. $a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 = 11110$.

Рассмотрение полученных комбинаций показывает, что все они имеют четное число единиц. Таким образом, циклический код с обнаружением одиночной ошибки $d = 2$ является кодом с проверкой на четность.

Циклический код с $d = 3$. Эти коды могут обнаруживать одиночные и двойные ошибки или обнаруживать и исправлять одиночные ошибки. Можно предложить следующий порядок кодирования кодовых комбинаций в циклическом коде с $d = 3$.

1) *выбор числа контрольных символов.* Выбор r производят, как и для кода Хемминга, с исправлением одиночной ошибки, по выражению (2.4) или (2.5);

2) *выбор образующего многочлена* $P(X)$. Степень образующего многочлена не может быть меньше числа контрольных символов r. Если в прил. 1 имеется ряд многочленов с данной степенью, то из них следует выбирать самый короткий. Однако число ненулевых членов многочлена $P(X)$ не должно быть меньше кодового расстояния d;

3) *нахождение элементов дополнительной матрицы.* Дополнительную матрицу составляют из остатков, полученных от деления единицы с нулями на образующий полином $P(X)$. Порядок получения остатков показан в подразд. 1.2.4. При этом должны соблюдаться следующие условия:

а) число остатков должно быть равно числу информационных символов k;

б) для дополнительной матрицы пригодны лишь остатки с весом w, не меньшим числа обнаруживаемых ошибок m, т.е. в данном случае не меньшим $2 (w \geq 2)$;

в) количество нулей, приписываемых к единице при делении ее на многочлен $P(X)$, определяется из условий а и б;

г) число разрядов дополнительной матрицы равно числу контрольных символов r;

4) *составление образующей матрицы.* Берут транспонированную единичную матрицу размерностью $k \times k$ и справа приписывают к ней дополнительную матрицу размерностью $k \times r$;

5) *нахождение всех комбинаций циклического кода данного сомножества.* Это достигается суммированием по модулю 2 всевозможных сочетаний строк образующей матрицы, как было показано при рассмотрении циклического кода с $d = 2$;

6) при индивидуальном кодировании любой из кодовых комбинаций, принадлежащей к сомножеству k разрядных комбинаций, поступают по общей методике в соответствии с (2.29).

Пример 2.7. Образовать циклический код, позволяющий обнаруживать двукратные ошибки или исправлять одиночные ошибки из всех комбинаций двоичного кода на все сочетания с числом информационных символов $k = 5$.

Решение. По уравнению (2.5) находим число контрольных символов

$$r = E\log((k+1) + E\log(k+1)) = E\log((5+1) + E\log(5+1)) = 4 .$$

Из прил. 1 выбираем образующий многочлен $P(X) = x^4 + x + 1$. Находим остатки от деления единицы с нулями на $P(X)$, которые соответственно равны

$$0011, 0110, 1100, 1011, 0101.$$

Строим образующую матрицу

$$M = \begin{Vmatrix} 00001 & 0011 \\ 00010 & 0110 \\ 00100 & 1100 \\ 01000 & 1011 \\ 10000 & 0101 \end{Vmatrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{matrix}.$$

Так как все члены единичной матрицы являются комбинациями заданного пятиразрядного двоичного кода, то пять комбинаций образующей матрицы представляют собой пять комбинаций требуемого циклического кода. Остальные 26 комбинаций циклического кода (начиная с шестой) могут быть получены путем суммирования по модулю 2 строк образующей матрицы в различном сочетании.

Пример 2.8. Закодировать комбинацию $G(X)=111011$ циклическим кодом с $d=3$.

Решение. Находим число контрольных символов по (2.5)

$$r = E\log((6+1)+E\log(6+1)) = 4.$$

Из прил. 1 выбираем образующий многочлен $P(X)=x^4+x^3+1$.

Умножая $G(X)$ на x^r, получим $G(X)\cdot x^r = 1110110000$.

Разделив полученный результат, на $P(X)=11001$, найдем остаток $R(X)=1110$. И тогда окончательно в соответствии с (2.29) получаем кодовую комбинацию в циклическом коде с $d=3$:

$$F(X)=1110111110.$$

Циклические коды с d=4. Эти коды могут обнаруживать одиночные, двойные и тройные ошибки или обнаруживать двойные и исправлять одиночные. При построении данного кода придерживаются следующего порядка:

1) *выбор числа контрольных символов.* Число контрольных символов в этом коде должно быть на единицу больше, чем для кода с $d=3$:

$$r_{d=4} = r_{d=3}+1; \tag{2.30}$$

2) выбор образующего многочлена. Образующий многочлен $P(X)_{d=4}$ равен произведению двучлена $(x+1)$ на многочлен $P(X)_{d=3}$:

$$P(X)_{d=4} = P(X)_{d=3}(x+1). \tag{2.31}$$

Это объясняется тем, что двучлен $(x+1)$ позволяет обнаруживать все одиночные и тройные ошибки, а многочлен $P(X)_{d=3}$ – двойные ошибки.

В общем случае степень генераторного полинома $P(X)_{d=4}$ равно числу r. Дальнейшая процедура кодирования остается такой же, как и при образовании кода с $d=3$.

Пример 2.9. Требуется закодировать сообщение $C(X)$ = 10101010101010 циклическим кодом с $d=4$.

Решение. Определяем число контрольных символов по уравнению (2.5):

$$r_{d=3}=E\log((14+1)+E\log(14+1))=E\log(15+4)=5.$$

Из уравнения (2.30) следует, что $r_{d=4}=5+1=6$.

Выбираем из прил. 1 образующий полином для $d=3$. Пусть $P(X)_{d=3}=x^5+x^2+1$. Тогда

$$P(X)_{d=4}=(x+1)(x^5+x^2+1)=x^6+x^5+x^3+x^2+x+1=1101111.$$

Так как необходимо закодировать только одно сообщение $G(X)$, а не весь ансамбль двоичных кодов с $k=14$, то в дальнейшем будем придерживаться процедуры кодирования, выполняемой по уравнению (2.29). Выбираем одночлен $x^r=x^6$. Тогда

$$x^r\cdot G(X)=x^{19}+x^{17}+x^{15}+x^{13}+x^{11}+x^9+x^7\rightarrow 10101010101010000000.$$

Разделив полученное выражение на $P(X)_{d=4}$, находим остаток:

$$R(X)=x^4+x^3+x^2+x+1\rightarrow 011111.$$

Следовательно, передаваемая закодированная комбинация будет иметь вид

$$F(X)=\underbrace{10101010101010}_{\text{информационные символы}}\ \underbrace{011111}_{\text{контрольные символы}}.$$

Циклические коды с *d* ≥ 5. Эти коды, разработанные Боузом, Чоудхури и Хоквинхемом (сокращенно код БЧХ), позволяют обнаруживать и исправлять любое число ошибок. Заданными при кодировании является число исправляемых ошибок s и длина слова n. Число информационных символов k и контрольных символов r, а также состав контрольных символов подлежат определению.

Методика кодирования такова:

1) *выбор длины слова.* При кодировании по методу БЧХ нельзя выбирать произвольную длину слова n. Первым ограничением является то, что слово может иметь только нечетное число символов. Во-вторых, при заданном n должно соблюдаться одно из равенств:

$$2^h - 1 = n; \tag{2.32}$$

$$(2^h - 1)/q = n, \tag{2.33}$$

где *h>0* – целое число, q – нечетное положительное число, при делении на которое n получается целым нечетным числом.

Так, при *h=6* длина слова может быть равна не только 63 (2.32), но и 21 при $q = 3$ (2.33).

2) *определение кодового расстояния.* Кодовое расстояние определяют согласно (2.2), т.е. $d = 2s + 1$;

3) *определение образующего многочлена* $P(X)$. Образующий многочлен есть наименьшее общее кратное (НОК) так называемых минимальных многочленов $M(X)$ до порядка $2s - 1$ включительно, причем берутся все нечетные:

$$P(X) = НОК\left[M_1(X)\, M_3(X)\ ...M_{2s-1}(X)\right]. \tag{2.34}$$

Таким образом, число минимальных многочленов равно $L = s$, т.е. равно числу исправленных ошибок. Минимальные многочлены являются простыми неприводимыми многочленами (прил. 2);

4) *определение старшей степени t минимального многочлена*. Степень t есть такое наименьшее целое число, при котором $2^t - 1$ нацело делится на n или nc, т. е. $n = 2^t - 1$ или $2^t - 1 = cn$. Отсюда следует, что

$$t = h; \tag{2.35}$$

5) *выбор минимальных многочленов.* После того как определено число минимальных многочленов L и степень старшего многочлена t, многочлены выписывают из прил. 2. При этом НОК может быть составлено не только из многочленов старшей степени *t*. Это, в частности, касается многочленов четвертой и шестой степеней;

6) *определение степени* β *образующего многочлена* $P(X)$. Степень образующего многочлена зависит от НОК и не превышает произведения $t \cdot s$;

7) *определение числа контрольных символов.* Так как число контрольных символов r равно степени образующего полинома, то в коде длины n

$$\beta = r \le t \cdot s; \tag{2.36}$$

8) *определение числа информационных символов.* Его производят обычным порядком из равенства

$$k = n - r. \tag{2.37}$$

Дальнейшие этапы кодирования аналогичны рассмотренным для циклических кодов с $d < 4$.

Пример 2.10. Закодировать все комбинации двоичного кода, чтобы $n = 15$, а $s = 2$.

Решение. Определяем кодовое расстояние по (2.2): $d = 2s + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$ (код БЧХ). Число минимальных многочленов $L = s = 2$. Старшая степень минимального многочлена по (2.35) $t = h = 4$, так как $15 = 2^4 - 1$. Выписываем из прил. 2 минимальные многочлены: $M_1(X) = x^4 + x + 1$ и $M_3(X) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$. Образующий многочлен определяем по (2.34):

$$P(X) = (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1.$$

Число контрольных символов r равно по (2.36) степени β образующего многочлена, т.е. $r = \beta = 8$, а значит, число информационных символов k по (2.37) равно: $k = n - r = 15 - 8 = 7$. Таким образом, получаем код БЧХ $(15, 7)$ с $s = 2$.

После нахождения остатков получаем образующую матрицу (2.38)

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc|cccccccccccc}
k_7 & k_6 & k_5 & k_4 & k_3 & k_2 & k_1 & r_8 & r_7 & r_6 & r_5 & r_4 & r_3 & r_2 & r_1
\end{array} \\
\left\| \begin{array}{ccc|cccccccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array} \right\|
\end{array} \tag{2.38}$$

Пример 2.11. Найти образующий полином для циклического кода, исправляющего двукратные ошибки, $s = 2$, если общая длина кодовых комбинаций $n = 21$.

Решение. Определяем, что $d = 2 \cdot 2 + 1 = 5$, $L = 2$. Наименьшее значение t, при котором $2^t - 1$ нацело делится на 21, есть число 6. Из таблицы прил. 2 выписываем два минимальных многочлена, номера которых определяют следующим образом: берут многочлены $M_1(X)$ и $M_3(X)$ и их индексы умножают на $q = c = 3$. В результате получаем $M_3(X)$ и $M_9(X)$. Таким образом,

$$P(X) = HOK\left[M_3(X)M_9(X)\right] = (x^6 + x^4 + x^2 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1) =$$
$$= x^9 + x^8 + x^7 + +x^5 + +x^4 + x + 1,$$

откуда $r = 9$, а $k = 12$. Получаем код БЧХ $(21,\ 12)$. Кроме того, доказано, что этот код, имеющий $d = 7$, может также обнаруживать и исправлять ошибки кратностью $s = 3$.

Построение кодов БЧХ возможно и с помощью таблицы [1], которая приведена в прил. 3 в сокращенном виде. В соответствии с изложенной ранее методикой в таблице по заданным длине кодовой комбинации n и числу исправляемых ошибок s рассчитаны число информационных символов k и образующий многочлен $P(X)$. Число контрольных символов r определяется из уравнения $r = n - k$, и запись образующего многочлена в виде десятичных цифр преобразуется путем перевода каждой десятичной цифры в трехразрядное двоичное число. Например, во второй строке таблицы $P(X) = 23$. Цифре 2 соответствует двоичное число 010, а цифре 3 – число 011. В результате получаем двоичное число 010011, которое записывается в виде многочлена $x^4 + x + 1$. Таким образом, в двоичный эквивалент переводится каждая из десятичных цифр, а не все десятичное число. Действительно, числу 23 соответствует уже многочлен $P(X) = x^4 + x + 1$. Из прил. 3 следует, что при $n = 31$, $k = 21$ и $s = 2$ образующий многочлен

$$P(X) = x^{10} + x^9 + x^8 + x^6 + x^5 + x + 1 = 011101101001 \quad .$$

Коды БЧХ для обнаружения ошибок. Их строят следующим образом. Если необходимо образовать код с обнаружением четного числа ошибок, то по заданному числу обнаруживаемых ошибок m согласно (2.1) и (2.2) находят значения d и s. Дальнейшее кодирование выполняют, как и раньше. Если требуется обнаружить нечетное число ошибок, то находят ближайшее меньшее целое число s и кодирование производят так же, как и в предыдущем случае, с той лишь разницей, что найденный согласно (2.34) образующий многочлен дополнительно умножают на двучлен $x + 1$.

Пример 2.12. Построить код БЧХ, обнаруживающий пять ошибок при длине кодовых комбинаций $n = 15$.

Решение. Находим, что $d = m + 1 = 5 + 1 = 6$, а ближайшее меньшее значение s определим из выражения $d = 2s + 1$, откуда $s = (d - 1)/2 = 5/2 = 2$. Далее определяем многочлен $P(X)$, как указано в примере 2.10, и умножаем его на двучлен $(x + 1)$, т. е. получаем

$$P(X) = (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x + 1) = (x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1)(x + 1) =$$
$$= x^9 + x^8 + x^7 + x^5 + x + x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1 = x^9 + x^6 + x^5 + x^4 + x + 1.$$

Таким образом, получаем код БЧХ $(15,\ 6)$.

Коды Файра. Это циклические коды, обнаруживающие и исправляющие пакеты ошибок. Определение пакета (пачки) ошибки дано в подразд. 2.1. Непременным условием пакета данной длины b является поражение крайних символов и нахождение между ними $b-2$ разрядов.

Коды Файра могут исправлять пакет ошибок длиной b_s и обнаруживать пакеты ошибок длиной b_m. Заметим, что в кодах Файра понятие кодового расстояния d, а следовательно, и уравнение (2.3) не используются.

Образующий многочлен кода Файра $P(X)_Ф$ определяется из выражения

$$P(X)_Ф = P(X)(X^C + 1), \tag{2.39}$$

где $P(X)$ – неприводимый многочлен степени

$$t \geq b_s, \tag{2.40}$$

принадлежащий показателю степени

$$E = 2^t - 1; \tag{2.41}$$

$$C \geq b_s + b_m - 1. \tag{2.42}$$

Неприводимый многочлен $P(X)$ выбирают из прил. 1 согласно уравнению (2.40).

Длина слова n равна наименьшему общему кратному чисел E и C, так как только в этом случае многочлен $x^n + 1$ делится на $P(X)_Ф$ без остатка. При $n^* < n$ никакой многочлен $x^{n^*} + 1$ не делится на $P(X)_Ф$. Таким образом,

$$n = НОК(E,\ C). \tag{2.43}$$

Число контрольных символов

$$r = t + C. \tag{2.44}$$

Дальнейшая процедура кодирования такая же, как и для циклического кода с $d = 3$.

Пример 2.13. Найти образующий полином и определить общую длину кодовых комбинаций n, а также число контрольных и информационных символов для кода, позволяющего исправлять пакеты ошибок длиной $b_s = 4$ и обнаруживать пакеты ошибок длиной $b_m = 5$.

Исправить пакет $b_s = 4$ – значит исправить одну из следующих комбинаций ошибок, пораженных помехами: 1111, 1101, 1011 и 1001. В то же время этот код может обнаруживать одну из комбинаций в пять символов: 11111, 10111, 10011, 10001 и т.д.

На основании (2.40) и (2.42) $t \geq 4$, $C \geq 8$. Из прил. 1 находим неприводимый многочлен четвертой степени: $P(X) = x^4 + x + 1$. Согласно (2.39) образующий многочлен $P(X)_Ф = (x^4+x+1)(x^8+1) = x^{12} + x^9 + x^8 + x^4 + x + 1$. По выражению (2.41) находим $E = 2^4 - 1 = 15$. Поэтому длина кода из (2.43) $n = 15 \cdot 8 = 120$. Из (2.44) число контрольных символов $r = 4 + 8 = 12$. В итоге получаем циклический код (120, 108). Избыточность такого кода, если учитывать его исправляющую способность, невелика: $R = 12/120 = 0{,}1$.

Сравнение кодов БЧХ и Файра. Представляет интерес сравнение по избыточности кода при исправлении того же числа ошибок, но не сгруппированных в пакет, т.е. рассеянных по всей длине слова. Если воспользоваться для этой цели кодами БЧХ и близким значением $n = 127$, то при $s = 4$ можно по изложенной методике подсчитать, что число контрольных символов $r = 28$, т.е. получен код (127, 99). Избыточность такого кода $R = 28/127 = 0{,}22$, т.е. значительно выше, чем у кода Файра. Это очевидно: исправить четыре ошибки, находящиеся в одном месте, проще, чем ошибки, рассредоточенные по всей длине комбинации.

Заметим, что существует следующее правило: если циклический код рассчитан на обнаружение независимых ошибок, он может обнаруживать также пакет ошибок длиной b_m.

Укороченные циклические коды. Предположим, что требуется получить 15 комбинаций, закодированных так, чтобы в любой из них могло исправляться по две ошибки, т.е. $s = 2$, $d = 5$. Для этого следует взять код с числом информационных символов $k = 4$. Код (7, 4) не подходит, так как он исправляет только одну ошибку. Как указывалось, число n, промежуточное между 7 и 15, в коде БЧХ брать нельзя. Поэтому необходимо взять код (15, 7), рассмотренный в примере 2.10. Однако разрешенных комбинаций в таком коде (2^7) значительно больше 15, поэтому код (15, 7) укорачивают путем вычеркивания трех столбцов слева и трех строк снизу, как это показано пунктирной линией в образующей матрице (2.38). В результате образующая матрица укороченного кода (12, 4) принимает вид

$$M = \left\| \begin{array}{cccccccccccc} k_4 & k_3 & k_2 & k_1 & r_8 & r_7 & r_6 & r_5 & r_4 & r_3 & r_2 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right\| \begin{array}{l} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array}. \qquad (2.45)$$

В матрице (2.45) $d_{\min} = 5$. И она представляет четыре кодовые комбинации в коде БЧХ, остальные 11 комбинаций укороченного циклического кода (12, 4) могут быть получены суммированием комбинаций образующей матрицы.

Корректирующая способность укороченного циклического кода, по крайней мере, не ниже корректирующей способности исходного полного циклического кода. Техника кодирования и декодирования в обоих случаях одна и та же. Однако циклический сдвиг кодовой комбинации укороченного циклического кода не всегда приводит к образованию разрешенной комбинации, поэтому укороченные коды относят к числу *псевдоциклических.*

Декодирование циклических кодов. *Обнаружение ошибок.* Идея обнаружения ошибок в принятом циклическом коде заключается в том, что при отсутствии ошибок закодированная комбинация $F(X)$ делится на образующий многочлен $P(X)$ без остатка. При этом контрольные символы r отбрасываются, а информационные символы k используются по назначению. Если произошло искажение принятой комбинации, то эта комбинация $F(X)$ преобразуется в комбинацию

$$F^*(X) = F(X) + E(X), \tag{2.46}$$

где $E(X)$ – многочлен ошибок, содержащий столько единиц, сколько элементов в принятой комбинации не совпадает с элементами переданной комбинации.

Пусть, например, была передана комбинация кода (7, 4) $F(X) = 1101001$, закодированная с помощью $P(X) = 1011$. Если она принята правильно, то деление на $P(X)$ дает остаток, равный нулю. Если же комбинация принята как $F^*(X) = 1101011$, то при делении на $P(X)$ образуется остаток $R(X) = 010$, что свидетельствует об ошибке, и принятая комбинация бракуется.

Обнаружение и исправление ошибок. Существует несколько вариантов декодирования циклических кодов [2]. Один из них заключается в следующем:

1) *вычисление остатка.* Принятую кодовую комбинацию делят на $P(X)$, и если остаток $R(X) = 0$, то комбинация принята без искажений. Наличие остатка свидетельствует о том, что комбинация принята искаженной. Дальнейшая процедура исправления рассматривается ниже;

2) *подсчет веса остатка* w. Если вес остатка равен или меньше числа исправляемых ошибок, т.е. $w \le s$, то принятую комбинацию складывают по модулю 2 с остатком и получают исправленную комбинацию;

3) *циклический сдвиг на один символ влево.* Если $w > s$, то производят циклический сдвиг на один символ влево и полученную комбинацию снова делят на $P(X)$. Если вес полученного остатка $w \le s$, то циклически сдвинутую комбинацию складывают с остатком и затем циклически сдвигают ее в обратную сторону вправо на один символ. В результате получают исправленную комбинацию;

4) *дополнительные циклические сдвиги влево.* Если после циклического сдвига на один символ по-прежнему $w > s$, производят дополнительные циклические сдвиги влево. При этом после каждого сдвига сдвинутую комбинацию делят на $P(X)$ и проверяют вес остатка. При $w \leq s$ выполняют действия, указанные в подразд. 3, с той лишь разницей, что обратных циклических сдвигов вправо делают столько, сколько их было сделано влево.

Пример 2.14. Пусть исходная комбинация $G(X) = 1001$, закодированная с помощью $P(X) = 1011$ и $s = 1$, имела вид $F(X) = 1001110$. При передаче по каналу связи была искажена и в приемник поступила в виде $F^*(X) = 1101110$. Проверить наличие ошибки и в случае обнаружения исправлять ее.

Делим комбинацию 1101110 на 1011 и находим, что остаток $R(X) = 111$. Так как $w = 3 > s = 1$, то сдвигаем комбинацию 1101110 циклически на один символ влево. Получаем 1011101. В результате деления этой комбинации на $P(X)$ находим остаток $R(X) = 101$. Вес этого остатка $w = 2 > s = 1$. Осуществляем новый циклический сдвиг влево. Получаем 0111011. Деление на $P(X)$ дает остаток $R(X) = 001$, вес которого равен s. Складываем: $0111011 \oplus 001 = 0111010$. Теперь осуществляем два циклических сдвига последней комбинации вправо: после первого она принимает вид 0011101, после второго 1001110, т.е. получается уже исправленная комбинация. Проверка показывает, что эта комбинация делится на $P(X)$ без остатка.

Пример 2.15. При передаче комбинации, представленной в седьмой строке матрицы (2.38), исказились два символа и комбинация была принята в виде $1\dot{1}\dot{1}000011101000$ (искаженные символы помечены точками). Непосредственное деление этой комбинации на $P(X) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$ дает остаток весом $w = 4$. После первого циклического сдвига комбинация принимает вид $\dot{1}\dot{1}0000111010001$. Деление этой комбинации на $P(X)$ снова дает остаток с весом $w = 4$. После второго сдвига и повторного деления ничего не меняется. Вес остатка $w = 4$. Делаем третий сдвиг, комбинация принимает вид $0000111010001\dot{1}\dot{1}$. И вновь делим на $P(X)$. На этот раз остаток R(X)=00000011 имеет вес $w = 2 = s = 2$. Складываем $0000111010001\dot{1}\dot{1} \oplus 00000011$, получаем 000011101000100. Произведя три циклические сдвига комбинации вправо, получаем исходную комбинацию 100000011101000.

Второй метод определения номеров элементов, в которых произошла ошибка, основан на свойстве, которое заключается в том, что остаток $R(X)$, полученный при делении принятой кодовой комбинации $F^*(X)$ на $P(X)$, равен остатку $R^*(X)$, полученному в результате деления соответствующего многочлена ошибок $E(X)$ на $P(X)$.

Многочлен ошибок может быть представлен в следующем виде $E(X) = F(X) + F^*(X)$, где $F(X)$ - исходный многочлен циклического кода. Так, если ошибка произошла в первом символе, то $E_1(X) = 100...0$, если во втором - $E_2(X) = 010...0$ и т.д. Остатки от деления каждого многочлена $E_i(X)$ на $P(X)$ будут различны и однозначно связаны с искаженными символами, причем не зависят от вида передаваемой комбинации, а определяются лишь видом $P(X)$ и длиной кодовых комбинаций n. Указанное однозначное соответствие можно использовать для определения места ошибки.

На основании приведенного свойства существует следующий метод определения места ошибки. Сначала определяется остаток $R(X)$, соответствующий наличию ошибки в старшем разряде. Если ошибка произошла в следующем разряде, то такой же остаток получится в произведении принятого многочлена на X, т.е. $F^*(X) \cdot X$. Это служит основанием для следующего приема.

Вычисляем $R^*(X)$ как остаток от деления $E_1(X)$ на $P(X)$. Далее делим принятую комбинацию $F^*(X)$ на $P(X)$ и получаем $R(X)$. Если $R(X) = R^*(X)$, то ошибка в старшем разряде. Если нет, то дописываем нуль, что равносильно умножению на X, и продолжаем деление. Номер искаженного разряда (отсчет слева направо) на единицу больше числа приписанных нулей, после которых остаток окажется равным $R^*(X)$.

Пример 2.16. Задан циклический код (11, 7) в виде кодовой комбинации $F(X) = 10110111100$, полученной с помощью полинома $P(X) = 10011$. В результате воздействия помех получена кодовая комбинация $F^*(X)$=10111111100. Определить искаженный разряд.

Решение. Вычисляем $R^*(X)$ как остаток от деления $E_1(X) = 10000000000$ на $P(X) = 10011$, получаем $R^*(X) = 0111$. Далее делим $F^*(X)$ на $P(X)$, отмечая полученные остатки $R_i(X)$:

```
                      дописываемые нули
10111111100 0000 | 10011
10011            | 1010000101
   10011
   10011
  R1(x)=11000(1)
      10011
    R2(x)=10110(2)
        10011
     R3(x)=01010(3)
           10100(4)
           10011
       R4(x)=0111=R*(x)
```

Для достижения равенства $R(X) = R^*(X)$ пришлось дописать четыре нуля. Это означает, что ошибка произошла в пятом разряде, т.е. исправленная кодовая комбинация будет иметь вид:

$$F(X) = 10111111100 \oplus 00001000000 = 10110111100.$$

Мажоритарное декодирование циклических кодов. Мажоритарный способ исправления ошибок основан на принятии решения о значении того или иного разряда декодируемой кодовой комбинации по большинству результатов проверок на четность.

Проверки на четность для каждого разряда составляются на основании некоторой матрицы L, которая составляется из проверочной матрицы N путем μ – линейных операций над строками.

Матрица L характеризуется двумя свойствами:

1) один из столбцов содержит только единичные элементы;

2) все остальные столбцы содержат не более чем по одному единичному элементу.

Проверочная матрица может быть построена путем вычисления так называемого проверочного полинома

$$h(X) = \frac{X^n + 1}{P^{-1}(X)}, \qquad (2.46)$$

где $P^{-1}(X)$ – полином, сопряженный с $P(X)$.

В сопряженных $P^{-1}(X)$ – полиномах члены расположены в обратном порядке. Так, например, $P(X) = 100011$, а $P^{-1}(X) = 110001$.

Первая строка проверочной матрицы циклического кода есть проверочный полином $h(X)$, умноженный на X^{r-1} (т.е. дополненный справа $r-1$ нулями). Последующие строки проверочной матрицы есть циклический сдвиг вправо первой. Число сдвигов равно числу дописанных справа нулей. Матрица L определяет μ проверок на четность для разряда, соответствующего единичному столбцу. Добавив к этой совокупности проверок тривиальную проверку $a_i = a_i$, получим $\mu + 1$ независимых проверочных соотношений для одного разряда a_i, причем свойства матрицы L таковы, что каждый разряд кодовой комбинации входит только в одну проверку. Такая совокупность проверок называется системой разделенных (ортогональных) проверок относительно разряда a_i. Системы разделенных проверок для остальных разрядов получаются циклическим сдвигом строк матрицы L, что равносильно добавлению единицы к индексу разряда предыдущей проверки, причем при добавлении единицы к номеру старшего разряда номер последнего заменяется на нуль.

Мажоритарное декодирование осуществляется следующим образом. Если в принятой кодовой комбинации ошибки отсутствуют, то при определении значения разряда a_i все $\mu + 1$ проверки укажут одно и то же значение (либо 1, либо 0). Одиночная ошибка в кодовой комбинации может вызвать искажение лишь одной проверки, двойная ошибка – двух и т. д. Решения о значении разряда a_i принимаются по большинству (т.е. мажоритарно) одноименных результатов проверок. При этом декодирование безошибочно, если число ошибок в кодовой комбинации не превышает $\mu/2$, т.е. искажено не более $\mu/2$ проверок. Если все системы разделенных проверок для каждого разряда кодовой комбинации содержат не менее $\mu + 1$ разделенных проверок, то реализуемое минимальное кодовое расстояние

$$d_{\min} = \mu + 1. \qquad (2.47)$$

Поясним принцип мажоритарного декодирования на конкретных примерах.

Пример 2.17. Построить матрицы N и L и найти систему проверок для циклического кода (7, 3), образованного с помощью полинома $P(X) = (x^3 + x + 1)(x + 1) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ и позволяющего обнаруживать двойные и исправлять одиночные ошибки.

Решение. Находим проверочный полином

$$h(X) = \frac{X^n + 1}{P^{-1}(X)} = \frac{x^7 + 1}{x^4 + x^2 + x + 1} = x^3 + x + 1 \to 1011.$$

Строим проверочную матрицу

$$N = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Для построения матрицы L преобразуем матрицу следующим образом. Сложим 2–, 3– и 4–ю строки матрицы:

$$0101100 \oplus 0010110 \oplus 0001011 = 0110001.$$

Аналогично сложим 1–, 3– и 4–ю строки:

$$1011000 \oplus 0010110 \oplus 0001011 = 1000101.$$

Составим матрицу L, использовав для ее построения две полученные суммы и 4–ю строку проверочной матрицы N:

$$L = \begin{Vmatrix} a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Легко видеть, что в этой матрице один из столбцов состоит только из единиц, а все остальные столбцы содержат не более одной единицы. Матрица L дает три независимых проверочных соотношений с разделенными относительно члена a_0 проверками. Добавив к этим соотношениям тривиальную проверку $a_0 = a_0$, получим систему разделенных относительно a_0 проверок:

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= a_4 \oplus a_5 \\ a_0 &= a_2 \oplus a_6 \\ a_0 &= a_1 \oplus a_3 \\ a_0 &= a_0 \end{aligned}\right\}. \qquad (2.48)$$

Систему проверок для a_1 получим из (2.48) в виде

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= a_5 \oplus a_6 \\ a_1 &= a_3 \oplus a_0 \\ a_1 &= a_2 \oplus a_4 \\ a_1 &= a_1 \end{aligned}\right\}. \qquad (2.49)$$

Для остальных разрядов $a_2 \ldots a_6$ можно получить аналогичные системы проверок.

Пример 2.18. Исходная комбинация $G(X) = 101$, закодированная генераторным полиномом $P(X) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$, поступила в канал связи в виде $F(X) = 1010011$. В результате действия помех была искажена (одиночная ошибка) и в приемник поступила в виде $F^*(X) = 101001\dot{0}$. Воспользовавшись системой проверок примера 2.17, определить номер искаженного разряда и исправить его.

Решение. Пронумеруем разряды принятой кодовой комбинации следующим образом:

$$\begin{array}{lccccccc} & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ F^*(X) = & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}.$$

Произведем проверку правильности приема символа a_0 по выражениям (2.48):

$$a_0 = 1 \oplus 0 = 1, \quad a_0 = 1 \oplus 0 = 1,$$
$$a_0 = 0 \oplus 1 = 1, \quad 0 = 0.$$

Большинство проверок указывают, что разряду a_0 должен быть присвоен символ 1. Таким образом, исправленная комбинация будет $F(X) = 1010011$, что соответствует переданной в канал связи.

Для остальных разрядов проверки не проводились, так как в условии задачи указано, что имела место одиночная ошибка.

Пример 2.19. Найти систему проверок для символа a_0 кода БЧХ (15, 7), образованного генераторным полиномом $P(X) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$=111010001 и позволяющего исправлять двойные ошибки.

Решение. Вычислим проверочный полином:

$$h(X) = \frac{X^n + 1}{P^{-1}(X)} = x^7 + x^3 + x + 1 \to 10001011.$$

Построим проверочную матрицу, в качестве первой строки которой используем проверочный полином, умноженный на X^{r-1}, а остальные строки получим циклическим сдвигом первой:

$$N = \begin{Vmatrix} 1&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1 \end{Vmatrix}.$$

Преобразуем проверочную матрицу следующим образом. Сложим по модулю два 1–, 5–, 7– и 8–ю; 2–, 3–, 6–, 7– и 8–ю; 4–, 6–, 7– и 8–ю строки матрицы и в результате получим кодовые комбинации соответственно:

$$\begin{matrix} 1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1, \\ 0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1, \\ 0&0&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1. \end{matrix}$$

Составим матрицу L, использовав для ее построения три полученные суммы и 8-ю строку проверочной матрицы N:

$$L = \begin{array}{c} \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \\ \begin{array}{ccccccccccccccc} a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} & a_{10} & a_9 & a_8 & a_7 & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \end{array} \end{array}.$$

Полученная матрица удовлетворяет требованиям, предъявляемым к матрице L.

Данная матрица L дает четыре независимых проверочных соотношения с разделенными относительно члена a_0 проверками; добавив к ним тривиальную проверку $a_0 = a_0$, получим следующую систему для проверки a_0:

$$\begin{aligned} a_0 &= a_1 \oplus a_3 \oplus a_7, \\ a_0 &= a_2 \oplus a_6 \oplus a_{14}, \\ a_0 &= a_4 \oplus a_{12} \oplus a_{13}, \\ a_0 &= a_8 \oplus a_9 \oplus a_{11}, \\ a_0 &= a_0. \end{aligned}$$

Пусть при передаче был искажен разряд a_6. Этот разряд входит только во вторую проверку, поэтому четыре проверки дадут правильный результат, а вторая проверка – неправильный. Решение о значении разряда a_0 принимается по критерию большинства и поэтому будет правильным. Ошибочная регистрация разряда произойдет при действии трех и более ошибок, приводящих к неправильным результатам трех и более проверок.

Системы раздельных проверок для остальных разрядов получаются циклическим сдвигом строк матрицы L.

2.3.4. Итеративные коды. Данные коды характеризуются наличием двух или более систем проверок внутри каждой кодовой комбинации. Принцип построения итеративного кода проще всего представлять на конкретном примере. Запишем все информационные разряды блока, подлежащего передаче, в виде таблицы (рис. 2.3).

Каждая строка этой таблицы кодируется каким-либо кодом, а затем кодируется каждый столбец, причем не обязательно тем же кодом. Символы, расположенные в правом нижнем углу таблицы, получаются в результате проверки проверочных символов. Они могут быть построены на основе проверки по строкам и тогда будут удовлетворять проверке по столбцам, и наоборот.

В качестве примера рассмотрим итерированные коды (рис. 2.4) с одной проверкой на четность для каждого столбца и строки. Такой код имеет большую корректирующую способность по сравнению с кодом с одной проверкой на четность, который позволяет только обнаруживать нечетно-кратные ошибки.

Итерированный код позволяет исправить все одиночные ошибки, так как пересечение строки и столбца, содержащих ошибку, однозначно указывает ее место. Передача комбинации итеративного кода обычно происходит по строкам последовательно, от первой строки к последней.

Свойства итеративного кода полностью определяются параметрами итерируемых кодов, в зависимости от которых итеративный код может быть как систематическим, так и несистематическим, как разделимым, так и неразделимым. Длина кодовой комбинации, число информационных разрядов и минимальное кодовое расстояние итеративного кода очень просто выражаются через соответствующие параметры этих кодов:

$$n = \prod_{i=1}^{S} n_i, \qquad k = \prod_{i=1}^{S} k_i, \qquad d_{\min} = \prod_{i=1}^{S} d_i, \qquad (2.50)$$

где n_i, k_i, d_i – параметры итерируемых кодов;

S – кратность итерирования.

Информационные символы	Проверочные символы по строкам
Проверочные символы по столбцам	Проверка проверок

Рис. 2.3. Расположение символов итеративного кода

1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1
1	9	9	9	9	1
0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0

Рис. 2.4. Итеративный код

Таким образом, простейший итеративный код, образованный путем проверок на четность (нечетность) строк и столбцов, обладает минимальным кодовым расстоянием $d_{\min} = 4$ и поэтому позволяет обнаруживать все ошибки кратности до 3. Не обнаруживаются четырехкратные ошибки, располагающиеся в вершинах правильного четырехугольника, а также некоторые шестикратные, восьмикратные и т.д. ошибки (рис. 2.5).

Простейший итеративный код обладает довольно высокими обнаруживающими способностями при действии пакетных ошибок – обнаруживается любой пакет ошибок длиной $l+1$ и менее, где l – длина строки.

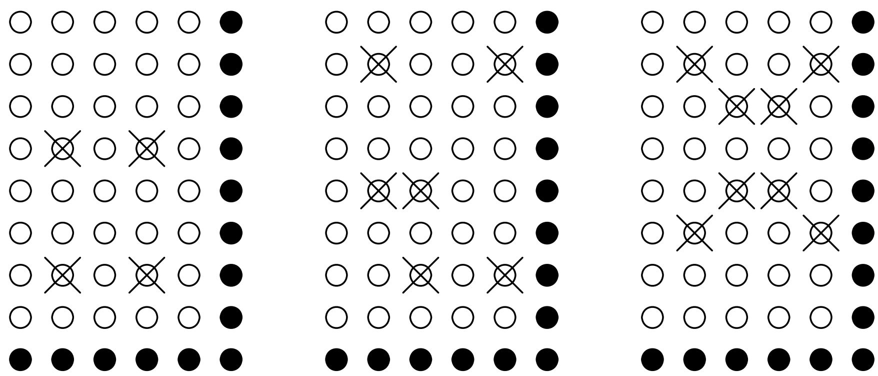


Рис. 2.5. Ошибки, не обнаруживаемые простейшим итеративным кодом

Могут быть образованы также многомерные итеративные коды, в которых каждый информационный разряд входит в комбинации трех, четырех и т.д. итерируемых кодов.

На рис. 2.6 показан пример применения третьей проверки по диагонали. Порядок формирования контрольных символов P_i показан сплошными линиями.

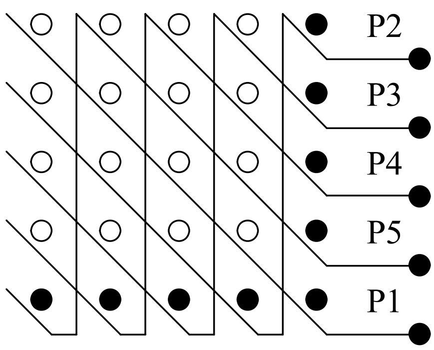


Рис. 2.6. Итеративный код с тремя проверками

На практике наибольшее распространение получили двумерные итеративные коды. Длина строки обычно выбирается равной длине одного знака первичного кода. В качестве итерируемых кодов чаще всего используются коды с одной и двумя проверками на четность и коды Хемминга.

2.3.5. Рекуррентные коды. Эти коды относятся к числу непрерывных кодов, в которых операции кодирования и декодирования производятся непрерывно над последовательностью информационных символов без деления на блоки. Рекуррентные коды применяются для обнаружения и исправления пакетов ошибок. В данном коде после каждого информационного элемента следует проверочный элемент. Проверочные элементы формируются путем сложения по модулю два двух информационных элементов, отстоящих друг от друга на шаг сложения, равный b.

Рассмотрим процесс кодирования на примере кодовой комбинации, приведенной на рис. 2.7 (верхняя строка), если шаг сложения $b = 2$. Процесс образования контрольных символов показан на этом же рисунке (нижняя строка).

Кодирование и декодирование производится с помощью регистров сдвига и сумматоров по модулю два.

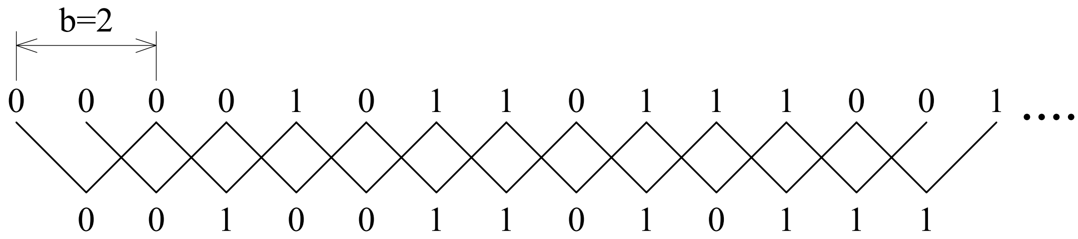


Рис. 2.7. Схема построения рекуррентного кода

На выходе кодирующего устройства (рис. 2.8) получим последовательность символов

$$1000111000111110010011. \tag{2.51}$$

Эта последовательность поступает в дискретный канал связи.

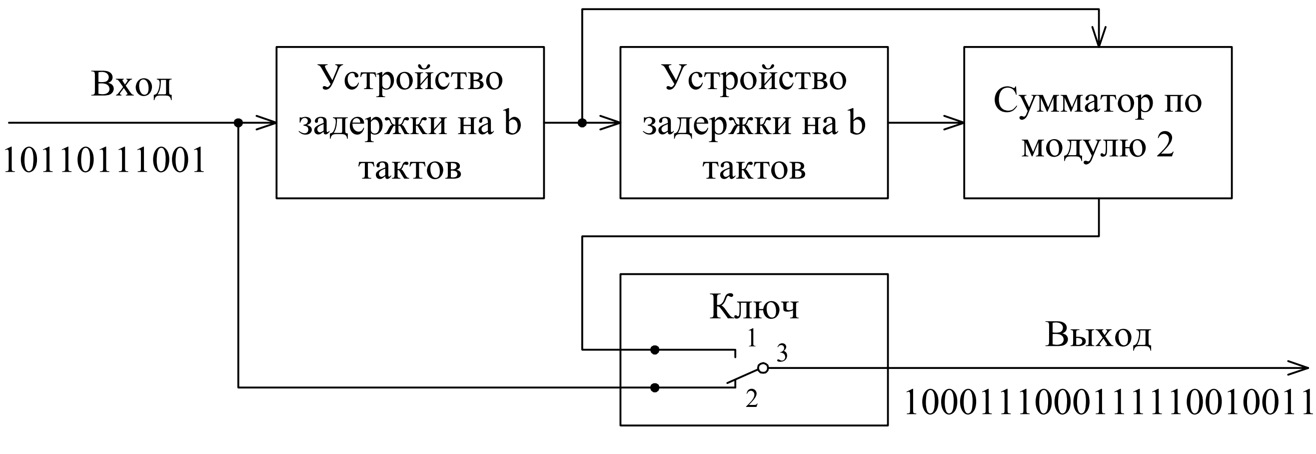


Рис. 2.8. Структурная схема кодера рекуррентного кода

Структурная схема декодера приведена на рис. 2.9. Процесс декодирования заключается в выработке контрольных символов из информационных, поступивших на декодер, и их сравнении с контрольными символами, пришедшими из канала связи. В результате сравнения вырабатывается корректирующая последовательность, которая и производит исправление информационной последовательности. Рассмотрим этот процесс более подробно. Пусть из дискретного канала связи на вход подается искаженная помехами последовательность (искаженные символы обозначены сверху чертой)

$$10001\bar{0}1\bar{1}\bar{1}0111110010011. \qquad (2.52)$$

Устройство разделения (рис. 2.9) разделяет последовательность (2.52) на информационные

$$00001011\bar{1}111001 \qquad (2.53)$$

и контрольные символы

$$00\overline{01}0110101. \qquad (2.54)$$

Последовательности символов (2.53) и (2.54) содержат ошибочные символы, которые подчеркнуты сверху. Формирователь контрольных символов из (2.53) выдает последовательность символов

$$00100100001, \qquad (2.55)$$

которая в сумме по модулю два с последовательностью (2.54) дает исправляющую последовательность

$$00110010100. \qquad (2.56)$$

Исправляющая последовательность (2.56) подается на инвертор, который выдает последовательность (2.57) и одновременно поступает на устройства задержки на b и $2b$ тактов. На выходе устройств задержки появляются последовательности (2.58) и (2.59) соответственно. На выходе схемы совпадения получаем последовательность (2.60)

$$11001101011\ldots \qquad (2.57)$$

$$..001100101\ldots \qquad (2.58)$$

$$\underline{....0011001\ldots} \qquad (2.59)$$

$$00000000001\ldots \qquad (2.60)$$

Точки в последовательности слева обозначают задержку символов на соответствующее число тактов. Единица на выходе схемы совпадения возникает только в тех случаях, когда на все ее три входа подаются единицы. Она представляет собой команду исправить ошибку.

Рис. 2.9. Структурная схема декодера рекуррентного кода

Исправленная последовательность вырабатывается устройством коррекции в виде суммы по модулю два последовательности (2.60) и (2.53), задержанной на b тактов.

$$\begin{array}{r} 00000000001000000 \\ \ldots\ldots 10111111001 \\ \hline 10110111001 \end{array} \qquad (2.61)$$

Точки в последовательности слева означают задержку на 6 тактов относительно входа в устройство разделения на информационные и контрольные символы.

После автоматического исправления последовательности (2.61) совпадает с последовательностью на рис. 2.7 (верхняя строка). Как следует из (2.61), на пути информационных символов включено $3b = 6$ ячеек регистра сдвига. При этом для вывода всех ошибочных символов необходим защитный интервал $6b + 1 = 13$ символов.

Рассмотренный код позволяет исправлять пакет ошибок длиной $l = 2b = 4$.

В заключение следует отметить, что рекуррентный код находит применение в системах связи.

2.4. Частотные коды

Частотные коды относятся к нецифровым кодам и применяются для передачи независимых команд, когда нет необходимости во взвешенных кодах. Используются как двухпозиционные, так и многопозиционные коды. На практике находят применение одночастотные коды и коды, в основу принципов комбинирования которых положены математические законы теории соединений. Используются перестановки P_n, размещения A_n^m, сочетания C_n^m и другие законы комбинирования.

2.4.1. Одночастотный код. В системах телемеханики с небольшим числом команд часто используют данный код, при котором каждое сообщение передается радиоимпульсом определенной частоты, число сообщений $N = n_Ч$, где $n_Ч$ – число частот. Во время передачи данного сообщения остальные частоты не передаются.

2.4.2. Коды, образованные по закону перестановок. Перестановки P_n из n различных частот образуют кодовые комбинации, отличающиеся только порядком следования этих частот. Число элементов во всех комбинациях всегда одинаково. Длина сообщения равна числу частот, т.е. $m = n_{\text{ч}} = \text{const}$. Отличительной особенностью этого кода является отсутствие одинаковых частот в одном сообщении. Такой код часто называется ***аккордным***. Общее число комбинаций:

$$N = n_Ч\,! \qquad (2.62)$$

Например, при трех частотах получается шесть комбинаций: $f_1 f_2 f_3$, $f_1 f_3 f_2$, $f_2 f_1 f_3$, $f_2 f_3 f_1$, $f_3 f_1 f_2$, $f_3 f_2 f_1$. Данный код позволяет обнаруживать одиночные искажения, так как в сообщении каждый элемент встречается только один раз.

2.4.3. Коды, образованные по закону размещений. Размещения A_n^m образуют комбинации, которые отличаются друг от друга либо частотами, либо порядком их следования. Количество кодовых комбинаций:

$$N = A_n^m = n!/(n-m)! \tag{2.63}$$

Если, например, $n = 3$, $m = 2$, то общее число комбинаций равно шести: $f_1 f_2$, $f_1 f_3$, $f_2 f_1$, $f_2 f_3$, $f_3 f_1$, $f_3 f_2$. Комбинации передаются последовательно. Этот код позволяет обнаруживать одиночные ошибки путем счета символов, содержащихся в сообщении.

2.4.4. Коды на определенное число сочетаний. С помощью сочетаний C_n^m можно образовать комбинации, отличающиеся друг от друга только самими частотами. Общее число сообщений, которое можно передать из *n* частот по m частот:

$$N = C_n^m = n!/(m!(n-m)!). \tag{2.64}$$

Так, например если $n = 4$, $m = 2$, то можно организовать шесть сообщений: $f_1 f_2$, $f_1 f_3$, $f_1 f_4$, $f_2 f_3$, $f_2 f_4$, $f_3 f_4$. Данные коды имеют постоянное число радиоимпульсов (частот) и поэтому могут обнаруживать любые искажения за исключением искажений типа, смещение, когда радиоимпульс заменяется на радиоимпульс другой частоты, используемой при формировании всех комбинаций.

2.4.5. Сменно–качественные коды. Данные коды широко применяются в устройствах ТУ (ТС) как обладающие свойствами самораспределения. В сменно–качественных кодах соседние символы не могут быть одинаковы, а поэтому дешифратор кода легко может различить различные разряды в сообщении. Пусть необходимо передать кодовую комбинацию *G(x)* = 10011101 сменно–качественным кодом. Для этой цели 1 передается частотой f_1, 0 – f_2, а повторение символа (0 или 1) – f_3. Тогда комбинация принимает вид $f_1 f_2 f_3 f_1 f_3 f_1 f_2 f_1$. Нетрудно установить лишь те искажения, в результате которых соседние радиоимпульсы получают одинаковое значение частотного признака, другие искажения не обнаруживаются.

Так, например, если *n*=4, *m*=2, то можно передать шесть сообщений: $f_1 f_2$, $f_1 f_3$, $f_1 f_4$, $f_2 f_3$, $f_2 f_4$, $f_3 f_4$. Данные коды имеют постоянное число радиоимпульсов (частот) и поэтому могут обнаруживать любые искажения за исключением искажений типа смещение, когда радиоимпульс заменяется на радиоимпульс другой частоты, используемой при формировании всех комбинаций.

3. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ НЕПОМЕХОЗАЩИЩЕННЫХ КОДОВ

Кодирующим устройством называется преобразователь дискретных сообщений или сигналов (например, импульсов) в кодовые комбинации заданного кода, а *декодирующим* – обратный преобразователь кодовых комбинаций заданного кода в дискретные сообщения или сигналы, выдаваемые на индивидуальные входы.

Кодирующее устройство называют также *кодером* или *шифратором*, а декодирующее – декодером или дешифратором. Кодер формирует, а декодер разделяет кодовые комбинации по индивидуальным выходным цепям.

Наиболее широкое понятие, используемое при разработке технических средств кодирования и декодирования, – это кодопреобразователи (преобразователи кодов). *Преобразователем кодов* называется функциональный узел, преобразующий один код в другой. Такие функциональные узлы преобразуют, например, двоичный или двоично–десятичный код в десятичный, либо в код отображения информации на цифровом индикаторе, непомехозащищенный код в код с обнаружением или исправлением ошибок, а также производят обратное преобразование в приемном устройстве.

3.1. Шифраторы кода C_n^1 в двоичный код

Функциональная схема этого шифратора представлена на рис. 3.1, а на рис. 3.2 показано его условное обозначение.

Шифратор работает следующим образом. Если ни одна из кнопок *SB*1…*SB*7 не замкнута, то это означает, что передается сигнал 0, которому соответствует двоичное число 000. При замыкании одной из кнопок, соответствующий триггер устанавливается в 1, на инверсном выходе его будет 0, который поступает на соответствующие входы элементов 4И–НЕ (табл. 3.1), работающие как схемы ИЛИ по 0. В результате на выходе элементов *DD*8–*DD*10 будет сформирован двоичный код, соответствующий номеру нажатой кнопки.

Таблица 3.1

Состояние элементов шифратора

Позиционное обозначение замкнутой кнопки		***SB*1**	***SB*2**	***SB*3**	***SB*4**	***SB*5**	***SB*6**	***SB*7**
Вход	*DD*8	0111	1111	1011	1111	1101	1111	1110
	*DD*9	1111	0111	1011	1111	1111	1101	1110
	*DD*10	1111	1111	1111	0111	1011	1101	1110
Выход	*DD*8	1	0	1	0	1	0	1
	*DD*9	0	1	1	0	0	1	1
	*DD*10	0	0	0	1	1	1	1

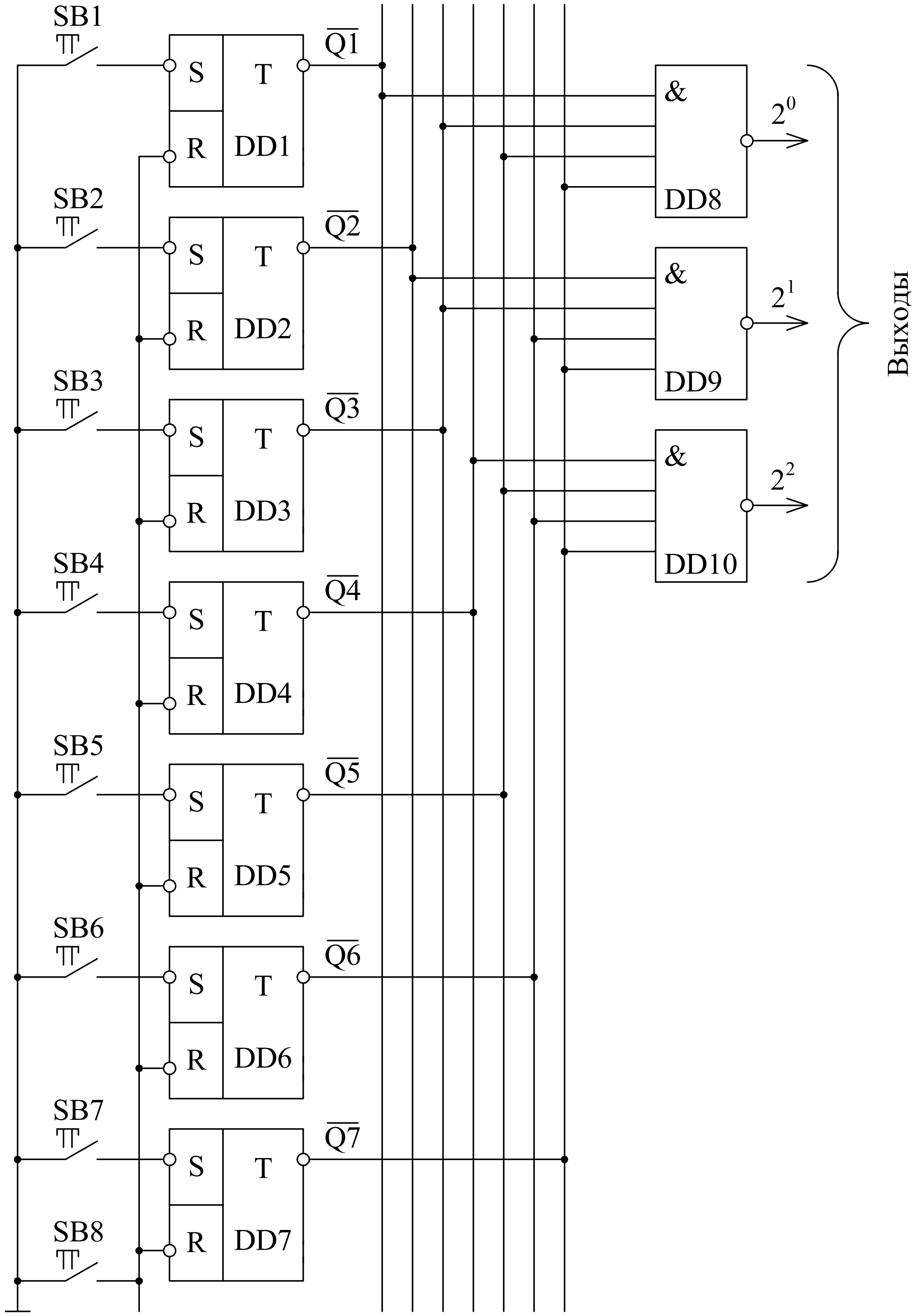


Рис. 3.1. Функциональная схема шифратора кода C_7^1 в код 1-2-4

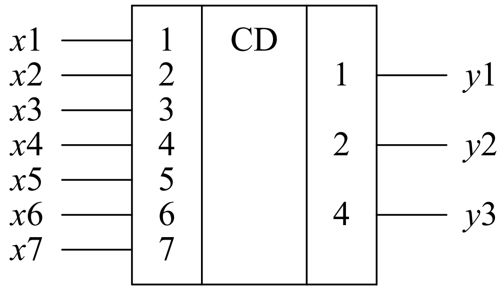


Рис. 3.2. Условное обозначение шифратора C_7^1 в код 1-2-4

В системах ТУ–ТС при формировании адреса объекта и команды находят применение шифраторы кода C_n^1 в двоичный код с использованием мультиплексоров (рис. 3.3).

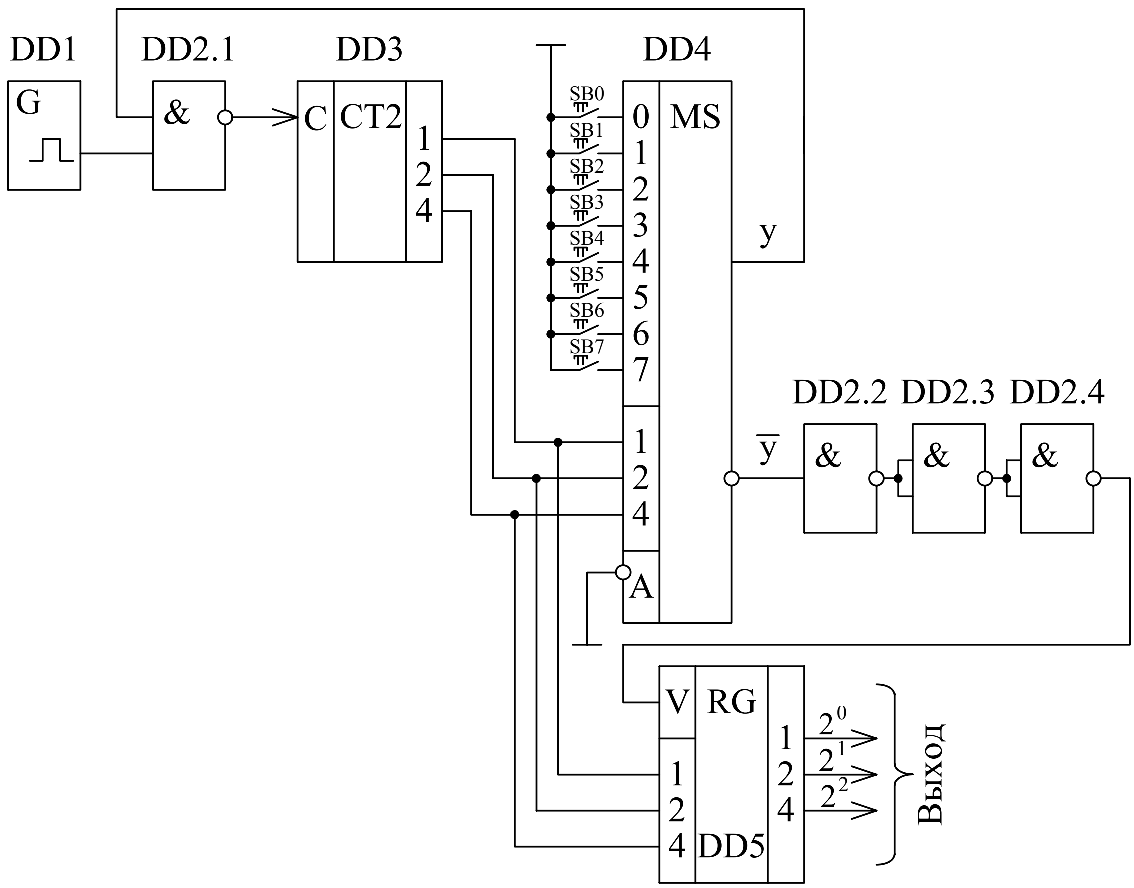


Рис. 3.3. Функциональная схема преобразователя десятичного кода в двоичный код

В исходном состоянии ни одна из кнопок *SB*0…*SB*7 не нажата, при этом на входе *Y* мультиплексора *DD*4 – логическая 1, которая поддерживает в открытом состоянии схему И–НЕ *DD*2.1. Импульсы от генератора *DD*1 поступают на вход двоичного счетчика *DD*3, на выходе которого формируется код, пропорциональный числу импульсов, поступивших от генератора *DD*1. Теперь пусть нажата клавиша *SB*5. Тогда при поступлении на адресные входы мультиплексора *DD*4 от *DD*3 кода 101 на выходе *Y* появляется 0, который закрывает схему *DD*2.1, и прекращается поступление импульсов от *DD*1 на счетчик *DD*3. Задержанный элементами *DD*2.2…*DD*2.4 импульс с выхода $\overline{Y}$ мультиплексора *DD*4 дает разрешение на запись кода 101 с выхода *DD*3 в регистр *DD*5. Данный код в регистре будет сохраняться до тех пор, пока в последующем не будет нажата любая из кнопок *SB*0…*SB*7.

Таким образом, практически произошло преобразование номера кнопки в двоичный неизбыточный код. При необходимости данный шифратор можно сделать на любое число входов путем параллельного соединения мультиплексоров и регистров.

В интегральном исполнении имеются шифраторы *ИВ*1 и *ИВ*3. Более подробно остановимся на микросхеме *ИВ*1. Это приоритетный шифратор 8 в 3 (рис. 3.4), принимающий напряжение низкого уровня на один из восьми параллельных адресных входов $\overline{I}1 \ldots \overline{I}8$.

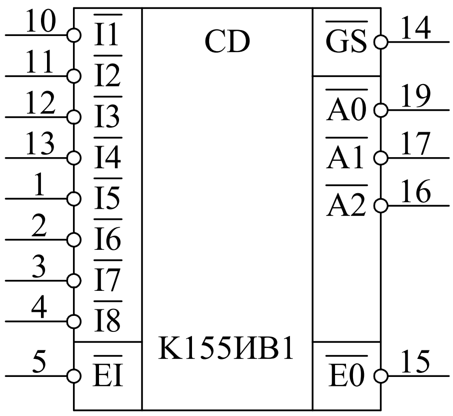


Рис. 3.4. Условное обозначение микросхемы ИВ1

На трех выходах $\overline{A}0 \ldots \overline{A}2$ появляется двоичный код, пропорциональный номеру входа, оказавшегося активным. Состояния дешифратора приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Состояния шифратора ИВ1

Входы									Выходы				
$\overline{E}1$	$\overline{I}1$	$\overline{I}2$	$\overline{I}3$	$\overline{I}4$	$\overline{I}5$	$\overline{I}6$	$\overline{I}7$	$\overline{I}8$	$\overline{GS}$	$\overline{A}0$	$\overline{\mathrm{A}1}$	$\overline{A}2$	$\overline{E}0$
1	x	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	x	x	x	x	x	x	x	0	0	0	0	0	1
0	x	x	x	x	x	x	0	1	0	1	0	0	1
0	x	x	x	x	x	0	1	1	0	0	1	0	1
0	x	x	x	x	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	x	x	x	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
0	x	x	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
0	x	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1

Приоритет в том случае, если несколько входов получили активные уровни, будет иметь «старший» среди них по номеру. Высший приоритет у входа $\overline{I}8$.

Используя совместно выход $\overline{E}0$ и разрешающий вход $\overline{E}1$, можно строить многоразрядные приоритетные шифраторы.

3.2. Дешифратор двоичного кода в десятичный код

Простейший дешифратор, выполненный на элементах И–НЕ, НЕ (рис. 3.5), называется линейным. Когда на входы подается комбинация 000, с выхода элемента *DD*1.4 должен быть снят сигнал 1, а с остальных выходов – сигналы 0. Для этого на элемент 3И–НЕ *DD*3.1 сигналы поступают не непосредственно со входов, а через инверторы *DD*1.1*...DD*1.3, в которых нули преобразуются в единицы.

Три сигнала “1” на входе *DD*3.1 дают на его выходе сигнал 0, который инвертируется элементом *DD*1.4, и в результате получаем сигнал на выходе

*DD*1.4, равный “1”. На выходах всех остальных элементов будут нули, так как на один из входов элементов *DD*3.2…*DD*5.2 подаются сигналы 0, минуя инверторы. Порядок формирования сигналов на выходе при других сигналах на входе приведен в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Состояние дешифратора кода 4–2–1 в десятичный код

Входы			**Выходы**							
2^0	2^1	2^2	***DD*1.4**	***DD*1.5**	***DD*1.6**	***DD*2.1**	***DD*2.2**	***DD*2.3**	***DD*2.4**	***DD*2.5**
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

В интегральном исполнении разработана большая гамма двоично–десятичных дешифраторов, допускающих параллельное соединение. Рассмотрим параллельную работу двоично–десятичных дешифраторов на базе микросхемы *ИД*7.

Логическая структура, цоколевка и условное обозначение дешифратора представлены на рис. 3.6.

Дешифрация происходит тогда, когда на входах $\overline{E}1$ и $\overline{E}2$ действует напряжение низкого уровня, а на входе $E3$ – высокого. При других сочетаниях уровней на входах разрешения E_i на всех выходах будет напряжение высокого уровня.

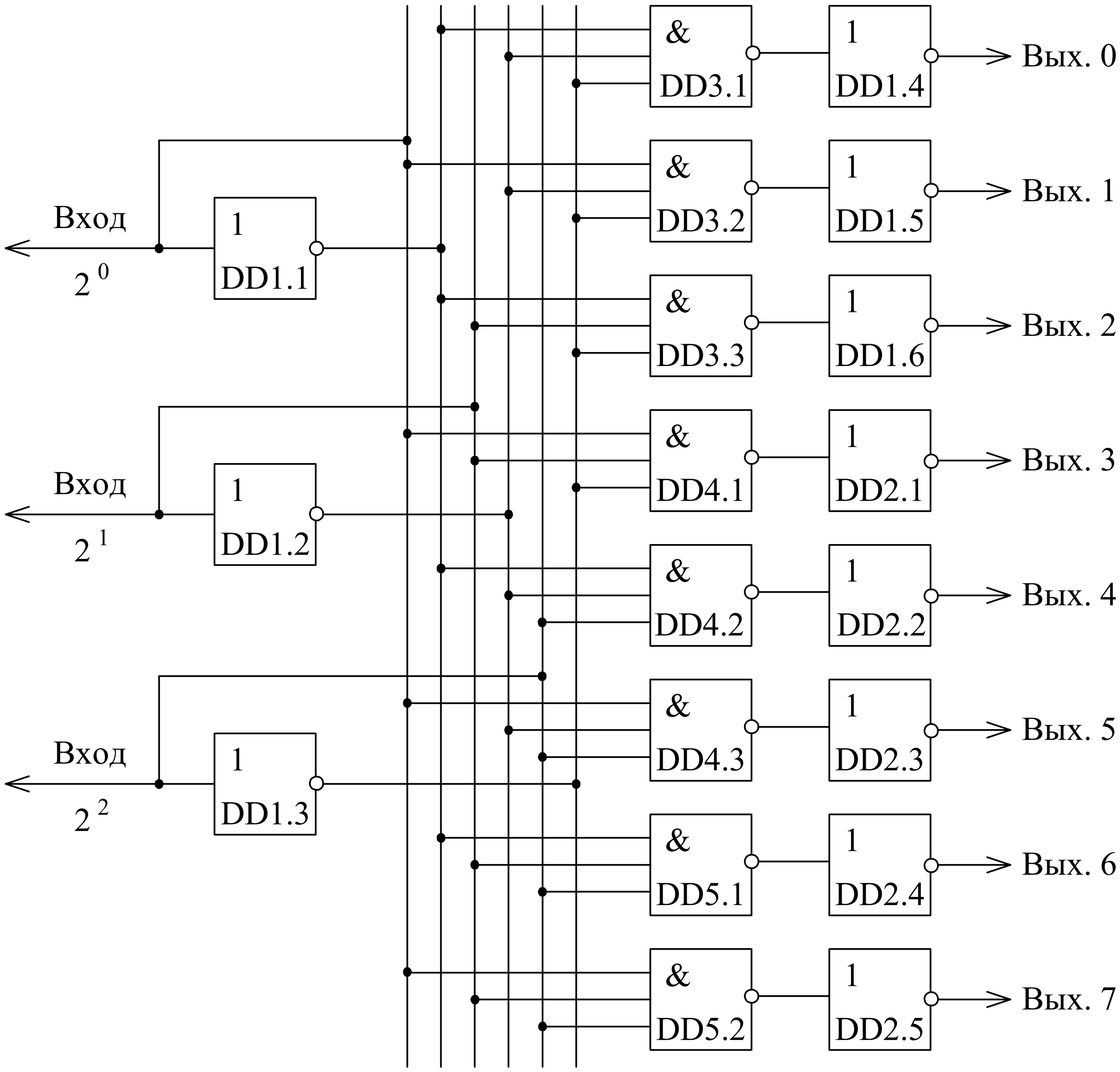


Рис. 3.5. Функциональная схема дешифратора двоичного кода в десятичный код

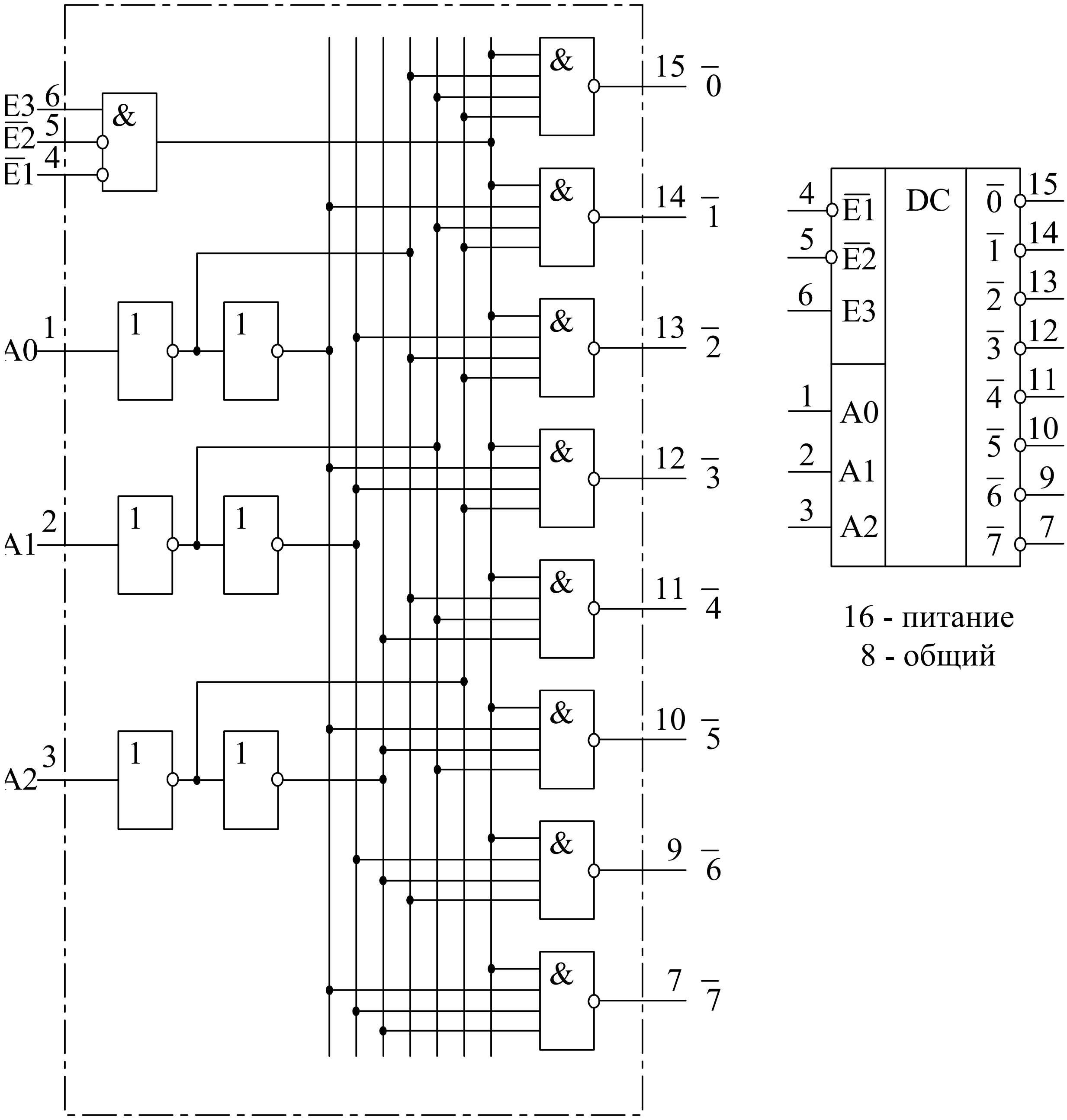


Рис. 3.6. Структура, условное обозначение и цоколевка микросхемы ИД7

Состояния *ИД7* приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Состояния дешифратора ИД7

Входы						Выходы							
$\overline{E1}$	$\overline{E2}$	E3	A0	A1	A2	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
1	x	x	x	x	x	1	1	1	1	1	1	1	1
x	1	x	x	x	x	1	1	1	1	1	1	1	1
x	x	0	x	x	x	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	**0**	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	**0**	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1	**0**	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1	1	**0**	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	**0**	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	**0**	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	**0**	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**0**

Наличие трехвходового логического элемента разрешения позволяет соединить параллельно несколько дешифраторов с целью увеличения количества выходов.

На рис. 3.7 показан дешифратор на 32 выхода. Для его реализации потребовалось 4 дешифратора *ИД7* и дополнительный инвертор *DD5*.

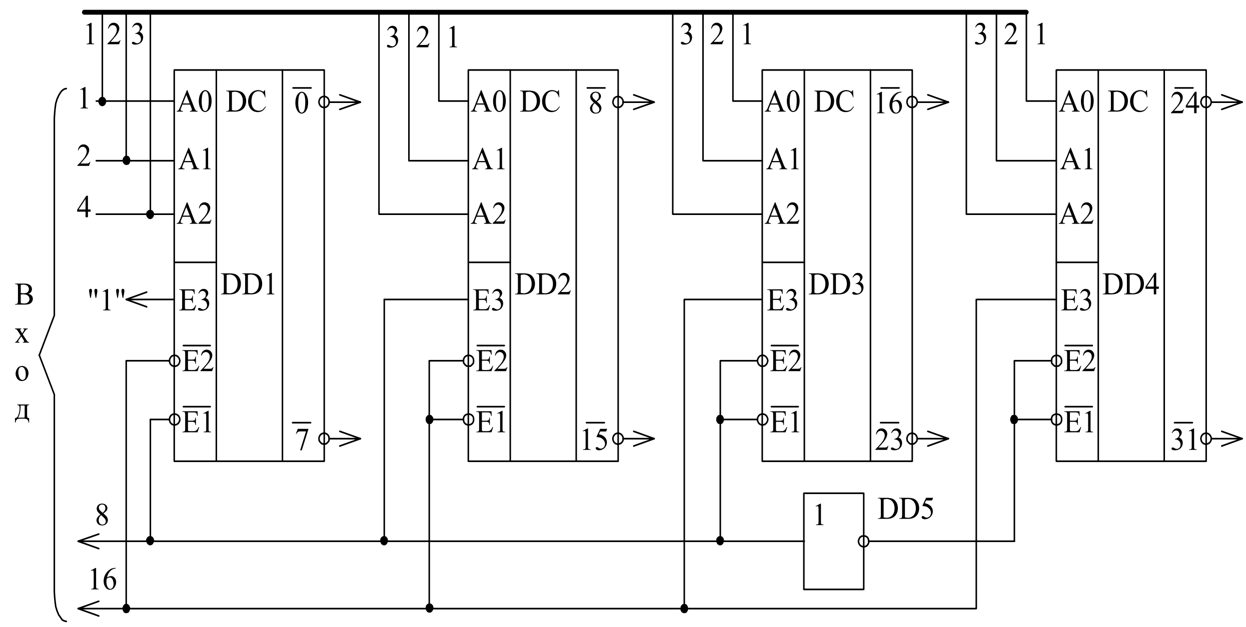


Рис. 3.7. Параллельное соединение ИД7

На входы $A_0A_1A_2$ дешифраторов *DD1…DD4* параллельно подаются три младших разряда преобразуемого кода, а два старших разряда 2^3 и 2^4 определяют очередность работы каждого дешифратора, т.е. являются второй ступенью дешифрации. Состояния на выходе элементов разрешения приведены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Состояния элементов разрешения дешифраторов

Вход		Дешифратор							
		*DD*1				*DD*2			
		Входы			Выход	Входы			Выход
23 = 8	24 = 16	$\overline{E1}$	$\overline{E2}$	E3		$\overline{E1}$	$\overline{E2}$	E3	
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1	0

Вход		Дешифратор							
		*DD*3				*DD*4			
		Входы			Выход	Входы			Выход
23 = 8	24 = 16	$\overline{E1}$	$\overline{E2}$	E3		$\overline{E1}$	$\overline{E2}$	E3	
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	0	1	1

3.3. Дешифратор двоично–десятичного кода в десятичный

Так как в двоично–десятичном коде, например, число 97 записывается как 1001 0111, то для его расшифровки требуется два дешифратора: первый для преобразования десятков, второй – единиц. Для дешифрации трехзначного числа нужны три дешифратора и т.д. При этом каждый дешифратор должен преобразовывать кодовые комбинации от 0000 до 1001 в числа 0…9 соответственно (рис. 3.8). Принцип работы поясним на примере дешифратора *ИД*6, который преобразует двоичный код, поступающий на входы *А*0...*А*3, в сигнал низкого уровня, появляющийся на десятичном выходе $\overline{0}\ldots\overline{9}$.

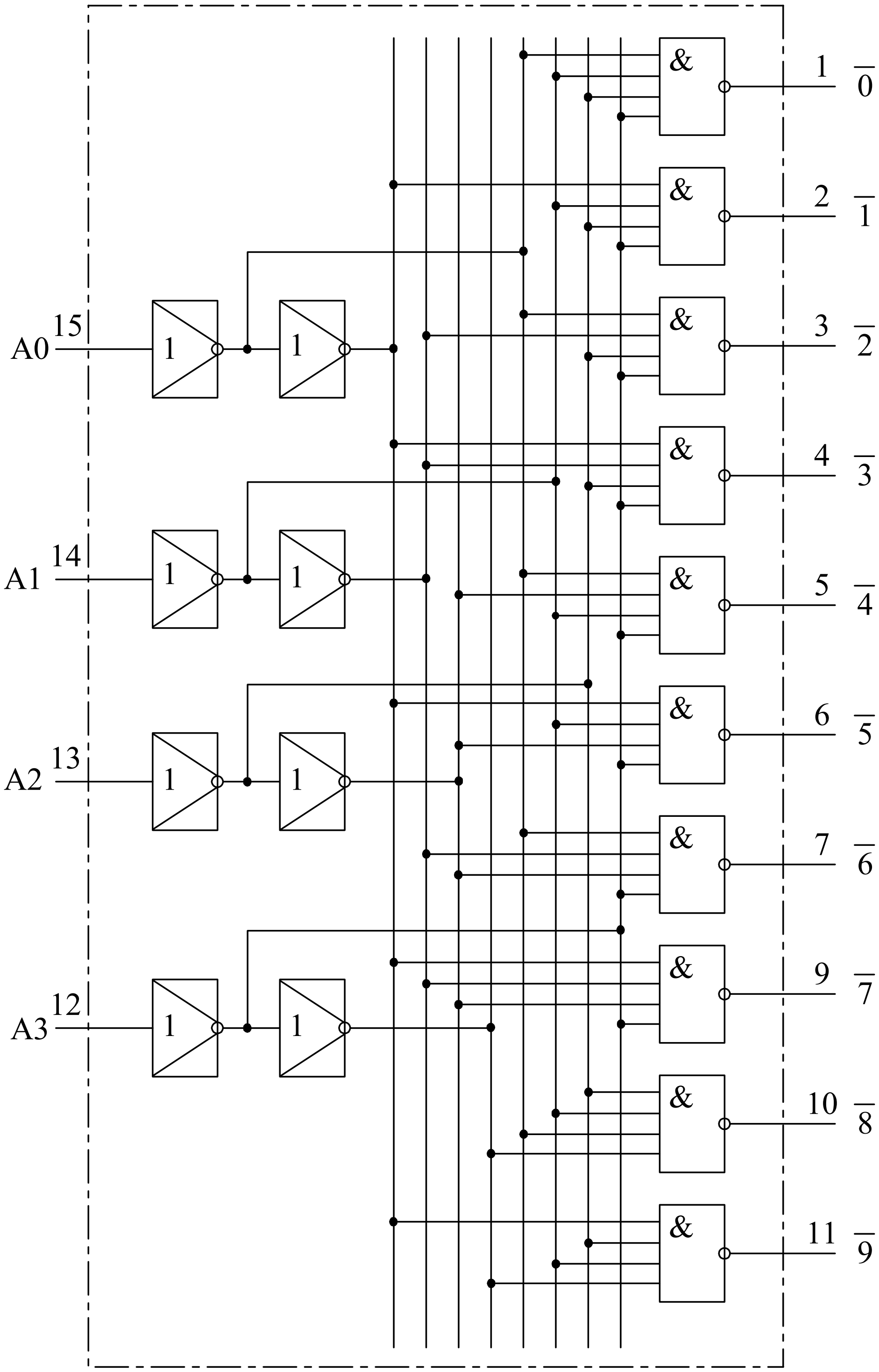


Рис. 3.8. Структура и цоколевка ИД6

Состояния дешифратора приведены в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Состояния дешифратора ИД6

Входы				Выходы									
*A*3	*A*2	*A*1	*A*0	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
0	0	0	0	**0**	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	**0**	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	**0**	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	**0**	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	**0**	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1	**0**	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	**0**	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**0**	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	**0**	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**0**
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Если десятичный эквивалент входного кода превышает 9, то на всех выходах $\overline{0}...\overline{9}$ появляется напряжение высокого уровня.

3.4. Преобразователи двоичного кода в двоично–десятичный код и обратно

Наибольшее применение нашли два типа преобразователей – на базе пересчетных схем и на базе интегральных микросхем *ПР*6 и *ПР*7 .

На рис. 3.9 приведена функциональная электрическая схема восьмиразрядного преобразователя двоичного кода в двоично–десятичный первого типа.

По сигналу с устройства управления (УУ) преобразуемый восьмиразрядный двоичный код записывается в двоичный вычитающий счетчик *DD*1, и этим же сигналом, задержанным на время окончания переходных процессов во входных цепях, устанавливается в 1 триггер *DD*2. Единичный сигнал с прямого выхода триггера *DD*2 открывает схему И *DD*4, и импульс от генератора *DD*6 поступает на суммирующий вход двоично–десятичного счетчика *DD*7 и на вычитающий вход двоичного счетчика *DD*1. В момент времени, когда в двоичном счетчике *DD*1 будет нулевая комбинация, сигналом с выхода ≤ 0 счетчика *DD*1 триггер *DD*2 устанавливается в исходное положение. Закрывается схема И

*DD*4, и прекращается поступление импульсов в двоично–десятичный счетчик *DD*7. Таким образом, в счетчике *DD*7 будет зафиксирован в двоично–десятичном коде эквивалент двоичного кода, поступившего на вход счетчика *DD*1.

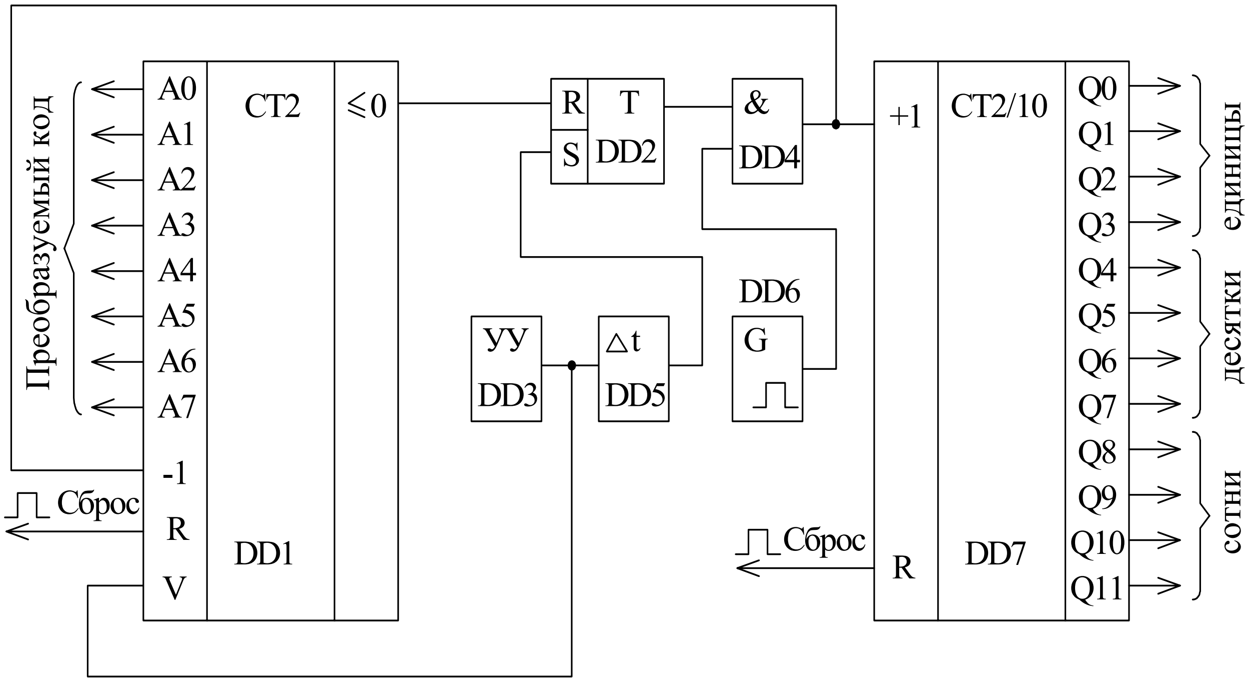


Рис. 3.9. Функциональная электрическая схема преобразования двоичного кода в двоично-десятичный

Данная схема является одной из самых распространенных схем, позволяющих сравнительно просто производить преобразование любых *n*–разрядных двоичных последовательностей. В качестве двоичного счетчика *DD*1 можно применить микросхемы *ИЕ*6, а в качестве двоично–десятичного счетчика *DD*7 микросхемы *ИЕ*7.

Для преобразования двоично–десятичного кода в двоичный код можно воспользоваться преобразователем, схема которого приведена на рис. 3.9, но поменять местами счетчики *DD*1 и *DD*7.

Преобразователи двоично–десятичного кода в двоичный и двоичного кода в двоично–десятичный код можно построить на микросхемах *ПР*6 (рис. 3.10) и *ПР*7 (рис. 3.11) соответственно. Основой таких преобразователей является запоминающая матрица емкостью 256 бит. Ячейки матрицы соединены в соответствии с программой преобразования. Матрицей управляет дешифратор с 5 входами и 32 выходами.

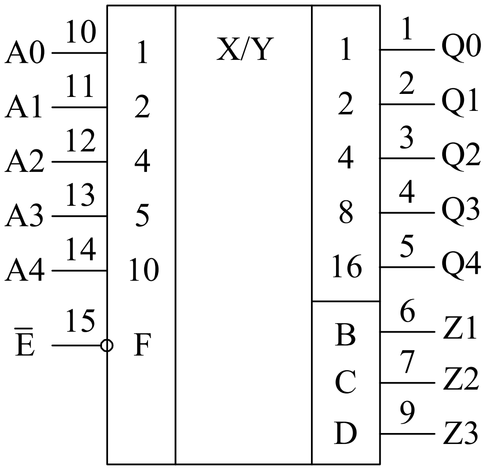


Рис. 3.10. Условное обозначение и цоколевка микросхемы ПР6

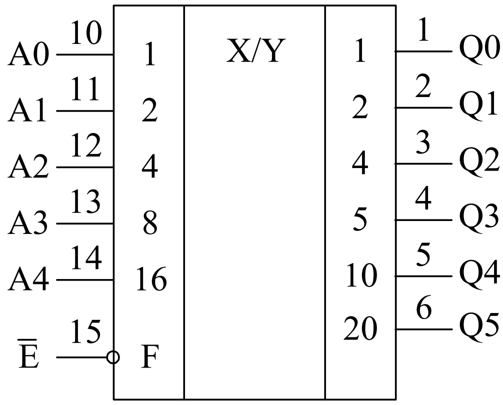


Рис. 3.11. Условное обозначение и цоколевка микросхемы ПР7

На входы *А*0...*А*4 *ПР*6 подается двоично–десятичный код с весом 1–2–4–5–10. Вход $\overline{E}$ разрешает преобразование, если на него подан низкий уровень напряжения. Когда на вход $\overline{E}$ подано напряжение высокого уровня, то преобразование запрещено, а на выходах Q_i появляется напряжение высокого уровня. Состояния микросхем *ПР*6 и *ПР*7 представлены в табл. 3.7 и 3.8 соответственно.

Таблица 3.7

Состояния логических уровней при преобразовании двоично–десятичных слов в двоичные в *ПР*6

№ слова	**Вход**						**Выход**				
	***A*4**	***A*3**	***A*2**	***A*1**	***A*0**	$\overline{E}$	**Q4**	**Q3**	**Q2**	**Q1**	**Q0**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
6	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
7	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
8	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
9	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
10	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
11	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1

Окончание табл. 3.7

№ слова	Вход						Выход				
	*A*4	*A*3	*A*2	*A*1	*A*0	$\overline{E}$	Q4	Q3	Q2	Q1	Q0
12	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
13	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1
14	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
15	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
16	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
17	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
18	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
19	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
Любое	x	x	x	x	x	1	1	1	1	1	1

Интегральная микросхема *ПР*6 имеет еще два применения при использовании выходов *Z*1, *Z*2, *Z*3: при *A*4 = 0 производится преобразование двоично–десятичного числа $X = (A3, A2, A1, A0)$ в дополнение *W* до числа 9 по правилу: $W = 9 - X = (Z3, Z2, A1, Z1)$ (рис. 3.12); при *A*4 = 1 – преобразование двоично–десятичного числа $X=(A3, A2, A1, A0)$ в дополнение *W*1 до числа 10 (рис. 3.13) по правилу:

$$W1 = (Z3, Z2, Z1, A0) = \begin{cases} 10 - X, \text{если } 1 \le X \le 9, \\ 0, \text{если } X = 0. \end{cases}$$

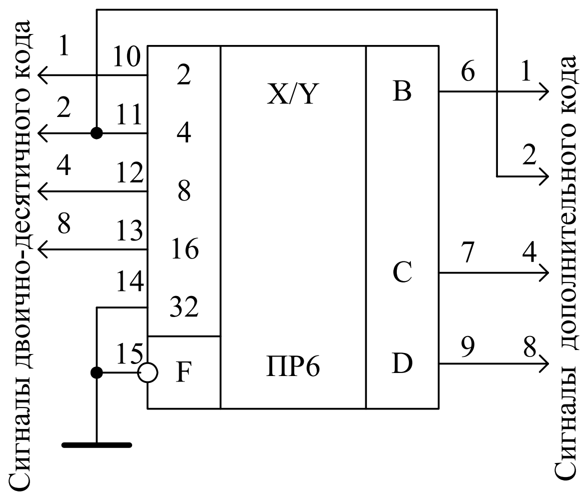


Рис. 3.12. Преобразование в дополнение до числа 9

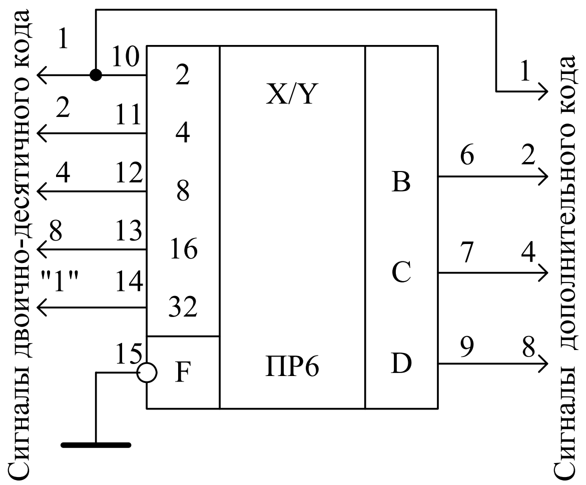


Рис. 3.13. Преобразование в дополнение до числа 10

Таблица 3.8

Состояния логических уровней при преобразовании двоичного кода в двоично–десятичный в *ПР*7

№ слова	**Вход**						**Выход**					
	A4	***A3***	***A2***	***A1***	***A0***	$\overline{E}$	**Q5**	**Q4**	**Q3**	**Q2**	**Q1**	**Q0**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
7	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
9	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
10	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
11	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
12	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
13	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
14	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
15	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
16	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
17	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
18	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
19	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
20	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
21	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
22	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
23	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1
24	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
25	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
26	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
27	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
28	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1
29	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
30	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
31	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
Любое	x	x	x	x	x	1	1	1	1	1	1	1

Как правило, разрядности одной микросхемы в большинстве случаев недостаточно, поэтому преобразователи соединяют каскадно. Соединение микросхем *К155 ПР6* для обработки сигналов двоично–десятичных чисел 0–99 показано на рис. 3.14.

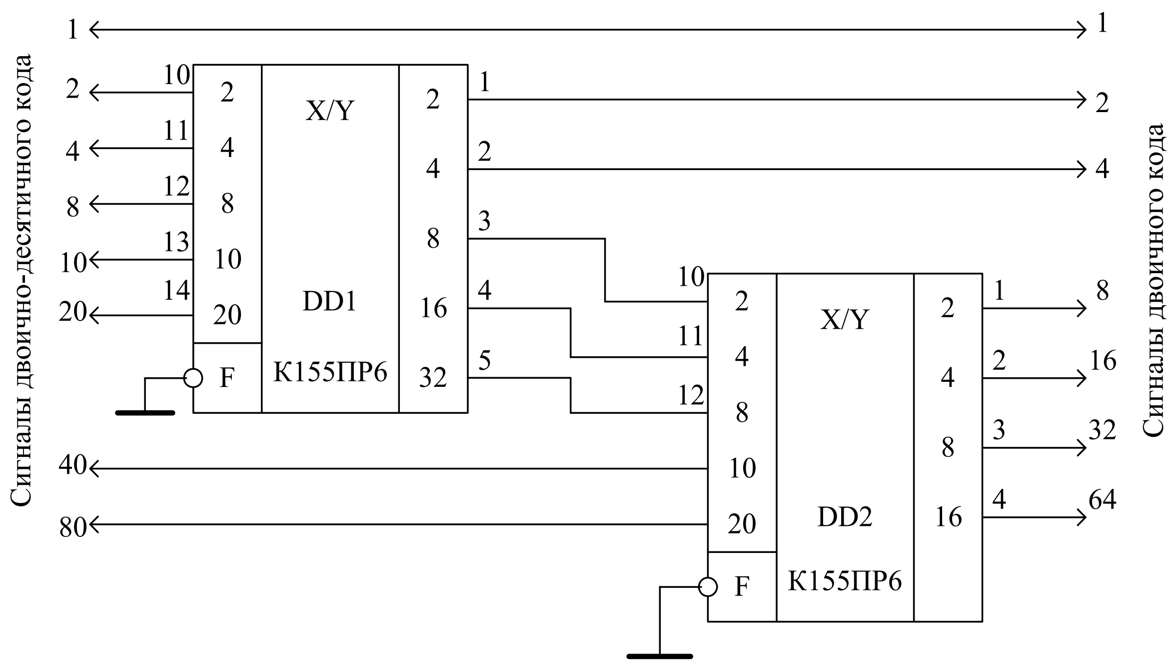


Рис. 3.14. Преобразование двоично-десятичных чисел 0 - 99 в двоичный код

На рис. 3.15 приведена схема преобразователя на микросхемах К155ПР7 для двоичных чисел 0–255.

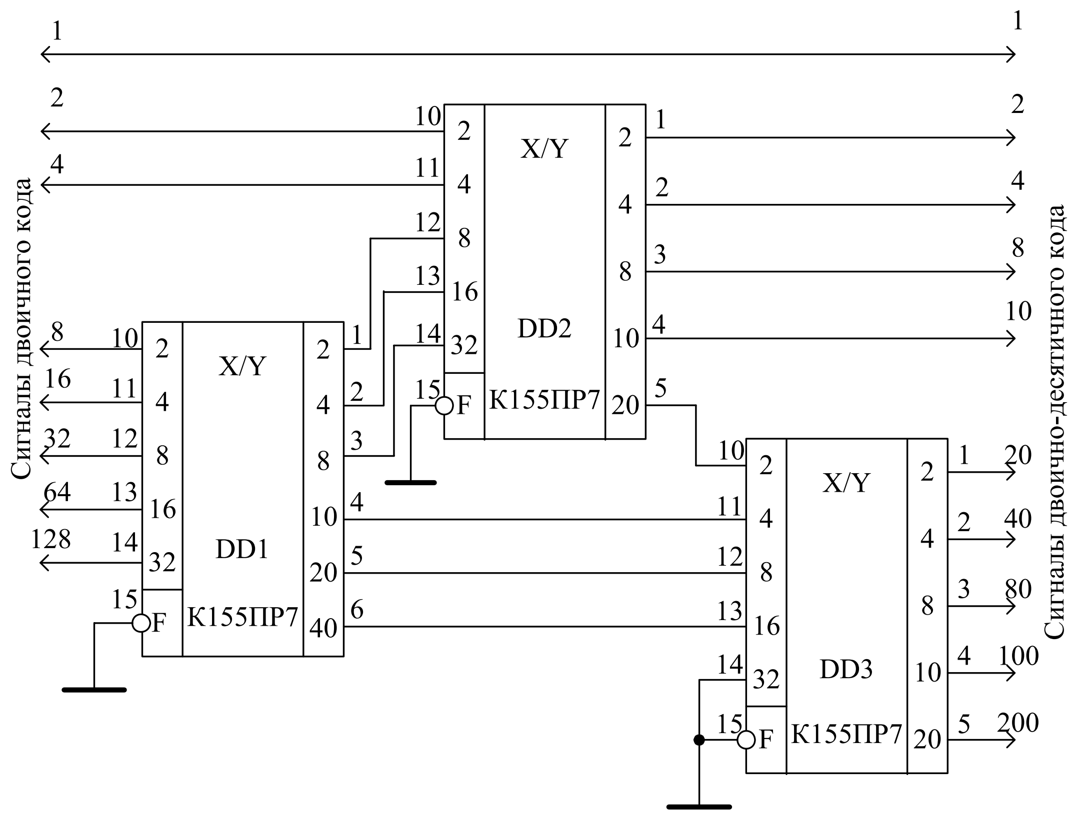


Рис. 3.15. Преобразование двоичных чисел 0 - 255 в двоично-десятичный код

3.5. Преобразователь двоичного кода 8–4–2–1 в самодополняющийся двоично–десятичный код 2–4–2–1

Представим числа в двоичном коде как $y_4 y_3 y_2 y_1$, а числа в самодополняющем коде как $x_4 x_3 x_2 x_1$. Тогда разряды x_i через y_i будут определяться из выражений:

$$
\begin{aligned}
&x_1 = y_1;\\
&x_2 = \bar{y}_4\bar{y}_3 y_2 + y_4\bar{y}_3\bar{y}_2 + \bar{y}_4 y_3\bar{y}_2 y_1;\\
&x_3 = \bar{y}_4 y_3 y_2 + \bar{y}_4 y_3\bar{y}_1 + y_4\bar{y}_3\bar{y}_2;\\
&x_4 = \bar{y}_4 y_3 y_2 + \bar{y}_4 y_3 y_1 + y_4\bar{y}_3\bar{y}_2.
\end{aligned}
\qquad (3.1)
$$

Функциональная электрическая схема преобразователя кода 8–4–2–1 в код 2–4–2–1, построенного по выражению (3.1), приведена на рис. 3.16.

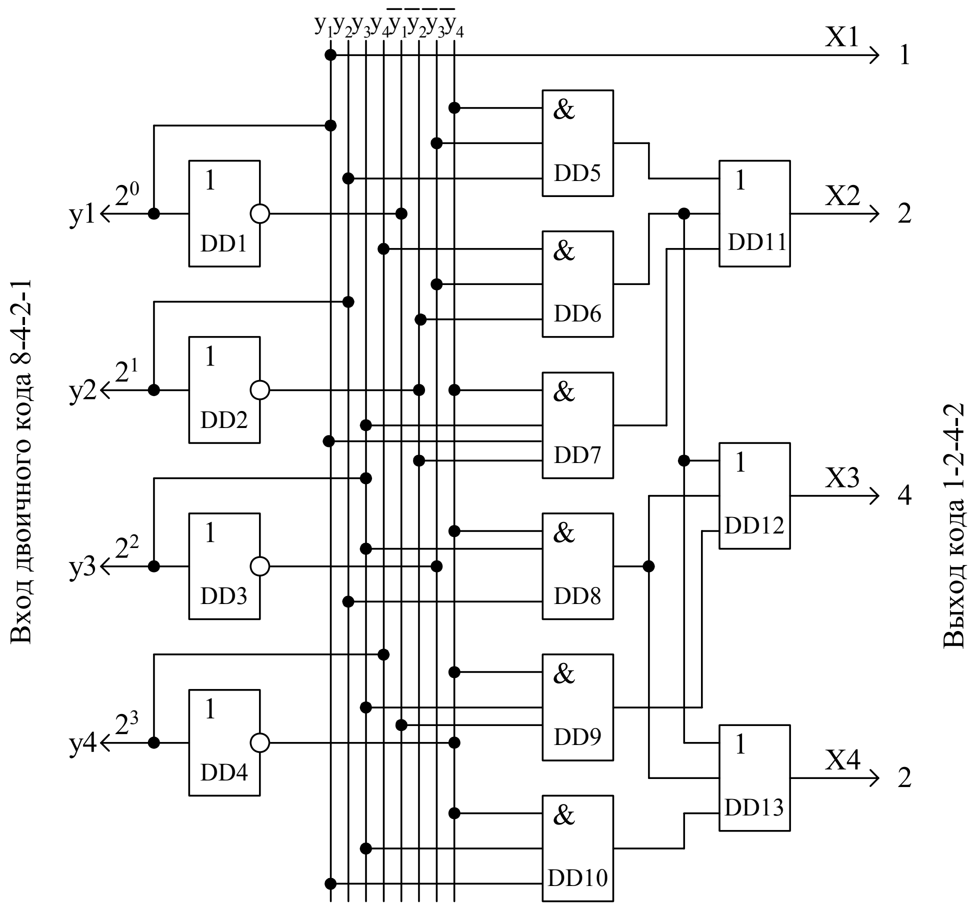


Рис. 3.16. Преобразователь кода 8-4-2-1 в код 2-4-2-1

Табл. 3.9, поясняющая работу схемы, составлена таким образом. В верхних четырех строках записан преобразуемый двоичный код, а в самой нижней – десятичные числа. Во второй – пятой строках снизу зафиксированы комбинации кода 2–4–2–1, которые образуются на выходах схем *DD*11…*DD*13 и *X*1. В остальных строках таблицы записаны единицы или нули, которые образуются на выходах промежуточных элементов.

Таблица 3.9

Преобразование кода 8–4–2–1 в код 2–4–2–1

С О С Т О Я Н И Я	**Входов**	$\boldsymbol{y_1(2^0)}$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		$\boldsymbol{y_2(2^1)}$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
		$\boldsymbol{y_3(2^2)}$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
		$\boldsymbol{y_4(2^3)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	Промежуточных элементов	***DD*1**	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
		***DD*2**	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
		***DD*3**	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
		***DD*4**	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
		***DD*5**	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
		***DD*6**	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
		***DD*7**	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
		***DD*8**	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
		***DD*9**	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
		***DD*10**	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
	Выходов	$\boldsymbol{x_1(1)}$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		$\boldsymbol{x_2(2)}$	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
		$\boldsymbol{x_3(4)}$	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
		$\boldsymbol{x_4(2)}$	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
Десятичное число			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3.6. Преобразователь самодополняющего двоично–десятичного кода 2–4–2–1 в двоичный код 8–4–2–1

На основании анализа столбцов 2 и 3 табл. 1.3 и введенных обозначений разрядов в подразделе 3.5, разряды кода 2–4–2–1 связаны с разрядами кода 8–4–2–1 следующими выражениями:

$$y_1 = x_1;$$
$$y_2 = \bar{x}_4\bar{x}_3x_2 + x_4x_3\bar{x}_2$$
$$y_3 = x_4\bar{x}_3x_2x_1 + x_4x_3\bar{x}_2 + x_3\bar{x}_2\bar{x}_1;$$
$$y_4 = x_4x_3x_2. \qquad (3.2)$$

Функциональная электрическая схема преобразователя, построенная на основании выражений (3.2), приведена на рис. 3.17, а принцип работы поясняется табл. 3.10.

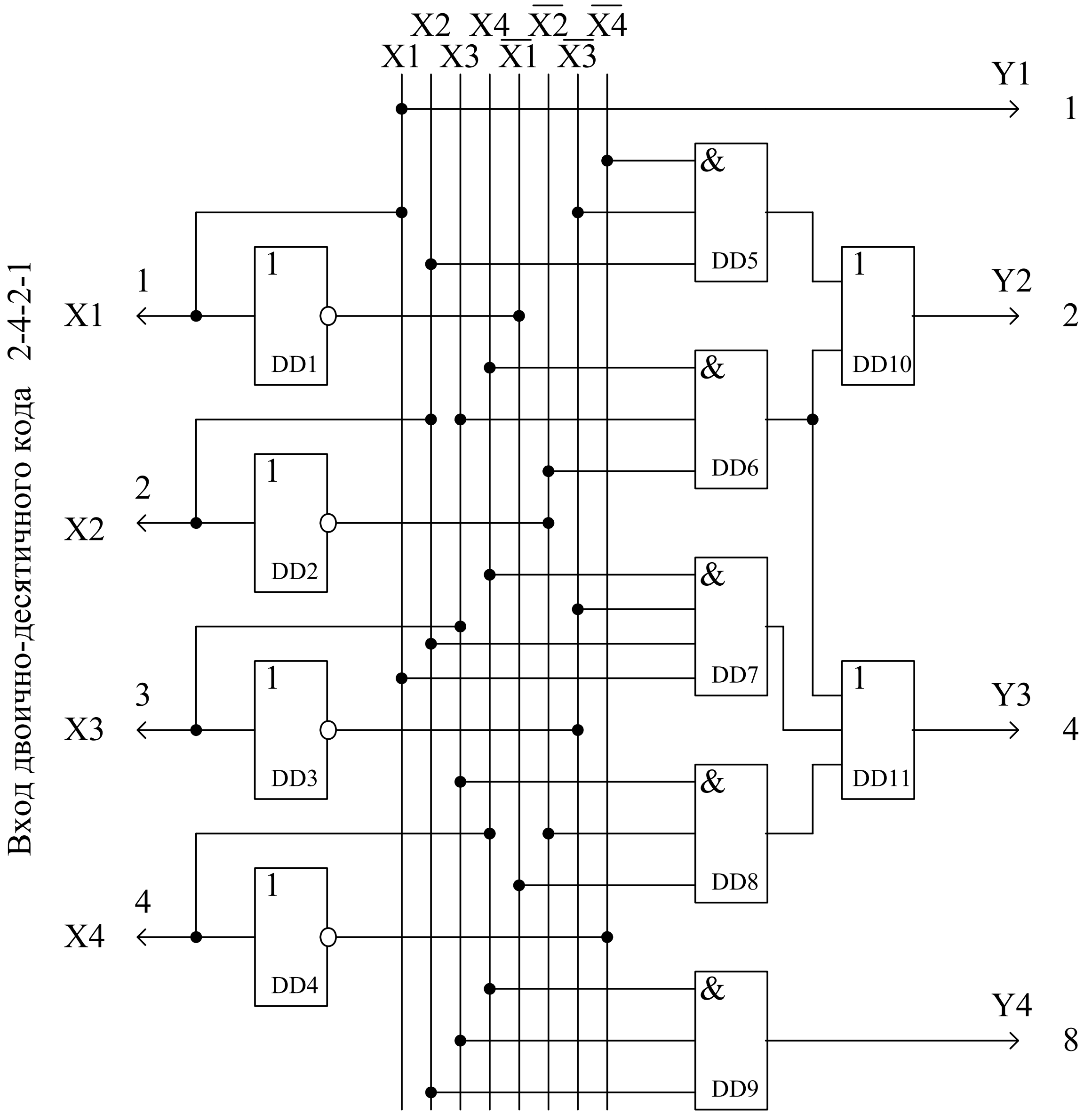


Рис. 3.17. Схема преобразователя кода 2-4-2-1 в код 8-4-2-1

Таблица 3.10

С О С Т О Я Н И Я	**Входов**	***x*₁(1)**	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		x_2(2)	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
		x_3(4)	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
		x_4(2)	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
	Промежуточных элементов	***DD*1**	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
		***DD*2**	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
		***DD*3**	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
		***DD*4**	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
		***DD*5**	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
		***DD*6**	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
		***DD*7**	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
		***DD*8**	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
		***DD*9**	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	Выходов	**y_1(1)**	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		y_2(2)	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
		y_3(4)	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
		y_4(8)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Десятичное число			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3.7. Преобразователь кода Грея в двоичный код и обратно

Как указано в подразд. 1.3.5, значение каждого последующего разряда двоичного числа находится путем сложения по модулю 2 этого же разряда в коде Грея с предыдущим (1.8), т.е.

$$a_i = \sum_{\mathrm{i=n}}^{\mathrm{i}} b_i (\mathrm{mod}\, 2)\,,$$

а для определения *i*–го разряда в коде Грея необходимо сложить по модулю 2 значение преобразуемого разряда двоичного кода со значением предыдущего разряда этого же кода (1.9), т.е.

$$b_i = a_{\mathrm{i}+1} \oplus a_{\mathrm{i}}\,.$$

Оба эти выражения определяют алгоритмы преобразования кода Грея в двоичный код и обратно.

На рис. 3.18 показана функциональная схема преобразователя четырех разрядного кода Грея в четырех разрядный двоичный код, а на рис. 3.19 схема обратного преобразования. Соответствие кода Грея двоичному и наоборот показано в табл. 3.11.

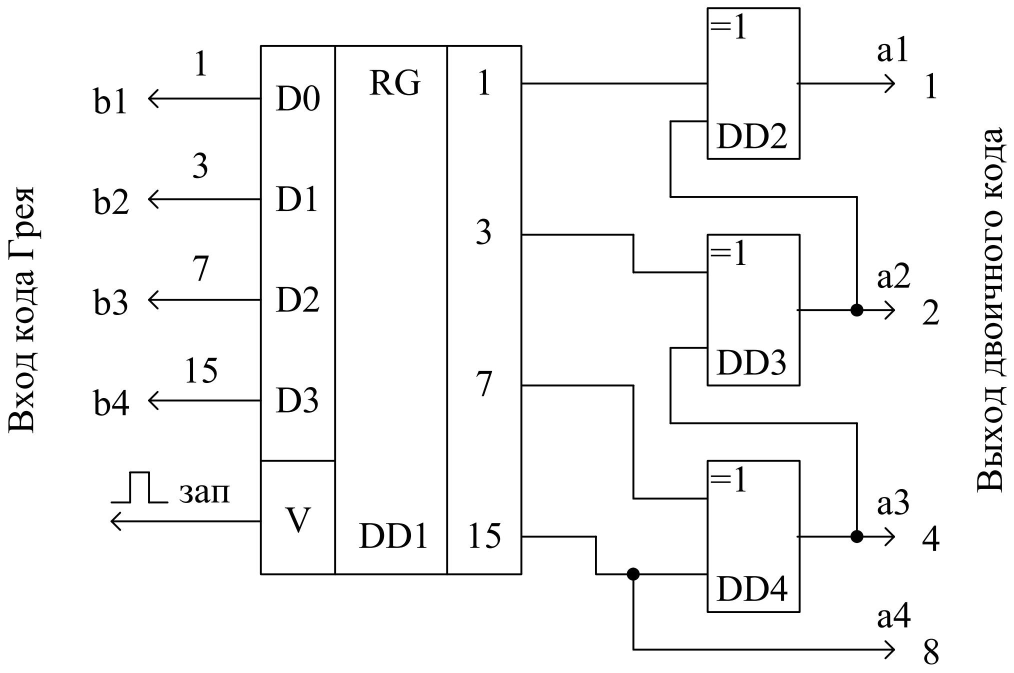


Рис. 3.18. Преобразователь кода Грея в двоичный

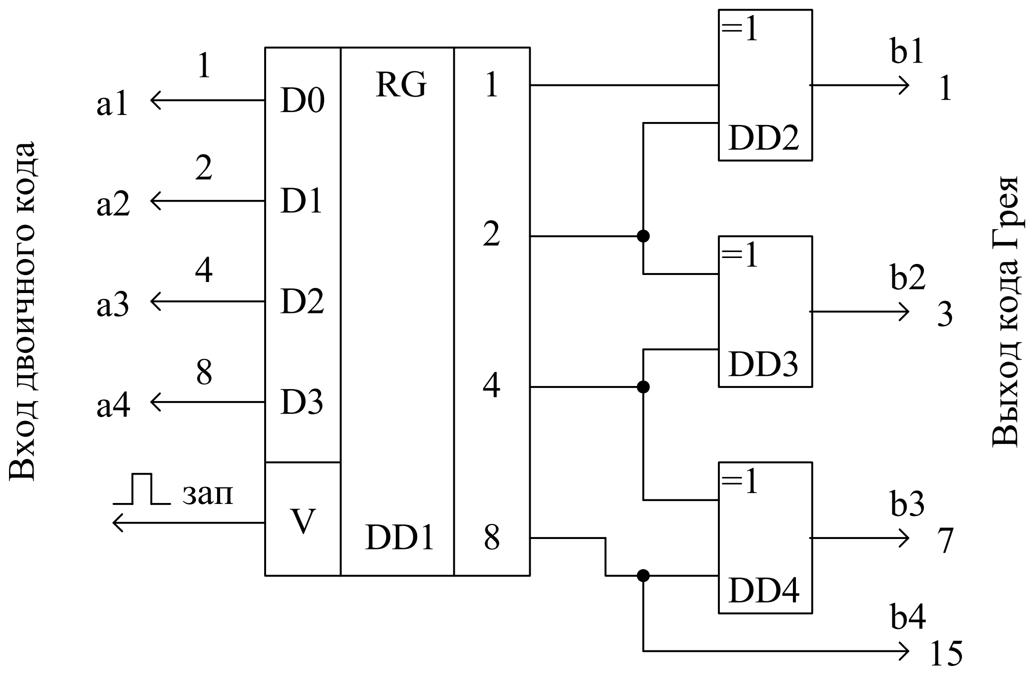


Рис. 3.19. Преобразователь двоичного кода в код Грея

Таблица 3.11

Соответствие четырехразрядного кода Грея двоичному коду 8–4–2–1

	a_1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	Двоичный код
	a_2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	
	a_3	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	
	a_4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	
Вход	b_1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	Код Грея
	b_2	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	
Выход	b_3	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
	b_4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	
Десятичный код		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	

Преобразование последовательного кода Грея в двоичный можно осуществить с помощью преобразователя, схема которого приведена на рис. 3.20. Кодовые комбинации на вход триггера *DD1* поступают начиная со старшего разряда. Триггер осуществляет операцию суммирования по модулю 2. Принцип работы наглядно поясняется временными диаграммами, приведенными на рис. 3.21.

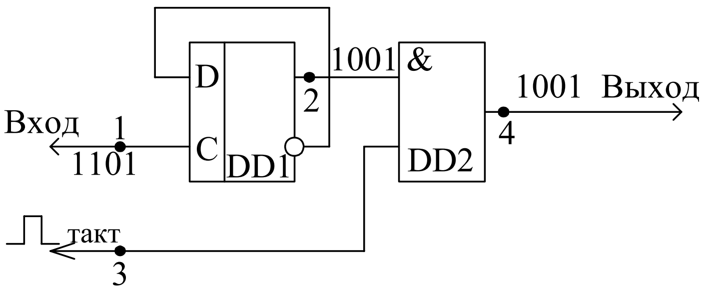


Рис. 3.20. Преобразователь последовательного кода Грея в двоичный

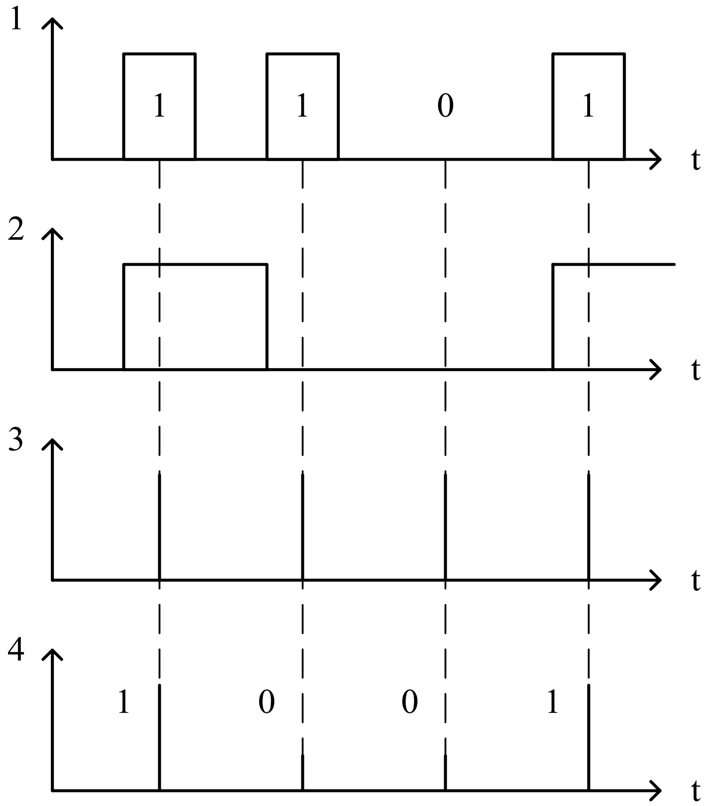


Рис. 3.21. Временные диаграммы работы преобразователя кода Грея в двоичный

3.8. Технические средства кодирования и декодирования эффективных кодов

Из материала подразд. 1.4.3 следует, что в общем случае кодер источника должен содержать следующие блоки:

1) устройство декорреляции, ставящее в соответствие исходной последовательности знаков другую последовательность знаков;

2) буферное устройство, выравнивающее плотность символов перед их поступлением в линию связи.

Декодер источника соответственно должен содержать:

1) устройство преобразования последовательности кодовых комбинаций в последовательность знаков;

2) буферное устройство, выравнивающее интервалы между знаками;

3) устройство рекорреляции, осуществляющее операцию, обратную декорреляции.

Рассмотрим кодер и декодер применительно к коду Хаффмана, приведенному в табл. 1.6.

Схема кодера источника приведена на рис. 3.22. В ней можно выделить основной шифратор на элементах *DD*10...*DD*13 с регистром *DD*16, и вспомогательную схему управления считыванием информации, содержащую шифратор на элементах *DD*14, *DD*15 с регистром *DD*17. Основной шифратор обеспечивает запись в регистр *DD*16 кодовой комбинации, соответствующей сообщению x_i (см. табл. 1.6). Вспомогательный шифратор обеспечивает запись единицы в такую ячейку регистра *DD*17, чтобы длина кодовой комбинации в линии связи соответствовала сообщению x_i. Пусть необходимо закодировать сообщение *X*8. При подаче с устройства управления (УУ) логической единицы открывается схема И *DD*8, остальные схемы И будут закрыты, так как на других выходах источника информации сообщения будут отсутствовать. В результате на выходах микросхем *DD*10, *DD*11 и *DD*12 появятся единицы, которые поступят на входы *D*1, *D*2 и *D*3 регистра *DD*16, а на входы *D*4 и *D*0 соответственно с *DD*13 и шины 8 поступят 0 и 1. Сигналом 1 с выхода УУ кодовое сообщение на входах *D*0…*D*4 будет записано в регистр *DD*16. Таким образом, в регистр будет записана кодовая комбинация 01111, что соответствует кодовой комбинации сообщения *X*8 табл. 1.6. Кроме того, в ячейку *D*0, пятую с конца регистра *DD*17 с выхода схемы ИЛИ *DD*14, будет записана 1, что соответствует длине ($\mu_i = 5$) кодовой комбинации, записанной в *DD*16. После этого тактовыми импульсами с генератора *DD*19 кодовая комбинация считывается с *DD*16 на выход, и одновременно 1, записанная в ячейки *D*0 импульсами с элемента задержки DD20, продвигается по регистру *DD*17. На пятом такте она появляется на выходе, открывает УУ, которое подает управляющий сигнал на входы схем И *DD*1...*DD*9 ,что свидетельствует о том, что преобразование сообщения *X*8 закончено и соответствующая ему кодовая комбинация передана в линию связи, и схема готова к кодированию следующего сообщения.

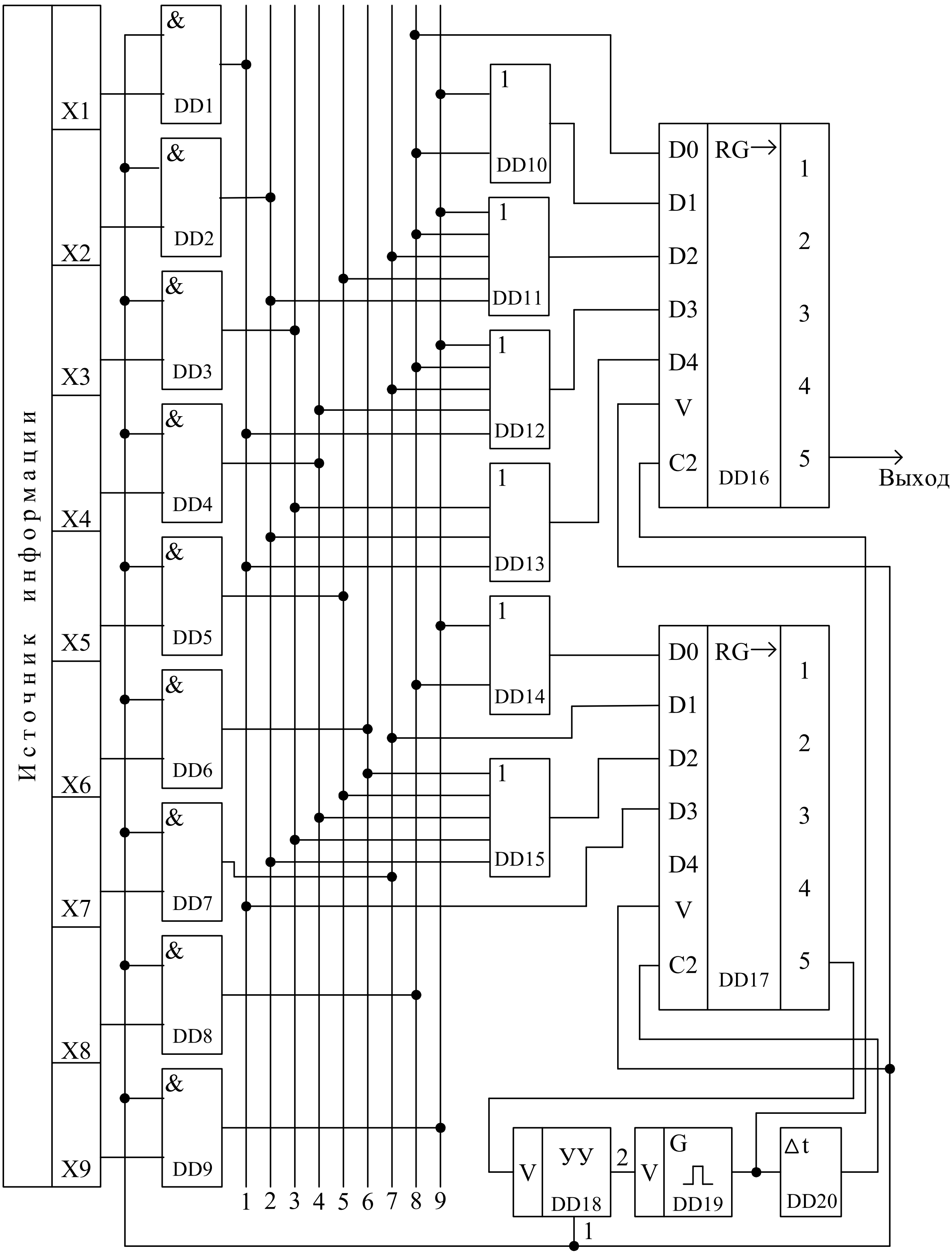


Рис. 3.22. Кодирующее устройство эффективных кодов

На рис. 3.23 приведена схема декодирующего устройства. Символы декодируемой кодовой комбинации, поступающие на вход *D* регистра *DD*1, продвигаются по нему импульсами тактового генератора *DD*2. Так как некоторые из поступающих кодовых комбинаций начинаются с одного или нескольких нулей, то непосредственно по содержанию регистра невозможно определить начало этих комбинаций, а следовательно, и правильно их декодировать. Для однозначного определения начала каждой кодовой комбинации число ячеек регистра берут на единицу больше числа символов в самой длинной комбинации используемого эффективного кода. В дополнительной первой ячейке регистра *DD*1 перед поступлением в него очередной декодируемой комбинации всегда записывают единицу (вход *S*1). Продвигаясь по регистру, она сигнализирует о начале кодовой комбинации, а следовательно, и о ее длине. Дешифратор на элементах И *DD*4…*DD*12 построен в соответствии с комбинациями используемого кода, в котором со стороны старшего разряда приписана лишняя единица. Например, для декодирования рассматриваемой комбинации 01111 на вход *DD*11 должна будет поступить кодовая комбинация 101111. При поступлении в регистр последнего символа декодируемой первой комбинации (напоминаем, что код Хаффмана является префиксным) появляется 1 на выходе одной из схем И *DD*4...*DD*12, что соответствует приему сообщения X_i. Через схему ИЛИ *DD*14 этот импульс дает на запись сообщения в соответствующую ячейку регистра *DD*13, и через элемент задержки *DD*3 все ячейки регистра *DD*1 устанавливаются в исходное положение (в первой ячейке 1, в остальных 0). Далее поступает следующая кодовая комбинация, и процесс декодирования повторяется

3.9. Схемы равнозначности кодов

Пусть заданы две совокупности переменных: $X = (x_n, \ldots, x_p, \ldots, x_1)$ и $Y = (y_n, \ldots, y_p, \ldots, y_1)$. Тогда комбинационная схема, реализующая функцию $F(X,Y) = (x_n, \ldots, x_1, y_n, \ldots, y_1)$, которая равна 1 только при $x_P = y_P$ для всех $p = 1, \ldots, n$, называется схемой равнозначности кодов. Разряды x_P и y_P равны только в том случае, если $x_p \oplus \bar{y}_p = 1$. Поэтому функция

$$F(X,Y) = \prod_{p=1}^{n} (x_p \oplus \bar{y}_p), \tag{3.3}$$

или

$$F(X,Y) = \overline{\bigcup_{p=1}^{n} (x_p \oplus y_p)}, \tag{3.4}$$

принимает значение, равное 1, только при попарном равенстве всех одноименных разрядов кодов.

На рис. 3.24 и 3.25 показаны две схемы, реализующие функцию $F(X,Y)$, которые построены для $n = 4$ на основании полученных выражений (3.3) и (3.4) соответственно.

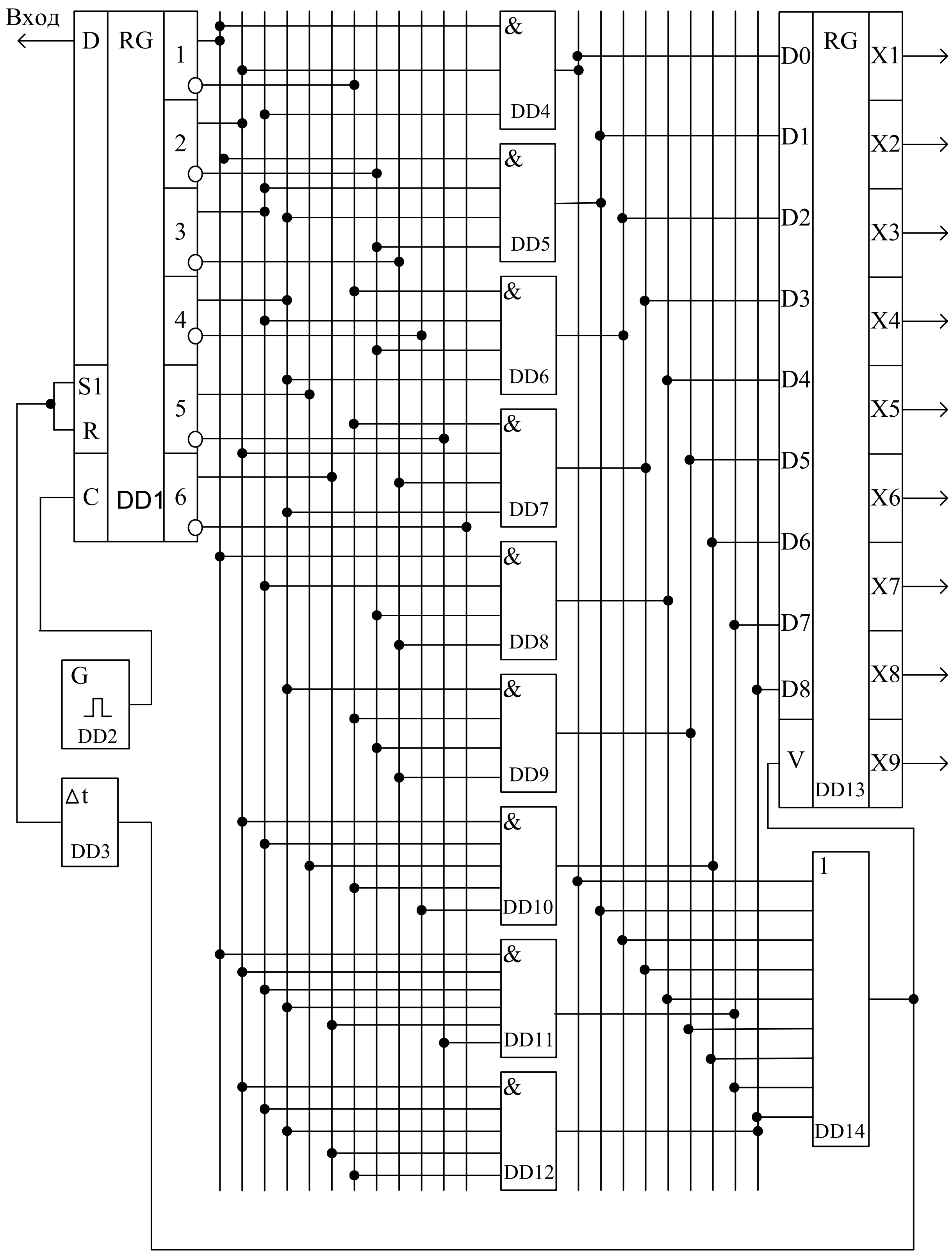


Рис. 3.23. Декодирующее устройство эффективных кодов

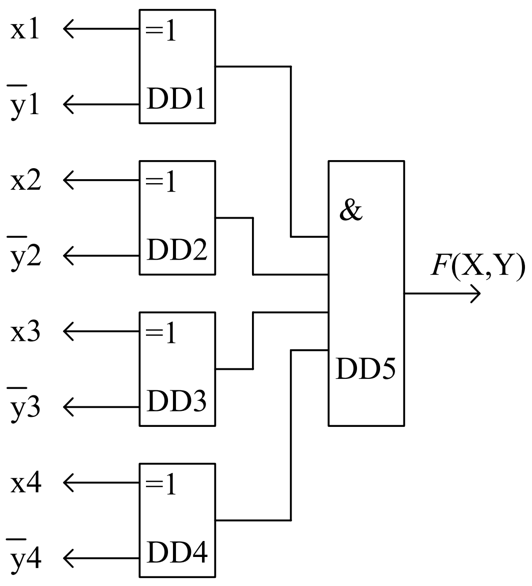


Рис. 3.24. Схема, реализующая функцию F(X,Y) по выражению (3.3)

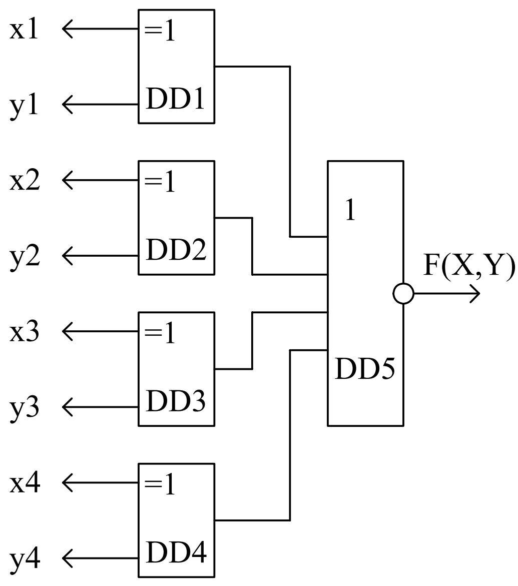


Рис. 3.25. Схема, реализующая функцию F(X,Y) по выражению (3.4)

Схема равнозначности упрощается при использовании сумматоров по модулю 2 с открытым коллектором (рис. 3.26). В качестве сумматоров по модулю 2 используется “исключающее ИЛИ” на два входа.

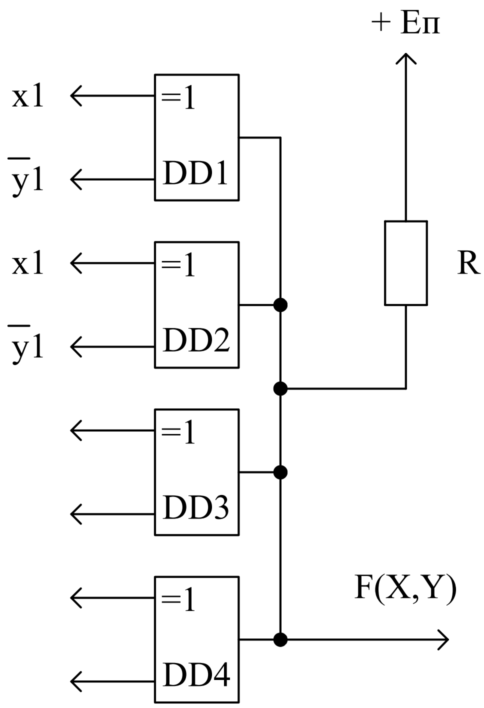


Рис. 3.26. Схема равнозначности на сумматорах по модулю 2 с открытым коллектором

3.10. Преобразователь параллельного кода в последовательный и обратно

Универсальным преобразователем является регистр сдвига. Принцип работы рассмотрим на базе четырехразрядного регистра сдвига К155ИР1 (рис. 3.27). Каждый разряд образован синхронным *RS*–триггером, включенным по схеме *D*–триггера с прямым динамическим входом синхронизации. Он имеет четыре параллельных входа данных $D0...D3$ (выводы 2..5) и один последовательный вход данных $S1$ (вывод 1), а также четыре выхода Q0…Q3 (выводы 13…10) от каждого из триггеров. Регистр имеет два тактовых входа $\overline{C1}$ и $\overline{C2}$, управляемых отрицательным перепадом (спадом) тактового импульса, и вход разрешения параллельной загрузки $\overline{PE}$, который служит для выбора режима работы регистра.

Если на вход $\overline{PE}$ подано напряжение высокого уровня, то разрешается работа тактовому входу $\overline{C2}$. В момент прихода на вход отрицательного перепада импульса в регистр загружаются данные от параллельных входов $D0...D3$.

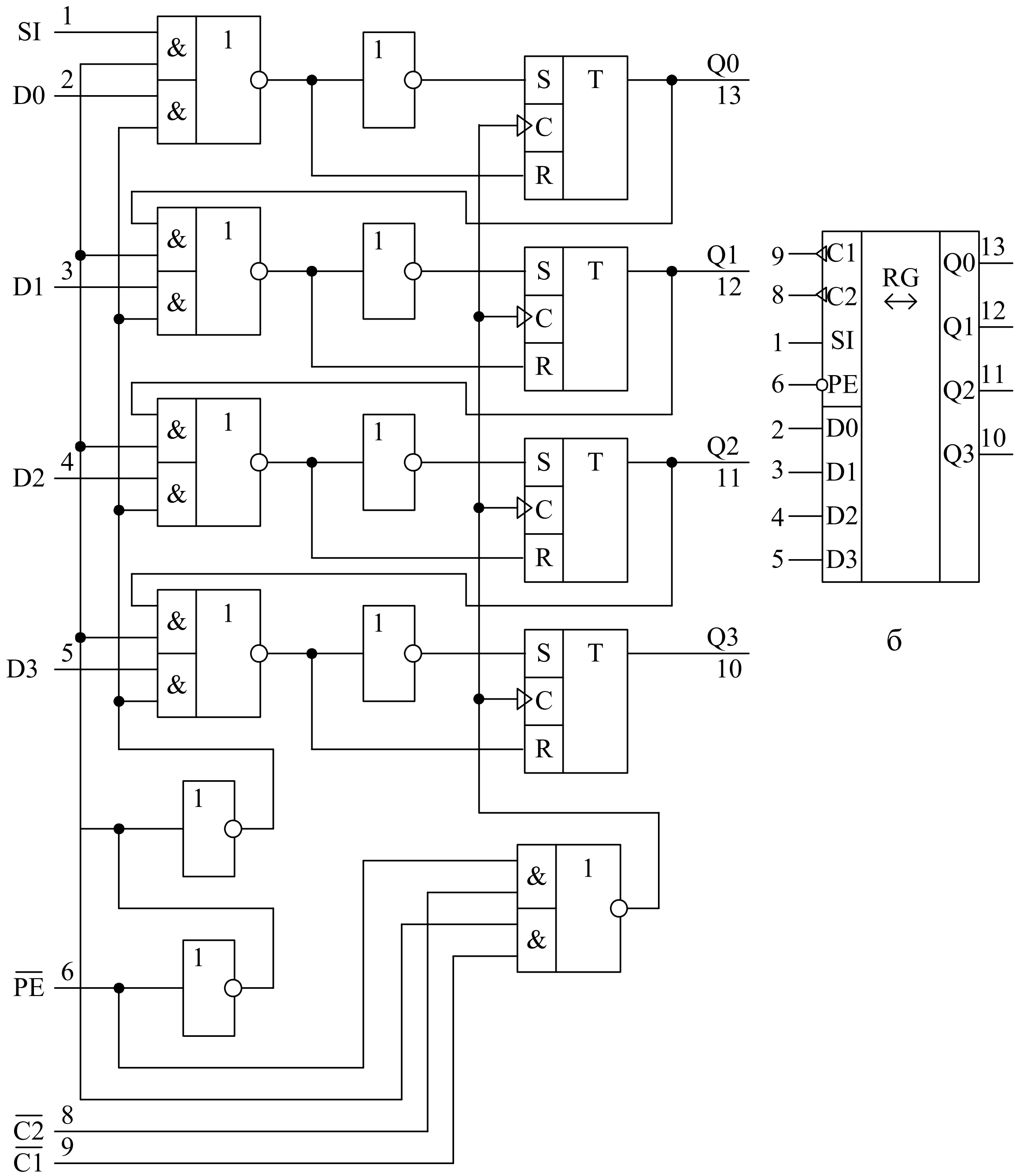
Если на вход $\overline{PE}$ подать напряжение низкого уровня, то разрешается работа тактовому входу $\overline{C1}$. С приходом отрицательного перепада тактового импульса на вход $\overline{C1}$ данные последовательно сдвигаются от входа $S1$ на выход Q0, затем на Q1, Q2, Q3 (т.е. вправо). Сдвиг данных по регистру влево будет происходить в том случае, если соединить выход Q3 и вход $D2$, Q2 и $D1$, Q1 и $D0$.

Такой регистр можно использовать в качестве элемента буферной памяти арифметических устройств, элемента задержки, преобразователя последовательных кодов в параллельные , наоборот, делителя частоты, распределителя импульсов и других устройств.

Преобразователь параллельного кода в последовательный практически на любое число выходов можно реализовать на мультиплексорах. Рассмотрим восьмиканальный преобразователь параллельного кода в последовательный на ИМС К155КП7 (рис. 3.28). Данный мультиплексор представляет собой восьми–позиционный переключатель, имеющий три адресных входа $S0...S2$ с высоким активным уровенем, один стробирующий вход $\overline{E}$ и восемь информационных входов $X1...X8$.

Данные мультиплексоры позволяют коммутировать сообщения от восьми информационных входов на общую выходную линию. Логическое уравнение имеет вид

$$Y = x_1\overline{S}_0\overline{S}_1\overline{S}_2 + x_2S_0\overline{S}_1\overline{S}_2 + x_3\overline{S}_0S_1\overline{S}_2 + x_4S_0S_1\overline{S}_2 + x_5\overline{S}_0\overline{S}_1S_2 + \\ + x_6S_0\overline{S}_1S_2 + x_7\overline{S}_0S_1S_2 + x_8S_0S_1S_2.$$



а

Рис. 3.27. Структура (а) и условное обозначение (б) универсального регистра ИР1

На адресные входы управляющие сигналы поступают от двоичного счетчика $DD2$. В зависимости от кода на входах $S0...S2$ к выходу Y подключается соответствующий вход x_i (табл. 3.12). При передаче кодовых сообщений в линию связи без разделительных пауз на вход $\overline{E}$ постоянно подается 0, а передача с пассивными паузами осуществляется путем подачи на вход $\overline{E}$ тактовых импульсов (как показано на рис. 3.28). Для обслуживания устройств с большим числом выходов производится параллельное подключение мультиплексоров.

Таблица 3.12

Состояния мультиплексора КП7

Входы					
Выбор					
S2	S1	S0	E	Y	$\overline{Y}$
x	x	x	1	0	1
0	0	0	0	x1	$\overline{x1}$
0	0	1	0	x2	$\overline{x2}$
0	1	0	0	x3	$\overline{x3}$
0	1	1	0	x4	$\overline{x4}$
1	0	0	0	x5	$\overline{x5}$
1	0	1	0	x6	$\overline{x6}$
1	1	0	0	x7	$\overline{x7}$
1	1	1	0	x8	$\overline{x8}$

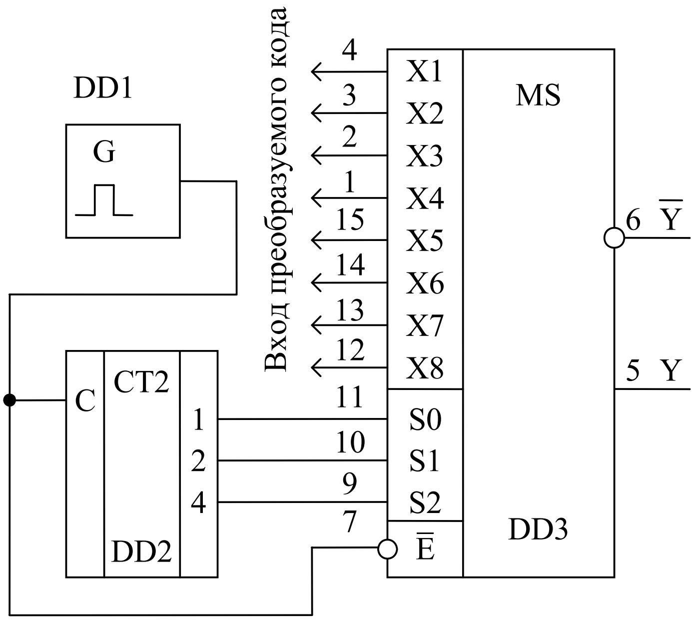


Рис. 3.28. Преобразователь параллельного кода в последовательный

На рис. 3.29 показана схема преобразователя на 16 входов, а на рис. 3.30 – на 64 входа.

На входы S_0 , S_1, S_2 поступает код, выбирающий тот или иной вход из восьми возможных в каждом коммутаторе, т.е. выбирающий сразу два одинаковых входа (рис. 3.29) или восемь входов (рис. 3.30). На какой коммутатор – *DD*1, *DD*2 (см. рис. 3.29) или *DD*2...*DD*9 (см. рис. 3.30) поступает адрес от двоичного счетчика, зависит от сигнала на входе стробирования $\overline{E}$. Для преобразователя на 64 выхода сигнал стробирования формируется дешифратором *DD*1 (рис. 3.30) при подаче на его вход кода с весами разрядов 8–16–32.

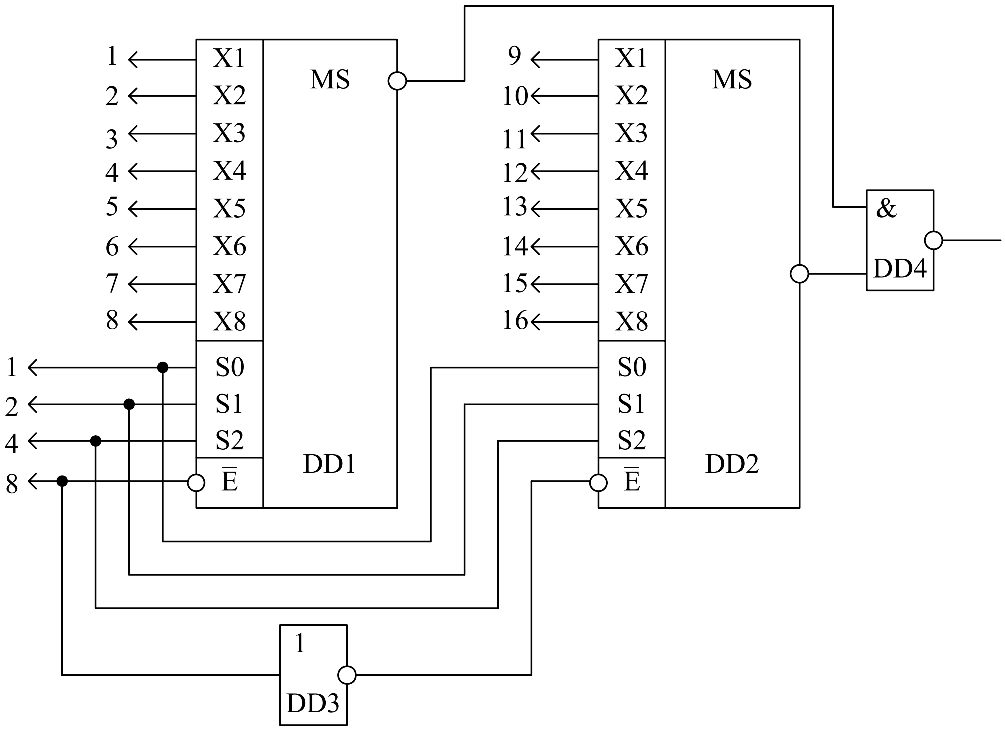


Рис. 3.29. Схема преобразователя на 16 входов

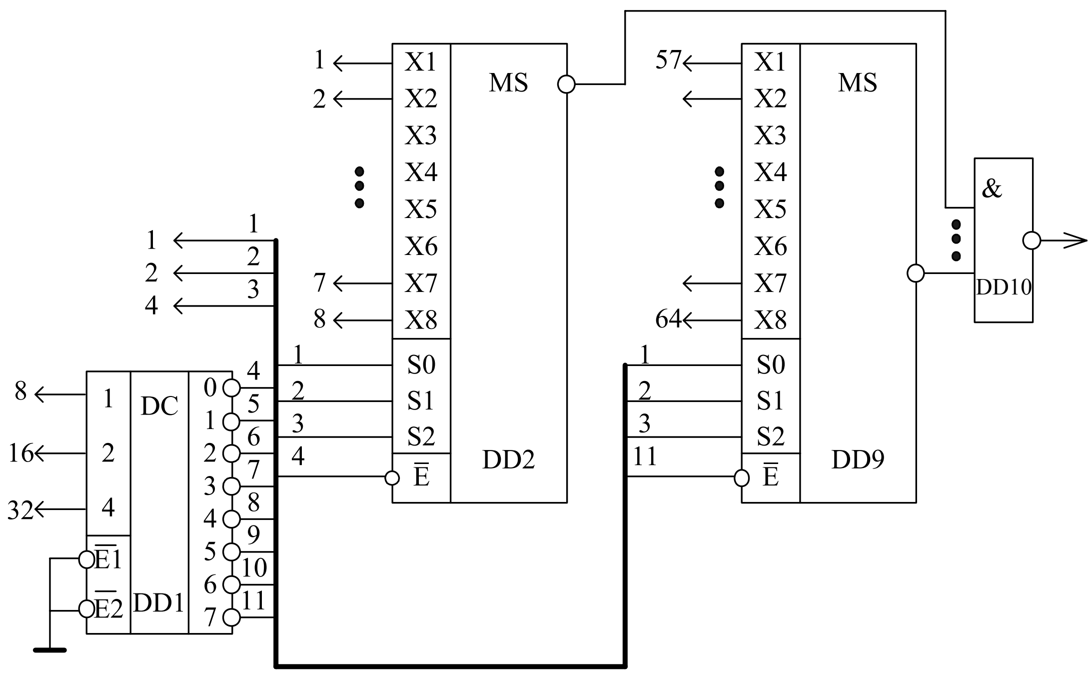


Рис. 3.30. Схема преобразователя на 64 входа

4. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА КОДИРОВАНИЯ И ДЕКОДИРОВАНИЯ КОРРЕКТИРУЮЩИХ КОДОВ

4.1. Кодер и декодер кода с защитой на четность

Функциональная схема такого кодера для четырехразрядного кода приведена на рис. 4.1.

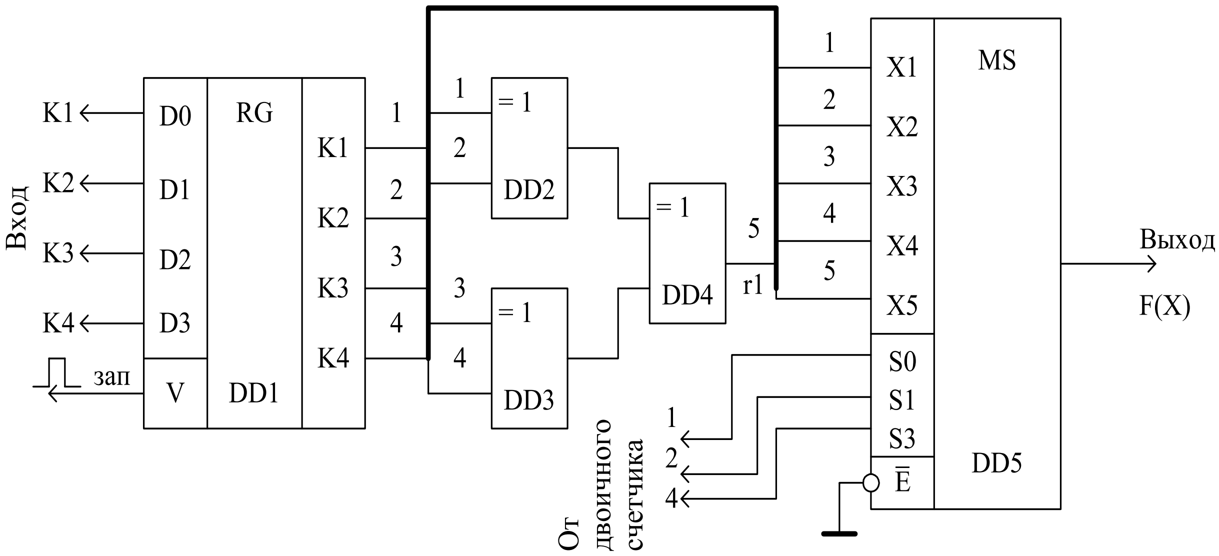


Рис. 4.1. Кодер кода с защитой на четность

Схема работает следующим образом. При подаче импульса запуска исходная кодовая комбинация $k_1k_2k_3k_4$ записывается в регистр *DD*1 и одновременно поступает на информационные входы мультиплексора *DD*5. На элементах *DD*2…*DD*4 собрана схема контроля четности. Если число единиц в исходной кодовой комбинации четное, то на выходе *DD*4 нуль, если нечетное – единица. Результат этой проверки является контрольным символом r1, который поступает на вход *X*5 мультиплексора *DD*5. При поступлении двоичного кода на адресные входы *S*0, *S*1, *S*3 мультиплексор последовательно передает на выход кодовую комбинацию, находящуюся на входах *X*1 – *X*5.

Например, пусть необходимо закодировать кодовую комбинацию 1101. После ее записи в *DD*1 на выходе *DD*4 появится контрольный символ, равный единице, а на выходе мультиплексора – последовательный код $F(x) = 11011 = k_1k_2k_3k_4r_1$.

Для формирования контрольного разряда r_1 можно использовать счетный триггер вместо ИМС *DD*2…*DD*4, и тогда схема кодера будет иметь вид, представленный на рис. 4.2.

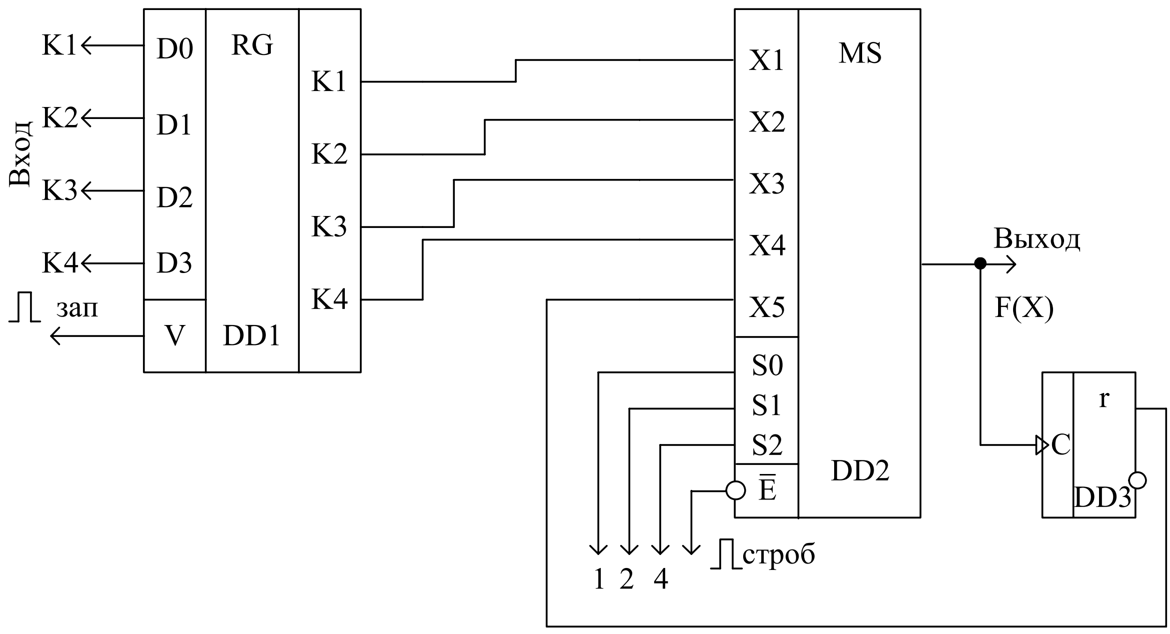


Рис. 4.2. Схема формирования контрольного символа
с помощью счетного триггера

Для работы триггера в счетном режиме необходимо иметь паузы между символами, что достигается путем подачи стробирующих импульсов на вход $\overline{E}$ мультиплексора.

При декодировании принятая кодовая комбинация $F^*(x)$ проверяется на четность. Если число единиц четное, то искажений нет, в противном случае кодовая комбинация бракуется. Схема декодера на 5 разрядов приведена на рис. 4.3.

В качестве схемы контроля четности используется сумматор по модулю 2. Если в комбинации $F^*(x)$ четное количество единиц, то на инверсном выходе *DD2* будет единица, которая поступит на один из входов схемы И *DD*3. На второй вход на пятом такте поступит импульс опроса. При наличии двух единиц на входе, на выходе *DD*3 появляется единица, которая откроет схемы И *DD*4.1…*DD*4.4 и информационные символы поступят в приемник. Если в комбинации $F^*(x)$ будет нечетное число единиц, то сигнал с выхода формирователя *DD*5 сбросит регистр в исходное положение.

Сумматор по модулю 2 на любое число входов может быть построен на двухвходовых схемах “исключающее ИЛИ”, или можно использовать схемы контроля четности *ИП*2, *ИП*5

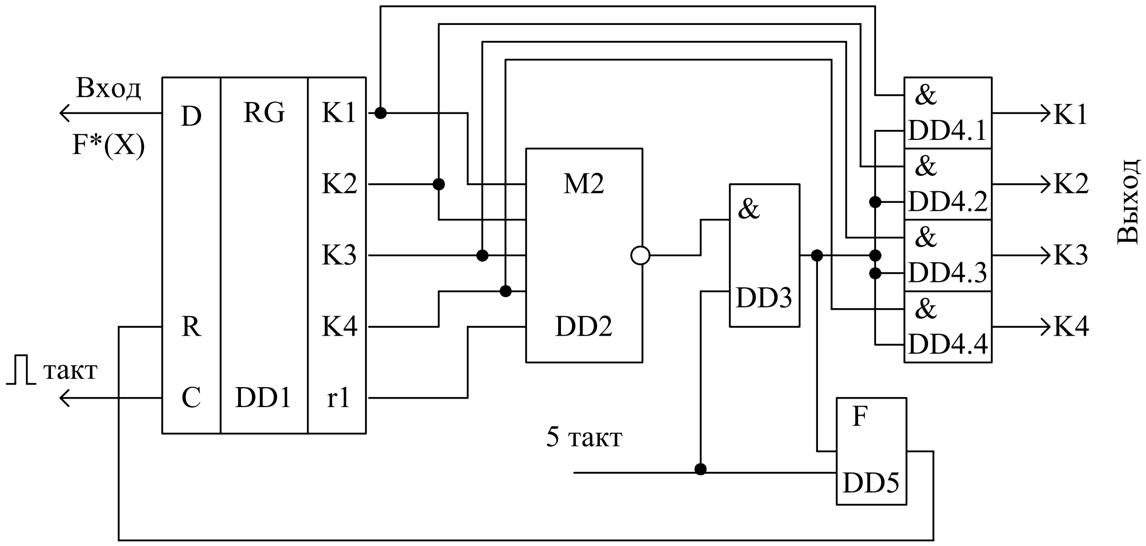


Рис. 4.3. Схема декодера кода с защитой на четность

На рис. 4.4 показано условное обозначение и цоколевка микросхемы К155ИП2, а в табл. 4.1 – состояния ИМС.

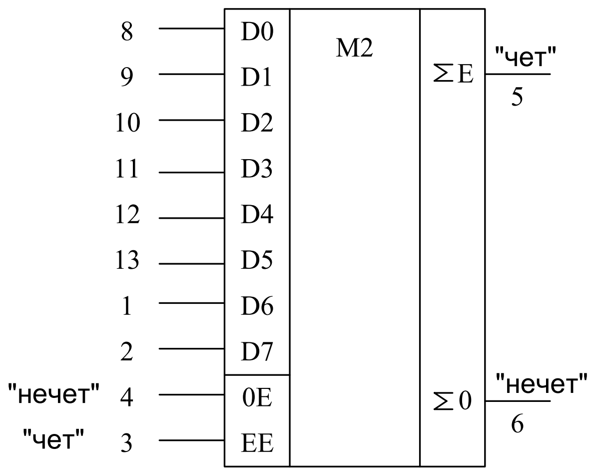


Рис. 4.4. Условное обозначение ИМС ИП2

Таблица 4.1

Состояния ИП

Сумма единиц на входах D0…D7	**Входы**		**Выходы**	
	EE	**0E**	**ΣE**	**Σ0**
Четная	1	0	1	0
Нечетная	1	0	0	1
Четная	0	1	0	1
Нечетная	0	1	1	0
Неопределенная	1	1	0	0
Неопределенная	0	0	1	1

4.2. Кодер и декодер кода с постоянным весом

Кодер с постоянным весом применяется в системах ТУ. Принцип построения этого кода и корректирующие возможности изложены в подразд. 2.2.1. Рассмотрим кодер для кода C_4^2. С его помощью можно передать 6 команд (2.6). Поставим в соответствие каждой команде (сообщению) свою кодовую комбинацию:

$$
\begin{aligned}
&x_1 = 0011 = \bar{y}_4\bar{y}_3y_2y_1, \qquad && x_2 = 0101 = \bar{y}_4y_3\bar{y}_2y_1,\\
&x_3 = 1001 = y_4\bar{y}_3\bar{y}_2y_1, && x_4 = 0110 = \bar{y}_4y_3y_2\bar{y}_1,\\
&x_5 = 1010 = y_4\bar{y}_3x_2\bar{x}_1, && x_6 = 1100 = y_4y_3\bar{y}_2\bar{y}_1.
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

Откуда получим выражения для разрядов y_i через сообщения x_i в виде:

$$
\begin{aligned}
&y_1 = x_1 + x_2 + x_3, \qquad && y_2 = x_1 + x_4 + x_5,\\
&y_3 = x_2 + x_4 + x_6, && y_4 = x_3 + x_5 + x_6.
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

Кодер, построенный в соответствии с приведенными выражениями, приведен на рис. 4.5.

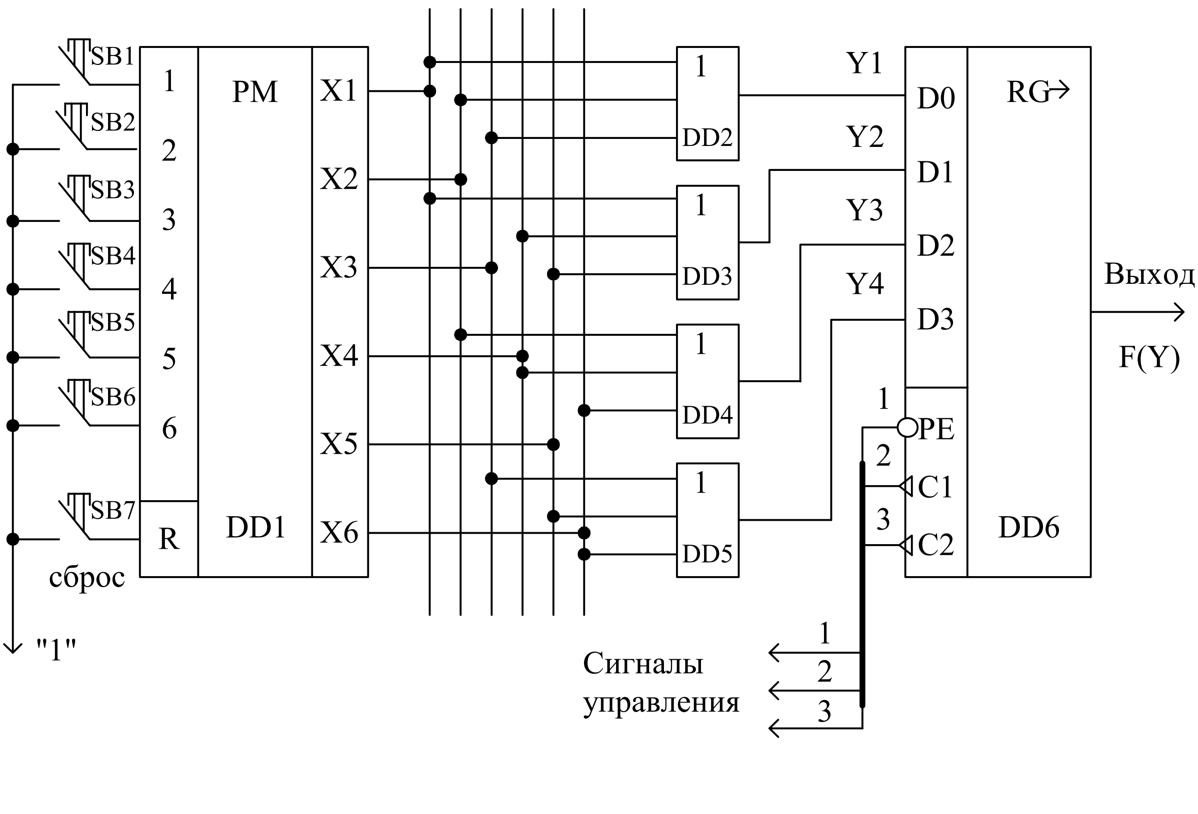


Рис. 4.5. Кодер кода C_4^2

Подлежащие кодированию сообщения заносятся в ОЗУ *DD1* и с выходов $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ поступают на кодер, который собран на элементах *DD*2…*DD*5. Входы этих элементов соединены с выходами ОЗУ *DD*1, в соответствии с выражениями (4.2). Закодированная кодовая комбинация y_4, y_3, y_2, y_1 записывается в регистр *DD*6, а затем последовательно выдвигается в линию связи.

Функциональная схема декодера для кода C_4^2 приведена на рис. 4.6.

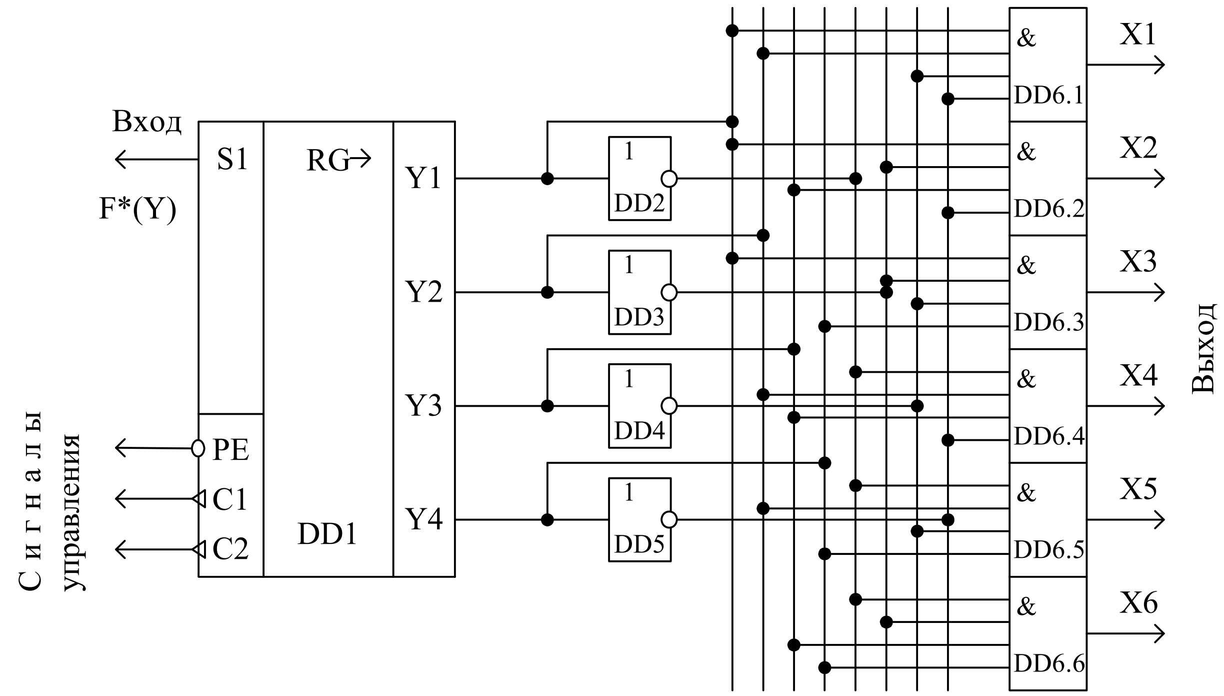


Рис. 4.6. Декодер кода C_4^2

Кодовая комбинация *F**(*Y*) из линии связи поступает в приемный регистр *DD*1 и далее на собственно сам дешифратор, собранный на элементах И *DD*6.1…*DD*6.6, входы которых заведены в соответствии с выражениями (4.1). На выходе схем И *DD*6.1…*DD*6.6 получаем сигналы, соответствующие передаваемым сообщениям $x_1, \ldots, x_6$. Нетрудно видеть, что данная схема обладает защитным отказом, т.е. при поступлении на вход кодовых комбинаций, содержащих количество единиц, отличное от двух, ни на одном из выходов $x_1, \ldots, x_6$ сигнала не будет.

4.3. Кодер и декодер кода с двумя проверками на четность

Принцип образования кодовых комбинаций в данном коде описан в подразд. 2.2.5.

Кодирующее устройство для $k = 6$ показано на рис. 4.7. Оно состоит из входного регистра *DD*1, схем контроля четности *DD*2, *DD*3 и преобразователя параллельного кода в последовательный *DD*4.

Схемой *DD*2 формируется первый контрольный разряд r_1, дополняющий до четности всех информационных разрядов, а схемой *DD*3 формируется второй контрольный разряд r_2, дополняющий до четности всех нечетных информационных разрядов, т.е. k_1, k_3 и. k_5

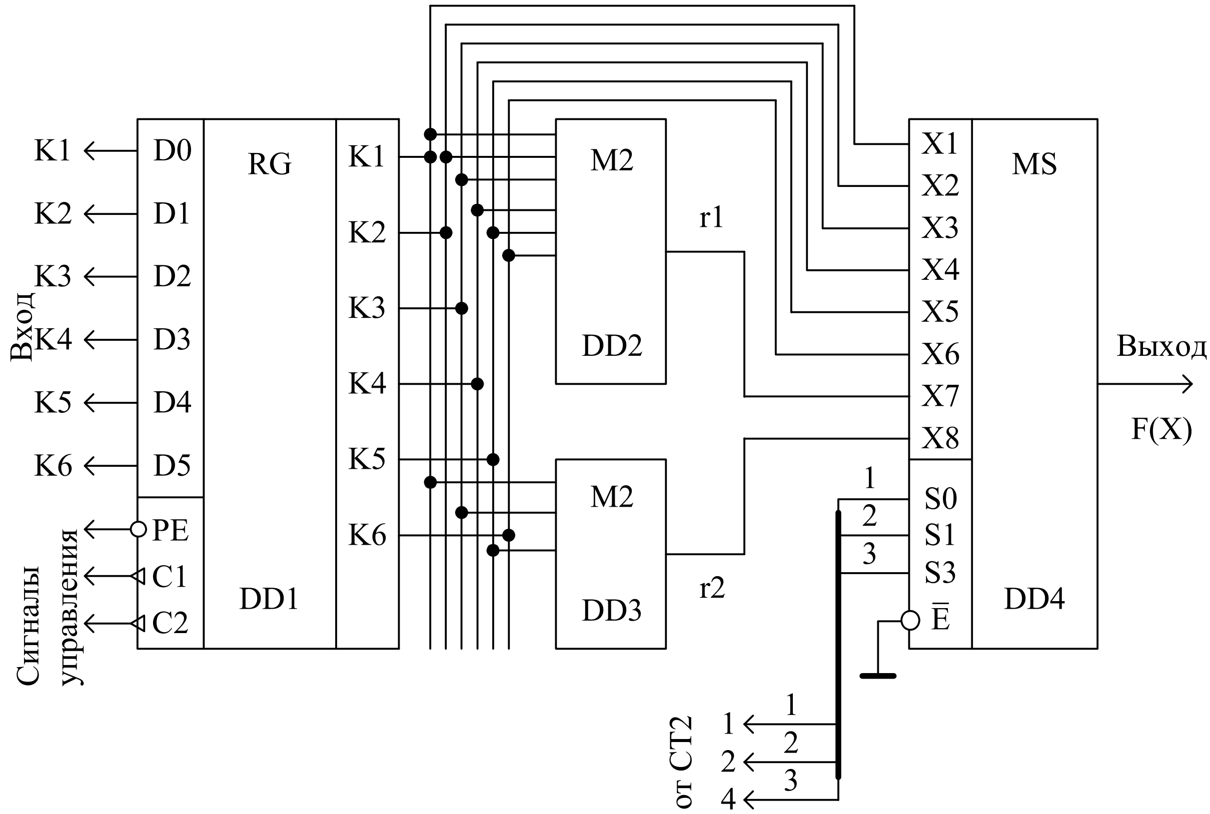


Рис. 4.7. Кодер кода с двумя проверками на четность

Декодирующее устройство рассматриваемого кода приведено на рис. 4.8. Оно состоит из приемного регистра *DD*1, двух схем контроля четности *DD*2 и *DD*3, определителя синдрома *DD*4, формирователя сигнала “сброс” *DD*5 и схем вывода информационных символов *DD*6...*DD*11.

Если кодовая комбинация $F^*(x)$ поступает в приемник без искажений, то на инверсном выходе схемы контроля четности *DD*2, осуществляющей проверку $k_1 \oplus k_2 \oplus k_3 \oplus k_4 \oplus k_5 \oplus k_6 \oplus r_1$, появится 1. На инверсном выходе схемы контроля четности *DD*3, осуществляющей проверку $k_1 \oplus k_3 \oplus k_5 \oplus r_2$, тоже будет 1. Эти оба сигнала поступят на вход определителя синдрома *DD*4, и единичный сигнал с его выхода дает разрешение на вывод получателю информационных символов через элементы И *DD*6...*DD*11. Если *F**(*x*) была искажена, то на инверсном выходе одной или двух схем контроля четности будет сигнал 0, что вызовет запрет на выдачу информационных символов получателю информации, а 1 на выходе *DD*5 вызовет сброс регистра *DD*1 в исходное положение. Следует отметить, что опрос определителя синдрома *DD*4 происходит на девятом такте, т.е. после приема всей кодовой комбинации из линии связи.

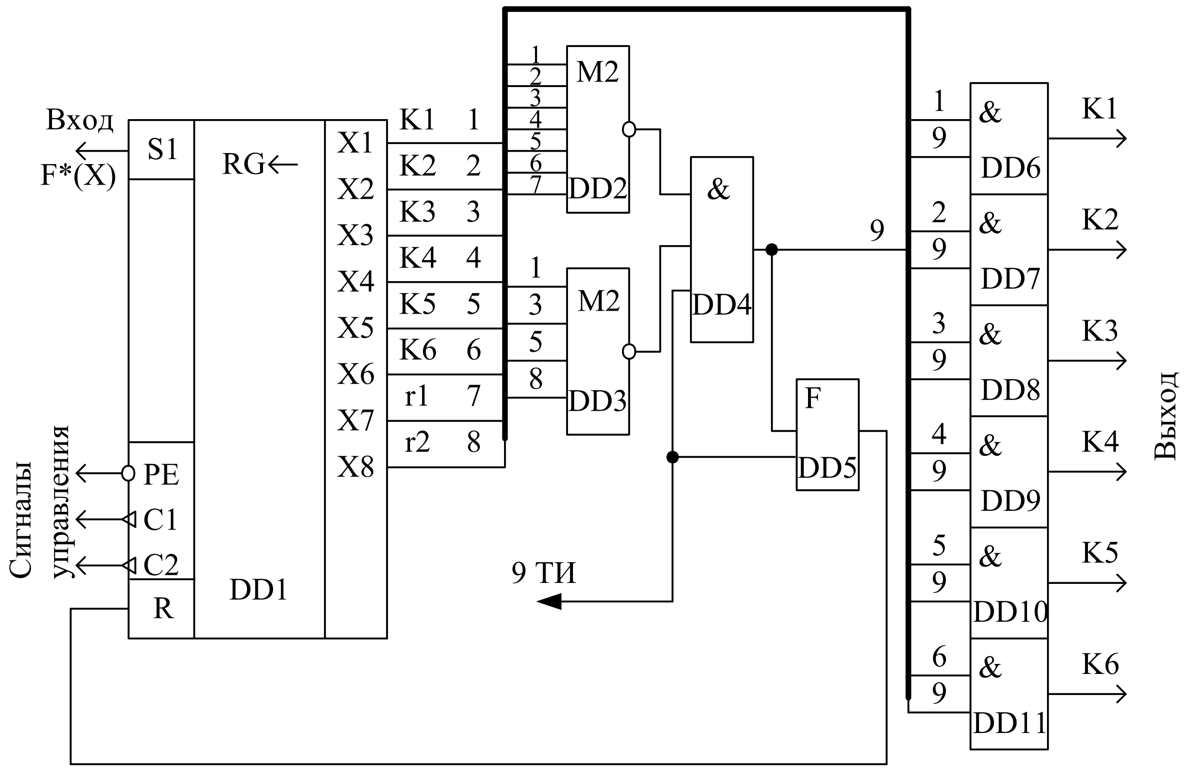


Рис. 4.8. Декодирующее устройство кода с двумя проверками на четность

4.4. Кодер и декодер кода с повторением

Как известно из подразд. 2.2.6, существуют две разновидности этого кода. Первая – это когда исходная комбинация повторяется *m* раз и вторая – когда каждый элемент повторяется *m* раз. Кодирующие устройства для первого и второго вариантов представлены на рис. 4.9 и 4.10 соответственно.

Кодер рис. 4.9 работает следующим образом. Кодовая комбинация, подлежащая кодированию, заносится в регистр *DD*1. По сигналу “Пуск” триггер *DD*2 устанавливается в 1, открывается схема И *DD*4, и тактовые импульсы от генератора *DD*3 поступают на вход счетчика тактов *DD*5 и одновременно на вход C2 кольцевого регистра *DD*1. Исходная кодовая комбинация выдвигается на выход *m* (в данном случае *m* = 3) раз. Число повторений устанавливается счетчиком тактов *DD5*. После того как счетчиком *DD*5 будет зафиксировано 3*k* тактов, на выходе счетчика $DD5$ появляется сигнал, который устанавливает триггер $DD2$ в исходное положение и схема готова к кодированию следующего сообщения.

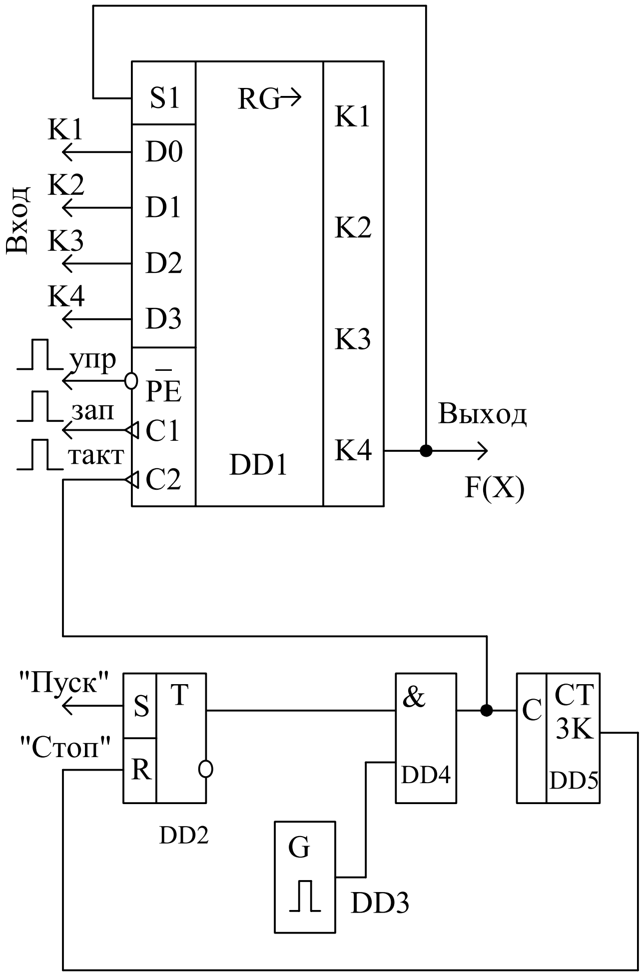


Рис. 4.9. Кодер кода с трехкратным повторением исходной комбинации

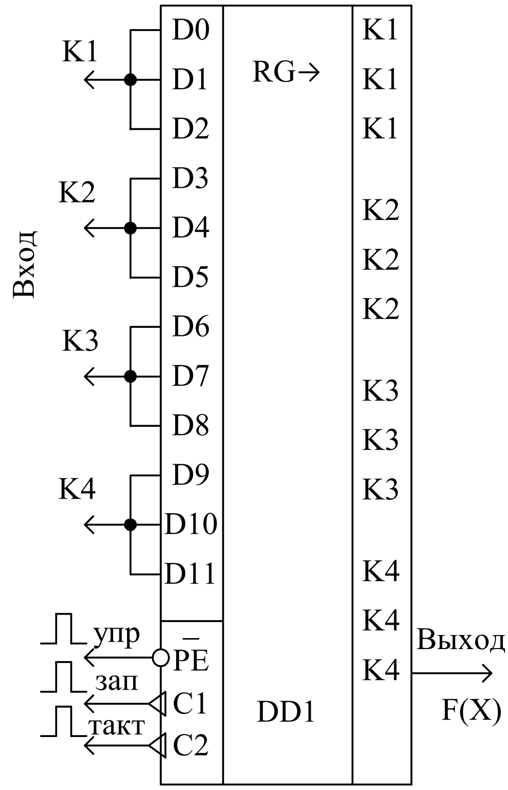


Рис. 4.10. Кодер кода с трех кратным повторением каждого элемента исходной комбинации

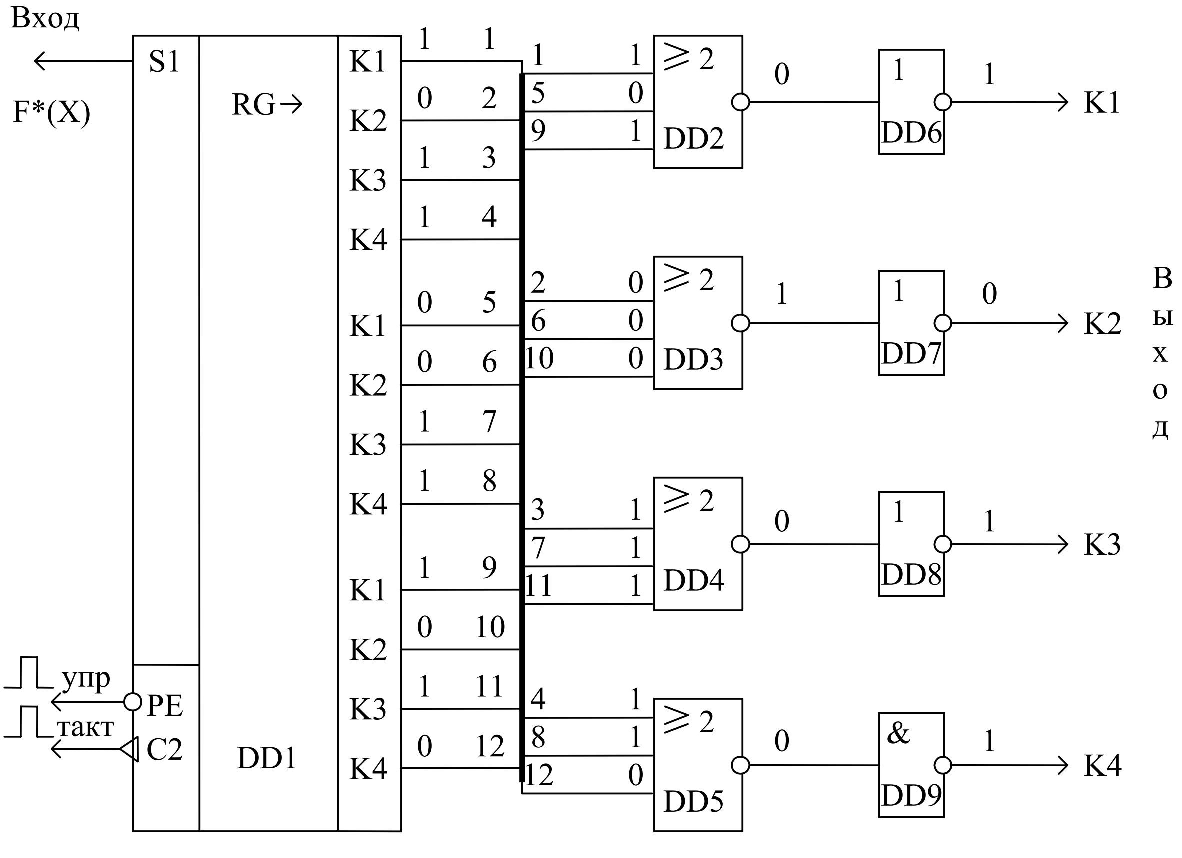
Например, если на вход поступило сообщение $G(x) = 1101 = k_4k_3k_2k_1$, то в результате трехкратной передачи в линию связи поступит кодовая комбинация $F(x) = 110111011101$.

В кодере рис. 4.10 каждый символ k_i исходной комбинации записывается в три рядом стоящих ячейки. Таким образом, после подачи $3k$ импульсов на вход $C2$ регистра $DD1$ на выход поступит кодовая комбинация $k_4k_4k_4k_3k_3k_3k_2k_2k_2k_1k_1k_1$. Например, если подлежала кодированию сообщение $G(x) = k_4k_3k_2k_1 = 1001$, то в линию связи поступит кодовая комбинация $F(x)$=111 000 000 111.

Декодирование заключается в обнаружении и исправлении ошибок. Для исправления ошибок применяется мажоритарный принцип, т.е. за истинное значение информационного символа принимается то, которое большее число раз встречается в этом информационном и соответствующих ему контрольных символах. При трехкратном повторении решение принимается по двум символам из трех.

Как указано в подразд. 2.2.6 наибольшее применение нашел код с повторением комбинаций, как обеспечивающий более высокую помехоустойчивость. Поэтому декодирующее устройство рассмотрим для этого случая, схема которого приведена на рис. 4.11 для $k = 4$, $m = 3$ и $n = 12$.

Кодовая комбинация $F^*(x)$ из линии связи в последовательном коде заносится в регистр $DD1$. С выхода $DD1$ каждый информационный символ k_i, поступает на один из входов трехвходового мажоритарного элемента, на остальные два входа подаются соответствующие ему контрольные символы.



DD1 К155ИР1 - 3 шт, DD2...DD5 К533ЛП3 (К1533ЛП3),
DD6...DD9 К155ЛН1

Рис. 4.11. Функциональная схема декодера кода с 3–кратным повторением исходной комбинации

Трехвходовые мажоритарные элементы $DD2...DD5$ с инверсным выходом выполняют в общем виде функцию $y = \overline{x_1x_2 \bigcup x_1x_3 \bigcup x_2x_3}$. С учетом инверторов $DD6...DD9$ на выходе каждого элемента функция будет описываться выражением $y = x_1x_2 \bigcup x_1x_3 \bigcup x_2x_3$, т.е. сигнал на выходе инвертора будет равен 1(0) только при поступлении на вход мажоритарного элемента двух и более входных сигналов x_i, равных 1(0). После принятия решения каждым мажоритарным элементом о присвоении значения тому или иному информационному символу они поступают в приемник информации. Рассмотрим на примере передачи кодовой комбинации $F(x)$= 110111011101, которая под действием помех была искажена и на вход регистра $DD1$ поступила в виде $F^*(x) = \dot{0}101110\dot{0}1101$, искаженные символы помечены точкой. Сигналы на входе и выходе каждого элемента указаны на рис. 4.11. Как видно из рис. 4.11 в результате принятия решения элементами $DD2...DD5$ исходное сообщение имеет вид $G(x) = k_4k_3k_2k_1 = 1101$, что соответствует информационной части $F(x)$.

В заключение следует указать, что построение мажоритарных элементов на число входов больше пяти целесообразно на двоичных сумматорах, например, К155ИМ3, К155ИМ2.

4.5. Кодер и декодер кода с числом единиц, кратным трем

Как указано в подразд. 2.2.7, кодовые комбинации в данном коде содержат два контрольных символа, причем если первый r_1 символ равен 0, то и второй r_2 тоже должен быть равен 0. Кодирующее устройство для $k = 5$ приведено на рис. 4.12.

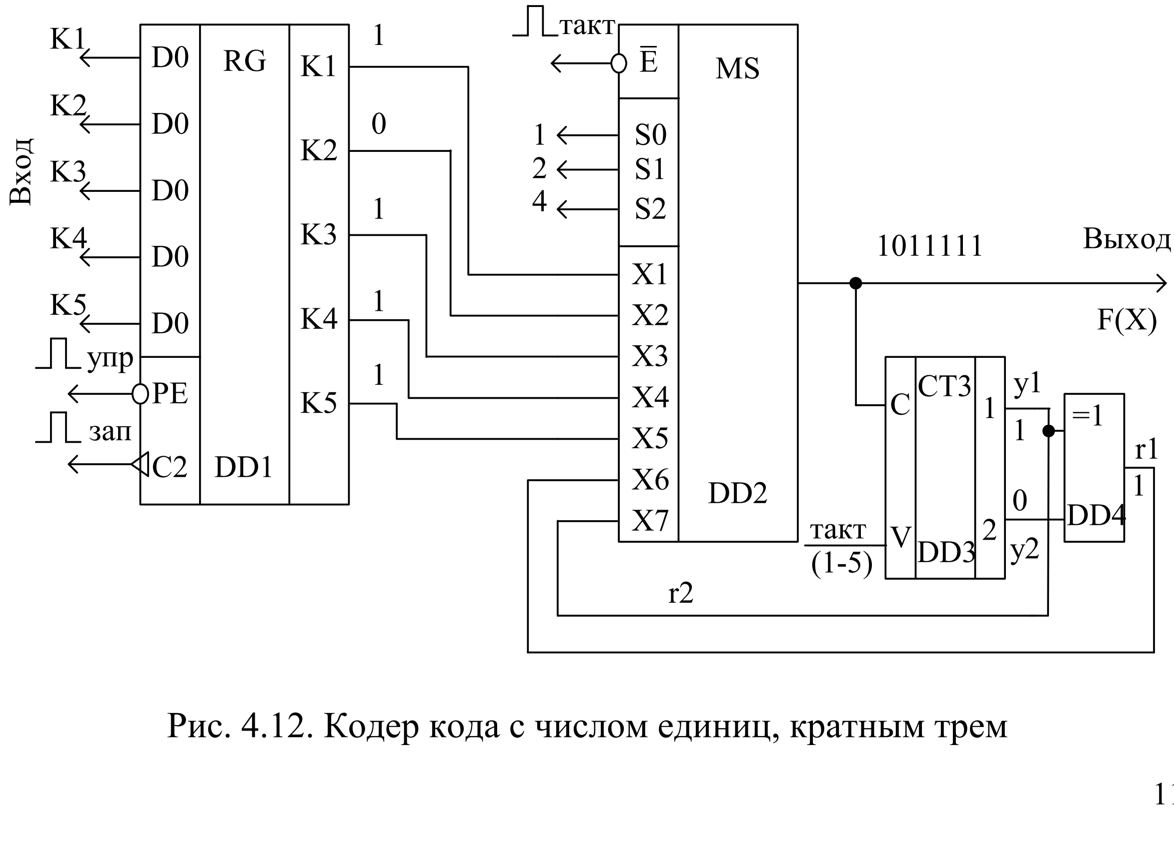


Рис. 4.12. Кодер кода с числом единиц, кратным трем

Основой кодера является тактируемый счетчик $DD3$ с коэффициентом счета 3, который подсчитывает число единиц в информационной части. Возможны следующие состояния счетчика: y_2y_1 = 00, y_2y_1 = 01, y_2y_1 = 10, что соответствует комбинациям контрольных символов соответственно: r_1r_2 = 00, r_1r_2 = 11, r_1r_2= 10. Таким образом, формирователь контрольных символов на элементах $DD3$ и $DD4$ описывается выражениями

$$r_1 = \bar{y}_2 y_1 + y_2 \bar{y}_1, \quad r_2 = y_1.$$

Мультиплексор $DD2$ осуществляет преобразование параллельного кода в последовательный. Процесс кодирования сообщения $G(x) = k_1k_2k_3k_4k_5$ = 10111 показан на рисунке кодера.

Основой декодера (рис. 4.13) является счетчик $DD2$ с коэффициентом деления 3.

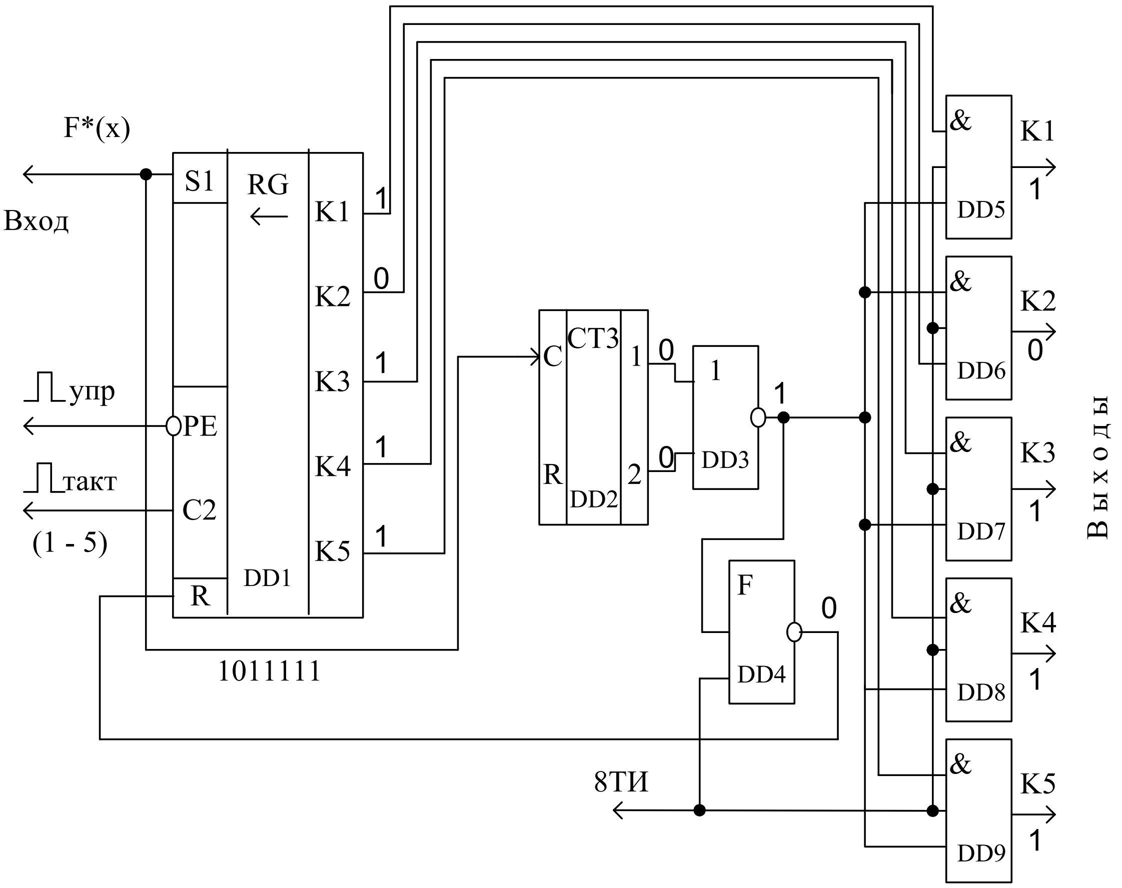


Рис. 4.13. Схема декодора кода с числом единиц, кратным трём

На первых пяти тактах информационные символы заносятся в регистр $DD1$, а полная кодовая комбинация $F^*(x)$ на 1–7–м тактах поступает в счетчик $DD2$. Если в кодовой комбинации $F^*(x)$ искажений нет, то после 7–го такта в счетчике будет зафиксирован синдром 00. На выходе элемента $DD3$ появится 1, которая разрешает вывод информационных символов k_5, k_4, k_3, k_2, k_1 на такте 8 в приемник информации. В противном случае, при наличии ошибок в $F^*(x)$, на выходе элемента $DD3$ появится 0, что запретит вывод информации в приемник через элементы И $DD5...DD9$, а 1 на выходе формирователя $DD4$ сбросит регистр $DD1$ в исходное положение. Процесс декодирования кодовой комбинации $F^*(x)=k_1k_2k_3k_4k_5r_1r_2$ = 1011111 показан на рис. 4.13.

4.6. Кодер и декодер инверсного кода

Теоретические вопросы построения данного кода рассмотрены в под–разд. 2.2.8, а функциональная схема кодера для четырехразрядных сообщений приведена на рис. 4.14.

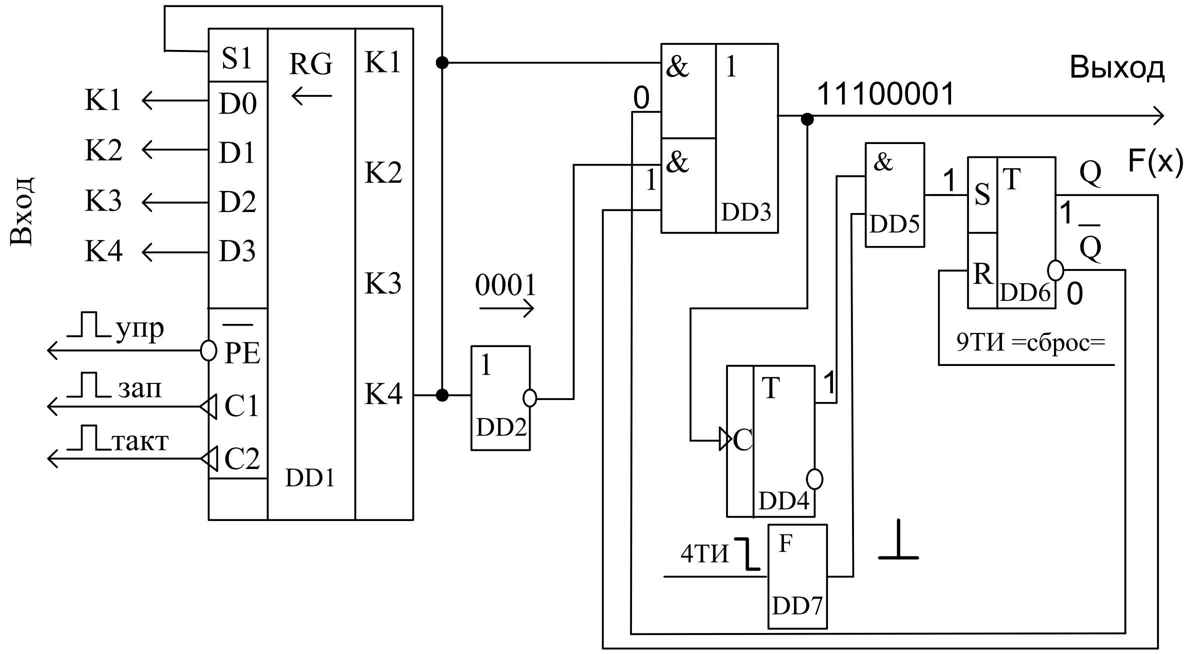


Рис. 4.14. Кодер инверсного кода для k=4

Подлежащее кодированию сообщение записывается в кольцевой регистр $DD1$, а затем на первых четырех тактах через верхнюю по схеме 2И–ИЛИ $DD3$ выдвигается в линию связи и одновременно повторно через вход $S1$ записывается в регистр $DD1$. Триггер $DD4$, работающий в счетном режиме, является сумматором по модулю 2. Спадом 4ТИ через формирователь $DD7$ производится опрос состояния триггера $DD4$. Если число единиц в информационной части было четным, то триггер $DD4$ окажется в нулевом положении, а следовательно, состояние RS-триггера $DD6$ не изменится. По–прежнему будет открыта верхняя схема И $DD3$ сигналом $\overline{Q}$ триггера $DD6$, и контрольные символы в неизменном виде повторяют информационные, которые на предыдущих четырех тактах поступают в линию связи. Если в информационной части было нечетное

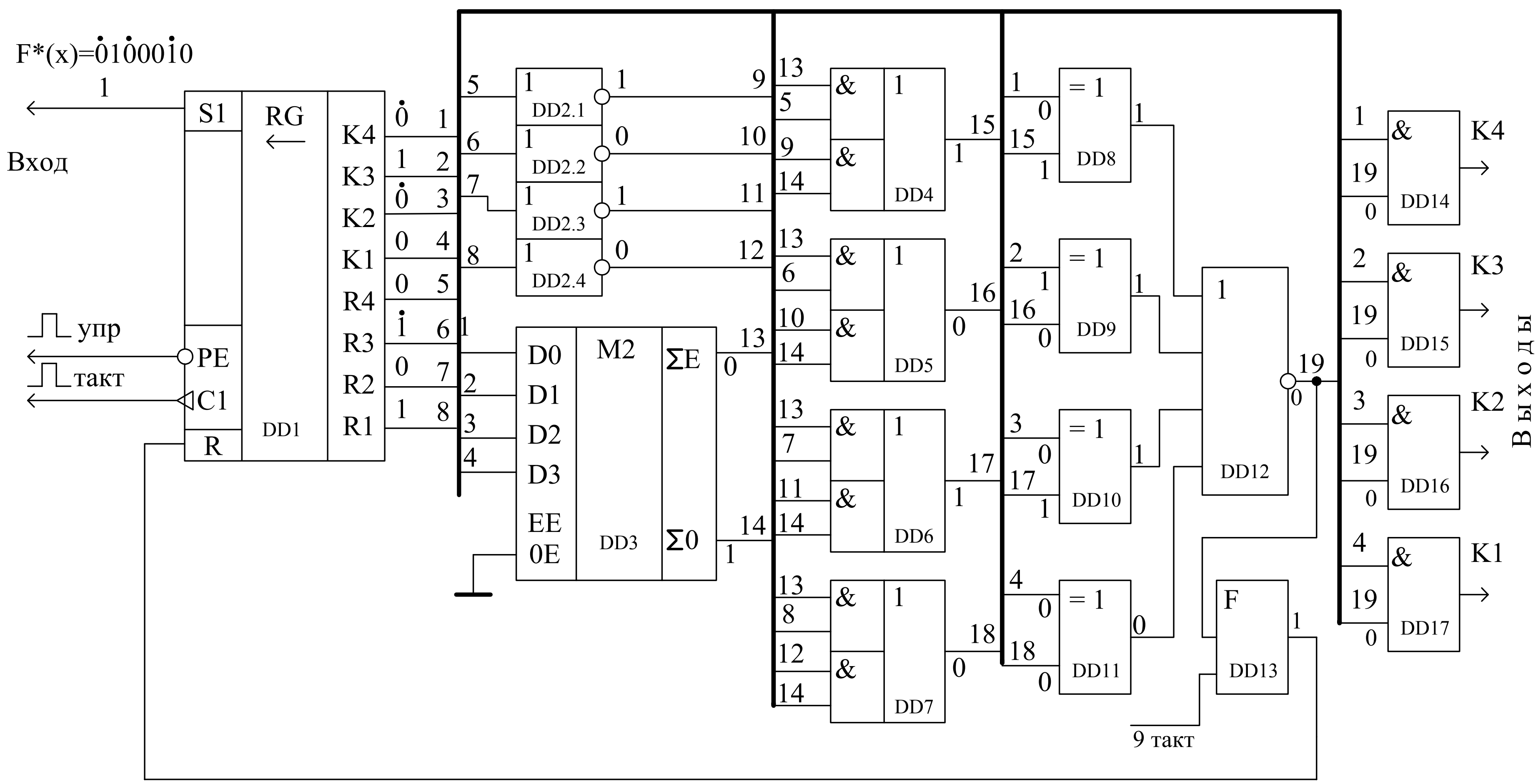


Рис. 4.15. Декодер инверсного кода

число единиц, то триггер $DD4$ будет в единичном положении, и спадом 4ТИ триггер $DD6$ тоже устанавливается в 1. Сигнал, снимаемый с выхода Q $DD6$, открывает нижнею схему И $DD3$, и вторая часть кодовой комбинации будет поступать в линию связи с выхода регистра через элемент НЕ $DD2$, т.е. контрольные символы повторят информационные в инверсном виде. После передачи всей кодовой комбинации схема устанавливается в исходное положение девятым тактовым импульсом и готова к кодированию следующего полезного сообщения. Состояния элементов схемы при передаче сообщения $G(x) = k_4k_3k_2k_1$=1110 указано на схеме рис. 4.14.

Функциональная схема декодера 8–разрядных кодовых комбинаций приведена на рис. 4.15. Кодовая комбинация $F^*(x)$, поступающая из линии связи, заносится в регистр $DD1$. После чего схемой контроля четности $DD3$ анализируется первая половина ($k_1k_2k_3k_4$) комбинации $F^*(x)$. Если в ней четное число единиц, то с выхода ΣE $DD3$ снимается 1, которая открывает верхние схемы 2И элементов $DD4...DD7$, и тем самым ко входу сумматоров по модулю 2 $DD8...DD11$ поступают контрольные символы в прямом виде. В случае, если схемой $DD3$ будет зафиксировано в первой половине комбинации $F^*(x)$ нечетное число единиц, то сигнал, равный 1, появляется на выходе $\Sigma 0$, который откроет нижние схемы 2И элементов $DD4…DD7$, и на вход сумматоров по модулю 2 $DD8...DD11$ поступят контрольные символы в инверсном виде с выхода элементов НЕ $DD2.1…DD2.4$. Сумматоры $DD8…DD11$ осуществляют поэлементное сравнение информационного и соответствующего ему контрольного символа. При отсутствии ошибок в комбинации $F^*(x)$ на выходе всех сумматоров будут нули, а на выходе элемента 4ИЛИ–НЕ появится единица, которая откроет схемы И $DD14…DD17$, и информационные символы поступят в приемник. В случае наличия ошибок в принятой комбинации на выходе элемента 4ИЛИ–НЕ появится нуль, который запретит выдачу информации потребителю через элементы $DD14…DD17$, а единичный сигнал с выхода формирователя $DD13$ сбросит приемный регистр $DD1$ в исходное положение. В результате декодер будет подготовлен к приему следующей кодовой комбинации.

Процесс декодирования кодовой комбинации $F^*(x) = \dot{0}1\dot{0}00\dot{1}01$ показан на рис. 4.15 в виде состояния элементов декодера. В данном случае на выходе сумматоров по модулю 2 $DD8…DD11$ получим синдром 1110, что свидетельствует о наличии ошибок. В соответствии с этим синдромом на выходе схемы ИЛИ–НЕ $DD12$ появился сигнал, равный 0, который запрещает вывод информационных символов потребителю, а сигнал с выхода $DD13$ сбросит в исходное состояние приемный регистр $DD1$.

4.7. Кодер и декодер корреляционного кода

Как показано в подразд. 2.2.9, при кодировании в данном коде символ 0 заменяется на 01, а символ 1 – на 10. Данная процедура решается довольно простыми техническими приемами.

Функциональная схема кодера для четырехразрядных сообщений приведена на рис. 4.16.

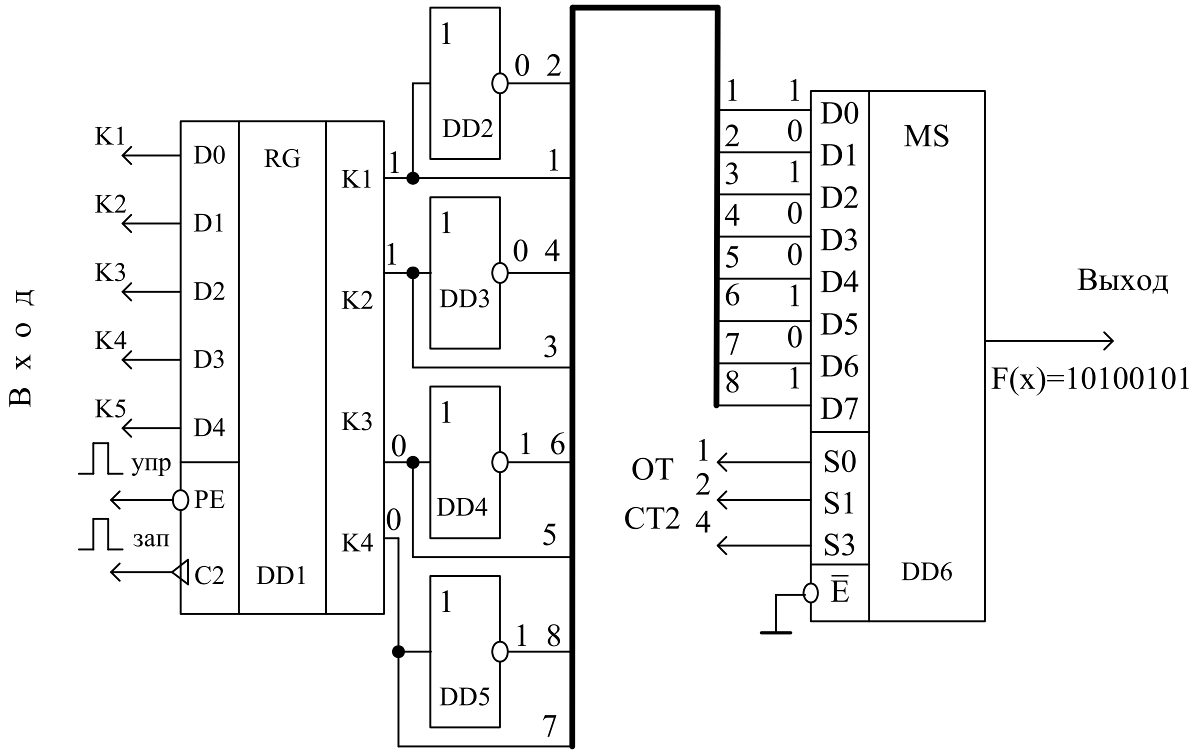


Рис. 4.16. Кодер корреляционного кода

Символы исходного сообщения k_1, k_2, k_3 и k_4 из регистра *DD*1 поступают на схемы НЕ *DD*2...*DD*5 и одновременно на нечетные входы мультиплексора *DD*6. Проинвертированные символы поступают на нечетные входы мульти–плексора. При поступлении управляющих сигналов на адресные входы мультиплексора S_0, S_1, S_2 от двоичного счетчика он поочередно к выходу подключает входы *D*0...*D*7. А так как попеременно чередуются прямые и их инверсные сигналы, то на выходе получаем корреляционный код. Процесс преобразования сообщения $G(x) = k_1k_2k_3k_4 = 1100$ показан на схеме в виде состояния элементов. На выходе мультиплексора получаем кодовую комбинацию $F(x)$=10100101.

Процесс декодирования заключается в поразрядном сравнении двух стоящих рядом символов относящихся к одному и тому же информационному разряду. Учитывая, что при отсутствии искажений один из них равен 0, а другой, соответствующий ему, – 1, в результате сложения по модулю 2 получим единичный синдром, который указывает на отсутствие искажений. Функциональная схема преобразователя приведена на рис. 4.17.

Преобразователь состоит из входного регистра *DD*1, в который заносится кодовая комбинация из линии связи; устройства поэлементного сравнения , собранного на элементах "исключающее ИЛИ" *DD*2…*DD*5; дешифратора синдрома на элементе И *DD*6; схемы управления сбросом регистра на формирователе НЕ *DD*11; устройства вывода на элементах И *DD*7…*DD*10. При отсутствии ошибок в принятом сообщении на выходе дешифратора синдрома появляется 1, которая разрешает вывод информационных символов через элементы *DD*7…*DD*10 потребителю.

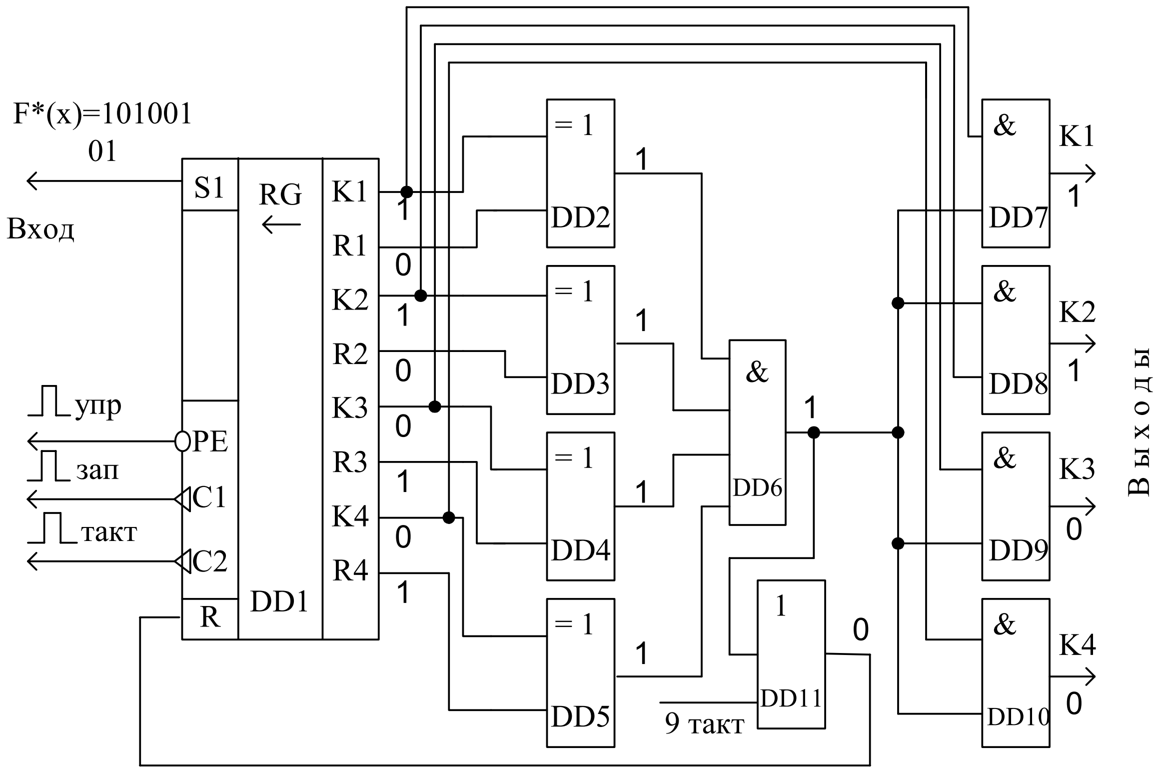


Рис. 4.17. Декодер корреляционного кода

Если в принятой комбинации $F^*(x)$ имеются ошибки, то на выходе хотя бы одной схемы сумматора по модулю 2 будет 0, который приведет к закрытию схем И *DD*7…*DD*8, что запретит вывод информационных символов, а единичный сигнал с выхода *DD*11 установит приемный регистр в исходное состояние. Пример дешифрации кодовой комбинации $F^*(x)$ = 10100101 показан на схеме в виде состояния элементов. В данном случае дешифратор синдрома не зарегистрировал ошибок и к потребителю поступила кодовая комбинация 1100, которая соответствует переданному сообщению (см. рис. 4.16).

4.8. Кодер и декодер кода Бергера

Функциональная схема кодера приведена на рис. 4.18. В состав кодирующего устройства входят: входной регистр *DD*1, предназначенный для хранения преобразуемых сообщений, счетчик *DD*5 для подсчета числа единиц в исходном сообщении и преобразователь *DD*2 параллельного кода в последовательный.

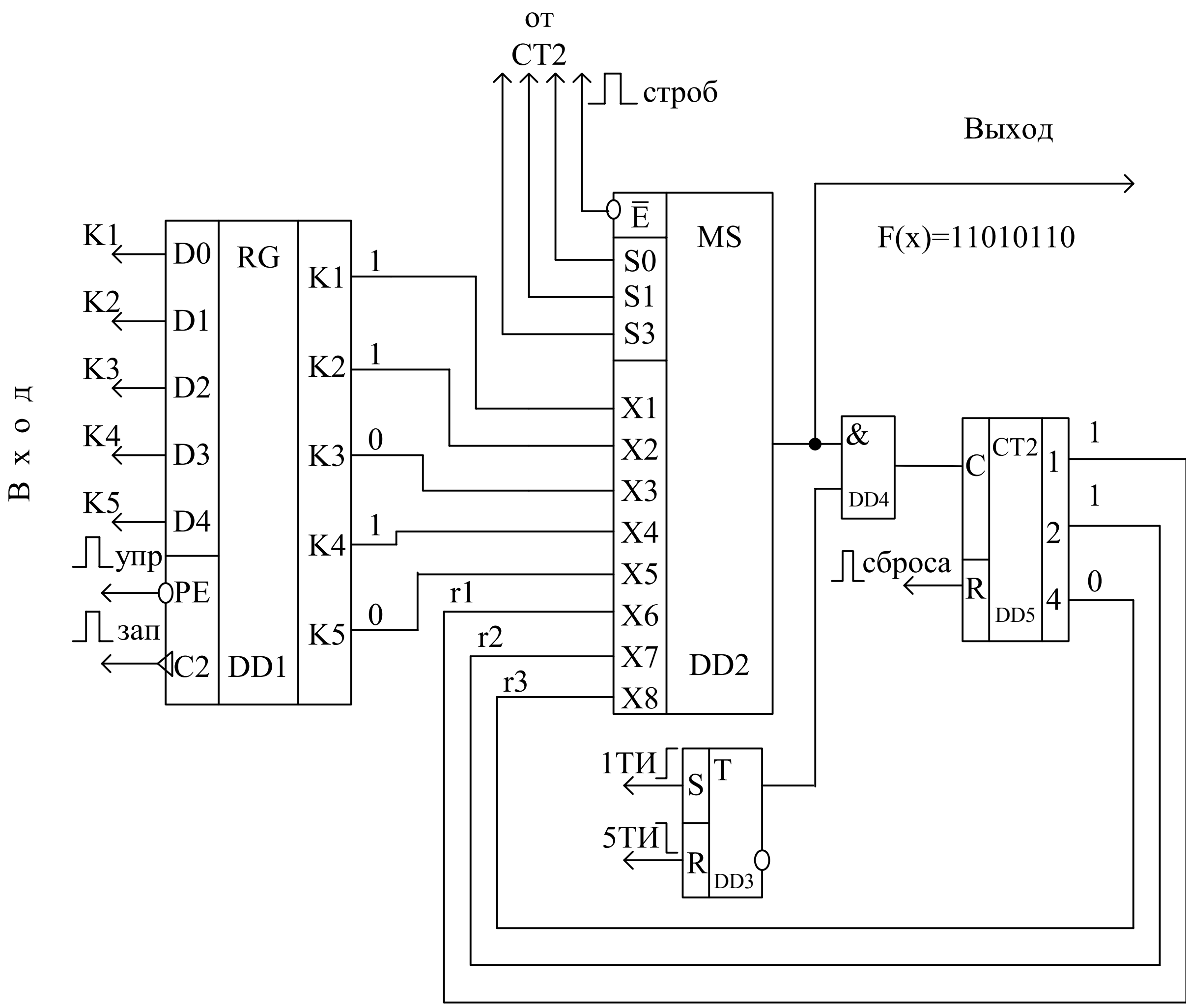


Рис. 4.18. Кодер кода Бергера для k=5

Исходная кодовая комбинация, представляющая, как правило, двоичный неизбыточный код, через мультиплексор *DD*2 поступает на выход и одновременно через схему И *DD*4 на вход счетчика *DD*5, который в данном случае подсчитывает число единиц в передаваемом сообщении. После прохождения информационных k символов спадом пятого тактового импульса триггер *DD*3 устанавливается в 0, схема И *DD*4 закрывается и контрольные символы из счетчика *DD*5 через мультиплексор *DD*2 поступают в линию связи.

Процесс кодирования кодовой комбинации $G(x)$ = 11010 в виде состояния элементов кодера показан на схеме рис. 4.18.

Декодирование сводится к определению числа единиц в информационной части, т.е. к формированию контрольных символов из пришедших на приемную сторону информационных символов, с последующим сравнением этой последовательности контрольных символов с контрольными символами, поступившими из линии связи. В случае их совпадения, что говорит об отсутствии ошибок, информационные символы поступают потребителю.

Схема декодера приведена на рис. 4.19.

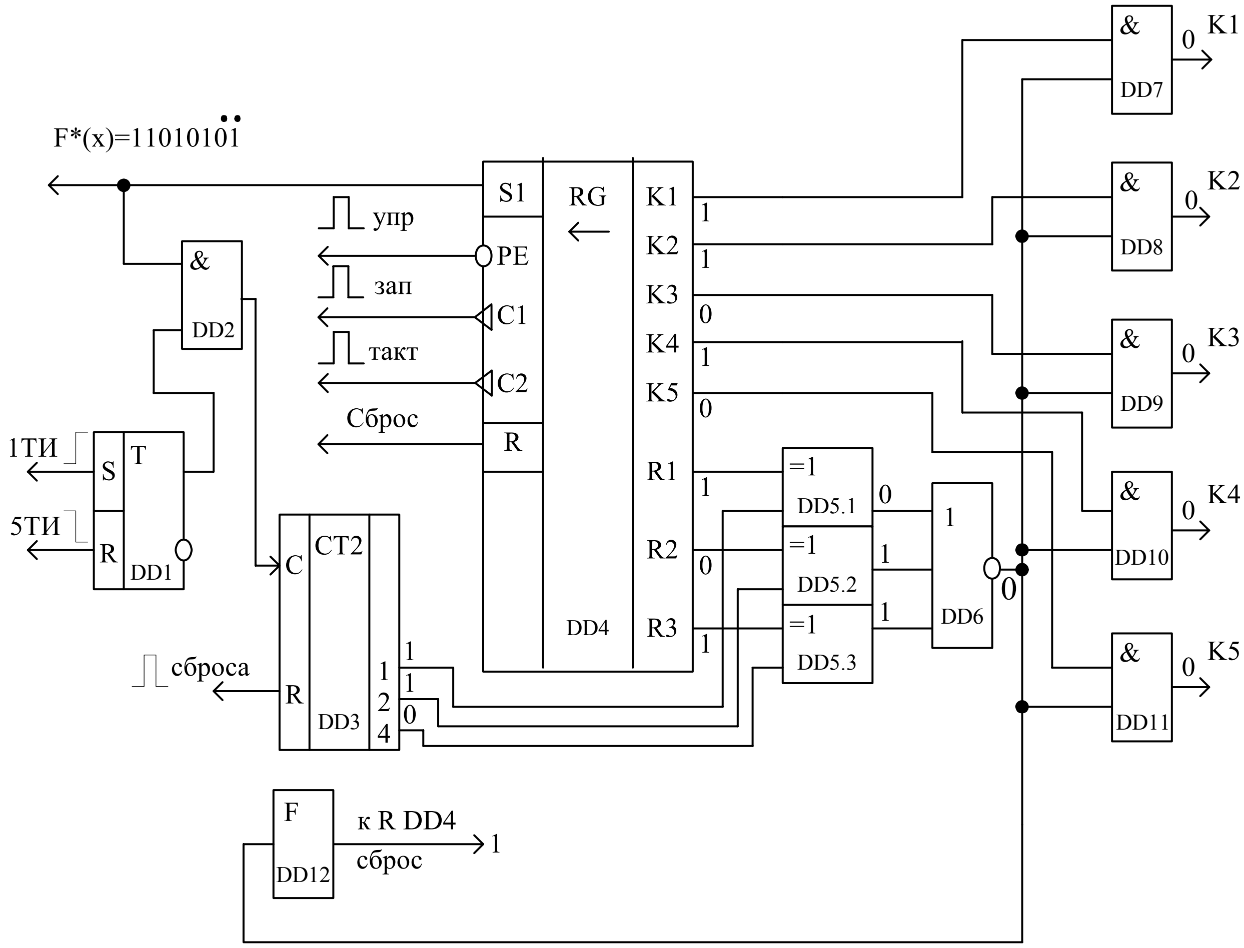


Рис. 4.19. Декодер кода Бергера

Кодовая комбинация в коде Бергера записывается в регистр *DD*4. На первых пяти тактах счетчиком *DD*3 подсчитывается число единиц в информационных символах. После этого сумматорами по модулю 2 *DD*5.1…*DD*5.3 складываются две последовательности контрольных символов, записанных в регистре *DD*4 и зафиксированных счетчиком *DD*3. При полном их совпадении что говорит об отсутствии ошибок, на выходе ИЛИ–НЕ *DD6* появляется 1, которая открывает элементы И *DD*7...*DD*11, и информационные символы поступают потребителю. В случае несоответствия двух последовательностей контрольных символов на выходе формирователя *DD*12 появляется 1, которая сбрасывает приемный регистр *DD*4 в исходное положение, а сигнал, равный 0, на выходе *DD*6 запрещает выдачу информационных символов потребителю. Процесс декодирования кодовой комбинации $F^*(x) = 110101\dot{0}\dot{1}$ показан на схеме в виде состояния элементов. Элементами $DD5.1 \ldots DD5.3$ зафиксировано несовпадение двух последовательностей, в результате чего комбинация бракуется.

4.9. Кодирующее и декодирующее устройства систематического кода

Как следует из подразд. 2.3.1, алгоритм кодирования и декодирования определяется составом образующей и проверочной матриц. Схема кодера, использующего алгоритм, полученный по выражениям: (2.12) $a_5 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4$, (2.13) $a_6 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4$, (2.14) $a_7 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_4$, приведена на рис. 4.20.

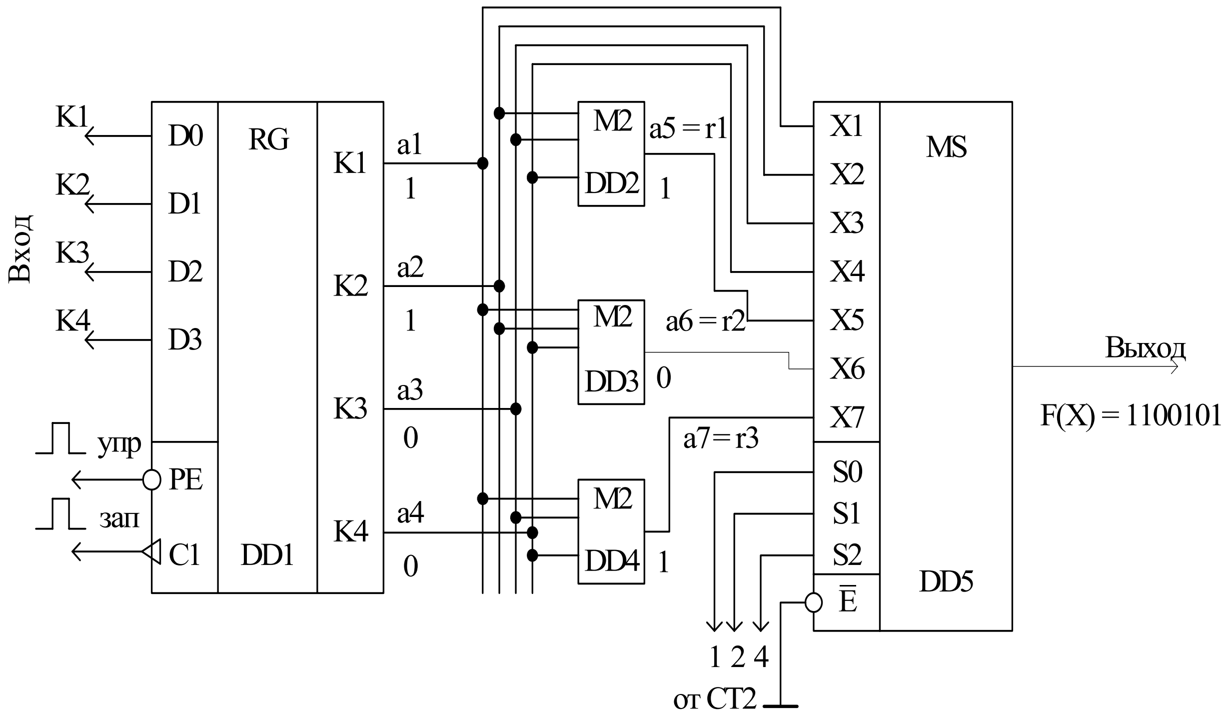


Рис. 4.20. Кодер систематического кода исправляющего одиночные ошибки

Сумматорами по модулю два *DD*2, *DD*3, *DD*4 формируются контрольные символы r_1, r_2 и r_3 в соответствии с выражениями (2.12)…(2.14). Преобразователем параллельного кода в последовательный *DD*5 сначала в линию связи выдвигаются информационные символы k_1, k_2, k_3, k_4, а затем контрольные r_1, r_2, r_3. На этом процесс кодирования данной комбинации заканчивается, и кодер ожидает поступления в регистр *DD*1 следующего кодового сообщения. Порядок формирования комбинации $F(x)$ показан на схеме в виде состояния элементов кодера для сообщения $G(x)$ = 1100.

Декодирование заключается в определении синдрома по выражениям (2.17):

$$S_1 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_5,$$
$$S_2 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 \oplus a_6,$$
$$S_3 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_7.$$

Если синдром будет нулевого порядка, то ошибок нет, в противном случае синдром должен указать номер искаженного разряда.

Декодер систематического (7,4) кода показан на рис. 4.21.

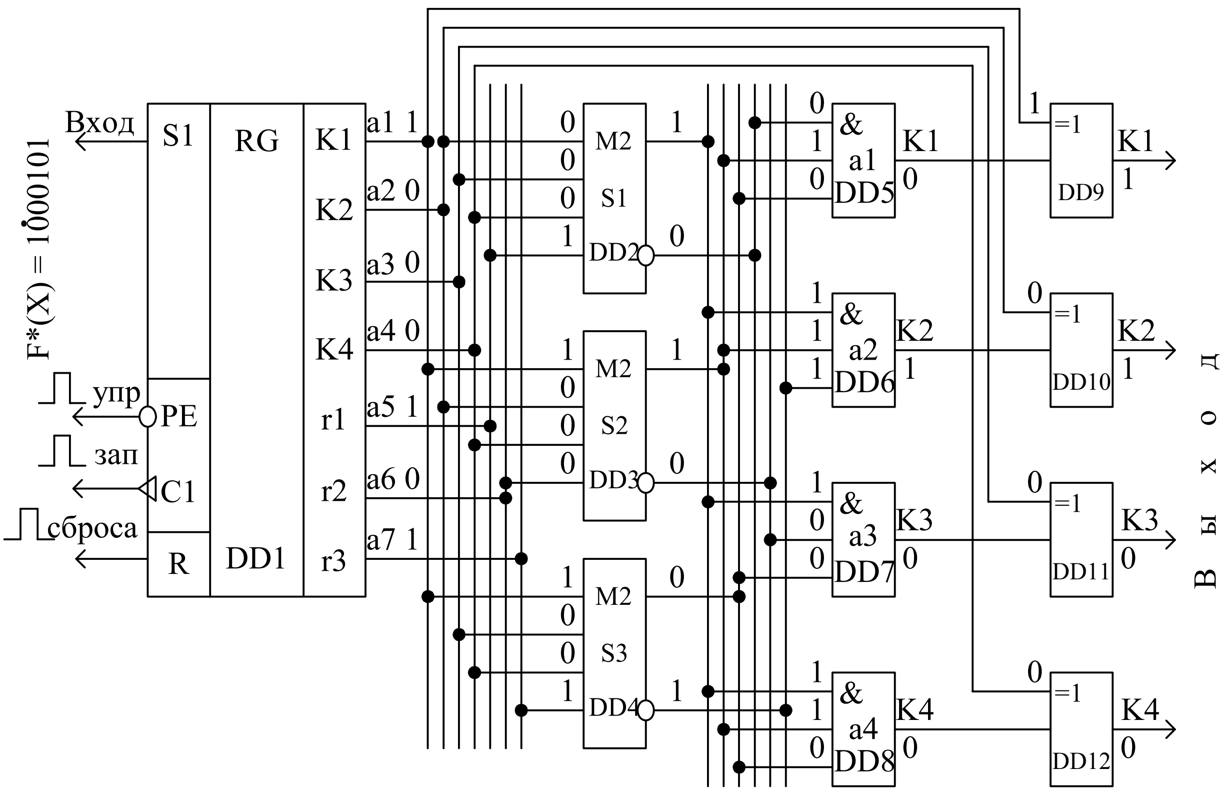


Рис. 4.21. Декодер систематического кода (7, 4) для исправления одиночных ошибок

Кодовая комбинация из линии связи записывается в регистр *DD*1 и поступает на входы определителя синдрома, собранного на элементах *DD*2, *DD*3, *DD*4. На сумматоре по модулю 2 *DD2* осуществляется вычисление *S*1, на *DD*3 – *S*2, на *DD*4 – *S*3. Далее сигналы с определителя синдрома $S_1S_2S_3$ поступает на дешифратор синдрома, собранный на элементах И *DD*5, *DD*6, *DD*7, DD8, каждый из которых настроен на кодовую комбинацию (2.18), соответствующую одному из информационных символов $a_1=k_1$, $a_2=k_2$, $a_3=k_3$ и $a_4=k_4$. Дешифратора синдрома для контрольных символов в схеме не предусмотрено, так как исправление контрольных символов не влияет на информацию, поступающую потребителю. При отсутствии ошибок на выходах всех элементов И *DD*5...*DD*8 будут 0, которые не влияют на вывод информационных символов.

При наличии ошибки в одном из информационных символов комбинации $F^*(x)$ на выходах соответствующего элемента И $DD5...DD8$ появится единичный сигнал, который при прохождении информационного символа через выходной сумматор по модулю 2 $DD9...DD12$ изменит его на противоположный. Процесс декодирования кодовой комбинации $F^*(x) = \dot{1}000101$ показан на схеме в виде состояния отдельных элементов. В данном случае зафиксировано искажение символа k_2, который скорректирован выходным сумматором по модулю 2 $DD10$ с 0 на 1.

4.10. Кодирующее и декодирующее устройство кода Хемминга

Принцип построения кодирующего устройства не зависит от числа информационных разрядов передаваемого кода. Поэтому рассмотрим схему кодирующего устройства (рис. 4.22) для числа информационных символов $k = 4$, контрольных символов $r = 4$ и $d = 4$, хотя она без принципиальных изменений может быть использована для кодирования любого числа k за счет увеличения числа сумматоров по модулю 2 и числа входов отдельных элементов.

Кодер состоит из входного регистра $DD1$, куда записываются комбинации, подлежащие кодированию; формирователя контрольных символов на элементах $DD2...DD5$ и преобразователя параллельного кода в последовательный на мультиплексоре $DD6$.

В соответствии с методикой формирования контрольных символов, изложенной в подразд.2.3.2, можно записать, что $r_1 = k_4 \oplus k_3 \oplus k_1$, $r_2 = k_4 \oplus k_2 \oplus k_1$, $r_3 = k_3 \oplus k_2 \oplus k_1$, $r_4 = k_4 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_1 \oplus r_1 \oplus r_2 \oplus r_3$. Согласно этим выражениям осуществляем подключение входов сумматоров по модулю 2 к информационным шинам $k_1...k_4$. Порядок подачи информационных и контрольных символов на вход мультиплексора, а следовательно, и очередность их передачи в линию связи может быть различна: сначала информационные, а потом контрольные или наоборот, или классический вариант – на местах, кратных 2^i, где $i = 0,1,2 \dots r$, контрольные, а на остальных – информационные.

Порядок кодирования комбинации $G(x) = k_4k_3k_2k_1 = 1011$ показан на рис. 4.22 в виде состояния элементов. В результате в линию связи поступит кодовая комбинация $F(x) = 01100110$ с классическим порядком следования контрольных и информационных символов.

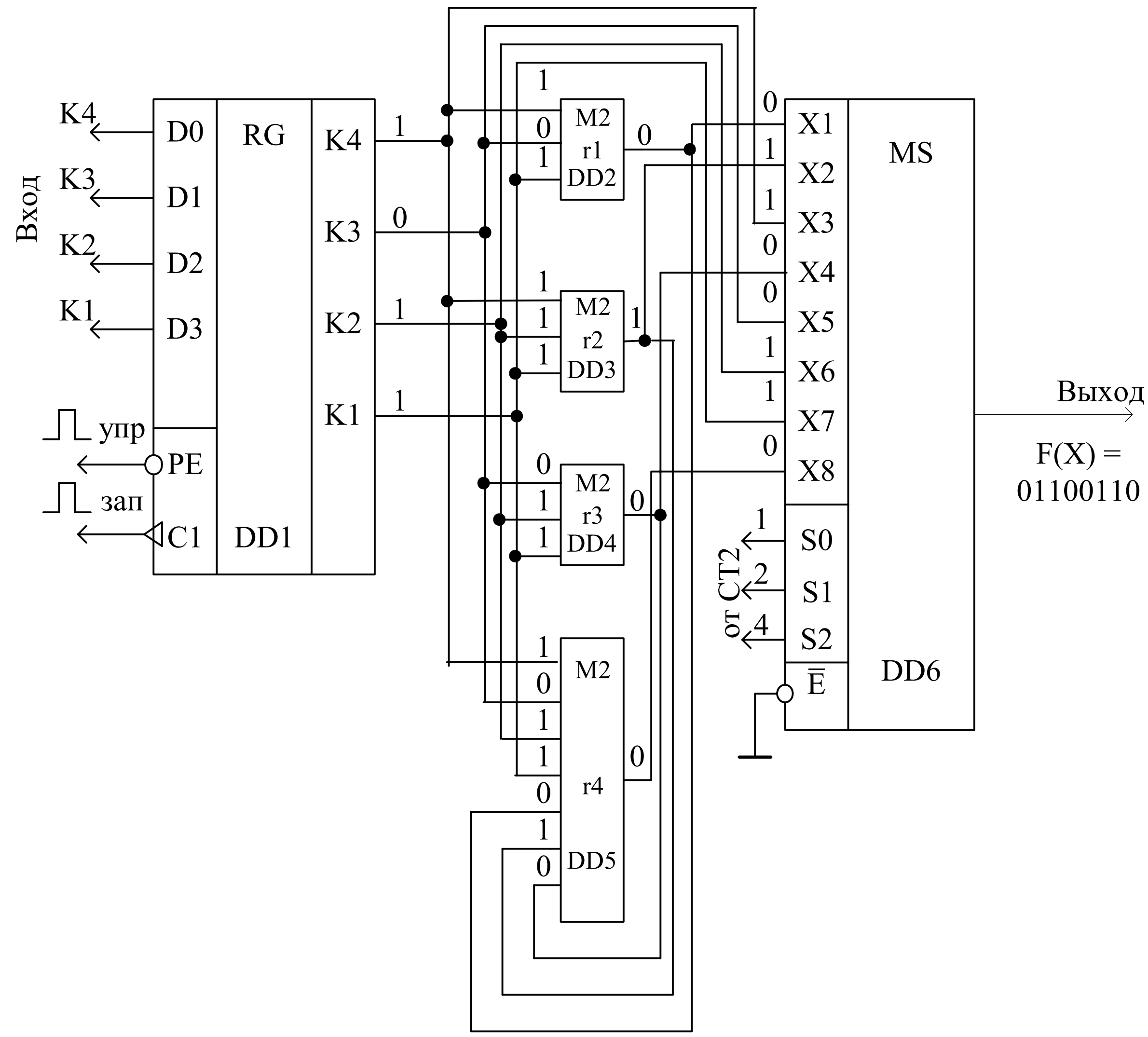


Рис. 4.22. Кодер кода Хемминга с d = 4

Декодирование заключается в нахождении ошибок, их исправлении и выводе полезной информации потребителю. Схема декодера для кода (8,4), позволяющего исправлять одиночные и обнаруживать двойные ошибки, приведена на рис. 4.23. Декодер состоит из входного регистра *DD*1, определителя синдрома $S_1S_2S_3$ на элементах *DD*2…*DD*4, определителя общей проверки на четность S_Σ на элементе DD15, дешифратора синдрома $S_1S_2S_3$ на элементе *DD*5, дешифратора двойной ошибки на элементе И *DD6*, устройства коррекции ошибок на элементах "исключающее ИЛИ" *DD*7…*DD10* и устройства вывода на элементах И *DD*11…*DD*14.

Входы определителя синдрома *DD*2…*DD*4 подключаются в соответствии с принятым алгоритмом кодирования. Для кода (8,4) сумматор по модулю 2 *DD*2 осуществляет проверку $S_1 = r_1 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_1$, сумматор *DD*3 —

$S_2 = r_2 \oplus k_4 \oplus k_2 \oplus k_1$, сумматор $DD4$ – $S_3 = r_3 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_1$. Общая проверка на четность принятой кодовой комбинации производится сумматором $DD15$ – $S_\Sigma = r_1 \oplus r_2 \oplus k_4 \oplus r_3 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus k_1 \oplus r_4$. Дешифратор синдрома представляет обычный дешифратор двоичного кода 4–2–1 в десятичный.

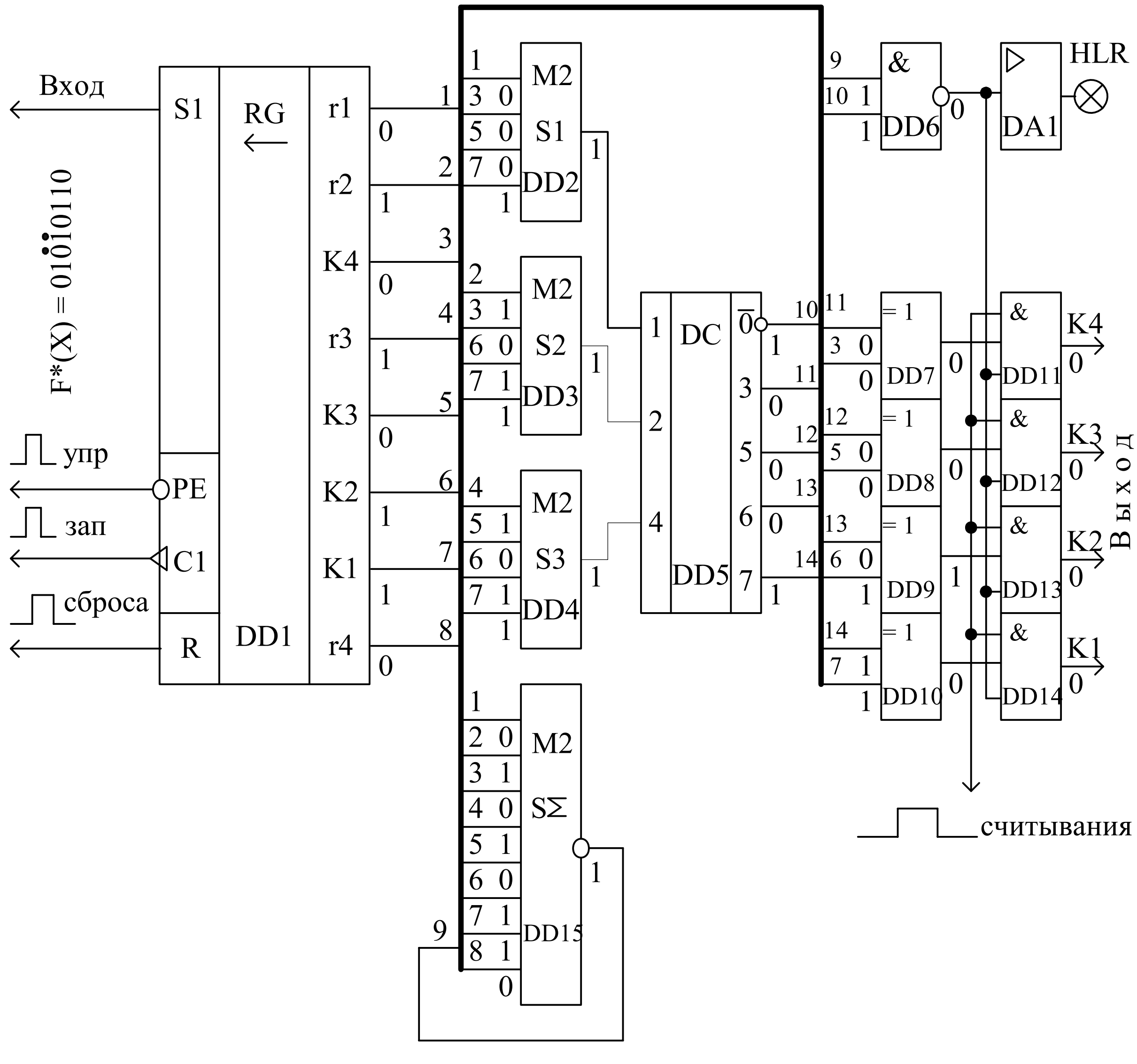


Рис. 4.23. Декодер кода Хемминга (8,4), позволяющего исправлять одиночные ошибки и обнаруживать двойные

В данном дешифраторе *DD*5 показаны прямые выходы, соответствующие информационным символам, и инверсный выход $\overline{0}$, на котором нулевой сигнал появляется только в случае, когда $S_1 = 0$, $S_2 = 0$, $S_3 = 0$; выходы, соответствующие контрольным символам, не показаны, так как их коррекция не производится. На выходе дешифратора двойной ошибки, элементе 2И–НЕ *DD*6, сигнал 0 (запрета) появляется только в том случае, когда на инверсном выходе

$DD15$ будет 1 и на выходе $\overline{0}$ дешифратора $DD5$ тоже будет 1. Этот сигнал поступает на один из входов схем И $DD11...DD14$ и запрещает выдачу информации потребителю.

При всех других соотношениях S_i и S_Σ, указанных в подразд. 2.3.2, на выходе И $DD6$ будет сигнал, равный 1.

Процесс декодирования кодовой комбинации $F^*(x) = 01\dot{0}\dot{1}0110$ показан на схеме в виде состояния элементов. В данном случае на выходе схемы И $DD6$ будет 0, а следовательно, схемы И $DD11...DD14$ будут закрыты, информация потребителю не поступит и будет включен индикатор HLR, свидетельствующий о двойной ошибке.

4.11. Технические средства умножения и деления многочлена на многочлен

Устройства для умножения и деления многочлена на многочлен составляют основу кодирующих и декодирующих устройств циклических кодов. Эти устройства строятся на базе регистров сдвига с обратными связями и сумматоров с приведением коэффициентов по модулю 2. Такие регистры также называют многотактными линейными переключательными схемами и линейными кодовыми фильтрами Хаффмана.

Основные правила построения схем умножителей и делителей:

1) число ячеек регистра равно старшей степени многочлена, на который происходит умножение или деление. Ячейка регистра для старшей степени многочлена отсутствует, но всегда присутствует ячейка x^0;

2) число сумматоров на единицу меньше числа ненулевых членов многочлена, на который производится умножение или деление, или на единицу меньше его веса;

3) при делении отбрасывается сумматор, соответствующий старшему члену многочлена, а при умножении – младшему;

4) сумматоры устанавливают перед ячейками регистра, соответствующими ненулевым членами многочлена тех же степеней;

5) при умножении множимое подается одновременно на вход и на все сумматоры;

6) при делении делимое подается только на первый сумматор, а частное – на выход и на все сумматоры;

7) множимое или делимое поступает на вход начиная со старшего разряда.

Функциональная схема делителя на многочлен $P(x)=x^4+x^3+1$ приведена на рис. 4.23.

Разделим на этот многочлен (делитель) многочлен $G(x)=x^7+x^5+x^4+x^3+x^1+1$ (делимое). Результат деления представлен в виде табл. 4.2, где стрелками показаны направления процессов между элементами.

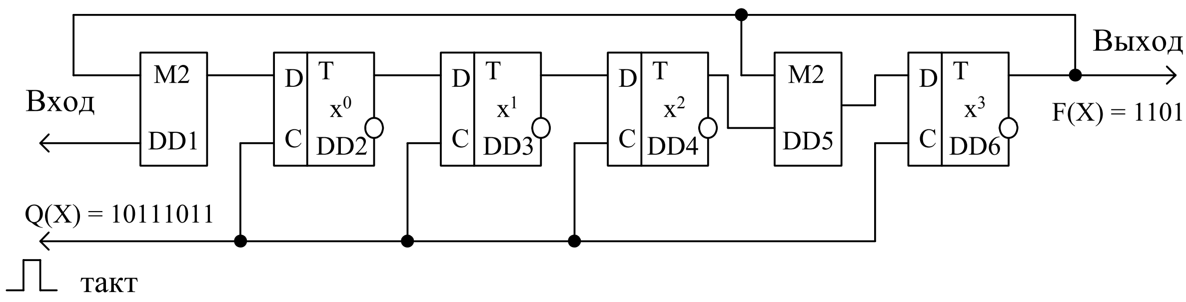


Рис. 4.24. Схема для деления на многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$

Из табл. 4.2 следует, что в такте 1 единица старшего разряда делимого записывается в ячейку *DD*2, в такте 2 эта единица считывается с ячейки *DD*2 и записывается в ячейку *DD*3 (косая стрелка из ячейки *DD*2 в ячейку *DD*3). Одновременно нуль делимого записывается в ячейку *DD*2, а нули из ячеек *DD*3 и *DD*4 переходят соответственно в ячейки *DD*4 и *DD*6, что также показано косыми стрелками. Нуль из ячейки *DD*6 появляется на выходе.

Таблица 4.2

Деление многочленов

Номер такта	Вход	Состояние ячеек регистра				Частное (Выход)
		DD2	DD3	DD4	DD6	
0		0	0	0	0	
1	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	1	1	0	1	0	0
4	1	1	1	0	1	0
5	1	0	1	1	1	1
6	0	1	0	1	0	1
7	1	1	1	0	1	0
8	1	0	1	1	1	1

Частное

В тактах 3 и 4 ячейки регистра продолжают заполняться, но на выход пока поступают только сигналы 0. Вследствие того что с ячейки *DD*6 сигнал 1 через сумматор *DD*1 поступает в ячейку *DD*2 одновременно с 1 делимого, в ней записывается 0 (такт 4). В этом же такте на выходе появляется 1 и через сумматор *DD*5 происходит запись 1 в ячейку *DD*6 (обратная связь с ячейки *DD*6 на ячейку *DD*2 регистра и на ту же ячейку *DD*6 показана косыми стрелками влево и вниз). В такте 6, хотя на вход поступает 0 делимого, по обратной связи с ячейки *DD*6 в ячейку *DD*2 записывается 1. Однако из–за той же обратной связи в ячейке *DD*6 происходит запись 0, так как сумматор *DD*5 не пропустил два сигнала 1.

Заполнение ячеек регистра в такте 7 происходит без обратной связи, которая вновь сказывается в такте 8. Частное читается сверху вниз. Остатки от деления начинают записываться в ячейки регистра начиная с такта 5. Последний остаток $R(x)$ = 1110 записан в такте 8.

На рис. 4.25 изображена схема умножителя на многочлен $P(x) = x^4+x^3+1$. Рассмотрим процесс умножения многочлена $G(x) = x^7+x^5+x^4+x^3+x+1$ на данный многочлен $P(x)$. Процесс умножения представлен в табл. 4.3.

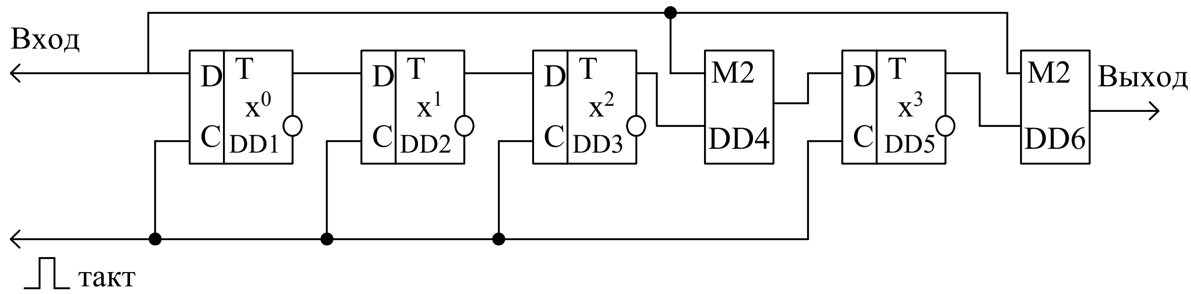


Рис. 4.25. Схема для умножения на многочлен $P(x) = x^4 + x^3 + 1$

В такте 1 единица старшего разряда записывается одновременно в ячейки *DD*1, *DD*5 и поступает на выход. В такте 2 на выход проходит сигнал 1 с ячейки *DD*5, а с ячейки *DD*1 единица переходит в ячейку *DD*2. В такте 3 сигнал 1 записывается с ячейки *DD*1 и DD5 и проходит на выход, а сигнал 1 с ячейки *DD*2 переходит в ячейку *DD*3. В такте 4 сигнал 1 записывается только в ячейку *DD*1, но на выход он не проходит и не записывается в ячейку *DD*5. Этому препятствуют сигналы 1 с ячеек *DD*3 и *DD*5. Начиная с такта 9 информация в регистр не поступает и регистр очищается, т.е. информация, записанная в такте 8, такт за тактом подается на выход. Результат умножения $F(x)$ = 111011010011 читается сверху вниз.

Таблица 4.3

Умножение многочленов

Номер такта	Вход (Множимое)	Состояние ячеек регистра				Выход (произведение)
		DD1	DD2	DD3	DD5	
0		0	0	0	0	
1	1	1	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0	1
3	1	1	0	1	1	1
4	1	1	1	0	0	0
5	1	1	1	1	1	1
6	0	0	1	1	1	1
7	1	1	0	1	0	0
8	1	1	1	0	0	1
9		0	1	1	0	0
10		0	0	1	1	0
11		0	0	0	1	1
12		0	0	0	0	1

4.12. Кодер и декодер циклического кода

Как указывалось в подразд.2.3.3, образование циклического кода состоит из двух операция: умножение комбинации обычного двоичного кода $G(x)$ на одночлен X^r и последующего деления этого произведения на выбранный образующий многочлен $P(x)$. Полученные в остатке от деления контрольные символы приписываются к кодируемой комбинации (2.29). Таким образом, кодирующее устройство должно совмещать функции умножения и деления.

Схема кодирующего устройства циклического кода (7,4), образованного с помощью генераторного полинома $P(x) = x^3+x+1 = 1011$, показана на рис. 4.26.

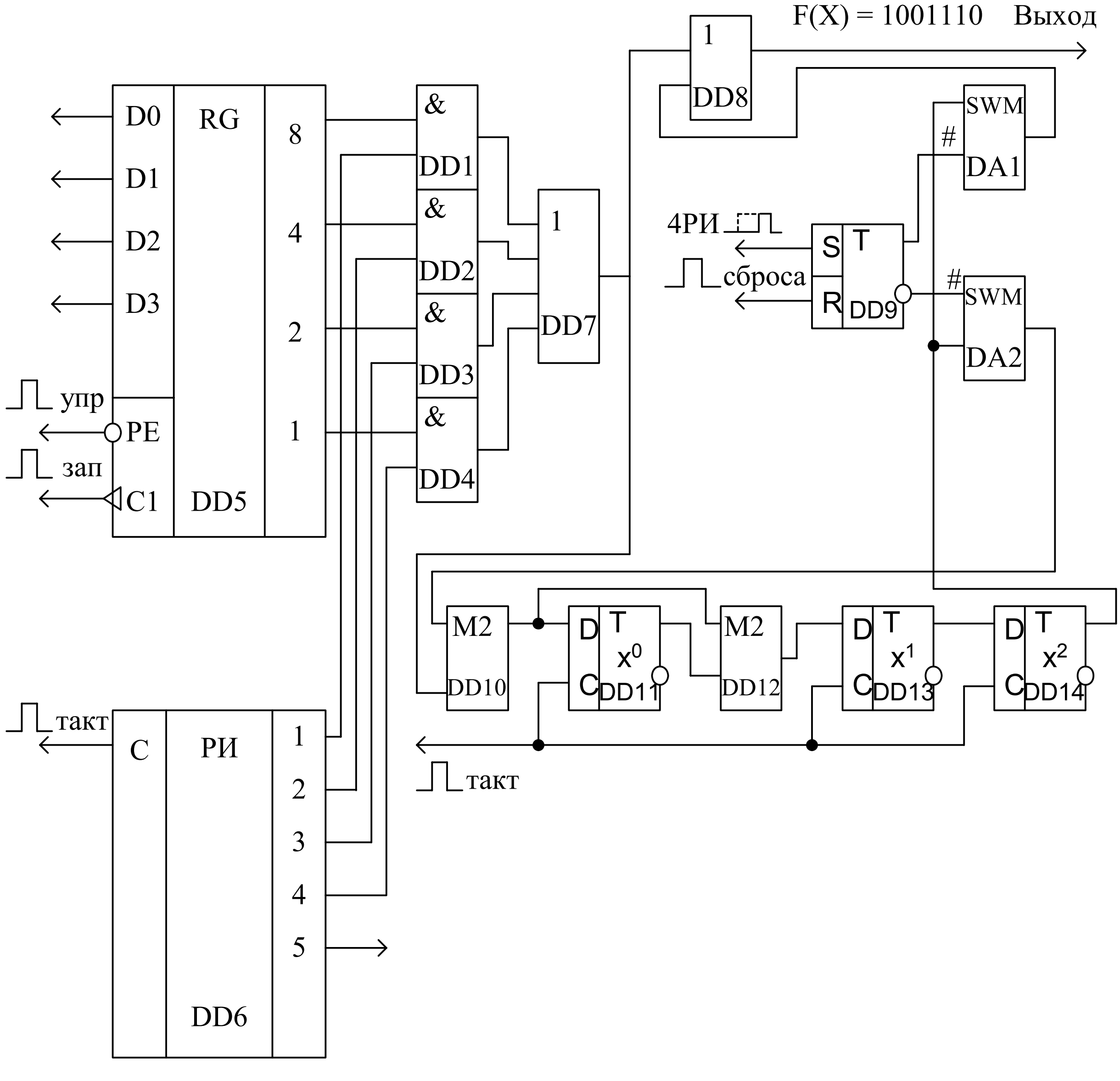


Рис. 4.26. Кодер циклического кода (7,4)

В состав его входит *r*–разрядный регистр сдвига (*DD*11, *DD*13, *DD*14), который совместно с сумматорами по модулю 2 *DD*10, *DD*12 осуществляет деление на полином $P(x)$, два ключа *DA*1, *DA*2, входной регистр *DD*5, для записи $G(x)$, коммутатор входных сообщений (*DD*1...*DD*4, *DD*6) и триггер управления *DD*9.

Схема работает следующим образом. В начале работы ключ *DA*2 замкнут сигналом 1 с инверсного выхода триггера *DD*9. Информационная последовательность под действием управляющих сигналов с распределителя импульсов *DD*6 через схемы И *DD*1…*DD*4 начиная со старшего разряда поступает на выход и входной сумматор $DD10$. В процессе ее прохождения за k тактов в ячейках регистров сдвига $DD11$, $DD13$, $DD14$ накапливается r проверочных разрядов. После 4–го такта ключ $DA2$ закрывается, а ключ $DA1$ открывается. Записанные в ячейках регистра r = 3 проверочных разрядов тремя тактами поступают на выход кодирующего устройства.

Процесс кодирования входного сообщения $G(x)$=1001 с помощью схемы рис. 4.26 показан в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Образование циклического кода

Номер такта	Вход	Состояние ячеек			Выход
		DD11	DD13	DD14	
					после четвертого такта
0		0	0	0	
1	1	1	1	0	1
2	0	0	1	1	0
3	0	1	1	1	0
4	1	0	1	1	1
5		0	0	1	1
6		0	0	0	1
7		0	0	0	0

Декодирование комбинаций циклического кода можно проводить различными методами, существуют методы (см. подразд. 2.3.3), основанные на использовании рекуррентных соотношений, на мажоритарном принципе, на вычислении остатка от деления принятой комбинации на образующий многочлен кода и др. Целесообразность применения каждого из них зависит от конкретных характеристик используемого кода.

Рассмотрим сначала устройства декодирования, в которых для обнаружения и исправления ошибок производится деление произвольного многочлена $F^*(x)$, соответствующего принятой комбинации, на образующий многочлен кода $P(x)$. В этом случае при декодировании могут использоваться те же регистры сдвига, что и при кодировании.

Декодер для обнаружения ошибок показан на рис. 4.27. В состав декодера входят: буферный регистр на *k* разрядов *DD*1, декодирующий регистр на элементах *DD*3, *DD*5, *DD*6 с сумматорами по модулю два *DD*2, *DD*4, схема которого подобна схеме кодера, схема ИЛИ–НЕ *DD*7 и схемы вывода информации на элементах И *DD*8...*DD*11.

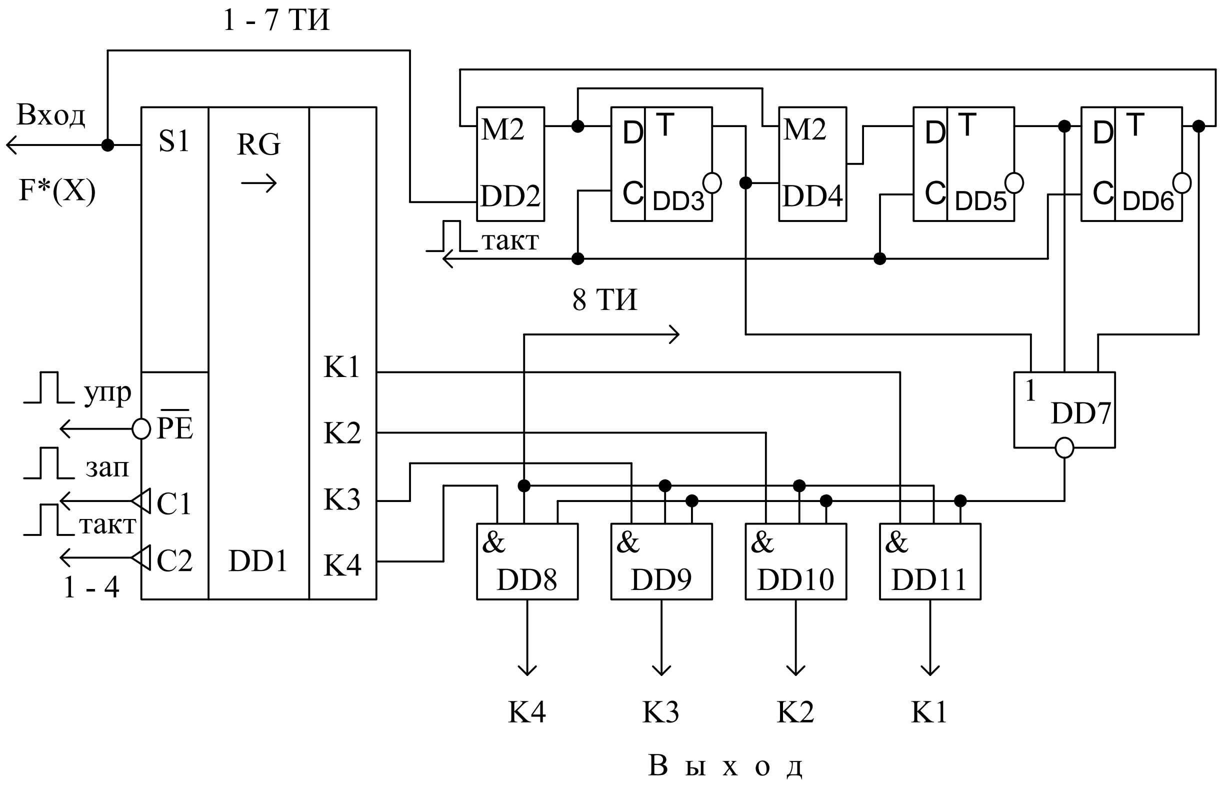


Рис. 4.27. Декодер циклического кода (7,4) для обнаружения ошибок

Принимаемая последовательность записывается в ячейки буферного регистра *DD*1 на первых четырех тактах и одновременно поступает в декодирующий регистр на 1–7–м тактах. Таким образом, в регистре *DD*1 оказываются лишь информационные разряды. На 8–м такте после приема последнего разряда кодовой комбинации, открываются схемы И *DD*8...*DD*11. Если комбинация принята без ошибок, то в ячейках декодирующего регистра будут записаны нули, а на выходе схем ИЛИ–НЕ появится 1, которая дает разрешение на вывод информационных разрядов $к_1...к_4$ через схемы И *DD*8…*DD*11 потребителю. Наличие же в тех или иных ячейках декодирующего регистра единиц свидетельствует об ошибках в принимаемой информации. На выходе схемы ИЛИ–НЕ *DD*7 в таком случае появляется сигнал 0, который запрещает вывод информации из буферного регистра.

Если декодер предназначен для исправления ошибок, то необходимо указать местоположение ошибочных разрядов. С этой целью в состав декодера вместо схемы ИЛИ включают дешифратор синдрома, вырабатывающий на своем выходе сигнал 1 при фиксации в ячейках декодирующего регистра комбинаций определенного вида. Последние выбираются с таким расчетом, чтобы момент их появления в ячейках декодирующего регистра совпадал с моментом прохождения ошибочного разряда через выходной сумматор, включенный на выходе буферного регистра. При этом ошибочный разряд, проходя через выходной сумматор, меняет знак на обратный (т.е. исправляется).

Проиллюстрируем принцип построения декодеров для исправления ошибок на примере кода (7,4) с образующим полиномом $P(x) = x^3+x+1$. Минимальное кодовое расстояние $d_{\mathbf{min}} = 3$, следовательно, код способен исправлять однократные ошибки. Укажем, что дешифратор синдрома должен быть настроен на комбинацию 001.

Схема декодера показана на рис. 4.28.

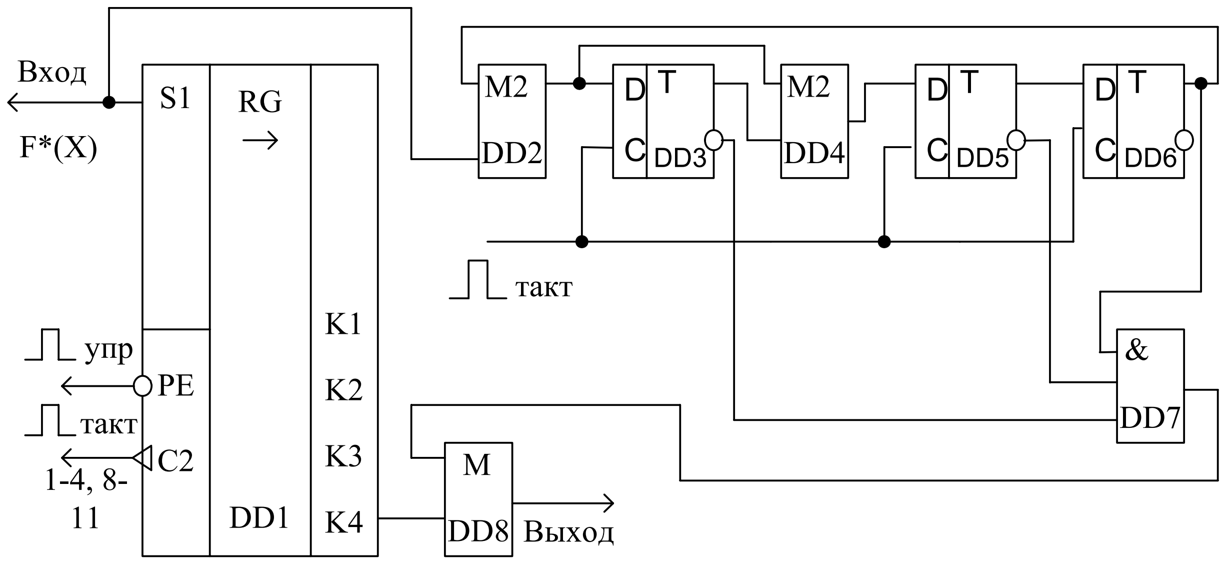


Рис. 4.28. Декодер циклического кода (7,4) для исправления одиночной ошибки

Пусть по каналу связи была передана комбинация $F(x) = 1001110$, которая под действием помех приняла вид $F^*(x) = 10\dot{1}1110$. Процесс исправления ошибки представлен в табл. 4.5.

На 7–м такте в ячейках декодирующего регистра завершается формирование комбинации синдрома. Комбинация 100 отлична от нуля, что свидетельствует о наличии ошибки. Далее в буферный и декодирующий регистры подается еще $k = 4$ тактов, которые, во–первых, выдвигают информационные разряды через выходной сумматор $DD8$ на выход декодера, а во–вторых, переформируют информацию в ячейках декодирующего регистра. Как видно из табл. 4.5, на 9–м такте в ячейках декодирующего регистра сформирована комбинация 001, на 10–м такте эта комбинация поступает на вход дешифратора синдрома, на выходе которого возникает сигнал 1. В этот же момент на выходной сумматор поступает искаженный 3–й разряд, который, проходя через сумматор, меняет знак на обратный. Исправленная комбинация имеет вид 1001.

Таблица 4.5

Декодирование циклического кода (7,4)

Номер такта	Вход	Состояние ячеек			Вход дешифратора синдрома DD7	Выход дешифратора синдрома DD7	Выход декодера
		DD3	DD5	DD6			
0		0	0	0			---
1	1	1	1	0	110		---
2	0	0	1	1	000		---
3	1	0	0	1	101		---
4	1	0	0	0	111		---
5	1	1	1	0	110		---
6	1	1	0	1	000		---
7	0	1	0	0	011		---
8	---	0	1	0	010	0	1
9	---	0	0	1	100	0	0
10	---	1	1	0	111	1	0
11	---	0	1	1	000	0	1

На рис. 4.29 представлена функциональная схема мажоритарного декодирования кода (7, 3) (см. пример 2.17). В процессе заполнения регистра декодируемой кодовой комбинации ключ *SWT* находится в положении 1. После заполнения регистра сдвига на выходах сумматоров формируются результаты проверок относительно разряда a_0 (2.48): $a_1 \oplus a_3$ (*DD*8), $a_2 \oplus a_6$ (*DD*9) и $a_4 \oplus a_5$ (*DD*10); a_0 поступает непосредственно в схему, где происходит подсчет чисел 1 и 0 , т.е. в мажоритарный элемент $M \geq 3$, который выносит решение о значении разряда a_0. Далее ключ *SWT* переводится во второе положение, подается еще один тактовый импульс в регистр, комбинация сдвигается на один разряд вправо, создаются условия (2.49) по проверке разряда a_1 и мажоритарный элемент выносит решение о значении разряда a_1 и т.д. вплоть до декодирования разряда a_6. Таким образом, декодирование кодовой комбинации осуществляется за $2n$ тактов: в течение первых n тактов заполняется регистр $DD1 \ldots DD7$, а в течение последующих определяется значение каждого из n разрядов. Вывод информации потребителю осуществляется с выхода мажоритарного элемента через схему И $DD12$.

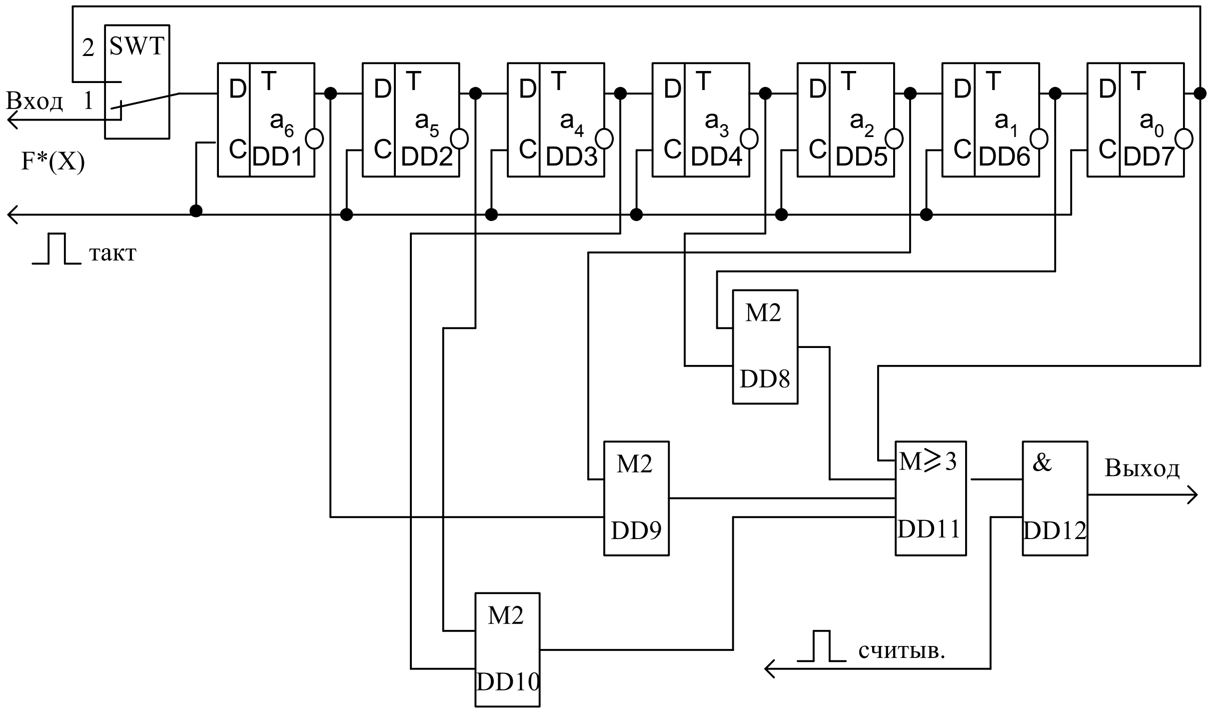


Рис. 4.29. Мажоритарный декодер циклического кода (7,3)

4.13. Кодер и декодер итеративного кода

Рассмотрим кодер итеративного кода для структуры кодовой комбинации приведенной в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Определение контрольных символов итеративного кода

k_1 1	k_2 0	k_3 1	r_1 0
k_4 1	k_5 0	k_6 0	r_2 1
r_3 0	r_4 0	r_5 1	r_6 1

Кодер для данной структуры приведен на рис. 4.30.

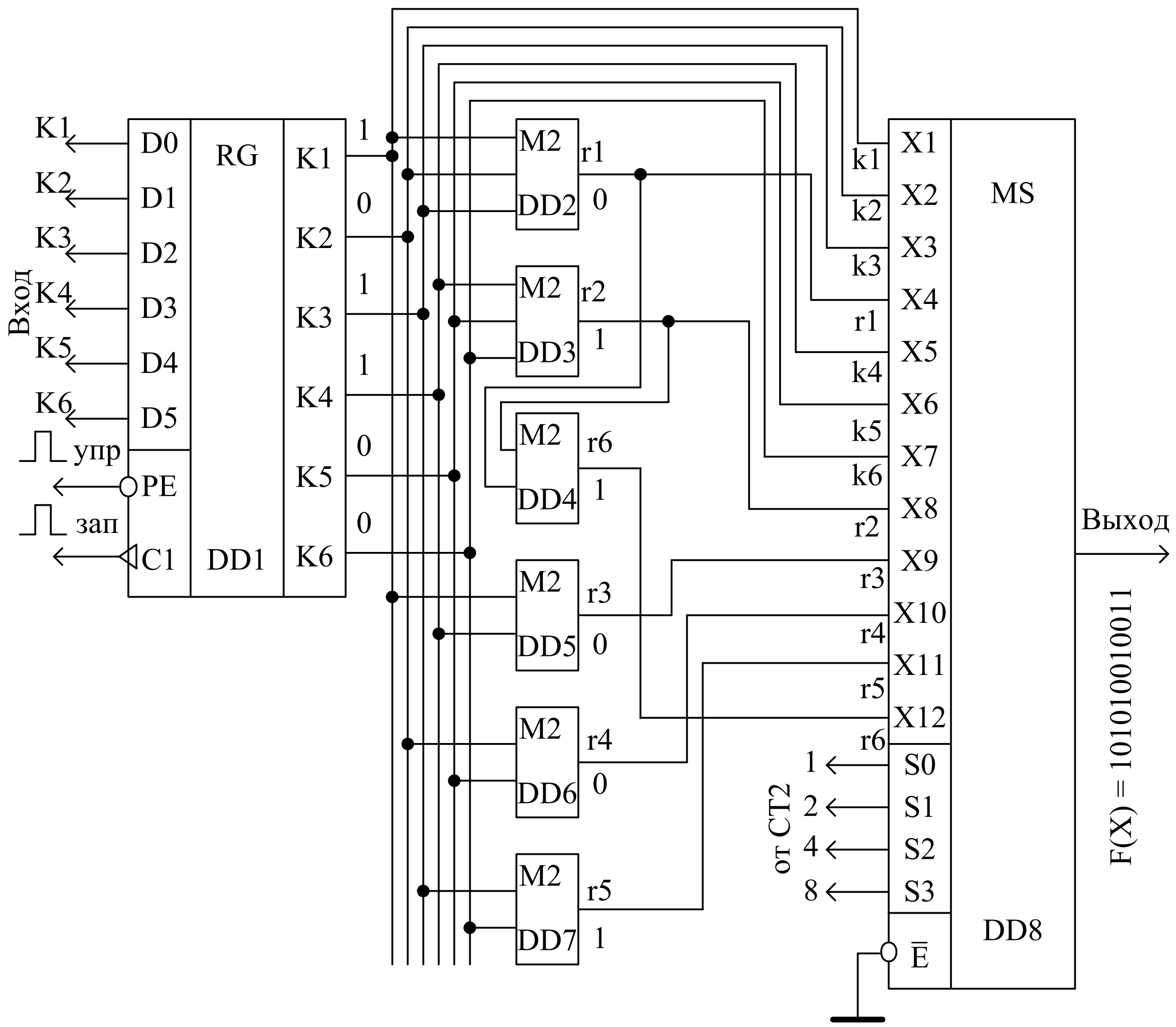


Рис. 4.30. Кодер итеративного кода

Кодовая комбинация, подлежащая кодированию, записывается в буферный регистр *DD*1. Формирование контрольных символов $r_1 \ldots r_6$ сумматорами по модулю два *DD*2…*DD*7 осуществлена в соответствие строкам и столбцам табл. 4.6. Мультиплексор *DD*8 осуществляет преобразование параллельного кода в последовательный.

Декодер для рассматриваемой структуры кодовой комбинации приведен на рис. 4.31. Кодовая комбинация в итеративном коде записывается в буферный регистр *DD*1. Затем сумматорами по модулю два *DD*2…*DD*6 осуществляются проверки в соответствии с табл. 4.6, т.е. $S_1 = k_1 \oplus k_2 \oplus k_3 \oplus r_1$, $S_2 = k_4 \oplus \quad \oplus k_5 \oplus k_6 \oplus r_2$, $S_3 = k_1 \oplus k_4 \oplus r_3$, $S_4 = k_2 \oplus k_5 \oplus r_4$, $S_5 = k_3 \oplus k_6 \oplus r_5$. При отсутствии искажений синдром $S_5S_4S_3S_2S_1$ должен быть нулевого порядка. При наличии одиночной ошибки на выходе соответствующих сумматоров *DD*2...*DD*6 появляются 1, которые поступят на дешифратор синдрома, собранный на элементах И *DD*7…*DD*12. Дешифратор однозначно указывает номер искаженного символа, и 1 с соответствующей схемы И *DD*7…*DD*12 поступит на один из входов схем коррекции ошибки *DD*13…*DD*18, на второй вход которых поступают соответствующие информационные символы k_1 … k_6. Информационный символ, проходя через сумматор по модулю 2, сложится с 1 соответствующей схемы И *DD*7…*DD*12 и изменит свое значение на противоположное.

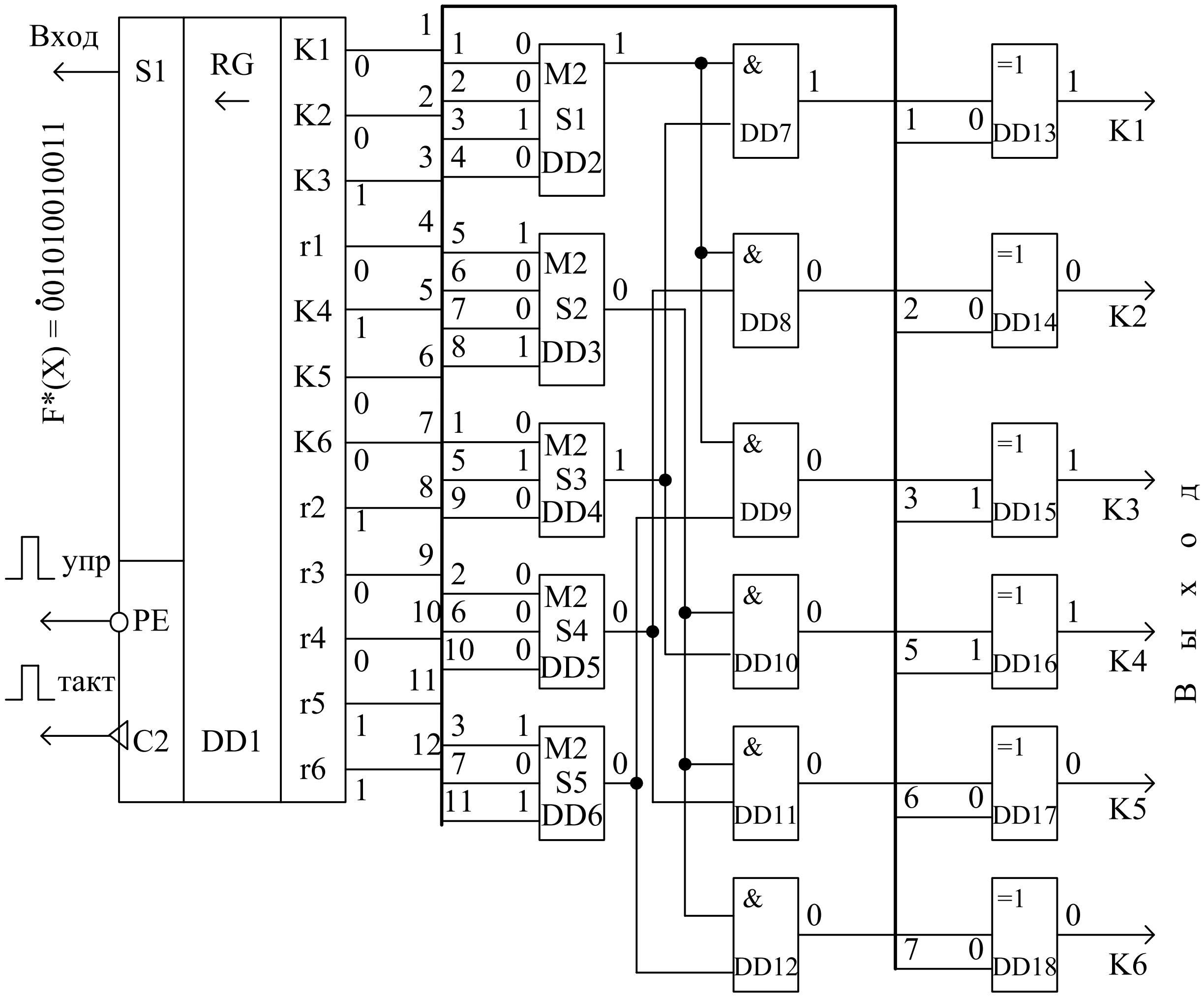


Рис. 4.31. Декодер итеративного кода

На схеме показана дешифрация кодовой комбинации $F^*(x) = \dot{0}01010010011$ в виде состояния элементов. В результате дешифрации получим синдром $S_5S_4S_3S_2S_1$ = 00101, что вызвало появление 1 на выходе схемы

И $DD7$, которая поступила на один из входов схемы $DD13$. На второй вход поступил информационный символ $k_1 = 0$, который при прохождении через схему $DD13$ изменил свое значение на 1 и на вход потребителя поступила кодовая комбинация $k_1k_2k_3k_4k_5k_6$ = 101100 ,что соответствует исходной, указанной в табл. 4.6.

4.14. Кодер и декодер рекуррентного кода

Процесс образования и декодирования кодовых комбинаций рекуррентного кода достаточно полно рассмотрен в подразд. 2.3.5. Там же приведены структурные схемы кодирующих и декодирующих устройств рекуррентного кода при шаге сложения b=2. Для более глубокого понимания процессов обнаружения и исправления ошибок рассмотрим функциональные схемы кодеров и декодеров при шаге сложения b= 3 на примере исходной кодовой комбинации $G(x)$ = 1111000011111100.

Кодирующее устройство такого кода представлено на рис. 4.32. Процесс образования контрольных символов $r(x)$ с помощью данного кодера представлен в табл. 4.7.

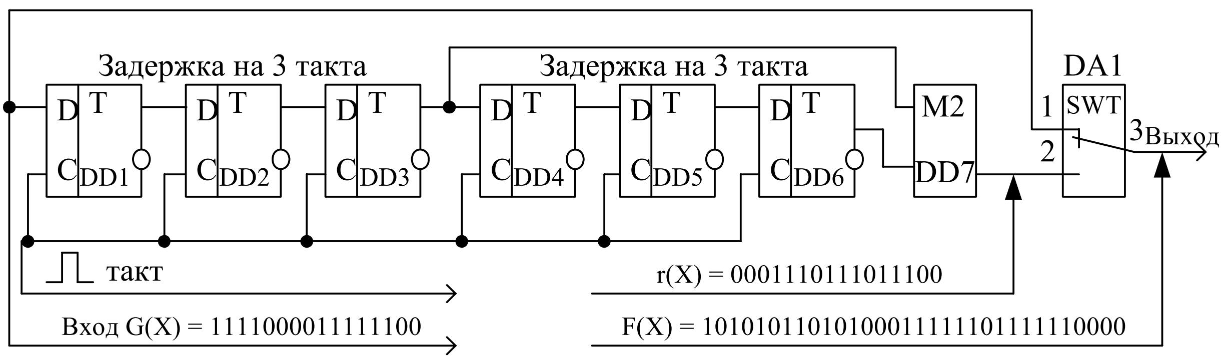


Рис. 4.32. Функциональная схема кодера рекуррентного кода (2, 1) при b = 3

Ключ $DA1$ находится в положении 1, когда на вход кодера поступает информационный символ, и в положении 2, когда с выхода сумматора по модулю два поступает контрольный символ. Таким образом, выходная последовательность $F(x)$ в точке 3 представляет собой чередование информационных и контрольных символов.

Декодирующее устройство представлено на рис. 4.33.

Таблица 4.7

Образование контрольных символов при b = 3

Номер такта	Вход	Состояние ячеек регистра						Выход DD7
		DD1	DD2	DD3	DD4	DD5	DD6	
1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	0	0	0	0	0
3	1	1	1	1	0	0	0	0
4	1	1	1	1	1	0	0	1
5	0	0	1	1	1	1	0	1
6	0	0	0	1	1	1	1	1
7	0	0	0	0	1	1	1	0
8	0	0	0	0	0	1	1	1
9	1	1	0	0	0	0	1	1
10	1	1	1	0	0	0	0	1
11	1	1	1	1	0	0	0	0
12	1	1	1	1	1	0	0	1
13	1	1	1	1	1	1	0	1
14	1	1	1	1	1	1	1	1
15	0	0	1	1	1	1	1	0
16	0	0	0	1	1	1	1	0

Как известно из подразд. 2.3.5, процесс декодирования заключается в формировании контрольных символов из информационных, поступивших на декодер, и их сравнении с контрольными символами, пришедшими из канала связи. В результате сравнения вырабатывается корректирующая последовательность, которая и производит исправление информационной последовательности.

Рассмотрим работу декодера. Входная кодовая комбинация $F^*(x)$ разделителем $DA1$ разделяется на последовательности информационных и контрольных символов. Посредством линейного преобразователя на элементах $DD1 \ldots DD6$ и $DD10$ аналогично преобразователю кодирующего устройства, снова формируются проверочные символы $r^{**}(X)$, которые сравниваются (суммируются по модулю 2) элементом $DD11$ с проверочными символами $r^*(X)$, поступающими непосредственно из канала связи. Если ошибок нет, то на выходе формирователя синдрома $DD11$ имеем последовательность, состоящую из одних нулей. Каждой конкретной пачке ошибок соответствует свой синдром. Определим его структуру. Будем считать, что произошел наихудший случай: исказилось $2b$ символов. Следовательно, будет поражено b информационных и b проверочных символов. До поступления первого ошибочного символа на входе регистр содержит безошибочные информационные символы.

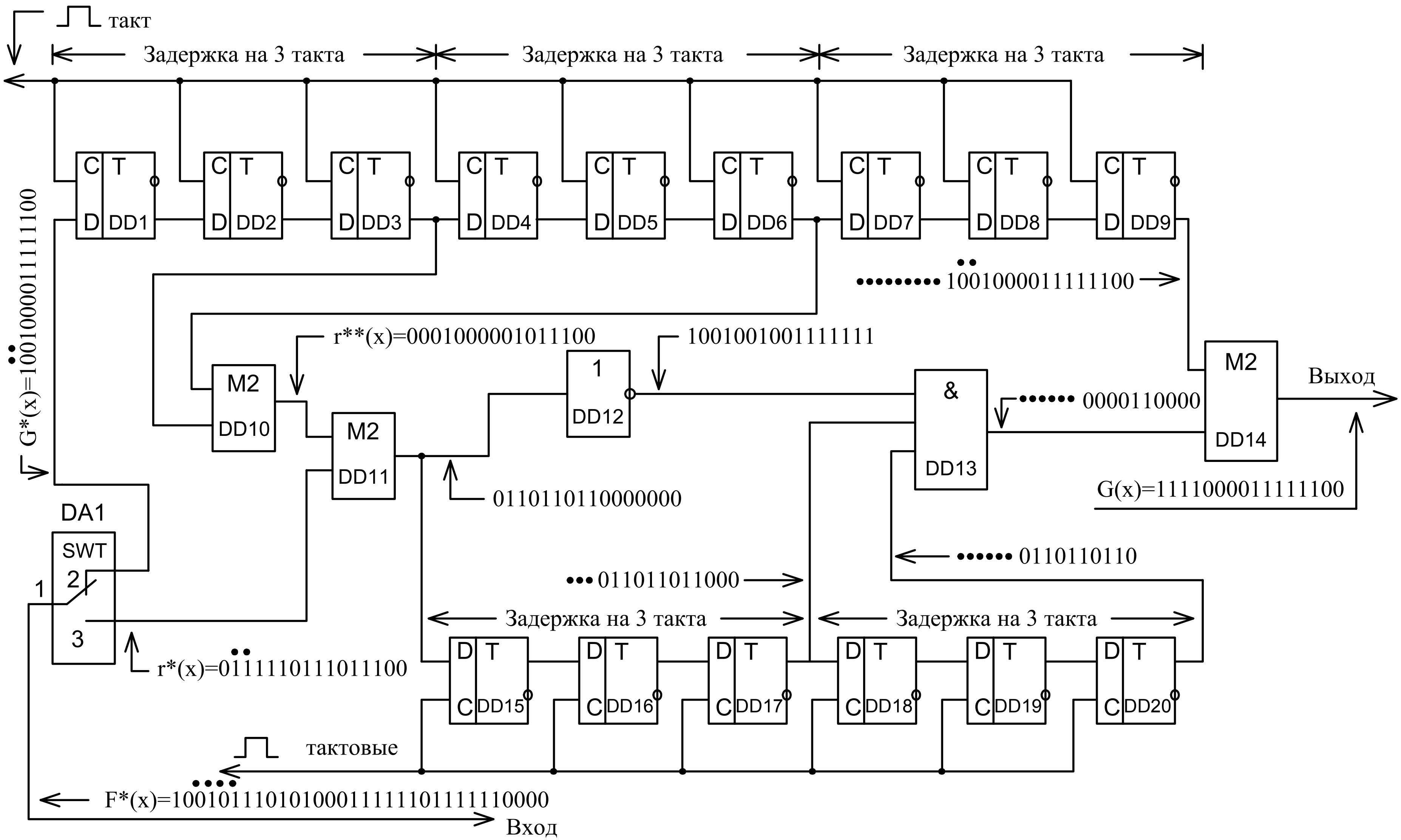


Рис. 4.33. Функциональная схема декодера рекуррентного кода (2,1) при b=3

Поэтому в течение первых b тактов в синдроме возникают единицы из–за ошибок в проверочных символах. На этом пачка ошибок заканчивается, и в дальнейшем на выходной сумматор формирователя синдрома $DD11$ будут поступать лишь безошибочные проверочные символы. За следующие $2b$ тактов единицы формируются в синдроме сначала из–за поступления ошибочных информационных символов из первого полурегистра $DD1 \ldots DD3$, а затем из второго $DD4 \ldots DD6$. Таким образом, синдром содержит: 1) единицы на местах ошибок в проверочных символах; 2) со сдвигом на b символов – единицы на местах ошибок в информационных символах; 3) еще со сдвигом на b повторяется комбинация, полученная в предыдущем случае.

Как видно из рис. 4.33, анализатор синдрома на элементах $DD15 \ldots DD20$ и $DD13$ построен в точном соответствии с его структурой. Поскольку корректирующий сигнал формируется через $3b$ тактов, а информационные символы в формирователе синдрома $DD1 \ldots DD6$ задерживаются только на $2b$ тактов, то возникает необходимость в дополнительной задержке информационных символов на b тактов, что производится элементами $DD7 \ldots DD9$.

Таким образом, на пути информационных символов в декодере имеется всего $3b$ ячеек $DD1 \ldots DD9$. Это соответствует $6b$ символам во входной последовательности $F^*(x)$.

Следовательно, чтобы вывести все ошибочные символы из схемы, требуется промежуток $6b+1$ безошибочных символов. Чтобы не проводилось исправлений в случае появления ошибочных символов в этот период, предусмотрен элемент НЕ $DD12$.

Функционирование декодирующего устройства при дешифрации конкретного сообщения $F^*(x)$ показано на рис. 4.33 в виде конкретных комбинаций на входе и выходе отдельных элементов, которые наглядно демонстрируют исправление двух информационных символов (помеченных точкой сверху), искаженных помехой. Точки спереди кодовых комбинаций означают задержку на соответствующее число тактов.

5. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА КОДИРОВАНИЯ И ДЕКОДИРОВАНИЯ ЧАСТОТНЫХ КОДОВ

5.1. Кодер и декодер кода на перестановки

Теоретические аспекты построения данного кода рассмотрены в подразд. 2.4.2, а кодер для трех частот приведен на рис. 5.1. В соответствии с выражением (2.62) число команд, которые могут быть представлены в данном коде, равно 6, а именно: $f_1 f_2 f_3$, $f_1 f_3 f_2$, $f_2 f_1 f_3$, $f_2 f_3 f_1$, $f_3 f_1 f_2$, $f_3 f_2 f_1$, причем элементы команд передаются последовательно. Выбор любой команды осуществляется одним из ключей $SA1 \ldots SA6$. Схемами ИЛИ $DD1 \ldots DD3$ формируются элементы команды первой ступени, схемами $DD4 \ldots DD6$ – второй ступени и схемами $DD7 \ldots DD9$ – третьей ступени. Опрос состояния схем каждой ступени производится импульсами с распределителя импульсов путем подачи их на входы схем И *DD*10…*DD*12, *DD*13…*DD*15, *DD*16…*DD*18 соответственно. Видеосигналы с выхода схем *DD*10…*DD*18 объединяются схемами ИЛИ *DD*19…*DD*21, которые подключают через ключи *DA*4…*DA*5 ко входу сумматора *DA*7 соответствующие генераторы *DA*1…*DA*3. Таким образом, в зависимости от замкнутого ключа на выходе будет сформирована одна из 6 команд.

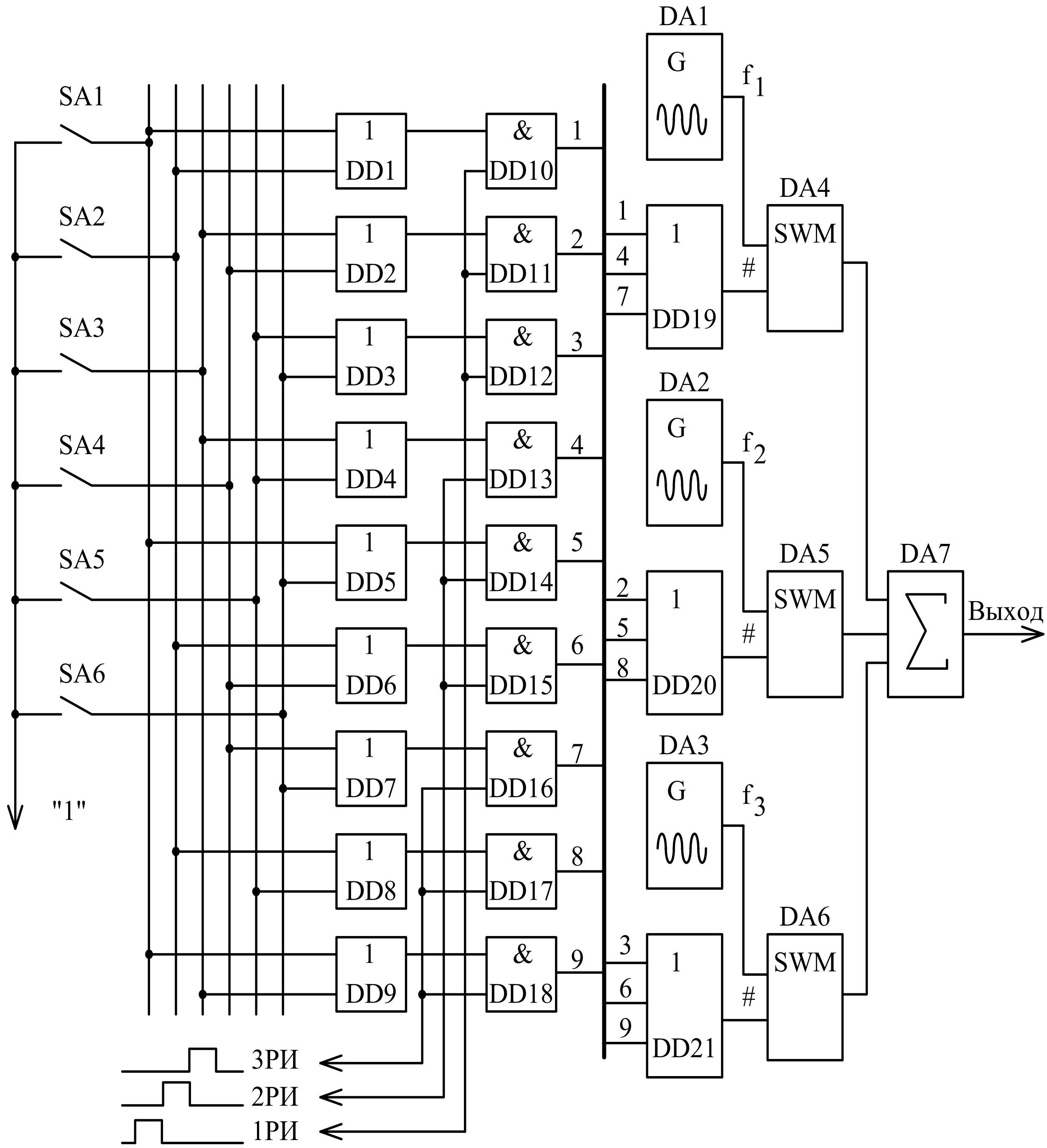


Рис. 5.1. Схема кодера кода на перестановки P_3

Схема декодера приведена на рис. 5.2. Сигналы, пришедшие из канала связи, селектируются полосовыми фильтрами *DA*1…*DA*3, преобразуются в видеоимпульсы преобразователями *DA*4…*DA*6, которые в общем случае представляют собой амплитудные детекторы. Затем видеоимпульсы, соответствующие радиоимпульсам, пришедшим на соответствующих временных позициях, записываются в трехразрядные регистры *DD*5…*DD*7. Дешифрация сигналов с выхода регистров производится схемами И *DD*8…*DD*13. Подключение входов каждого элемента производится в соответствии с правилами формирования команд кодером рис. 5.1 и наглядно видно из рис. 5.2, где на выходе каждого элемента подписаны частоты и очередность их следования.

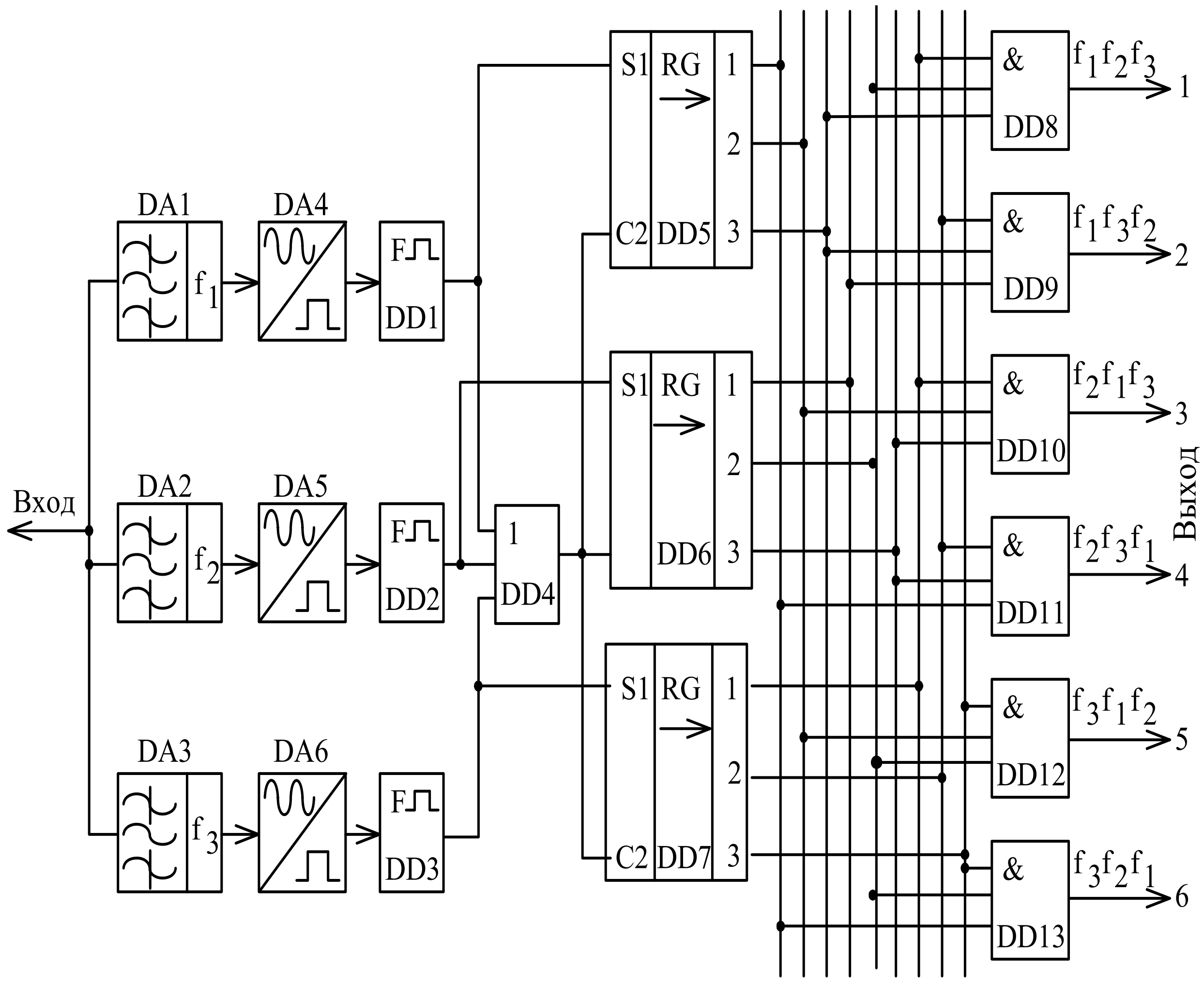


Рис. 5.2. Схема декодера кода на перестановки P_3

5.2. Кодер и декодер кода на размещения

Рассмотрим кодер кода на размещение A_3^2. С помощью данного кодера можно передать 6 команд следующими комбинациями частот: f_1f_2, f_1f_3, f_2f_3, f_2f_1, f_3f_1, f_3f_2.

Функциональная схема такого кодера приведена на рис. 5.3.

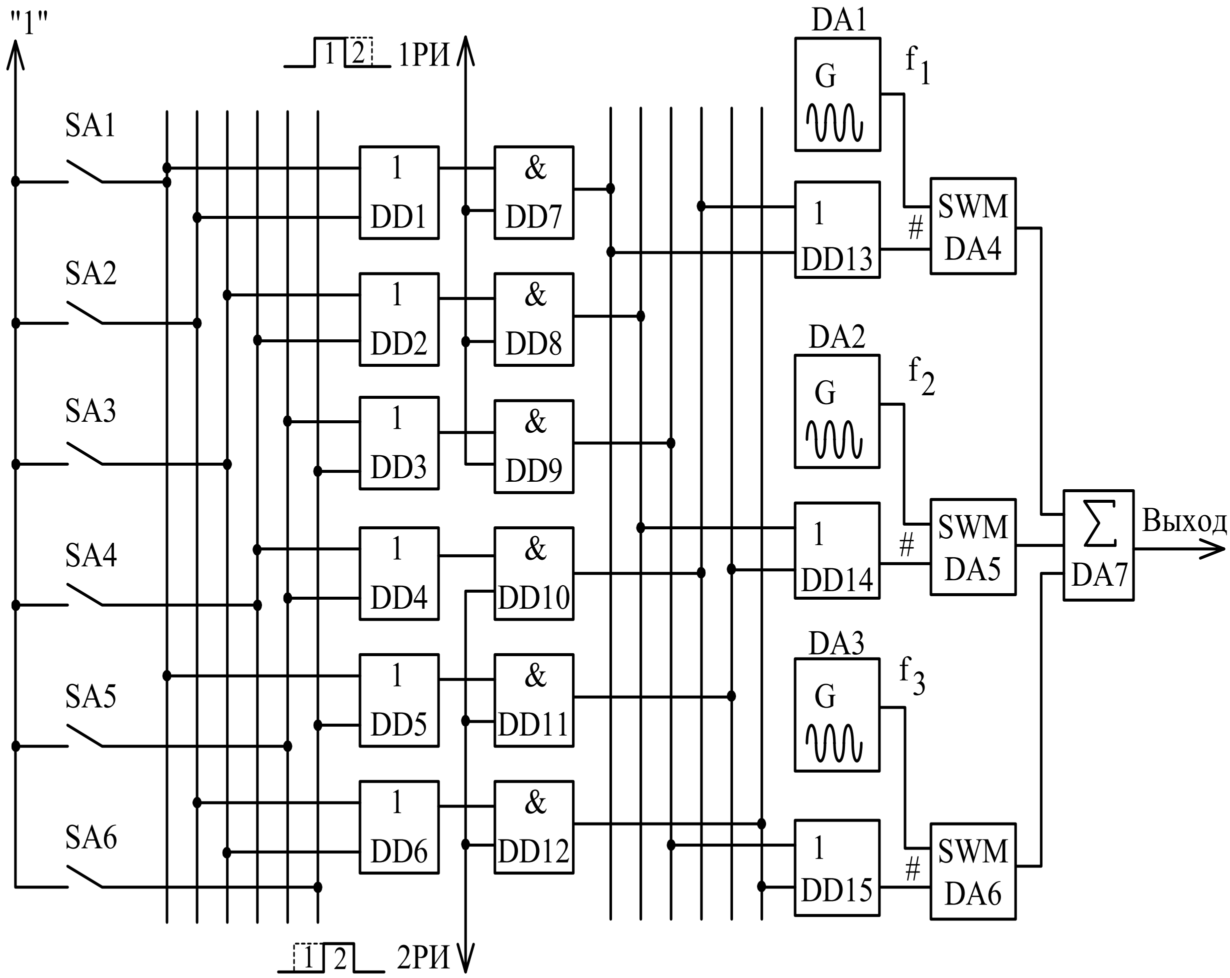


Рис. 5.3. Кодер кода на размещение A_3^2

Элементами ИЛИ *DD*1…*DD*6 формируются видеосигналы, соответствующие приведенным выше комбинациям частот. Для организации передачи радиоимпульсов на первой и второй временной позициях служит распределитель импульсов (на схеме показаны только его выходы), имеющий два выхода 1*РИ* и 2*РИ*. Так, при замыкании ключа *SA*1 сигнал через схемы ИЛИ *DD*1 и *DD*5 подготовит к работе схемы И *DD*7 и *DD*11. Опрос *DD*7 осуществляется на первом шаге, а *DD*11 – на втором шаге *РИ*.

Сигнал с выхода *DD*7 через *DD*13 замыкает ключ *DA*4, а сигнал с выхода *DD11* через *DD*14 замыкает ключ *DA*5, что обеспечивает поступление частотных посылок сначала f_1, а затем f_2 через выходной сумматор *DA*7. Таким образом, в линию связи поступит последовательный двухчастотный код $f_1 f_2$. Аналогично работает кодирующее устройство и при замыкании любого другого ключа $SA2 \ldots SA6$.

На рис. 5.4 приведена схема декодирующего устройства последовательного двухчастотного кода на размещение из n = 3 частот по две (m = 2).

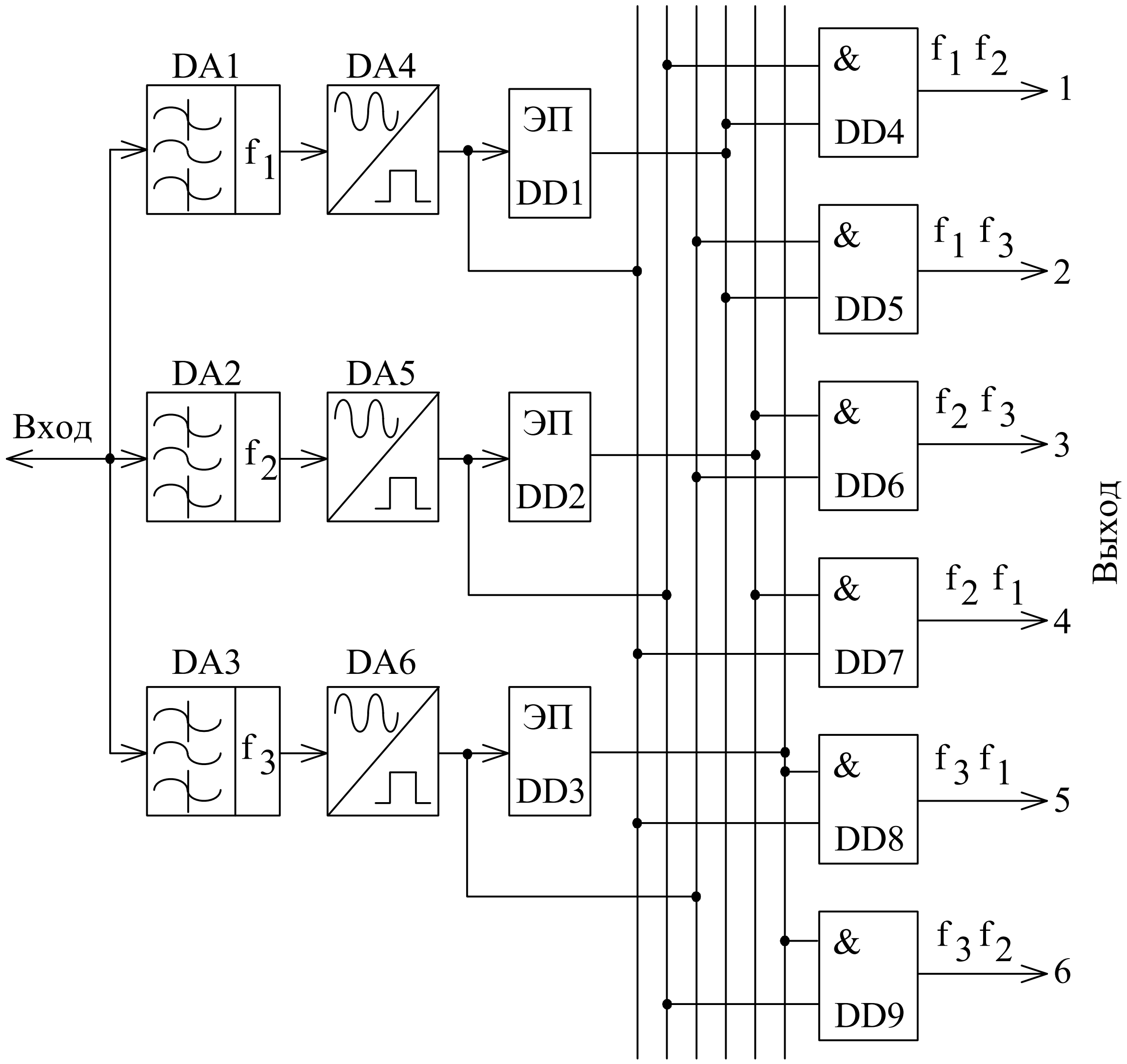


Рис. 5.4. Декодеры кода на размещение A_3^2

Пришедшие от линейного блока радиоимпульсы разделяются полосовыми фильтрами $DA1 \ldots DA3$, затем выделяется огибающая радиоимпульса и формируется видеоимпульс с параметрами, необходимыми для работы интегральных микросхем преобразователями $DA4 \ldots DA6$, в качестве которых можно использовать амплитудные детекторы с триггерами Шмитта.

Видеосигналы с выхода преобразователей *DA*4…*DA*6, пришедшие на первых позициях, запоминаются элементами кратковременной памяти (ЭП) *DD*1…*DD*3, в качестве которых могут использоваться регистры сдвига как в схеме рис. 5.2. Дешифровка сигналов производится схемами И *DD*4…*DD*9, входы которых подключаются в соответствии с кодовыми комбинациями, сформированными при кодировании.

5.3. Кодер и декодер кода на сочетания

Принципы построения данных кодов приведены в подразд. 2.4.4. Рассмотрим кодер кода на сочетание C_4^2, схема которого представлена на рис. 5.5.

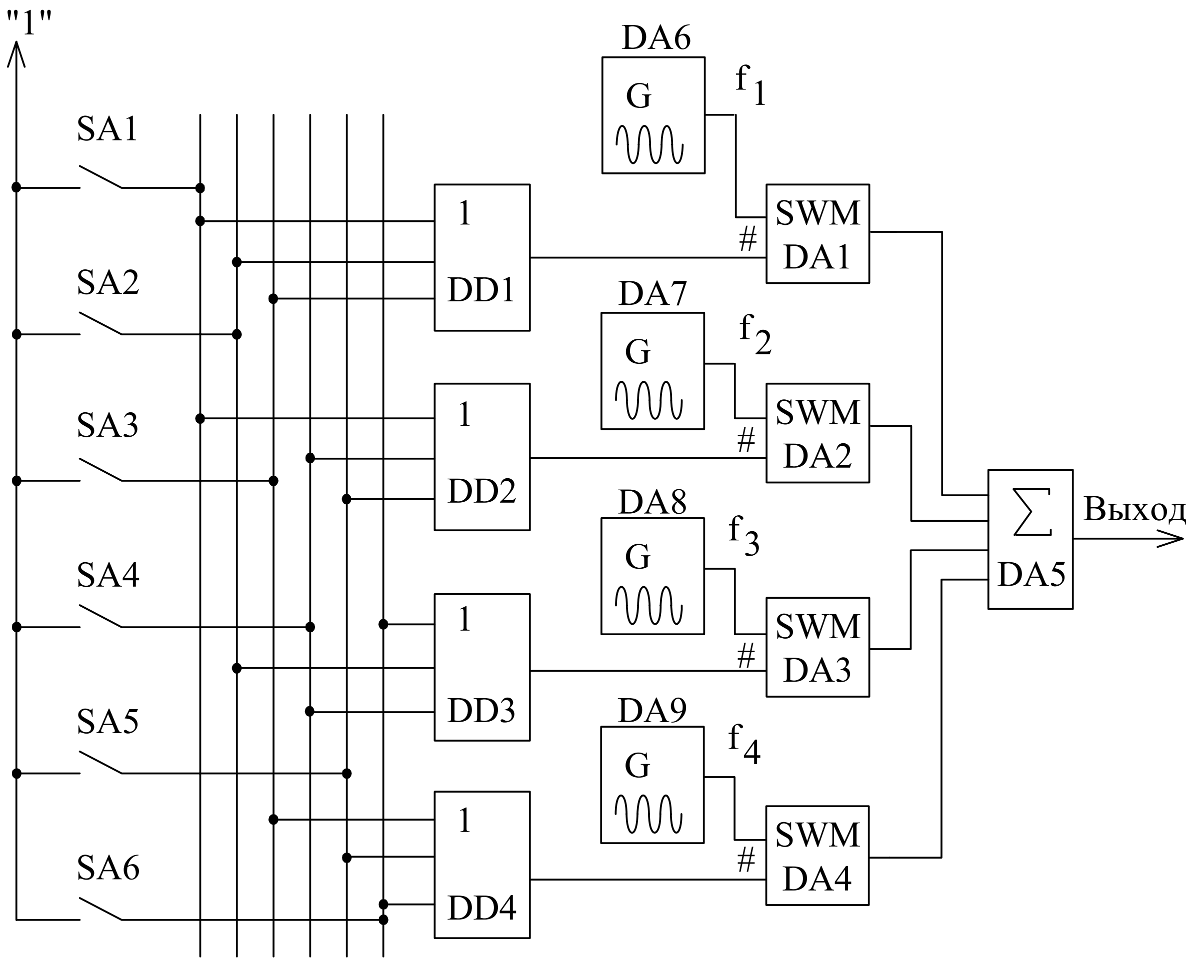


Рис. 5.5. Кодер кода на сочетание C_4^2

Как известно, в данном коде может быть представлено шесть комбинаций: f_1f_2, f_1f_3, f_1f_4, f_2f_3, f_2f_4, f_3f_4. Радиоимпульсы в данном коде передаются в параллельном виде. Формирование закона комбинирования радиоимпульсов в соответствии с приведенными комбинациями производится схемами

ИЛИ *DD*1…*DD*4 при замыкании соответствующего ключа *SA*1…*SA*6. Например, замыкая ключ *SA*1, плюс источника питания $E_п$ через схемы ИЛИ *DD*1 и *DD*2 поступает на цифровой вход ключей *DA*1 и *DA*2, открывает их, и сигналы с частотами f_1 и f_2 от генераторов *DA*6 и *DA*7 соответственно поступают через выходной сумматор *DA*5 к линейному блоку. При замыкании ключа *SA*2 в линейный блок поступит сигнал с частотами $f_1 f_3$ и т.д.

Декодер кода C_4^2 приведен на рис. 5.6.

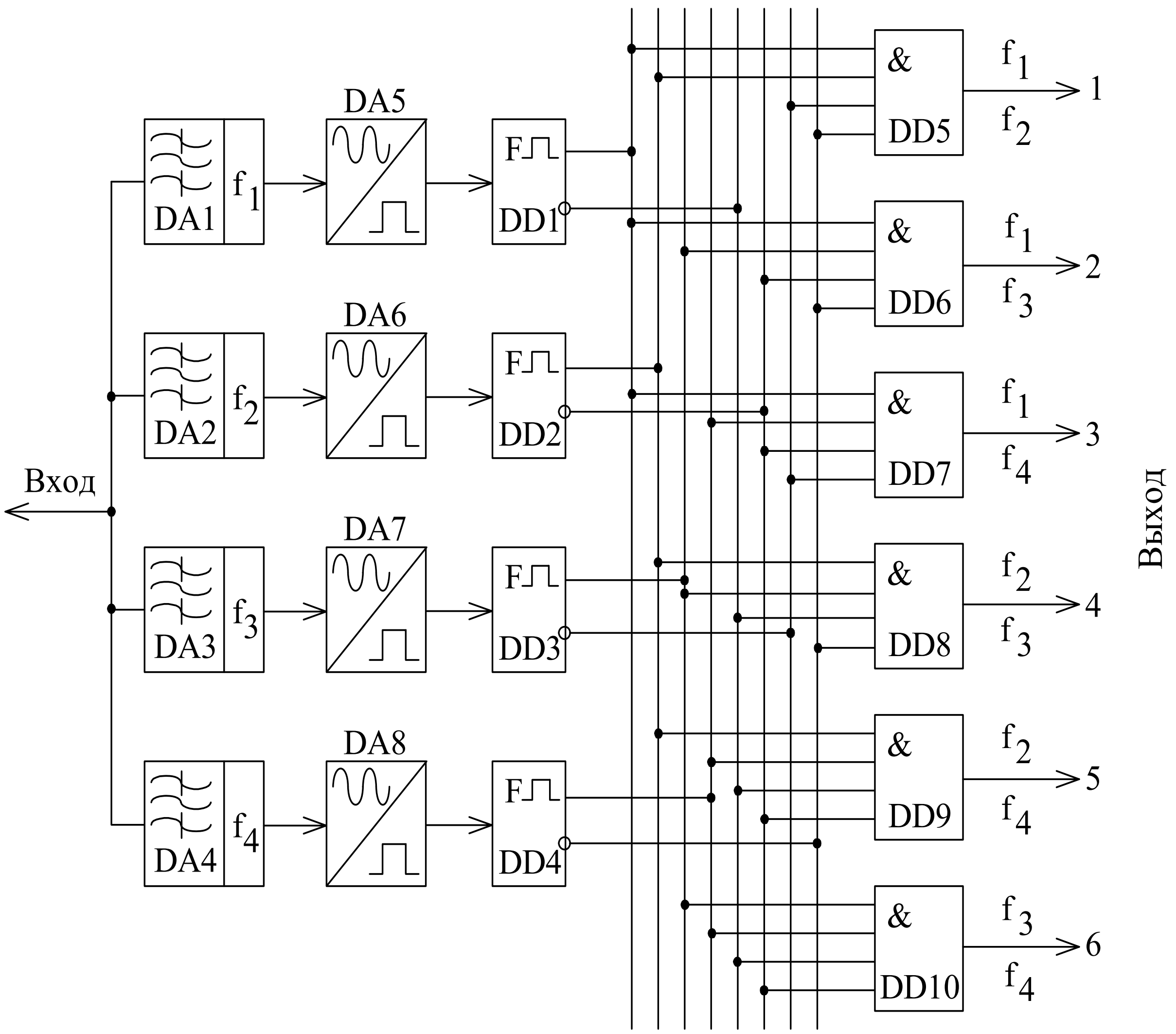


Рис. 5.6. Декодер кода на сочетание C_4^2

Назначение полосовых фильтров *DA*1…*DA*4, преобразователей *DA*5…*DA*6 и формирователей импульсов *DD*1…*DD*4 такое же, как и в предыдущих схемах декодеров на перестановки (см. рис. 5.2) и на размещение (см. рис. 5.4).

При построении данного декодера большое внимание уделено обеспечению защитного отказа в случае сбоев. Для этой цели на входы дешифраторов, собранных на схемах И *DD*5…*DD*10, заведены два прямых (информационных) и два инверсных (неинформационных для данного канала) сигнала с выходов формирователей *DD*1…*DD*4. Информационные входы на каждую схему И заведены в соответствии с законом формирования комбинаций кодером. Таким образом, при приходе более или менее двух радиоимпульсов ни одна из схем И *DD*5…*DD*10 на выходе не будет иметь информационного сигнала, а следовательно, не произойдет ложного срабатывания объекта.

5.4. Дешифратор одночастотного кода

Дешифровка одночастотных сигналов может быть произведена с помощью селективных электронных реле и цифровых частотных избирателей. В данном подразделе рассмотрим вторые как наиболее перспективные при построении систем телемеханики на элементах цифровой вычислительной техники. Схема такого дешифратора приведена на рис. 5.7.

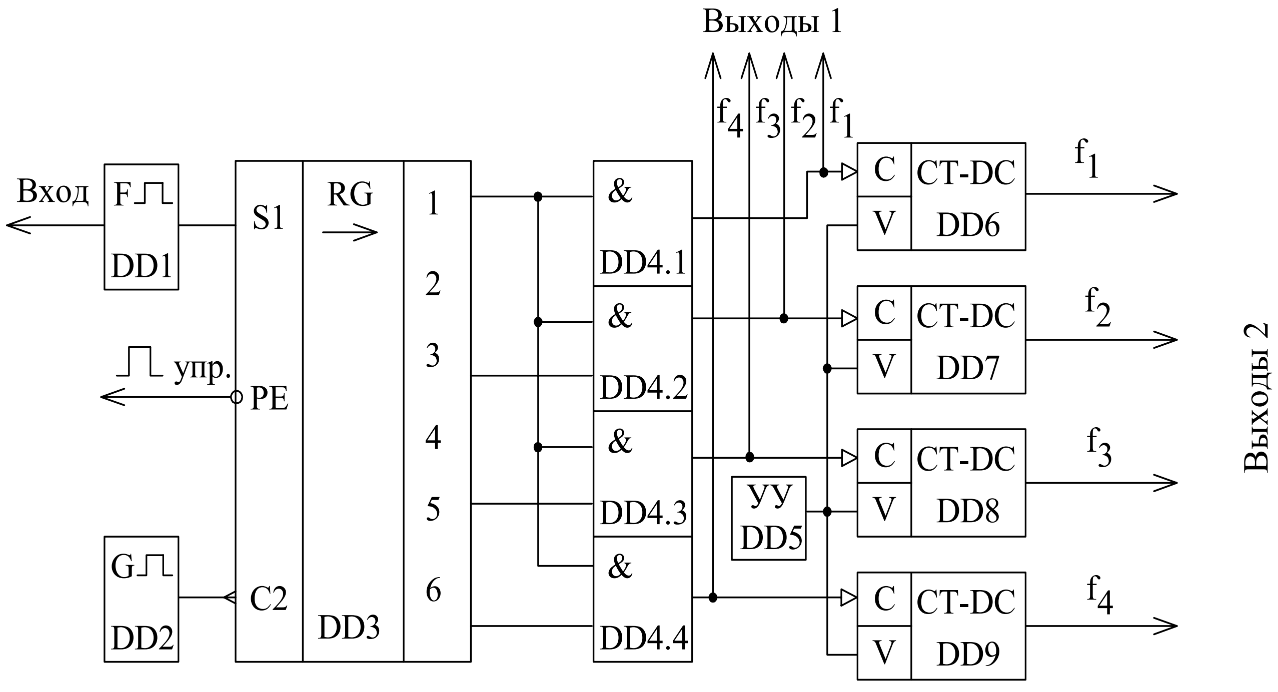


Рис. 5.7. Дешифратор одночастотного сигнала

Из синусоидального сигнала, поступившего от линейного блока, формируются прямоугольные импульсы формирователем *DD*1. Первый импульс записывается в первую ячейку регистра сдвига *DD*3, который затем продвигается тактовыми импульсами от генератора *DD*2. Второй импульс записывается снова в первую ячейку и одновременно поступает на входы всех схем И. Появившийся при этом сигнал на выходе одной их схем И *DD*4.1…*DD*4.4 однозначно связан с частотой радиоимпульса. Для увеличения надежности управления сигналы с выхода схем И *DD*4.1…*DD*4.4 могут поступать на пересчетные схемы *DD*6…*DD*9, которые состоят их счетчиков и дешифраторов, где определяется соответствие сигнала на нескольких периодах следования входных радиоимпульсов. Вывод сигнала для управления выходными исполнительными элементами производится по командам с устройства управления *DD*5 (УУ).

5.5. Кодер и декодер сменно–качественного кода

Как известно из подразд. 2.4.5, в данном коде соседние символы не могут быть одинаковыми. Таким образом, при передаче информации бинарными кодами необходимо надлежащим образом производить преобразование передаваемых сообщений.

В схеме кодера, приведенной на рис. 5.8, это решено следующим образом. Кодовая комбинация, подлежащая передаче, записывается в буферный регистр *DD*1 и при подаче тактовых импульсов от генератора *DD*2 поступает на входы *R* установки в исходное положение счетчиков *DD*3 и *DD*4.

Таким образом, счетчики *DD*3 и *DD*4 подсчитывают соответственно число единиц и число нулей, следующих подряд в передаваемой комбинации. Дешифратором *DD*5 при нечетном числе 1 выходы 1, 3, 5, 7 объединяются схемой ИЛИ *DD*7, этими сигналами подключается генератор *DA*1, и в канал связи поступают радиоимпульсы с частотой f_1. Все четные выходы дешифраторов *DD*5 и *DD*6 объединяются схемой ИЛИ *DD*8, и в результате создаются условия для подачи в канал связи радиоимпульсов с частотой f_3. Все нечетные выходы дешифратора *DD*6 объединяются схемой ИЛИ *DD*9, тем самым обеспечивается поступление в канал связи радиоимпульсов с частотой f_2. Процесс преобразования кодовой комбинации $G(x)$ = 1110010 в сменно–качественный код $F(x) = f_1 f_3 f_1 f_2 f_3 f_1 f_2$ показан на временных диаграммах рис. 5.9.

Основой декодера (рис. 5.10) являются полосовые фильтры *DA*1…*DA*3, которые селектируют радиоимпульсы, поступившие из канала связи, и преобразователи радиоимпульсов в видеоимпульсы *DA*4…*DA*6, которые совместно с формирователями *DD*1…*DD*3 формируют видеоимпульсы с параметрами, необходимыми для работы элементов ТТЛ. Триггер *DD*5 формирует зоны логических единиц. Так как каждой временной зоне соответствует активный видеоимпульс, то последовательно поступающие импульсы с выхода схемы ИЛИ *DD*4 можно использовать в качестве тактовых. С помощью этих импульсов последовательность информационных символов с выхода триггера *DD*5 записывается в регистр *DD*6. Процесс преобразования последовательности радиоимпульсов $F(x) = f_1 f_3 f_1 f_2 f_3 f_1 f_2$ в последовательность видеоимпульсов показан на временных диаграммах рис. 5.11.

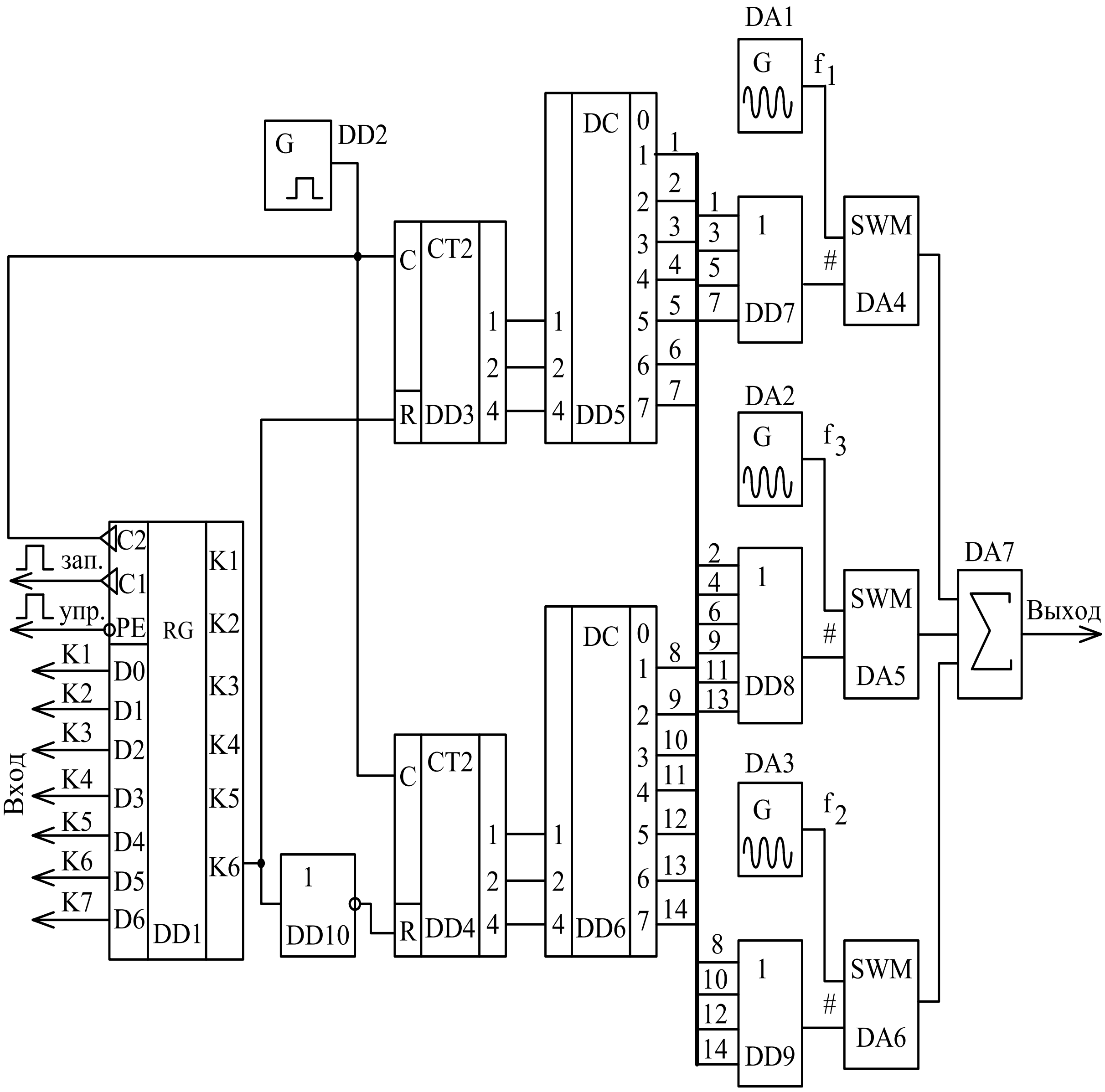


Рис. 5.8. Кодер сменно–качественного кода

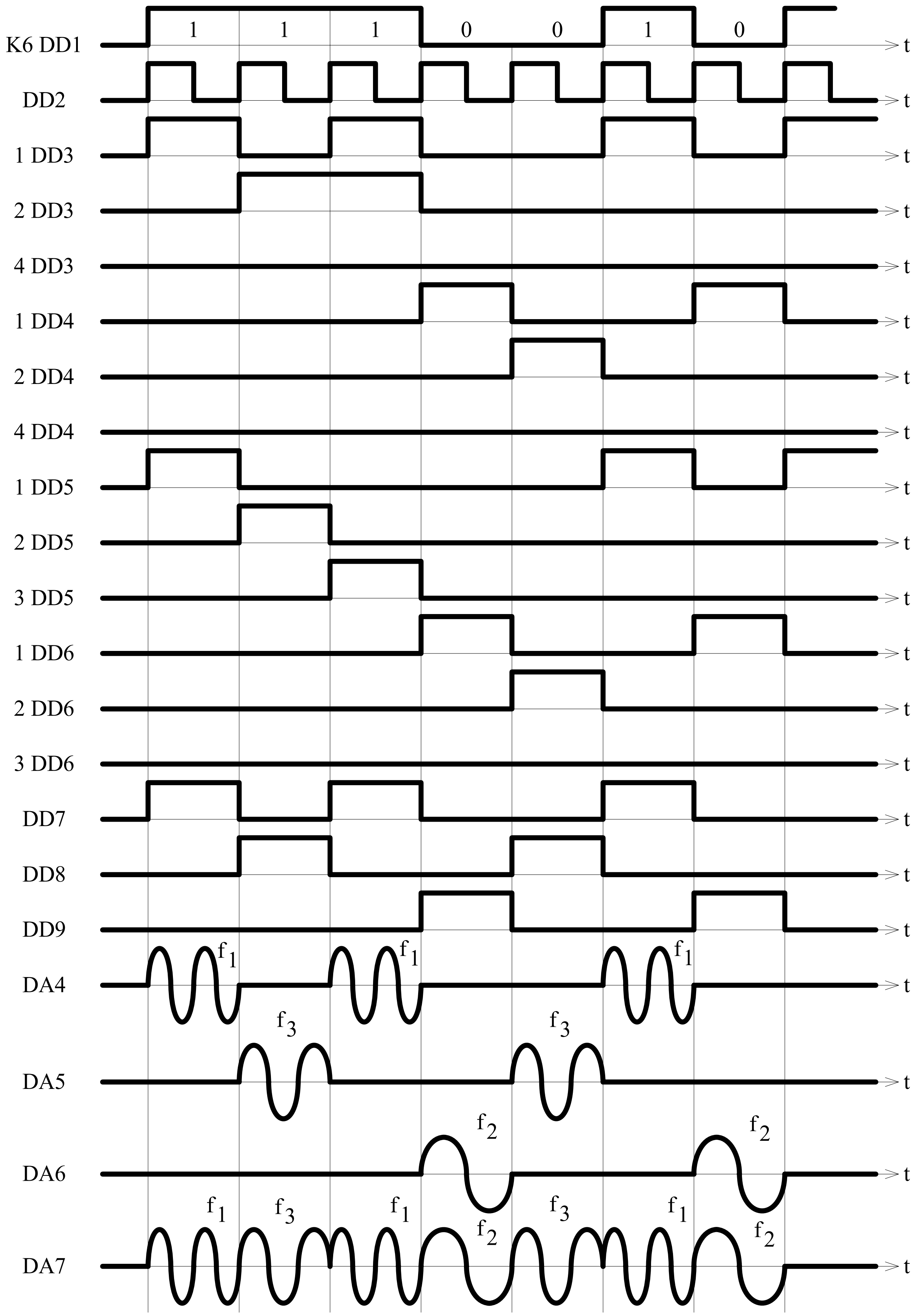


Рис. 5.9. Временные диаграммы работы кодера сменно–качественного кода

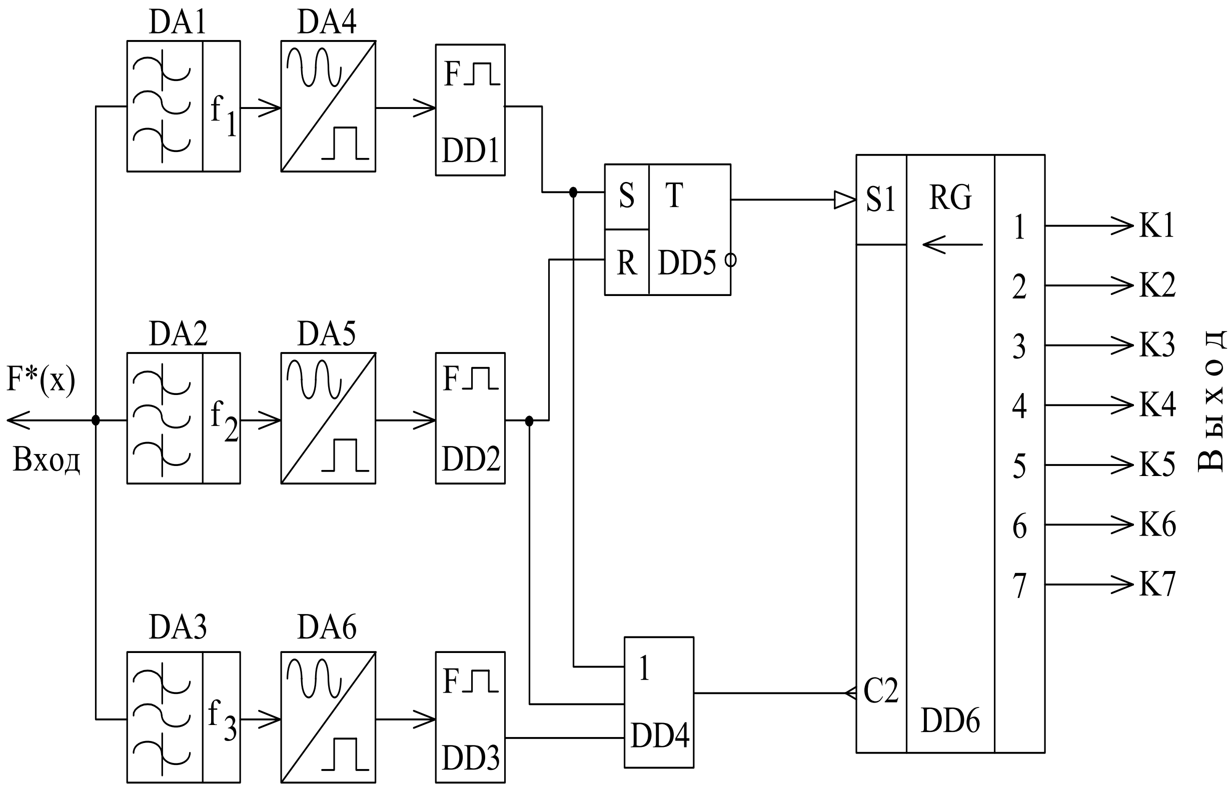


Рис. 5.10. Декодер сменно–качественного кода

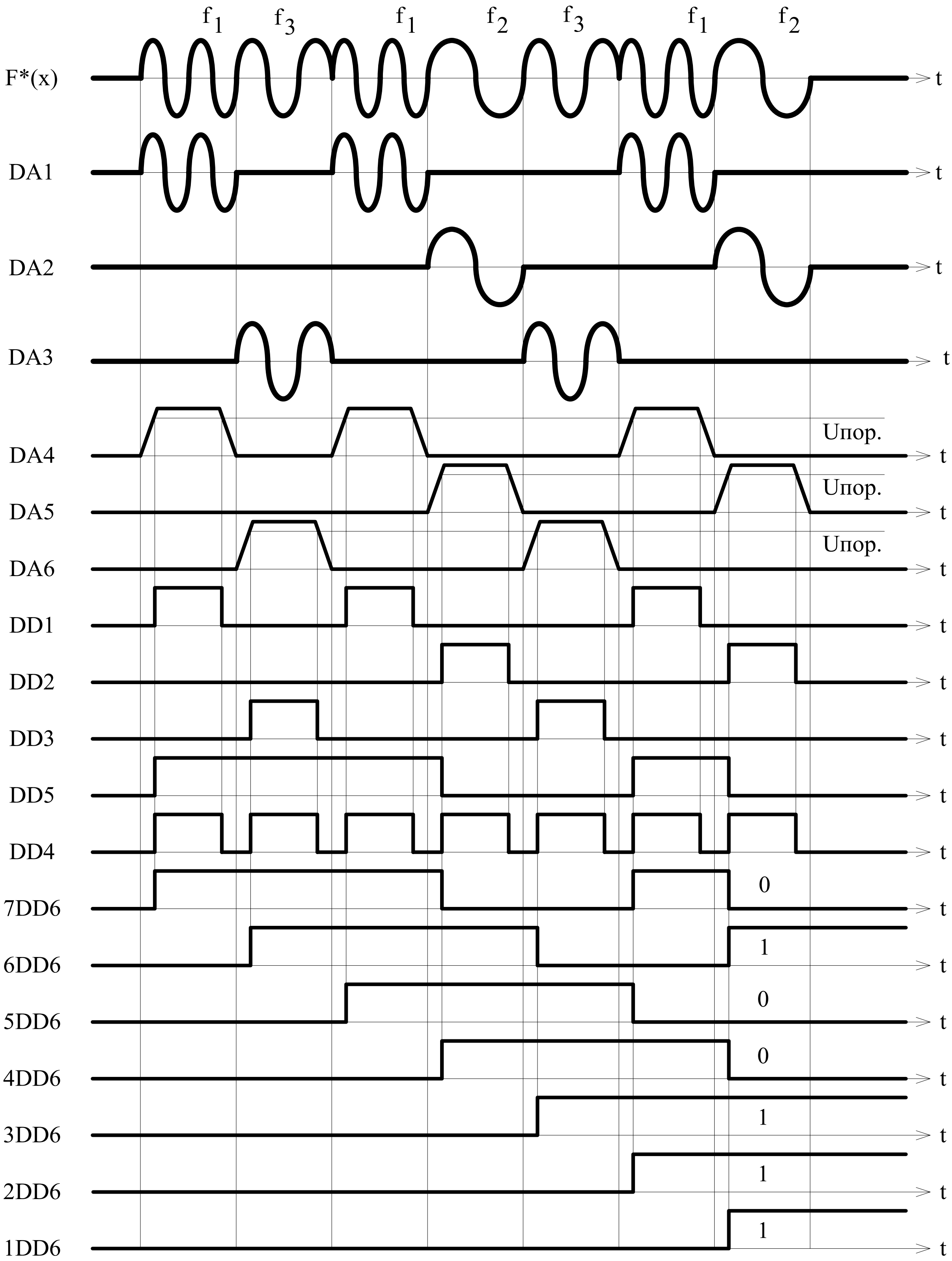


Рис. 5.11. Временные диаграммы работы декодера сменно–качественного кода

6. КОДЫ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ ПО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ КАНАЛАМ СВЯЗИ

6.1. Методы кодирования

Передача информации между двумя достаточно удаленными устройствами требует представления ее в виде последовательного потока бит, характеристики которого зависят от особенностей конкретной системы. Физической основой такой системы является линия связи, которая обычно выполняется в виде витой пары проводов, коаксиального кабеля либо оптического световода. В зависимости от расстояния данные, передаваемые по линии, могут однократно или многократно подвергаться ретрансляции с целью восстановления амплитуды и временных характеристик. Алгоритмы работы передатчика, ретранслятора и приемника определяются выбранным кодом, предназначенным для передачи по линии или линейным кодом. Простейшим линейным кодом является униполярный код типа *NRZ* (non return to zero, рис. 6.1, а). В этом коде нули представлены отсутствием импульса (напряжение, близкое к нулю), а едини– цы – наличием импульса. Этот код имеет четыре недостатка:

1) средняя мощность, выделяемая на нагрузочном резисторе R, равна $U^2/2R$, что в два раза превышает мощность при биполярном кодировании;

2) большинство линий связи сопрягаются с аппаратурой через реактивные элементы, такие как трансформаторы. Поскольку униполярные сигналы всегда содержат постоянную составляющую и значительную долю низкочастотных компонентов в спектре при передаче длинной последовательности единиц, такое сопряжение затруднено или вовсе невозможно – реактивные элементы на достаточно низких частотах представляют собой либо обрыв, либо короткое замыкание;

3) ретрансляторы и приемники способны надежно восстановить синхронизирующую временную сетку только тогда, когда паузы между импульсами не слишком велики. Другими словами, при передаче достаточно большой последовательности нулей, приемник (или ретранслятор) теряет синхронизацию с передатчиком (или ретранслятором);

4) отсутствие возможности оперативной регистрации ошибок, таких как пропадание или появление лишних импульсов из–за помех.

Биполярный сигнал NRZ (рис. 6.1, б) обладает лучшими энергетическими характеристиками. Единица представлена положительным уровнем напряжения, нуль – отрицательным. Средняя мощность равна $U^2/4R$, т.е. половине средней мощности униполярного сигнала, хотя перепад уровней тот же самый. Остальные три недостатка сохраняются. Для их ликвидации необходимо введение избыточности одним из двух способов:

1) скорость передачи сигналов по линии выбирается большей, чем скорость передачи информации, без использования дополнительных электрических уровней сигналов;

2) скорость передачи сигналов по линии выбирается равной скорости передачи информации, однако вводятся дополнительные электрические уровни сигналов.

Примером кода с избыточностью, введенной согласно способу 1, является код Манчестер–2.

Форма биполярного сигнала при передаче кода Манчестер–2 показана на рис. 6.1, в.

Единица кодируется отрицательным перепадом сигнала в середине битового интервала, нуль – положительным перепадом. На границах битовых интервалов сигнал, если это необходимо, меняет значение, "готовясь" к отображению очередного бита в середине следующего битового интервала. С помощью кода Манчестер–2 решаются сразу все указанные проблемы. Поскольку число положительных и отрицательных импульсов на любом достаточно большом отрезке времени равно (отличается не более чем на один импульс, что не имеет значения), постоянная составляющая равна нулю. Подстройка синхронизма приемника или ретранслятора производится при передаче каждого бита, т.е. снимается проблема рассинхронизации. Спектр сигнала содержит только две логические составляющие *F* и *2F*, где *F* – скорость передачи информационных бит. Наличие только двух, а не трех или более электрических уровней напряжения позволяет надежно их распознавать (хорошая помехозащищенность).

Второй способ введения избыточности связан с добавлением дополнительных электрических уровней, а в простейшем случае – третьего нулевого уровня.

На рис. 6.1, г приведена форма сигнала с попеременной инверсией знака, так называемого AMI–сигнала (alternative mark inversion). Нули кодируются отсутствием импульсов, а единицы – попеременно положительными и отрицательными импульсами. Постоянная составляющая равна нулю, проблема передачи последовательности единиц отсутствует, обнаруживаются ошибки нарушающие правильную последовательность знакочередующихся сигналов. Единственная оставшаяся проблема – потеря синхронизации при передаче последовательности нулей, как и в коде *NRZ*. Эта проблема решается очень просто: цепочки нулей передатчик заменяет определенными вставками стандартных временных диаграмм. Коды *AMI*, в которых цепочка из *N* нулей заменяется определенной подстановкой, называются *BNZS*–кодами (bipolar with *N* zeroes substitution).

В коде *B3ZS* каждые три последовательно расположенных нуля подменяются либо комбинацией *BOV*, либо *OOV*. Символ *B* обозначает импульс, который отвечает правилам кодирования *AMI* (совпадает по полярности с предыдущим). Выбор одной из этих двух вставок производится так, чтобы, во-первых, число импульсов *B* между двумя последовательно расположенными импульсами *V* было нечетным и, во–вторых, чтобы полярность *V* чередовалась (рис. 6.1, д).

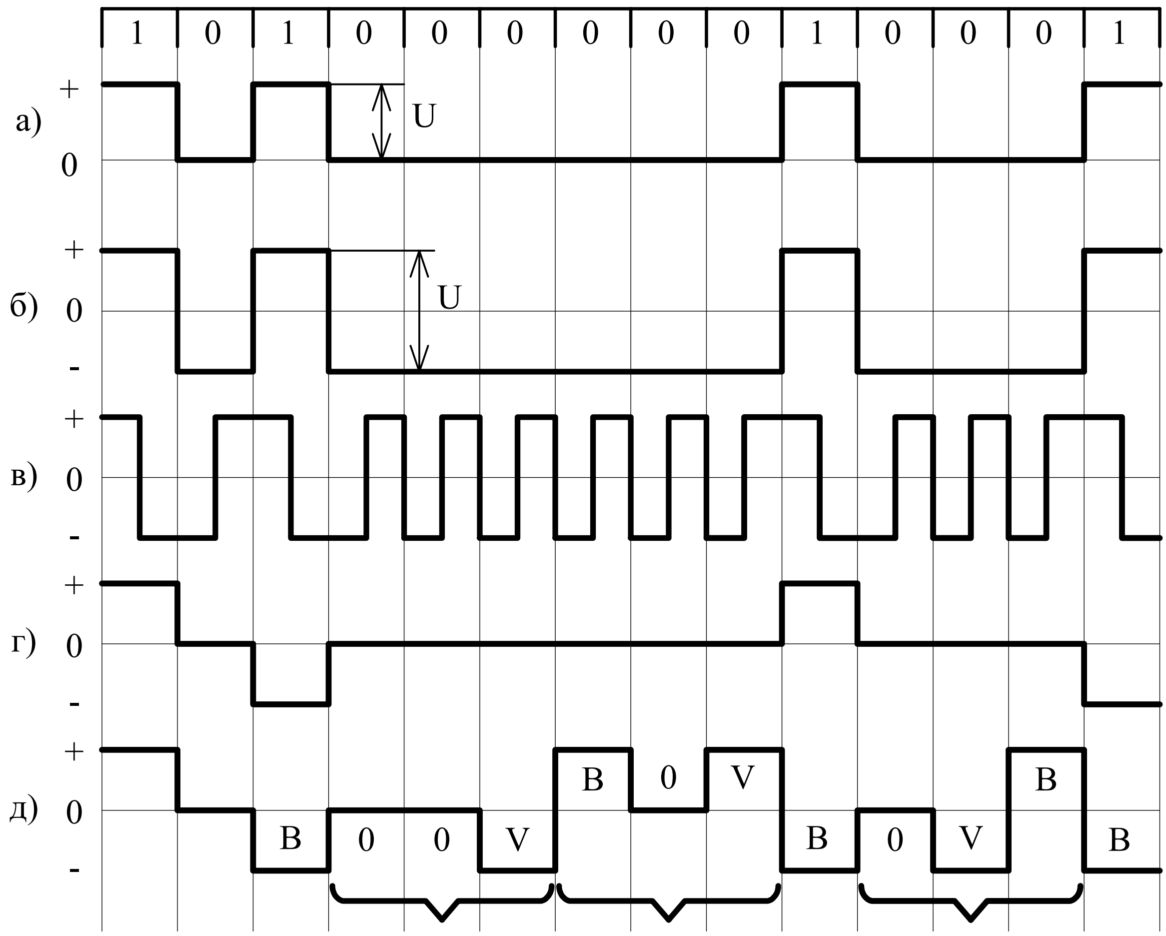


Рис. 6.1. Линейные коды:
а - униполярный код NRZ; б - биполярный код NRZ;
в - код "Манчестер - II"; г - код AMI; д - код B3ZS

Существуют также другие распространенные коды, такие как *CMI*, *PST*, 4*B*3*T* и т.п. Все они являются разновидностями кода *AMI* и созданы с целью минимизации требований к полосе пропускания каналов связи и увеличения обнаруживающей способности по отношению к ошибкам при передаче информации.

6.2. Шифратор и дешифратор кода Манчестер–2

Сигнал в коде Манчестер–2 может быть получен суммированием по модулю 2 сигналов *NRZ* и синхросигнала *C*. Другими словами, сигнал, представленный в коде Манчестер–2, принимает единичные значения в тех интервалах времени, в которых сигналы *NRZ* и *C* имеют противоположные логические значения (01 или 10). Вследствие этого схема шифратора кода Манчестер–2 чрезвычайно проста (рис. 6.2).

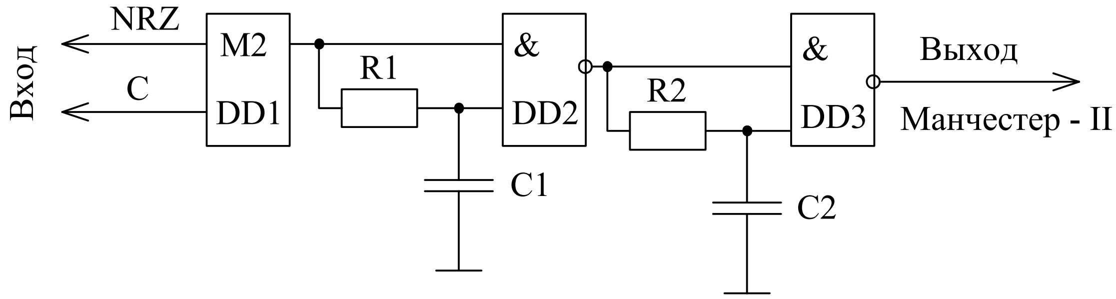


Рис. 6.2. Шифратор кода Манчестер - 2

Временные диаграммы работы шифратора показаны на рис. 6.3. Схема подавления помех ($R1C1$ и $R2C2$) предназначена для фильтрации результирующего сигнала от кратковременных импульсов , которые могут возникнуть из–за неидеального совпадения отрицательного фронта сигнала C с отрицательным или положительным фронтом сигнала *NRZ*.

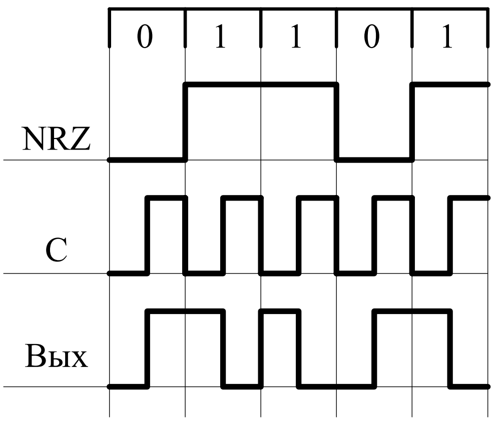


Рис. 6.3. Временные диаграммы работы шифратора

Дешифратор кода Манчестер–2 представляет из себя более сложную схему, содержащую формирователь импульсов $DD0$, счетный триггер $DD1$ и D–триггер $DD2$ (рис. 6.4). Как следует из временной диаграммы, приведенной на рис. 6.5, отрицательные импульсы 1 на выходе формирователя импульсов возникают всякий раз, когда сигнал Манчестер–2 меняет свое значение ($0 \to 1$ или $1 \to 0$). Сигнал 2 получают из сигнала 1 с помощью логической схемы. Так как импульс 2 поступает на установочный вход S счетного триггера $DD1$, то в момент t_0 этот триггер обязательно перейдет в единичное состояние и в дальнейшем сигнал *C**, снимаемый с его инверсного выхода, будет в точности повторять сигнал *C*, выдаваемый ПЭВМ.

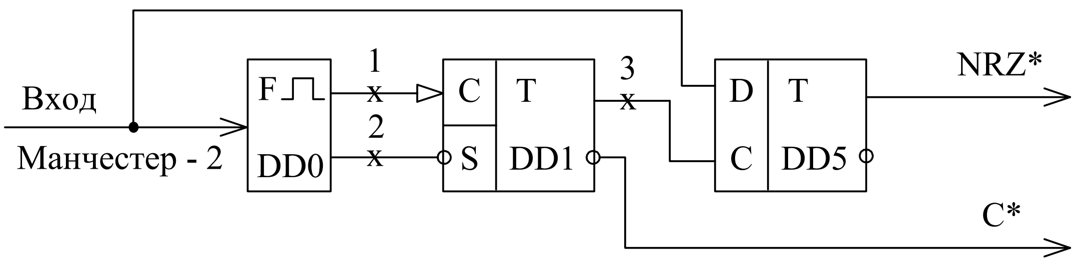


Рис. 6.4. Дешифратор кода Манчестер - 2

Начиная с момента t_1, т.е. по прошествии одного периода тактовых импульсов от момента t_0, код *NRZ** , снимаемый с выхода триггера *DD*2, полностью совпадает с кодом *NRZ*, поступающим из ПЭВМ на шифратор (с точностью до задержки передачи).

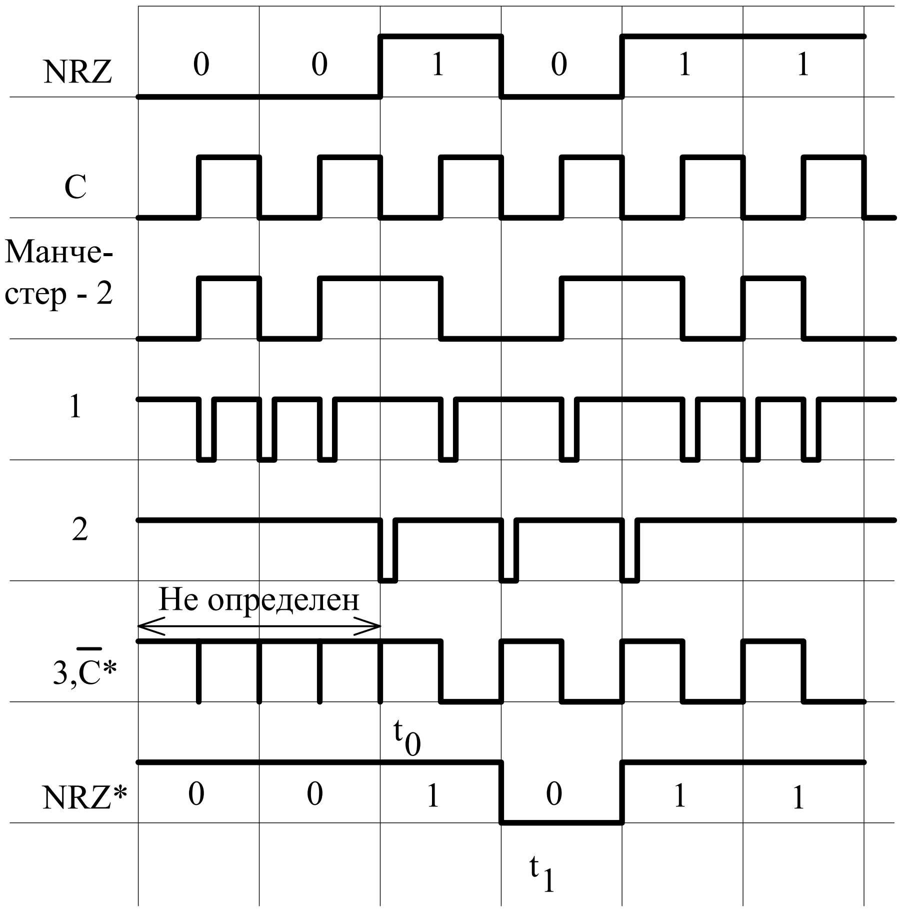


Рис. 6.5. Временные диаграммы работы дешифратора

Таким образом, чтобы заставить приемник войти в синхронизм с передатчиком, достаточен переход сигнала на линии *NRZ* из 0 в 1. Последующая цепочка бит любой длины, передаваемая по линии *NRZ*, будет в точности повторена на линии *NRZ** приемника. Это же относится и к синхросигналам: сигнал *C** в точности повторяет исходный сигнал *C*.

Рассмотрев шифратор и дешифратор кода Манчестер–2, укажем теперь более подробно преимущества данного кода перед кодом *NRZ*:

1) синхросигнал и информация передаются по одному каналу, в то время как при использовании кода *NRZ* нужны два канала;

2) диапазон логических частот *NRZ* начинается от нуля и не превышает половины тактовой частоты (рис. 6.6). Сигнал Манчестер–2 содержит только две логические составляющие $\frac{f_c}{2}$ и f_c. Постоянная составляющая при использовании биполярных сигналов равна нулю. Из этого следует,что приемник кода Манчестер–2 может быть узкополосным и поэтому более помехоустойчивым;

3) критерием ошибки передачи является наличие постоянного уровня сигнала в течение времени, превышающего один период тактовой частоты (в коде *NRZ* подобного, критерия не существует). При наличии стартового импульса, равного 1,5 периода критерий ошибки пересматривается;

4) побитовая синхронизация, рассогласование синхронизации может достигать 25 %, а не 4 % и не зависит от длины посылки;

5) при передаче по волоконно–оптическим линиям связи обеспечивается возможность работы светоизлучающего элемента с двукратной перегрузкой по мощности, так как в среднем 50% времени элемент находится в выключенном состоянии.

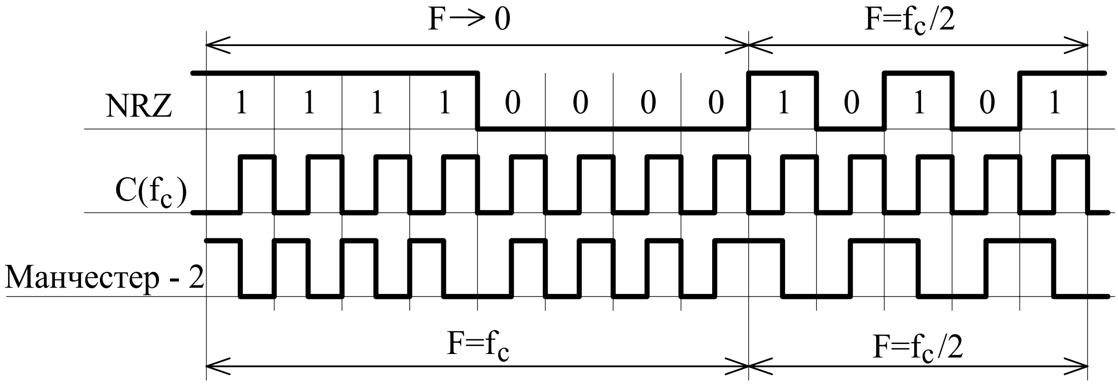


Рис. 6.6. Сравнение частотных характеристик сигналов NRZ и Манчестер - 2

Недостатком кода Манчестер–2 является удвоенная по сравнению с необходимой пропускная способность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дальнейшее развитие теории и техники кодирования и декодирования кодов связано прежде всего, с появлением новых дискретных кодов и расширением сфер их применения. Существенное влияние на процесс в этой области оказывает также и состояние элементной базы. В конспекте лекций применительно к аппаратным методам преобразования кодов рассмотрены некоторые тенденции выполнения кодеров и декодеров на специализированных ИС, микросхемных матрицах ПЗУ, сумматорах и т.д. В ближайшие годы нужно ожидать значительного расширения номенклатуры заказных БИС для преобразования кодов. Что касается преобразователей кодов с параллельным вводом информации, отличающихся повышенным быстродействием, то при их разработке и практической реализации возникают определенные трудности с увеличением разрядности кодов. Эти трудности могут быть преодолены при помощи аппарата автоматизации проектирования цифровых устройств с привлечением ЭВМ. Методика машинного синтеза схем и соответствующее математическое обеспечение в настоящее время разработаны достаточно хорошо и позволяют синтезировать схемы преобразователей кодов практически на любое количество разрядов входного и выходного кодов. Перспективными следует считать программируемые логические матрицы.

Наряду с аппаратными методами совершенствуются и программные способы преобразования кодов. Возможности программных методов существенно расширились с появлением микропроцессоров. В конспекте лекций приведены достаточно четкие алгоритмы процесса преобразования кода в код, которые могут быть использованы при разработке соответствующих программ. В конспекте лекций отмечались ряд ограничений и недостатков, присущих программным методам. Нужно еще добавить, что в программных методах раскрываются лишь алгоритмы преобразования, в то время как аппаратурные методы позволяют проследить все аспекты схемотехнической реализации преобразователей кодов, а это представляет интерес для студентов специальности "Автоматика и телемеханика". В целом можно рассчитывать, что для решения подчас сложных задач теории и техники преобразования кодов в ближайшие годы потребуется обращение как к программным, так и к аппаратным методам.

Приведенные в работе схемы не являются единственным решением, а лишь одним из возможных вариантов технического осуществления преобразования кодов.

Неприводимые многочлены и их эквиваленты

Сте–пень	Многочлен	Двоичная последова–тельность	Сте–пень	Многочлен	Двоичная по-следова–тельность
1	$x+1$	11	7	x^7+x+1	10000011
2	x^2+x+1	111		x^7+x^3+1	10001001
3	x^3+x+1	1011		$x^7+x^3+x^2+x+1$	10001111
	x^3+x^2+1	1101		$x^7+x^4+x^3+x^2+1$	10011101
4	x^4+x+1	10011		$x^7+x^5+x^2+x+1$	10100111
	x^4+x^3+1	11001		$x^7+x^5+x^3+x+1$	10101011
	$x^4+x^3+x^2+x+1$	11111		$x^7+x^6+x^3+x+1$	11001011
5	x^5+x^2+1	100101		$x^7+x^6+x^4+x+1$	11010011
	x^5+x^3+1	101001	8	$x^8+x^4+x^3+x+1$	100011011
	$x^5+x^3+x^2+x+1$	101111		$x^8+x^4+x^3+x^2+1$	100011101
	$x^5+x^4+x^2+x+1$	110111		$x^8+x^5+x^3+x+1$	100101011
	$x^5+x^4+x^3+x+1$	111011		$x^8+x^5+x^3+x^2+1$	100101101
	$x^5+x^4+x^3+x^2+1$	111101		$x^8+x^6+x^5+x^2+1$	101100101
6	x^6+x+1	1000011		$x^8+x^7+x^3+x+1$	110001011
	x^6+x^3+1	1001001		$x^8+x^7+x^5+x^3+1$	110101001
	$x^6+x^4+x^2+x+1$	1010111	9	x^9+x+1	1000000011
	$x^6+x^4+x^3+x+1$	1011011		x^9+x^4+1	1000010001
	x^6+x^5+1	1100001		$x^9+x^4+x^2+x+1$	1000010111
	$x^6+x^5+x^2+x+1$	1100111		$x^9+x^4+x^3+x+1$	1000011011
	$x^6+x^5+x^3+x^2+1$	1101101		$x^9+x^5+x^4+x+1$	1000110011
	$x^6+x^5+x^4+x+1$	1110011		$x^9+x^6+x^5+x^2+1$	1001100101
	$x^6+x^5+x^4+x^2+1$	1110101	10	$x^{10}+x^3+1$	10000001001

Приложение 2

Минимальные многочлены циклических кодов

Номер M(x)	Минимальные многочлены различных степеней, записанные в виде кодовых комбинаций.							
	2	3	4	5	6	7	8	9
$M_1(x)$	111	1011	10011	100101	1000011	10001001	100011101	1000010001
$M_3(x)$		1101	11111	111101	1010111	10001111	101110111	1001011001
$M_5(x)$			111	110111	1100111	10011101	111110011	1100110001
$M_7(x)$			11001	101111	1001001	11110111	101101001	1010011001
$M_9(x)$				110111	1101	10111111	110111101	1100010011
$M_{11}(x)$				111011	1101101	11010101	111100111	1000101101
$M_{13}(x)$						10000011	100101011	1001110111

Параметры циклических кодов БЧХ

n	*k*	*s*	*r*	**Образующий многочлен**
7	4	1	3	**13**
15	11	1	4	23
	7	2	8	721
	5	3	10	2467
31	26	1	5	45
	21	2	10	3551
	16	3	15	107657
	11	5	20	5423325
	6	7	25	313365047
63	57	1	6	103
	51	2	12	12471
	45	3	18	1701317
	39	4	24	166623567
	36	5	27	1033500423
	30	6	33	1574641656547
	24	7	39	17323260404441
	18	10	45	1363026512351725
127	120	1	7	211
	113	2	14	41567
	106	3	21	11554743
	99	4	28	3447023271
	92	5	35	624730022327
	85	6	42	130704476332273
	78	7	49	26230002166130115
	71	9	56	6255010713253127753
	64	10	63	1206534025570773100045
255	247	1	8	435
	239	2	16	267543
	231	3	24	156720665
	223	4	32	75626641375
	215	5	40	23157564726421
	207	6	48	16176560567636227
	199	7	56	7633031270420722341
	191	8	64	2663470176115333714567
	187	9	68	52755313540001322236351
	179	10	76	22624710717340432416300455

ЛИТЕРАТУРА

1. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
2. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации. М.: Высш. шк., 1989. 320 с.
3. Аршинов М.Н., Садовский Л.Е. Коды и математика. М.: Наука, 1983. 144 с.
4. Колесников В.Д., Мирончиков Е.Т. Декодирование циклических кодов. М.: Связь, 1968.
5. Новик А.А. Эффективное кодирование. М.: Энергия, 1965.
6. Хемминг Р.В. Теория кодирования и теория информации. М.: Радио и связь, 1983.
7. Тутевич В.Н. Телемеханика. М.: Высш. шк., 1985. 423 с.
8. Пшеничников А.М., Портнов М.Л. Телемеханические системы на интегральных микросхемах. М.: Энергия, 1977. 296 с.
9. Гуров В.С., Емельянов Г.А., Етрухин Н.Н., Осипов В.Г. Передача дискретной информации и телеграфия. М.: Связь, 1974. 526 с.
10. Мак–Вильямс Ф., Слоэн Н.Дж. Теория кодов исправляющих ошибки. М.: Связь, 1979
11. Касами Т., Токура Н. и др. Теория кодирования. М.: Мир; 1978.
12. Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования. М.: Мир, 1971.
13. Блох Э.Л., Зяблов В.В. Обобщенные каскадные коды. М.: Связь, 1976.
14. Марков А.А. Введение в теорию кодирования. М.: Наука, 1982.
15. Шевкопляс Б.В. Микропроцессорные структуры. Инженерные решения: Справочник. М.: Радио и связь, 1990. 512 с.
16. Богданович М.Н. и др. Цифровые интегральные микросхемы: Справочник. Мн.: Беларусь, 1991. 492 с.
17. Пухальский Г.Н., Новосельцева Т.Я. Проектирование дискретных устройств на интегральных микросхемах: Справочник. М.: Радиосвязь, 1990. – 304 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ 2
1. КОДЫ И КОДИРОВАНИЕ 3
1.1. Основные понятия 3
1.2. Цифровые коды 6
1.3. Простые двоичные коды 13
1.4. Оптимальные коды 18
2. КОРРЕКТИРУЮЩИЕ КОДЫ 24
2.1. Основные понятия 24
2.2. Коды с обнаружением ошибок 27
2.3. Коды с обнаружением и исправлением ошибок 34
2.4. Частотные коды 67
3. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ НЕПОМЕХОЗАЩИЩЕННЫХ КОДОВ 69
3.1. Шифраторы кода C_n^1 в двоичный код 69
3.2. Дешифратор двоичного кода в десятичный код 73
3.3. Дешифратор двоично–десятичного кода в десятичный 78
3.4. Преобразователи двоичного кода в двоично–десятичный код и обратно 80
3.5. Преобразователь двоичного кода 8–4–2–1 в самодополняющийся двоично–десятичный код 2–4–2–1 86
3.6. Преобразователь самодополняющего двоично–десятичного кода 2–4–2–1 в двоичный код 8–4–2–1 87
3.7. Преобразователь кода Грея в двоичный код и обратно 89
3.8. Технические средства кодирования и декодирования эффективных кодов 93
3.9. Схемы равнозначности кодов 95
3.10. Преобразователь параллельного кода в последовательный и обратно 98
4. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА КОДИРОВАНИЯ И ДЕКОДИРОВАНИЯ КОРРЕКТИРУЮЩИХ КОДОВ 102
4.1. Кодер и декодер кода с защитой на четность 102
4.2. Кодер и декодер кода с постоянным весом 105
4.3. Кодер и декодер кода с двумя проверками на четность 106
4.4. Кодер и декодер кода с повторением 108
4.5. Кодер и декодер кода с числом единиц, кратным трем 111
4.6. Кодер и декодер инверсного кода 113
4.7. Кодер и декодер корреляционного кода 115
4.8. Кодер и декодер кода Бергера 117
4.9. Кодирующее и декодирующее устройства систематического кода 120
4.10. Кодирующее и декодирующее устройство кода Хемминга 122
4.11. Технические средства умножения и деления многочлена на многочлен 125
4.12. Кодер и декодер циклического кода 128
4.13. Кодер и декодер итеративного кода 134
4.14. Кодер и декодер рекуррентного кода 137
5. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА КОДИРОВАНИЯ И ДЕКОДИРОВАНИЯ ЧАСТОТНЫХ КОДОВ 140
5.1. Кодер и декодер кода на перестановки 140
5.2. Кодер и декодер кода на размещения 142
5.3. Кодер и декодер кода на сочетания 145
5.4. Дешифратор одночастотного кода 147
5.5. Кодер и декодер сменно–качественного кода 148
6. КОДЫ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ ПО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ КАНАЛАМ СВЯЗИ 153
6.1. Методы кодирования 153
6.2. Шифратор и дешифратор кода Манчестер–2 155
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 159
ЛИТЕРАТУРА 163
СОДЕРЖАНИЕ 164

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники»

Кафедра систем управления

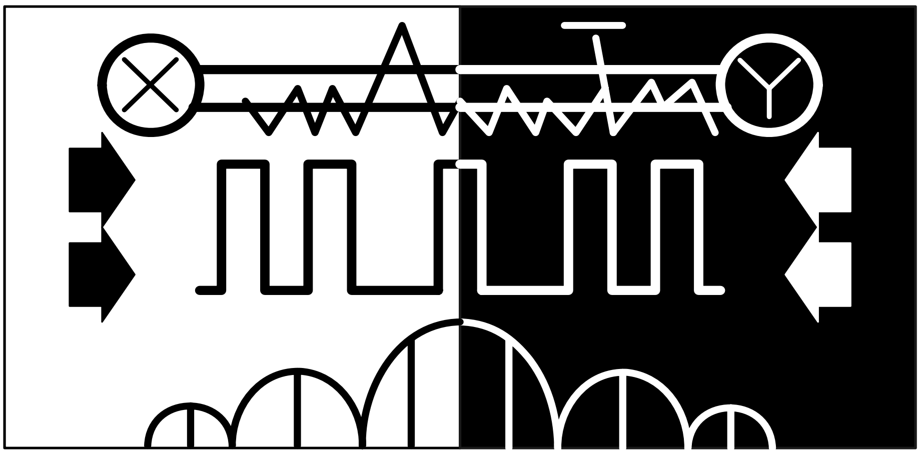
Н.И. Сорока, Г.А. Кривинченко

ТЕЛЕМЕХАНИКА

Конспект лекций
для студентов специальностей
I-53 01 03 “Автоматическое управление в технических системах”
и I-53 01 07 “Информационные технологии и управление
в технических системах”
всех форм обучения

Часть 3

Линии связи и помехоустойчивость информации



Минск

ВВЕДЕНИЕ

Системы телемеханики служат для передачи сообщений. Сообщения могут быть либо непрерывными, либо дискретными, и передача их осуществляется по линиям связи, в которых действуют помехи. От состояния линии связи зависит и качество передачи сообщений. Качество систем телемеханики, принцип их построения в достаточной степени характеризуют помехоустойчивость и пропускная способность. Эти основные характеристики тесно связаны между собой, так как улучшение одной из них достигается за счет снижения другой. В зависимости от назначения систем телемеханики требования к ним могут быть различными: в системах телеметрии наиболее существенной является пропускная способность, а в системах телеуправления – помехоустойчивость.

Помехоустойчивость по своему определению должна характеризовать систему телемеханики в целом. Однако исследование системы в целом, а тем более ее синтез, является сложной задачей. Поэтому целесообразно оценивать помехоустойчивость отдельных звеньев системы, например, кодов, видов модуляции, приемников. При этом достаточно оперировать относительной помехоустойчивостью, что позволяет сравнить между собой различные варианты технических решений.

Для оценки помехоустойчивости систем телемеханики используются два критерия: вероятностный, когда помехоустойчивость оценивается вероятностью правильного приема информации, и критерий среднеквадратичной ошибки, когда помехоустойчивость оценивается средним квадратом ошибки воспроизведения переданного сообщения.

Как правило, вероятностным критерием оценивается передача дискретных сообщений, критерием среднеквадратичной ошибки – передача непрерывных сообщений.

В пределах данного конспекта не представляется возможным осветить все вопросы с достаточной полнотой, поэтому часть из них изложена конспективно, без доказательств, а по некоторым вопросам даны лишь ссылки на литературу.

В конспекте анализируются оптимальные способы приема при различных видах передачи и способы реализации потенциальной помехоустойчивости. Вопросы, связанные с практическим осуществлением схем различных систем телемеханики, в конспекте не рассматриваются. Этим вопросам будут посвящены последующие части конспектов.

Изложение материала в конспекте ориентировалось на то, что студенты знакомы с основными понятиями теории вероятностей и теории информации, которые они изучали на младших курсах.

1. ЛИНИИ И КАНАЛЫ СВЯЗИ

1.1. Понятие о линии и канале связи

Линии связи являются основным, наиболее характерным и определяющим звеном системы передачи информации. От их состояния прежде всего зависит надежность действия систем телемеханики. Свойство, параметры и характеристики линий связи, а также их стабильность во времени и при изменении внешних условий определяют энергетические требования, предъявляемые к сигналу, оказывают влияние на его формирование и на используемые методы передачи, на принципы построения схемных решений приемопередающей аппаратуры.

Линия связи – это физическая среда, по которой передаются сигналы.

Можно выделить два класса линий связи: проводные и беспроводные. Проводные линии связи по использованию подразделяются на воздушные и кабельные. На воздушных линиях металлические провода подвешиваются к изоляторам, укрепленным на специальных опорах. Используемый провод может быть стальным, медным или биметаллическим. К числу проводных воздушных линий связи относятся и высоковольтные линии электропередач (ЛЭП), которые кроме своего основного назначения – транспортировки электрической энергии – используются в качестве линий связи.

Для сооружения кабельных линий связи применяют специальной конструкции систему металлических проводов – кабель, куда входят, кроме различного числа пар (чисел) проводов, дополнительные средства повышения механической и электрической прочности: специальная изоляция, свинцовые оболочки, битумные, резиновые, металлические покрытия. В зависимости от конкретного назначения и вида использования кабели укладывают либо в земляные траншеи, либо в специальную канализацию. К кабельным линиям могут быть отнесены и высоковольтные кабели распределительных силовых сетей на промышленных предприятиях. В отдельных случаях кабели применяются на воздушных линиях связи. Для проводных линий свойственен электрический процесс (движение свободных электронов), который и используется в качестве переносчика.

Беспроводные линии связи, как естественные физические среды, подразделяются на радио-, гидравлические, пневматические и акустические с воздушной средой линии.

Радиолинией, для которой характерен процесс распространения электромагнитных волн, принято называть околоземное и космическое пространство. Реально используемый диапазон частот для излучения электромагнитной энергии определяется частотами $3 \cdot 10^{-4} \ldots 3 \cdot 10^{12}$ Гц. В последние годы созданы генераторы оптического излучения – лазеры, возбуждающие электромагнитные колебания с частотами от $3 \cdot 10^{12}$ до $3 \cdot 10^{15}$ Гц. Существующая специфика излучения в этом диапазоне обусловила выделение его в так называемую оптическую линию связи. Что касается гидравлических линий, представленных водным пространством морей и океанов, то переносчиком в них являются механические колебания самой среды – звуковые волны, возбуждаемые специальными вибраторами.

Сооружение линий связи требует больших капитальных затрат, в большинстве случаев значительно превосходящих затраты на аппаратуру телемеханики. Это обстоятельство является одной из основных причин, обусловливающих необходимость наиболее эффективного их использования. Пути решения такой задачи находят в создании многоканальных систем передачи информации и повышении пропускной способности каналов связи.

Таблица 1.1

Классификация линий связи по характеру используемых колебаний

Тип линии связи	Наименование линии связи		Диапазон частот, Гц
Механическая	Жесткая		< 10
	Гидравлическая		< 10
	Пневматическая		< 10
Акустическая	Акустическая с воздушной средой		$10 \ldots 10^6$
	Гидроакустическая		$10 \ldots 10^7$
Электрическая (проводная)	Воздушная		$0 \ldots 2 \cdot 10^5$
	Симметричный кабель		$0 \ldots 10^6$
	Коаксиальный кабель		$0 \ldots 15 \cdot 10^6$
Радио (беспроводная)	Радиосвязь		$3 \cdot 10^4 \ldots 3 \cdot 10^{12}$
	В том числе волны:	длинные	$3 \cdot 10^4 \ldots 3 \cdot 10^5$
		средние	$3 \cdot 10^5 \ldots 1{,}5 \cdot 10^6$
		промежуточные	$1{,}5 \cdot 10^6 \ldots 3 \cdot 10^6$
		короткие	$3 \cdot 10^6 \ldots 3 \cdot 10^7$
		метровые	$30 \cdot 10^6 \ldots 300 \cdot 10^6$
		дециметровые	$300 \cdot 10^6 \ldots 3 \cdot 10^9$
		сантиметровые	$3 \cdot 10^9 \ldots 30 \cdot 10^9$
		миллиметровые	$30 \cdot 10^9 \ldots 300 \cdot 10^9$
		децимиллиметровые	$300 \cdot 10^9 \ldots 3 \cdot 10^{12}$
	Радиорелейная		$30 \cdot 10^6 \ldots 3 \cdot 10^{10}$
	Космическая		$30 \cdot 10^6 \ldots 3 \cdot 10^{10}$
Оптическая	Оптическая с открытой средой		$0{,}3 \cdot 10^{15} \ldots 1 \cdot 10^{15}$
	Волоконно-оптическая		$0{,}3 \cdot 10^{15} \ldots 0{,}8 \cdot 10^{15}$

Канал связи – это совокупность технических средств, обеспечивающих передачу сообщений по линии связи с заданной степенью верности от источника приемнику. Может быть организовано много каналов связи для передачи сообщений многим приемникам (ТУ) или от многих источников (ТИ, ТС) по одной линии связи.

В технике передачи информации находят применение механические, акустические, оптические, электрические и радиоканалы, различаемые по используемым линиям связи и по физической природе сигналов.

В телемеханике наибольшее применение нашли три типа каналов: электрические, радио- и оптические. Основным, но не единственным признаком в пределах каждого вида каналов обычно служит диапазон рабочих частот (табл. 1.1).

Если проводные линии связи используются только для передачи телемеханической информации, то они называются физическими проводными линиями, которые можно многократно использовать для передачи многих сообщений, применяя при этом методы частотного или временного разделения сигналов. Несмотря на то, что физическая цепь является лучшим вариантом для организации каналов связи, вариант этот дорог и прокладка такой цепи на большие расстояния производится в исключительных случаях. Как правило, по проводным линиям связи передается информация связи (телеграфные и фототелеграфные сообщения, телефонная связь, передача данных и т.д.), а для целей телемеханики предназначается телефонный или телеграфный канал, т.е. выделяется определенная полоса частот.

При скоростях передачи информации 50…75 бод применяются телеграфные каналы, а при скорости передачи до 4800 бод – телефонный канал. При более высоких используются телевизионные каналы. Если необходимо передать всего одно или два телемеханических сообщения, то это можно осуществить по занятому телефонному каналу не прерывая разговор, т.е. без выделения специальной полосы частот.

Каналы связи для передачи телемеханической информации можно организовать не только по проводным линиям связи, но и по линиям электроснабжения и по радиотракту.

Независимо от числа линий связи каналы должны быть, во-первых, надежны и, во-вторых, уровень помех в линии связи не должен превышать допустимый во избежание нарушения достоверности передачи.

Каналы передачи информации состоят из линии связи, модулятора и демодулятора (кроме случая, когда для передачи используется простая модуляция, при которой сигнал в линии связи совпадает с сигналом датчика), кодирующего и декодирующего, а также решающих устройств, позволяющих с высокой степенью достоверности принять и передать сообщение. Для увеличения надежности передачи применяются также каналы обратной связи. Варианты структур каналов приведены на рис. 1.1.

Решающее устройство Р служит для классификации сомнительных сигналов, отождествляя их с достаточно высокой степенью достоверности с состоянием источника информации или с определенным кодом.

Канал связи начинается со входа передатчика и оканчивается выходом приёмника.

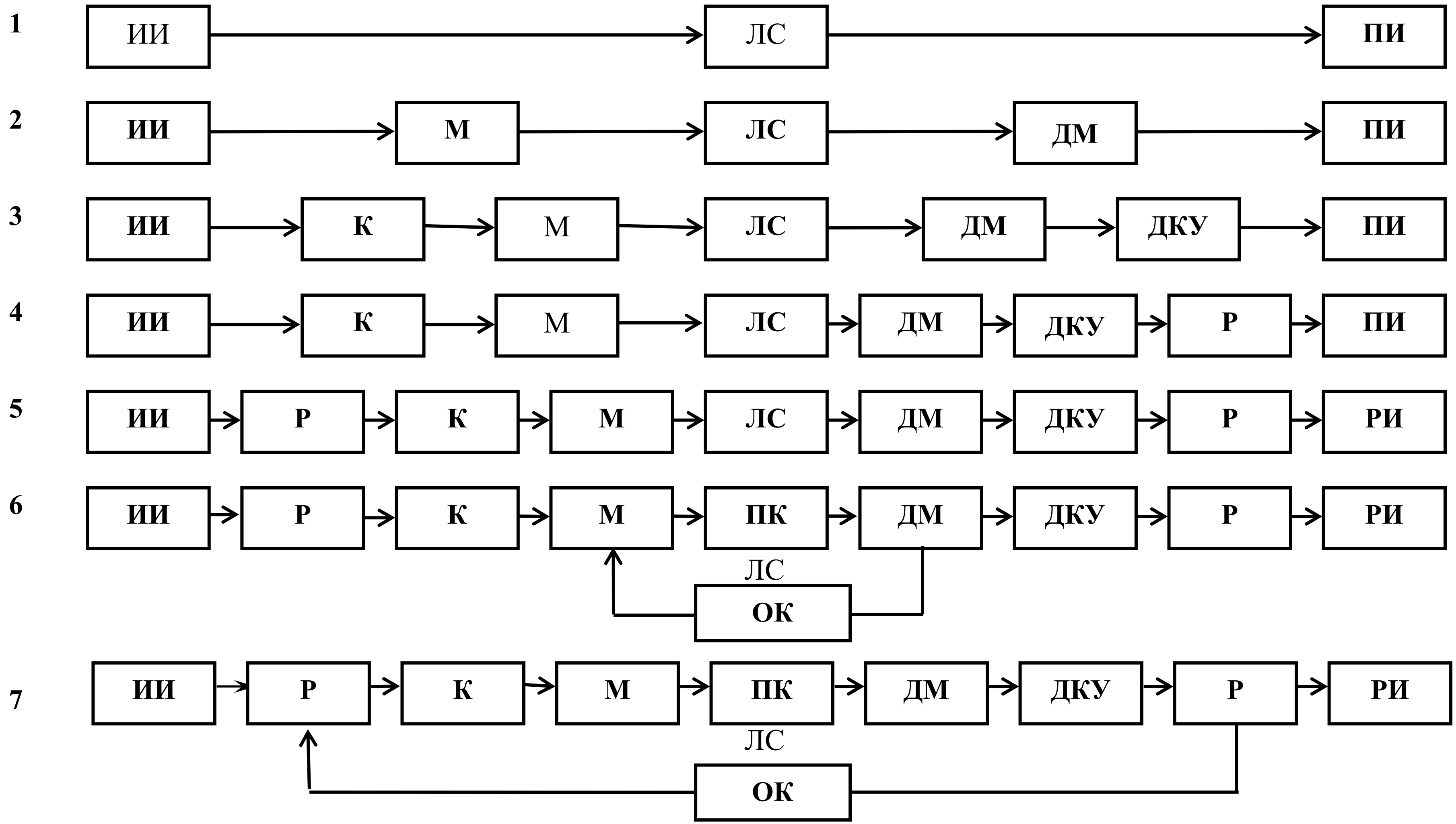


Рис. 1.1. Варианты структур каналов передачи информации:
1 – элементарная; 2 – с модуляцией; 3 – с модуляцией и кодированием; 4 – с решающим устройством на приёме;
5 – с решающим устройством на приёме и передаче; 6 – с информационной обратной связью; 7 – с решающей обратной связью

1.2. Способы разделения каналов

Во многоканальных системах тракты всех сигналов должны быть разделены каким-либо способом, чтобы сигнал каждого источника мог попасть в свой приемник. Такая процедура носит название разделения каналов или разделения сигналов. Различают следующие методы разделения каналов: пространственное (схемное), дифференциальное, частотное, временное, фазовое, кодовое, по уровню, по форме, корреляционное.

1.2.1. Пространственное разделение. Это простейший вид разделения, при котором каждому каналу отводится индивидуальная линия связи (ЛС) (рис. 1.2).

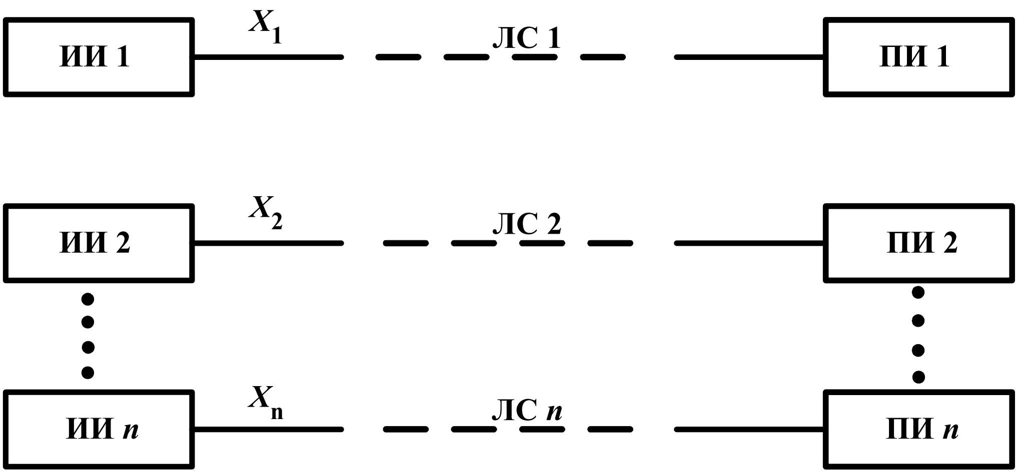


Рис. 1.2. Многоканальная система с пространственным разделением

Другие формы разделения каналов предполагают передачу сообщений по одной линии связи. В связи с этим многоканальную передачу называют также **уплотнением каналов**.

1.2.2. Дифференциальное разделение. На рис. 1.3 приведена схема использования телефонного канала для передачи телемеханических сигналов без прерывания телефонных разговоров. В линию на передающей и приемной стороне включаются дифференциальные трансформаторы (ДТ). Средние точки их соединяют с источниками информации (ИИ) и приемниками информации (ПИ). Таким образом, телемеханические сигналы не создают помех в первичных цепях дифференциальных трансформаторов, связанных с телефонными аппаратами (ТА). Благодаря дифференциальному включению телефонные сигналы также не создают помех в телемеханических цепях.

1.2.3. Частотное разделение. При данном методе для различных каналов в полосе частот линии связи $\Delta F_л$ отводятся непересекающиеся участки $\Delta f_1, \Delta f_2, ..., \Delta f_n$ (рис. 1.4).

Спектры сигналов U_{xk} соответствующих каналов должны укладываться в пределы Δf_k. На рис. 1.5 приведена схема многоканальной системы с несущими $f_1, f_2, ..., f_n$, которые вырабатываются специальными генераторами. Сигналы на выходе модуляторов M имеют спектры Δf_k, положение которых на шкале частот определяется несущими частотами f_k, а ширина зависит от ширины спектра сигналов датчиков. Полосовые фильтры Φ передающей части служат для ограничения полосы частот своих каналов. На приемной стороне фильтры Φ разделяют сигналы, которые, пройдя через демодулятор *ДМ*, могут быть восприняты приемными устройствами $ПИ_{xk}$.

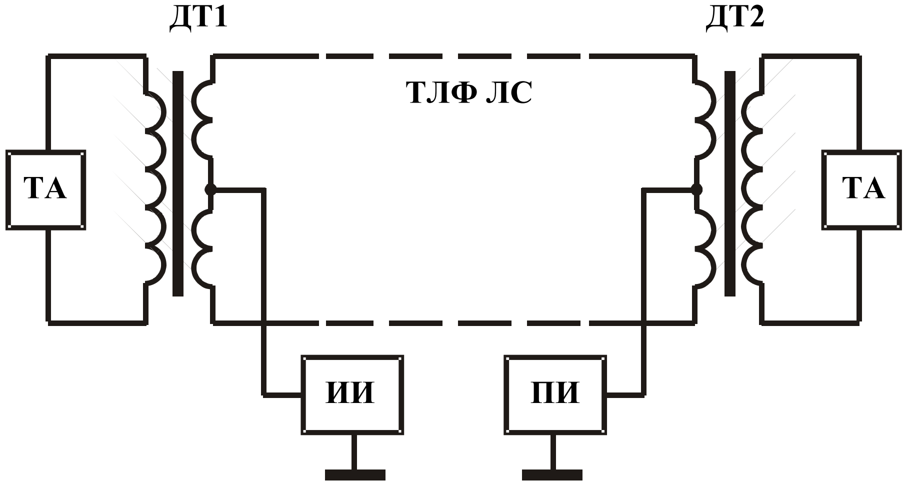


Рис. 1.3. Система с дифференциальным разделением

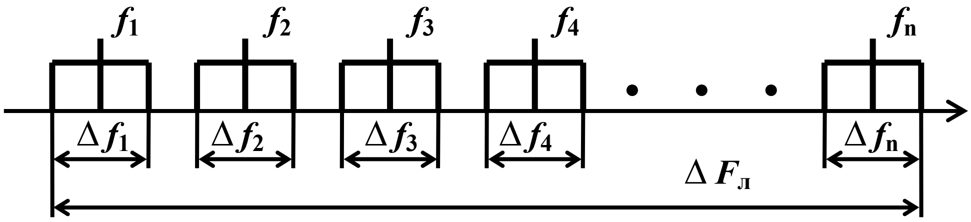


Рис. 1.4. Разделение каналов по шкале частот

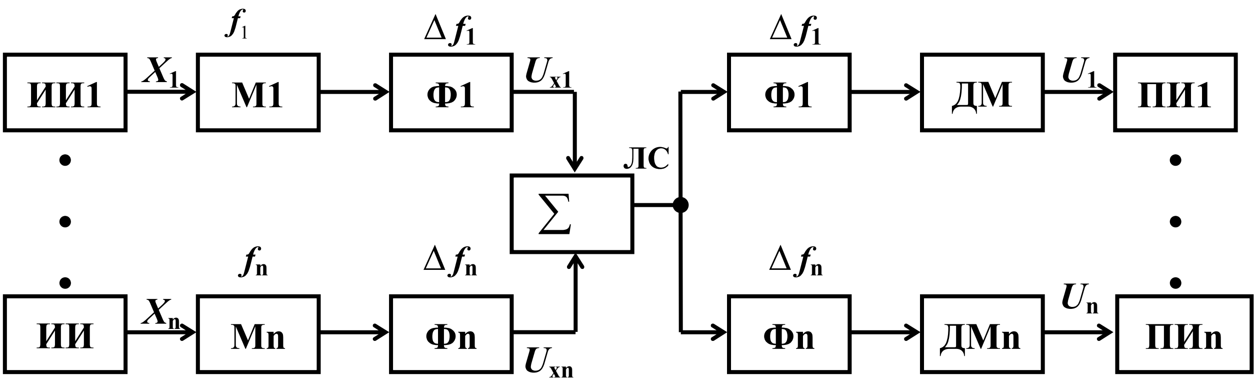


Рис. 1.5. Система с частотным разделением

Большим преимуществом систем с частотными разделением является возможность одновременной передачи сигналов, относящихся к разным каналам. Второе их достоинство состоит в возможности передачи сигналов от рассредоточенных объектов. Их недостаток – сравнительно большое взаимное влияние каналов из-за перекрытия спектров сигналов, из-за неидеальности характеристик полосовых фильтров и появления паразитных составляющих вследствие нелинейности электрических цепей (так называемая перекрестная модуляция).

1.2.4. Временное разделение. При данном методе разделения сигналы датчиков передаются только в отведенные для них непересекающиеся отрезки времени Δt_k (рис. 1.6).

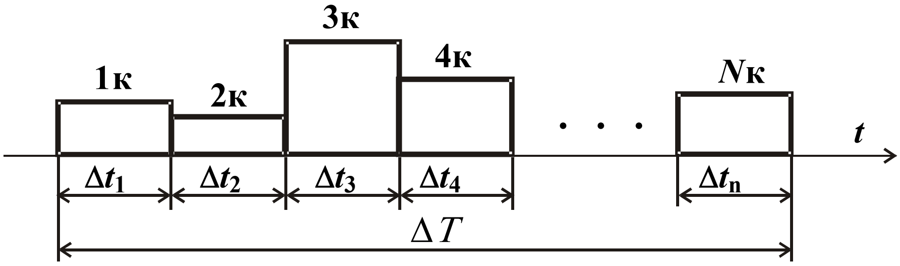


Рис. 1.6. Распределение каналов во времени

Разделение осуществляется распределителями *Р* (рис. 1.7), которые должны быть синхронизированы (т.е. работать с одинаковой скоростью) и синфазированы (работать без сдвига).

Взаимное влияние каналов при временном разделении обычно незначительно, что позволяет строить системы с большим количеством каналов. Благодаря этому обстоятельству, а также простоте технических средств этот метод используется весьма широко. Однако он эффективен лишь при сосредоточенных объектах.

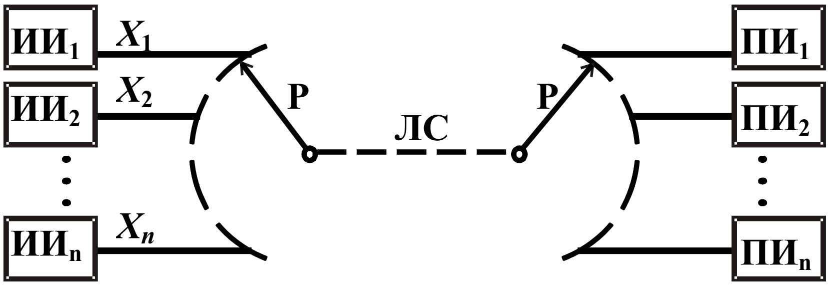


Рис. 1.7. Многоканальная система с временным разделением

При использовании радиолиний применяют двойную модуляцию, например, ФИМ–АМ, ФИМ–ЧМ, КИМ–ЧМ, КИМ–ОФМ. Основной недостаток систем с временным разделением – необходимость обеспечения синхронной работы распределителей каналов передатчика и приемника.

1.2.5. Фазовое разделение. Данный способ применяют в двухканальной системе (рис. 1.8) с синусоидальными сигналами, фазы которых различаются на 90°.

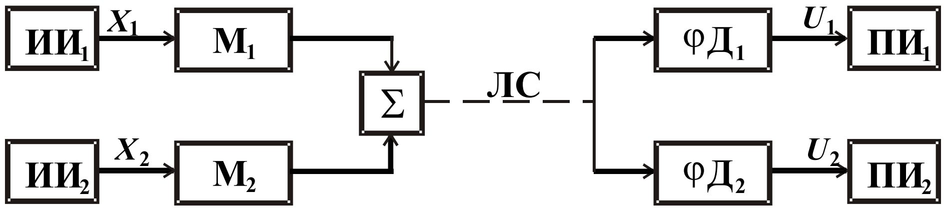


Рис. 1.8. Многоканальная система с фазовым разделением

Сигналы датчиков X_k модулируют амплитуду синусоидальных носителей, различающихся по фазе. Таким образом, сигналы U_{xk} на выходе модуляторов M имеют амплитуды, определяемые модулирующими функциями датчиков, и фазы соответственно φ_1 и $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi/2$:

$$U_{x1} = U_1 \sin \omega_0 t, \tag{1.1}$$

$$U_{x2} = U_2 \sin(\omega_0 t + \pi/2) = U_2 \cos \omega_0 t. \tag{1.2}$$

Фазовые детекторы ФД выделяют соответствующие модулирующие функции U_1 и U_2.

1.2.6. Кодовое разделение. При данном методе адрес канала указывается кодированным сигналом, посылаемым на линию связи (рис. 1.9).

Рис. 1.9. Структура сигналов при кодовом разделении

Разделение на приемной стороне осуществляется декодирующим устройством (рис. 1.10), направляющим сообщения по выбранному каналу.

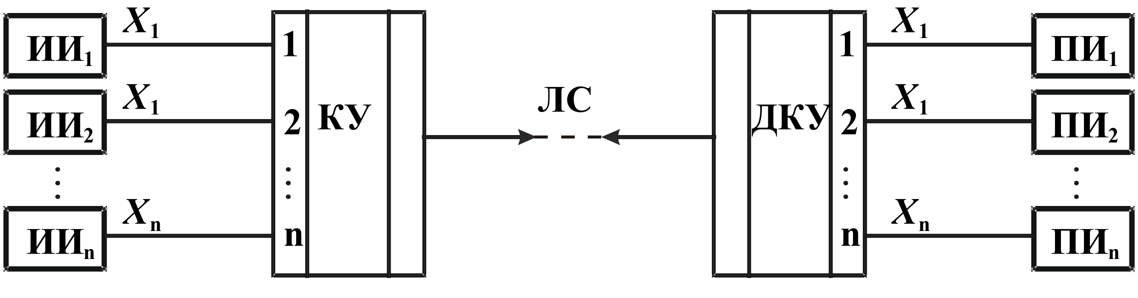


Рис. 1.10. Многоканальная система с кодовым разделением

Код адреса может быть как последовательным, так и параллельным. В последнем случае используется отдельная линия связи или индивидуальный частотный канал на каждый разряд кода. Кодовое разделение каналов позволяет производить опрос каналов в произвольном порядке, что делает удобным его использование в системах передачи данных и адаптивных телеизмерительных системах.

1.2.7. Разделение по уровню. В системах с разделением по уровню параметром разделения служит амплитуда сигналов, принимающая ряд дискретных значений, а полезная информация может содержаться в длительности сигналов. Сигналы первого канала имеют уровень (амплитуду) U_0, сигналы второго канала $U_0/2$, третьего $U_0/4$ и *n*-го $U_0/2^{n-1}$. Рассмотрим в качестве примера двухканальную систему (рис. 1.11).

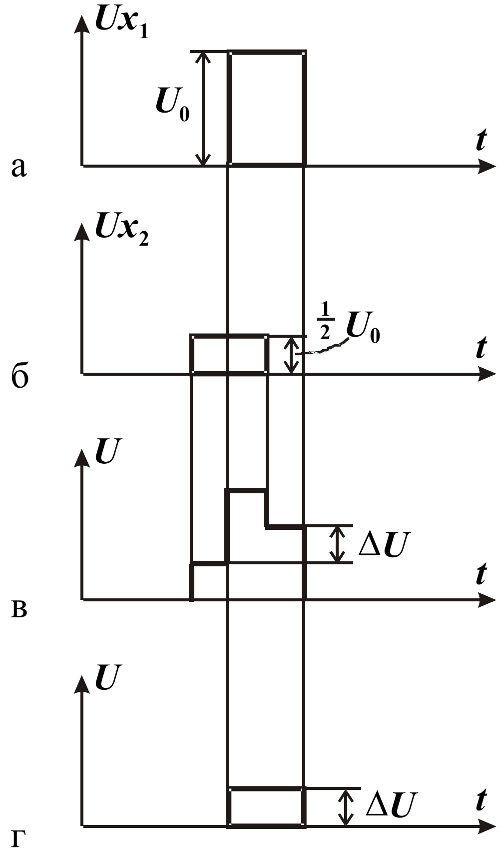


Рис. 1.11. Временные диаграммы сигналов многоканальной системы с разделением по уровню:

а – сигнал первого канала; б – второго канала; в – в линии связи; г– разностный

Оба сигнала могут быть сдвинуты один относительно другого и иметь различную длительность. На линию поступает сигнал

$$U = U_{x1} + U_{x2}. \qquad (1.3)$$

На приемной стороне из линейного сигнала U выделяется с помощью двух ограничителей разностный сигнал ΔU (рис. 1.11, г).

Сигнал второго канала U_{x2} получается путем вычитания удвоенного значения ΔU:

$$U_{x2} = U - 2\Delta U . \tag{1.4}$$

Сигнал первого канала получается как разность

$$U_{x1} = U - U_{x2} . \tag{1.5}$$

При $n > 2$ для разделения применяются несколько ограничителей и схем вычитания.

1.2.8. Разделение по форме. Для разделения сигналов, различающихся по форме, используются операции, наиболее чувствительные к изменению формы, – обычно дифференцирование, интегрирование и вычитание. Рассмотрим процедуру разделения, когда функции носителя образуются путем последовательного дифференцирования. Пусть, например (рис. 1.12)

$$U_{x1}(t) = U_1 ,$$
$$U_{x2}(t) = U_2 t .$$

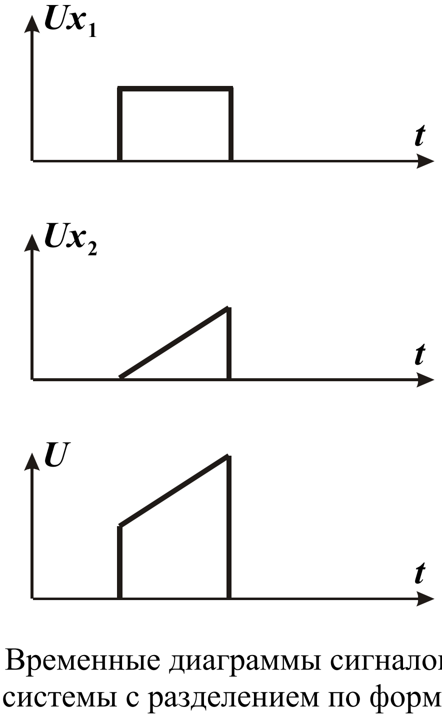


Рис. 1.12. Временные диаграммы сигналов многоканальной системы с разделением по форме

На линию поступает сумма

$$U(t) = U_1 + U_2 t .$$

На приемной стороне выделение U_2 осуществляется путем дифференцирования функции $U(t)$. Интегрирование U_2 восстанавливает переданный сигнал второго канала $U_{x2}(t)$. U_1 получается путем вычитания $U_{x2}(t)$ из $U(t)$.

Разделение канальных сигналов по форме лежит в основе построения широкополосных систем с шумоподобными сигналами. Для передачи можно использовать одну и ту же полосу частот линий связи и передачу производить в одни и те же интервалы времени.

1.2.9. Корреляционное разделение. В ряде случаев сигналы отдельных каналов могут быть представлены в виде

$$U_{xk}(t) = g_k[a_k(t)] = a_k(t) \cdot g_k(t) = U_k(t) \cdot g_k(t), \tag{1.6}$$

где функция $g_k(t)$ описывает носитель с некоторой заданной величиной разделяющего параметра a_{jk}, а информационный параметр $a_k(t)$, модулирующий функцию $g_k(t)$ по амплитуде, равен сигналу $U_k(t)$ соответствующего датчика.

Сигнал в линии связи представляет собой линейную комбинацию функций g_k:

$$U(t) = \sum_k g_k(t) \cdot U_k .$$

Если g_k линейно независимы, они могут быть разделены линейными фильтрами. Такие многоканальные системы передачи носят название линейных. К линейным системам относятся, в частности, системы с частотным, временным, фазовым разделением и разделением по форме. Важной разновидностью линейно независимых сигналов являются ортогональные сигналы, для которых существует общий метод разделения, основанный на применении оператора корреляционной фильтрации к сигналу, поступающему из линии связи.

Для функции $g_i(t)$ и $g_j(t)$ называются ортогональными на заданном интервале $[T_1, T_2]$, если

$$[g_i(t), g_j(t)] = \int_{T_1}^{T_2} g_i(t) g_j(t) dt = 0 . \tag{1.7}$$

Ортогональную систему удобно использовать в нормированном виде, при котором выполняется условие

$$\int_{T_1}^{T_2} g_k^2(t) dt = 1 . \tag{1.8}$$

Если $\varphi_k(t)$ – ненормированные ортогональные функции, то операция нормирования производится путем умножения на коэффициент

$$\lambda_k = \frac{1}{\sqrt{\int\limits_{T_1}^{T_2} \varphi_k^2(t)dt}}. \tag{1.9}$$

В этом случае на линию поступает сигнал вида

$$U_{xk}(t) = U_k \lambda_k \varphi_k(t) = U_k g_k(t), \tag{1.10}$$

где $g_k(t)$ уже являются нормированными функциями, образующими ортогональную систему.

Для выделения информационного параметра U_k нужно умножить принимаемый сигнал $U(t)$ на функцию $g_k(t)$ и проинтегрировать полученное произведение в пределах $T_1 \le t \le T_2$:

$$\int\limits_{T_1}^{T_2} \left[\sum U_i g_i(t)\right] g_k(t)dt = U_k \int\limits_{T_1}^{T_2} g_k^2(t)dt = U_k\ . \tag{1.11}$$

Умножение сигнала линии на все функции $g_k(t)$ обеспечивает полное разделение любых ортогональных сигналов. Таким образом, многоканальная система (рис. 1.13) на передающей стороне содержит генераторы Γ_k ортогональных функций и модуляторы M_k с нормализаторами, а на приемной – такие же генераторы Γ_k и корреляторы.

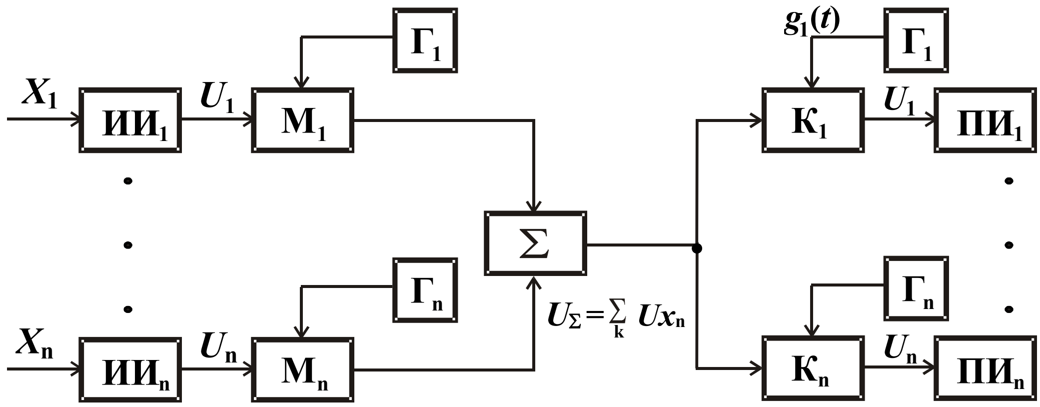


Рис. 1.13. Многоканальная система с корреляционным разделением

Эффективность корреляционного метода разделения состоит в том, что он позволяет значительно ослабить влияние перекрестных помех, а это особенно существенно в случае перекрывающихся спектров сигналов.

1.2.10. Частотно-временное разделение сигналов. Этот способ применяют для того, чтобы использовать преимущества как частотного, так и временного уплотнения. Системы с частотно-временным разделением строят по следующему принципу: предварительно производится уплотнение по времени, затем образовавшиеся группы каналов подают на вход системы с частотным уплотнением, в которой каждая группа каналов работает на своем несущем колебании. При таком комбинированном методе уплотнения линий связи значительно увеличивается число каналов системы и существенно упрощается аппаратура по сравнению с системами только частотного уплотнения.

1.2.11. Мажоритарное уплотнение каналов. Данный способ является частным случаем комбинационного уплотнения. В результате такого уплотнения каждой комбинации двоичного кода с блоковой длиной n_C , в параллельной форме поступившей от уплотняемых источников, в устройстве уплотнения ставится в однозначное соответствие комбинация двоичного кода группового сигнала с блоковой длиной n, представленного в последовательной форме. При этом значение каждого двоичного символа кодовой комбинации группового сигнала определяется в соответствии с логической функцией абсолютного большинства, т.е. мажоритарно.

Двоичный код группового сигнала, получаемый при мажоритарном уплотнении, удобен для дальнейших преобразований на передающей стороне и обработки на приемной стороне и имеет минимально возможный пикфактор, что позволяет полностью использовать потенциальные возможности радиопередающего устройства.

Структурная электрическая схема устройства уплотнения многоканальной системы передачи информации с мажоритарным уплотнением приведена на рис. 1.14.

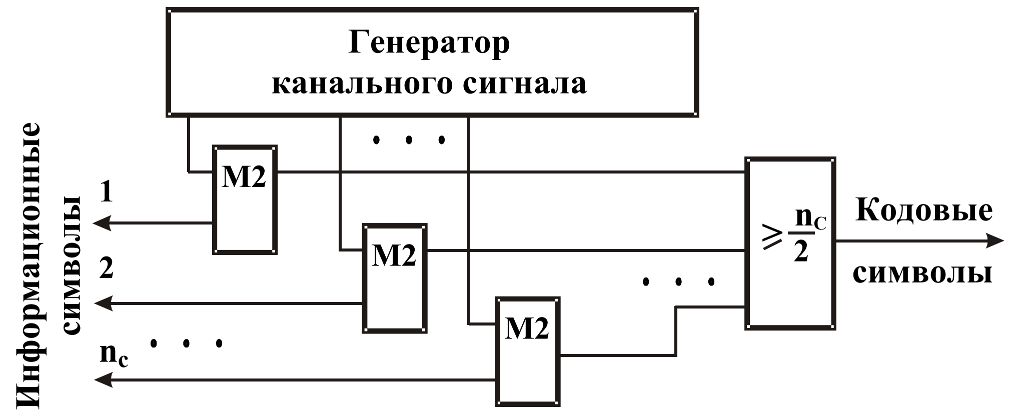


Рис. 1.14. Структурная схема устройства уплотнения
системы с мажоритарным уплотнением

Модулирующие сообщения от каждого n_C уплотняемых источников, представленных двоичным кодом, одновременно во всех каналах поступают на один из входов канального модулятора, которым является сумматор по модулю два. На другой вход каждого канального модулятора поступает канальный сигнал, закрепленный за данным каналом и представляющий собой комбинацию двоичного кода с блоковой длиной n. Длительность двоичного символа канального сигнала выбирается равной $\tau = T / n$, где T – длительность двоичного символа, поступившего от источника. С выхода сумматора по модулю два в каждом канале получаем либо выделенный данному каналу канальный сигнал (в случае прихода от уплотняемого источника информационного символа “0”), либо его инверсию (в случае прихода от уплотняемого источника информационного символа “1”). Полученные таким образом канальные сигналы или их инверсии одновременно поступают на мажоритарный элемент, на выходе которого формируется двоичное кодовое слово группового сигнала по следующему правилу: i-й его разряд равен единице, если число единиц, поступивших на мажоритарный элемент по всем n_c каналам в i-й момент времени, больше или равно $n_c / 2$, и равен нулю в противном случае. Таким образом, на выходе устройства мажоритарного уплотнения формируется двоичный групповой сигнал в последовательной форме, символы которого будем называть кодовыми.

Устройство разделения каналов (рис. 1.15) при мажоритарном уплотнении является линейным устройством.

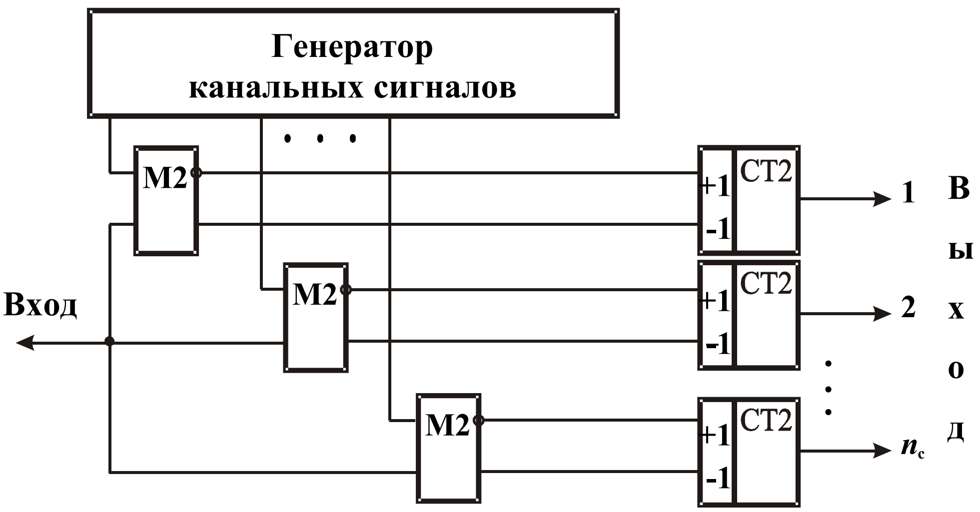


Рис. 1.15. Структурная схема устройства разделения системы с мажоритарным уплотнением.

Кодовые символы, полученные после поэлементного приема, поступают на набор из n_C канальных корреляторов, каждый из которых состоит из последовательно соединенных сумматоров по модулю два и реверсивного счетчика. На один вход каждого сумматора по модулю два поступают принимаемые кодовые символы, а на другой вход – символы канального сигнала, используемого данным каналом. Символы с выхода сумматора по модулю два поступают на реверсивный счетчик; на суммирующий его вход поступают единицы, а на вычитающий – нули.

В момент окончания приема очередного информационного символа определяется знак накопленной суммы. Если накопленная величина положительна, то выносится решение о приеме информационного символа “1”, а в противном случае – о приеме символа “0”. Тем самым осуществляется операция, обратная операции уплотнения.

Следует отметить, что мажоритарное уплотнение каналов, основанное на использовании функций Уолша, псевдослучайных импульсных последовательностей и других дискретных поднесущих, обладающих свойствами ортогональности, позволяет получить высокую помехоустойчивость, скрытность работы, возможность одновременной работы многих систем в одном и том же диапазоне частот и др.

На выбор и организацию того или иного метода уплотнения и разделения каналов существенное влияние оказывает число уплотняемых каналов, скорость передачи информации в системе, требования к точности и помехоустойчивости передачи, условия и специфика использования многоканальной системы. Важными вопросами при этом являются также простота реализации подсистем уплотнения, возможности унификации и стандартизации аппаратуры, простота сопряжения подсистем уплотнения и разделения с другими подсистемами.

1.3. Проводные линии связи

Передача телемеханических сообщений осуществляется по телефонным двухпроводным и кабельным линиям связи, по воздушным стальным и медным проводным линиям связи, по симметричным и коаксиальным кабелям, по металлическим волноводам и по волоконно-оптическим линиям связи.

Диапазон частот передаваемых сообщений для различных линий определяется материалом, из которого изготовлена линия связи, конструктивными особенностями (сечение провода, расстоянием между проводами, экранированием и др.), а также уровнем и типом помех.

В высокочастотных каналах по воздушным стальным линиям из-за резкого возрастания затухания в стали используется диапазон частот от 3 до 25 кГц. Для воздушных медных и биметаллических цепей применяются многоканальные с диапазоном от 6 до 157 кГц. На более высоких частотах возрастает влияние радиовещательных станций длинноволнового диапазона. Существенный недостаток воздушных проводных линий – большая зависимость их характеристик от атмосферных условий. Значительно лучшими характеристиками обладают кабельные линии связи. Они являются основой сетей магистральной дальней связи, по ним передают сигналы в диапазоне частот 12…550 кГц.

Наиболее широкополосными являются коаксиальные кабели. Они имеют рабочий диапазон до 8850 кГц. По металлическим волноводам передача производится сигналами в диапазоне 35…80 ГГц. Большой практический интерес представляют волоконно-оптические линии связи с диапазоном частот 300…800 ТГц.

Проводные линии (воздушные, кабельные) характеризуются первичными (активное сопротивление, емкость, индуктивность и проводимость) и вторичными (затухание, волновое сопротивление и пропускная способность) параметрами.

Электрическая линия связи представляет собой длинную линию с распределенными параметрами, которую можно представить в виде большого числа последовательно соединенных четырехполюсников (рис. 1.16).

Сопротивление линии по постоянному току при температуре t, отличной от 20 °С

$$R_t = R_0\left[1+\alpha(t-20)\right] \text{ Ом/км}, \tag{1.12}$$

где R_0 – сопротивление при 20 °С, Ом;

α – температурный коэффициент, который для меди равен 0,0039, а для стали – 0,0046.

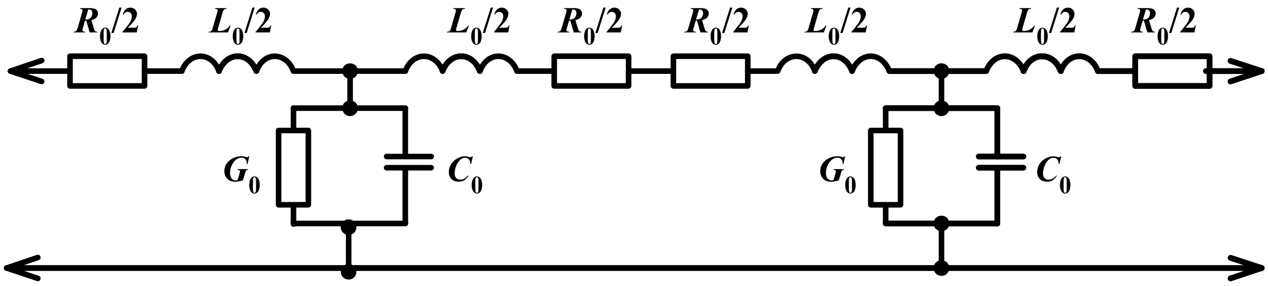


Рис. 1.16. Схема замещения электрической (проводной) линии связи

Индуктивность двухпроводной цепи из однородных проводов

$$L_0 = \left(4\ln\frac{a}{r} + k\mu\right)\cdot 10^{-4} \text{ мГн/км}, \tag{1.13}$$

где α – расстояние между центрами проводов, см;

r – радиус проводов, см;

μ – относительная магнитная проницаемость материала провода (для меди $\mu_м = 1$, для стали $\mu_c = 140$);

μ k – табличный коэффициент, учитывающий поверхностный эффект.

Емкость двухпроводной цепи определяется по формуле

$$C_0 = \frac{\varepsilon\cdot 10^{-6}}{36\ln\frac{a}{r}} \text{ мкФ/км}. \tag{1.14}$$

Емкость однопроводной цепи

$$C_0 = \frac{\varepsilon \cdot 10^{-6}}{18 \ln \frac{2h}{r}} \quad \text{мкФ/км}, \tag{1.15}$$

где h – расстояние от поверхности земли до провода, м.

Параметры R_0, L_0, C_0, G_0 определяют волновое сопротивление

$$Z = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}, \tag{1.16}$$

где ω – частота сигнала;

G_0 – проводимость изоляции.

На высоких частотах (больших 10 кГц) или при малых потерях $R_0 << \omega L$ и $G_0 << \omega C$. В этом случае

$$Z = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}. \tag{1.17}$$

При нагрузке однородной линии на сопротивление, равное ее волновому сопротивлению, отражения в линии отсутствуют.

Таким образом, волновое (характеристическое) сопротивление – это сопротивление, которым можно заменить отрезанную часть бесконечно длинной линии так, что при этом в любых точках оставшейся линии значения тока и напряжения будут прежними.

Коэффициент распределения или постоянная передача линии

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0) \cdot (G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\varphi, \tag{1.18}$$

где α – постоянная затухания линии;

φ – коэффициент сдвига фаз между напряжением и током в линии.

Допустим, что в начале линии связи напряжения U_1, ток I_1 и мощность сигнала P_1, а на ее выходе U_2, I_2 и P_2 соответственно, тогда затухание $b_н$, вносимое линией связи, в неперах (Нп) можно определить из выражений

$$b_н = \ln \frac{U_1}{U_2}; \qquad b_н = \ln \frac{I_1}{I_2}; \qquad b_н = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{P_1}{P_2}, \tag{1.19}$$

а в децибелах (дБ)

$$b_д = 20 \cdot \lg \frac{U_1}{U_2}; \quad b_д = 20 \cdot \lg \frac{I_1}{I_2}; \quad b_д = 10 \cdot \lg \frac{P_1}{P_2}. \tag{1.20}$$

Из выражений (1.19) и (1.20) следует, что затуханию в 1 Нп соответствует уменьшение напряжения или тока в $e = 2{,}718$ раза, а мощности – в e^2 раз, а затуханию в 1 дБ соответствует уменьшение напряжения или тока в 1,12 раза, а мощности – в 1,25 раза. Для перехода от неперов к децибелам или наоборот пользуются соотношениями

1 Нп = 8,686 дБ; 1 дБ = 0,115 Нп.

Для оценки условий передачи сигнала в инженерной практике широко используется понятие об уровне сигнала – обобщенной энергетической характеристике, которая позволяет определить значения напряжения, тока и мощности сигнала в рассматриваемой точке x тракта передачи. Уровни сигналов в неперах определяются по формулам

$$P_н(U) = \ln\frac{U_x}{U_0}, \qquad P_н(I) = \frac{I_x}{I_0}, \qquad P_н(P) = \frac{1}{2}\cdot\ln\frac{P_x}{P_0}. \tag{1.21}$$

Если за единицу измерения принять децибел (дБ), то уровни определяются по формулам

$$P_д(U) = 20\cdot\lg\frac{U_x}{U_0}, \quad P_д(I) = 20\cdot\lg\frac{I_x}{I_0}, \quad P_д(P) = 10\cdot\lg\frac{P_x}{P_0}, \tag{1.22}$$

где $P_0 = \left(0{,}775^2/600\right)\cdot 10^3 =$ 1 мВт – мощность условного нулевого уровня (при $U_0 = 0{,}775$ В, $I_0 = 1{,}29$ мА, $Z_0 = 600$ Ом);

В случае, когда сопротивление отлично от 600 Ом, а уровень сигнала U_x выражается в вольтах, то

$$P_н(P) = \ln\frac{U_x}{0{,}775} - \frac{1}{2}\cdot\ln\frac{Z}{600}. \tag{1.23}$$

Уровень в точке цепи, в которой $P_x = 1$ мВт, в соответствии с формулой (1.22) будет $P_д(P) = 10\cdot\lg P_x = 0$ – нулевой уровень. Если мощность сигнала в рассматриваемой точке $P_x > 1$ мВт, то уровень сигнала в этой точке принято называть положительным (например, $P_x = 10$ Вт, тогда $P_д(P) = 10\cdot\lg 10\cdot 10^3 =$ $= 40$ дБ). Если мощность в рассматриваемой точке $P_x < 1$ мВт, то уровень в этой точке называется отрицательным (например, $P_x = 1$ мкВт, тогда $P_д(P) =$ $= 10\cdot\lg 10^{-3} = -30$ дБ).

Перевод децибел в отношение мощностей приведен в табл. 1.2.

С помощью табл. 1.2 можно осуществить перевод децибел в ватты при общепринятом условном нулевом уровне, равном 1 мВт.

Мощность на выходе линии длиной l

$$P_2 = P_1 - \alpha\cdot l = P_1 - b, \tag{1.24}$$

где P_1 – мощность на входе линии;

α – удельное затухание линии, дБ/км или Нп/км;

b – затухание вносимое линией связи определяется из выражений (1.19) или (1.20).

Таблица 1.2

Перевод децибел в отношение мощностей

Отношение мощностей	(-) дБ (+)	Отношение мощностей	Отношение мощностей	(-) дБ (+)	Отношение мощностей
1,0000	0,0	1,0000	0,1000	10,0	10,000
0,8913	0,5	1,122	0,07943	11	12,59
0,7943	1,0	1,259	0,06310	12	15,85
0,7079	1,5	1,413	0,05012	13	19,95
0,6310	2,0	1,585	0,03981	14	25,12
0,5623	2,5	1,778	0,03162	15	31,62
0,5012	3,0	1,995	0,02512	16	39,81
0,4467	3,5	2,239	0,01995	17	50,12
0,3981	4,0	2,512	0,01585	18	63,10
0,3548	4,5	2,851	0,01259	19	79,43
0,3162	5,0	3,162	0,01	20	100
0,2818	5,5	3,548	10^{-1}	10	10
0,2512	6,0	3,981	10^{-2}	20	10^{2}
0,2239	6,5	4,467	10^{-3}	30	10^{3}
0,1995	7,0	5,012	10^{-4}	40	10^{4}
0,1778	7,5	5,623	10^{-5}	50	10^{5}
0,1585	8,0	6,310	10^{-6}	60	10^{6}
0,1413	8,5	7,079	10^{-7}	70	10^{7}
0,1259	9,0	7,943	10^{-8}	80	10^{8}
0,1122	9,5	8,913			

Если известно допустимое затухание b (в децибелах или неперах), то допустимая длина линии связи

$$l = \frac{b}{\alpha}\ . \tag{1.25}$$

Удельное затухание для некоторых типов проводных линий связи приведено в табл. 1.3.

Удельное затухание α коаксиальных кабелей определяется из формулы

$$\alpha = 2{,}43\sqrt{f}\ \text{дБ/км}, \tag{1.26}$$

где f – частота сигнала, МГц.

Пример 1.1. Определить максимальную длину стальной воздушной линии из проводов диаметром d = 3 мм с расстоянием между проводами a = 60 см при частоте f = 3 кГц, если отношение мощности сигнала на входе линии связи к мощности сигнала на выходе равно 7,4.

Решение. Из табл. 1.3 $\alpha = 0{,}27$ дБ/км. Допустимое затухание $b_{\partial} = 10 \cdot \lg 7{,}4 = 8{,}7$ дБ. Максимальная длина линии связи $l_{\max} = b_{\partial} / \alpha =$ $= 8{,}7 / 0{,}27 = 3{,}2$ км.

Таблица 1.3

Затухание для некоторых типов линий связи

Тип линии связи	Диаметр провода d, мм	Расстояние между проводами a, см	Диапазон частот f, кГц	Удельное затухание α, дБ/км
Стальная	3	20	0,3…10	0,09…0,9
Стальная	3	60	0,3…10	0,09…0,74
Стальная	4	20	0,3…10	0,09…0,8
Стальная	4	20	3…30	0,34…1,36
Стальная	4	60	0,3…10	0,09…0,65
Биметаллическая (медь–сталь)	3,2; 4	20	0,3…10	0,045…0,135
Биметаллическая	3,2; 4	60	0,3…10	0,03…0,09
Медная	4	20	0,3…10	0,02…0,045
Медная	4	20	5…150	0,034…0,18
Медная	4	60	0,3…10	0,18…0,45
Медная	4	60	5…300	0,18…0,25

Пример 1.2. Определить затухание сигнала на частоте 10 кГц в медной линии связи с $d = 4$ мм, $a = 20$ см при передаче сигнала на расстояние $l = 100$ км.

Решение. Из табл. 1.3 находим $\alpha = 0{,}045$ дБ/км, затухание $b = \alpha \cdot l =$ $= 0{,}045 \cdot 100 = 4{,}5$ дБ.

Как следует из выражения (1.24), уровень сигнала в рассматриваемой точке равен уровню сигнала в начале цепи минус затухание сигнала до данной точки. Пользуясь данным выражением, можно построить диаграмму уровней и затуханий, из которой могут быть получены ответы на ряд практических вопросов.

Пример 1.3. Построить диаграмму уровней и затуханий для цепи, характер которой и параметры приведены на рис. 1.17, если уровень помех на всех участках $P_{\varepsilon} = -20$ дБ, а требуемое превышение сигнала над помехой $\Delta P = 25$ дБ.

Решение. Здесь СУ – согласующее устройство с вносимым (собственным) затуханием, равным 2 дБ. В соответствии с исходными данными и принятым масштабом для уровней проводим на диаграмме линии уровня помех и минимально допустимого уровня.

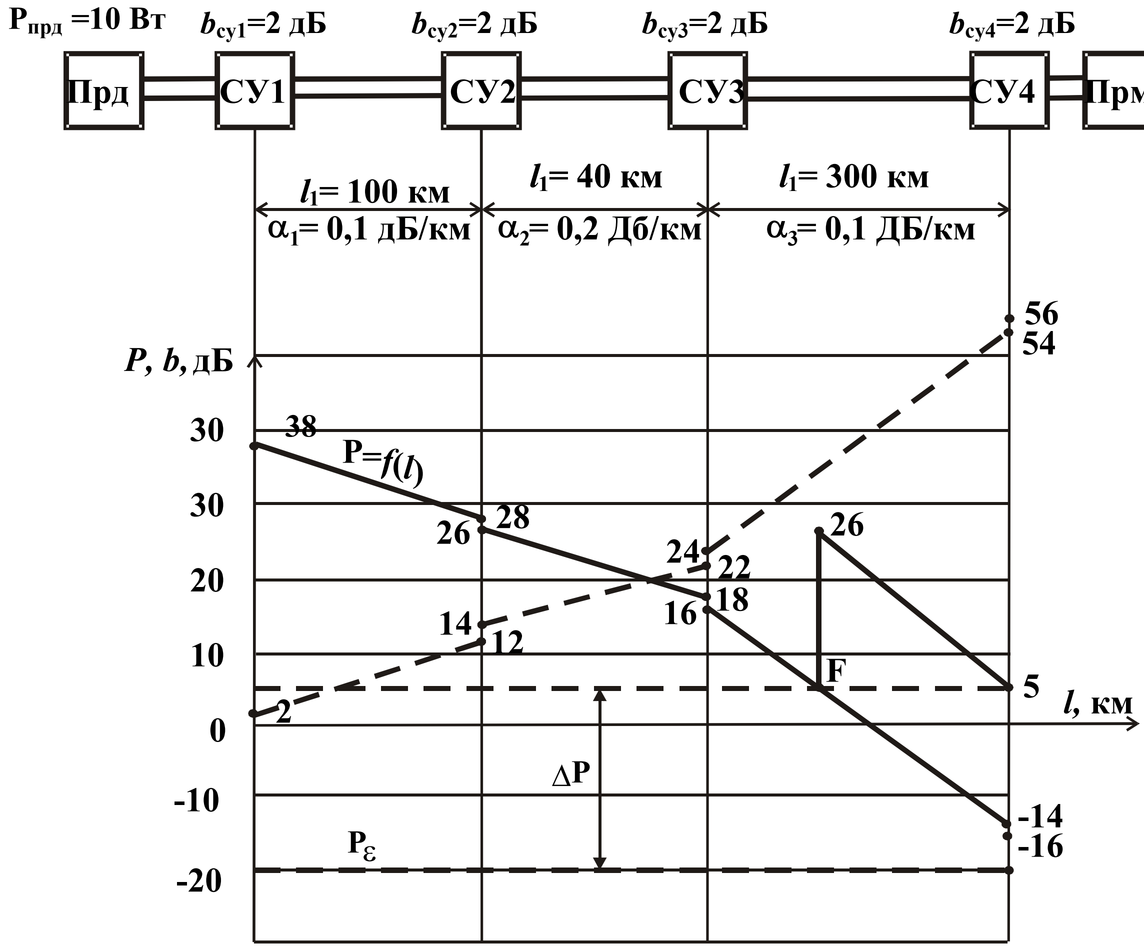


Рис. 1.17. Диаграмма уровней и затуханий

Для построения диаграммы уровней определяем уровень сигнала на входе передатчика (Прд) $P\left(P_{прд}\right)=10\log\left(10\cdot 10^3\right)=40$ дБ. Поскольку расстояние от Прд до СУ1 мало по сравнению с длинами участков цепи, предполагаем, что $P\left(P_{прд}\right)=40$ дБ имеется на входе СУ1. Отметим этот уровень на ординате. В СУ1 имеет место затухание $b_{су1}=2$ дБ, следовательно, вторая точка на диаграмме будет определена уровнем $P=P\left(P_{прд}\right)-b_{су1}=40-2=38$ дБ. Это соответствует уровню сигнала на входе первого источника l_1. Полное затухание на участке $b_1=\alpha_1 l_1=0{,}1\cdot 100=10$ дБ. Таким образом, сигнал на входе СУ2 будет иметь уровень $P=38-10=28$ дБ. Отмечаем эти уровни и проводим линию между точками с уровнями $+38$ дБ и $+28$ дБ. Эта линия показывает изменение уровня сигнала на первом участке. Аналогично получаем последующие значения уровней и строим диаграмму уровней, из которой следует, что уровень сигнала на входе приёмника (Прм) $P(P_{прм}) = -16$ дБ. Поскольку минимальный допустимый уровень на входе Прм равен $+5$ дБ (допустим, он соответствует чувствительности приёмника), то в практике передачи необходимо установить усилитель с коэффициентом усиления $K_{мин} = P_{\varepsilon} + \Delta P(P_{прм}) = -20 + 25 - (-16) = 21$ дБ. Место установки усилителя определяется точкой F, в которой проводят корректировку диаграммы уровней: от уровня +5 дБ (уровень на входе усилителя) проводим вертикальную линию до уровня +26 дБ, что будет уравнено на входе усилителя, затем проводим параллельную построенной диаграмме уровней линию, которая определяет новое значение уровня на входе СУ4. При этом на входе приёмника имеем требуемое значение уровня сигнал +5 дБ. В реальных условиях включение усилителя в точке F по каким-либо причинам (отсутствие источника питания) может быть неосуществимо. Тогда усилитель устанавливают в ином месте, ближе к Прд, и в этой точке производится корректирование диаграммы уровней.

Построение диаграммы затуханий выполняется подобным же образом, с той лишь разницей, что $b = f(l)$ – возрастающая функция, а в месте установки усилителя величина затухания должна быть уменьшена на величину коэффициента усиления, т.е. на 21 дБ (на диаграмме рис. 1.17 не показано). По диаграмме уровней можно записать

$$P(P_{прм}) = P(P_{прд}) - \sum b_{су1} - \sum b_l + K_{мин} = 40 - 8 - 48 + 21 = +5 \text{ дБ}.$$

Первичные параметры типовых воздушных и кабельных цепей при частоте $f_0 = 0$ и температуре $t = +20$ °С на 1 км длины двухпроводной цепи приведены в табл. 1.4.

1.4. Использование высоковольтных линий электропередачи (ЛЭП) в качестве линий связи

В современных развитых государствах ЛЭП покрывают густой сетью большие территории, соединяя не только источники и потребители электроэнергии, но и объекты, находящиеся в тесной информационной зависимости. Использование ЛЭП в качестве проводной (воздушной) линии связи для систем передачи информации даёт большой экономический эффект. Каналы по ЛЭП широко применяются в энергосистемах с целью передачи телемеханических сообщений для управления местными электростанциями, подстанциями и другими объектами.

Таблица 1.4

Первичные параметры типовых цепей

Тип проводной цепи	Расстояние между проводами, a, см	Диаметр провода или жилы, d, мм	Сопротивление двухпроводной цепи, R, Ом/км	Ёмкость между проводами, C, мкФ/км	Индуктивность двухпроводной цепи, L, мГн/км	Волновое сопротивле-ние Z на частотах f >2 кГц, Ом	Сопротивление изоляции между проводами, нормальное, М Ом/км
Воздушная стальная	60	3	39,1	0,0049	12,64	-	25…125
	20	3	39,1	0,006	11,21	-	25…125
	60	4	22,0	0,0051	9,40	-	25…125
	20	4	22,0	0,0063	8,96	-	25…125
Воздушная медная	60	4	2,84	0,0051	2,38	690	25…125
	20	4	2,84	0,0063	1,94	56	25…125
Воздушная биметаллическая	60	4	6,44	0,0051	2,39	-	25…125
	20	4	6,44	0,0063	1,94	-	25…125
Кабель связи кордельный марок ТЗГ и ТЗБ	-	0,8	72,2	0,033	0,7	144	10
	-	0,9	67,0	0,0335	0,7	143	10
	-	1,0	47,0	0,034	0,7	142	10
	-	1,2	32,8	0,0345	0,75	141	10
	-	1,4	23,8	0,035	0,75	140	10
Телефонный кабель марок ТГ и ТБ	-	0,5	190,0	0,04	0,55…0,6	117	2
	-	0,6	131,0	0,04	0,55…0,6	117	2
	-	0,7	96,0	0,04	0,55…0,6	117	2

Линии электропередач 35, 110, 220 и 400 кВ имеют высокую электрическую и механическую прочность, поэтому каналы по высоковольтным линиям характеризуются высокой надёжностью работы, если применяется также высоконадёжная аппаратура каналов. Передача сигналов по ЛЭП высокого напряжения осуществляется токами высокой частоты в диапазоне от 300 до 500 кГц, а на некоторых воздушных линиях и до 1000 кГц Каналы по ЛЭП высокого напряжения имеют сравнительно высокий уровень помех, поэтому для получения достаточного для нормальной работы отношения сигнал/помеха применяется специальная аппаратура каналов со сравнительно высокой выходной мощностью сигналов и качественные фильтры для разделения сигналов и уменьшения перекрёстных помех. Уровень сигнала на линиях 35…220 кВ составляют примерно +4,5 Нп (10 Вт) при входном сопротивлении линии 400…600 Ом.

Удельное затухание α для ЛЭП длиной до 300 км в диапазоне частот 50…300 кГц определяется из формулы

$$\alpha = K\sqrt{f} \text{ дБ/км,} \tag{1.27}$$

где $K = 12{,}2$ для ЛЭП напряжением 35 кВ; 8,7 – для ЛЭП напряжением 110 кВ; 6,55 – для ЛЭП напряжением 220 кВ и 7,22 – для ЛЭП напряжением 400 кВ.

С целью получения стабильного канала связи применяется высокочастотная обработка линии. Для высокочастотной обработки и присоединения используются промышленные заградители, конденсаторы связи и фильтры присоединения, включаемые по принятой схеме канала: фаза – земля (рис. 1.18) или фаза – фаза.

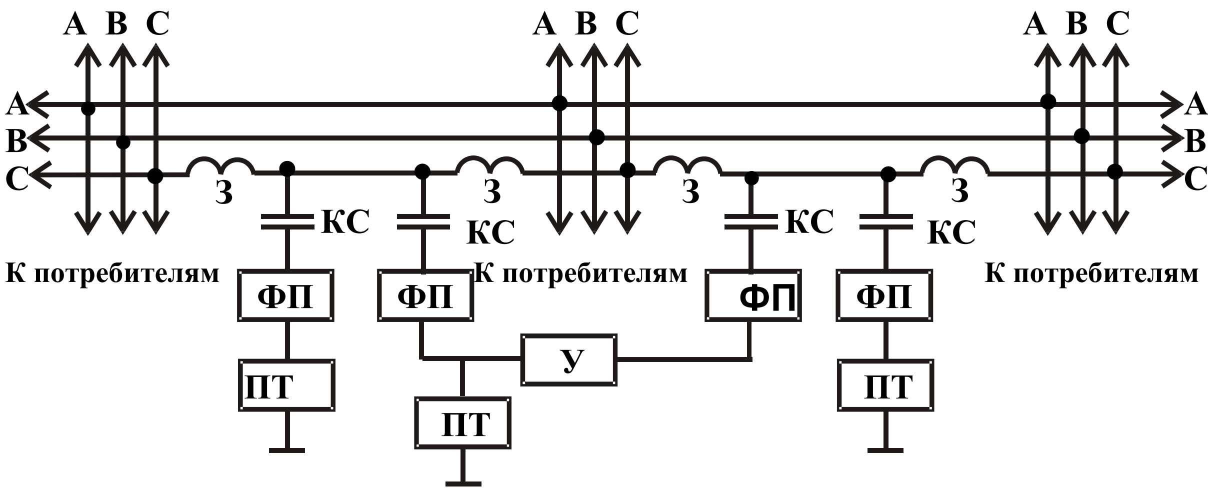


Рис. 1.18. Схема фаза–земля передачи ВЧ-сигнала по ЛЭП:
З – заградитель; КС – конденсатор связи; ФП – фильтр присоединения;
ПТ – пост телемеханики; У – усилитель

Присоединение по схеме фаза–земля имеет некоторую аналогию с однопроводной цепью, однако, как показали экспериментальные и теоретические исследования, две другие необработанные фазы играют весьма существенную роль в процессе распространения токов высокой частоты. Из-за емкостной и индуктивной связи между фазами и между каждой из фаз и землёй части энергии токов высокой частоты переходят на необработанные фазы. Следовательно, в передаче высокочастотной энергии при однофазном присоединении участвуют все три фазы ЛЭП.

Переходное сопротивление между соседними обработанными линиями ЛЭП сравнительно невелико из-за значительной ёмкости шин и оборудования подстанций по отношению к земле. По этой причине одинаковые частоты на разных линиях в одной сети не используются, что существенно снижает качество рабочих каналов.

С целью повышения эффективности и помехоустойчивости передачи по ЛЭП применяется аппаратура ВЧ-каналов, по системе с одной боковой полосой амплитудной или частотной модуляцией (ОАМ или ОЧМ).

1.5. Использование распределительных силовых сетей в качестве линий связи

Распределительные силовые сети (РСС) предназначены для распределения электроэнергии между основными объектами промышленных предприятий и сооружений, таких как крупные металлургические и химические комбинаты, шахты, нефте- и газопромыслы, железнодорожный и городской транспорт, сельское и коммунальное хозяйство и др. По роду тока РСС делятся на линии переменного и постоянного тока. К линиям постоянного тока относятся контактные сети электровозного транспорта (железнодорожного, городского, подземного).

С помощью таких каналов осуществляется централизованное переключение электросчётчиков на дневной и ночной тарифы, включение уличного освещения, передача пожарной тревоги и т.п. Команды передаются только в одном направлении из центрального пункта, а ответная, известительная сигнализация отсутствует.

Каналы по РСС применяются для передачи телемеханической информации в горнодобывающей промышленности, сельском хозяйстве и в некоторых других отраслях народного хозяйства.

При соответствующем построении каналы по РСС обладают высокой надёжностью и недороги. Вместе с тем они характеризуются сравнительно высоким уровнем помех, при которых для надёжной связи по необработанным разветвлённым энергетическим сетям требуется сравнительно высокая мощность сигнала.

Из условия быстродействия системы телемеханики для промышленных объектов часто могут иметь полосу пропускания одного канала, равную 1...10 Гц. Это позволяет реализовать каналы телемеханики по РСС сравнительно простыми техническими средствами с весьма ограниченной обработкой.

Передача телемеханической информации по каналам РСС осуществляется в диапазоне звуковых частот или в диапазоне 10...200 кГц. Соответственно развивается два направления.

Первое направление связано с передачей циркулярных команд телеуправления массовым объекта без известительной сигнализации. При этом обычно используется одна или несколько частот в диапазоне 175…3000 Гц. Для передачи широко используются генераторы, мощность которых составляет 0,03…0,5 % мощности силовой сети. Уровень выходного сигнала передатчика на входе канала достигает 4…5 В, а входной уровень – в точках приёма 1 В. Для второго направления характерно использование диапазона частот от 10 до 300 кГц. Уровень помех в этом диапазоне значительно меньше, вследствие чего открывается возможность двусторонней передачи сигналов. РСС имеют весьма разветвлённую структуру и большое число изменяющихся во времени нагрузок. Всё это затрудняет высокочастотную обработку линии.

Без обработки РСС имеют относительно большое и непостоянное затухание, неравномерное по частоте и по времени. Это вызвано наличием существенных и непостоянных во времени неоднородностей и соизмеримостью длины ответвлений с четвертью длины рабочей волны.

В качестве примера на рис. 1.19 приведена зависимость требуемой мощности сигнала от частоты для участка РСС напряжением 6 кВ, длиной 6 км, а на рис. 1.20 – для участка линии напряжением 380 В.

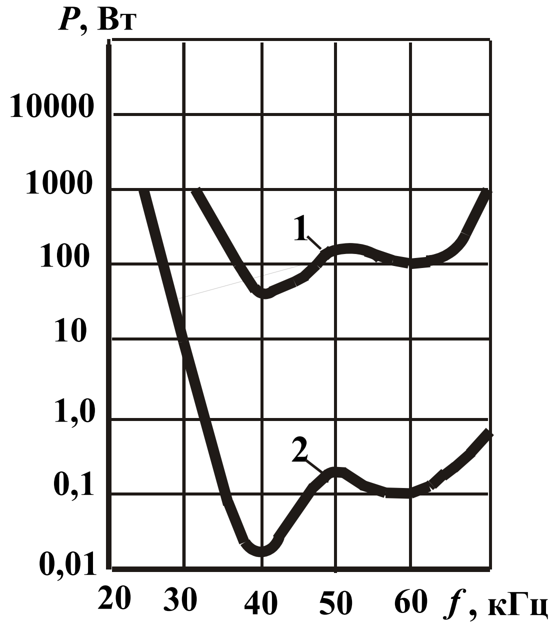


Рис. 1.19. Зависимость требуемой мощности сигнала от частоты для участка РСС 6 кВ при полосе частот канала ΔF = 5 кГц (1) и ΔF = 50 кГц (2)

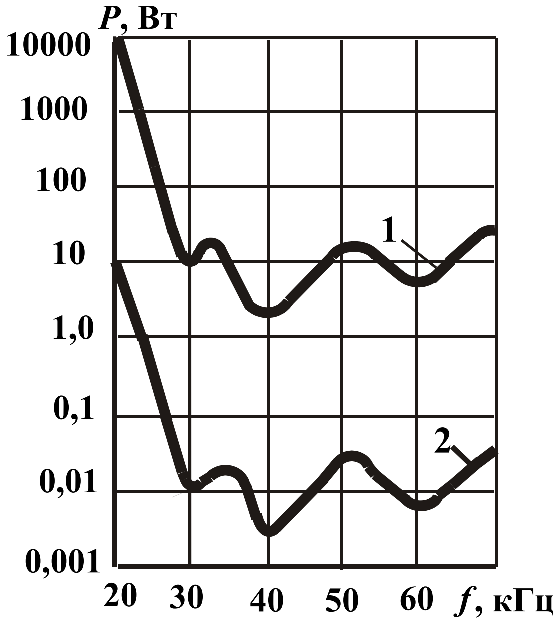


Рис. 1.20. Зависимость требуемой мощности сигнала от частоты для участка РСС 380 В при полосе канала ΔF = 5 кГц (1) и ΔF = 50 кГц (2)

Оптимальный диапазон частот с точки зрения отношения сигнал/помеха зависит от затухания, уровня помех, протяжённости РСС, конфигурации линий и характера нагрузок.

Для кабельных линий оптимальный диапазон лежит в области относительно более низких частот порядка 15...50 кГц, а для воздушных линий небольшой протяжённости – в области 30...60 кГц. Выбирая РСС для конкретных условий, целесообразно уточнить экспериментально оптимальный диапазон частот.

Разновидностью РСС являются контактные сети для электрического транспорта. Они используются для передачи сообщений ТУ, ТС и ТИ. С целью уменьшения затухания и повышения стабильности параметров концы контактной сети и цепи токосъёма обрабатываются. Контактная сеть как канал связи используется в городском транспорте, а также на некоторых электрифицированных дорогах. Диапазон рабочих частот выбирается в области 30…120 кГц. Примеры применения промышленных модемов на РСС будут приведены в последующих частях конспекта лекций.

1.6. Радиолинии

Радиолинии в настоящее время – один из самых распространённых видов линии связи, используемый для передачи сигналов различного назначения и характера. В радиолиниях средой распространения электромагнитных волн в подавляющем большинстве случаев (за исключением случая связи между космическими аппаратами) является атмосфера Земли.

На рис. 1.21 приведено упрощенное строение атмосферы Земли.

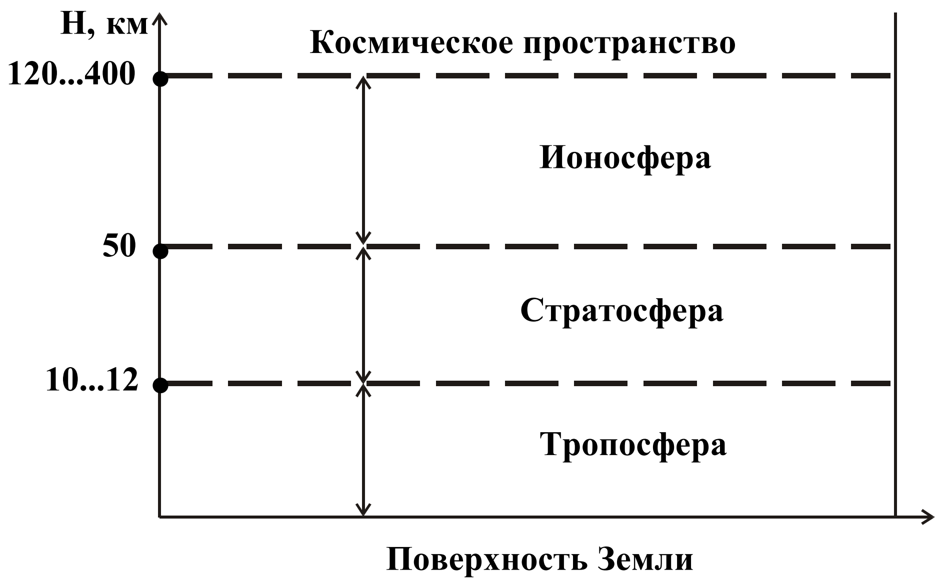


Рис. 1.21. Строение атмосферы Земли

Реальное строение атмосферы более сложно, и приведенное деление на тропосферу, стратосферу и ионосферу достаточно условно. Высота слоев приблизительна и различна для разных географических точек Земли. Около 80%

массы атмосферы сосредоточено в тропосфере и около 20% – в стратосфере. Плотность атмосферы в ионосфере крайне мала, граница между ионосферой и космическим пространством является условным понятием, так как следы атмосферы встречаются даже на высотах более 400 км. Считается, что плотные слои атмосферы заканчиваются на высоте 120 км.

Передаваемые по радиолинии сигналы представляют собой электромагнитные волны, излучённые антенной передатчика и воспринимаемые антенной приёмника. Всякая цепь переменного тока излучает электромагнитные волны, что следует из решения системы уравнений электромагнитного поля. При этом, количество энергии излученной волны за некоторый промежуток времени зависит от скорости изменения тока в контуре. При постоянном токе и постоянных зарядах излучение не имеет места. При токах промышленной частоты 50 Гц излучение ничтожно, его обычно не принимают во внимание. Поэтому для передачи сигналов по радиолинии используются высокие частоты (больше 100 кГц). Распределение частотных и соответствующих им волновых диапазонов приведено в табл. 1.1.

Электромагнитные волны длинноволнового диапазона (ДВ) распространяются между двумя концентрическими сферами – поверхностью земли и поверхностью ионизированного слоя, расположенного на высоте 70…80 км; поглощаются земной поверхностью слабо и огибают встречающиеся препятствия; применяются в системах радионавигации и для связи в морском флоте.

С уменьшением длин волн от 1000 до 100 м (средневолновый (СВ) диапазон) увеличивается затухание поверхностного луча (земной волны) и он начинает играть всё меньшую роль в радиосвязи. СВ-диапазон чаще всего используется для передачи сигналов на подвижные объекты различного назначения.

Характерной особенностью распространения волн коротковолнового (КВ) диапазона является быстрое затухание поверхностной волны. На больших расстояниях от передатчика существуют только пространственные волны, отражённые верхними слоями ионосферы и приходящие в точку приёма под некоторыми углами к горизонту. Прохождение КВ целиком обусловлено состоянием ионосферы. Для устойчивой работы в разное время суток и года требуются разные волны. На КВ имеет место многолучевое распространение. В точку приёма приходит несколько лучей, в результате их сложения возникают колебания сигнала – замирания. КВ находит широкое применение в системах трансконтинентальных и трансокеанских связей, для обмена информацией в различных наземных случаях.

Ультракороткие волны (УКВ) (короче 10 м – метровые, дециметровые, санти-миллиметровые) широко используются в различных областях народного хозяйства, науки и техники. УКВ используют на радиорелейных линиях, в телевидении, для высококачественного вещания, радиолокации, радионавигации, радиотелемеханики, радиометеорологии, радиоастрономии. УКВ распространяются прямолинейно, а поэтому дальность их действия ограничена расстоянием прямой видимости

$$L = 3{,}57\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right), \tag{1.28}$$

где h_1 и h_2 – действующая высота передающей и приёмной антенн соответственно.

Важнейшими особенностями УКВ являются:

– значительный частотный диапазон, позволяющий разместить большое количество различных систем и использовать в них широкополосные виды модуляции;

– распространение в пределах геометрической видимости, позволяющее уменьшить взаимное влияние различных систем, расположенных вне зоны видимости;

– малый уровень промышленных атмосферных помех по сравнению с внутренними флуктуационными шумами систем;

– возможность реализации сравнительно малогабаритных антенных устройств с узкой диаграммой направленности. Это позволяет существенно ослабить мешающее влияние сторонних радиосистем, а также уменьшить мощность передатчика, необходимую для нормальной работы системы.

Использование радиосвязи для передачи телемеханических сообщений в первую очередь целесообразно применить для объектов, связь с которыми невозможна при помощи проводов. Сюда следует отнести космические корабли, спутники, ракеты, самолёты, движущиеся промышленные объекты (кран, электровозы, грузовые тележки и т.п.).

Замена проводных линий связи на радиолинии для промышленной телемеханики хотя и привлекает простотой организации, но наталкивается на ряд трудностей, основная из которых заключается в том, что в большинстве диапазонов радиоволн качество радиосвязи в значительной мере зависит от времени года и суток, метеорологических условий, состояния ионосферы и т.п., т.е. факторов, трудно поддающихся учёту. Это сильно снижает надёжность передачи информации. Характерной чертой радиоканалов является возможность значительного воздействия помех от соседних радиостанций и промышленных источников радиопомех по сравнению с проводными каналами. При этом следует отметить, что системы обычно работают вблизи крупных промышленных объектов с сильными промышленными помехами. Сказанное в первую очередь относится к длинноволновому и коротковолновому диапазонам. Эти диапазоны иногда используются для передачи сообщений на расстояние 30…50 км. Более надёжной оказывается радиосвязь на ультракоротких волнах в диапазоне дециметровых и сантиметровых волн, т.е. на частотах от 300 МГц (1 м) до 30 ГГц (1 см).

Некоторое затухание диапазонных волн, наблюдается при их распространении в тумане, дожде и снеге. Однако компенсация такого затухания допускается соответствующим увеличением мощности передатчика. Для расстояний, превышающих прямую видимость, используются радиорелейные линии.

1.6.1. Радиорелейные линии связи. Наибольшее распространение для передачи многоканальных сообщений получили наземные радиорелейные станции, работающие на частотах от 30 МГц до 30 ГГц. На этих частотах обеспечивается широкая полоса тракта передачи, малый уровень атмосферных и промышленных помех. Всё это обеспечивает высокую помехоустойчивость передачи информации. С учетом того, что радиорелейная связь осуществляется на УКВ, которые распространяются по прямой видимости, дальность передачи зависит от местного рельефа и высоты подвеса передающей и приёмной антенн. При высоте антенных опор до 70 м дальность прямой радиосвязи не превышает 40…60 км. Это означает, что связь на большие расстояния возможна лишь при использовании радиолиний с ретрансляцией, т.е. так называемых радиорелейных линий.

Таким образом, радиорелейная линия связи представляет собой ряд радиостанций, поочерёдно принимающих, усиливающих и передающих сигналы. Каждая из таких радиостанций оборудована приёмной и передающей направленными антеннами.

На рис. 1.22 представлена упрощённая схема радиорелейной линии. Оконечные станции оборудуются аппаратурой уплотнения, позволяющей при помощи частотного и временного разделения сигналов обеспечить передачу большого числа сообщений.

В случае недостаточной пропускной способности одной радиорелейной линии параллельно строят ещё одну или несколько таких же линий. Цифровые радиорелейные системы используются для организации цифровых трактов передачи сигналов со скоростями от 2 до 155 Мбит/с. Разновидностью радиорелейных линий являются тропосферные, ионосферные и метеорные линии. Такие системы связи основаны на использовании сигналов, которые являются результатом ограничения и рассеяния излученных сигналов некоторым объектом неоднородной случайной среды, выполняющей роль пассивного ретранслятора.

Тропосферные системы связи. Рассеивающие слои в тропосфере находятся на высотах до 8…12 км, и расстояния между соседними станциями могут составлять 150…600 км и более. Механизм образования тропосферных радиоволн условно показан на рис. 1.23.

При передаче информации на большие расстояния в таких системах приходится использовать промежуточные приёмо-передающие станции (так же как в радиорелейных).Значительное ослабление сигналов на интервале распространения и их глубокие замирания приводят к необходимости обеспечить высокий энергетический потенциал системы связи. Энергетическим потенциалом системы называют отношение излучаемой мощности сигнала к минимальной мощности сигнала на входе приёмника, при которой обеспечивается нормальное функционирование системы. Это достигается за счёт остронаправленных антенн (с коэффициентами направленности до 50…55 дБ), большой мощности передатчиков (до нескольких киловатт), использовании малошумящих приёмников с эквивалентной шумовой температурой 50…70 К. Обычно тропосферные системы работают на частотах 0,3…5 ГГц.

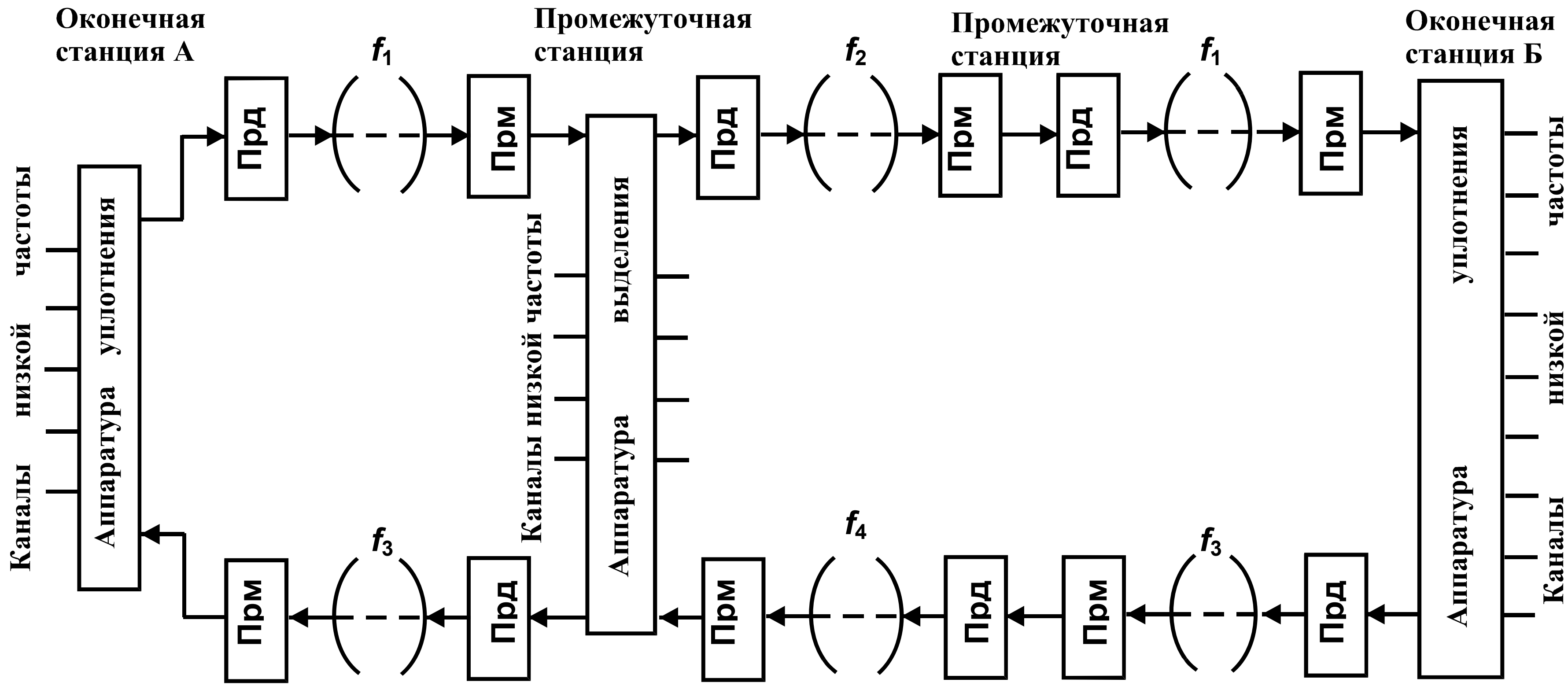


Рис. 1.22. Упрощенная схема радиорелейной линии связи

33

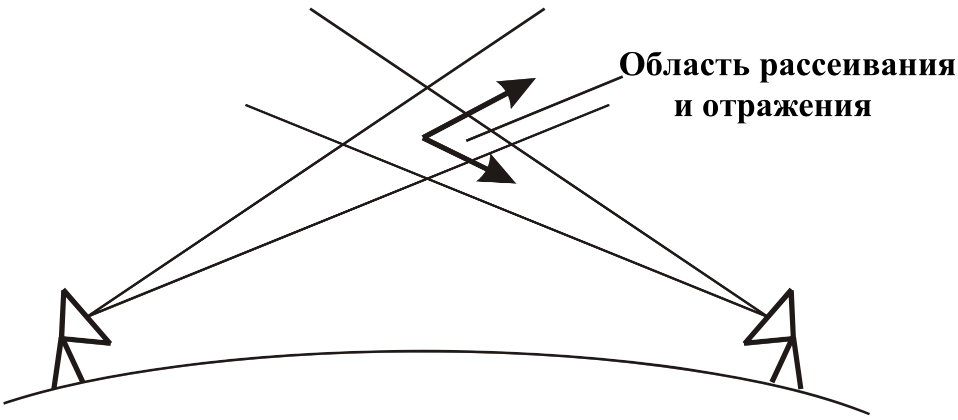


Рис. 1.23. Иллюстрация тропосферной связи

Ионосферные системы передачи. Различают две разновидности ионосферных систем передачи: системы, работающие на декаметровых, и системы, работающие на метровых волнах.

В первых передача происходит на декаметровых (короткие, длина волны 10…100 м, диапазон частот 3…30 МГц) волнах. В ионосфере происходит, строго говоря, не отражение радиоволны, а поворот ее траектории из-за неоднородности диэлектрических свойств вертикального профиля ионосферы. Траектория распространения радиоволны от одной точки на поверхности Земли к другой с одним отражением от ионосферы называется ионосферным скачком.

Расстояние между пунктами приема и передачи, измеренное вдоль поверхности Земли, составляет около 2000 км. Траектория распространения радиоволн может быть образована несколькими ионосферными скачками. Качество радиосвязи зависит от состояния ионосферы, определяемого временем года, суток и циклом солнечной активности.

Образование ионосферных волн в метровом диапазоне (ультракороткие, длина волны 1...10 м, диапазон частот 30...300 МГц) во многом сходно с образованием тропосферных волн. Разница заключается в том, что рассеяние происходит не в тропосфере, а в ионосфере на высоте 75...95 км. Предельная дальность связи 2000...3000 км, наиболее подходящие частоты 40...70 МГц. При ионосферном рассеянии в пункт приема приходит только ничтожная часть излучаемой энергии, что вынуждает использовать мощные радиопередатчики и большие по размеру антенны.

Метеорные системы. Принцип действия основан на использовании отражений радиоволн метрового диапазона от ионосферных следов, оставляемых на высотах 80…120 км огромным количеством сгорающих там метеоров. Протяженность следа 10...25 км, а время существования от 5 мс до 20 с. Концентрация ионосферных следов имеет нестационарный случайный характер и резко возрастает в некоторые моменты времени. Это приводит к «вспышкам» уровня сигналов, отражённых от следов. Особенностью метеорных систем связи является прерывистый режим их работы, информация передаётся только во время «вспышек» уровня сигналов. Наличие вспышек устанавливается специальными устройствами, которые входят в состав системы. Скорость передачи информации по ***ионосферным и метеорным*** линиям связи невелика и составляет 500…1000 бод. Несмотря на это такие линии связи имеют очень важное значение для организации некоторых видов связи в труднодоступных местах. Радиосистемы работают в диапазоне 30...70 МГц. Время прохождения радиосигналов при метеорной связи составляет 2...4 часа в сутки.

1.6.2. Спутниковые линии связи. Как известно, дальность радиосвязи на УКВ зависит от высоты антенны. Для уменьшения числа ретрансляционных станций построены радиорелейные линии, ретрансляторы которых находятся на искусственных спутниках Земли. Обычно используются так называемые активные спутники связи, в которых сигнал связи принимается, усиливается и передаётся направленной антенной. Спутники запускают на эллиптическую и на круговую орбиту. Двигаясь по эллиптической орбите, спутники находятся в зоне принимающей радиостанции лишь определённое время.

Если плоскость орбиты спутника совпадает с плоскостью экватора, а направление движения спутника на орбите совпадает с направлением вращения Земли, то спутник сохраняет неизменное положение по отношению к её поверхности. Такой спутник называется стационарным. Излучение такого спутника охватывает более 30% поверхности Земли и обеспечивает круглосуточную связь.

При использовании системы спутников можно организовать глобальную связь – между любыми пунктами Земли. Спутниковые линии связи работают в диапазоне частот 4…6 ГГц и 11…250 ГГц. Спутниковые системы связи, особенно с цифровыми методами передачи сигналов, перспективны при использовании стационарных спутников, которые обеспечивают: непрерывность связи; упрощение конструкции антенны наземных станций, тогда как у спутников с эллиптической орбитой антенны снабжаются сложными следящими системами; расположение за поясами радиации, разрушительно действующими на электрическую аппаратуру и на солнечные батареи; постоянство уровней принимаемых сигналов; отсутствие искажений сигналов вследствие эффекта Доплера.

Диапазоны рабочих частот систем спутниковой связи регламентированы МСЭ, различны для участков “Земля – ИСЗ” и “ИСЗ – Земля” и лежат в пределах 2...40 ГГц.

В зависимости от назначения системы спутниковой связи и типа земных станций регламентом МСЭ различаются следующие службы:

– фиксированная спутниковая служба для связи между станциями, расположенными в определенных фиксированных пунктах, а также распределения телевизионных программ;

– подвижная спутниковая служба для связи между подвижными станциями, размещенными на транспортных средствах (самолетах, морских судах, автомобилях и пр.);

– радиовещательная спутниковая служба для непосредственной передачи радио- и телевизионных программ на терминалы, находящиеся у абонентов.

1.6.3. Космические радиолинии. Бурное развитие ракетно-космической техники и непрерывное расширение программы космических исследований поставили перед техникой радиосвязи ряд совершенно новых задач. К их числу относятся: обеспечение устойчивой и надёжной связи на расстояниях в сотни миллионов километров; передачи с борта космических объектов на пункты приёма большого количества разнообразной информации о состоянии и работе систем и агрегатов этих объектов, а также о различных процессах, происходящих в космическом пространстве и на поверхности исследуемых планет; управление режимом работы космических объектов путём передачи командной информации с Земли на борт объекта.

Космические радиолинии работают в диапазоне УКВ, с резко направленными антеннами. Для космических аварийных радиолиний применяется диапазон КВ и УКВ и ненаправленные антенны на космическом аппарате.

Космические радиостанции «Земля – Космос» используются для управления траекторией полёта, управления устройствами на космическом аппарате, ретрансляции сигналов и для радиосвязи с космонавтами.

Для современных применяемых линий связи «Земля – Космос» характерны следующие параметры: мощность наземного передатчика в режиме непрерывного излучения $P_{изл} = 10^3 \ldots 10^5$ Вт; рабочая частота $f_0 = 2110 \ldots 2120$ МГц; диаметр передающей наземной антенны $D_з \approx 25$ м; диаметр бортовой приёмной антенны $D_б = 2{,}5 \ldots 5$ м; допустимая вероятность ошибки принятой команды $10^{-5} \ldots 10^{-6}$ и менее; эффективная шумовая температура бортового приёмника $T_э \approx 500 \ldots 1000$ К.

Радиолинии «Космос – Земля» используются для передачи телеметрической информации, ретрансляции сигналов и радиосвязи. Для таких линий связи характерны следующие данные: мощность бортового передатчика в режиме непрерывного излучения $P_{изл} = 25 \ldots 50$ Вт; рабочая частота $f_0 = 2290 \ldots 2300$ МГц; диаметр бортовой передающей антенны $D_б \approx 2{,}5 \ldots 5$ м; диаметр антенны наземной станции $D_з \approx 25 \ldots 70$ м; эффективная шумовая температура наземного приёмника $T_э \approx 25 \ldots 50$ К.

Космические радиостанции разделяются на радиолинии ближнего и дальнего космоса. Для ближнего космоса с дальностью линии, не превышающей несколько тысяч или десятков тысяч километров, возможно строить радиолинии с пропускной способностью, превышающей сотни тысяч двоичных единиц в секунду, с соответствующей полосой пропускания приёмника. Такие радиолинии работают в основном с цифровыми кодами.

В радиолиниях дальнего космоса, с дальностью не менее нескольких десятков миллионов километров, при допустимой вероятности ошибки единичного символа 10^{-5} трудно обеспечить скорость передачи, превышающую несколько двоичных единиц или десятков единиц в секунду. Полоса пропускания радиолинии имеет соответствующую величину.

В линиях дальней космической связи отношение сигнал/шум на входе приёмника меняется в соответствии с изменением расстояния между Землёй и космическим аппаратом. Для поддержания постоянства вероятности ошибки необходимо изменять скорость передачи в соответствии с изменением расстояния, т. е. иметь адаптивную линию связи.

В заключение следует отметить, что практическая реализация систем космической связи является весьма сложной технической задачей и связана с созданием малошумящих передающих и приёмных устройств, применением эффективных методов передачи и приёма сигналов, созданием высокоэффективных приёмных антенн и увеличением излучаемой мощности.

1.7. Оптические линии связи

Оптический диапазон перекрывается областью длин волн $\lambda = 0{,}01 - 1000$ мкм, что соответствует частотам $f = 3 \cdot 10^{11} ... 3 \cdot 10^{16}$ Гц. При этом участок $\lambda = 0{,}01...0{,}4$ мкм называют ультрафиолетовой областью, $\lambda = 0{,}4...0{,}75$ мкм – областью видимых волн и $\lambda = 0{,}75...1000$ мкм – инфракрасной областью оптического диапазона. Участок $\lambda = 700...1000$ мкм часто относят к диапазону так называемых субмиллиметровых волн. Для оптической связи используется диапазон $\lambda = 0{,}3 \ldots 30$ мкм, т.е. в основном видимые и инфракрасные волны (соответственно $f = 10^{13} \ldots 10^{15}$ Гц).

Оптический диапазон обладает рядом важных преимуществ по сравнению с радиодиапазоном. Во-первых, он допускает создание систем с полосой пропускания, превышающей весь радиодиапазон. Во-вторых, обладает возможностью передачи информации с очень высокой скоростью при относительно малой мощности передатчиков и малых габаритных размерах антенн. В настоящее время оптические системы могут обеспечить передачу информации со скоростью 1 Гбит/с и более, используя для этого лазер.

Лазер – источник электромагнитных колебаний, частота которых имеет строго фиксированное значение и мало изменяется под влиянием случайных внешних воздействий.

Преимущество лазерных систем передачи информации заключается в скрытности передачи сообщений от организованных помех, что связано с очень узкими диаграммами направленности передающих и приёмных антенн (десятки и единицы угловых секунд). В связи с этим использование оптического диапазона волн является перспективным и для передачи узкополосной информации (командная, телеметрия, передача данных, телефония, передача узкополосных изображений).

Однако все оптические системы связи и локации имеют один недостаток, который ограничивает области их эффективного использования. Это – зависимость их работы от метеоусловий, поглощение оптических сигналов в облаках, тумане и воде.

В зависимости от вида канала распространения светового излучения оптические линии связи (ОЛС) целесообразно подразделить на атмосферные, космические и световодные. Атмосферные и световодные ОЛС соответствуют наземной связи. Космические ОЛС охватывают связь «Земля – Космос» и «Космос – Космос». В атмосферных и космических ОЛС используется открытый канал распространения света, а в световодных – закрытый, не подверженный влиянию атмосферных осадков. В настоящее время наибольшее применение нашли волоконные световоды.

Все виды оптической связи могут быть охарактеризованы обобщённой структурной схемой, изображённой на рис. 1.24.
Закодированное сообщение модулируют по одному из параметров поднесущей. Сигнал с выхода электрического модулятора поступает на один из входов оптического модулятора (ОМ), на второй вход которого поступает квазимонохроматическое излучение в виде узкого пучка света от лазера. Проходя ОМ, пучок оказывается промодулированным по амплитуде, интенсивности, фазе, частоте либо по поляризации передаваемым электрическим сигналом. Ввиду простоты реализации наиболее широко используется модуляция по интенсивности. Далее в случае открытого канала распространения света световой пучок расширяется (коллимируется) с помощью оптических антенн. В случае закрытого канала распространения роль оптической антенны несколько иная – она обеспечивает согласование лазерного передатчика со световодом. Приёмная оптическая антенна (ОА) направляет световой поток на фотодетектор (ФД), преобразующий световой поток в электрический ток. На входе ФД обычно устанавливается полосовой оптический фильтр, с помощью которого ослабляется мешающий свет, падающий на вход приёмной ОА. В ОЛС может осуществляться не только прямое фотодетектирование оптических сигналов, но и так называемое фотосмещение (гетеродиный или гомодинный (синхронный) приём). В этом случае ФД выполняет роль смесителя оптических сигналов и на его вход кроме принимаемого подаётся сигнал от местного лазерного гетеродина, имеющего блок автоподстройки фаз. Электрические сигналы с выхода ФД, пройдя фильтр и демодулятор, поступают в декодирующее устройство и далее получателю информации. В ОЛС, как и в других радиосистемах, может применяться аналоговая, импульсная или кодоимпульсная модуляция.

Из рис. 1.24 следует, что специфической частью ОЛС является лишь часть линии, начинающейся от входа оптического модулятора и заканчивающаяся входом ФД. Остальная часть аппаратуры соответствует обычным телемеханическим системам. Ввиду очень острой направленности антенн атмосферных и космических систем в ОЛС предусмотрены устройства управления (юстировки) антенн, с помощью которых осуществляется сопряжение антенн передающей и приёмной станций, необходимое для обеспечения нормальной работы.

Рассмотрим коротко особенности ОЛС трёх типов, указанных выше.

Рис. 1.24. Обобщенная структурная схема оптической системы связи

1.7.1. Атмосферные ОЛС. Главная особенность атмосферных ОЛС – сильное влияние атмосферы на характеристики передаваемых оптических сигналов. Оно проявляется прежде всего в виде замираний сигналов, которые могут в отдельные периоды времени достигать сотен децибел на километр и быть весьма продолжительным (вплоть до нескольких часов). При таких замираниях связь становится практически невозможной из-за затуханий при наличии дождя, тумана, снега и промышленных загрязнений атмосферы.

По экспериментальным данным при густом тумане точное ослабление света достигает 100 дБ/км и более. При длине трассы 5 км это приводит к уменьшению уровня сигнала на входе приёмника на 500 дБ. При выборе рабочих длин волн атмосферных ОЛС необходимо учитывать, что на отдельных волнах ($\lambda = 1{,}38$; 1,90; 2,7; 4,3; 15,0 мкм и др.) поглощение чрезвычайно сильно возрастает (волны резонансного поглощения). Для достижения высокой надёжности связи требуется размещать ретрансляторы на расстояниях, не превышающих 500…1000 м, и применять весьма мощные генераторы света. Ввиду крайне низкой экономической эффективности, такие ОЛС малоперспективны для дальней связи. Атмосферные ОЛС, работающие на малых расстояниях, могут оказаться целесообразнее, чем радиорелейные станции, в тех случаях, когда первостепенную роль играют такие факторы, как компактность аппаратуры, высокая скрытность, очень большая пропускная способность, электрическая совместимость с действующими в данном районе радиоэлектронными средствами.

Для повышения надёжности связи на таких линиях целесообразно использовать волны инфракрасного диапазона примерно 10 мкм и длиннее, которые меньше ослабляются в тумане, чем короткие волны.

1.7.2. Космические ОЛС. Предназначены для обеспечения связи с межпланетными космическими станциями (дальний космос), с космическими летательными аппаратами, движущимися по околоземным орбитам (ближний космос), а также могут использоваться для связи “ИСЗ – ИСЗ”.

Для дальнего космоса характерны очень большие дальности связи (сотни тысяч километров), ограничение энергетических ресурсов, габаритов и массы аппаратуры. Эти системы имеют большие перспективы для передачи информации с высокой скоростью от космических аппаратов, находящихся в дальнем космосе. При этом на Земле целесообразно использовать несколько станций, достаточно территориально разнесённых друг от друга, чтобы гарантировать безоблачное состояние атмосферы хотя бы на одной станции. Расчёты показывают, что в такой линии связи реализуема скорость передачи 1 Мбит/с из района Марса. Для сравнения напомним, что в существующих телеметрических радиолиниях для связи с космическим аппаратом в районе Марса скорость передачи информации не превышает 10 бит/с.

Для ближнего космоса и связи через ИСЗ характерна дальность от нескольких сотен километров до нескольких десятков тысяч километров, относительно быстрые угловые перемещения космических аппаратов; возможно прохождение оптического излучения через атмосферу Земли. Сюда, в частности, относится связь между синхронными ИСЗ, между синхронными и низколетящими ИСЗ, между ИСЗ и Землёй. Наиболее сложной проблемой здесь является поиск станций, вхождение в связь и точное слежение. Несмотря на указанные трудности, космические ОЛС представляются весьма перспективными видами связи, особенно на интервале стационарных “ИСЗ–ИСЗ” при создании глобальной системы связи. Благодаря отсутствию атмосферы здесь в полной мере реализуется преимущества ОЛС (малые габариты и потребляемая мощность, высокая пропускная способность).

В общем случае космические ОЛС целесообразно строить как информационно-измерительные комплексы, совмещая в одной системе выполнение таких операций, как передача информации, локации, измерение параметров движения космического аппарата, вхождение в связь и слежение.

В космических ОЛС могут использоваться как аналоговые, так и дискретные методы передачи информации.

1.7.3. Волоконно-оптические линии связи (ВОЛС). В настоящее время представляются наиболее перспективными. В качестве канала распространения здесь используются длинные тонкие нити из плавленого кварца – оптические волокна (ОВ).

Стеклянный световод представляет собой двухслойное стеклянное волокно, внутренняя часть которого (жила) изготовлена из более плотного стекла, чем внешняя оболочка (рис. 1.25). Жила обладает большим коэффициентом преломления, чем оболочка, поэтому если направить узкий пучок света на торец жилы, то свет будет распространяться только по ней, испытывая полное внутреннее отражение на границе между жилой и оболочкой, и не выходит наружу, хотя оболочка и изготовлена из оптически прозрачного стекла.

Угол полного внутреннего отражения, называемый также критическим, при котором падающее на границу двух сред излучение полностью отражается без проникновения во внешнюю среду, определяется соотношением

$$\Theta_{кр} = \arccos(n_2 / n_1),$$

где n_1 – показатель преломления сердцевины;

n_2 – показатель преломления оболочки, причем $n_1 > n_2$.

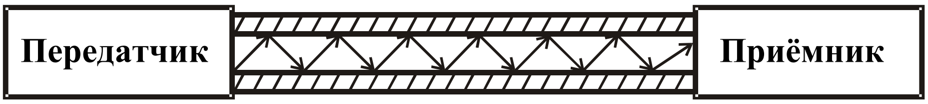


Рис. 1.25. Иллюстрация принципа распространения оптического излучения

Из волоконных световодов диаметром примерно 0,1 мм составляют световодные кабели, снабжённые защитной оболочкой из пластмассы. Световоды не подвержены влиянию электромагнитных помех и не нуждаются в металлических экранах.

При передаче информации по ВОЛС используется временное разделение сигналов, которые передаются в цифровой форме. Электрический сигнал подаётся на схему управления интенсивностью излучения лазера и модулирует световой поток, являющийся переносчиком информации, которая распространяется по световоду. На приёме световой сигнал преобразуется в электрический с помощью фотоэлемента (см. рис. 1.24). Так как передача осуществляется импульсами, то вместо усилителей применяют регенераторы, состоящие из порогового устройства и генератора сигналов. Пороговое устройство срабатывает, если сигнал превышает определённую заданную мощность независимо от того, искажён ли он или нет. Принятый сигнал включает регенератор, который посылает в следующий пункт связи стандартный импульс. Между импульсами ничего не передаётся, что увеличивает помехоустойчивость передачи. Таким образом сигналы восстанавливаются, а не усиливаются (в том числе не усиливаются помехи).

В ОВ может одновременно существовать несколько типов волн (мод). В зависимости от модовых характеристик ОВ делятся на два вида: многомодовые и одномодовые. Количество мод зависит от значения нормированной частоты

$$V = \frac{D\pi}{\lambda}\sqrt{n_1^2 - n_2^2},$$

где D – диаметр сердцевины ОВ;

λ – рабочая длина волны.

Одномодовый режим реализуется при $V < 2{,}405$. Диаметр сердцевины одномодовых волокон составляет $5...15$ мкм. Для многомодовых волокон диаметр сердцевины около 50 мкм. Диаметр оболочки у всех типов ОВ 125 мкм. Диаметр защитного покрытия 500 мкм. Наружный диаметр кабеля с числом ОВ от $2...32$ с учетом всех защитных оболочек и элементов обычно составляет $5...17$ мм.

Одномодовые волокна обладают лучшими характеристиками по затуханию и по полосе пропускания. Однако одномодовые источники излучения в несколько раз дороже многомодовых. В одномодовое волокно труднее ввести излучение из-за малых размеров ОВ, по этой причине сращивание одномодовых волокон сложно осуществить с малыми потерями. Монтаж оптических разъемов для одномодовых кабелей также обходится дороже. Проще получается монтаж оптических разъемов для многомодового кабеля с малыми потерями (до 0,3 дБ) на стыке. На многомодовое волокно рассчитаны излучатели на длину волны находится в пределах $3...4$ дБ/км. Полоса пропускания у многомодовых волокон достигает 800 МГц·км, что приемлемо для локальных сетей, но недостаточно для магистральных линий. Полоса пропускания у одномодовых волокон может достигать 5000 МГц·км.

Для обеспечения большой пропускной способности линии связи производятся ВОК, содержащие до восьми одномодовых волокон с малым затуханием, а кабели для распределительных сетей могут содержать до 144 волокон, как одномодовых, так и многомодовых. В качестве основных направлений развития волоконно-оптических систем передачи (ВОСП) можно указать следующие:

1. Совершенствование оптоэлектронных элементов и приемопередающего оборудования. За счет использования чувствительных фотоприемников и когерентных методов приема достигнута длина регенеративного участка более 400 км при применении стандартного одномодового ОВС с коэффициентом затухания 0,22 дБ/км.

2. Разделение по длине волны. Подавляющее большинство ВОСП использует одно ОВ для передачи излучения одной рабочей длины волны. Существенного увеличения суммарной емкости системы можно достичь передачей в одном волокне излучения нескольких рабочих длин волн. Основной сложностью реализации спектрального уплотнения является создание оптического разветвителя на несколько входов/выходов с малыми потерями. В качестве примера можно привести систему, разработанную японскими специалистами, которая имеет 132 оптические несущие, каждая из которых несет цифровой сигнал со скоростью 20 Гбит/с, а следовательно, скорость цифрового потока в одном волокне составляет 2640 Гбит/с;

3. Использование волоконных усилителей. Широко распространены волоконные усилители, выполненные на основе легированного эрбием (редкоземельный элемент) ОВ. При введении излучения с длиной волны 980 нм в легированный эрбием отрезок волокна фотоны меняют состояние и генерируется излучение с длиной волны 1,55 мкм. Это излучение взаимодействует с рабочим излучением на той же длине волны, усиливая его. Высокомощный лазер с длиной волны 980 нм называется лазером накачки. Ввод излучения от лазера накачки в легированный эрбием отрезок волокна осуществляется с помощью специальных оптических разветвителей. Длина усилительного участка достигает 120 м, допускается последовательное соединение трех усилительных участков до регенерации сигналов. Таким образом, длина участка регенерации может составлять 360 км.

Волоконно-оптические линии связи имеют ряд существенных преимуществ по сравнению с линиями связи на основе металлических кабелей. К ним относятся: большая пропускная способность, малое затухание, малые масса и габариты, высокая помехозащищенность, надежная техника безопасности, практически отсутствующие взаимные влияния, долговечность, малая стоимость.

Конечно, ВОСЛ обладают рядом недостатков:

– при создании линий связи требуются высоконадежные активные элементы, преобразующие электрические сигналы в оптическое излучение и об ратно, а также оптические соединители (коннекторы) с малым затуханием и большим ресурсом на подключение – отключение; точность изготовления таких элементов линии связи должна быть высокой, поэтому их производство дорогостоящее;

– для монтажа оптических волокон требуется прецизионное, а поэтому дорогое технологическое оборудование;

– при обрыве оптического кабеля затраты на восстановление выше, чем при использовании кабелей с металлическими проводниками.

1.8. Информационные характеристики сигналов и каналов связи

1.8.1. Количественная оценка информации в сигнале. Рассматривая вопрос о количественной оценке информации, содержащейся в сигнале, следует иметь в виду, что информация как смысловое выражение телемеханического сообщения (непрерывного или дискретного) не имеет непосредственной связи со структурой или параметрами сигнала. Действительно, если передаётся команда «включить объект 2», то при любой структуре сигнала (одноэлементной или многоэлементной) смысл команды не изменяется. Не изменяется и характер реализации этой команды. При формировании, например, дискретных сигналов их число и структура определяются заданным множеством передаваемых сообщений и условиями, существующими в канале связи, но не информацией, которая свойственна этим сообщениям. Поэтому оценка информации в сигнале носит условный характер, что не умаляет её важности. Отказ от учёта смысла, ценности, качества информации является не недопустимым, не искусственным ограничением, накладываемым ради простоты, а естественным следствием того, что рассматриваются лишь те информационные отношения, в которых эти свойства информации не проявляются. В связи с этим и количество информации является характеристикой, лишь с одной стороны описывающей информационные отношения в реальном мире – отношения между техническими системами. Однако именно эта сторона – соответствие состояний – играет главную роль в технических устройствах, поэтому количественная оценка информации в сигнале имеет важное значение при современном подходе к проектированию и изучению различных технических систем передачи информации, открывает возможность найти оптимальные решения проблем их эффективности и помехоустойчивости.

Как известно, среднее количество информации, приходящейся на один элемент сигнала, определяется энтропией H(x) и зависит от вероятностных связей между элементами. В [6] приведены выражения для следующих случаев:

– элементы независимы и равновероятны

$$H(X) = \log K; \tag{1.29}$$

– элементы независимы и не равновероятны

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} P(x_i)\log P(x_i); \tag{1.30}$$

– элементы взаимозависимы и не равновероятны

$$H(X) = -\sum_{k=1}^{n}\sum_{b=1}^{n} P(x_k, x_b)\log P(x_b / x_k). \qquad (1.31)$$

Как следует из выражений (1.29)…(1.31), среднее количество информации максимально, когда элементы независимы и равновероятны. Если же некоторые элементы появляются чаще других, энтропия уменьшается, а при появлении дополнительных вероятностных связей между элементами сигнала становится ещё меньше. Чем меньше энтропия сигнала отличается от максимальной, тем он рациональнее, тем большее количество информации несут его элементы. Для сравнения сигналов по их информативности введён параметр, называемый избыточностью, равный

$$R(X) = \frac{H_{\max}(X) - H(X)}{H_{\max}(X)}. \qquad (1.32)$$

В общем случае $0 \le R(X) \le 1$. Чем меньше избыточность, тем рациональнее сигнал. Однако некоторая избыточность бывает полезной для обеспечения надёжности передачи сообщений.

Пример 1.4. Пусть имеется всего два состояния (a и b) у элементов сигнала, т.е. $K = 2$, а две точные и четыре условные вероятности имеют следующие значения: $P(a) = 3/4$; $P(b) = 1/4$; $P(a/a) = 2/3$; $P(b/a) = 1/3$; $P(a/b) = 1$; $P(b/b) = 0$. Найти количество информации (энтропию) для перечисленных выше случаев и определить избыточность сигнала.

Решение. Энтропия для случая, когда элементы независимы и равновероятны:

$$H(X) = \log K = \log 2 = 1 \text{ дв.ед/элемент.}$$

Энтропия, когда элементы независимы и не равновероятны:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{2} P(x_i)\log P(x_i) = -(P(a)\log P(a) + P(b)\log P(b)) =$$

$$= -\left(\frac{3}{4}\log\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\log\frac{1}{4}\right) = 0{,}815 \text{ дв.ед/элемент.}$$

Энтропия, когда элементы взаимозависимы и не равновероятны:

$$H(X) = -\sum_{k=1}^{2} P(x_k)\sum_{b=1}^{2} P(x_b / x_k)\log P(x_b / x_k) = -(P(a)(P(a/a)\log P(a/a) +$$

$$+ P(b/a)\log P(b/a)) + P(b)(P(a/b)\log P(a/b) + P(b/b)\log P(b/b))) =$$

$$= -\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}\log\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\log\frac{1}{3}\right) = 0{,}685 \text{ дв.ед/элемент.}$$

Избыточность:

$$R(X) = \frac{H_{\max}(X) - H(X)}{H_{\max}(X)} = \frac{1 - 0{,}685}{1} = 0{,}315 \,.$$

1.8.2. Количество информации при наличии помех. При отсутствии помех в результате приема сигнала, с одной стороны, происходит уменьшение неопределенности с $H(X)$ до нуля, а с другой стороны, получаем количество информации $I(X,Y)$, численно равное $H(X)$.

Если помехи существуют, то принятый сигнал в той или иной степени не тождествен переданному, следовательно, нельзя сделать однозначное заключение относительного переданного сигнала. Здесь исчезает численное совпадение $I(X,Y)$ и $H(X)$. Количество информации будет меньше, чем при отсутствии помех, так как прием сигнала не уменьшает энтропию до нуля. Поэтому количество информации, имеющееся в принятом сигнале Y о переданном X,

$$I(Y,X) = H(X) - H(X/Y) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} P(x_i, y_j)\log\frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)}. \qquad (1.33)$$

Полученное выражение соответствует передаче и приему дискретным сигналам.

Количество информации, содержащееся в одной случайной непрерывной величине относительно другой, определим как разность безусловной и условной дифференциальных энтропий

$$I(Y,X) = H_{\Delta}(X) - H_{\Delta}(X/Y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} W(X,Y)\log\frac{W(X,Y)}{W(X)W(Y)}dxdy\,. \quad (1.34)$$

Поскольку перемена местами аргументов в (1.33) и (1.34) не меняет величины $I(Y,X)$, эти формулы можно толковать следующим образом: количество информации об объекте *X*, заключающееся в объекте *Y*, равно количеству информации об объекте *Y*, заключающемуся в объекте *X*. $I(X,Y)$ одинаковым образом зависит как от *X*, так и от *Y*, поэтому количество информации является не характеристикой одного из этих объектов, а характеристикой их связи, характеристикой соответствия состояния объектов X и Y (соответствия принятого сигнала переданному).

Пример 1.5. По каналу связи передается один из двух сигналов x_1 или x_2 с одинаковыми вероятностями. На выходе сигналы x_1 и x_2 преобразуются в сигналы y_1 и y_2, причем из-за помех, которым одинаково подвержены сигналы x_1 и x_2, в передачу вносится ошибка, так что в среднем один сигнал из 100 принимается неверно. Определить среднее количество информации на один сигнал, передаваемой по такому каналу. Сравнить ее с количеством информации при отсутствии помех.

Решение. В условии задачи даны следующие вероятности: $P(x_1) = P(x_2) = 0{,}5$ и $P(y_1 / x_2) = P(y_2 / x_1) = 0{,}01$. По теории умножения вероятностей находим вероятности совместного появления $P(x_i, y_j)$:

$$P(x_1, y_1) = P(x_1) \cdot (1 - P(y_2 / x_1)) = 0{,}5 \cdot 0{,}99 = 0{,}495,$$
$$P(x_1, y_2) = P(x_1) P(y_2 / x_1) = 0{,}5 \cdot 0{,}01 = 0{,}005,$$
$$P(x_2, y_1) = P(x_2) P(y_1 / x_2) = 0{,}5 \cdot 0{,}01 = 0{,}005,$$
$$P(x_2, y_2) = P(x_2) \cdot (1 - P(y_1 / x_2)) = 0{,}5 \cdot 0{,}99 = 0{,}495.$$

Из выражения полной вероятности

$$P(y_1) = \sum_{i=1}^{2} P(x_i, y_1) = P(x_1, y_1) + P(x_2, y_1) = 0{,}495 + 0{,}005 = 0{,}5,$$

$$P(y_2) = \sum_{i=1}^{2} P(x_i, y_2) = P(x_1, y_2) + P(x_2, y_2) = 0{,}495 + 0{,}005 = 0{,}5.$$

При отсутствии помех количество информации равно энтропии выходных сигналов:

$$I(Y, X) = H(Y) = -\sum_{j=1}^{2} P(y_j) \log P(y_j) = \log 2 = 1 \text{ бит/сигнал.}$$

Для определения количества информации при наличии помех вычислим условную энтропию:

$$H(Y / X) = -\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} P(x_i, y_j) \log P(y_j / x_i) = -(P(x_1, y_1) \log P(y_1 / x_1) +$$
$$+ P(x_1, y_2) \log P(y_2 / x_1) + P(x_2, y_2) \log P(y_2 / x_2) + P(x_2, y_1) \log P(y_1 / x_2)) =$$
$$= -(0{,}495 \cdot \log 0{,}99 + 0{,}005 \cdot \log 0{,}01 + 0{,}005 \cdot \log 0{,}01 + 0{,}495 \cdot \log 0{,}99) =$$
$$= 0{,}81 \text{ бит/сигнал.}$$

Таким образом, количество информации

$$I(Y, X) = H(Y) - H(Y / X) = 1 - 0{,}081 = 0{,}919 \text{ бит/сигнал.}$$

1.8.3. Согласование характеристик сигнала и канала. В подразд. 5.5 [6] показано, что передача сигнала данного объема V_x по каналу с данной емкостью V_k без искажения какого-либо параметра, а следовательно, без потерь информации возможна лишь при обязательном (необходимом) условии:

$$V_k = T_k F_k \log \frac{P_{x\max}}{P_E} \geq V_x = T_x F_x \log \frac{P_x}{P_E}. \qquad (1.35)$$

Однако выполнение условия (1.35) еще не означает, что искажения каких-либо параметров сигнала в процессе его передачи не произойдет. Следовательно, кроме выполнения необходимого условия должны быть удовлетворены и достаточные условия:

$$T_k \geq T_x; \qquad F_k \geq F_x; \qquad H_k = \log \frac{P_{x\max}}{P_E} \geq H_x = \log \frac{P_x}{P_E}. \qquad (1.36)$$

На практике встречается ситуация, когда условие (1.35) выполняется, а одно из условий (1.36) не выполняется. Тогда для передачи такого сигнала без искажений необходимо выполнять преобразование параметров сигнала с сохранением его объема, т.е. необходимо деформировать измерения сигнала, согласовать сигнал с каналом.

Рассмотрим некоторые примеры согласования сигнала с каналом. Положим, что по каналу связи с параметрами $T_k = 3$ с; $F_k = 3000$ Гц; $H_k = 40$ необходимо передать сигнал с параметрами $T_x = 1$ с; $F_x = 9000$ Гц; $H_x = 40$. Существует несоответствие между F_k и F_x: $F_x = 3F_k$, т.е. ширина спектра в три раза превышает полосу частот канала. Однако поскольку $V_k = V_x = 36 \cdot 10^4$, то передача сигнала без искажений возможна, если $T_x' = 3T_x = T_k$, т.е. при условии, что сигнал будет “растянут” во времени $\left(T_x'\right)$.

Действительно, так как $V_k = T_k F_k H_k = T_x F_x H_x$, то

$$T_k = \frac{V_k}{F_k H_k} = \frac{V_x}{F_x H_x} = \frac{T_x F_x H_x}{F_k H_k} = \frac{T_x 3 F_k H_x}{F_k H_k} = 3T_x.$$

Простейший способ сокращения требуемой полосы частот состоит в том, что первичный сигнал предварительно записывается в запоминающее устройство, а затем воспроизводится для передачи по каналу связи с пониженной в три раза скоростью. При этом все частоты уменьшаются втрое. Полоса частот канала окажется достаточной для передачи сокращенного спектра сигнала. На приемной стороне сигнал также первоначально записывается со скоростью передачи, после чего воспроизводится для реализации с утроенной скоростью. Таким образом, согласование сигнала с каналом осуществлено за счет “обмена” полосы частот на время передачи. Деформация параметров сигнала может быть выполнена по отношению к полосе частот и превышению при неизменном произведении $F_x H_x$. Так как мощность помех можно считать заданной, то

$$F_x' \log\left(\frac{P_x'}{P_E}\right) = F_x \log\left(\frac{P_x}{P_E}\right).$$

Принимая обозначение $F_x = kF_x'$, получим

$$\log\left(\frac{P_x'}{P_E}\right) = k\log\left(\frac{P_x}{P_E}\right) \quad \text{или} \quad \left(\frac{P_x'}{P_E}\right) = \left(\frac{P_x}{P_E}\right)^k = \left(\frac{P_x}{P_E}\right)\cdot\left(\frac{P_x}{P_E}\right)^{k-1}.$$

Следовательно, при уменьшении полосы частот в k раз средняя мощность сигнала P_x должна увеличиться в $\left({P_x}/{P_E}\right)^{k-1}$ раз и наоборот. Например, при уменьшении полосы частот в два раза $(k = 2)$ необходимо P_x увеличить в $\left({P_x}/{P_E}\right)$ раз. Аналогичные соотношения получаются и при согласовании с неизменным произведением $T_x H_x$.

Рассмотренные примеры показывают, что объем сигнала и емкость канала связи можно согласовать изменением любой пары из трех физических измерений сигнала. Не исключена возможность одновременного изменения и всех трех измерений (рис. 1.26).

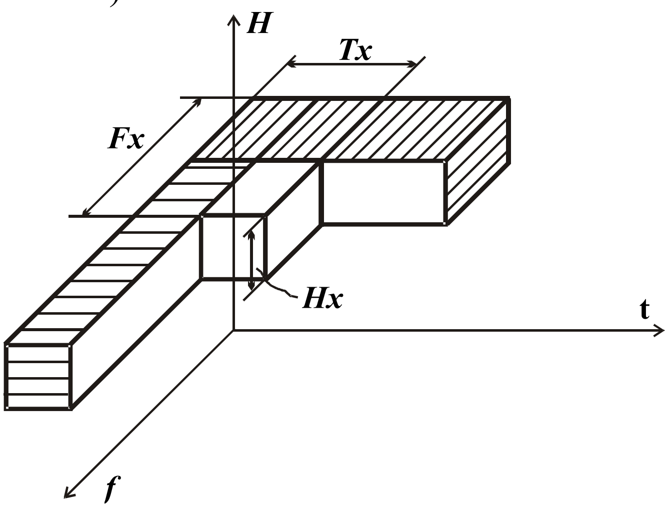


Рис. 1.26. Преобразование деформации без изменения объема сигнала

Согласование сигнала с каналом, кроме непосредственного изменения физических параметров сигнала, может быть достигнуто путем перекодирования, т.е. путем вторичного кодирования сигнала, при котором используемый код будет удовлетворять требования согласованности. Возможность такой процедуры основана на том, что соотношение между T_x, F_x и H_x зависит от характеристики кода. Изменяя показатели кода, можно получить иное соотношение измерений сигнала при том же его объеме и при том же количестве информации, содержащейся в данном объеме

Количество информации при равновероятностности состояний элементов сигнала есть $I = \log N = \log m^n$. Если каждое мгновенное значение функции сообщения передается только одним импульсом, то это означает, что применяется код с относительно высоким основанием, равным числу уровней квантования. Сигнал может быть перекодирован любым образом с применением кода с большим или меньшим основанием. Количество информации при этом измениться не должно. Следовательно, $I = \log m^n = \log m_1^{n_1}$, отсюда находим

$$n_1 = n \log m / \log m_1, \tag{1.37}$$

где m_1 и n_1 – соответственно основание и число элементов при новом коде.

Как показывает выражение (1.37), изменение основания кода приводит к изменению числа элементов в сигнале. Если $n = 2T_x F_x$, то при неизменной длительности сигнала $n_1 = 2T_x F_x'$. Подставляя эти значения для числа элементов в сигналах в формулу (1.37), после преобразований получим

$$F_x' = \frac{F_x \log m}{\log m_1} = \frac{F_x n_1}{n}, \tag{1.38}$$

где F_x' – новое значение полосы спектра сигнала.

Поясним полученные соотношения примером. Пусть первоначальный сигнал получен квантованием функции сообщения при числе уровней $m = 32$. Для перекодирования применим двоичный код, т.е. возьмем $m_1 = 2$, тогда $n_1 = \frac{n \log 32}{\log 2} = 5n$. Следовательно, каждый отсчет функции сообщения должен передаваться уже не одним, а пятью элементами, при этом ширина спектра сигнала в соответствии с формулой (1.38) будет $F_x' = 5F_x$. Таким образом, уменьшив мощность сигнала за счет сокращения шкалы уровней, необходимо пропорционально расширять полосу частот канала. Это и понятно: поскольку за то же время, за которое раньше передавался только один элемент, теперь передается пять, то длительность каждого из пяти элементов впятеро меньше. А так как произведение из длительности элемента (импульса) на ширину его спектра есть постоянная величина $(\tau \Delta f = 1)$, то, сокращая длительность импульса, во столько же раз увеличиваем ширину спектра (требуемую полосу частот) (рис. 1.27).

Перекодированием можно выполнить и обратное преобразование спектра сигнала, т.е. его сокращение в обмен на увеличение мощности сигнала. Допустим, что при помощи одного элемента сигнала передается комбинация двух отсчетов, так что число элементов сигнала сокращается вдвое: $n_1 = n/2$. При этом импульсы сигнала будут следовать друг за другом через $2\Delta T$, т.е. через вдвое большее время. Это позволяет увеличить длительность импульса, а следовательно, вдвое сократить ширину спектра сигнала, но соответственно возрастет мощность сигнала.

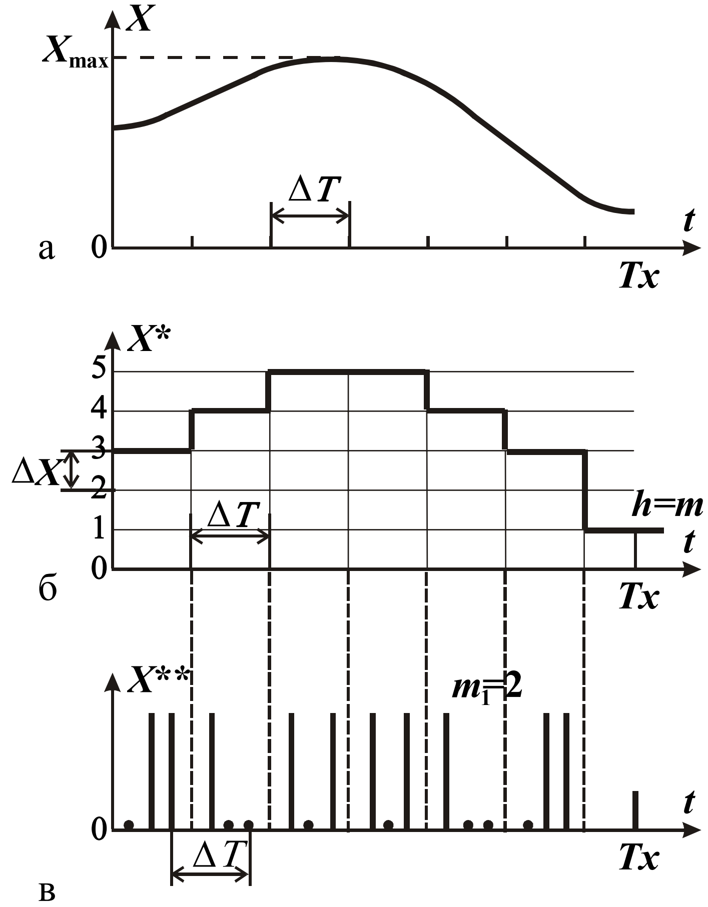


Рис. 1.27. Преобразование сигнала изменением системы кодирования: а – исходный непрерывный сигнал; б – сигнал с основанием m=5; в – сигнал в коде с основанием m_1=2.

Итак, путем выбора кода мы можем произвести такое преобразование сигнала, при котором ширина спектра F_x или превышение H_x изменяется в желаемое число раз, причем произведение этих величин сохраняет свой порядок. На практике достаточно часты преобразования сигнала, при которых его объем не деформируется, но сдвигается без деформации вдоль одной из осей. Такие преобразования называются преобразованиями перенос. Перенос сигнала вдоль оси t на величину T_0 есть попросту задержка на время T_0 (рис. 1.28, а). Перенос сигнала без деформации объема вдоль оси частот на величину F_0 осуществляется при модуляции (рис. 1.28, б). Перенос вдоль оси уровней означает простое усиление или его ослабление (рис. 1.28, в).

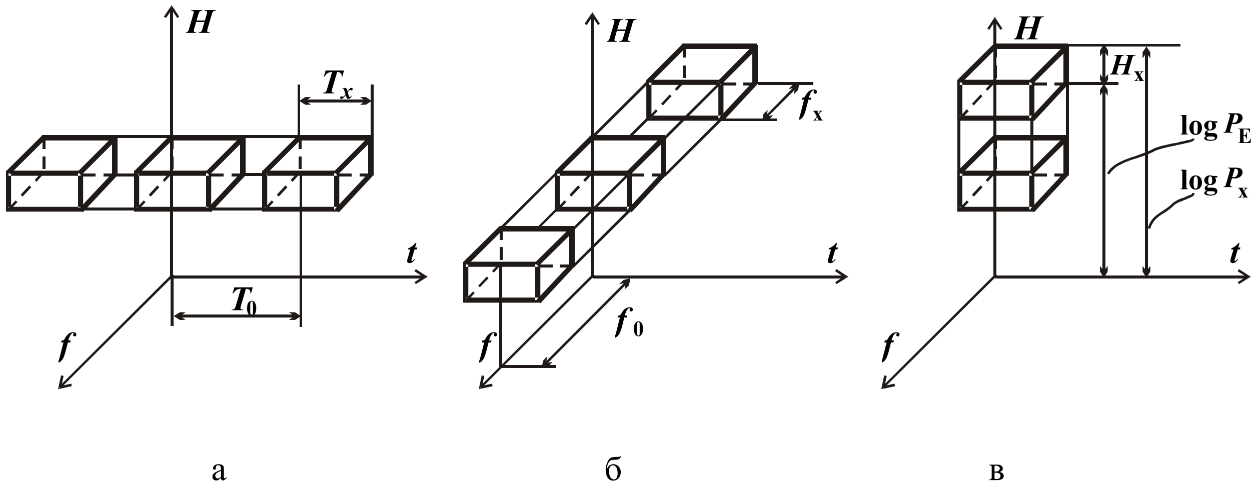


Рис. 1.28. Преобразование переноса без изменения объема сигнала:
а – во времени; б – по оси частот; в – по уровню

1.8.4. Объем сигнала и количество информации. Пользуясь геометрическим представлением сигнала, отражающего определенную информацию, можно установить важное соотношение между объемом сигнала и количеством информации, которое он переносит. Вполне очевидно, что чем больше объем сигнала, тем большее количество информации способен передавать сигнал. Однако и каждый объем можно рассмотреть в отношении рационального размещения в нем информации, т.е. с точки зрения плотности упаковки информации в объеме.

Пусть сигнал представляет собой последовательность импульсов, модулируемых по высоте со скважностью, равной единице, а число ступеней шкалы уровней равно m. Если все уровни равновероятны и если общее число импульсов в сигнале есть n, то количество информации

$$I = \log N = n \log m \,. \tag{1.39}$$

Обозначим шаг шкалы уровней через δ. Тогда ступени шкалы будут отвечать значениям 0, δ, $2\delta, \ldots, i\delta, \cdots, (m-1)\delta$. Мгновенная мощность сигнала будет $(i\delta)^2$, а средняя

$$P_x = \frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1}(i\delta)^2 = \frac{\delta^2}{m}\sum_{i=0}^{m-1} i^2 = \frac{\delta^2}{6}(m-1)(2m-1) \,. \tag{1.40}$$

Рассмотрим случай, когда $m >> 1$: $P_x = \dfrac{1}{3}\delta^2 m^2$, откуда

$$m^2 = 3\frac{P_x}{\delta^2} = AP_x \,. \tag{1.41}$$

Согласно принципу квантования по уровню и времени при конечной длительности сигнала число импульсов в нем определяется $n = \frac{T_x}{\Delta t}$, где Δt – длительность одного импульса в рассматриваемых условиях. С другой стороны, $\Delta t = \frac{1}{2} F_x$, а поэтому

$$n = 2F_x T_x . \quad (1.42)$$

Подставив (1.42) и (1.41) в (1.39), получим

$$I = n \log m = \frac{1}{2} n \log m^2 = F_x T_x \log AP_x . \quad (1.43)$$

Учитывая, что в системе передачи существуют помехи, введем в (1.43) величину мощности помехи. Эта мощность может быть выражена среднеквадратичным значением помехи δ_E : $P_E = \delta_E^2$. Кроме того, при выборе шага шкалы уровней мы сообразовываем величину шага с интенсивностью помехи и можем положить $\delta = k\sigma_E$, где k – коэффициент, зависящий от статистики помехи. Таким образом, мощность помехи будет определена в следующем виде: $P_E = \delta^2 / k^2$. Сопоставляя этот результат с (1.41), можем записать:

$$m^2 = \frac{3}{k^2} \frac{P_x}{P_E} = a \frac{P_x}{P_E} \quad (1.44)$$

и следовательно, вместо (1.43) имеем

$$I = F_x T_x \log(aP_x / P_E). \quad (1.45)$$

Такая форма выражения для количества информации позволяет сопоставлять его с выражением для объема сигнала, которое было получено в подразд. 1.8.3 выражение (1.35), а именно

$$V_x = T_x F_x H_x = T_x F_x \log(P_x / P_E) . \quad (1.46)$$

Введем определение удельной энтропии сигнала: $\gamma = I / V_x$. Подставляя сюда формулы (1.45) и (1.46), получим

$$\gamma = \frac{\log(aP_x / P_E)}{\log(P_x / P_E)} = 1 + \frac{\log a}{H_x} . \quad (1.47)$$

Величина удельной энтропии показывает эффективность использования сигнала данного объема для передачи информации и плотность упаковки информации в объеме сигнала. Анализируя выражение (1.47) с точки зрения факторов, влияющих на численное значение γ, можно отметить, что удельная энтропия сигнала зависит от алфавита (основания) кода, метода модуляции и статистики сообщений. Использование этих зависимостей позволяет значительно увеличить удельную энтропию сигнала, повысить эффективность системы передачи информации.

Рассмотрим влияние на удельную энтропию основания кода при амплитудно-импульсной модуляции. Для этого найдем значение коэффициента a в зависимости от основания кода. Соотношение $a = \frac{3}{k^2}$ было получено для частного случая $m >> 1$. В общем же случае

$$P_x = \frac{1}{6}\delta^2(m-1)(2m-1),$$

откуда

$$m^2 = \frac{m^2 P_x}{(1/6)\delta^2(m-1)(2m-1)} = a_m \frac{P_x}{P_E}, \qquad (1.48)$$

где $a_m = \frac{6}{m^2}\frac{m^2}{(m-1)(2m-1)}$.

Коэффициент a_m монотонно убывает с возрастанием m; следовательно, чем меньше основание кода, тем больше удельная энтропия сигнала. Если положить $m = 2$, т.е. применить двоичный код, то $a_2 = \frac{8}{k^2}$. Это более выгодное соотношение, чем при $m >> 1$. В этом заключается одна из причин предпочтения, отдаваемого двоичному коду.

1.8.5. Эффективность и широкополосность сообщений. Удобной оценкой эффективности использования полосы частот канала связи является понятия удельной скорости передачи информации

$$R_f = \frac{R_t}{F_k}, \qquad (1.49)$$

где F_k – полоса пропускания сигнала;

R_t – информационная скорость.

Для дискретной модели с независимыми сообщениями

$$R_f = \frac{I(X,Y)}{F_k T}.$$

Величина R_f зависит от статистики сообщений и от способа передачи информации. Разделим эти факторы. Для этого умножим и разделим их на $\max I(X,Y)$:

$$R_f = \frac{I(X,Y)}{\max I(X,Y)} \frac{\max I(X,Y)}{F_k T}.$$

Первый множитель целиком зависит от избыточности. Если все сообщения равновероятны и независимы, $I(X,Y) = \max I(X,Y) = 1$. Второй множитель характеризует способ передачи и носит название эффективности кода

$$Э = \frac{\max I(X,Y)}{F_k T} = \frac{\log N}{F_k T} = \frac{n \log m}{F_k T}, \quad (1.50)$$

где T – длительность одного такта, равная длительности кодовой комбинации.

Произведение $F_k T$ называется широкополосностью сигнала

$$\gamma = F_k T. \quad (1.51)$$

Если $\gamma \cong 1$, то сигнал называется узкополосным, а если $\gamma >> 1$, то сигнал широкополосный.

В случае сообщений с различной длиной кодовых комбинаций под эффективностью следует понимать

$$Э = \frac{\log N}{F_k \overline{T}} = \frac{n \log m}{F_k \overline{T}}, \quad (1.52)$$

где $\overline{T} = \frac{1}{N} \sum_{I=1}^{N} T_i$.

Величину, обратную эффективности, называют относительной широкополосностью сообщений

$$\gamma_0 = \frac{F_k T}{\max I(X,Y)}. \quad (1.53)$$

1.8.6. Информационные характеристики каналов связи. Как показано в [6], скорость передачи информации в канале связи определяется средним количеством информации, переданной в единицу времени. Она зависит от характеристик данного канала и от вероятностей поступающих на вход символов и их статистической связи. При известной длительности элементарного сигнала τ скорость передачи информации по каналу R_t определяется из выражения

$$R_t = V_\tau I(X,Y) = V_\tau \big(H(X) - H(X/Y)\big), \quad (1.54)$$

где $V_\tau = 1/\tau$ – техническая скорость передачи (скорость манипуляции);

$I(X,Y)$ – среднее количество информации, переносимое одним символом.

Пропускная способность канала C равна максимальной скорости передачи

$$C = \max R_t = V_\tau \max I(X,Y) = V_\tau \big(H(X)_{\max} - H(X/Y)\big). \qquad (1.55)$$

Из теории передачи информации известно, что пропускная способность симметричного дискретного канала определяется выражением

$$C = V_\tau \big(1 + P_{ош} \log P_{ош} + (1 - P_{ош}) \log (1 - P_{ош})\big), \qquad (1.56)$$

где $P_{ош}$ – вероятность ошибочного прима сигнала.

Пропускная способность непрерывного канала связи оценивается выражением

$$C = F_k \log\left(1 + \frac{P_x}{P_E}\right) \qquad (1.57)$$

и определяет теоретический предел скорости передачи информации при ограниченной мощности сигнала P_x.

Пример 1.6. По линии связи с помехами передаются четыре сообщения. Ансамбль объединения описывается приведенной ниже таблицей.

y_i	x_i			
	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	0,1	0,05	0,05	0,15
y_2	0,03	0,05	0,1	0,04
y_3	0,07	0,03	0,05	0,06
y_4	0	0,07	0,05	0,1

Длительность сообщения $\tau = 2$ мс. Определить скорость передачи сообщений и пропускную способность канала.

Решение. Количество информации определим из выражения (1.33), для чего определим $P(x_i)$ и $P(y_j)$:

$$P(x_i) = \sum_{j=1}^{4} P(x_i, y_j);\ P(x_1) = 0{,}2;\ P(x_2) = 0{,}2;\ P(x_3) = 0{,}25;\ P(x_4) = 0{,}35,$$

$$P(y_j) = \sum_{i=1}^{4} P(x_i, y_j);\ P(y_1) = 0{,}35;\ P(y_2) = 0{,}22;\ P(y_3) = 0{,}21;\ P(y_4) = 0{,}22.$$

Подставив полученные вероятности $P(x_i)$ и $P(y_j)$, а также вероятности $P(x_i, y_j)$ из таблицы в выражение (1.33), получим

$$I(Y,X)=0{,}1\ \log\frac{0.1}{0{,}2\cdot 0{,}35}+0{,}03\ \log\frac{0{,}03}{0{,}2\cdot 0{,}22}+0{,}07\ \log\frac{0{,}07}{0{,}2\cdot 0{,}21}+0{,}05\ \log\frac{0{,}05}{0{,}2\cdot 0{,}35}+$$

$$+0{,}05\ \log\frac{0{,}05}{0{,}2\cdot 0{,}22}+0{,}03\ \log\frac{0{,}03}{0{,}2\cdot 0{,}21}+0{,}07\ \log\frac{0{,}07}{0{,}2\cdot 0{,}22}+0{,}05\ \log\frac{0{,}05}{0{,}25\cdot 0{,}35}+$$

$$+0{,}1\ \log\frac{0.1}{0{,}25\cdot 0{,}22}+0{,}05\ \log\frac{0{,}05}{0{,}25\cdot 0{,}21}+0{,}05\ \log\frac{0{,}05}{0{,}25\cdot 0{,}22}+0{,}15\ \log\frac{0{,}15}{0{,}35\cdot 0{,}35}+$$

$$+0{,}04\ \log\frac{0{,}04}{0{,}35\cdot 0{,}22}+0{,}06\ \log\frac{0{,}06}{0{,}35\cdot 0{,}21}+0{,}1\ \log\frac{0{,}1}{0{,}35\cdot 0{,}22}=0{,}027\ \text{бит.}$$

Скорость передачи

$$R_t=\frac{I(X,Y)}{\tau}=\frac{0{,}027}{2\cdot 10^{-3}}=13{,}5\ \frac{\text{дв.ед}}{\text{с}}.$$

Пропускная способность

$$C=V_\tau \max I(X,Y)=\frac{H_{\max}(X)-H(X/Y)}{\tau}=\frac{\log 4-1.931}{2\cdot 10^{-3}}=\frac{0{,}069}{2\cdot 10^{-3}}=34{,}5\ \frac{\text{дв.ед}}{\text{с}}.$$

Пример 1.7. В бинарном канале вероятности подавления сигнала и воспроизведения ложного одинаковы и равны $P_{10}=P_{01}=P_{ош}=10^{-3}$. Длительности символов одинаковы и равны $\tau=1$ мс. Определить пропускную способность симметричного бинарного канала.

Решение. Пропускную способность определим из выражения (1.56)

$$C=\frac{1}{10^{-3}}\left(1+10^{-3}\log 10^{-3}+\left(1-10^{-3}\right)\log\left(1-10^{-3}\right)\right)=$$

$$=1000\left(1+0{,}0099+0{,}0014\right)=101{,}13\ \frac{\text{дв.ед}}{\text{с}}.$$

Пример 1.8. По радиолинии, на входе которой действует гауссовский шум с удельной мощностью $P_{ош}=10^{-8}$ Вт/Гц, передается $n=1024$ сообщения в течение $t=10^{-1}$ с. Определить минимальную мощность сигнала P_x на входе приемника, если полоса пропускания канала связи равна 100 Гц.

Решение. Определим пропускную способность канала связи

$$C=\frac{H(X)}{t}=\frac{\log N}{t}=\frac{\log 1024}{0.1}=100\ \frac{\text{дв.ед}}{\text{с}}$$

Из выражения (1.57) определим P_x

$$C=F_k\ \log\left(1+\frac{P_x}{P_{ош}F_k}\right);\quad 100=100\ \log\left(1+\frac{P_x}{10^{-8}\cdot 10^2}\right);\quad 1=\frac{P_x}{10^{-6}}$$

откуда $P_x = 10^{-6}$ Вт.

1.9. Структура линий связи

Системы телемеханики разделяются по характеру расположения объектов в пространстве на системы для сосредоточенных объектов и рассредоточенных объектов. Объекты могут быть рассредоточены вдоль общей линии связи, по площади или в пространстве.

Характерным признаком систем телемеханики для сосредоточенных объектов является то, что оператор и объекты управления расположены в двух разделенных пунктах: пункте управления (ПУ) и контролируемом пункте (КП) и соединены в единую систему управления с помощью аппаратуры телемеханики и канала связи (рис. 1.29).

Это наиболее простая по своей структуре схема. Расстояние между ПУ и КП в таких системах может быть самым различным. Так, управление Волжской ГЭС производится из Москвы, т.е. с расстояния около тысячи километров, а управление космическим кораблем осуществляется на еще больших расстояниях. К таким системам относится также и система ТУ строительными кранами.

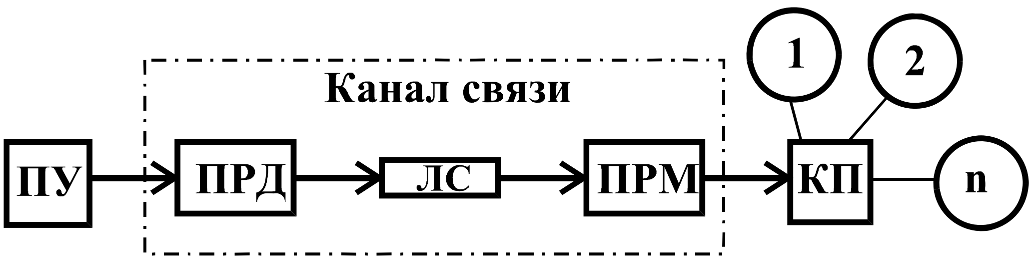


Рис. 1.29. Структура линии связи для сосредоточенных объектов

Системой телемеханики для рассредоточенных объектов называется система, в которой к общему каналу связи подключается по меньшей мере несколько КП.

Все многообразие существующей территориальной разобщенности контролируемых пунктов можно свести к четырем основным видам – структурам рассредоточенности.

Однолучевая (рис. 1.30). Контролируемые пункты расположены последовательно друг за другом, образуя однонаправленную цепочку. Такая структура характерна для насосных станций нефтепроводов, шлюзов на судоходных каналах, тяговых подстанций электрифицированного железнодорожного транспорта и т.п.

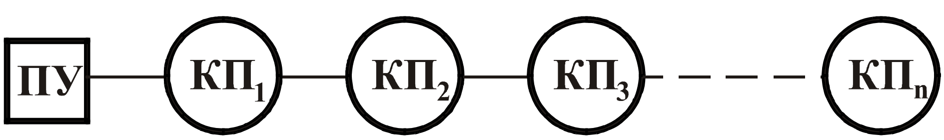


Рис. 1.30. Линейная (однолучевая) структура линии связи

Радиальная (рис. 1.31). КП расположены на отдельных независимых лучах. Свойственна кабельным распределительным сетям, сетям уличного освещения в крупных городах, газовым распределительным системам.

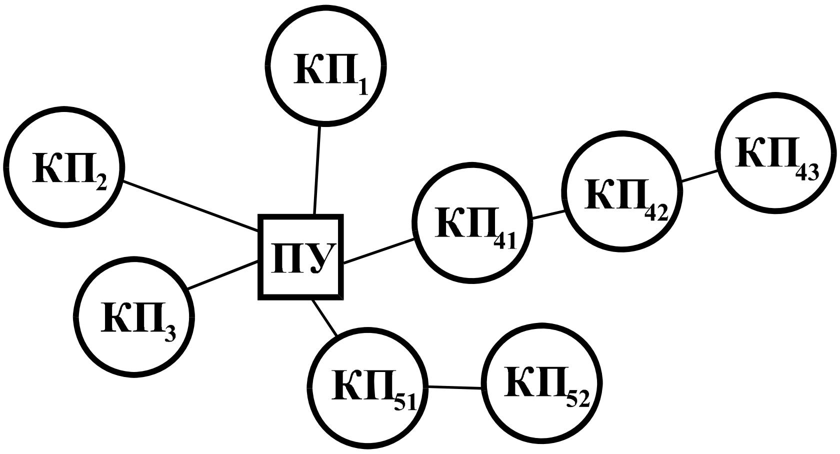


Рис. 1.31. Радиальная структура линии связи

Радиально–узловая (рис. 1.32). Отдельные группы КП сконцентрированы в относительно небольшом территориальном районе, образуя отдельный куст со своим узловым пунктом (УП). Последние имеют радиальную рассредоточенность относительно пункта управления. Подобная структура характерна для нефтепромысловых и угледобывающих предприятий, крупных промышленных комбинатов.

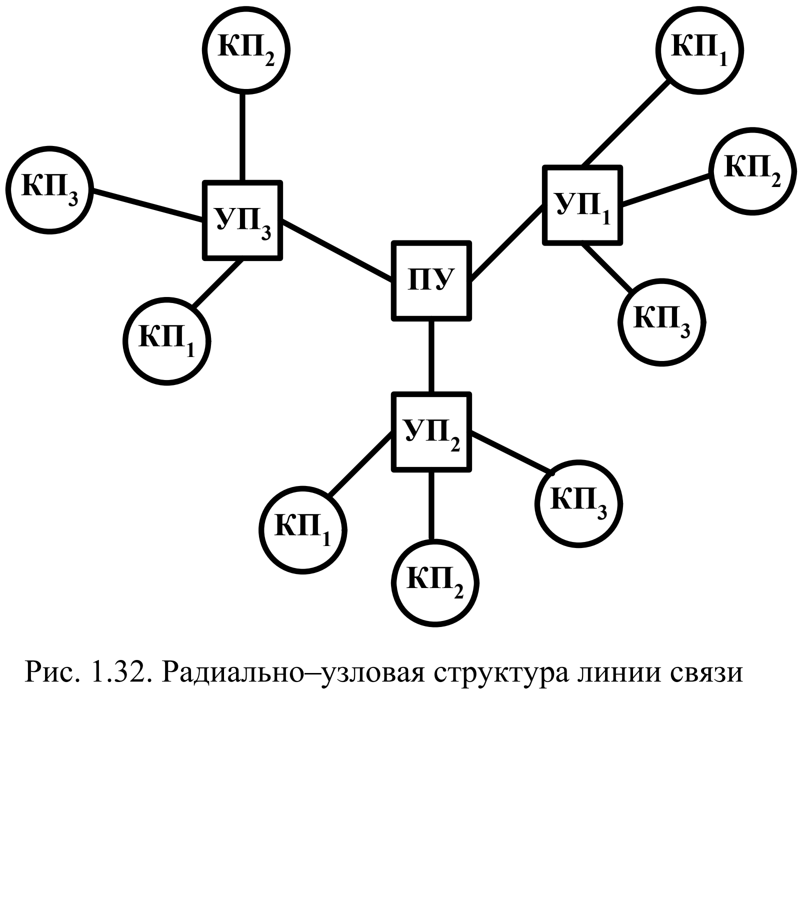


Рис. 1.32. Радиально–узловая структура линии связи

Древовидная (рис. 1.33). Здесь УП со своими КП расположены однонаправлено вдоль основного ствола. Такие структуры свойственны газопроводным магистралям, высоковольтным линиям электропередач, ирригационным сооружениям.

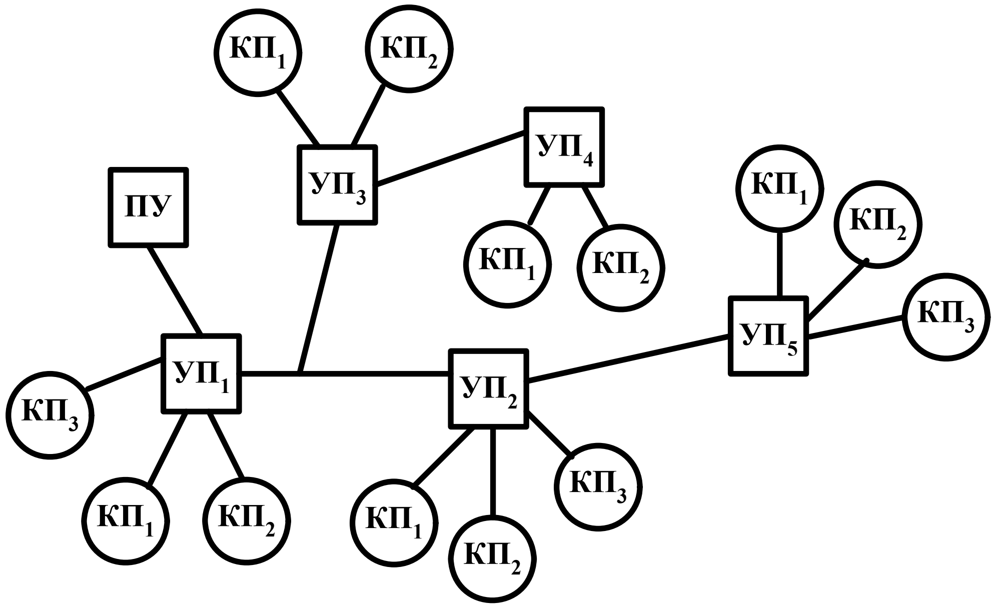


Рис. 1.33. Древовидная структура линии связи

1.10. Сети передачи дискретных сообщений

Системы передачи дискретных сообщений, в отличие от традиционной техники связи, призваны обслуживать самых различных абонентов. Это могут быть люди, а также автоматы с фиксированной или изменяемой программой.

При наличии более чем двух абонентов создаются сети передачи данных.

Сетью передачи дискретных сообщений называется совокупность оконечной аппаратуры передачи дискретных сообщений, каналов связи и узлов коммутации.

Все сети передачи дискретных сообщений делятся на некоммутируемые и коммутируемые. Некоммутируемые сети содержат только оконечную аппаратуру и каналы, но не имеют узлов коммутации (рис. 1.34, а). Поэтому в таких сетях возможна связь между источниками и потребителями информации, соединенными друг с другом постоянно закрепленными (“арендованными”) каналами.

Коммутируемые сети передачи дискретных сообщений непременно содержат узлы коммутации (УК), с помощью которых и образуется сквозной канал связи между любыми парами абонентов в сети (рис. 1.34, б).

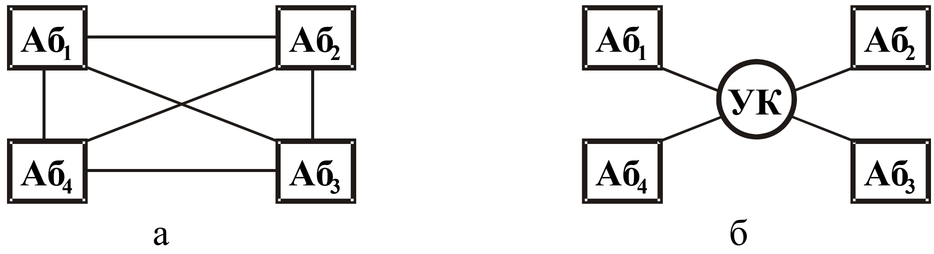


Рис. 1.34. Сети передачи дискретных сообщений:
а – некоммутируемые; б – коммутируемые

Использование магистральных каналов связи в коммутируемых сетях, как правило, гораздо выше, чем в некоммутируемых, в следствие чего они и получили более широкое распространение. Некоммутируемые сети обычно организуются только в тех случаях, когда передаваемые объемы информации весьма велики, а также когда требуется очень малое время установления соединения между абонентами, которое не может быть обеспечено существующими коммутируемыми сетями. Кроме того, некоммутируемые каналы тональной частоты имеют существенно лучшие фазочастотные характеристики, что позволяет работать с ним с повышенными скоростями модуляции.

Узлы коммутации в сетях передачи дискретных сообщений могут соединяться между собой разными способами. Наиболее распространенными являются соединения “каждый с каждым”, радиальное и радиально–узловое (рис. 1.35).

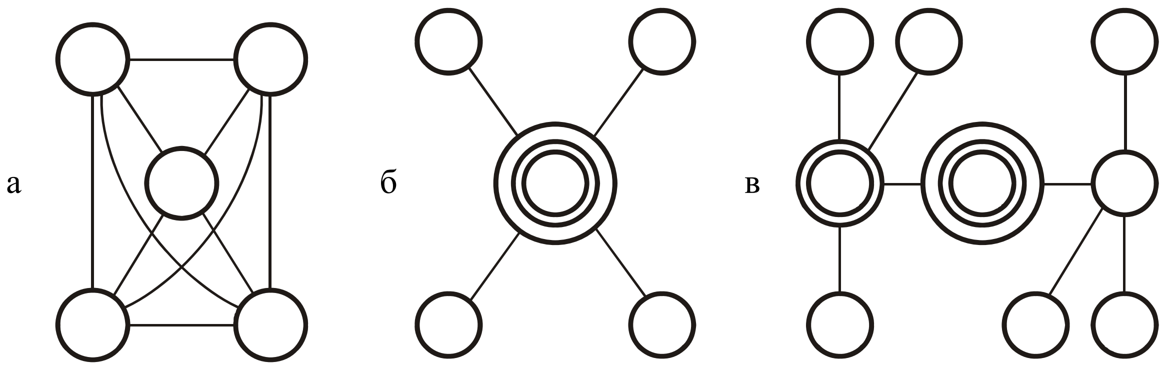


Рис. 1.35. Соединения между узлами коммутации:
а – каждый с каждым; б – радиальное; в – радиально–узловое

1.11. Расчет основных характеристик цифровых линий связи

При расчете цифровых линий связи одной из важных задач является установление соотношений между параметрами этих линий и требуемыми показателями качества передачи информации.

Исходными данными для расчета являются:

– достоверность передачи информации, задаваемая допустимой вероятностью ошибки на один информационный символ (или кодовое слово);

– скорость передачи информации;

– дальность действия линии связи;

– вид канала связи, характеризуемый условиями распространения сигналов в малом канале, статистикой помех, условиями работы.

Далее излагается методика инженерного расчета линии связи [7], основанная на энергетическом подходе к определению необходимых параметров линии, и приложение этой методики к некоторым важным случаям.

Рассмотрим данную методику относительно линий связи со свободно распространяющимися сигналами и прямой волной в предположении, что способы передачи и приема, вид канала и статистика помех известны.

В соответствии с известным уравнением дальности связи мощность сигнала на входе приемника определяется выражением

$$P_{xвх} = P_{изл}\gamma_e G S_э / 4\pi r^2, \tag{1.58}$$

где $P_{изл}$ – средняя мощность сигнала, излучаемого передатчиком;

G – коэффициент направленного действия антенны передатчика;

$S_э$ – эффективная площадь приемной антенны;

r – расстояние между передатчиком и приемником;

γ_e – коэффициент учитывающий потери энергии сигнала в среде за счет поглощения.

Коэффициент потерь γ_e обычно принято выражать в виде

$$\gamma_e = 10^{-0,1\alpha r}, \tag{1.59}$$

где α – коэффициент затухания, дБ/км.

В ряде случаев удобнее перейти от десятичного основания к натуральному. Тогда

$$\gamma_e = \exp\left(-0,23\alpha r\right). \tag{1.60}$$

Для электромагнитных колебаний с длиной волны $\lambda > 10$ см потери поглощения невелики и с ними в первом приближении можно не считаться. При $\lambda \approx 5$ см $\alpha \approx 0,002\ldots0,2$ дБ/км, при $\lambda \approx 3$ $\alpha \approx 0,01\ldots1,0$ дБ/км. Для акустических сигналов, распространяющихся в воде

$$\alpha \approx 0,036 f^{3/2} \text{ дБ/км}, \tag{1.61}$$

где f – частота, кГц.

Итак, с учетом (1.60) выражение (1.58) принимает вид

$$P_{xвх} = P_{изл} \frac{GS_э}{4\pi r^2} \exp(-0{,}23\alpha r). \qquad (1.62)$$

Если основными помехами в линии связи являются внутренние флуктуационные шумы и другие случайные помехи шумового типа, то, пересчитав все эти помехи ко входу приемника, можно определить результирующую спектральную плотность помех на входе в виде

$$P_{o\Sigma}(f) = \sum_i P_{oi}(f) \qquad (1.63)$$

Мощность всех помех на входе приемника, определяемая в полосе частот F_x, занимаемой спектром сигнала, равна

$$P_{ш.вх} = \int_{F_0 - F_x/2}^{F_0 + F_x/2} P_{o\Sigma}(f)\,df = P_{o\Sigma} F_x , \qquad (1.64)$$

где F_0 – частота несущей.

В простейшем случае, когда основной помехой являются только внутренние флуктуационные шумы приемника с равномерной спектральной плотностью P_o, мощность помехи на входе равна

$$P_{ш.вх} = P_o F_x = kT_э F_x , \qquad (1.65)$$

где k – постоянная Больцмана ($k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К),

$T_э$ – эквивалентная шумовая температура входа.

С учетом (1.62) и (1.64) отношение средней мощности сигнала к средней мощности шума на входе приемника определяется формулой

$$\left(\frac{P_x}{P_ш}\right)_{вх} = \frac{P_{изл} G S_э}{4\pi r^2 P_{0\Sigma} F_x} \exp(-0{,}23\alpha r). \qquad (1.66)$$

Пусть для обеспечения требуемой вероятности ошибки при передачи одной двоичной единицы информации необходимо иметь энергетическое отношение сигнал/шум

$$h_{тр}^2 = E_x / P_{o\Sigma} = (P_x / P_ш)_{вх} \tau_0 F_x . \qquad (1.67)$$

Тогда требуемое отношение сигнал/шум на входе приемника

$$(P_x / P_ш)_{тр} = h_{тр}^2 / \tau_0 F_x . \qquad (1.68)$$

При определении требуемого отношения сигнал/шум в соответствии с выражением (1.68) обычно не учитывается ряд причин, снижающих помехоустойчивость приема. Тогда введя коэффициент запаса $\gamma_{сист}$, получим

$$\left(P_x / P_ш\right)_{тр} = \gamma_{сист} \cdot h_{тр}^2 / \tau_0 F_x, \tag{1.69}$$

где коэффициент запаса $\gamma_{сист}$ изменяется от 2 до 10 (3…10 дБ).

Для того чтобы линия связи обеспечивала передачу информации с помехоустойчивостью не ниже заданной, необходимо выполнить условие

$$\left(P_x / P_ш\right)_{вх} \geq \left(P_x / P_ш\right)_{тр}. \tag{1.70}$$

Приняв во внимание (1.66) (1.69) и (1.70), имеем

$$\frac{P_{изл} G S_э}{4\pi r^2 P_{o\Sigma}} \exp(-0{,}23\alpha r) \geq \gamma_{сист} \frac{h_{тр}^2}{\tau_0}. \tag{1.71}$$

При условии, что требуется малая вероятность ошибки приема ($P_0 \ll 1$), выражение (1.56) для симметричного бинарного канала можно записать в виде

$$C \approx \max V_\tau. \tag{1.72}$$

В реальных условиях обеспечить передачу со скоростью, определяемой выражением (1.72), не удается, так как реальная техническая скорость передачи снижается из-за потерь времени на синхронизацию, а также на защитные интервалы между комбинациями. Поэтому можно записать:

$$R_t = \gamma_R \max V_\tau = \gamma_R / \tau_0, \tag{1.73}$$

где γ_R может принимать значение порядка 0,6…0,9.

С учетом изложенного реальная информационная скорость передачи в симметричном дискретном канале с $P_0 \ll 1$ определяется величиной

$$R_t = \gamma_R \max V_\tau \log n = \gamma_R \log n / \tau_0, \tag{1.74}$$

где n – основание первичного кода

С учетом (1.74) выражение (1.71) принимает вид

$$\frac{P_{изл} G S_э}{4\pi r^2 P_{o\Sigma}} \exp(-0{,}23\alpha r) \geq \frac{\gamma_{сист} \cdot h_{тр}^2}{\gamma_R \log n} R_t \tag{1.75}$$

Это выражение является исходным и позволяет решать разнообразные задачи, связанные с расчетом параметров линии связи.

Применение изложенной методики расчета линий связи проиллюстрируем некоторыми примерами.

1.11.1. Энергетический расчет радиолинии "Космос – Земля". Параметры этой радиолинии приведены в подразд. 1.6.3. Допустим, что по такой радиолинии необходимо передать телеметрическую информацию с вероятностью ошибки, равной $P_{ош}$. Будем полагать, что передача осуществляется двоичными сигналами методом ОФМП. При высоких требованиях к достоверности приема информации вероятность ошибки приема таких сигналов определяется выражением (4.59) [7]

$$P_{ош} = 0{,}5\exp\left(-h^2\right). \tag{1.76}$$

Отсюда следует

$$h_{тр}^2 \geq h^2 = \ln\left(\frac{1}{2}P_{ош}\right). \tag{1.77}$$

Чтобы выполнить расчеты в соответствии с основным выражением (1.75), нужно найти эффективную площадь приемной антенны и коэффициент направленного действия передающей антенны. Из теории антенн известно, что коэффициент направленного действия антенны определяется выражением

$$G_A = \frac{4\pi \cdot S_A}{\lambda^2}\eta_A = \frac{4\pi \cdot S_э}{\lambda^2}, \tag{1.78}$$

где η_A – коэффициент, учитывающий эффективность использования общей площади раскрыва антенны S_A (апертуры антенны);

$S_э$ – эффективная площадь раскрыва антенны.

Величина коэффициента η_A зависит от типа и конструкции антенны. Для антенн параболического типа $\eta_A \approx 0{,}5...0{,}7$ [7]. При расчетах величину η_A обычно берут равной 0,55. Выразив площадь антенны S_A через диаметр D, нетрудно получить

$$G = \eta_A(\pi \cdot D / \lambda)^2, \tag{1.79}$$

$$S_э = \eta_A \cdot \pi \cdot D^2 / 4. \tag{1.80}$$

Ширина диаграммы направленности антенны по уровню половинной мощности определяется приближенной формулой

$$\Theta \approx 70 \cdot \lambda / D. \tag{1.81}$$

Принимая во внимание (1.77), (1.79) и (1.80) и учитывая, что поглощение энергии сигнала в атмосфере на рабочей частоте незначительно и им можно пренебречь, выражение (1.75) для двоичных сигналов можно представить в виде

$$\left(\frac{\pi \cdot D_б \cdot D_з \cdot \eta_A}{2\lambda \cdot r}\right)^2 \cdot \frac{P_{изл}}{P_{o\Sigma}} \geq \frac{\gamma_{сист}}{v_R} \ln\left(\frac{1}{2P_{ош}}\right) R_t, \qquad (1.82)$$

где $\lambda = C / F_0$ – длина волны;

$C = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость распространения электромагнитных колебаний.

Соотношение (1.82) позволяет определить любой из параметров линии связи при условии, что все остальные параметры известны.

Если учесть, что для рассматриваемой линии связи $\lambda = C / F_0 = 3 \cdot 10^8 / 2{,}3 \cdot 10^9 \approx 0{,}13$ м и $P_{o\Sigma} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 50 \approx 0{,}7 \cdot 10^{-21}$ Вт/Гц, и принять $\gamma_{сист} = 4$, $\gamma_R = 0{,}75$, $\eta_A = 0{,}55$, $D_б = 5$ м, $D_з = 60$ м, $P_{изл} = 30$ Вт, то для заданных конкретных условий из (1.82) следует соотношение

$$r^2 R_t \ln\left(\frac{1}{2} P_{ош}\right) \leq 0{,}8 \cdot 10^{22}. \qquad (1.83)$$

Здесь расстояние r берется в километрах. При заданном значении ошибки $P_{ош}$ выражение (1.83) определяет связь между достижимой дальностью связи и возможной при этом скоростью передачи.

1.11.2. Энергетический расчет радиолинии "Земля – Космос". Технические характеристики данной линии приведены в подразд. 1.6.3.

Если принять $P_{изл} = 10^3$ Вт; $D_б = 5$ м; $T_э = 1000$ К; $D_з = 25$ м; $\gamma_{сист} = 4$; $\gamma_R = 0{,}75$; $\eta_A = 0{,}55$, то в соответствии с выражением (1.82) получим

$$r^2 R_t \ln\left(\frac{1}{2} P_{ош}\right) \leq 0{,}2 \cdot 10^{22}. \qquad (1.84)$$

Нетрудно убедиться в том, что радиолиния с указанными параметрами может обеспечить передачу команд на весьма значительные расстояния. Так, например, при допустимой вероятности ошибки $P_{ош} = 10^{-6}$ и скорости передачи информации $R_t = 8$ бит/с дальность действия радиолинии составит 4,5 млрд км.

1.11.3. Энергетический расчет цифровой гидроакустической линии связи. Распространение акустических сигналов в море сопровождается рядом сложных явлений, обусловленных отражениями от поверхности моря и дна, рассеянием на неоднородностях и поглощением энергии сигналов в морской среде.

На прием сигналов в гидроакустических каналах связи могут оказывать существенное влияние различные помехи: собственные шумы моря, шумы обитателей моря, шумы судовых двигателей. Учесть перечисленные факторы не представляется возможным.

Дальнейшее рассмотрение проведем при следующих условиях и допущениях:

1. Для передачи цифровой информации по гидроканалу применяются простые двоичные сигналы, инвариантные к частотным свойствам морской среды.

2. Гидроакустический канал узкополосный, т.е. выполняется условие $F_x / F_0 << 1$, где F_0 – несущая частота посылки сигнала. Допущение об узкополосности канала позволяет считать, что среда не искажает форму огибающей посылки сигнала, а уменьшение энергии посылки из-за поглощения в морской среде определяется знанием коэффициента затухания на несущей частоте.

3. Влияние многолучевого эффекта в морской среде незначительно (при дальности связи $2...4$ км) и его можно не учитывать.

4. Из различного вида возможных помех учитываются только принципиально неустранимые собственные шумы моря.

Третье и четвертое допущение позволяют считать, что узкополосный гидроакустический канал связи является гауссовским.

Суть энергетического расчета цифровой гидроакустической линии связи состоит в том, чтобы найти отношение сигнал/помеха на входе приемника, при котором обеспечивается требуемое качество передачи информации.

В соответствии с уравнением дальности связи (1.62) средняя мощность акустического сигнала на входе приемника, приходящаяся на единицу эффективной площади приемной антенны (средняя интенсивность сигнала), равна

$$J_{x\,вх} = \frac{P_{x\,вх}}{S_э} = P_{изл}\,\frac{G_1}{4\pi r^2}\exp\left(-\,0{,}23\alpha r\right)\ \text{Вт/м}^2, \qquad (1.85)$$

где G_1 – коэффициент концентрации излучателя передатчика;

$S_э$ – эффективная площадь приемной антенны (гидрофона).

Остальные обозначения те же, что и в выражении (1.62).

Коэффициент затухания акустических колебаний в морской среде α определяется выражением (1.61). При теоретических исследованиях и расчетах часто удобно аппроксимировать коэффициент затухания линейной или квадратичной функцией частоты. Запишем аппроксимацию коэффициента затухания в виде

$$\alpha = \beta(n) f^{\,n}\ \text{дБ/км}, \qquad (1.86)$$

где n – показатель, величина которого зависит от применяемой аппроксимации и выбирается в пределах $1 \le n \le 2$;

$\beta(n)$ – постоянный коэффициент, зависящий от величины выбранного показателя.

В частности, если исходить из аппроксимации вида (1.61), то для линейной и квадратичной аппроксимации имеем соответственно

$$\beta(1)=\beta\left(\frac{3}{2}\right)\sqrt{f_2}\approx 0{,}036\sqrt{f_2}\,, \tag{1.87}$$

$$\beta(2)=\beta\left(\frac{3}{2}\right)\sqrt{f_2}\approx 0{,}036\sqrt{f_2}\,, \tag{1.88}$$

где f_2 – верхняя граничная частота используемого диапазона.

Спектральную плотность интенсивности шумов моря от частоты при различных значениях волнения моря (кривые Кнудсена) можно аппроксимировать выражением

$$P_o(f)=\left(A(b)/F_0^2+BF_0^2\right), \tag{1.89}$$

где $A(b)$ – коэффициент, величина которого зависит от состояния поверхности моря b, определяемого в баллах;

B – коэффициент, величина которого зависит от температуры морской среды.

Расчеты показывают, что если частоту выражать в килогерцах, то эти коэффициенты имеют следующие значения:

$$A(b)\approx 2{,}5\cdot 10^{-8}\exp(-5{,}3\exp(-0{,}6\cdot b)), \tag{1.90}$$

$$B\approx 2{,}2\cdot 10^{-17} \text{ для } t=15^\circ C\,. \tag{1.91}$$

Спектральная плотность интенсивности шумов моря при этом имеет размерность $\text{Вт/м}^2\cdot\text{кГц}$.

Если приемный гидрофон имеет коэффициент направленности G_2, то шумы, приведенные к входу приемника, ослабляются в G_2 раз. Учитывая сказанное, среднюю интенсивность шумов моря на входе приемника в полосе частот $F_x=f_2-f_1$, где f_1 – нижняя граничная частота используемого диапазона, можно определить выражением

$$J_{ш.вх}\approx\frac{F_x}{GG_2}\left(A(b)/F_0^2+BF_0^2\right), \tag{1.92}$$

где $F_0=0{,}5(f_1+f_2)$.

Приняв во внимание соотношения (1.85), (1.86) и (1.92), можно записать выражение для фактического отношения мощности сигнала к мощности шума на входе приемника гидроакустической линии связи:

$$\left(\frac{P_x}{P_ш}\right)_{вх} = \left(\frac{J_x}{J_ш}\right)_{вх} = \frac{P_{изл} G_1 G_2 \exp\left(-0{,}23\beta(n) F_0^n r\right)}{4\pi \cdot r^2 F_x \left(A(b)/F_0^2 + BF_0^2\right)}. \qquad (1.93)$$

Располагая выражением (1.93) и поступая в соответствии с методикой, изложенной в подразделе 1.11 (1.71), можно записать условие

$$\frac{P_{изл} G_1 G_2 \exp\left(-0{,}23\beta(n) F_0^n r\right)}{4\pi r^2 \left(A(b)/F_0^2 + BF_0^2\right)} \geq \gamma_{сист} \frac{h_{тр}^2}{\tau_0}. \qquad (1.94)$$

При использовании выражения (1.94) необходимо иметь в виду, что длительность посылки τ_0 акустического сигнала не может выбираться произвольно и должна удовлетворять принятому допущению об узкополосности канала связи, т.е.

$$\tau_0 \geq \frac{K_Ф}{F_x} \approx 0{,}46 \frac{K_Ф \beta(2) F_0 r}{\ln\left(1/\eta_{F_x}\right)}, \qquad 0{,}5 \leq \eta_{F_x} \leq 1, \qquad (1.95)$$

где $F_x \leq 2{,}2 \dfrac{\ln\left(1/\eta_{F_x}\right)}{\beta(2) F_0 r}$ – полоса частот канала связи при квадратичной аппроксимации коэффициента затухания;

$K_Ф$ – коэффициент, зависящий от вида манипуляции:

$K_{ФАМП} = K_{ФФМП} = 1$ и $K_{ФЧМП} = 2$.

Сигнал, длительность посылки которого выбрана в соответствии с условием (1.95), называют инвариантным частотным свойствам среды. С четом условия (1.95) для квадратичной аппроксимации выражение (1.94) принимает вид

$$\frac{P_{изл} G_1 G_2 \exp\left(-0{,}23\beta(2) F_0^2 r\right) K_Ф \beta(2) F_0 r}{8{,}7\pi r^2 \left(A(b)/F_0^2 + BF_0^2\right) \ln\left(1/\eta_{F_x}\right)} \geq \gamma_{сист} h_{тр}^2. \qquad (1.96)$$

Величина $h_{тр}^2$ определяет требуемое энергетическое отношение сигнал/шум с учетом заданного вида манипуляции сигнала и выбранного способа приема. Ее значение можно найти из выражения для вероятности ошибки, найденного с учетом применяемых способов передачи и приема и типа канала. В частности, для простых двоичных сигналов и некогерентного приема в гауссовском канале согласно (4.80) [7] это выражение имеет вид

$$P_{ош} = 0{,}5\left(-\gamma_x^2 \cdot h_{тр}^2 / 2\right).$$

Отсюда следует

$$h_{тр}^2 = \left(2/\gamma_x^2\right)\ln\left(\frac{1}{2}P_{ош}\right), \tag{1.97}$$

где γ_x – коэффициент, зависящий от вида манипуляции, в частности для сигналов с пассивной паузой $\gamma_x = 1/\sqrt{2}$; для ортогональных сигналов с активной паузой $\gamma_x = 1$; для противоположных $\gamma_x = \sqrt{2}$.

1.12. Расчет волоконно–оптической линии связи

Качество связи в системе с кодоимпульсной модуляцией характеризуется вероятностью ошибки $P_{ош}$, которая в первом приближении определяется уровнем флуктуационных шумов на выходах фотоприемников и межсимвольной интерференцией. Для простоты расчета можно считать действие интерференции пренебрежимо малым, если удлинение импульса, прошедшего световод одного участка линии протяженностью $L_{км}$, не превышает половины длительности тактового интервала. Это условие определяет первое расчетное соотношение для определения допустимой длины участка:

$$LF_{\text{Т}} \le 1/2\delta\tau, \tag{1.98}$$

где $F_{\text{Т}}$ – тактовая частота линейного сигнала.

Из приведенного соотношения следует, что при заданном волокне достижимая скорость передачи обратно пропорциональна длине участка. Для типичного волокна со ступенчатым профилем $\delta\tau \approx 10$ нс/км, поэтому для километрового участка (L=1 км) $V_{\tau\max} = 50$ Мбит/с. Для волокна с плавным профилем $\delta\tau \approx 1$ нс/км и $V_{\tau\max} = 500$ Мбит/с. Полагая для одномодового волокна $\delta\tau \approx 0{,}2$ нс/км, имеем наибольшую скорость $V_{\tau\max} = 2{,}5$ Гбит/с.

Второе расчетное соотношение можно получить, потребовав, чтобы мощность полезного сигнала на входе фотодетектора P_x превышала заданную минимально допустимую мощность $P_{пр.мин}$, определяемую уровнем шума, видом линейного сигнала, числом промежуточных пунктов линии и вероятностью ошибки. Мощность сигнала на входе фотодетектора

$$P_x = P_{изл}K_B K_{р.с}^2 K_{н.с}^n \cdot 10^{-\sigma_x L}, \tag{1.99}$$

где $P_{изл}$ – мощность излучаемая генератором света, мВт;

K_B – коэффициент потерь на ввод и вывод излучения в волокно, зависящий от числовой апертуры волокна, угловой расходимости излучения и согласующего устройства и др.;

$K_{р.с}$ – коэффициент передачи одного разъемного соединения кабеля;

$K_{н.с}$ – коэффициент передачи одного неразъемного соединения кабеля;

n – число неразъемных соединений на длине участка L.

Вводя вместо коэффициентов K_B, $K_{р.с}$ и $K_{н.с}$ соответствующие коэффициенты ослабления, дБ,

$$\eta_B = 10 \cdot \lg \frac{1}{K_B}; \quad \eta_{р.с} = 10 \cdot \lg \frac{1}{K_{р.с}}; \; \eta_{н.с} = 10 \cdot \lg \frac{1}{K_{н.с}} \qquad (1.100)$$

и учитывая (1.99), получим второе расчетное соотношение

$$P_{изл} - \eta_B - 2\eta_{р.с} - n\eta_{н.с} - \sigma_x L \geq P_{хмин}. \qquad (1.101)$$

Здесь $P_{изл}$ и $P_{хмин}$ должны быть выражены в децибелах относительно одного милливатта (1.22). Соотношение (1.101) удобно представить в эквивалентной форме

$$\sigma_x L + n\eta_{н.с} \leq П - 2\eta_{р.с}, \qquad (1.102)$$

где $П = P_{изл} - \eta_B - P_{хмин}$ – так называемый энергетический потенциал аппаратуры.

При использовании (1.102) следует учитывать, что величина n зависит от длины участка L и строительных длин отрезков кабеля ($n = L / L_{стр}$).

Целью расчета является определение максимальной длины участка $L_{макс}$ при условии одновременного выполнения неравенств (1.98) и (1.102). Для определения $L_{макс}$ можно поступить следующим образом. $L_{макс}$ в первом приближении определяют исходя из неравенства (1.98), полагая в нем знак равенства $L_{макс}^{(1)} = 0{,}5 / F_T \delta\tau$. При этом полное число участков будет примерно равно $m^{(1)} = \left(L_Л / L_{макс}^{(1)}\right)$, где $L_Л$ – полная длина участка. Определив при данном $m^{(1)}$ $P_{хмин}$, следует проверить неравенство (1.102). Если оно выполняется, то найденное $L_{макс}$ является оптимальным, а если не выполняется, то следует уменьшать $L_{макс}$ до тех пор, пока неравенство (1.102) не будет выполнено. Таким образом, возможна ситуация, когда одно из неравенств (1.98) или (1.102) будет выполняться с запасом. Это означает, что при заданных требованиях к линии ($P_{ош}$, F_T и $L_Л$) можно ослабить требования к аппаратуре или кабелю, удешевив тем самым систему связи.

2. ПОМЕХИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

2.1. Общие сведения о помехах

На вход приемного устройства телеуправления, телеизмерения или телесигнализации одновременно с полезным сигналом поступают помехи, наводимые от источника помех в различных частях тракта передатчик – приемник сообщений, и главным образом в канале связи.

Помехой называется стороннее возмущение, мешающее правильному приему. Помехи вызывают дополнительную погрешность телеизмерения или искажения при передаче сигналов телеуправления и телесигнализации.

По характеру взаимодействия с сигналом помехи подразделяются на аддитивные и мультипликативные. В общем виде влияние помехи ε на передаваемый сигнал x может быть выражено оператором

$$y = \hat{v}(x, \varepsilon). \tag{2.1}$$

В том случае, когда этот оператор вырождается в сумму

$$y = x + \varepsilon, \tag{2.2}$$

помеха называется аддитивной. Аддитивную помеху часто называют шумом. Если же оператор $\hat{v}$ может быть представлен в виде

$$y = \nu x, \tag{2.3}$$

где случайный процесс $\nu(t)$ неотрицателен, то помеху $\nu(t)$ называют мультипликативной. Если $\nu(t)$ – медленный (по сравнению с x) процесс, то явление, вызываемое мультипликативной помехой, носит название замирания.

Оператор $\hat{v}$ не всегда может быть приведен к основным формулам (2.2) и (2.3). При одновременном наличии шума и мультипликативной помехи удобно ввести два случайных процесса, выражающих оба вида помехи, т.е. записать:

$$y = \nu x + \varepsilon. \tag{2.4}$$

Природа мультипликативной помехи состоит в случайном изменении параметров канала передачи. Мультипликативную помеху всегда можно свести к эквивалентной аддитивной. Это обстоятельство во многом упрощает исследование действия мультипликативной помехи. Выражение (2.3) можно представить в виде

$$y = \nu x = \nu_0 x + \varepsilon_э, \tag{2.5}$$

где ν_0 – среднее значение стационарного случайного процесса ν;

$\varepsilon_э$ – эквивалентная аддитивная помеха, равная $\varepsilon_э = x(\nu - \nu_0)$.

Общая классификация помех и их источников приведена на рис. 2.1.

Источниками помех являются внешние воздействия и внутренние шумы, возникающие в цепях и аппаратуре.

К внутренним шумам относятся: тепловые шумы, возникающие из–за беспорядочного (случайного) движения свободных электронов в проводах и любых активных элементах; дробовые шумы в полупроводниковых приборах, возникающие благодаря случайной диффузии неосновных носителей и случайному возникновению и рекомбинации пар электрон – дырка.

В результате дробового шума ток, образованный эмиттируемыми электронами, не является постоянным и флуктуирует относительно среднего значения.

Внутренние шумы можно отнести к флуктуационным помехам с нормальным законом распределения амплитуд.

Наибольшее влияние на канал связи оказывают внешние помехи, основными из которых являются промышленные установки высокой частоты, медицинское электрооборудование. Основной причиной этих помех является искрообразование.

Промышленные помехи создаются различными электронными устройствами (электрический транспорт, электрическая сварка, системы зажигания в автомобилях, промышленные установки высокой частоты, медицинское оборудование). Основной причиной этих помех является искрообразование.

К промышленным также относятся помехи, возникающие при коронном и других электрических разрядах на линиях электропередачи высокого напряжения. Эти помехи наиболее существенны для высокочастотных каналов по ЛЭП.

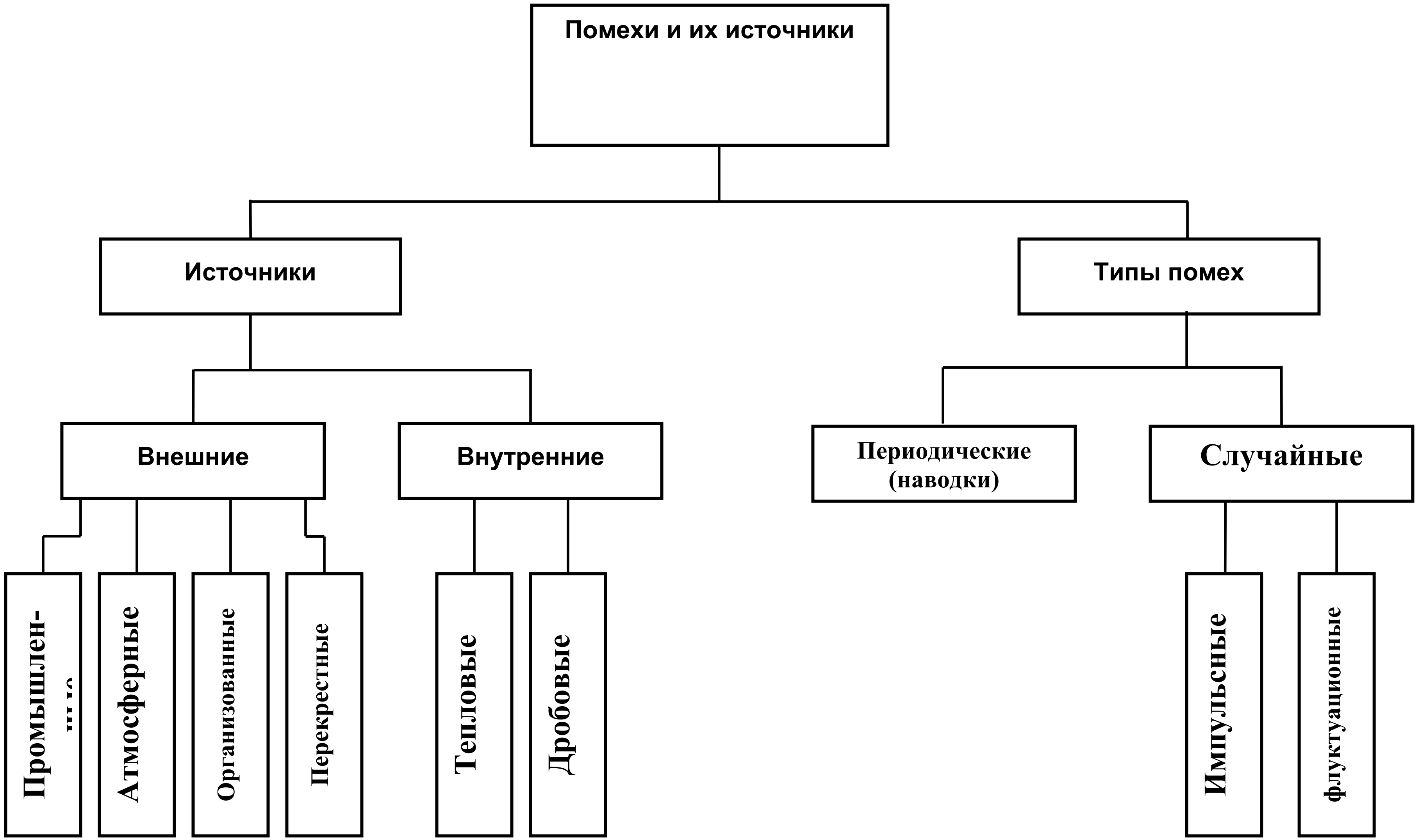


Рис. 2.1. Классификация помех и их источников

Атмосферные помехи обусловлены перемещением электрических зарядов в атмосфере. Кроме того, в метровом диапазоне радиоволн и на более высоких частотах существенное значение имеет космический шум, возникающий в результате излучения электромагнитных волн солнцем, звездами и другими космическими объектами. На КВ, СВ и ДВ атмосферные помехи возникают главным образом из–за разрядов молний. К источникам атмосферных помех относятся также небольшие разряды, возникающие при трении наэлектризованных частиц в атмосфере (снег, пыль).

В многоканальных системах возникают специфические перекрестные помехи, обусловленные взаимными влияниями каналов из-за несовершенства аппаратуры.

Все помехи независимо от происхождения разделяются по форме на импульсные, флуктуационные и помехи в виде синусоидальных колебаний.

Помеха называется импульсной, если она состоит из коротких импульсов, следующих друг за другом через промежутки времени, при которых нестационарные процессы от одного импульса успевают заканчиваться до появления следующего импульса помехи.

Простейшей типичной формой элементарных импульсных помех является апериодическая помеха (рис. 2.2), описываемая

$$\begin{cases} U(t) = 0 & \text{при } t < 0, \\ U(t) = U_0 e^{-\alpha t} & \text{при } t \geq 0, \end{cases} \tag{2.6}$$

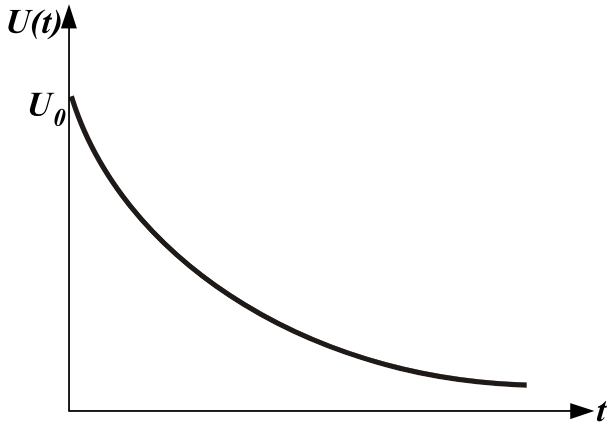


Рис. 2.2. Апериодическая помеха

и полупериодическая помеха (рис. 2.3), для которой

$$\begin{cases} U(t) = 0 & \text{при } t < 0, \\ U(t) = U_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \tag{2.7}$$

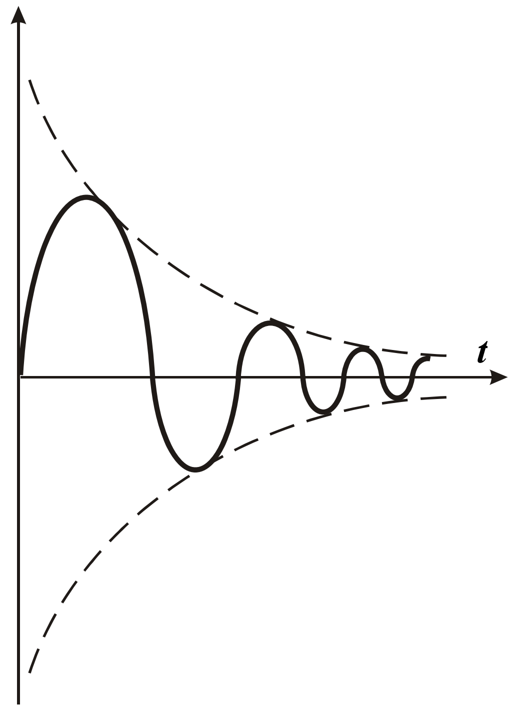


Рис. 2.3. Полупериодическая помеха

Реальные импульсные помехи являются суммой многих различных простейших (периодических и апериодических) помех и обычно имеют случайные амплитуду, длительность и моменты возникновения импульсов.

Флуктуационная помеха в отличие от импульсной имеет форму хаотически изменяющегося непрерывного колебания (рис. 2.4).

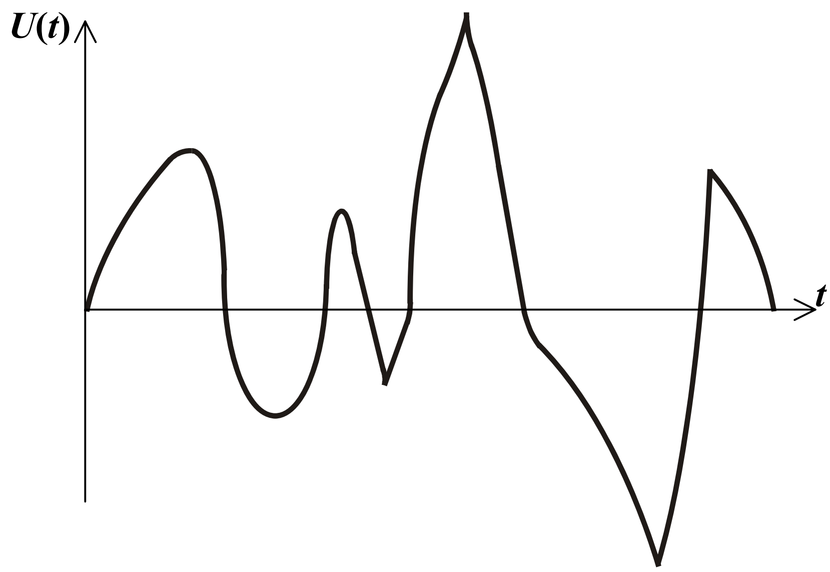


Рис. 2.4. Флуктуационная помеха

Для флуктуационных помех характерно отсутствие выбросов, отличающихся от среднего уровня в 3…4 и более раз. Характер помех зависит не только от источников помех, но и от длительности нестационарного процесса системы. При одних и тех же импульсных источниках помехи на выходе устройства могут быть импульсными или флуктуационными в зависимости от длительности нестационарного процесса τ, которая обратно пропорциональна полосе пропускания Δf данного устройства.

$$\tau = 1/\Delta f .$$

Выходной уровень флуктуационных помех $U_Ф$ пропорционален квадратному корню из полосы пропускания:

$$U_Ф = \sigma_0 \sqrt{\Delta f} , \qquad (2.8)$$

где σ_0 – удельное напряжение помехи (в полосе $\Delta f = 1$ Гц).

Выходная мощность помехи пропорциональна Δf $P_ш = \sigma_0^2 \Delta f$.

Интенсивность и характер помех зависит от типа линии связи, диапазона частот и условий передачи. Сильные помехи наводятся в воздушной линии связи, которая как антенна улавливает помехи, создаваемые грозовыми разрядами, промышленными установками, радиостанциями, высоковольтными линиями передач и т.п.

Такого же рода помехи и от тех же источников имеют место при передаче по радиотракту. Кроме того, здесь возникают искажения сигнала от затухания радиоволн и многократных отражений сигналов.

Кабельные линии связи хорошо экранированы, и на них наводки практически не возникают.

В реальных каналах на передаваемый сигнал действует сложная помеха, а поэтому математическое описание принимаемого сигнала имеет большое практическое значение.

2.2. Математическое описание помехи

Помеха представляется случайной функцией времени. Случайную функцию дискретного времени называют обычно случайной последовательностью, случайную функцию непрерывного времени – случайным процессом. Обычно рассматривают стационарные случайные процессы.

Случайный процесс считается стационарным, если его статические свойства не зависят от времени, т.е. не зависят от положения начала отсчета времени. Для стационарности в широком смысле достаточно независимости от времени среднего значения и дисперсии и зависимости функции корреляции между процессами $E(t)$ и $E(t+\tau)$ только от величины τ.

Многие случайные процессы, встречающиеся в практике, обладают свойством эргодичности. Свойство это состоит в том, что среднее по множеству (математические ожидания, вычисленные по распределениям) с вероятностью единица совпадает со средним по времени, найденным по одной реализации процесса. Случайные функции характеризуются своими распределениями. Применяются также числовые характеристики в виде моментов распределения. Момент первого порядка (подсчитывается относительно начала координат)

$$M(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, w(x) dx = a \tag{2.9}$$

выражает среднее значение случайной величины.

Центральный момент второго порядка (подсчитывается относительно среднего значения), или второй момент, называется дисперсией

$$D(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 w(x) dx = \sigma^2. \tag{2.10}$$

В большинстве случаев $M(E) = 0$, так что дисперсия совпадает со средним квадратом.

Смешанный второй момент

$$M(E(t)E(t+\tau)) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 w(x_1, x_2) dx_1, dx_2 = B(\tau)$$

называется функцией автокорреляции процесса $E(t)$.

Величина $B(0)$ есть мощность процесса

$$B(0) = M\left[E^2\right] = P. \tag{2.11}$$

Для эргодических процессов

$$a = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{T} E(t) dt, \qquad P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{T} E^2(t) dt,$$

$$D(E) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{T} (E(t) - a)^2 dt, \qquad B(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{T} E(t)E(t+\tau) dt.$$

Коэффициент корреляции $R(\tau) = B(\tau)/B(0)$.

При исследовании помех и их взаимодействия с сигналами часто используют спектральные характеристики. В этих условиях можно записать следующее. Спектральная плотность мощности $S(\omega)$ связана с функцией автокорреляции парой преобразований Фурье:

$$\left.\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{2}{\pi}\int_0^\infty B(\tau)\cos, \\ B(\tau) &= \int_0^\infty S(\omega)\cos\,\omega\tau\cdot d\tau. \end{aligned}\right\} \tag{2.12}$$

Помеху, представляющую собой случайный процесс с равномерным спектром, называют белым шумом.

Среди всех случайных процессов особое место занимает процесс с нормальным распределением (гауссов процесс), плотность вероятности которого

$$w(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}. \tag{2.13}$$

Всякое нелинейное преобразование изменяет распределение. Таким образом, гауссов процесс на входе нелинейного устройства дает негауссов процесс на выходе. Из числа часто встречающихся распределений упомянем о рэлеевом распределении

$$w(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},\ (x > 0). \tag{2.14}$$

Такому процессу подчинен процесс на выходе линейного детектора, на вход которого подан гауссов процесс.

При помехах в виде случайной последовательности (импульсные помехи) их распределение чаще всего подчинено таким законам, как биномиальный и закон Пуассона. По закону Пуассона вероятность появления k импульсов помехи на интервале времени τ определяется формулой

$$P(k) = \frac{(\lambda\tau)^k}{K!} e^{-\lambda\tau}, \tag{2.15}$$

где λ – среднее число импульсов помехи в единицу времени.

Если импульс помехи появляется с вероятностью P на каждом временном интервале, то в соответствии с биномиальным законом вероятность того, что импульс помехи появится ровно k раз, выражается формулой

$$P_{k,l} = C_l^k P^k (1-P)^{l-k}, \tag{2.16}$$

где C_l^k – биномиальный коэффициент, определяющий число рассматриваемых вариантов;

l – число временных (тактовых) интервалов.

Результат взаимодействия помехи с сигналом (элементами сигнала) в основном, определяется такими характеристиками, как амплитудное распределение выбросов помехи, превышающих некоторую величину $U_{пор}$, называемую пороговым уровнем, и распределение длительностей выбросов, а также интервалов между ними на уровне $U_{пор}$ (рис. 2.5).

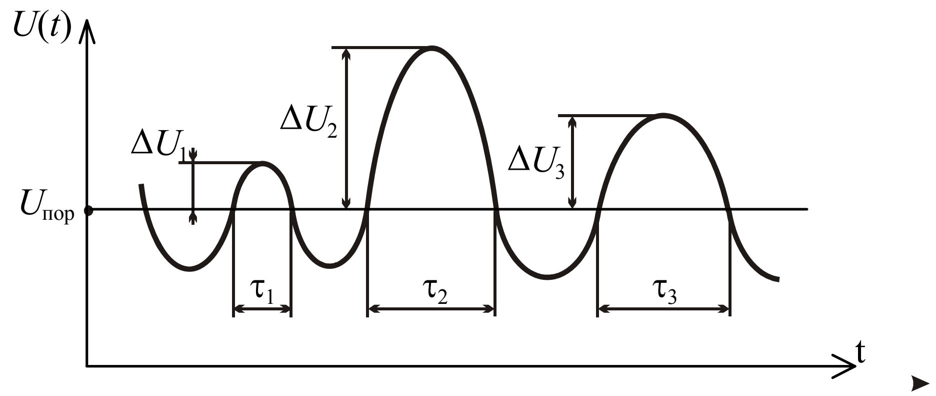


Рис. 2.5. Взаимодействие помехи с сигналом

Плотность амплитудного распределения вероятностей напряжения нормальной флуктуационной помехи в произвольный момент времени подчинена закону Гаусса

$$w(U_ш) = \frac{1}{U_{ш.э}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{(U_ш - a)^2}{(U_ш)^2}}, \tag{2.17}$$

где a – среднее значение напряжения шума;

$U_{ш.э}$ – эффективное значение напряжения шума.

Как правило, $a = 0$. Вероятность, что в произвольный момент времени напряжение помехи превысит пороговый уровень, равна

$$P(U_ш > U_{пор}) = \int_{U_{пор}}^{\infty} w(U_ш) dU_ш = \frac{1}{U_{ш.э}\sqrt{2\pi}} \int_{U_{пор}}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{U_ш}{U_{ш.э}}\right)^2 dU_ш\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{U_{пор}/U_{ш.э}}^{\infty} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ = V\left(\frac{U_{пор}}{U_{ш.э}}\right) = V(\beta), \tag{2.18}$$

где $V(\beta)$ – вероятностный интеграл.

Для исследования помехоустойчивости телемеханических систем наряду с распределением амплитуд необходимо также использовать плотность распределения длительностей выбросов после входного фильтра. Для любого фильтра справедливо соотношение

$$\tau_{в.ср} = \frac{P(U_ш > U_{пор})}{\lambda}, \tag{2.19}$$

где λ – среднее число выбросов помехи, превышающих в единицу времени $U_{пор}$ при $\beta = U_{пор} / U_{ш.э}$.

Распределение длительностей выбросов в общем случае имеет достаточно сложное математическое описание. Для приближенных расчетов можно при $\beta >> 1$ воспользоваться рэлеевой аппроксимацией, т.е. считать, что плотность распределения

$$w_\beta(\tau_в) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\tau_в}{(\tau_{в.ср})^2} e^{-\frac{\pi}{4}\left(\frac{\tau_в}{\tau_{в.ср}}\right)^2}, \tag{2.20}$$

где $\tau_{в.ср}$ – средняя длительность выброса на уровне β.

Вероятность появления выбросов импульсных помех, а также выбросов флуктуационного шума (при $\beta >> 1$) чаще все определяется законом Пуассона (2.15). Для некоторых типов фильтров среднее число выбросов λ помехи в 1 с и средняя длительность выбросов могут быть найдены по следующим формулам [8]:

– идеальный фильтр нижних частот $(0 - \Delta F)$

$$\lambda = \frac{\Delta F}{\sqrt{3}} e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \qquad \tau_{в.ср} = \frac{\sqrt{3} \cdot U(\beta)}{\Delta F e^{-\frac{\beta^2}{2}}};$$

– идеальный полосовой фильтр $\left(-\frac{\Delta F}{2} ... + \frac{\Delta F}{2}\right)$

$$\lambda = 0{,}7 \Delta F \beta e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \qquad \tau_{в.ср} = \frac{1{,}4}{\Delta F \beta};$$

– гауссов фильтр нижних частот ($\Delta F_э$ – эффективная полоса, равная примерно полосе на уровне 0,7)

$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \Delta F \beta e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \qquad \tau_{в.ср} = \frac{1}{2}\sqrt{2\pi}\frac{U(\beta)}{\Delta F_э} e^{-\frac{\beta^2}{2}};$$

– гауссов полосовой фильтр ($\Delta F_э$ – общая эффективная полоса)

$$\lambda = \Delta F_э \beta e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \qquad \tau_{в.ср} = \frac{1}{\Delta F_э \beta};$$

– RC – фильтр нижних частот

$$\lambda = \frac{1}{RC\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \qquad \tau_{в.ср} = \frac{\sqrt{2} \cdot U(\beta)}{e^{-\frac{\beta^2}{2}}} RC.$$

2.3. Виды искажений

Потеря информации может происходить по следующим причинам:

– несовершенство методов преобразования сообщения в сигнал и технического их осуществления;

– несовершенство методов преобразования принимаемого сигнала в сообщение и технической реализации этих методов;

– несовершенство методов передачи и приёма сигналов и технической реализации этих методов;

– особенности распространения сигнала по линии связи;

– недостаточная помехозащищённость сигнала.

Всё эти причины приводят к трём видам искажений: линейным, нелинейным и случайным.

Линейные искажения – это искажения сигнала, не сопровождающиеся появлением новых частотных составляющих в его спектре. Линейные искажения разделяются на частотные (амплитудно–частотные) и фазовые.

Частотные искажения возникают из–за наличия в цепях сосредоточенных и распределённых реактивностей, общее сопротивление которых зависит от частоты, что приводит к неравномерным воспроизведениям амплитуд отдельных гармонических составляющих сигнала.

Фазовые искажения вызываются неодинаковым сдвигом во времени отдельных гармонических составляющих, что приводит к сдвигу начала импульса и искажению его формы. К нелинейным искажениям следует отнести искажения из-за ограничения полосы пропускания.

Нелинейные искажения сопровождаются появлением в спектре сигнала новых гармонических составляющих. Этот вид искажений вызывается наличием нелинейных элементов в аппаратуре.

Случайные искажения вызываются помехами, действующими в канале и аппаратуре связи. Эти помехи вызывают подавление сигнала или создают ложный сигнал. Если в результате действия помех сигнал окажется неподавленным, то могут возникнуть краевые искажения и дробления.

Краевые искажения (рис. 2.6, а) выражаются в искажении импульса, что приводит при восстановлении импульса к изменению его месторасположения.

Краевые искажения подразделяются на искажения преобладания, характеристические и случайные.

Искажения преобладания вызывает увеличение (уменьшение) длительности импульса за счёт паузы (рис. 2.6, б).

Характеристические искажения проявляются в виде искажений формы импульсов и смещений их фронтов под воздействием переходного процесса от предыдущей посылки. Этот вид искажений зависит от АЧХ и ФЧХ.

Дробление. Эти искажения выражаются в дроблении импульса и изменении его полярности как на части импульса, так и на всей его длительности (рис. 2.6, в).

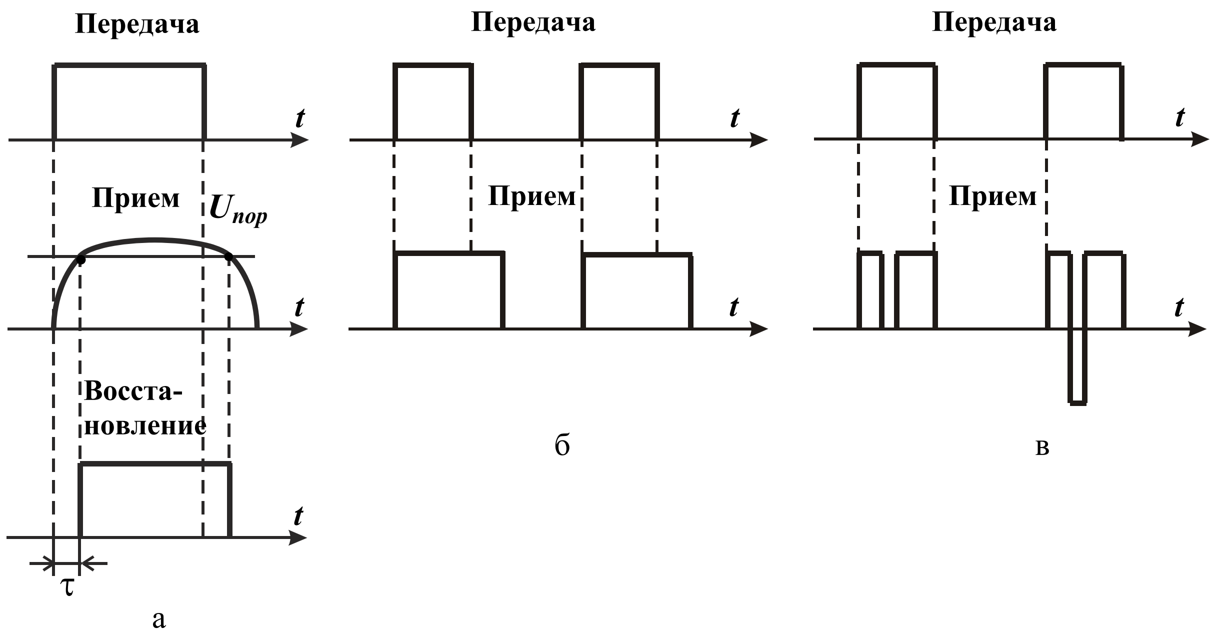


Рис. 2.6. Случайные искажения:
а – краевые; б – преобладания; в – дробления

Искажения по соседнему каналу (переходные искажения) вызываются влиянием смежного канала. Они обусловливаются неидеальностью АЧХ характеристик фильтров.

Перекрёстные искажения. Этот вид искажений вызывается нелинейностью характеристик элементов и узлов общих для всех каналов (усилители, модуляторы и т.д.).

3. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

3.1. Основные понятия

Помехоустойчивостью называют способность системы правильно принимать информацию, несмотря на воздействия помех. Действие помехи проявляется в том, что принятый сигнал (а следовательно, информация) отличается от переданного. Степень соответствия принятой информации переданной называется **достоверностью**. Оценкой достоверности служит вероятность правильного приёма, равная отношению числа правильно принятых символов сообщений (знаков, цифр, элементов) к общему числу переданных символов при достаточно большом числе передаваемых сообщений. Обычно такое отношение подсчитывают за определённый промежуток времени. Иногда пользуются понятием потери достоверности, которую оценивают частостью ошибок:

$$P_{ош} = n_{ош} / n_{общ}, \tag{3.1}$$

где $n_{ош}$ – число неправильно принятых символов сообщений;

$n_{общ}$ – общее число переданных символов сообщения.

3.2. Помехоустойчивость передачи дискретных элементарных сигналов

Для оценки помехоустойчивости дискретных (двоичных) элементарных сигналов используется вероятностный критерий.

Наиболее высокой помехоустойчивостью обладает так называемый идеальный приёмник Котельникова, который обеспечивает при данном способе передачи наилучшую помехоустойчивость, называемую потенциальной.

Потенциальная помехоустойчивость – это предельно допустимая помехоустойчивость, которая может быть обеспечена идеальным приёмником. Теория потенциальной помехоустойчивости развита для флуктуационных помех. Идея построения идеального приёмника заключается в том, что, зная, какие сигналы должны быть переданы, и имея их образцы, он сравнивает полученные сигналы $x(t)$ по очереди с этими образцами [$A_1(t)$ и $A_2(t)$] и, вычисляя энергию разности принятого сигнала и образца (величины I_1 или I_2), относит принятый сигнал к тому сигналу, для которого эта разность минимальна.

$$I_1 = \int_0^{\tau} [x(t) - A_1(t)]^2\, dt, \tag{3.2}$$

$$I_2 = \int_0^{\tau} [x(t) - A_2(t)]^2\, dt. \qquad (3.3)$$

Если $I_2 - I_1 > \beta$, то считаем принятым сигнал $A_1(t)$, а если $I_2 - I_1 < \beta$ – сигнал A_2.

Изменяя величину β, можно регулировать соотношение вероятностей превращения одного сигнала в другой. Структурная схема идеального приёмника Котельникова приведена на рис. 3.1.

Помехоустойчивость идеального приёмника может быть рассчитана по формулам:

$$P_{10} = V\left(\alpha\sqrt{2} - \beta\right), \qquad (3.4)$$

$$P_{01} = V(\beta). \qquad (3.5)$$

Здесь $V(\alpha)$ – табличная ограниченная функция $V(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}\, dz$, значения

которой приведены в прил. 1;

α – величина, характеризующая потенциальную помехоустойчивость,

$$\alpha = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{\int_0^{\tau} \left(A_1(t) - A_2(t)\right)^2 dt}\,; \qquad (3.6)$$

β – параметр, характеризующий пороговые свойства приёмника,

$$\beta = \frac{U_{пор}}{U_{п.ск}}, \qquad (3.7)$$

где σ_0 – удельное напряжение помехи в полосе частот 1 Гц

$$\sigma_0 = \frac{U_{п.ск}}{\sqrt{\Delta F}}, \qquad (3.8)$$

где $U_{пор}$ – пороговое значение сигнала;

$U_{п.ск}$ – среднеквадратическое значение напряжения помехи;

ΔF – полоса пропускания приёмника.

При симметричном канале, когда вероятность подавления команды и образования ложной одинаковы, $\beta = \alpha / \sqrt{2}$ и

$$P_{01} = P_{10} = P_1 = V\left(\alpha / \sqrt{2}\right). \qquad (3.9)$$

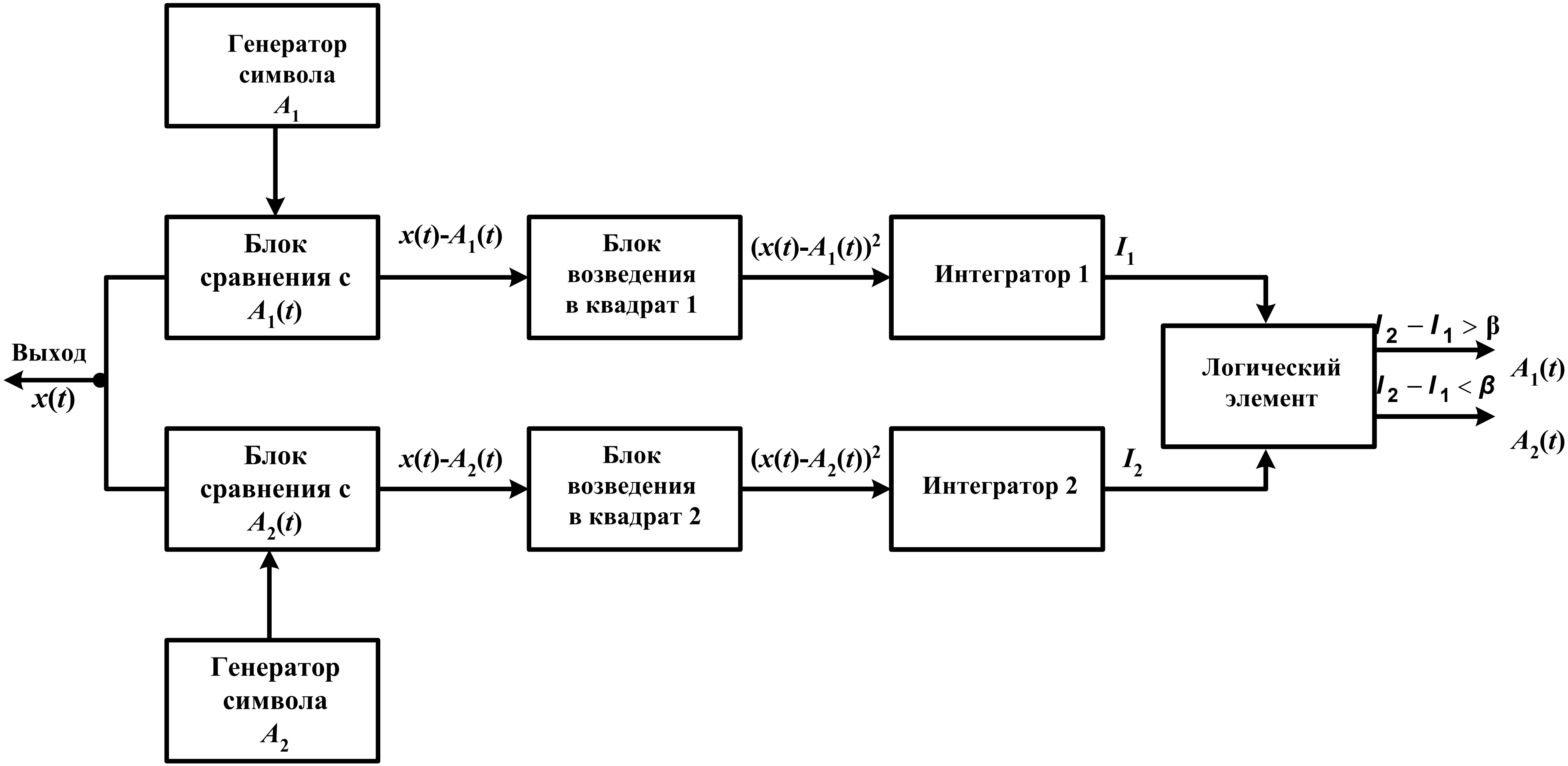


Рис. 3.1. Структурная схема идеального приёмника Котельникова

Определим значение α для некоторых частных случаев.

Передача двух дискретных сообщений видеоимпульсами с пассивной паузой, т.е. $A_2(t)=0$ (рис. 3.2, а).

$$\alpha^2 = \frac{1}{P_0}\int_0^{\tau}\left(U_c(t)-0\right)^2 dt = \frac{U_c^2\tau}{P_0}, \qquad (3.10)$$

где P_0 – удельная мощность помехи в полосе 1 Гц $P_0 = \sigma_0^2$.

Как видно из (3.10), α, а значит, и помехоустойчивость зависит только от энергии сигнала и не зависит от его формы. В частности, это означает, что передача «1» одиночным импульсом эквивалентна передаче кодовой группой, если энергия одного импульса равна энергии группы.

Передача двух дискретных сообщений радиоимпульсами с прямоугольной огибающей и пассивной паузой (рис. 3.2, б). В этом случае $A_1(t)=U_c \sin\omega_1 t$, а $A_2(t)=0$.

Подставляя в (3.6) и производя интегрирование, получим, что при $2\omega_1 >> 2\pi/\tau$

$$\alpha^2 = \frac{1}{P_o}\int_0^{\tau}\left(U_c \sin\omega_1 t - 0\right)^2 dt = \frac{U_c^2\tau}{2P_o}. \qquad (3.11)$$

Таким образом, заполнение видеоимпульса частотой не повышает его помехоустойчивость, а при той же амплитуде и длительности снижает её.

Рассмотрим теперь потенциальную помехоустойчивость передачи двух дискретных сообщений с активной паузой. Активная пауза означает, что если сигнал $A_1(t)$ не посылается, то в линию поступает другой сигнал $A_2(t)$, отличный от нуля. Рассмотрим несколько случаев.

Частотная манипуляция. Передача осуществляется радиоимпульсами на разнесённых частотах f_1 и f_2 (рис. 3.2, в). Помехоустойчивость характеризуется величиной

$$\alpha^2 = \frac{1}{P_{ош}}\int_0^{\tau}(U_c \sin\omega_1 t - U_c \sin\omega_2 t)^2 dt =$$

$$= \frac{1}{P_{ош}}\int_0^{\tau} U_c^2\left(\sin^2\omega_1 t - \sin(\omega_2 \pm \omega_1)t + \sin^2\omega_2 t\right)dt.$$

При $2\omega_1 >> 2\pi/\tau$, $\omega_2 \pm \omega_1 >> 2\pi/\tau$ и $2\omega_2 >> 2\pi/\tau$, что имеет место в реальных условиях, получим

$$\alpha^2 = \frac{U_c^2\tau}{P_o}. \qquad (3.12)$$

При одинаковом динамическом диапазоне помехоустойчивость такой передачи эквивалентна помехоустойчивости при передаче видеоимпульсами с пассивной паузой (3.10).

Полярная манипуляция. Передача осуществляется разнополярными прямоугольными импульсами длительностью τ (рис. 3.2, г), т.е. $A_1(t) = -A_2(t)$. Подставив значение в (3.6), получим

$$\alpha^2 = \frac{1}{P_o}\int_0^{\tau}\left(U_c(t)+U_c(t)\right)^2 dt = \frac{1}{P_o}\int_0^{\tau}\left(2U_c(t)\right)^2 dt = \frac{4U_c^2}{P_o}. \qquad (3.13)$$

Из сравнения выражений (3.10) и (3.13) следует, что помехоустойчивость при передаче разнополярными импульсами в два раза выше, чем при передаче видеоимпульсами с пассивной паузой.

Фазовая манипуляция. Передача осуществляется поочерёдно радиоимпульсами с одной и той же частотой, но с фазами, отличающимися на 180° (рис. 3.2, д), т.е. $A_1(t) = U_c \sin\omega_1 t$, а $A_2(t) = U_c \sin(\omega_1 t + \pi)$.

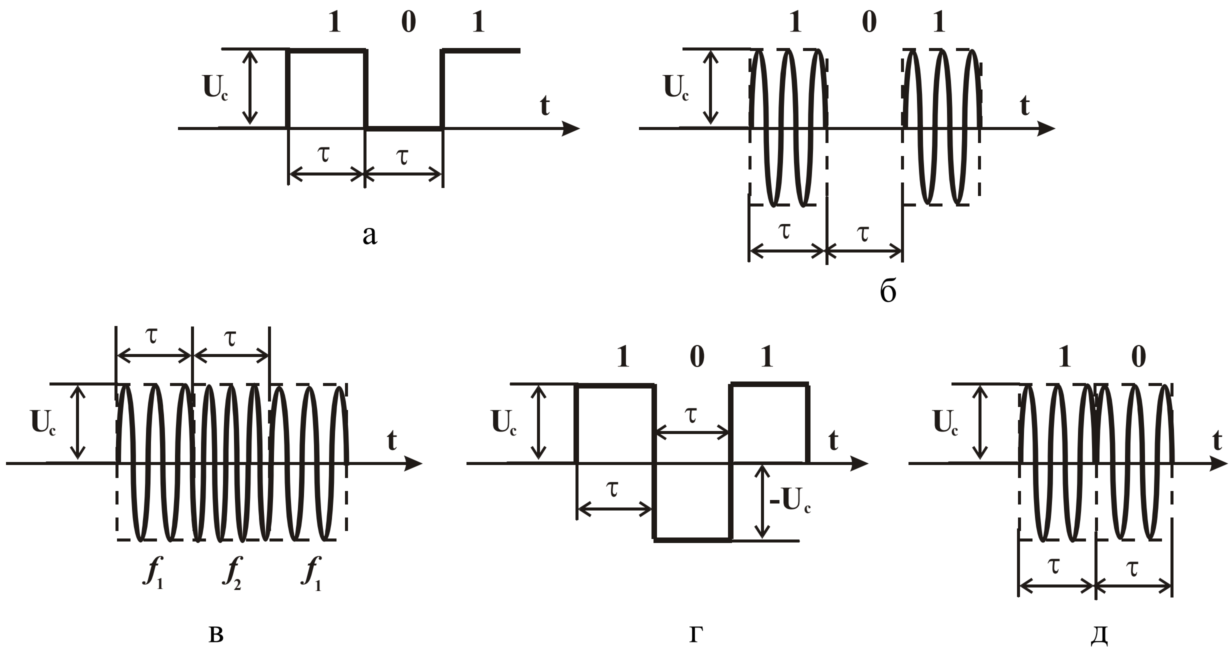


Рис. 3.2. Передача двух дискретных сообщений:
а – видеоимпульсами; б – радиоимпульсами; в – методом частотной манипуляции;
г – с применением полярной манипуляции; д – с применением фазовой манипуляции

Подставляя в (3.6) и учитывая, что $2\omega_1 >> 2\pi/\tau$, получим

$$\alpha^2 = \frac{1}{P_o}\int_0^{\tau}\left(U_c \sin\omega_1 t - U_c \sin(\omega_1 t + \pi)\right)^2 dt =$$

$$= \frac{1}{P_o}\int_0^{\tau}\left(U_c \sin\omega_1 t + U_c \sin\omega_1 t\right)^2 dt = \frac{1}{P_o}\int_0^{\tau}\left(2U_c \sin\omega_1 t\right)^2 dt = \frac{2U_c^2\tau}{P_o}.$$

Сравнение выражений (3.10) и (3.14) показывает, что введение фазовой манипуляции приводит к улучшению помехоустойчивости.

Если сравнить дискретные методы манипуляции, то окажется, что самой помехоустойчивой является фазовая манипуляция.

Описанная помехоустойчивость элементарных сигналов предполагает наличие идеального приёмника, для реализации которого требуется знание фазы несущей частоты и амплитуды сигнала, а также наличие синхронизации начала приёма сигнала.

3.3. Приём с зоной стирания

В приёмнике Котельникова может быть реализован приём с зоной стирания (зоной неопределённости). Такой способ применяется для обнаружения ошибок. Зона стирания задаётся с помощью двух порогов β_1 и β_2, таких что приёмник фиксирует «0», если $I_1 - I_2 > \beta_1$, фиксирует «1», если $I_2 - I_1 > \beta_2$, и фиксирует «неопределённость» X, если $-\beta_2 < I_1 - I_2 < \beta_1$. Вероятность трансформации в таком приёмнике при $\beta_2 = \beta_1$ может быть определена по формулам работы [9]:

$$P_{01} = P_{10} = V(\alpha + \beta),$$

$$P_{0x} = P_{1x} = V(\alpha - \beta) - V(\alpha + \beta). \tag{3.15}$$

Вероятность правильного приёма равна:

$$P_{прав} = 1 - V(\alpha - \beta). \tag{3.16}$$

Для выполнения условий, при которых справедливы полученные в подразд. 3.2 и 3.3 формулы для идеального приёмника, предполагается, что известны время прихода элементарного сигнала, значение фазы несущей частоты и амплитуды сигнала, но на практике это не всегда выполняется.

Пример 3.1. Команда телеуправления длительностью $\tau = 20$ мс передаётся на линию связи методом амплитудной манипуляции. Напряжение флуктационных помех $U_{п.ск} = 0{,}02$ В, напряжение сигнала $U_c = 0{,}1$ В. Определить вероятность подавления и воспроизведения ложной команды.

Решение. Для передачи радиоимпульса длительностью $\tau = 20$ мс необходима полоса частот $\Delta F = 2/\tau = 2 \cdot 10^3/20 = 100$ Гц. В соответствии с (3.8) $\sigma_0 = 0{,}02/\sqrt{100} = 0{,}002$ В/Гц. Согласно (3.11) $\alpha = 0{,}1\sqrt{0{,}02}/\left(0{,}002\sqrt{2}\right) = 5{,}01$. Примем, что $U_{пор} = 0{,}7U_c = 0{,}07$ В, тогда $\beta = 0{,}07/0{,}02 = 3{,}5$. По выражению (3.4) $P_{10} = V(1{,}41 \cdot 5{,}01 - 3{,}5) = V(3{,}564)$; по выражению (3.5) $P_{01} = V(3{,}5)$. По таблице приложения находим $P_{10} = 1{,}85 \cdot 10^{-4}; P_{01} = 2{,}326 \cdot 10^{-4}$.

Для симметричного канала согласно (3.9)

$$P_{01}=P_{10}=P_1=V\left(\alpha/\sqrt{2}\right)=V(5{,}01/1{,}41)=V(3{,}55)=1{,}926\cdot10^{-4}.$$

Пример 3.2. Команда телеуправления длительностью $\tau=20$ мс передаётся на линию связи методом частотной манипуляции. Напряжение флуктуационной помехи $U_{п.ск}=0{,}02$ В, пороговое напряжение приёмника $U_{пор}=0{,}7U_c$. Выбрать такую амплитуду сигнала, чтобы вероятность подавления команды P_{10} была не больше чем 10^{-14}, а возникновение ложной команды – $P_{01}\le10^{-7}$.

Решение. Задаёмся U_c = 0,1 В. Для передачи частотно-манипулированного сигнала длительностью $\tau=20$ мс необходима полоса частот $\Delta F=2/\tau=$ $=2\cdot10^3/20=100$ Гц. В соответствии с (3.8) $\sigma_0=0{,}02/\sqrt{100}=0{,}002$. Согласно (3.12) $\alpha=0{,}1\sqrt{0{,}02}/0{,}002=7$, а согласно (3.7) $\beta=0{,}7\cdot0{,}1/0{,}02=3{,}5$. Если канал несимметричный, то расчёт вероятностей P_{10} и P_{01} ведём по формулам (3.4) и (3.5). Тогда по (3.4) найдём $P_{10}=V\left(7\sqrt{2}-3{,}5\right)=V(6{,}4)$, а по (3.5) найдём P_{01} = V(3,5). По таблице приложения находим, что P_{10} = 7,769·10^{-11}, а P_{01} = = 2,326·10^{-4}. Таким образом, выбранное значение сигнала $U_С$ = 0,1 В не удовлетворяет поставленным условиям. Выберем $U_С$ = 0,15 В и сделаем перерасчёт. Оказывается, что в этом случае P_{10} = V(9,7) = 1,507·10^{-22}, а P_{01} = V(5,25) = = 7,605·10^{-8}, т.е. условие задачи выполнено.

Если канал симметричный, то согласно (3.9) при $U_С$ = 0,1 В, P_{01} = P_{10} = $=P_1=V(4{,}96)=3{,}525\cdot10^{-7}$, что по вероятности подавления команды делает систему не удовлетворяющей требованиям задачи. Дополнительные расчёты показывают, что при $U_С$ = 0,17 В P_{01} = P_{10} = P_1 = V(8,43) = 1,728·10^{-17} условие задачи выполняется.

3.4. Помехоустойчивость двоичных неизбыточных кодов

Кодовые комбинации состоят из условных единиц и нулей. При искажениях в кодовых комбинациях 1 может быть подавлена помехой и перейти в 0. Это означает, что сигнал 1 трансформировался в 0. Вероятность перехода $1\to0$ обозначается как P_{10} (вероятность трансформации 1 в 0). Вероятность ложного сигнала, т.е. перехода 0 в 1, возможна, если помеха возникает при отсутствии сигнала, т.е. когда посланный 0 трансформируется в 1 и обозначается P_{01}.

Таким образом, возможны два варианта передачи:

– правильная передача – при этом 1 переходит в 1, т.е. $(1\to1)$, а 0 переходит в 0, т.е. $(0\to0)$ или $P(1\to1)=P_{11}$ и $P(0\to0)=P_{00}$;

– неправильная передача – при этом 1 переходит в 0, т.е. $(1\to0)$, или 0 переходит в 1, т.е. $(0\to1)$, или $P(1\to0)=P_{10}$ и $P(0\to1)=P_{01}$.

Вероятность правильной и неправильной передачи 1 и соответственно 0 определяется в соответствии с теоремой о полной группе событий

$$P_{11} + P_{01} = 1, \qquad (3.17)$$

$$P_{00} + P_{01} = 1. \qquad (3.18)$$

Если $P_{10} = P_{01}$, то образуется симметричный канал, т.е. в симметричном канале P_{10} и P_{01} равны между собой.

При проектировании эти вероятности задаются:

– если состояние канала хорошее, то $P = 10^{-3}...10^{-4}$,

– если плохое, то $P = 10^{-1}...10^{-2}$ или определяются при испытаниях.

При передаче двоичными неизбыточными кодами возможно два случая:

– передача без ошибок, т.е. все сообщения переданы правильно и оцениваются вероятностью правильного приёма $P_{пр}$;

– передача с искажениями хотя бы одного элемента, которая оценивается вероятностью ошибки $P_{ош}$.

Вероятности $P_{пр}$ и $P_{ош}$ образуют полную группу сообщений, т.е.

$$P_{пр} + P_{ош} = 1. \qquad (3.19)$$

При расчётах $P_{пр}$ и $P_{ош}$ придерживаются следующих положений из теории вероятностей:

– если в двоичном канале заданы вероятности двух переходов, то вероятности двух других переходов могут быть найдены на основе теоремы о полной группе событий (3.17) и (3.18);

– вероятность того, что одна комбинация перейдёт в другую, равна произведению вероятностей переходов каждого символа.

Например, передана комбинация 11001. Под воздействием помех эта комбинация исказится так, что будет вместо неё принята комбинация 10011.

Определим, какова вероятность трансформации первой кодовой комбинации во вторую, если P_{10} и P_{01} известны.

Для такой трансформации необходимо, чтобы во втором элементарном сигнале произошла ошибка типа 1 $\rightarrow$ 0, а в четвёртом 0 $\rightarrow$ 1. Все остальные элементы должны быть приняты верно. Согласно теореме умножения

$$P_{тр} = P_{11} \cdot P_{10} \cdot P_{00} \cdot P_{01} \cdot P_{11}.$$

Учитывая, что $P_{11} = 1 - P_{10}$ и $P_{00} = 1 - P_{01}$, получим

$$P_{тр} = (1 - P_{10})^2 \cdot (1 - P_{01}) \cdot P_{01} \cdot P_{10}.$$

Таким образом может быть определён любой член матрицы вероятностей трансформации.

$$P_{ij} = P_{01}^{a} \cdot P_{10}^{b} \cdot (1 - P_{10})^{c} \cdot (1 - P_{01})^{d}, \qquad (3.20)$$

где a – число трансформации вида 0→1;
b – число трансформации вида 1→0;
c – число совпадающих единиц;
d – число совпадающих нулей;
$a+b+c+d$ – число разрядов кодовой комбинации.

Определим условную вероятность правильной передачи. Для правильной передачи кодовой комбинации необходимо, чтобы были правильно переданы все её элементы.

Пусть комбинация состоит из l нулей и m единиц. Тогда

$$P_{ij} = P_{np} = P_{00}^{l} \cdot P_{11}^{m} = (1 - P_{01})^{l} \cdot (1 - P_{10})^{m}. \qquad (3.21)$$

В частном случае для симметричного канала, когда $P_{10} = P_{01} = P_1$,

$$P_{np} = (1 - P_1)^{n}, \approx 1 - nP_1 \text{ при } nP_1 << 1, \qquad (3.22)$$

где n – число элементарных сигналов;
P_1 – вероятность ошибочной передачи одного элементарного сигнала.

Вероятность любой ошибки при передачи i–й комбинации равна

$$P_{ош\,i} = \sum_{j=i} P_{ij} = 1 - P_{np}.$$

Для симметричного канала

$$P_{ош\,i} = 1 - (1 - P_1)^{n}, \approx 1 - nP_1 \text{ при } nP_1 << 1. \qquad (3.23)$$

Если имеется M сообщений, то вероятность трансформации любого i-го сообщения в любое j-е сообщение, где $i \neq j$, определяется выражением

$$P_{mpi} = \sum_{j}^{M} P_{mpi \to j}. \qquad (3.24)$$

Для оценки помехоустойчивости необходимо знать вероятности передачи каждого сообщения $P_1, P_2, ..., P_m$ и все условные вероятности трансформации одних сообщений в другие P_{ij}, задаваемые обычно в виде матрицы вероятностей трансформации.

$$\begin{Vmatrix} P_{00} & P_{01} & .... & P_{0m-1} \\ P_{10} & P_{11} & .... & P_{1m-1} \\ .... & .... & .... & .... \\ P_{m-1.0} & P_{m-1.1} & .... & P_{m-1}P_{m-1} \end{Vmatrix}. \tag{3.25}$$

Вероятность возникновения ошибки при передаче i–го сообщения равна

$$P_{ош\, i} = \sum_{j(j\neq 1)} P_{ij} \, . \tag{3.26}$$

Средняя вероятность ошибки за такт (время, в течение которого осуществляется передача всех сообщений) найдётся усреднением условных вероятностей ошибки по всем сообщениям с учётом вероятности их передачи

$$\overline{P_{ош}} = \sum_i P_i \sum_{j(j\neq 1)} P_{ij} \, . \tag{3.27}$$

Пример 3.3. Найти вероятность возникновения двух или трёх ошибок при передаче кодовой комбинации $A-1111$, если $P_{10}=10^{-3}$ и $P_{01}=10^{-4}$.

Решение. При двух ошибках возможно $C_4^2=\dfrac{4\cdot 3}{1\cdot 2}=6$ типов искажений: $Б-1001, В-1100, Г-0110, Д-0011, Е-1010, Ж-0101$.

Тогда вероятность возникновения двух ошибок $P(2)=P(A\to Б)+P(A\to В)+$ $+P(A\to Г)+P(A\to Д)+P(A\to Е)+P(A\to Ж)=P_{11}P_{10}P_{10}P_{11}+P_{11}P_{11}P_{10}P_{10}+P_{10}\times$ $\times P_{11}P_{11}P_{10}+P_{10}P_{10}P_{11}P_{11}+P_{11}P_{10}P_{11}P_{10}+P_{11}P_{10}P_{11}P_{10}P_{11}=6\ P_{11}P_{11}P_{10}P_{10}=$ $=6\,P_{11}{}^2P_{10}{}^2=6(1-P_{10})^2P_{10}{}^2\approx 6\cdot 10^{-6}$.

При трёх ошибках возможно $C_4^3=\dfrac{4\cdot 3\cdot 2}{1\cdot 2\cdot 3}=4$ типа искажений: $З$-1000, $И-0100, К-0010, Л-0001$.

Тогда вероятность возникновения трёх ошибок $P(З)=P(A\to З)+P(A\to И)+$ $+P(A\to К)+P(A\to Л)=4(1-P_{10})P_{10}^3\approx 4\cdot 10^{-9}\left(1-10^{-3}\right)\approx 4\cdot 10^{-9}$.

Таким образом, вероятность возникновения трёх ошибок существенно меньше вероятности возникновения двух ошибок.

Пример 3.4. Определить вероятность правильного приёма и вероятность любой ошибки в простом двоичном коде с $n=5$ при передаче по симметричному каналу с $P_1=10^{-3}$.

Решение. В соответствии с выражением (3.22) вероятность правильного приёма $P_{пр}=(1-P_1)^n\approx 1-5P_1=1-5\cdot 10^{-3}=0{,}995$.

Вероятность возникновения любой из ошибок согласно (3.23)

$$P_{ош}=1-(1-P_1)^n\approx nP_1=5\cdot 10^{-3}.$$

3.5. Помехоустойчивость кодов с обнаружением ошибок

В кодах с обнаружением ошибок (с защитой) требуется обычно определить условную вероятность возникновения необнаруженной ошибки $P_{i\,н.ош}$ и условную вероятность возникновения обнаруженной ошибки $P_{i\,о.ош}$ при передаче конкретной i–й комбинации или средние вероятности этих ошибок по всем кодовым комбинациям $P_{н.ош}$ и $P_{о.ош}$. Обнаруживать ошибки позволяют избыточные коды, в которых все возможные комбинации разделены на разрешённые и запрещённые. Условная вероятность появления обнаруженной ошибки – это вероятность трансформации переданной i–й комбинации в одну из запрещённых комбинаций. Если перенумеровать разрешённые кодовые комбинации через $1,2,...,m$, а запрещённые – через $(m+1),\ (m+2),\ldots,N$, то условная вероятность возникновения обнаруженной ошибки равна:

$$P_{i\,о.ош} = \sum_{j=m+1}^{N} P_{ij}\,. \tag{3.28}$$

Условная вероятность возникновения необнаруженной ошибки равна

$$P_{i\,н.ош} = \sum_{j=1(j\neq i)}^{N} P_{ij}\,. \tag{3.29}$$

Вероятности правильного приёма $P_{пр}$, возникновения обнаруженной ошибки $P_{о.ош}$ и возникновения необнаруженной ошибки $P_{н.ош}$ образуют полную группу событий, т.е.

$$P_{прав} + P_{о.ош} + P_{н.ош} = 1. \tag{3.30}$$

Для оценки помехоустойчивости достаточно знать хотя бы значение двух вероятностей, так как третья находится на основе теоремы о полной группе событий.

Симметричный канал является частным случаем несимметричного канала, а поэтому принципиально расчёт трансформации для симметричного канала можно производить так же, как и для несимметричного, по выражениям (3.28) и (3.29). Однако для симметричного канала имеются более простые методы расчёта трансформации. Вводится понятие вектора ошибки и определяется вероятность его возникновения. Например, переданная комбинация 01010 была искажена и принята как 10110. Складывая обе комбинации по модулю 2, мы получаем вектор ошибки 11100. Отсутствию ошибок соответствует вектор ошибки, состоящий из одних нулей. Вероятность возникновения такого вектора равна вероятности правильного приёма

$$P_{прав} = P(0000...0) = (1-P_1)^n, \tag{3.31}$$

где P_1 – вероятность ошибочного приёма одного символа;

n – разрядность кода.

Вероятность того, что в i–м разряде возникла ошибка, а все остальные символы приняты верно:

$$P_1(1-P_1)^{n-1}.$$

Такая ошибка может возникнуть в любом из n символов. В итоге возникает n различных векторов с одной единицей или можно записать, что таких векторов будет C_n^1. Вероятность возникновения любого вектора с одной единицей равна сумме вероятностей возникновения всех этих векторов, т.е.

$$P(1)=C_n^1 P_1^1 (1-P_1)^{n-1}.$$

По аналогии можно записать для вероятности возникновения двух ошибок:

$$P(2)=C_n^2 P_1^2 (1-P_1)^{n-2},$$

и в общем случае вероятность возникновения k ошибок ($k<n$)

$$P(k)=C_n^k P_1^k (1-P_1)^{n-k}. \tag{3.32}$$

Выражение (3.32) носит название формулы Бернулли и позволяет определить вероятность возникновения искажения кратностью k при известной вероятности искажения элементарного сигнала.

Тогда вероятность появления обнаруженных ошибок определяется выражением

$$P_{о.ош}=\sum_{k=1}^{l} P(k), \tag{3.33}$$

где l – наибольшая кратность обнаруживаемых ошибок.

Вероятность ошибочного приёма определяется выражением

$$P_{н.ош}=\sum_{k=1}^{r} P(k), \tag{3.34}$$

где r – наибольшая кратность не обнаруживаемых ошибок.

Пользуясь выражением (3.32), определим условную вероятность возникновения необнаруженной ошибки $P_{н.ош}$ для некоторых кодов, рассмотренных в подразд. 2.2 [5].

3.5.1. Код с проверкой на чётность (нечётность). В таком коде обнаруживаются все одиночные ошибки нечётной кратности с вероятностью

$$P_{о.ош} = P(1) + P(3) + P(5) + ... = C_n^1 P_1^1 (1-P_1)^{n-1} + C_n^3 P_1^3 (1-P_1)^{n-3} +$$
$$+ C_n^5 P_1^5 (1-P_1)^{n-5} + ... = \sum_{i=1}^{E(\frac{n}{2})+1} C_n^{2i-1} P_1^{2i-1} (1-P_1)^{n-2i+1}, \qquad (3.35)$$

где E – целая часть числа, стоящего в скобках.

Все чётные ошибки не обнаруживаются и образуют ложный приём с вероятностью

$$P_{н.ош} = P(2) + P(4) + P(6) + ... = \sum_{i=1}^{E(\frac{n}{2})} C_n^{2i} P_1^{2i} (1-P_1)^{n-2i}. \qquad (3.36)$$

Вероятность правильного приёма в соответствии с выражением (3.31) будет

$$P_{прав} = (1-P_1)^n. \qquad (3.37)$$

3.5.2. Код с постоянным весом. Необнаруженная ошибка имеет место, если произошло искажение типа «смещения», тогда вероятность ошибочного приёма в коде C_n^m

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{m} C_m^i C_{n-m}^i P_1^{2i} (1-P_1)^{n-2i}. \qquad (3.38)$$

Вероятность правильного приёма

$$P_{прав} = (1-P_1)^n. \qquad (3.39)$$

Тогда вероятность появления обнаруживаемых ошибок можно определить из (3.30) и она будет

$$P_{о.ош} = 1 - (1-P_1)^n - \sum_{i=1}^{m} C_m^i C_{n-m}^i P_1^{2i} (1-P_1)^{n-2i}. \qquad (3.40)$$

3.5.3. Код с повторением. Рассмотрим случай, когда общее число элементов удваивается (n=2n_0). Такой код не обнаруживает ошибок, возникающих в сравниваемых при приёме разрядах двух частей кода. Вероятность ошибочного приёма в данном коде

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{n/2} C_{n/2}^i P_1^{2i} (1-P_1)^{n-2i}. \qquad (3.41)$$

Вероятность правильного приёма будет

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n = (1 - P_1)^{2n_0}. \quad (3.42)$$

Тогда вероятность появления обнаруживаемых ошибок

$$P_{о.ош} = 1 - (1 - P_1)^n - \sum_{i=1}^{n/2} C_{n/2}^{i} P_1^{2i} (1 - P_1)^{n-2i}. \quad (3.43)$$

3.5.4. Инверсный код. Он позволяет обнаруживать ошибки любой кратности за исключением таких, когда искажены два информационных символа и соответствующие им два контрольных, четыре информационных и соответствующие им четыре контрольных и т.д. Таким образом, вероятность ошибочного приёма

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{n/4} C_{n/2}^{2i} P_1^{4i} (1 - P_1)^{n-4i}. \quad (3.44)$$

Вероятность правильного приёма будет

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n. \quad (3.45)$$

Вероятность возникновения обнаруживаемых ошибок в соответствии с выражением (3.30) будет

$$P_{о.ош} = 1 - (1 - P_1)^n - \sum_{i=1}^{n/4} C_{n/2}^{2i} P_1^{4i} (1 - P_1)^{n-4i}. \quad (3.46)$$

3.5.5. Корреляционный код. Не обнаруживаемая ошибка будет иметь место в том случае, если будут искажены два рядом стоящих элемента, соответствующих одному элементу исходного кода. Тогда вероятность ошибочного приёма будет определяться выражением

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{n/2} C_{n/2}^{i} P_1^{2i} (1 - P_1)^{n-2i}. \quad (3.47)$$

Вероятность правильного приёма будет

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n. \quad (3.48)$$

Тогда вероятность появления обнаруживаемых ошибок

$$P_{о.ош} = 1 - P_{н.ош} - P_{прав.}. \quad (3.49)$$

Пример 3.5. Найти вероятность возникновения обнаруженных и необнаруженных ошибок в коде C_3^1, если P_{10}=10^{-3}, а P_{01}=10^{-4}.

Решение. Код C_3^1 состоит из трёх комбинаций: *А*–100, *Б*–010, *В*–001. Это так называемые разрешённые кодовые комбинации, поскольку в каждой из них содержится по одной единице. Пусть в канал связи передаётся комбинация *А*–100. В результате воздействия помех она может трансформироваться в одну из трёх разрядных комбинаций, показанных на рис. 3.3.

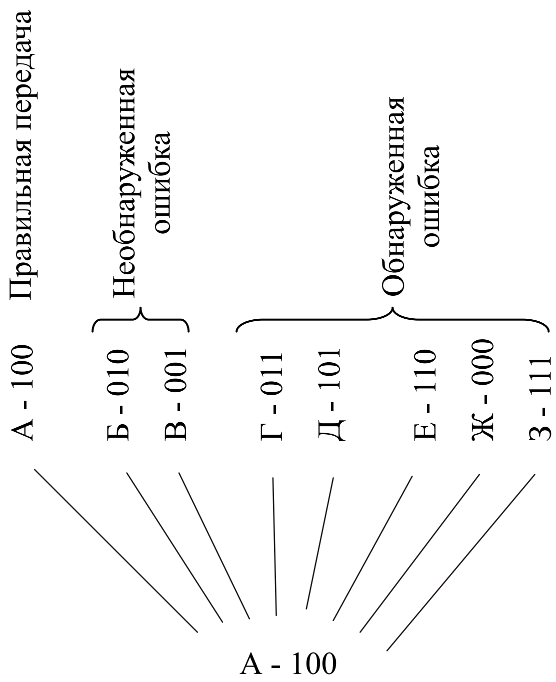


Рис. 3.3. Граф трансформаций кодовой комбинации при передаче по каналу связи

Как следует из рис. 3.3, вероятность возникновения необнаруженной ошибки согласно (3.29) будет определяться суммой вероятностей переходов

$$P_{н.ош} = P(A \to Б) + P(A \to B) = 2P_{10}P_{01}(1 - P_{01}).$$

Вероятность возникновения обнаруженной ошибки согласно (3.28) равна вероятности перехода в одну из запрещённых кодовых комбинаций:

$$P_{о.ош} = P(A \to Г) + P(A \to Д) + P(A \to Е) + P(A \to Ж) + P(A \to З) =$$
$$= P_{10}P_{01}{}^2 + 2P_{01}(1 - P_{01})(1 - P_{10}) + P_{10}(1 - P_{01})^2 + P_{01}{}^2(1 - P_{10}).$$

Подставляя значения вероятностей P_{10} и P_{01}, найдём $P_{н.ош}$=10^{-7} и $P_{о.ош}$=$1{,}2 \cdot 10^{-3}$.

Из примера вытекает, что вероятность возникновения необнаруженной ошибки значительно меньше вероятности возникновения обнаруженной ошибки. Если аналогичные расчёты проделать для другой комбинации C_3^1, то получится тот же результат.

Пример 3.6. Определить вероятности возникновения обнаруженных, необнаруженных ошибок и правильного приёма кодовых комбинаций в коде C_3^1, если канал симметричный с P_1=10^{-3}.

Решение. В соответствии с выражением (3.38)

$$P_{н.ош} = C_1^1 C_{3-1}^1 P_1^2 (1-P_1)^1 = 2\cdot(10^{-3})^2(1-10^{-3}) \approx 2\cdot 10^{-6}.$$

Вероятность правильного приёма найдём из выражения (3.39):

$$P_{прав} = (1-P_1)^3 = (1-0{,}001)^3 \approx 0{,}997.$$

Вероятность обнаруженной ошибки найдём из выражения (3.40)

$$P_{о.ош} = 1 - 0{,}997 - 2\cdot 10^{-6} = 2{,}998\cdot 10^{-3}.$$

Пример 3.7. Определить вероятность возникновения обнаруженных и необнаруженных ошибок в коде с защитой на чётность длиной n = 5. Канал симметричный с $P_1 = 2\cdot 10^{-2}$.

Решение. Вероятность обнаружения ошибок найдём из выражения (3.35):

$$P_{о.ош} = C_5^1 P_1^1 (1-P_1)^4 + C_5^3 P_1^3 (1-P_1)^2 + C_5^5 P_1^5 (1-P_1)^0 \approx 10^{-2}.$$

Вероятность возникновения необнаруженных ошибок согласно (3.36)

$$P_{н.ош} = P(2) + P(4) = C_5^2 P_1^2 (1-P_1)^3 + C_5^4 P_1^4 (1-P_1) \approx 4\cdot 10^{-5}.$$

3.6. Помехоустойчивость кодов с обнаружением и исправлением ошибок

Для данных кодов вероятность правильного приёма $P^*_{прав}$, возникновение обнаруженной ошибки $P_{о.ош}$, возникновение необнаруженной ошибки $P_{н.ош}$ и исправления $P_{исп}$ составляют полную группу событий, т.е.

$$P^*_{прав} + P_{исп} + P_{о.ош} + P_{н.ош} = 1. \qquad (3.50)$$

Полная вероятность правильного приёма включает в себя и вероятность исправления

$$P_{прав} = P_{пр}^{*} + P_{исп}. \qquad (3.51)$$

Используя формулу Бернулли, определим указанные вероятности для следующих кодов.

3.6.1. Итеративный код. Рассмотрим блок, содержащий m строк и n столбцов, которые включают в себя строку и столбец защиты по паритету (кодом с проверкой на чётность или нечётность). Данный код имеет кодовое расстояние $d = 4$ и позволяет исправлять одиночные ошибки. Тогда согласно (3.51) полная вероятность правильного приёма будет

$$P_{прав} = (1 - P_1)^{n+m} + C_{n+m}^{1} P_1^{1} (1 - P_1)^{n+m-1}. \qquad (3.52)$$

Ложный приём в итеративном коде обусловливается искажениями, приводящими к появлению чётных ошибок одновременно в строках и столбцах. Так, вероятность ложного приёма из-за четырёхкратных ошибок

$$P_{н.ош} = C_n^2 C_m^2 P_1^4 (1 - P_1)^{n+m-4}. \qquad (3.53)$$

Пример 3.8. По каналу связи с вероятностью искажения элементарной посылки $P_1 = 10^{-2}$ передается защищаемый интеративным кодом блок информации, содержащий 16 кодовых слов по 8 элементов в каждом. Определить вероятности исправления одиночных ошибок, правильного приема, появления необнаруженных и обнаруженных ошибок (ошибки кратности более четырех не учитывать).

Решение. Вероятность правильного приема

$$P_{прав}^{*} = \left(1 - P_1\right)^{n+m} = \left(1 - 10^{-2}\right)^{24} = 0{,}99^{24} = 0{,}779.$$

Определим вероятность исправления из выражения

$$P_{исп} = C_n^1 + mP_1^1 \left(1 - P_1\right)^{n+m-1} = C_{16+8}^{1} \cdot 10^{-2} (1 - 10^{-2})^{23} = 0{,}190.$$

Полная вероятность правильного приема $P_{прав} = P_{прав}^{*} + P_{исп} = 0{,}969.$

По выражению (3.53) находим вероятность ошибочного приема

$$P_{н.ош} = C_{16}^2 C_8^2 \cdot 10^{-8} (1 - 10^{-2})^{20} = 120 \cdot 28 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}99^{20} = 0{,}273 \cdot 10^{-4}.$$

Вероятность появления обнаруженных ошибок найдем из (3.50)

$$P_{о.ош} = 1 - P_{прав} - P_{н.ош} = 1 - 0{,}969 - 0{,}273 \cdot 10^{-4} = 0{,}031.$$

3.6.2. Код Хэмминга с d = 4. Данный код позволяет исправлять одиночные и обнаруживать двоичные ошибки.

Полная вероятность правильного приема определяется выражением

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n + C_n^1 P_1^1 (1 - P_1)^{n-1}. \qquad (3.54)$$

Ошибочный прием при d = 4 обусловлен ошибкой кратности, большей двух, и оценивается вероятностью

$$P_{н.ош} = \sum_{i=3}^{n} C_n^i P_1^i (1 - P_1)^{n-i}. \qquad (3.55)$$

Вероятность возникновения обнаруженной ошибки

$$P_{о.ош} = C_n^2 P_1^2 (1 - P_1)^{n-2}. \qquad (3.56)$$

Пример 3.9. Оценить достоверность передачи сообщений, закодированных в коде Хэмминга (8,4) с $d = 4$, по каналу связи с вероятностью искажения элементарного символа $P_1 = 5 \cdot 10^{-2}$.

Решение. Определим вероятность возникновения обнаруженной ошибки из (3.56)

$$P_{о.ош} = C_8^2 P_1^2 (1 - P_1)^6 = 28 \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^2 = 0{,}063175.$$

По формуле (3.55) определим вероятность ошибочного приема (учитываем искажения, кратные трем и четырем)

$$P_{н.ош} = C_8^3 P_1^3 (1 - P_1)^5 + C_8^4 P_1^4 (1 - P_1)^4 =$$
$$= 56 \cdot 0{,}05^3 \cdot 0{,}95^5 + 70 \cdot 0{,}05^4 \cdot 0{,}95^4 = 5{,}7 \cdot 10^{-3}.$$

Вероятность правильного приема с учетом исправления одиночных ошибок найдем из (3.50):

$$P_{прав} = 1 - P_{о.ош} - P_{н.ош} = 0{,}931.$$

3.6.3. Циклические коды. Данные коды в зависимости от кодового расстояния могут обнаруживать и исправлять не только единичные ошибки любой кратности, но и пакеты ошибок. Обнаруживаются все ошибки кратности $m \le d - 1$ и исправляются ошибки кратности $S = (d - 1)/2$.

Если циклический код только обнаруживает ошибки, то вероятность обнаружения будет

$$P_{о.ош} = \sum_{i=1}^{d-1} C_n^i P_1^i (1 - P_1)^{n-i}. \qquad (3.57)$$

Вероятность правильного приема будет определяться выражением

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n. \qquad (3.58)$$

Вероятность возникновения необнаруженных ошибок оценивается выражением

$$P_{н.ош} = \frac{1}{2^{n-k}} \sum_{i=d}^{n} C_n^i P_1^i (1 - P_1)^{n-i}. \qquad (3.59)$$

Пример 3.10. Оценить вероятность ошибочного приема и защитного отказа сообщений, закодированных в циклическом коде (15,7) с $d = 5$ и позволяющего обнаруживать пакеты ошибок длиной до $m = 4$, если вероятность искажения элементарной посылки в канале связи $P_1 = 10^{-2}$.

Решение. Вероятность появления обнаруживаемых ошибки определим из выражения (3.57):

$$P_{о.ош} = \sum_{i=1}^{4} C_{15}^i P_1^i (1 - P_1)^{15-i} = C_{15}^1 P_1^1 (1 - P)^{14} + C_{15}^2 P_1^2 (1 - P)^{13} +$$

$$+ C_{15}^3 P_1^3 (1 - P)^{12} + C_{15}^4 P_1^4 (1 - P)^{11} = 15 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}99^{14} + 105 \cdot 0{,}01^2 \cdot 0{,}99^{13} +$$

$$+ 455 \cdot 0{,}01^3 \cdot 0{,}99^{12} + 1365 \cdot 0{,}01^4 \cdot 0{,}99^{11} \approx 1{,}4 \cdot 10^{-1}.$$

Вероятность ошибочного приема сообщений, пораженных пакетами ошибок, согласно формуле (3.59)

$$P_{н.ош} = \frac{1}{2^8} \left(C_{15}^5 P_1^5 (1 - P_1)^{10} + C_{15}^6 P_1^6 (1 - P_1)^9 + C_{15}^7 P_1^7 (1 - P_1)^8 + \ldots \right) \approx$$

$$\approx 3{,}9 \cdot 10^{-3} \left(3003 \cdot 0{,}01^5 (1 - 0{,}01)^{10} + 5005 \cdot 0{,}01^6 (1 - 0{,}01)^9 + \right.$$

$$\left. + 6435 \cdot 0{,}01^7 (1 - 0{,}01)^8 \right) \approx 1{,}05 \cdot 10^{-9}.$$

3.7. Помехоустойчивость систем с дублированием сообщений

Дублирование сообщений основано на многократном повторении кодовых неизбыточных сообщений [4]. При приеме кодовые сообщения сравниваются покомбинационно либо поэлементно. Сообщение, принятое одинаковым большее число раз, считается принятым правильно. Такой принцип получил название критерия большинства. Наименьшее число повторений каждого сообщения равно трем.

В случае покомбинационного сравнения правильный прием любого сообщения неизбыточного двоичного кода 2^{n_0} возможен, если все три комбинации приняты без искажений либо две из трех комбинаций не искажены. Вероятность этого события в симметричном канале

$$P_{прав} = P^3 + C_3^2 P^2 (1 - P) = (1 - P_1)^{3n_0} + C_3^2 (1 - P_1)^{2n_0} \left(1 - (1 - P_1)^{n_0}\right), \quad (3.60)$$

где P – вероятность правильного приема всей кодовой комбинации;

P_1 – вероятность искажения элементарной посылки.

В общем случае при установленном критерии большинства α (два из трех, три из пяти и т.д.) вероятность правильного приема кодовой комбинации при ее повторении m раз

$$P_{прав} = \sum_{i=\alpha}^{m} C_m^i P^i (1 - P)^{m-i}, \quad (3.61)$$

где $P = (1 - P_1)^{n_0}$ – вероятность правильного приема кодовой комбинации.

В случае поэлементного сравнения дублируемых кодовых сообщений критерий большинства позволяет определить правильно принятый элемент (1 или 0).

Вероятность правильного приема всей комбинации при ее трехкратном повторении

$$P_{прав} = P^{n_0} = \left((1 - P_1)^3 + C_3^2 (1 - P_1)^2 P_1\right)^{n_0}, \quad (3.62)$$

где P – вероятность правильного приема одного элемента, соответствующая критерию два из трех.

В общем случае при критерии большинства α для поэлементного сравнения вероятность правильного приема кодовой комбинации при ее повторении m раз

$$P_{прав} = \left(\sum_{i=\alpha}^{m} C_m^i (1 - P_1)^i P_1^{m-i} \right)^{n_0}, \quad (3.63)$$

где P_1 – вероятность искажения элементарной посылки в симметричном канале связи.

Вероятность ошибочного приема при комбинационном и поэлементном сравнении дублируемых сообщений

$$P_{н.ош} = 1 - P_{пров}. \quad (3.64)$$

Следует отметить, что увеличение числа повторений кодовой комбинации (обычно нечетное число раз) снижает пропускную способность канала связи из-за введения избыточности и появления значительной задержки передаваемой информации.

Пример 3.11. Определить вероятность ошибочного приема четырехразрядных кодовых комбинаций, передаваемых по симметричному каналу связи с вероятностью искажения кодового элемента $P_1 = 10^{-3}$, при условии защиты сообщений трехкратным повторением.

Решение. По выражению (3.60) вероятность правильного приема при покомбинационном сравнении повторяемых сообщений

$$P^*_{прав} = 0{,}999^{12} + C_3^2 \cdot 0{,}999^8 \left(1 - 0{,}999^4\right) = 0{,}99994986\,.$$

Вероятность ошибочного приема

$$P^*_{н.ош} = 1 - P^*_{прав} = 5 \cdot 10^{-5}.$$

Согласно формуле (3.62) вероятность правильного приема при поэлементном сравнении повторяемых сообщений

$$P^{**}_{прав} = \left(0{,}999^3 + C_3^2 \cdot 0{,}999^2 \cdot 0{,}001\right)^4 = 0{,}9999835\,.$$

Вероятность ошибочного приема $P^{**}_{н.ош} = 1 - P^{**}_{прав} = 1{,}65 \cdot 10^{-5}$. Таким образом, поэлементное сравнение повторяемых комбинаций снижает вероятность ошибочного приема в три раза.

3.8. Помехоустойчивость систем с обратными каналами связи

Различают системы с применением информационной обратной связи (ИОС) и решающей обратной связи (РОС).

В телемеханических системах с ИОС решение о правильном приеме принимает передающее устройство, которое вырабатывает сигнал, разрешающий выполнение команды только после совпадения сообщения, отправленного по прямому каналу, и этого же сообщения, принятого по обратному каналу. При несовпадении результатов сравнения передающее устройство вырабатывает запрещающий сигнал, стирающий в приемном устройстве искаженное сообщение, и передача сообщения повторяется. В телемеханических устройствах обычно принимается трехкратная передача одного и того же сообщения, после чего вырабатывается сигнал аварии данного канала связи.

Сообщение, передаваемое по обратному каналу связи, называется квитанцией.

В системах с ИОС ошибочный прием возможен при действии в прямом и обратном каналах связи помех, которые приводят к так называемым зеркальным искажениям. Они возникают при условии, что квитанция, соответствующая принятому по прямому каналу искаженному сообщению, под воздействием помех в обратном канале трансформируется в квитанцию, соответствующую неискаженному сообщению.

Вероятность появления зеркальных искажений в системе с полной ИОС, рассматриваемых как независимые случайные события в прямом и обратных каналах, равна произведению вероятностей появления ошибок в прямом и обратном каналах.

Если принять действие помех в каналах одинаковым, то вероятность зеркальных искажений кратности от 1 по n_0 включительно можно оценить выражением

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{n_0} C_{n_0}^{i} \left(P_1^i (1-P_1)^{n_0-i}\right)^2, \tag{3.65}$$

где P_1 – вероятность искажения кодового элемента в обоих каналах.

В системах ИОС возможен ошибочный прием сообщений из-за трансформации в прямом канале служебного сигнала, запрещающего выдачу принятого искаженного информационного, в разрешающий сигнал. Но так как по структуре эти сигналы резко различаются, то вероятность такого события, обусловленная искажением большинства кодовых элементов, пренебрежимо мала.

Пример 3.12. Определить вероятность ошибочного приема четырехразрядных кодовых сообщений, передаваемых по симметричному каналу связи с вероятностью искажения кодового элемента $P_1 = 10^{-3}$, при условии защиты сообщений ИОС.

Решение. По формуле (3.65) находим, что

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{4} C_4^i \left(P_1^i (1-P_1)^{4-i}\right)^2 \approx$$

$$\approx C_4^1 (10^{-3} \cdot 0{,}999^3)^2 + C_4^2 (10^{-6} \cdot 0{,}999^2)^2 \approx 3{,}976 \cdot 10^{-6}.$$

Анализируя результаты примеров 3.11 и 3.12, можно сделать вывод, что ИОС по сравнению с методом трехкратного повторения позволяет уменьшить вероятность ошибочного приема более чем в 4 раза.

В системах с РОС решение о верности сообщений устанавливает приемное устройство на основании анализа принимаемой комбинации. Обнаружение ошибок осуществляется с помощью корректирующих кодов. При обнаружении ошибки приемное устройство по обратному каналу передает сигнал переспроса, по которому передающее устройство повторяет сообщение.

Помехоустойчивость систем с РОС определяется защитными свойствами корректирующих кодов. Вероятность ошибочного приема оценивается выражениями, приведенными в подразд. 3.5 и 3.6.

Таким образом, в зависимости от видов ошибок и вероятности искажения элементарной посылки в каналах связи требуемые вероятности правильного или ошибочного приема в телемеханических системах обеспечиваются выбором помехоустойчивого метода передачи дискретных сообщений.

4. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРЕДАЧИ НЕПРЕРЫВНЫХ СООБЩЕНИЙ

4.1. Общие соображения

При рассмотрении потенциальной помехоустойчивости целесообразно разделить возможные виды модуляции на прямые и интегральные. Прямыми называются такие виды модуляции, при которых сигнал $S(t)$ связан с передаваемым сообщением $\lambda(t)$ непосредственно. Если указанная связь осуществляется с помощью оператора, например интеграла, то такая модуляция называется интегральной. К прямым видам модуляции относятся АМ, ФМ, АИМ, ФИМ, ШИМ, а к интегральным – ЧМ и ЧИМ.

В теории потенциальной помехоустойчивости показано, что спектральная плотность шума на выходе идеального приемника при прямых видах модуляции определяется выражением

$$P_{0\,вых} = \frac{P_{0\,вх}}{\overline{\left[\dfrac{\partial S(\lambda,t)}{\partial\lambda}\right]^2}}, \tag{4.1}$$

где $\overline{\left[\dfrac{\partial S(\lambda,t)}{\partial\lambda}\right]^2} = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T \left(\dfrac{\partial S(\lambda,t)}{\partial\lambda}\right)^2 dt = I$ – среднее за время наблюдения T значение квадрата частной производной сигнала $S(\lambda, t)$ по информационному параметру $\lambda(t)$;

$P_{0\,вх}$ – спектральная плотность шума на входе приемника.

Выражение (4.1) имеет следующее физическое толкование: чем сильнее изменяется сигнал $S(t)$ под воздействием сообщения $\lambda(t)$, тем меньше погрешность идеального приемника.

При интегральных видах модуляции имеем

$$P_{0\,вых} = \frac{P_{0вх}(2\pi f)^2}{\overline{\left[\dfrac{\partial S(\lambda,t)}{\partial\psi_\lambda}\right]^2}}, \tag{4.2}$$

где $\psi_\lambda = \int \lambda(t)dt$.

Из (4.1) и (4.2) следует, что $P_{0\,вых}$ для прямых видов модуляции не зависит от частоты, а для интегральных возрастает прямо пропорционально квадрату частоты. Последнее объясняется тем, что при $(P_c/P_ш)$>>1 эффективное напряжение на выходе частотного детектора пропорционально девиации частоты, а его квадрат – квадрату частоты.

Чтобы определить дисперсию (мощность) шума на выходе приемника, необходимо учесть все шумовые составляющие в пределах выходной полосы $\Delta F_{вых} = F_{макс}$. В соответствии с этим для непрерывных методов модуляции (АМ, ЧМ, ФМ) будем иметь

$$P_{ш.вых} = \sigma^2_{ш.вых} = \int\limits_{\Delta F_{вых}} P_{0\,вых} df = \int\limits_{F_{макс}} P_{0\,вых} df . \qquad (4.3)$$

Для импульсных видов модуляции (АИМ, ФИМ, ШИМ)

$$\Delta F_{вых} = 1/2T \qquad \text{и} \qquad P_{ш.вых} = P_{0\,вых}/2T . \qquad (4.4)$$

Поскольку в теории потенциальной помехоустойчивости приняты пределы изменения информационного параметра $\lambda(t)$ от –1 до +1, а мощность шума на выходе приемника равна дисперсии абсолютной ошибки и связана с приведенной среднеквадратичной ошибкой соотношением

$$P_{ш.вых} = D(\Delta\lambda) = \delta^2_{ср.кв}(\lambda_{макс} - \lambda_{мин})^2,$$

то

$$\delta_{ср.кв} = \frac{\sqrt{P_{ш.вых}}}{\lambda_{макс} - \lambda_{мин}} = \frac{\sqrt{P_{ш.вых}}}{2} . \qquad (4.5)$$

Таким образом, можно предложить следующий порядок получения выражений приведенной среднеквадратичной ошибки для различных видов модуляции:

– записывается выражение для соответствующего вида модуляции;

– находится частная производная $\partial S(\lambda,t)/\partial\lambda$ для прямых видов модуляции и $-\partial S(\lambda,t)/\partial\psi_\lambda$ для интегральных видов модуляции;

– находится I среднее значение квадрата частной производной;

– по выражению (4.1) или (4.2) находится спектральная плотность шума на выходе приемника;

– определяется мощность шума на выходе приемника из выражения (4.3);

– находится приведенная среднеквадратичная ошибка по выражению (4.5).

4.2. Помехоустойчивость непрерывных методов модуляции

4.2.1. Потенциальная помехоустойчивость АМ. При АМ сигнал имеет вид

$$S(\lambda, t) = U_0(1 + m\lambda(t))\cos\omega_0 t\,.$$

Находим частную производную

$$\frac{\partial S(\lambda,t)}{\partial\lambda} = U_0 m\cos\omega_0 t\,,$$

а среднее значение квадрата этой величины (средняя мощность)

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T (U_0 m\cos\omega_0 t)^2\,dt = U_0^2 \Big/ m^2 \quad \text{при} \qquad \frac{\omega_0}{2\pi} >> \frac{1}{T}\,.$$

Согласно выражению (4.1) спектральная плотность шума на выходе приемника

$$P_{0\,вых} = \frac{2P_{0\,вх}}{U_0^2 m^2} = \frac{P_{0\,вх}}{P_c m^2}\,.$$

Поскольку она не зависит от частоты, то при $\Delta F_{вых} = F_{макс}$ из выражения (4.3) получим

$$P_{ш.вых} = \int_{F_{макс}} \frac{P_{0\,вх}}{P_c m^2} df = \frac{P_{0\,вх} F_{макс}}{P_c m^2}\,.$$

Тогда из выражения (4.5)

$$\delta_{ср.кв} = \frac{1}{2m}\sqrt{\frac{P_{0\,вх}F_{макс}}{P_c}}\,. \tag{4.6}$$

4.2.2. Потенциальная помехоустойчивость ФМ. Сигнал на входе приемника имеет вид

$$S(\lambda,t) = U_0\cos(\omega_0 t + m_\varphi\lambda(t))\,,$$

где m_φ – индекс фазовой модуляции.

Тогда

$$\frac{\partial S(\lambda,t)}{\partial t} = -U_0 m_\varphi \sin(\omega_0 t + m_\varphi \lambda(t))$$

и

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T (-U_0 m_\varphi \sin(\omega_0 t + m_\varphi \lambda(t))^2\, dt = \frac{U_0^2 m_\varphi^2}{2}.$$

Согласно выражению (4.1)

$$P_{0\,вых} = \frac{P_{0\,вх}}{P_c m_\varphi^2},$$

а мощность на выходе приемника в соответствии с выражением (4.3)

$$P_{ш.вых} = \int_{F_{макс}} P_{0\,вых} df = \frac{P_{0вх} F_{макс}}{P_c m_\varphi^2}.$$

Тогда

$$\delta_{ср.кв} = \frac{1}{2m_\varphi}\sqrt{\frac{P_{0\,вх} F_{макс}}{P_c}}. \qquad (4.7)$$

Заметим, что увеличение индекса модуляции m_φ обеспечивает уменьшение ошибки без увеличения мощности сигнала. Однако это имеет место до тех пор, пока отношение сигнал/шум на входе детектора значительно больше единицы.

4.2.3. Потенциальная помехоустойчивость ЧМ. Сигнал на входе приемника имеет вид

$$S(\lambda,t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \int \omega_Д \lambda(t) dt),$$

где $\omega_Д$ – девиация частоты.

Частотная модуляция относится к интегральным видам, а поэтому частная производная будет

$$\frac{\partial S(\lambda,t)}{\partial \psi_\lambda} = -U_0 \omega_Д \sin(\omega_0 t + \omega_\partial \int \lambda(t) dt).$$

Среднее значение этой производной

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T (-U_0\omega_Д \sin(\omega_0 t + \omega_д \int \lambda(t)dt))^2\, dt = \frac{U_0^2\omega_Д^2}{2}.$$

Спектральная плотность шума на выходе приемника согласно (4.2)

$$P_{0\,вых} = \frac{P_{0\,вх}(2\pi f)^2}{P_c(2\pi f_Д)^2} = \frac{P_{0\,вх} f^2}{P_c f_Д^{\;2}}.$$

Тогда мощность шума на выходе приемника

$$P_{ш.вых} = \int_{F_{макс}} \frac{P_{0\,вх} f^2}{P_c f_Д^2} df = \frac{P_{0\,вх} F_{макс}^3}{3P_c f_Д^2} = \frac{P_{0\,вх} F_{макс}}{3m^2 P_c}.$$

После подстановки $P_{ш.вых}$ в выражение (4.5) получим

$$\delta_{ср.кв} = \frac{1}{2m\sqrt{3}}\sqrt{\frac{P_{0\,вх} F_{макс}}{P_c}}. \qquad (4.8)$$

Как видно из (4.8), ошибка при ЧМ определяется девиацией частоты, быстродействием и соотношением мощности сигнала и удельной мощности помехи. Ошибка не зависит от частоты несущей.

4.3. Помехоустойчивость импульсных методов модуляции

4.3.1 Потенциальная помехоустойчивость АИМ. Для импульсных методов модуляции приведенную среднеквадратичную ошибку будем искать в виде

$$\delta_{ср.кв} = \frac{\sqrt{P_{0\,вх}}}{2\sqrt{2I}}, \qquad (4.9)$$

где
$$I = \int_0^{T_0} \left(\frac{\partial S(\lambda, t)}{\partial \lambda}\right)^2 dt \qquad (4.10)$$

Рассмотрим сигнал АИМ с прямоугольными видеоимпульсами с периодом повторения T_0 и длительностью импульсов τ, равной

$$\tau = T_0 / \mathrm{Q}, \qquad (4.11)$$

где Q – скважность передачи по времени.

Рассмотрим линейную АИМ, при которой амплитуда импульса пропорциональна $\lambda(t)$

$$U_m = U_0(1 + m\lambda(t)), \tag{4.12}$$

где m – коэффициент глубины АИМ ($m \le 1$).

Сигнал на одном периоде повторения, начало которого совпадает с t=0, может быть записан в виде

$$S(\lambda, t) = U_0(1 + m\lambda(t))\varphi(t), \tag{4.13}$$

где $\varphi(t) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad 0 < t \le \tau, \\ 0 & \text{при} \quad \tau < t \le T_0. \end{cases}$

Для определения ошибки вычислим интеграл по (4.10)

$$I = \int_0^{T_0} U_0^2 m^2 \varphi^2(t) dt = U^2 m^2 \tau .$$

Подставляя в (4.9) значение I, получим

$$\delta^2_{ср.кв} = \frac{P_{0\,вх}}{8U_0^2 m^2 \tau} = \frac{P_{0\,вх}}{8P_c m^2 \tau}. \tag{4.14}$$

Из (4.11) следует, что ошибка обратно пропорциональна отношению сигнал/помеха. Наименьшая ошибка будет при m=1. Чем больше скважность сигнала по времени, тем больше ошибка. Это объясняется тем, что с увеличением скважности при ограниченном динамическом диапазоне уменьшается энергия одного импульса.

4.3.2. Потенциальная помехоустойчивость ФИМ. Сигнал ФИМ представляет собой последовательность импульсов заданной формы, сдвинутых во времени относительно тактовых точек на интервалы, пропорциональные параметру λ(t). Для одного периода сигнал может быть записан в виде

$$S(\lambda, t) = U_0 \varphi(t - t_з), \tag{4.15}$$

где U_0 – амплитуда видеоимпульса;

φ – функция, описывающая форму импульса единичной амплитуды;

t – текущее время, отсчитываемое от начала периода (от тактовой точки);

$t_з$ – время запаздывания импульса.

Пусть время запаздывания импульса равно

$$t_з = t_0 + \frac{\Delta\tau}{2}\lambda, \tag{4.16}$$

где t_0 – среднее время запаздывания, соответствующее $\lambda = 0$;
$\Delta\tau$ – диапазон изменения времени запаздывания
Введем замену переменных

$$t^* = t - t_з = t - t_0 - \frac{\Delta\tau}{2}\lambda .$$

С учетом этой замены можно записать

$$\frac{\partial S(\lambda,t)}{\partial\lambda} = U_0 \frac{\partial\psi}{\partial t^*}\frac{\partial t^*}{\partial\lambda} = -U_0 \frac{\Delta\tau}{2}\frac{\partial\psi}{\partial t^*}.$$

Вычислим интеграл

$$I_{\text{ФИМ}} = U_0^2 \left(\frac{\Delta\tau}{2}\right)^2 \int_0^{T_0} \left(\frac{\partial\psi}{\partial t^*}\right)^2 dt .$$

Квадрат среднеквадратичной приведенной ошибки для ФИМ равен

$$\delta^2_{\text{ФИМ}} = \frac{P_{ош}}{2U_0^2 (\Delta\tau)^2 \int_0^{T_0} \left(\frac{\partial\psi}{\partial t^*}\right)^2 dt} . \qquad (4.17)$$

Как видно из (4.17) ошибка тем меньше, чем больше временная девиация импульса $\Delta\tau$ и чем больше значение интеграла. Величина $\frac{\partial\psi}{\partial t^*}$ характеризует скорость изменения направления на фронтах импульса. Для прямоугольного импульса производная была бы бесконечно велика и ошибка при слабых помехах равна нулю, но физически ясно, так как помеха не может сместить вертикальный фронт. Однако для передачи такого импульса нужна бесконечно широкая полоса, при которой уровень помех был бы бесконечно велик и наши формулы не верны.

Рассмотрим один период сигнала ФИМ с трапецеидальным импульсом (рис. 4.1).

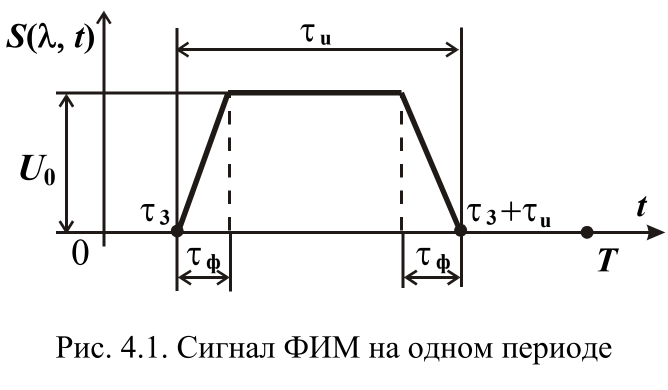


Рис. 4.1. Сигнал ФИМ на одном периоде

Для этого импульса

$$\psi(t^*) = \begin{cases} t^*/\tau_\phi & t_з < t^* \le \tau_\phi \\ 1 & \tau_\phi \le t^* < \tau_и - \tau_\phi \\ 1 - \dfrac{1}{\tau_\phi}\left[t^* - (\tau_и - \tau_\phi)\right] & \tau_и - \tau_\phi \le t^* < \tau_и \end{cases}.$$

В течение фронтов импульса $\dfrac{\partial\psi}{\partial t^*} = \dfrac{1}{\tau_\phi}$, а на всей остальной части периода $\dfrac{\partial\psi}{\partial t^*} = 0$. Поэтому

$$\int\limits_0^{T_0} \left(\frac{\partial\psi}{\partial t^*}\right)^2 dt = \frac{2}{\tau_\phi}.$$

Подставляя этот результат в (4.17), получим

$$\delta^2_{ср.кв} = \frac{P_{ош}\tau_\phi}{4U_0^2\Delta\tau^2}. \tag{4.18}$$

Как видно, ошибка не зависит от длительности импульса, а определяется только длительностью фронта, амплитудой импульса и временной девиацией $\Delta\tau$.

4.3.3. Потенциальная помехоустойчивость ШИМ. Сигналы односторонней и двусторонней ШИМ в одном периоде представлены на рис. 4.2 и 4.3 соответственно.

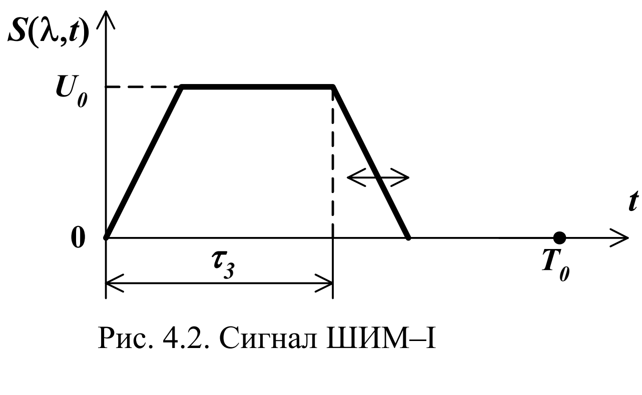


Рис. 4.2. Сигнал ШИМ–I

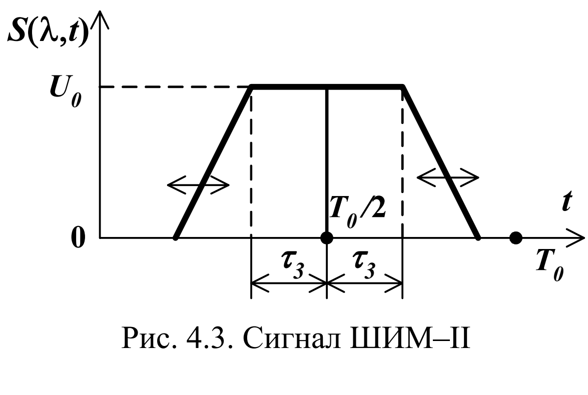


Рис. 4.3. Сигнал ШИМ–II

В обоих случаях смещение фронта (одного при ШИМ–I или двух в ШИМ–II) пропорционально λ. В случае ШИМ–I закон изменения времени запаздывания заднего фронта описывается тем же выражением, что и в ФИМ, т.е. (4.16). Определим ошибку для ШИМ путем сопоставления ШИМ и ФИМ. При вычислении интеграла

$$I = \int_0^{T_0} \left(\frac{\partial S(\lambda, t)}{\partial \lambda} \right)^2 dt$$

для ФИМ мы видели, что длина плоской части импульса не влияет на величину I. Интеграл целиком определяется крутизной фронта импульса, его длительностью и зависимостью времени запаздывания фронта от λ. Все эти параметры для заднего фронта ШИМ–I такие же, как и для заднего фронта ФИМ. Отличие состоит в том, что при ШИМ–I имеется только один фронт, который зависит от λ, а в ФИМ положение обоих фронтов зависит от λ.

Это приведет к тому, что в ШИМ–I $\frac{\partial S(\lambda, t)}{\partial \lambda} \neq 0$ только в течение заднего фронта. Поэтому значение I при одинаковых параметрах сигнала и зависимости (4.16) будет при ШИМ–I в 2 раза меньше. Значит, квадрат ошибки в 2 раза больше, а ошибка в $\sqrt{2}$ раз больше, чем ФИМ.

Таким образом,

$$\delta^2_{ШИМ-\mathrm{I}\, ср.кв} = \frac{P_{ош} \tau_ф}{2U^2_{мв} \Delta\tau^2}. \tag{4.19}$$

В случае двусторонней модуляции ШИМ–II оба фронта смещаются пропорциально λ. Поэтому

$$\delta^2_{ШИМ-\mathrm{II}\, ср.кв} = \frac{P_{ош} \tau_ф}{4U^2_{мв} \Delta\tau^2}. \tag{4.20}$$

Отличие от ФИМ состоит в том, что временной сдвиг $\Delta\tau$ для каждого из фронтов может изменяться от 0 до $T_0/2$, в то время как в ФИМ – от 0 до T_0.

Сравнивая (4.19) и (4.20), видим, что ошибка при ШИМ–II в $\sqrt{2}$ раз больше, чем при ШИМ–I. Полученный результат кажется сначала противоречащим здравому смыслу, так как оказывается, что смещение двух фронтов менее выгодно, чем смещение одного фронта. Дело здесь в следующем. Использование двух фронтов уменьшает ошибку в $\sqrt{2}$ раз, но при двусторонней ШИМ девиация каждого фронта уменьшается в 2 раза, что увеличивает в 2 раза ошибку. Результирующий эффект – ошибка при переходе от ШИМ–I к ШИМ–II возрастает в $\sqrt{2}$ раз.

4.4. Потенциальная помехоустойчивость сложных видов модуляции

В системах с частотным разделением каналов имеют место две ступени модуляции: модуляция поднесущих сообщениями отдельных каналов (АМ, ЧМ, ФМ) и модуляция несущей групповым сигналом (АМ, ЧМ, ФМ). Составляя всевозможные комбинации различных способов модуляции несущего и поднесущего колебания, можно получить различные варианты построения многоканальных телеметрических систем с частотным разделением каналов (ЧРК). Оценку потенциальной помехоустойчивости сложных видов модуляции можно произвести согласно выражениям (4.1) и (4.2).

Выражения среднеквадратичной ошибки для различных телеметрических систем с ЧРК приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Выражения среднеквадратичной ошибки для систем с ЧРК

Вид модуляции	δ_n^2	Вид модуляции	δ_n^2
АМ – АМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c}{2U_{эi}^2}$	АМ – ЧМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_cF_i^2}{2f_Д^2U_{эi}^2}$
ЧМ – АМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c^3}{6F_Д^2U_{эi}^2}$	ЧМ – ЧМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c^3F_i^2}{F_Д^2f_Д^2U_{эi}^2}$
ФМ – АМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c}{2\varPhi_Д^2U_{эi}^2}$	ФМ – ЧМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_cF_i^2}{2\varPhi_Д^2f_Д^2U_{эi}^2}$
АМ – ОМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c}{4U_{эi}^2}$	АМ – ФМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c}{2\varphi_Д^2U_{эi}^2}$
ФМ – ОМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c}{4\varPhi_Д^2U_{эi}^2}$	ЧМ – ФМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c^3}{6F_Д^2\varphi_Д^2U_{эi}^2}$
ЧМ – ОМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c^3}{12F_Д^2U_{эi}^2}$	ФМ – ФМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c}{2\varPhi_Д^2\varphi_Д^2U_{эi}^2}$

В этих выражениях используются следующие обозначения:

$\dfrac{U_э}{k(n)} = U_{эi}$ – эффективное значение напряжения немодулированной несущей i–го канала;

$U_э$ – эффективное значение напряжения немодулированной поднесущей;

$k(n)$ – функция, зависящая от числа каналов n и определяемая из критерия отсутствия перемодуляции (для АМ $k(n)$=2, для ЧМ и ФМ $k(n)$=n);

n – число каналов;

$F_Д$ – максимальная девиация поднесущей частоты;

$f_Д$ – максимальная девиация несущей частоты;

F_i – частота поднесущей i–го канала;

$\Phi_Д$ – максимальная девиация фазы поднесущей;

$\varphi_Д$ – максимальная девиация фазы несущей.

В системах с временным разделением каналов (ВРК) имеют место также две ступени модуляции: модуляция поднесущей импульсной последовательности сообщениями отдельных каналов (АИМ, ШИМ, ФИМ) и модуляция несущей групповым сигналом (АМ, ЧМ, ФМ).

Составляя комбинации различных способов модуляции поднесущего и несущего сигналов, можно получить различные варианты построения многоканальных телеметрических систем с ВРК. Для оценки потенциальной помехоустойчивости различных телеметрических систем можно воспользоваться той же методикой. Выражения среднеквадратичной ошибки для различных систем с временным уплотнением каналов приведены в табл. 4.2.

В этих выражениях используются следующие обозначения:

$U_Э$ – эффективное значение напряжения немодулированной несущей;

n – число каналов;

T_0 – тактовый период опроса измеряемых параметров ($T_0 = 0{,}5/F_c$);

$\omega_Д = 2\pi f_Д$ – максимальная угловая девиация несущей частоты;

$\alpha = \dfrac{n\tau_0}{T_0}$ – коэффициент использования канального времени;

τ_0 – длительность импульса;

T_0 – длительность фронта нарастания импульса.

Таблица 4.2

Выражения среднеквадратичной ошибки для систем с ВРК

Вид модуляции	δ_n^2	Вид модуляции	δ_n^2
АИМ –АМ	$\dfrac{P_{0\,вх}F_c n}{4U_{эi}^2}$	ФИМ – ЧМ	$\dfrac{P_{0\,вх}n^2\Omega_c}{16\pi\omega_Д^2\alpha^2U_э^2T_0^2}$
АИМ – ЧМ	$\dfrac{3P_{0\,вх}n^3}{8\pi^2 f_Д^2\alpha^3U_э^2T_0^3}$	ШИМ – АМ	$\dfrac{P_{0\,вх}n^2\tau_ф}{4\alpha U_э^2T_0^2}$
АИМ – ФМ	$\dfrac{P_{0\,вх}n}{8\varphi_Д^2\alpha U_э^2T_0}$	ШИМ – ЧМ	$\dfrac{3P_{0\,вх}n^2}{2\omega_Д^2\alpha^2U_э^2T_0^2\tau_ф}$
ФИМ – АМ	$\dfrac{3P_{0\,вх}n^3}{2\alpha^2\Omega_c^2U_э^2T_0^3}$	ШИМ – ФМ	$\dfrac{P_{0\,вх}n^2\tau_ф}{8\varphi_Д^2\alpha^2U_э^2T_0^2}$

5. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ

5.1. Методы повышения помехоустойчивости передачи дискретных сообщений

Все методы удобно разделить на три большие группы (рис. 5.1).

Первая группа методов основана на выборе способа передачи, т.е. способа кодирования и модуляции. Высокая помехоустойчивость ортогональных сигналов была показана В.А. Котельниковым, систему ортогональных сигналов можно рассматривать как код, в котором буквы передаются ортогональными сигналами. Два сигнала $A_1(t)$ и $A_2(t)$ считаются ортогональными, если интеграл от их произведения равен нулю, т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} A_1(t) A_2(t) dt = 0 .$$

Переходя к многобуквенным словам, получим коды с ортогональными признаками. Такие коды также обладают высокой помехоустойчивостью при большом числе букв. Среди этого класса кодов на практике широкое применение находят коды с большим числом частотных признаков.

Идея построения кодов с повышенной энергией элемента сигнала в класс двоичных кодов состоит в пассивной передаче нулей и использовании для передачи комбинации с малым числом единиц. В этих условиях заданная энергия кодовой комбинации распределяется между малым числом элементарных сигналов, соответствующих единицам, и энергия одного такого элементарного сигнала получается большей, а вероятность ошибки меньше. Примером такого кода может служить код C_n^m при $m < n/2$.

Корректирующие коды подробно описаны [5. Разд. 2], а помехоустойчивость рассмотрена в разд. 3 данного конспекта.

Общим для корректирующих кодов, кодов с ортогональными признаками и кодов с повышенной энергией элемента является то, что все они обеспечивают повышение помехоустойчивости за счет увеличения широкополосности сигнала.

Методы обратного канала и их помехоустойчивость рассмотрены в подразд. 3.8.

Особое место занимают адаптивные методы приема и передачи, идея которых состоит в автоматическом изменении параметров или способов передачи и приема при изменении условий передачи. К этим методам относится метод автоматического изменения скорости передачи путем увеличения длительности посылок в зависимости от уровня помех и изменения параметров самого канала связи, метод автоматического изменения корректирующих свойств кода. В условиях нестационарных помех метод обратного канала можно также рассматривать как адаптивный метод, так как в системах с обратным каналом при возникновении обнаруженных ошибок автоматически замедляется скорость передачи сообщений.

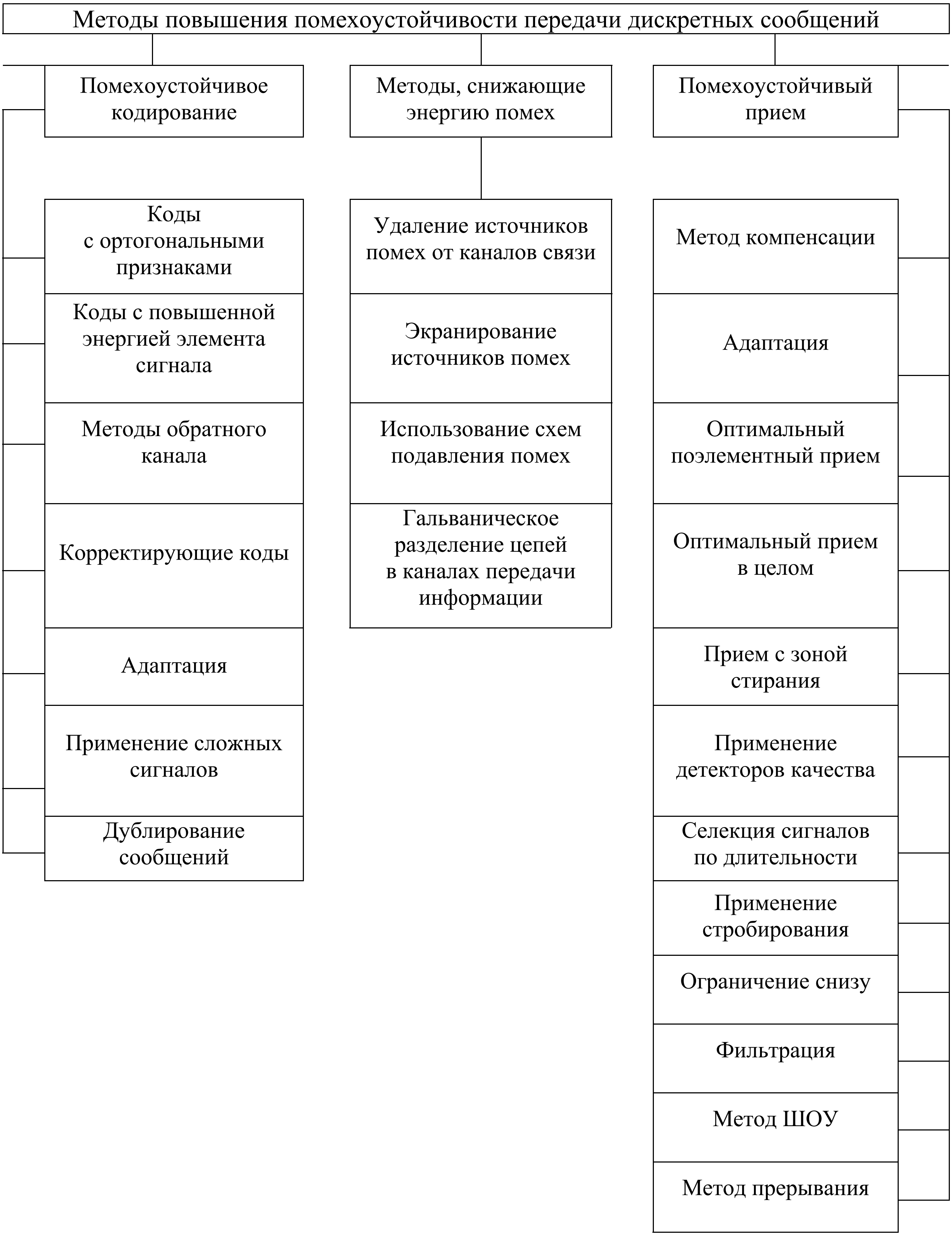


Рис. 5.1. Методы повышения помехоустойчивости передачи дискретных сообщений

К адаптивным методам относятся также методы автоматического изменения параметров или схем приемника, например, изменение порога приемника, полосы пропускания и т.п.

Дублирование сообщений основано на многократном повторении кодовых неизбыточных сообщений [4]. Помехоустойчивость систем с дублированием сообщений рассмотрена в подразд. 3.7.

Применение сложных сигналов [7] позволяет реализовывать информационные системы, с помощью которых успешно решают следующие задачи:

– получение высокой достоверности передачи информации в условиях многолучевого распространения сигналов;

– обеспечение высокой помехоустойчивости к организованным помехам и возможность криптостойкой (kryptos – тайный, скрытый) и имитостойкой (imitatio – повторение, подделка) передачи особо важной информации;

– эффективное использование выделенного диапазона частот при одновременной работе в этом диапазоне многих систем, т.е. обеспечение электромагнитной совместимости различных систем, использующих один и тот же диапазон частот.

В настоящее время в цифровых системах передачи информации нашли применение сложные сигналы, полученные с помощью псевдослучайных бинарных последовательностей (M-последовательностей) и с помощью частотно-временного кодирования.

Методы получения и приема сложных сигналов рассмотрены в [7. Разд.6].

Вторая группа методов повышения помехоустойчивости включает методы, которые заключаются в определении источников помех, их месторасположения и в уменьшении мощности излучения. Для уменьшения влияния источников помех не следует прокладывать рядом силовые и информационные кабели. Если этого полностью избежать не удается, то прокладку необходимо производить не параллельно, а под углом, близким к 90^{o}, экранирование ослабляет электростатические и электромагнитные поля источников помех. Для подавления помех необходимо применять фильтры, искрогасящие цепочки и резистивные шунты. Гальваническое разделение цепей в каналах передачи информации исключает проникновение помех в цепь. Для гальванической развязки применяют оптроны.

Третья группа методов основана на приеме дискретных сигналов с избыточностью в процессе декодирования производится преобразование принятых сигналов в комбинации кодовых символов. Это преобразование может осуществляться двумя методами.

При первом методе анализируется целиком весь принятый сигнал и на основании используемых оценок принимается решение о соответствующей ему кодовой комбинации. Такой подход характерен для метода приема дискретных сигналов, называемых **приемом в целом**.

При **поэлементном** методе приема декодирование производится в два этапа. Вначале принятый сигнал анализируется по элементам, соответствующим кодовым символам, затем устанавливаются принятые кодовые символы (единицы и нули), а следовательно, и состоящая из них кодовая комбинация.

Данные методы и оценка их помехоустойчивости рассмотрены в [3. Гл. 8].

В симметричных каналах прием с зоной стирания ([3. Подразд. 8.4]) осуществляется с помощью двухпорогового детектора. Сигнал $X(t)$ отождествляется с 1, если превосходит некоторый установленный порог β1, если же он окажется меньше порога -β2, то вырабатывается сигнал 0. Если $\beta 1 \geq X(t) \geq -\beta 2$, то возникает неопределенность в определении символа и вырабатывается специальный сигнал стирания, а это означает, что в случае необходимости восстановление информации должно производиться по специальным правилам. Расчет помехоустойчивости такого приемника дан в подразд. 3.3.

Принцип работы детекторов качества ([2. Разд. 6.14]) основан на анализе амплитуды, фазы и других параметров принимаемого сигнала. Если эти параметры сильно отклоняются от своих номинальных значений, то это говорит о наличии помехи, которая может вызвать появление ошибки. Этот метод не требует внесения избыточности в передаваемый сигнал и, следовательно, не снижает скорости передачи.

При селекции сигналов по длительности бракуются все сигналы, длительность которых меньше некоторого значения $\tau_{мин}$. Но имеются и такие селекторы, которые бракуют все сигналы, длительность которых меньше $\tau_{мин}$ и больше τ_{max}, т.е. на выход пропускают сигналы с длительностью $\tau_{мин} \leq [\tau] \leq \tau_{макс}$.

При стробировании подаются стробирующие импульсы на схему восстановления сигнала, пришедшего из линии связи, как правило, в средине наиболее вероятного интервала появления полезного сигнала.

Методы ограничения снизу, фильтрации и ШОУ (широкая – ограничение – узкая) применяются для борьбы с импульсными помехами, соответственно, если амплитуда помехи меньше, соизмерима и превышает амплитуду сигнала [1].

При методе прерывания входной сигнал анализируется схемой быстродействующей автоматической регулировки усиления (БАРУ), которая закрывает приемник на время воздействия импульсов помех [10].

При компенсационном методе каким-либо способом [10] создаются синхронные реализации импульсных помех, которые затем вычитаются из суммы полезных сигналов и помехи.

5.2. Методы повышения помехоустойчивости передачи непрерывных сообщений

Классификация методов повышения помехоустойчивости приведена на рис. 5.2.

Рис. 5.2. Методы повышения помехоустойчивости передачи непрерывных сообщений

При выборе вида модуляции и ее параметров необходимо учитывать требования по помехоустойчивости и точности, предъявляемые к аналоговым системам.

Расчет потенциальной помехоустойчивости непрерывных и импульсных видов модуляции при слабых флуктуационных помехах произведен в подразд. 4.2 и 4.3 соответственно, а выбор оптимальных параметров – в [9. Гл. 17]. Анализ выражений для помехоустойчивости известных методов модуляции, кроме амплитудной, показывает, что помехоустойчивость повышается при увеличении широкополосности этих методов. Однако с расширением полосы растет уровень помех и начиная с некоторого значения полосы их уже нельзя считать слабыми. При сильных же флуктуационных помехах расширение полосы влечет за собой ухудшение помехоустойчивости. Данные свойства приводят к широкополосности, причем эта широкополосность оказывается зависящей от требуемой точности передачи. Эти вопросы рассмотрены в [9.Гл. 15]. Там же приведен сравнительный анализ различных методов передачи при оптимальной широкополосности.

Методы повышения помехоустойчивости, основанные на использовании избыточности непрерывных сообщений, весьма разнообразны. Избыточность может выражаться в неравномерности передачи отдельных значений телеизмеряемого параметра. Эта избыточность используется при выборе способа передачи. Так, в системах с адаптивной дискретизацией передача отсчетов производится в моменты времени, когда погрешность по данному каналу достигает максимально допустимого значения.

Принцип действия систем с адаптивной коммутацией заключается в определении канала с наибольшей погрешностью, значения измеряемой величины которого и передаются на пункт управления.

В системах с автоматически регулируемой частотой опроса датчиков частота устанавливается по наиболее активному каналу или по суммарной погрешности всех каналов.

Важной характеристикой указанных выше систем является уменьшение информационной избыточности. Но уменьшение избыточной измерительной информации приводит к уменьшению помехоустойчивости этих систем, так как при искажении или пропаже из-за помехи одной или нескольких координат сообщений могут возникнуть большие погрешности при восстановлении непрерывной функции по отдельным дискретным значениям. Однако эффекты, достигаемые вследствие сжатия данных, – сжатие по полосе частот в канале связи и уменьшение мощности источника питания на передающей стороне – позволяют использовать их для повышения помехоустойчивости адаптивных систем и получить более высокую помехоустойчивость в системах этого класса, чем в системах с равномерной временной дискретизацией. Выигрыш объясняется тем, что может быть повышено отношение сигнал/шум в канале связи и частично расширена полоса частот за счет применения помехоустойчивого кодирования [11].

Идея повышения помехоустойчивости путем нелинейного преобразования состоит в передаче с большей точностью более важных или более вероятных значений измеряемого параметра. Этот метод описан в [9. Гл. 18].

Другой тип избыточности связан со сравнительно медленными изменениями параметра. Это свойство используется для повышения помехоустойчивости систем с ЧМ путем слежения за частотой сигнала и в системах с ФИМ путем слежения за положением импульса во времени с помощью строба. В системах с разностно-дискретной модуляцией избыточность этого типа позволяет существенно уменьшить среднюю мощность сигнала, что эквивалентно повышению помехоустойчивости при той же средней мощности сигнала.

Методы адаптации для непрерывных сообщений во многом совпадают с аналогичными методами для дискретных сообщений.

Идея метода обмена точности на быстродействие состоит в том, что в момент быстрых изменений информативного параметра его можно передавать менее точно, чем в периоды медленных изменений. Данный метод является частным случаем системы с адаптивной дискретизацией, работающей в режиме циклической передачи [11].

Вычитание помехи из приходящего сигнала может быть произведено, если известна частота помехи. Она выделяется резонансным усилителем, а затем вычитается из полезного сигнала и помехи. Очевидно, этот метод неприменим, если частота помехи изменяется во времени.

При медленно изменяющемся передаваемом сигнале можно заранее предсказать, каким должно быть его значение в пределах ближайшего интервала времени. Если принятый сигнал значительно отличается от предсказуемого, то он бракуется, так как считается помехой.

Метод интегрирования применим в случае, когда на медленно изменяющийся полезный сигнал наложена гармоническая помеха, но при интегрировании в течение промежутка времени, равного или кратного периоду помехи, влияние последней полностью исключается, так как среднее значение синусоидального напряжения за один или несколько полных периодов равно нулю.

В заключение этого подраздела следует сказать, что методы, направленные на уменьшение энергии помех и рассмотренные для дискретных сообщений, остаются справедливыми и для непрерывных сообщений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тутевич В.Н. Телемеханика. М.: Высш. шк., 1985. – 423 с.

2. Емельянов Г.А., Шварцман В.О. Передача дискретной информации: Учебник для вузов. М.: Радио и связь, 1982. – 240 с.

3. Четвериков В.Н. Подготовка и телеобработка данных в АСУ: Учебник. М.: Высш.шк., 1987. – 320 с.

4. Горбачев А.Д., Красовский А.Я., Николаев А.В. и др. Проектирование и надежность систем автоматики и телемеханики. Мн.: Выш.шк., 1981. – 334 с.

5. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Телемеханика: Конспект лекций для студ. спец. «Автоматическое управление в технических системах». Ч.2: Коды и кодирование. Мн.: БГУИР, 2001. – 168 с.

6. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Теория передачи информации: Конспект лекций для студ. спец. «Автоматическое управление в технических системах». Мн.: БГУИР, 1998. – 88 с.

7. Пенин П.Н. Системы передачи цифровой информации: Учеб. пособие для вузов. М.: Сов. радио, 1976. – 368 с.

8. Макаров В.А. Теоретические основы телемеханики. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1974. – 287 с.

9. Шастова Г.А. Кодирование и помехоустойчивость передачи телемеханической информации. М.: Энергия, 1966. – 456 с.

10. Пенин П.И., Филиппов Л.И. Радиотехнические системы передачи информации: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1984. – 256 с.

11. Авдеев Б.Я., Антонюк Е.М., Долинов С.Н. и др. Адаптивные телеизмерительные системы. Л.: Энергоиздат, 1981. – 248 с.

12. Немеровский А.С., Рыжков Е.В. Системы связи и радиорелейные линии. М.: Связь, 1980. – 432 с.

13. Игнатов В.А. Теория информации и передачи сигналов. М.: Сов.радио, 1979.– 280 с.

14. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Телемеханика: Конспект лекций для студ. спец. «Автоматическое управление в технических системах». Ч.1: Сообщения и сигналы. Мн.: БГУИР, 2000. – 128 с.

15. Волоконно-оптические системы передачи и кабели: Справочник/ И.И. Гроднев, А.Г. Мурадян, Р.М. Шарофутдинов и др. М.: Радио и связь, 1993. – 264 с.

16. Городские телефонные кабели: Справочник/ А.С. Брискер, А.Д. Руга, Д.Л. Шарле; Под ред. А.С. Брискера. 3-е изд., пераб. и доп. М.: Радио и связь, 1991.– 207 с.

17. Линии связи: Учебник для вузов / И.И. Гроднев, С.М. Верник, Л.Н. Качановский: Под ред. Л.Н. Качановского. 6 изд., перераб. М.: Радио и связь, 1995.– 489 с.

18. Убайдуллаев Р. Волоконно-оптические сети. М.: Эко-Трендз, 1998.– 267 с.

19. Оптические системы передачи: Учебник/ Б.В. Скворцов, В.И. Иванов и др. М.: Радио и связь, 1994. – 223 с.

20. Гаранин М.В., Журавлев В.И., Кунечин С.В. Системы и сети передачи информации. М.: Радио и связь, 2001.– 336 с.

21. Маковеева М.М., Шинаков Ю.С. Системы и средства связи с подвижными объектами. М.: Радио и связь, 2002.

22. Галкин В.А., Григорьев Ю.А. Телекоммуникации и сети. М.: МГТУ имени Баумана, 2003.

23. Лагутенко О.Н. Современные модемы. М.: Эко-Трендз, 2002.– 344 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица интеграла вероятностей $V(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_x^{\infty} e^{-z^2/2} dz$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Множитель
0,0	5,000	4,960	4,920	4,880	4,840	4,801	4,761	4,721	4,681	4,641	10^{-1}
0,1	4,602	4,562	4,522	4,483	4,443	4,404	4,364	4,325	4,286	4,247	10^{-1}
0,2	4,207	4,168	4,129	4,090	4,052	4,013	3,974	3,936	3,897	3,859	10^{-1}
0,3	3,821	3,783	3,745	3,707	3,669	3,632	3,594	3,557	3,520	3,483	10^{-1}
0,4	3,446	3,409	3,372	3,336	3,300	3,264	3,228	3,192	3,156	3,121	10^{-1}
0,5	3,085	3,050	3,015	2,981	2,946	2,912	2,877	2,843	2,810	2,776	10^{-1}
0,6	2,743	2,709	2,676	2,643	2,611	2,578	2,546	2,514	2,483	2,451	10^{-1}
0,7	2,420	2,389	2,358	2,327	2,297	2,266	2,236	2,206	2,177	2,148	10^{-1}
0,8	2,119	2,090	2,061	2,033	2,005	1,977	1,949	1,922	1,894	1,867	10^{-1}
0,9	1,841	1,814	1,788	1,762	1,736	1,711	1,685	1,660	1,635	1,611	10^{-1}
1,0	1,587	1,562	1,539	1,515	1,492	1,469	1,446	1,423	1,401	1,379	10^{-1}
1,1	1,357	1,335	1,314	1,292	1,271	1,251	1,230	1,210	1,190	1,170	10^{-1}
1,2	1,151	1,131	1,12	1,093	1,075	1,056	1,038	1,020	1,003	0,9853	10^{-1}
1,3	9,680	9,510	9,342	9,176	9,012	8,851	8,691	8,534	8,379	8,226	10^{-2}
1,4	8,076	7,927	7,780	7,636	7,493	7,353	7,215	7,078	6,944	6,811	10^{-2}
1,5	6,681	6,552	6,426	6,301	6,178	6,057	5,938	5,821	5,705	5,592	10^{-2}
1,6	5,480	4,370	5,262	5,155	5,050	4,947	4,840	4,746	4,648	4,551	10^{-2}
1,7	4,457	4,363	4,272	4,182	4,093	4,006	3,920	3,836	3,754	3,673	10^{-2}
1,8	3,593	3,515	3,438	3,362	3,288	3,216	3,144	3,074	3,005	2,938	10^{-2}
1,9	2,872	2,807	2,743	2,680	2,619	2,559	2,500	2,442	2,385	2,330	10^{-2}
2,0	2,275	2,222	2,169	2,118	2,068	2,018	1,970	1,923	1,876	1,831	10^{-2}
2,1	1,786	1,743	1,700	1,659	1,618	1,578	1,539	1,500	1,463	1,426	10^{-2}
2,2	1,390	1,355	1,321	1,287	1,255	1,222	1,191	1,160	1,130	1,101	10^{-2}
2,3	1,072	1,044	1,017	0,9903	0,9642	0,9387	0,9137	0,8894	0,8656	0,8424	10^{-2}
2,4	8,198	7,976	7,760	7,549	7,344	7,143	6,947	6,756	6,569	6,387	10^{-3}
2,5	6,210	6,037	5,868	5,703	5,543	5,386	5,234	5,085	4,940	4,799	10^{-3}
2,6	4,661	4,527	4,396	4,269	4,145	4,025	3,907	3,793	3,681	3,573	10^{-3}
2,7	3,467	3,364	3,264	3,167	3,072	2,980	2,890	2,803	2,718	2,635	10^{-3}
2,8	2,555	2,477	2,401	2,327	2,256	2,186	2,118	2,052	1,988	1,926	10^{-3}
2,9	1,866	1,807	1,705	1,695	1,641	1,589	1,538	1,489	1,411	1,395	10^{-3}
3,0	1,350	1,306	1,264	1,223	1,183	1,144	1,107	1,070	1,035	1,001	10^{-3}
3,1	9,676	9,354	0,043	8,740	8,447	8,164	7,888	7,622	7,364	7,114	10^{-4}
3,2	6,871	6,637	6,410	6,190	5,976	5,770	5,571	5,377	5,190	5,009	10^{-4}
3,3	4,834	4,665	4,501	4,342	4,189	4,041	3,897	3,758	3,624	3,495	10^{-4}

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Мно-житель
3,4	3,369	3,248	3,131	3,018	2,909	2,803	2,701	2,602	2,507	2,415	10^{-4}
3,5	2,326	2,241	2,158	2,078	2,001	1,926	1,854	1,785	1,718	1,653	10^{-4}
3,6	1,591	1,531	1,473	1,417	1,363	1,311	1,261	1,213	1,166	1,121	10^{-4}
3,7	1,078	1,036	0,9961	0,9574	0,9201	0,8842	0,8496	0,8162	0,784	0,7532	10^{-4}
3,8	7,235	6,948	6,673	6,407	6,152	5,906	5,669	5,442	5,223	5,012	10^{-5}
3,9	4,810	4,615	4,427	4,247	4,074	3,908	3,747	3,594	3,446	3,304	10^{-5}
4,0	3,167	3,3036	2,910	2,789	2,673	2,561	2,454	2,351	2,252	2,157	10^{-5}
4,1	2,066	1,978	1,894	1,814	1,737	1,662	1,591	1,523	1,458	1,395	10^{-5}
4,2	1,335	1,277	1,222	1,168	1,118	1,069	1,022	0,9774	0,9345	0,8934	10^{-5}
4,3	8,540	8,163	7,801	7,455	7,124	6,807	6,503	6,212	5,934	5,668	10^{-6}
4,4	5,413	5,169	4,935	4,712	4,498	4,294	4,098	3,911	3,732	3,561	10^{-6}
4,5	3,398	3,241	3,092	2,949	2,813	2,682	2,558	2,439	2,325	2,216	10^{-6}
4,6	2,112	2,013	1,919	1,828	1,742	1,660	1,581	1,506	1,434	1,366	10^{-6}
4,7	1,301	1,239	1,179	1,123	1,069	1,017	0,9680	0,9211	0,8765	0,8339	10^{-6}
4,8	7,933	7,547	7,178	6,827	6,492	6,173	5,869	5,580	5,304	5,042	10^{-7}
4,9	4,792	4,554	4,327	4,111	3,906	3,711	3,525	3,348	3,179	3,019	10^{-7}
5,0	2,866	2,722	2,584	2,452	2,328	2,209	2,096	1,980	1,877	1,790	10^{-7}
5,1	1,698	1,611	1,528	1,449	1,374	1,302	1,235	1,170	1,110	1,052	10^{-7}
5,2	9,964	9,442	8,946	8,476	8,029	7,605	7,203	6,821	6,459	6,116	10^{-8}
5,3	5,790	5,481	5,188	4,911	4,648	4,389	4,161	3,937	3,724	3,523	10^{-8}
5,4	3,332	3,151	2,980	2,818	2,664	2,518	2,381	2,250	2,127	2,010	10^{-8}
5,5	1,899	1,794	1,695	1,601	1,512	1,428	1,349	1,274	1,203	1,135	10^{-8}
5,6	1,072	1,012	0,9548	0,9010	0,8502	0,8022	0,7569	0,7140	0,6735	0,6352	10^{-8}
5,7	5,990	5,649	5,326	5,021	4,734	4,462	4,206	3,964	3,735	3,519	10^{-9}
5,8	3,316	3,124	2,942	2,771	2,610	2,458	2,314	2,179	2,051	1,931	10^{-9}
5,9	1,818	1,711	1,610	1,515	1,425	1,341	1,261	1,186	1,116	1,049	10^{-9}
6,0	9,866	9,276	8,721	8,198	7,706	7,242	6,806	6,395	6,009	5,645	10^{-10}
6,1	5,303	4,982	4,679	4,394	4,126	3,874	3,637	3,414	3,205	3,008	10^{-10}
6,2	2,823	2,649	2,486	2,332	2,188	2,052	1,925	1,805	1,693	1,587	10^{-10}
6,3	1,488	1,395	1,308	1,226	1,149	1,076	1,009	0,9451	0,8854	0,8294	10^{-10}
6,4	7,769	7,276	6,814	6,380	5,974	5,592	5,235	4,900	4,586	4,292	10^{-11}
6,5	4,016	3,757	,515	3,288	3,076	2,877	2,690	2,516	2,352	2,199	10^{-11}
6,6	2,055	1,922	1,796	1,678	1,568	1,465	1,369	1,279	1,195	1,116	10^{-11}
6,7	1,042	0,9731	0,9086	0,8483	0,7919	0,7392	0,6900	0,6439	0,6009	0,5607	10^{-11}
6,8	5,231	4,880	4,552	4,246	3,960	3,692	3,443	3,210	2,993	2,790	10^{-12}
6,9	2,600	2,423	2,258	2,104	1,960	1,826	1,701	1,585	1,476	1,374	10^{-12}
7,0	1,280	1,192	1,109	1,033	0,9612	0,8946	0,8325	0,7747	0,7208	0,6706	10^{-12}

Окончание приложения

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Множитель
7,1	6,238	5,802	5,396	5,018	4,666	4,339	4,034	3,750	3,486	3,240	10^{-13}
7,2	3,011	2,798	2,599	2,415	2,243	2,084	1,935	1,797	1,669	1,550	10^{-13}
7,3	1,439	1,336	1,240	1,151	1,068	0,9910	0,9195	0,8531	0,7914	0,7341	10^{-13}
7,4	6,809	6,315	5,856	5,430	5,034	4,667	4,326	4,010	3,716	3,444	10^{-14}
7,5	3,191	2,956	2,739	2,537	2,350	2,176	2,015	1,866	1,728	1,600	10^{-14}
7,6	1,481	1,370	1,268	1,174	1,086	1,005	0,9297	0,8600	0,7954	0,7357	10^{-14}
7,7	6,803	6,291	5,816	5,377	4,971	4,595	4,246	3,924	3,626	3,350	10^{-15}
7,8	3,095	2,859	2,641	2,439	2,253	2,080	1,921	1,773	1,637	1,511	10^{-15}
7,9	1,395	1,287	1,188	1,096	1,011	0,9326	0,8602	0,7934	0,7317	0,6747	10^{-15}
8,0	6,221	5,735	5,287	4,874	4,492	4,140	3,815	3,515	3,238	2,938	10^{-16}
8,1	2,748	2,531	2,331	2,146	1,976	1,820	1,675	1,542	1,419	1,306	10^{-16}
8,2	1,202	1,106	1,018	0,9361	0,8611	0,7920	0,7284	0,6698	0,6159	0,5662	10^{-16}
8,3	5,206	4,785	4,398	4,042	3,714	3,443	3,146	2,881	2,646	2,431	10^{-17}
8,4	2,232	2,050	1,882	1,728	1,587	1,457	1,337	1,227	1,126	1,033	10^{-17}
8,5	9,480	8,697	7,978	7,317	6,711	6,154	5,643	5,174	4,744	4,348	10^{-18}
8,6	3,986	3,653	3,348	3,068	2,811	2,575	2,359	2,161	1,978	1,812	10^{-18}
8,7	1,659	1,519	1,391	1,273	1,166	1,067	0,9763	0,8933	0,8174	0,7478	10^{-18}
8,8	6,841	6,257	5,723	5,234	4,786	4,376	4,001	3,657	3,343	3,055	10^{-19}
8,9	2,792	2,552	2,331	2,130	1,946	1,777	1,623	1,483	1,354	1,236	10^{-19}
9,0	1,129	1,030	0,9404	0,8584	0,7834	0,7148	0,6522	0,5951	0,5429	0,4952	10^{-19}
9,1	4,517	4,119	3,756	3,425	3,123	2,847	2,595	2,365	2,155	1,964	10^{-20}
9,2	1,790	1,631	1,486	1,353	1,232	1,122	1,022	0,9307	0,8474	0,7714	10^{-20}
9,3	7,022	6,392	5,817	5,294	4,817	4,382	3,987	3,627	3,299	3,000	10^{-21}
9,4	2,728	2,481	2,255	2,050	1,864	1,694	1,540	1,399	1,271	1,155	10^{-21}
9,5	1,049	0,9533	0,8659	0,7864	0,7142	0,6485	0,5888	0,5345	0,4852	0,4404	10^{-21}
9,6	3,997	3,627	3,292	2,986	2,709	2,458	2,229	2,022	1,834	1,663	10^{-22}
9,7	1,507	1,367	1,239	1,123	1,018	0,9223	0,8358	0,7573	0,6861	0,6215	10^{-22}
9,8	5,629	5,098	4,617	4,181	3,786	3,427	3,102	2,808	2,542	2,300	10^{-23}
9,9	2,081	1,883	1,704	1,541	1,394	1,261	1,140	1,031	0,9323	0,842	10^{-23}
10,0	7,620										10^{-24}

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ...2
1. линии и каналы связи..3
1.1. Понятие о линии и канале связи 3
1.2. Способы разделения каналов 7
1.3. Проводные линии связи 17
1.4. Использование высоковольтных линий электропередачи (ЛЭП) в качестве линий связи..24
1.5. Использование распределительных силовых сетей в качестве линий связи 27
1.6. Радиолинии 29
1.7. Оптические линии связи 37
1.8. Информационные характеристики сигналов и каналов связи 44
1.9. Структура линий связи 58
1.10. Сети передачи дискретных сообщений..60
1.11. Расчет основных характеристик цифровых линий связи 61
1.12. Расчет волоконно–оптической линии связи 70
2. Помехи и их характеристики 72
2.1. Общие сведения о помехах...72
2.2. Математическое описание помехи 77
2.3. Виды искажений 82
3. Помехоустойчивость передачи дискретных сообщений............................84
3.1. Основные понятия 84
3.2. Помехоустойчивость передачи дискретных элементарных сигналов 84
3.3. Приём с зоной стирания...89
3.4. Помехоустойчивость двоичных неизбыточных кодов 90
3.5. Помехоустойчивость кодов с обнаружением ошибок..........................94
3.6. Помехоустойчивость кодов с обнаружением и исправлением ошибок..99
3.7. Помехоустойчивость систем с дублированием сообщений.................102
3.8. Помехоустойчивость систем с обратными каналами связи 104
4. Помехоустойчивость передачи непрерывных сообщений 106
4.1. Общие соображения 106
4.2. Помехоустойчивость непрерывных методов модуляции...................108
4.3. Помехоустойчивость импульсных методов модуляции.....................110
4.4. Потенциальная помехоустойчивость сложных видов модуляции 115
5. Методы повышения помехоустойчивости 117
5.1. Методы повышения помехоустойчивости передачи дискретных сообщений 117
5.2. Методы повышения помехоустойчивости передачи непрерывных сообщений 120
ЛИТЕРАТУРА...124
Приложение 125