

Контрольная работа № 1 по теме «Пределы»	2
Контрольная работа № 2 по теме «Дифференциальное исчисление функций одной переменной».....	4
Контрольная работа № 3 по темам «Несобственные интегралы. Элементы теории функций нескольких переменных»	6
Контрольная работа № 4 по теме «Ряды»	7
Контрольная работа № 5 по теме «Ряды, интегралы и преобразования Фурье».....	8

Контрольная работа № 1 по теме «Пределы»

1 вариант

1. Доказать по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a : x_n = \frac{(-1)^n}{2^n}, a = 0$.
 2. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2}}{n+1} \sin(n!)$.
 3. Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 x)^{2 \operatorname{ctg}^2 x}$.
 4. Используя основные эквивалентности, найти $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 5x + 7)}{x - 3}$.
 5. Найти точки разрыва функции и определить скачки в точках разрыва 1-го рода: $f(x) = x + \frac{x-1}{|x-1|}$.
-

Контрольная работа № 1 по теме «Пределы»

2 вариант

1. Доказать по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a : x_n = 2 - \frac{1}{4^n}, a = 2$.
 2. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}}$.
 3. Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{2 - \sqrt{x-1}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{4 \sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 2x} \right)$.
 4. Используя основные эквивалентности, найти $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\sin^2 x} - \operatorname{ctg}^2 x \right)$.
 5. Найти точки разрыва функции и определить скачки в точках разрыва 1-го рода: $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{2-x}$.
-

Контрольная работа № 1 по теме «Пределы»

3 вариант

1. Доказать по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$: $x_n = -3 + \frac{1}{5^n}$, $a = -3$.
 2. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} + \dots + \frac{n}{n} \right)$.
 3. Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 8x - 9}{3x^5 - 6x^3 + 4x^2 - 2x + 11}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 4x)}{x}$.
 4. Используя основные эквивалентности, найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x^2 - \cos x}{\sin^2 x}$.
 5. Найти точки разрыва функции и определить скачки в точках разрыва 1-го рода: $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$.
-

Контрольная работа № 1 по теме «Пределы»

4 вариант

1. Доказать по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$: $x_n = 7 + \frac{(-1)^n}{6^n}$, $a = 7$.
2. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)} \right)$.
3. Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2}{1 - x^2} + 3^{\frac{1}{x}} \right)$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\operatorname{ctg}^2 2x}$.
4. Используя основные эквивалентности, найти $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2} \right)$.
5. Найти точки разрыва функции и определить скачки в точках разрыва 1-го рода: $f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$.

**Контрольная работа № 2 по теме «Дифференциальное исчисление
функций одной переменной»**

1 вариант

1. Найти производную функции, указав $D(f)$ и $D(f')$, $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\sin x} - \operatorname{ctg}^3 x + 2 \ln \ln x$.
 2. Используя правило Лопиталя-Бернулли, найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x}$.
 3. Написать формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для функции $f(x) = \ln x$, $x_0 = 1$, $n = 5$.
 4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в области существования:
$$f(x) = \frac{x}{(1 + x^2)^2}.$$
-

Контрольная работа № 2 по теме
«Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

2 вариант

1. Найти производную функции, указав $D(f)$ и $D(f')$,
 $f(x) = x^2 \sin^2 x^2 + \sqrt{x^4 + 2x^2 + 3} + e^{\cos^2 x}$.
 2. Используя правило Лопиталя-Бернулли, найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{x}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}}$.
 3. Написать формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа для функции $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $n = 6$.
 4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в области существования:
$$f(x) = \frac{3x^2 - 1}{(1 + x^2)^3}.$$
-

Контрольная работа № 2 по теме
«Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

3 вариант

1. Найти производную функции, указав $D(f)$ и $D(f')$, $f(x) = \arccos \sqrt{x} + 3(\sin x)^x$.
 2. Используя правило Лопиталя-Бернулли, найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$.
 3. Написать формулу Маклорена с остаточным членом в форме Пеано для функции $f(x) = x(\operatorname{ch} 5x - 1)$, $n = 5$.
 4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба графика функции:
$$f(x) = \frac{1}{1 + x^2}.$$
-

Контрольная работа № 2 по теме
«Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

4 вариант

1. Найти производную функции, указав $D(f)$ и $D(f')$, $f(x) = \log_6 \operatorname{ch}^2 x - 5x^{\sqrt{x}}$.
2. Используя правило Лопиталя-Бернулли, найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$.
3. Написать формулу Маклорена с остаточным членом в форме Пеано для функции $\sqrt[4]{81 - 6x}$, $n = 3$.
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба графика функции:
$$f(x) = \frac{1}{x-2} + 3.$$

Контрольная работа № 1 по темам «Несобственные интегралы. Элементы
теории функций нескольких переменных»

1 вариант

5. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{x^2 + 1}}{x^3 + 3x + 1} dx; \text{ b) } \int_0^1 \frac{dx}{\operatorname{tg} x - x}.$$

6. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, где $z = e^{2x-3y}$, $x = \operatorname{tg} t$, $y = t^2 - t$.

7. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = xy^2(1-x-y)$ ($x > 0$, $y > 0$).

Контрольная работа № 3 по темам «Несобственные интегралы. Элементы теории функций нескольких переменных»

2 вариант

5. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{(x+1)^3}}{2x^3 + \sqrt[3]{x^5} + 1} dx; \text{ b) } \int_0^1 \frac{dx}{e^x - \cos x}.$$

6. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, где $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, $x = e^{2t} + 1$, $y = e^{2t} - 1$.

7. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y} \quad (x > 0, y > 0).$$

Контрольная работа № 3 по темам «Несобственные интегралы. Элементы теории функций нескольких переменных»

3 вариант

5. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)(x+2)}}; \text{ b) } \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx.$$

6. Найти производные $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2 y}{dx^2}$, если $x + y = e^{x-y}$.

7. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = (2x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$.

Контрольная работа № 3 по темам «Несобственные интегралы. Элементы теории функций нескольких переменных»

4 вариант

5. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x} + \cos^2 x}; \quad \text{b) } \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{(1-x)^3}} dx.$$

6. Найти производные $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2 y}{dx^2}$, если $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$.

7. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$.

Контрольная работа № 3 по темам «Несобственные интегралы. Элементы теории функций нескольких переменных»

1 вариант

1. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{x^2 + 1}}{x^3 + 3x + 1} dx; \quad \text{b) } \int_0^1 \frac{dx}{\operatorname{tg} x - x}.$$

2. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, где $z = e^{2x-3y}$, $x = \operatorname{tg} t$, $y = t^2 - t$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = xy^2(1-x-y)$ ($x > 0$, $y > 0$).

Контрольная работа № 3 по темам «Несобственные интегралы. Элементы теории функций нескольких переменных»

2 вариант

1. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{(x+1)^3}}{2x^3 + \sqrt[3]{x^5} + 1} dx; \quad \text{b) } \int_0^1 \frac{dx}{e^x - \cos x}.$$

2. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, где $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, $x = e^{2t} + 1$, $y = e^{2t} - 1$.

3. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y} \quad (x > 0, y > 0).$$

Контрольная работа № 4 по теме «Ряды»

1 вариант

8. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{(n+1)!}$.
9. Разложить функцию в ряд Тейлора: $f(x)=\ln(x^2+3x+2)$, $x_0=-4$.
-

Контрольная работа № 4 по теме «Ряды»

2 вариант

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + \sin n}{n^2 - n + 2}$.
2. Разложить функцию в ряд Тейлора: $f(x)=\frac{2}{x^2 - 4x + 3}$, $x_0=-5$.
-

Контрольная работа № 4 по теме «Ряды»

3 вариант

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\sqrt{\ln(n-2)}}$.
2. Разложить функцию в ряд Маклорена: $f(x)=x^3\sqrt{8-4x}$.
-

Контрольная работа № 4 по теме «Ряды»

4 вариант

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \ln \frac{n+1}{n}$.
2. Разложить функцию в ряд Маклорена: $f(x)=(5+2x)\operatorname{sh}2x$.

Контрольная работа № 5 по теме «Ряды, интегралы и преобразования Фурье»

1 вариант

10. Функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$, разложить в действительный ряд Фурье. Построить графики $f(x)$ на $[-\pi, \pi]$ и суммы ряда на $\mathbf{R}$. $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, x = \pi; \\ x, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$

11. Вычислить косинус-преобразование Фурье функции, заданной на $[0, +\infty)$, $f(x) = \begin{cases} 1 - |x - 1|, & x < 2; \\ 0, & 2 \leq x. \end{cases}$

Контрольная работа № 5 по теме
«Ряды, интегралы и преобразования Фурье»

2 вариант

3. Функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[2, 6]$, разложить в действительный ряд Фурье. Построить графики $f(x)$ на $[2, 6]$ и суммы ряда на $\mathbf{R}$. $f(x) = 2x + 1$.

4. Вычислить синус-преобразование Фурье функции, заданной на $[0, +\infty)$, $f(x) = \begin{cases} 2 - |x - 3|, & x < 4; \\ 0, & 4 \leq x. \end{cases}$

Контрольная работа № 5 по теме
«Ряды, интегралы и преобразования Фурье»

3 вариант

3. Функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[0, \frac{\pi}{2}]$, разложить в комплексный ряд Фурье, $f(x) = \operatorname{ch} 2x$.

4. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = \begin{cases} 1 - 6|x|, & |x| \leq 1; \\ 0, & 1 < |x|. \end{cases}$

Контрольная работа № 5 по теме
«Ряды, интегралы и преобразования Фурье»

4 вариант

3. Функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[0, 2\pi]$, разложить в комплексный ряд Фурье, $f(x) = \cos 2x$.

4. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = \begin{cases} -1 + |x - 3|, & |x| \leq 5; \\ 0, & 5 < |x|. \end{cases}$
