

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ВЫХОДНОГО ПАРАМЕТРА РЭУ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

5.1. Цель работы

Цель работы: исследование вероятностного рассеивания выходного параметра РЭУ с учетом производственных погрешностей параметров элементов и назначение на основе этого производственного допуска на выходной параметр.

Для достижения цели необходимо реализовать метод Монте-Карло с использованием физического моделирования, при котором случайным изменениям подвергаются первичные параметры физической модели РЭУ.

5.2. Теоретические сведения

Производственный, иначе технологический, допуск – это характеристика параметра, ограничивающая его предельные отклонения, вызываемые чисто производственными причинами. Производственный допуск может быть задан значением абсолютной производственной погрешности, выражаемой размерностью рассматриваемого параметра или же значением его относительной производственной погрешности, выражаемой обычно в процентах.

Примеры: $U = (5 \pm 0,25) \text{ В}$; $R = 1 \text{ кОм} \pm 100 \text{ Ом}$;

$U = 5 \text{ В} \pm 5 \%$; $R = 1 \text{ кОм} \pm 10 \%$.

На практике для выполнения анализа отклонений (разброса, рассеивания) выходного параметра необходимо знать функциональную связь вида

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (5.1)$$

где y – выходной параметр;

x_1, x_2, \dots, x_n – первичные параметры;

n – общее число учитываемых первичных параметров.

Зная зависимость (5.1), с помощью аналитических методов [1, 3] можно выполнить анализ отклонений выходного параметра y с учётом вероятностного разброса значений первичных параметров x_1, x_2, \dots, x_n и на основе этого назначить допуск на выходной параметр.

Однако аналитические методы оправданы и дают удовлетворительные результаты в том случае, если выражение вида (5.1) относительно точно описывает поведение РЭУ или процесса и известны корреляционные связи между первичными параметрами. В других случаях неплохие результаты можно получить с помощью метода Монте-Карло, называемого также методом статистических испытаний [1, 2].

Сущность метода Монте-Карло

Метод Монте-Карло получил широкое распространение для исследования отклонений выходных параметров РЭУ и технологических процессов. С помо-

щью этого метода можно принять решение о допуске на выходной параметр в тех случаях, когда аналитические методы мало пригодны из-за сложности выражения вида (5.1) и необходимости экспериментального определения коэффициентов корреляции между первичными параметрами. Практика показывает, что для простых устройств и технологических процессов целесообразны аналитические методы, а для сложных – метод Монте-Карло [2].

Сущность метода Монте-Карло состоит в повторяющемся многократном получении реализаций РЭУ или технологического процесса (в дальнейшем обобщенно – процесса). Каждая реализация состоит в получении значения выходного параметра y путём подстановки случайной комбинации значений первичных параметров x_1, x_2, \dots, x_n в математическую модель вида (5.1) или набором значений x_1, x_2, \dots, x_n на физической модели. При этом значения первичных параметров, соответствующие той или иной реализации, получают не произвольно, а с учетом вероятностного описания первичных параметров (рис. 5.1).

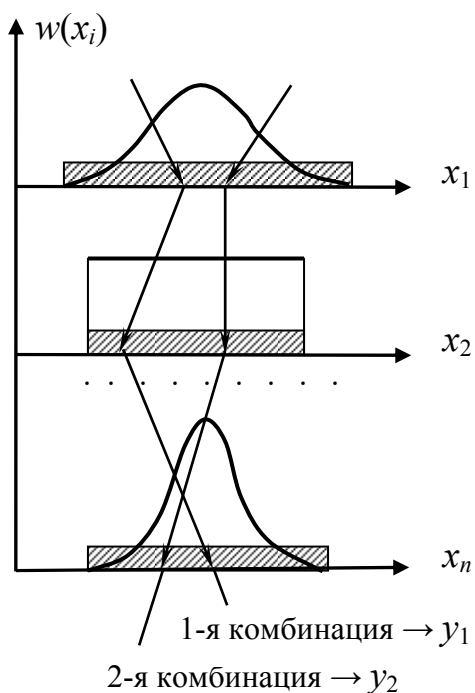


Рис. 5.1. Получение случайных комбинаций первичных параметров

При моделировании интересуются значением (статистикой) выходного параметра каждой реализации, поэтому рассматриваемый метод получил название метода статистических испытаний.

В качестве вероятностного описания первичных параметров могут использоваться следующие характеристики:

$M(x_i)$ – средние значения первичных параметров;

$\sigma(x_i)$ – средние квадратические отклонения (СКО) первичных параметров;

$w(x_i)$ – плотности распределения, описывающие поведение первичных параметров в пределах диапазонов их рассеивания.

Вместо этих характеристик в инженерной практике, как правило, используют такие характеристики, как:

$M(\Delta x_i / x_i)$ – средние значения относительных производственных погрешностей первичных параметров (систематические составляющие допуска; при симметричном допуске равны нулю);

$\delta(\Delta x_i / x_i)$ – половины полей рассеивания относительных производственных погрешностей первичных параметров, называемые половиной поля допуска (случайные составляющие допуска);

$w(\Delta x_i / x_i)$ – функции плотности распределения относительных производственных погрешностей первичных параметров.

Следует знать, что между двумя группами указанных характеристик существует однозначная связь, то есть от одной группы характеристик можно переходить к другой и наоборот.

При реализации метода Монте-Карло среднее значение $M(y)$ и СКО $\sigma(y)$ выходного параметра получают путем статистической обработки результатов всех реализаций, используя классические формулы

$$M(y) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j; \quad \sigma(y) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N [y_j - M(y)]^2}{N-1}}, \quad (5.2)$$

где y_j – значение выходного параметра в j -й реализации РЭУ;

N – общее число реализаций РЭУ.

$M(y)$ обычно принимается за номинальное значение y . Основываясь на $\sigma(y)$, назначают допуск на выходной параметр.

Половину поля производственного рассеивания $\delta(y)$ выходного параметра y обычно определяют, пользуясь гипотезой о нормальном законе распределения y . В соответствии с "правилом трех сигм"

$$\delta(y) \approx 3\sigma(y). \quad (5.3)$$

При этом значение $\delta(y)$ гарантируется с вероятностью $P_r = 0,9973$. Если эта вероятность должна быть другой, то величину $\delta(y)$ корректируют с помощью коэффициента гарантируемого обеспечения допуска ρ [1, 3], зависящего от значения вероятности P_r (табл. 5.1).

Таблица 5.1

| | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|--------|-------|--------|
| P_r | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,99 | 0,9973 | 0,999 | 0,9999 |
| ρ | 0,43 | 0,59 | 0,65 | 0,86 | 1,00 | 1,10 | 1,30 |

При необходимости от значения величины $\delta(y)$ можно перейти к значению половины поля рассеивания для относительной производственной погрешности выходного параметра:

$$\delta(\Delta y / y) = \delta(y) / M(y). \quad (5.4)$$

Производственный допуск $\Delta_{пр}$ на выходной параметр может быть назначен следующим образом:

$$\Delta_{пр} = \pm \delta(\Delta y / y). \quad (5.5)$$

Если значение $\Delta_{пр}$ устраивает заказчика, задача установления производственного допуска решена. В противном случае поступают одним из следующих способов в зависимости от того, что оправдано с экономической точки зрения:

1. Используют элементы с меньшими производственными допусками и процесс моделирования повторяют. Так поступают до тех пор, пока значение допуска, устанавливаемое по выражению (5.5), не будет отвечать требованиям.

2. В качестве $\Delta_{пр}$ записывают значение $\Delta_{пр}^{(зак)}$, устраиваемое заказчика, и определяют, какой процент РЭУ будет отвечать этому допуску. Для этого вначале находят величину

$$\rho = \frac{|\Delta_{\text{пр}}^{(\text{зак})}|}{\delta(\Delta y/y)},$$

где значение $\delta(\Delta y/y)$ получают по формуле (5.4) с использованием выражения (5.3). Искомый процент РЭУ определяется вероятностью P_r и находится путём решения уравнения

$$\rho = \arg \Phi\left(\frac{1 + P_r}{2}\right) / 3,$$

где $\arg \Phi(\dots)$ – аргумент табличной нормальной функции распределения (см. табл. П.1.1 приложения лаб. работы № 1, с. 14), для которого сама функция принимает значение, указанное в скобках.

И наконец, с учётом найденного процента РЭУ делают заключение о целесообразности отбора экземпляров, отвечающих требованию к значению $\Delta y/y$, и решают, как быть с экземплярами, не отвечающими требованию: индивидуальная доводка до нормы, продажа как «не кондиция» и т.п.

При реализации метода Монте-Карло используют как математические, так и физические модели.

В случаях, когда трудно получить модель вида (5.1), или же, когда модель не отражает поведение РЭУ, используют физическую модель, в качестве которой обычно используют макет РЭУ. При реализации метода Монте-Карло поступают так [1]. Диапазон производственного рассеивания каждого первичного параметра разбивается на 4 – 6 интервалов и в качестве представителя интервала выбирают значение, близкое к середине интервала (рис. 5.2).

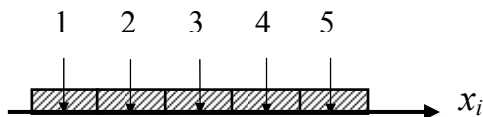


Рис. 5.2. Разбиение диапазона рассеивания первичного параметра на интервалы

Для получения случайной комбинации первичных параметров используются лишь эти 4 – 6 значений по каждому первичному параметру. Разбиение диапазона рассеивания первичного параметра на 4 – 6 интервалов вполне достаточно для решения практических задач [1, 2].

Для выполнения j -й реализации РЭУ значения первичных параметров, полученные для этой реализации РЭУ, устанавливают на физической модели и измеряют значение выходного параметра. Для таких элементов РЭУ, как резисторы и конденсаторы, осуществить изменение параметров можно путем параллельного или последовательного включения дополнительных элементов такого номинального значения, чтобы суммарное значение интересующего параметра примерно соответствовало значению, которое необходимо иметь при моделировании (точкам 1, 2, ..., 5 на рис. 5.2). Для некоторых элементов РЭУ (отдельные типы диодов и др.) осуществляют имитирование параметров, т.е. подключают к рассматриваемому элементу элементы другого функционального назначения, приводящие к изменению параметра интересующего элемента.

Если по каким-либо причинам воздействовать на изменение первичных параметров нельзя или не удастся имитировать изменение, то осуществляют случайную замену элементов. Это относится к таким элементам, как транзисторы, интегральные микросхемы, импульсные трансформаторы и др.

5.3. Описание лабораторного макета

РЭУ, для которого выполняется физическое моделирование по методу Монте-Карло, – неинвертирующий источник опорного напряжения, электрическая схема которого приведена на рис. 5.3.

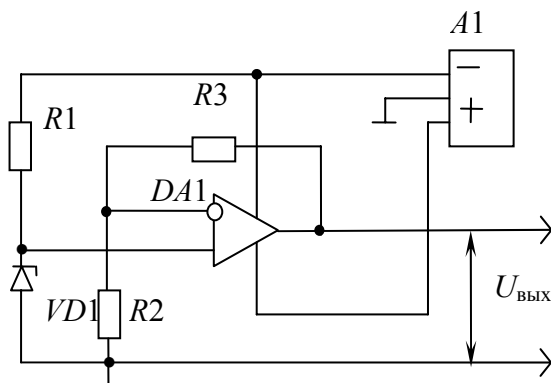


Рис. 5.3. Электрическая схема источника опорного напряжения

Физическая модель исследуемого РЭУ представлена лабораторным макетом. Для наглядности на передней панели макета приведена электрическая схема РЭУ с указанием номинальных значений и допусков первичных параметров, другой необходимой информации.

В качестве выходного параметра рассматривается выходное напряжение $U_{\text{вых}}$ исследуемого РЭУ, а в качестве первичных параметров – параметры элементов $R1 - R3$, $VD1$, $DA1$ и напряжение источника питания $A1$.

точника питания $A1$.

Физическое моделирование выполняется путём дискретного изменения параметров элементов $R1 - R3$, $VD1$ и напряжения источника питания $A1$ в пределах полей допусков. Поля допусков первичных параметров разбиты на пять интервалов. Значения отклонений, соответствующие границам интервалов, а также значение "представителя" каждого интервала указаны в табл. 5.2.

Таблица 5.2

| Допуск, % | Границы интервалов и значение отклонения, соответствующее «представителю» интервала, % | | | | |
|-----------|--|----------------------|--------------------|----------------------|------------------------|
| ± 5 | $-5 \dots -3$ -4 | $-3 \dots -1$ -2 | $-1 \dots +1$ 0 | $+1 \dots +3$ +2 | $+3 \dots +5$ +4 |
| ± 10 | $-10 \dots -6$ -8 | $-6 \dots -2$ -4 | $-2 \dots +2$ 0 | $+2 \dots +6$ +4 | $+6 \dots +10$ +8 |
| ± 20 | $-20 \dots -12$ -16 | $-12 \dots -4$ -8 | $-4 \dots +4$ 0 | $+4 \dots +12$ +8 | $+12 \dots +20$ +16 |

РЭУ чрезвычайно сложно, поэтому для неё предусмотрена случайная замена, для чего в макете установлено несколько (до десяти) экземпляров микросхем данного типа.

Для измерения $U_{\text{вых}}$ рекомендуется использовать цифровой вольтметр.

5.4. Задание на экспериментальную часть лабораторной работы

Рекомендуемая последовательность выполнения лабораторной работы:

1. Обосновать число реализаций N (значение N рекомендуется согласовывать с преподавателем, но в любом случае $N \geq 50$).

При реализации метода Монте-Карло осуществить изменение или имитацию изменения параметров интегральной микросхемы $DA1$ на макете

2. Ознакомиться с физической моделью РЭУ – лабораторным макетом. Выяснить, какие допуски имеют первичные параметры: $R1 - R3$, $U_{\text{стаб}}$, $U_{\text{пит}}$. Используя опцию **Генерирование случайных чисел** в программе для ЭВМ *lab5-7* (папка **ТОКТиН**), определить случайные комбинации производственных отклонений первичных параметров и номер заменяемой интегральной микросхемы для j -й реализации РЭУ ($j = 1, 2, \dots, N$). При возникновении трудностей в получении случайных чисел на ЭВМ следует обратиться к таблицам, приведённым в приложении. При использовании таблиц выбор чисел можно начинать с любой точки фрагмента таблицы и двигаться по строкам или столбцам.

Для ответа на вопрос, какие отклонения от номинальных должны иметь первичные параметры в j -й реализации, необходимо вначале выяснить, каковы предельные отклонения первичных параметров и каков закон распределения в пределах полей допусков параметров или, что то же самое, их относительных производственных погрешностей. Затем следует воспользоваться датчиком случайных чисел. Например, если допуск на параметр элемента имеет значение $\pm 10\%$ и может быть принята гипотеза о нормальном распределении параметра, то необходимо воспользоваться датчиком случайных чисел, распределённых по нормальному закону в диапазоне $-10 \dots +10$. Получив случайное число и принимая во внимание, что всё поле допуска равномерно разбито на пять интервалов (см. табл. 5.2), можно указать дискретное значение отклонения, которое необходимо установить для данного параметра на модели (макете) в j -й реализации РЭУ.

Предположим, что первичный параметр имеет допуск $\pm 10\%$ и распределен по нормальному закону, а для j -й реализации РЭУ с помощью генератора случайных чисел получено значение $-4,9$. По табл. 5.2 определяем, что для рассматриваемого первичного параметра должно быть установлено дискретное значение, соответствующее интервалу $-6 \dots -2\%$, то есть значение вблизи точки -4% . Номер экземпляра микросхемы $DA1$ определяется с помощью равномерно распределённых случайных чисел в диапазоне от 1 до числа, соответствующего количеству интегральных микросхем, используемых для замены.

3. Используя физическую модель, выполнить N реализаций РЭУ.

j -я реализация состоит в установке на модели случайного сочетания производственных отклонений первичных параметров, полученного для этой реализации, и измерении значения выходного параметра $U_{\text{вых}}$ ($j = 1, 2, \dots, N$). Для интегральной микросхемы включается нужный номер экземпляра.

4. С помощью программы *lab5-7* выполнить статистическую обработку всех N реализаций, просмотреть гистограммы распределения выходного параметра $U_{\text{вых}}$ при числе интервалов $k = 5 - 7$ и выбрать её рабочий вид. Выяснить правомерность использования гипотезы о нормальном распределении $U_{\text{вых}}$.

Из нескольких гистограмм, полученных при сопоставимом числе интервалов, лучшей является та, которая имеет меньшее число инверсий (кроме равномерного распределения). Инверсией считают смену закономерности изменения высот прямоугольников гистограммы.

5. С учетом результатов статистической обработки всех N реализаций назначить производственный допуск на выходной параметр РЭУ. Если на-

значаемый допуск не отвечает требованию заказчика, то необходимо принять $\Delta_{\text{пр}} = \Delta_{\text{пр}}^{(\text{зак})}$ и выяснить, какой процент РЭУ сразу будет отвечать требованию.

Примечание. При выполнении этого пункта пользоваться тем, что, исходя из служебного назначения РЭУ, заказчика устраивает допуск $\Delta_{\text{пр}}^{(\text{зак})} = \pm 5 \%$.

5.5. Содержание отчета

1. Формулировка цели исследования.
2. Электрическая схема исследуемого РЭУ с указанием номинальных значений и предельных отклонений параметров элементов.
3. Результаты моделирования для j -й реализации: относительные отклонения параметров элементов (для элемента $DA1$ – номер экземпляра) и значения выходного параметра. Эту информацию привести в виде таблицы для первых пяти – семи реализаций РЭУ.
4. Результаты статистической обработки, полученные по данным всех N реализаций: среднее значение $M(y)$, СКО $\sigma(y)$ и гистограмму распределения выходного параметра $y \rightarrow U_{\text{вых}}$ при числе интервалов k из диапазона $k = 5 - 7$.
5. Обоснованное заключение о значении производственного допуска на выходной параметр, выраженное как размерностью выходного параметра, так и относительным отклонением в процентах. Если производственный допуск придётся устанавливать исходя из требований заказчика, то необходимо указать процент РЭУ, который сразу будет отвечать требованию к производственному допуску. Указанный процент РЭУ подтвердить расчётом.
6. Выводы по работе. Если производственный допуск устанавливался исходя из требований заказчика, то обязательно отразить вопрос о «судьбе» РЭУ, сразу не отвечающих требованию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боровиков С.М. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности: Учеб. для студ. инж.-техн. спец. вузов. – Мн.: Дизайн ПРО, 1998. – 336 с.
2. Фролов А.Д. Теоретические основы конструирования и надежности радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Высш. шк. 1970. – 488 с.
3. Фомин А.В., Борисов В.Ф., Чермошенский В.В. Допуски в РЭА. – М.: Сов. радио, 1973. – 129 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ТАБЛИЦЫ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

Таблица П.5.1

Числа, распределенные по нормальному закону в диапазоне $-10 \dots +10$

| | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 4,8 | 3,9 | -2,8 | 0,4 | 2,9 | 0,6 | -1,7 | -2,7 | -1,7 |
| 2,1 | 0,0 | -2,1 | 1,3 | 2,5 | -3,0 | -9,4 | 2,0 | 3,7 |
| -7,6 | 0,7 | 0,6 | -5,7 | -9,4 | -4,7 | -2,7 | 2,0 | -1,4 |
| 1,7 | -2,0 | 4,2 | -1,0 | 1,5 | 3,9 | -1,5 | -2,4 | -3,3 |
| -3,1 | -1,1 | 2,2 | -4,2 | -1,3 | -6,8 | -2,0 | 2,3 | 4,8 |
| 1,7 | 3,5 | 1,6 | -1,6 | -7,4 | 6,6 | 9,3 | 3,0 | 6,6 |
| 3,0 | -1,1 | -0,6 | 3,5 | 3,3 | 4,5 | -4,0 | 0,1 | 2,4 |
| -2,4 | -4,7 | 2,5 | -8,5 | -2,2 | 3,8 | -8,3 | 3,8 | -1,0 |
| -7,3 | -3,7 | -2,2 | 5,9 | -0,3 | -1,9 | -3,3 | -2,3 | 0,1 |
| 1,7 | 1,1 | -1,1 | -2,0 | 2,7 | 4,1 | 1,2 | 2,1 | -0,7 |
| 1,2 | 2,1 | -0,7 | -4,9 | 1,7 | -1,9 | -1,0 | 2,7 | 2,0 |
| -0,9 | 3,0 | -0,5 | -2,5 | 6,0 | 3,8 | -3,4 | 3,4 | -3,7 |
| 1,5 | 1,8 | 6,3 | 0,3 | 0,2 | 4,2 | 4,7 | -2,3 | 1,3 |
| -4,5 | -3,5 | 3,3 | -1,9 | -3,5 | 0,9 | -3,3 | -3,6 | 5,4 |
| -1,8 | 4,1 | 0,7 | -3,0 | -1,5 | -2,5 | -0,4 | 3,8 | 5,7 |
| 3,6 | 1,5 | 2,2 | 5,8 | 6,4 | 1,0 | 7,0 | 6,1 | 1,1 |
| 70,4 | 2,3 | 1,4 | -6,6 | -2,8 | -1,7 | -0,9 | 1,8 | -1,3 |
| 6,2 | 0,1 | -1,4 | 1,5 | 1,1 | -6,9 | -3,7 | 6,3 | -4,6 |
| -6,4 | -4,8 | 7,3 | -8,0 | 1,8 | 2,1 | 2,0 | 3,6 | 2,6 |
| 0,0 | -2,2 | -2,2 | 2,0 | 2,8 | -4,2 | -3,4 | 0,7 | 0,6 |
| 6,8 | 1,7 | 3,0 | 1,6 | 4,4 | 7,7 | 3,8 | 1,3 | -3,0 |
| -6,4 | 6,8 | -1,4 | 4,5 | 0,3 | -1,9 | 0,2 | -1,2 | -3,6 |

Таблица П.5.2

Числа, распределенные по закону равной вероятности в диапазоне $-5 \dots +5$

| | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| -1,1 | -3,7 | -2,8 | 3,3 | 4,1 | -0,6 | -1,1 | -1,9 | -3,5 |
| -0,7 | 1,1 | -2,1 | 0,7 | -1,5 | 1,8 | 2,2 | -3,0 | -1,5 |
| -2,7 | 2,1 | 0,6 | 2,2 | 2,0 | 4,0 | 0,0 | 4,1 | -0,6 |
| -1,5 | 3,0 | 4,2 | 1,4 | 1,6 | -1,9 | 0,2 | -1,2 | -3,6 |
| -2,0 | 1,8 | 2,2 | -1,4 | -0,1 | 2,7 | 1,8 | 2,2 | 3,8 |
| 4,5 | -3,5 | 1,6 | 2,3 | -1,9 | 1,7 | 2,7 | 1,2 | -2,3 |
| 3,8 | 4,1 | -0,6 | -2,2 | 3,8 | -2,2 | 2,5 | -0,9 | 2,1 |
| -1,9 | 1,5 | 2,5 | 3,0 | 4,2 | -0,3 | -2,2 | 1,5 | 2,7 |
| 4,1 | 2,3 | -2,2 | -1,4 | 0,9 | 2,7 | -1,1 | -4,5 | 3,4 |
| -1,9 | 0,1 | -1,1 | 2,7 | -2,5 | 1,7 | -0,7 | -2,2 | -2,3 |
| 3,8 | -4,8 | -0,7 | 1,7 | 1,0 | 3,4 | -0,5 | -0,3 | -3,6 |
| 4,2 | -2,2 | -0,5 | 1,5 | -1,7 | 4,1 | -0,6 | 2,7 | 3,8 |
| 0,9 | 1,7 | -1,9 | -1,3 | 4,2 | -1,0 | 1,5 | 1,7 | 1,7 |
| -2,5 | -3,7 | -3,0 | -2,8 | -1,7 | -0,9 | -1,9 | -3,5 | 1,2 |
| 1,0 | 1,1 | 1,8 | 2,2 | 1,5 | 2,0 | -3,0 | -1,5 | -0,9 |
| -1,7 | 2,1 | 0,0 | -2,1 | -1,3 | 1,6 | -3,0 | -1,7 | 1,5 |
| -1,9 | -1,3 | 3,9 | 2,7 | 0,3 | -1,9 | 0,2 | -1,2 | -4,5 |
| 3,8 | -4,6 | 0,0 | 1,7 | 3,3 | 1,7 | 2,7 | 2,5 | 1,7 |
| 4,2 | 2,6 | 0,7 | 2,7 | 1,8 | 2,2 | -1,4 | -2,2 | -1,9 |
| 0,9 | 0,6 | -2,0 | -0,3 | -1,9 | -0,9 | 2,3 | -1,1 | -3,0 |
| -2,5 | -3,0 | -1,1 | 2,7 | -3,0 | 1,5 | 4,1 | -0,6 | 2,0 |
| 1,0 | -3,6 | 3,5 | 1,7 | 2,4 | -4,5 | 0,8 | -0,5 | 1,6 |

Таблица П.5.3

Числа, распределенные по закону равной вероятности в диапазоне 1 ... 10

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|---|----|---|----|----|----|----|---|
| 4 | 3 | 4 | 2 | 1 | 10 | 8 | 4 | 3 | 6 | 1 | 3 | 7 | 3 |
| 4 | 10 | 10 | 10 | 3 | 5 | 3 | 2 | 1 | 5 | 3 | 7 | 10 | 4 |
| 5 | 2 | 10 | 8 | 8 | 2 | 1 | 5 | 2 | 2 | 10 | 10 | 7 | 9 |
| 6 | 7 | 5 | 9 | 1 | 6 | 8 | 4 | 4 | 4 | 5 | 8 | 8 | 4 |
| 9 | 6 | 9 | 5 | 10 | 7 | 2 | 9 | 9 | 1 | 2 | 6 | 3 | 9 |
| 4 | 6 | 7 | 7 | 10 | 8 | 4 | 4 | 5 | 3 | 7 | 8 | 3 | 8 |
| 7 | 9 | 3 | 4 | 2 | 3 | 4 | 1 | 1 | 3 | 5 | 2 | 6 | 3 |
| 2 | 2 | 9 | 9 | 6 | 10 | 8 | 5 | 5 | 9 | 2 | 6 | 6 | 9 |
| 8 | 7 | 4 | 10 | 9 | 10 | 8 | 8 | 8 | 8 | 6 | 6 | 6 | 9 |
| 3 | 6 | 2 | 8 | 5 | 2 | 7 | 10 | 9 | 10 | 9 | 5 | 5 | 8 |
| 9 | 3 | 8 | 8 | 2 | 9 | 9 | 5 | 5 | 8 | 8 | 3 | 4 | 2 |
| 8 | 7 | 8 | 4 | 2 | 8 | 3 | 7 | 6 | 1 | 2 | 9 | 5 | 4 |
| 2 | 9 | 1 | 5 | 9 | 5 | 2 | 2 | 7 | 8 | 7 | 7 | 5 | 3 |
| 4 | 10 | 9 | 2 | 4 | 7 | 5 | 3 | 4 | 6 | 6 | 2 | 7 | 4 |