

**И. И. Ташлыкова-Бушкевич**

# **Физика**

**Оптика.**

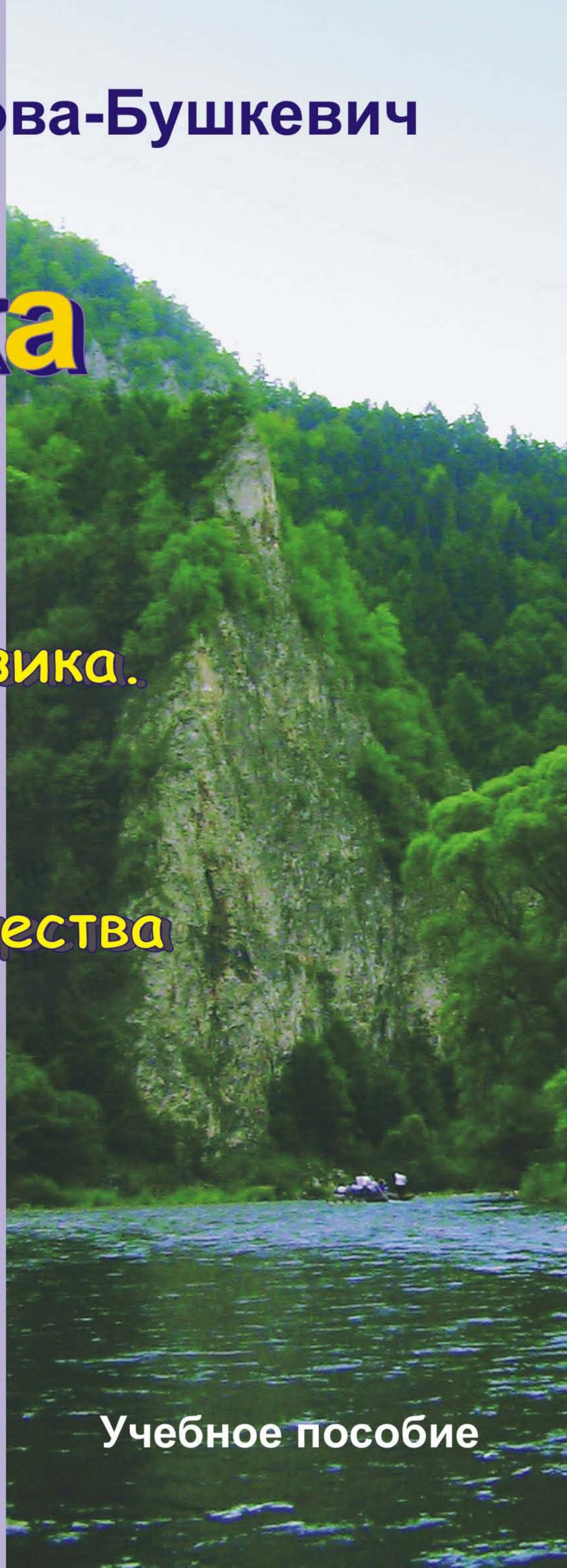
**Квантовая физика.**

**Строение**

**и физические**

**свойства вещества**

**Учебное пособие**



**И. И. ТАШЛЫКОВА-БУШКЕВИЧ**

**ФИЗИКА**

В 2-х частях

Часть 2

**ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА.  
СТРОЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА**

*Допущено Министерством образования Республики Беларусь  
в качестве учебного пособия  
для студентов учреждений, обеспечивающих получение высшего образования  
по техническим специальностям*

Минск БГУИР 2008

УДК 53 (075.8)

ББК 22.3 я 73

Т 25

**Р е ц е н з е н т ы:**

кафедра технической физики Белорусского национального  
технического университета (доцент кафедры,  
канд. физ.-мат. наук В. А. Мартинович);  
доцент кафедры атомной физики и физической информатики БГУ,  
канд. физ.-мат. наук А. А. Сокольский

**Ташлыкова-Бушкевич, И. И.**

Т 25 Физика : учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 2 : Оптика. Квантовая физика. Строе-  
ние и физические свойства вещества / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. –  
Минск : БГУИР, 2008. – 182 с. : ил.

ISBN 978-985-488-077-8 (ч. 2)

Основу учебного пособия составили лекции по физике, читаемые автором в Бело-  
русском государственном университете информатики и радиоэлектроники. Пособие  
написано в соответствии с программой курса физики для технических специальностей  
вузов. Материал содержит также результаты научных исследований, выполненных  
автором.

В части 2 рассмотрены оптика, квантовая физика, строение и физические свойства  
вещества.

Предназначено для студентов технических специальностей высших учебных за-  
ведений. Пособие может быть использовано студентами при самостоятельной работе  
над курсом, а также лекторами как основа для чтения данных разделов общего курса  
«Физика».

**УДК 53 (075.8)**

**ББК 22.3 я 73**

Часть 1 «Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм» издана  
в БГУИР в 2006 г.

**ISBN 978-985-488-077-8 (ч. 2)**

**ISBN 978-985-488-104-1**

© Ташлыкова-Бушкевич И. И., 2008

© УО «Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники», 2008

## СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	6
ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ .....	7
Обозначения и названия основных единиц физических величин .....	8
Десятичные приставки к названиям единиц .....	8
ВВЕДЕНИЕ.....	9
Раздел 4. ОПТИКА .....	10
Тема 21. Геометрическая оптика .....	10
21.1. Предварительные сведения. Световая волна. Показатель преломления среды .....	10
21.2. Законы геометрической оптики. Оптическая длина пути. Принцип Ферма. Таутохронизм .....	11
Тема 22. Интерференция света .....	14
22.1. Когерентность и интерференция световых волн .....	14
22.2. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников .....	17
22.3. Интерференция света в тонких плёнках .....	18
22.4. Интерференция многих волн .....	20
Тема 23. Дифракция света.....	22
23.1. Принцип Гюйгенса–Френеля. Метод зон Френеля.....	22
23.2. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске .....	23
23.3. Дифракция Фраунгофера на одной щели и дифракционной решетке.....	24
23.4. Дифракция на пространственной решетке. Понятие о голографии .....	27
Тема 24. Поляризация света.....	30
24.1 Области нормальной и аномальной дисперсии света. Электронная теория дисперсии .....	30
24.2 Эффект Доплера .....	32
24.3 Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Закон Малюса .....	34
24.4 Поляризация света при отражении. Закон Брюстера. Двойное лучепреломление .....	36
ЛИТЕРАТУРА .....	38
Раздел 5. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА.....	39
Тема 25. Квантовая природа электромагнитного излучения .....	39
25.1. Тепловое излучение.....	39
25.2. Законы теплового излучения.....	41
25.3. Квантовая гипотеза Планка .....	44
25.4. Фотоэффект. Формула Эйнштейна .....	45
25.5. Коротковолновая граница тормозного рентгеновского спектра .....	48
25.6. Фотоны. Импульс фотона. Давление света .....	50
25.7. Эффект Кóмптона .....	52
Тема 26. Волновые свойства микрочастиц .....	55
26.1. Гипотеза де Бройля. Опыты Дэвиссона–Джермера .....	55

26.2.	Прохождение электронов через две щели. Неприменимость понятия траектории к микрочастицам. Дифракция электронов.....	57
26.3.	Соотношения неопределенностей. Прохождение частицы через щель. Оценка энергии нулевых колебаний гармонического осциллятора .....	61
26.4.	Задание состояния частицы в квантовой физике: пси-функция, ее физический смысл как амплитуды вероятности. Нормировка. Стандартные условия. Суперпозиция состояний в квантовой физике.....	64
26.5.	Уравнения Шрёдингера (временное и стационарное). Стационарные состояния. Квантование энергии .....	66
26.6.	Задачи на применение уравнения Шрёдингера.....	68
26.7.	Частица в одномерной бесконечно глубокой потенциальной «яме».....	70
26.8.	Гармонический осциллятор (результаты решения) .....	73
26.9.	Прохождение частицы через одномерный потенциальный барьер. Туннельный эффект.....	75
Тема 27.	Операторы в квантовой физике .....	83
27.1.	Средние значения величин. Основные постулаты квантовой теории. Собственные функции и собственные значения .....	83
27.2.	Собственные значения и собственные функции проекции момента импульса.....	86
27.3.	Опыт Барнетта. Опыт Эйнштейна и де Хааза. Опыт Штерна и Герлаха. Спин. Квантовые числа орбитального и спинового моментов .....	89
27.4.	Сложение моментов. Результирующий механический момент многоэлектронной системы.....	92
ЛИТЕРАТУРА.....		94
Раздел 6. СТРОЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА.....		96
Тема 28.	Физика атома .....	96
28.1.	Представление о модели атома Резерфорда.....	96
28.2.	Постулаты Бора. Боровская модель атома .....	98
28.3.	Квантово-механическая модель атома водорода (результаты решения уравнения Шрёдингера). Квантовые числа атома водорода.....	101
28.4.	Вырождение уровней. Кратность вырождения. Символы состояний. Схема уровней. Правила отбора. Спектральные серии атома водорода .....	104
28.5.	Магнитный момент атома. Атом в магнитном поле. Эффект Зеемана. ....	107
28.6.	Распределение электронов по энергетическим уровням в атоме. Принцип Паули. Оболочка и подоболочка .....	111
28.7.	Периодическая система элементов .....	113
28.8.	Характеристическое рентгеновское излучение. Рентгеновские спектры. Закон Мозли .....	115

Тема 29. Двухатомная молекула.....	117
29.1. Схема энергетических уровней двухатомной молекулы: электронные термы, их колебательная и вращательная структуры .....	117
29.2. Комбинационное рассеяние света.....	119
Тема 30. Физика твердого тела .....	121
30.1. Кристаллические тела. Типы кристаллов .....	121
30.2. Теплоемкость кристаллов. Закон Дюлонга и Пти. Зависимость теплоемкости от температуры Дебая.....	123
30.3. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучение. Равновесное излучение. Принцип детального равновесия и формула Планка. Активная среда.....	125
30.4. Лазер (на примере трехуровневой системы). Резонатор .....	127
30.5. Распределения Ферми–Дирака и Бозе–Эйнштейна .....	129
30.6. Квантовая теория свободных электронов в металле. Плотность энергетических состояний .....	132
30.7. Энергетические зоны в кристаллах. Металлы, полупроводники, диэлектрики .....	134
30.8. Электропроводность металлов и полупроводников. Эффект Холла.....	136
30.9. Контактная разность потенциалов. Термоэлектрические явления ..	139
30.10. Полупроводниковые диоды и транзисторы.....	143
30.11. Сверхпроводимость. Магнитные свойства сверхпроводника (эффект Мейснера). Эффект Джозефсона. Высокотемпературная сверхпроводимость.....	145
Тема 31. Физика ядра .....	148
31.1. Масса и энергия связи ядра.....	148
31.2. Ядерные силы.....	152
31.3. Радиоактивность .....	153
31.4. Закон радиоактивного распада.....	155
31.5. Ядерные реакции .....	156
31.6. Энергетическая схема ядерной реакции.....	159
31.7. Реакции деления ядер. Пути использования ядерной энергии.....	160
Тема 32. Элементарные частицы .....	166
32.1. Виды взаимодействия и классы элементарных частиц .....	166
32.2. Частицы и античастицы. Кварки.....	170
ЛИТЕРАТУРА .....	172
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	173
1. Греческий алфавит.....	173
2. Параметры некоторых химических элементов .....	173
3. Некоторые физические константы .....	174
4. Некоторые внесистемные единицы .....	174
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ .....	175

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время наука и технологии определяют критерии университетского образования. Одна из главных задач инженерного вузовского образования заключается в подготовке высококвалифицированных специалистов для инженерно-инновационной и научно-исследовательской деятельности. В техническом вузе, где физика не является профилирующей дисциплиной, фундаментальность курса общей физики диктует необходимость формирования у студентов физического мировоззрения и развития научного мышления в условиях ограниченного времени. Для улучшения понимания и запоминания студентами материала в процессе обучения, в том числе при управляемой самостоятельной работе, актуальны разработка и использование учебных материалов на основе курсов лекций в вузах.

Настоящий краткий курс лекций по физике написан на основе материала общего курса «Физика», читаемого автором студентам Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, изучающим курс физики в течение двух-трех семестров. Содержание данного курса соответствует Государственному образовательному стандарту и действующей типовой программе курса физики для технических специальностей вузов.

Цель учебного пособия – сформировать у студентов достаточно широкую теоретическую подготовку по курсу «Физика», необходимую для ориентации в потоке научной и технической информации и использования знаний по физике в технике; дать такой объем теоретического материала, который необходим для понимания сути рассматриваемых физических явлений, законов и теорий. Поэтому в данном пособии большое внимание уделено исходным понятиям, основополагающим экспериментальным фактам, фундаментальным законам. В пособие включены оригинальные результаты научных исследований, выполненных автором в рамках проектов Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований.

Курс лекций издается в двух частях. Во второй части рассмотрены оптика, квантовая физика, а также строение и физические свойства вещества.

При подготовке пособия были поставлены следующие задачи:

- дать возможность студентам самостоятельно работать над курсом, в том числе при подготовке к практическим и лабораторным занятиям;
- дополнять материал, читаемый на лекциях, наглядными примерами, приложениями физических законов в разных областях науки и техники, а также решениями классических задач для объяснения и иллюстрации изучаемых теоретических положений.

Отличительной чертой настоящего учебного пособия является то, что при сравнительно небольшом объеме пособия материал излагается доступно, информативно и кратко. Названия тем в пособии совпадают с названиями лекционных занятий. В оформлении материала используется выделение формулировок законов, принципов, формул и терминов с помощью подчеркивания, рамок и других типографских средств, что облегчает восприятие информации. Большое количество иллюстраций наглядно объясняет физические формулы и модели, стимулируя образное мышление студентов. Краткая и доступная форма изложения материала, в том числе физической сути изучаемых явлений, позволяет использовать пособие преподавателям технических вузов. Для дополнительного удобства пособие содержит подробный предметный указатель.

Автор благодарит доцента кафедры технической физики БНТУ В. А. Мартиновича, доцента кафедры атомной физики и физической информатики БГУ А. А. Сокольского, профессора кафедры физики твердого тела БГУ В. Г. Шепелевича, профессора кафедры физики и химии БГАТУ В. М. Добрянского, заведующего кафедрой физики факультета радиофизики и электроники БГУ профессора В. А. Саечникова и доцента кафедры физики БГУИР В. И. Мурзова за обсуждение рукописи настоящего пособия и сделанные полезные замечания.

## ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

**Векторы** обозначены одной буквой со стрелкой (например  $\vec{r}$ ,  $\vec{u}$ ); та же буква без стрелки ( $r$ ,  $u$ ) означает модуль вектора.

**Средние величины** отмечены скобками  $\langle \rangle$ , например  $\langle p \rangle$ , или индексом  $cp$ , т. е.  $p_{cp}$ .

**Скалярное произведение** векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  обозначается как  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , а также  $\vec{a} \vec{b}$  или  $(\vec{a}, \vec{b})$ .

**Векторное произведение** двух векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  обозначается как  $\vec{a} \times \vec{b}$  или  $[\vec{a}, \vec{b}]$ .

**Энергия частицы** обозначена так:

$E$  – полная,  $E_k$  – кинетическая,  $U$  – потенциальная.

**Символы** перед величинами означают:

$\Delta$  – конечное приращение величины, т. е. разность ее конечного и начального значений, например  $\Delta E = E_2 - E_1$ ;

$d$  – дифференциал, например  $dx$ ;

$=$  – равно;

$\simeq$  – тождественно равно;

$\cong$  – почти равно;

$\approx$  – приблизительно равно;

$\sim$  – пропорционально.

**Орты** – единичные векторы:

$\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – орты декартовых координат.

**Производная по времени** от произвольной функции  $f$  обозначена  $df/dt$  или  $\partial f/\partial t$ , когда  $f$  – функция нескольких переменных, или точкой, стоящей над функцией,  $\dot{f}$ .

**Производная  $n$ -го порядка** от произвольной функции  $f(x)$  обозначена  $d^n f/dx^n$ .

**Математические символы:**

$\infty$  – бесконечность;

$\text{P}$  – следует (знак логического следствия);

$\rightarrow$  – стремится к ...;

$\perp$  – перпендикулярно;

$\parallel$  – параллельно;

$\ll$  – значительно меньше;

$\gg$  – значительно больше;

$\{$  – знак системы;

$const$  – обозначение постоянства величины, например,  $\vec{E} = const$  – вектор  $\vec{E}$  постоянен по модулю и по направлению,  $A = const$  – величина  $A$  является постоянной;

$\sum_{i=1}^n \vec{a}_i$  или  $\dot{\vec{a}}$  означает суммирование величины, стоящей справа от  $\dot{\vec{a}}$  по всем индексам от  $i=1$  до  $i=n$  включительно;

$\int_a^b \dot{\vec{a}}$  – определенный интеграл;

$\int \dot{\vec{a}}$  – неопределенный интеграл;

**Операторы физических величин** обозначены латинскими буквами со «шляпками», например  $\hat{L}$ .

**Обозначение функций:**

$C = C(r, q)$  –  $C$  есть функция от переменных  $r$  и  $\theta$ .

**Векторный оператор  $\nabla$**  (набла):  $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$ .

**Оператор Лапласа  $\Delta$**  (лапласиан):  $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

### Обозначения и названия основных единиц физических величин

А – ампер	К – кельвин	Па – паскаль
Бк – беккерель	кг – килограмм	рад – радиан
Вт – ватт	Кл – кулон	с – секунда
Вб – вебер	м – метр	См – сименс
В – вольт	мин – минута	Тл – тесла
Гн – генри	лк – люкс	Ф – фарад
Гц – герц	лм – люмен	ч – час
Дж – джоуль	Н – ньютон	эВ – электрон-вольт
кал – калория	Ом – ом	

### Десятичные приставки к названиям единиц

Тера ( $10^{12}$ ) Т	например:	1 ТГц = $10^{12}$ Гц
Гига ( $10^9$ ) Г		1 ГэВ = $10^9$ эВ
Мега ( $10^6$ ) М		1 МВт = $10^6$ Вт
Кило ( $10^3$ ) к		1 кВ = $10^3$ В
Милли ( $10^{-3}$ ) м		1 мА = $10^{-3}$ А
Микро ( $10^{-6}$ ) мк		1 мкм = $10^{-6}$ м
Нано ( $10^{-9}$ ) н		1 нс = $10^{-9}$ с
Пико ( $10^{-12}$ ) п		1 пФ = $10^{-12}$ Ф
Фемто ( $10^{-15}$ ) ф		1 фс = $10^{-15}$ с
Атто ( $10^{-18}$ ) а		1 ас = $10^{-18}$ с

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящая книга представляет собой вторую часть учебного пособия по курсу общей физики, состоящего из двух частей. В первой части «Физика: Учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1: Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм» были рассмотрены нерелятивистская и релятивистская механика, включая колебательные и волновые процессы, а также молекулярная физика и термодинамика, электричество и магнетизм. Вторая часть состоит из разделов оптики, квантовой физики, а также строения и физических свойств вещества. Теоретический материал каждого раздела соответствует современному уровню развития физики.

Раздел «Оптика» включает геометрическую и физическую оптику. В геометрической оптике вопрос о природе света не рассматривается, используются эмпирические законы распространения света. В физической оптике излагаются темы интерференции, дифракции и поляризации. Рассматриваются вопросы, связанные с процессами испускания света, природой света и световых явлений.

Раздел «Квантовая физика» посвящен таким вопросам, как квантовая природа электромагнитного излучения, волновые свойства микрочастиц, операторы квантовой физики. Изучаются физические основы квантовой механики, даются основные законы, которые являются фундаментом наук о строении вещества. Материал включает описание и объяснение специфических явлений квантовой механики, не имеющих аналогов в классической механике.

В разделе «Строение и физические свойства вещества» рассматриваются пять тем: физика атомов, в том числе двухатомных молекул, физика твердого тела, физика ядра и физика элементарных частиц. Приводятся результаты современных экспериментальных исследований в области физики твердого тела. При изложении основ физики атомов рассматривается «полуклассическая» теория Бора. Понятия квантовой механики используются для объяснения строения электронных оболочек атомов, атомных и молекулярных спектров, а также строения и свойств атомных ядер. Кратко освещаются вопросы, связанные с периодической системой элементов Менделеева. Характеристическое рентгеновское излучение рассматривается на примере рентгеновских спектров. Тема о физике двухатомных молекул включает в себя материал об энергетических уровнях двухатомной молекулы, а также о комбинационном рассеянии света. Физика твердого тела представлена как компактное, но вместе с тем достаточно полное изложение основ современной физики конденсированного состояния. В том числе рассматриваются тепловые свойства кристаллов, освещаются вопросы квантования энергии колебаний решетки, вводится понятие фононов. В физике ядра излагаются основные понятия, включающие описание ядерных сил, рассмотрение явления радиоактивности, что позволяет сделать краткий обзор возможностей использования ядерной энергии. В теме об элементарных частицах даются характеристики фундаментальных взаимодействий, системно анализируется основная часть известных на данный момент элементарных частиц. Рассматриваются общие вопросы теории элементарных частиц.

## РАЗДЕЛ 4. ОПТИКА

### Тема 21. Геометрическая оптика

#### 21.1. Предварительные сведения. Световая волна. Показатель преломления среды

**Оптика** – это раздел физики, который изучает природу света, световые явления и взаимодействие света с веществом.

**Оптическое излучение** представляет собой *электромагнитные волны*, длины которых заключены в диапазоне с условными границами от единиц нм до десятых долей мм (диапазон частот  $\sim 3 \cdot 10^{17} - 3 \cdot 10^{11}$  Гц). Поэтому оптика является частью общего учения об электромагнитном поле.

В зависимости от рассматриваемых явлений оптику делят на *геометрическую* (лучевую), *волновую* (физическую), *квантовую* (корпускулярную).

В данном разделе будет в основном изучаться оптический диапазон длин волн, подразделяемый на *инфракрасное излучение*, видимое излучение (обычно называемое *светом*) и *ультрафиолетовое излучение*.

Электромагнитная волна характеризуется векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Поскольку именно действие электрического поля на вещество приводит к поглощению, излучению, поляризации и другим оптическим явлениям, то будем говорить о **световом векторе**, имея в виду вектор  $\vec{E}$ . Монохроматическая **световая волна**, распространяющаяся вдоль оси  $X$  со скоростью  $v$ , описывается уравнением, определенным выражением (20.5) (см. тему 20 ч. I)

$$E = A \cos(\omega t - kx + a), \quad (21.1)$$

где  $(\omega t - kx + a)$  – фаза волны;  $k = \omega/v = 2\pi/l$  – волновое число;  $\omega$  – циклическая частота волны;  $A$  – модуль амплитуды светового вектора ( $A = |\vec{E}_m|$ ). В точке с координатой  $x$  начальной фазой колебаний будет величина  $j = -kx + a$  (при  $t = 0$  и  $x = 0$  фаза волны равна  $a$ ). Уравнение (21.1) определяет изменение во времени и пространстве проекции светового вектора на направление распространения волны.

**Показателем преломления** (*абсолютным показателем преломления*) среды называется величина  $n$ , равная отношению скорости электромагнитных волн в вакууме  $c$  к их фазовой скорости  $v$  в данной среде (см. формулу (20.3) ч. I)

$$n = c/v = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (21.2)$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Для большинства прозрачных веществ  $\mu \approx 1$  и справедлива формула, связывающая оптические свойства вещества с его электрическими свойствами:

$$n = \sqrt{\epsilon}, \quad (21.3)$$

где  $\epsilon$  зависит от частоты электромагнитной волны. Этим объясняется **дисперсия** света, т. е. зависимость  $n$  (или  $v$ ) от частоты  $\nu$  (или длины волны  $l$ ) света. По-

этому на практике показатель преломления среды зависит от цвета света. Действительно, как известно, световые волны различных частот воспринимаются человеком как различные цвета.

Показатель преломления  $n$  характеризует оптическую плотность среды. Среду с большим показателем преломления называют оптически более плотной, а среду с меньшим показателем преломления – оптически менее плотной.

**Относительный показатель преломления** второй среды относительно первой равен отношению абсолютных показателей преломления двух сред:

$$n_{21} = n_2/n_1.$$

В веществе с показателем преломления  $n$  длина волны света вычисляется как

$$l = \frac{u}{n} = \frac{c}{nn} = \frac{l_0}{n}, \quad (21.4)$$

где  $l_0$  – длина световой волны в вакууме.

Световая волна характеризуется **интенсивностью**  $I$ . Поскольку интенсивность излучения определяется как модуль среднего по времени значения плотности потока энергии (20.14) (см. ч. I), то согласно уравнению (21.1)

$$I \sim n E_m^2 = n A^2, \quad (21.5)$$

где  $n$  – показатель преломления среды, в которой распространяется волна.

**Световой луч** (или просто **луч**) – это линия, вдоль которой переносится световая энергия. Лучи ортогональны волновым поверхностям (см. подтему 8.1). **Вектор Пойнтинга** в изотропных средах направлен в каждой точке волновой поверхности по касательной к лучу.

**Линзой** называется прозрачное тело, ограниченное с двух сторон криволинейными, например сферическими, поверхностями. В частном случае одна из поверхностей может быть плоской.

Линза называется **тонкой**, если ее толщина значительно меньше, чем радиусы кривизны обеих поверхностей. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется **главной оптической осью**.

**Оптической призмой** называется призма, изготовленная из материала прозрачного для оптического излучения в некотором интервале его частот. Оптические призмы могут быть и не призмами в строго геометрическом смысле, например, иметь усеченную вершину. Выделяют три класса оптических призм: отражательные, спектральные (преломляющие или дисперсионные), а также поляризационные призмы.

## 21.2. Законы геометрической оптики. Оптическая длина пути.

### Принцип Ферма. Таутохронизм

Еще до установления природы света были известны следующие **законы геометрической оптики** (вопрос о природе света не рассматривался):

1. **Закон независимости световых лучей** – эффект, производимый отдельным лучом, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные лучи или они устранены.

2. Закон прямолинейного распространения света – свет в однородной прозрачной среде распространяется прямолинейно.

3. Закон отражения света – отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол отражения  $i'_1$  равен углу падения  $i_1$ , рис. 21.1:  $i'_1 = i_1$ .

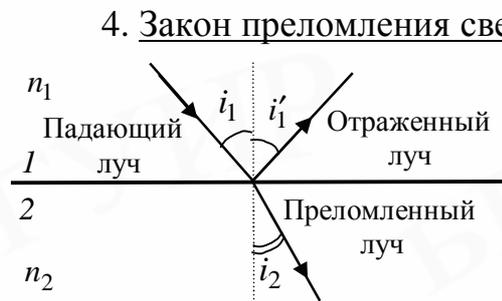


Рис. 21.1. Иллюстрация к законам преломления и отражения лучей

4. Закон преломления света (закон Снелля, 1621) – падающий луч, преломленный луч и перпендикуляр к поверхности раздела двух сред, проведенный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; при преломлении света на границе раздела двух изотропных сред с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  выполняется условие

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (21.6)$$

**Полное внутреннее отражение** – это отражение светового луча от границы раздела двух прозрачных сред в случае его падения из оптически более плотной среды в среду оптически менее плотную под углом  $i_1 \geq i_{np}$ , для которого выполняется равенство

$$\sin i_{np} = n_2 / n_1 = n_{21}, \quad (21.6a)$$

где  $n_{21}$  – относительный показатель преломления (случай  $n_1 > n_2$ ).

Наименьший угол падения  $i_{np}$ , при котором весь падающий свет полностью отражается в среду  $I$ , называется предельным углом полного отражения.

Явление полного отражения используется в световодах и призмах полного отражения (например в биноклях).

**Оптической длиной пути  $L$**  между точками  $A$  и  $B$  прозрачной среды называют расстояние, на которое свет (оптическое излучение) распространился бы в вакууме за то же время, за которое он проходит от  $A$  до  $B$  в среде. Так как скорость света в любой среде меньше его скорости в вакууме, то  $L$  всегда больше реально проходимого расстояния. В неоднородной среде

$$L = \int_A^B n ds, \quad (21.7)$$

где  $ds$  – бесконечно малый элемент траектории луча;  $n$  – показатель преломления среды. В однородной среде, где геометрическая длина пути света равна  $s$ , оптическая длина пути будет определяться как

$$L = ns. \quad (21.7a)$$

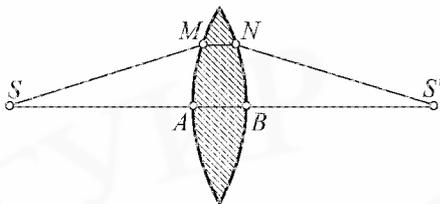


Рис. 21.2. Пример таутохронных путей света ( $SMNS' > SABS'$ )

Три последних закона геометрической оптики можно получить из **принципа Ферма** (ок. 1660): в любой среде свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время. В случае, когда это время является одинаковым для всех возможных путей, все пути света между двумя точ-

ками называются *таутохронными*, рис. 21.2.

Условию **таутохронизма** удовлетворяют, например, все пути лучей, проходящих через линзу и дающих изображение  $S'$  источника света  $S$ . Свет распространяется по путям неравной геометрической длины за одно и то же время, рис. 21.2. Именно то, что испущенные из точки  $S$  лучи одновременно и через наименьшее возможное время собираются в точке  $S'$ , позволяет получить изображение источника  $S$ .

**Оптическими системами** называется совокупность оптических деталей (*линз, призм, плоскопараллельных пластинок, зеркал и т. п.*), скомбинированных для получения оптического изображения или для преобразования светового потока, идущего от источника света.

Различают следующие **типы оптических систем** в зависимости от положения предмета и его изображения: микроскоп (предмет расположен на конечном расстоянии, изображение – на бесконечности), телескоп (и предмет, и его изображение находятся в бесконечности), объектив (предмет расположен в бесконечности, а изображение – на конечном расстоянии), проекционная система (предмет и его изображение расположены на конечном расстоянии от оптической системы). Оптические системы находят применение в технологическом оборудовании для оптической локации, оптической связи и т. д.

Оптические микроскопы позволяют исследовать объекты, размеры которых меньше минимального разрешения глаза, равного 0,1 мм. Использование микроскопов даёт возможность различать структуры с расстоянием между элементами до 0,2 мкм. В зависимости от решаемых задач микроскопы могут быть учебными, исследовательскими, универсальными и т. д. Например, как правило, металлографические исследования образцов металлов начинаются с помощью метода световой микроскопии, рис. 21.3. На представленной типичной микрофотографии сплава видно, что поверхность фольг сплава алюминия с медью содержит области более мелких и более крупных *зерен* (см. подтему 30.1), рис. 21.3, а. Анализ зеренной структуры шлифа поперечного сечения толщины образцов показывает, что микроструктура сплавов системы алюминий–медь изменяется по толщине фольг, рис. 21.3, б.

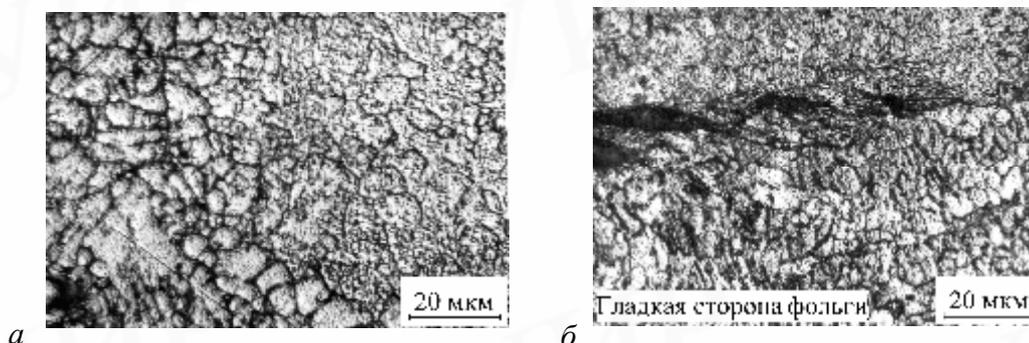


Рис. 21.3. Микрофотографии, полученные методом оптической микроскопии:  
а – зеренная структура поверхности фольги сплава Al-0,5 ат. % Cu [10];  
б – поперечное сечение по толщине фольги сплава Al-3,0 ат. % Cu [10]  
(гладкая сторона – сторона фольги, контактирующая с подложкой при затвердевании)

## Тема 22. Интерференция света

### 22.1. Когерентность и интерференция световых волн

В волновой оптике рассматриваются такие оптические явления, как интерференция, дифракция и поляризация, в которых проявляется волновая природа света. Волновая теория света основывается на **принципе Гюйгенса** (1678): каждая точка, до которой доходит волна, служит источником вторичных сферических волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Принцип Гюйгенса объясняет распространение световых волн, описываемое законами геометрической оптики.

**Когерентностью** называется согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Степень согласованности называют **степенью когерентности**: чем лучше согласованность, тем выше степень когерентности.

Два колебательных или волновых процесса называют **некогерентными**, когда они не согласованы друг с другом.

Монохроматические волны – неограниченные в пространстве волны одной фиксированной частоты и постоянной амплитуды – когерентны.

**Интерференция света** – это сложение в пространстве двух или нескольких когерентных световых волн, при котором в разных точках пространства получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны.

Пусть в некоторую точку пространства  $M$  приходят от разных источников две монохроматические световые волны с циклической частотой  $\omega$  и с одинаковым направлением колебаний световых векторов  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_2$ . Согласно принципу суперпозиции образуется результирующая гармоническая волна

$$\dot{E}_{рез} = \dot{E}_1 \cos(\omega t + j_1) + \dot{E}_2 \cos(\omega t + j_2) \quad (22.1)$$

$$\text{с амплитудой } E_{рез} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos d}, \quad (22.2)$$

где  $j_1$  и  $j_2$  – начальные фазы колебаний, зависящие от координат источников и точки наблюдения  $M$ ; разность фаз  $d = j_2 - j_1$ . Будем учитывать, что согласно формуле (21.5) интенсивность  $I$  световой волны пропорциональна квадрату амплитуды светового вектора, т. е.  $I \sim E^2$ .

В случае **некогерентных волн** разность фаз  $\delta$  изменяется во времени случайным образом. Поэтому среднее по времени значение  $\langle \cos d \rangle = 0$  и интенсивность результирующего колебания в любой точке пространства  $M$  равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности:

$$I_{рез} = I_1 + I_2, \quad (22.3)$$

интерференция в этом случае отсутствует.

В случае суперпозиции **когерентных волн** разность фаз  $\delta$  постоянна во времени и интенсивность результирующего колебания определяется как

$$I_{рез} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos d . \quad (22.4)$$

При распространении когерентных волн в средах с различными показателями преломления разность оптических длин путей  $L_2$  и  $L_1$ , проходимых волнами, называется **оптической разностью хода**:

$$\Delta = L_2 - L_1 = s_2 n_2 - s_1 n_1 ,$$

где  $s_1$  и  $s_2$  – геометрические длины путей первой и второй волны, которые соответственно распространяются в средах с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ .

Можно показать, что разность фаз  $\delta$  когерентных волн будет равна

$$d = 2p \left( \frac{s_2}{I_2} - \frac{s_1}{I_1} \right) = \frac{2p}{I_0} \Delta , \quad (22.5)$$

где  $I_0$  – длина световой волны в вакууме;  $\Delta$  – оптическая разность хода волн в точке наблюдения  $M$ .

При постоянной разности фаз возможны два крайних случая: если  $\cos d = +1$ , то результирующая интенсивность  $I_{рез} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ ; если  $\cos d = -1$ , то результирующая интенсивность  $I_{рез} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ . Таким образом, при сложении когерентных волн результирующая интенсивность в одних точках пространства будет больше суммы интенсивностей взаимодействующих волн (интерференционные максимумы), в других – меньше суммы интенсивностей взаимодействующих волн (интерференционные минимумы).

**Условие интерференционного максимума:**

если оптическая разность хода волн  $\Delta$  равна четному числу полуволен в вакууме (целому числу длин волн), то колебания, возбуждаемые обеими волнами в точке  $M$ , будут происходить в фазе

$$\Delta = 2m \frac{I_0}{2} = m I_0 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (22.6)$$

где  $m$  – целое число (**порядок интерференции**). В точках пространства, в которых наблюдаются интерференционные максимумы, разность фаз когерентных волн равна четному числу  $p$ :

$$d = 2mp . \quad (22.6a)$$

**Условие интерференционного минимума:**

если оптическая разность хода волн  $\Delta$  равна нечетному числу полуволен в вакууме, то образуются интерференционные минимумы

$$\Delta = (2m + 1) I_0 / 2 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (22.7)$$

При этом разность фаз когерентных волн равна нечетному числу  $p$ :

$$d = (2m + 1)p . \quad (22.7a)$$

Реальные источники не дают строго монохроматического света. В независимых источниках свет излучается атомами, каждый из которых испускает свет лишь в течение  $\sim 10^{-8}$  с. Только в течение этого времени волны, испускаемые атомом, имеют постоянные амплитуду и фазу колебаний. Независимые когерентные источники возможно получить, используя лазеры.

**Немонохроматический свет** можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга коротких гармонических импульсов излучаемых атомами – волновых цугов.

Рассмотрим величины, используемые в качестве количественной меры степени когерентности световых колебаний, не зависящей от способа измерения интерференционной картины. Средняя продолжительность одного волнового цуга  $\tau_{\text{ког}}$  называется **временем когерентности**. Если при наложении волновых полей временной сдвиг  $\tau$  между ними мал по сравнению с  $\tau_{\text{ког}}$ , то может быть получена четкая интерференционная картина. Иначе при  $t \gg \tau_{\text{ког}}$  интерференционная картина наблюдаться не будет. Величина  $\tau_{\text{ког}}$  также ограничивает время измерения интерференционной картины.

**Длина когерентности** (длина цуга) – это расстояние, на которое перемещается волна за время когерентности. В вакууме длина когерентности равна

$$l_{\text{ког}} = c t_{\text{ког}}.$$

Длине когерентности соответствует максимально возможный порядок интерференции  $m_{\text{max}}$ , начиная с которого полосы исчезают:

$$m_{\text{max}} = l_{\text{ког}} / \lambda = l / \Delta \lambda,$$

где  $\lambda$  – длина волны;  $\Delta \lambda$  – ширина спектрального интервала интерферирующего света. Величина  $l / \Delta \lambda$  характеризует степень монохроматичности света.

**Временная когерентность** – это когерентность колебаний, совершающихся в одной и той же точке пространства. Наблюдение интерференции света возможно лишь при выполнении условия временной когерентности колебаний:

$$\Delta t < \tau_{\text{ког}} = l / \Delta \lambda.$$

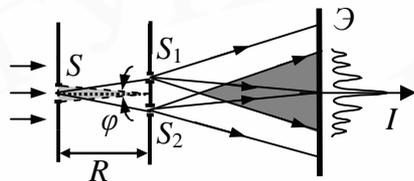


Рис. 22.1. Метод Юнга (1802): свет от источника (щель  $S$ ) падает на узкие щели  $S_1$  и  $S_2$ , играющие роль когерентных источников ( $S_1 S_2 = d$ )

**Пространственная когерентность** световой волны от протяженного источника – это когерентность колебаний в один и тот же момент времени, но в разных точках плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Она теряется, если разброс фаз в этих точках достигает  $\pi$ . **Длина пространственной когерентности** (радиус когерентности) равна

$$r_{\text{ког}} \sim \lambda / \theta,$$

где  $\theta$  – угловой размер источника относительно точки наблюдения. В опыте Юнга интерференционная картина наблюдается, если  $d < r_{\text{ког}}$ . Линейный размер источника  $\Delta S$  должен удовлетворять условию пространственной когерентности:  $\Delta S < \lambda R / d$ , рис 22.1.

Общий принцип получения когерентных световых волн таков: волну, излучаемую одним источником света, разделяют некоторым способом на две части, которые достигают точки наблюдения по разным путям. В результате между ними возникает разность хода. Классические методы наблюдения интерференции: метод Юнга, см. рис. 22.1, бипризма Френеля, зеркало Ллойда и т. д.

## 22.2. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

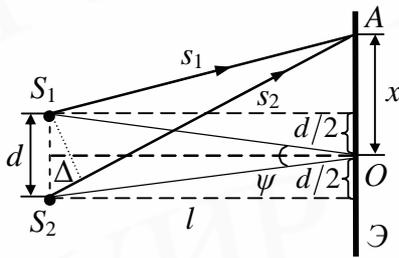


Рис. 22.2. Схема наблюдения интерференции света

Рассмотрим схему опыта Юнга, см. рис. 22.1. Две щели  $S_1$  и  $S_2$  на расстоянии  $d$  друг от друга являются когерентными источниками света с длиной волны  $\lambda$ . Экран  $\mathcal{E}$  параллелен щелям и находится от них на расстоянии  $l \gg d$ , рис. 22.2. В области, где волны из этих источников перекрываются, – в **зоне интерференции** на рис. 22.1 – возникает система чередующихся максимумов и минимумов интенсивности, которую можно наблюдать на экране  $\mathcal{E}$ .

Интенсивность в произвольной точке  $A$  однородной среды определяется оптической разностью хода интерферирующих лучей  $\Delta = (s_2 - s_1)n$ . Поскольку световые волны распространяются в воздухе, то  $n \approx 1$  и  $\Delta$  есть разность расстояний  $s_1$  и  $s_2$  от источников до интересующей нас точки  $A$ . Согласно рис. 22.2

$$s_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2 \quad \text{и} \quad s_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2,$$

откуда  $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$  или  $\Delta = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_1 + s_2}$ .

Из условия  $l \gg d$  следует, что  $s_1 + s_2 \approx 2l$ . Поэтому  $\Delta = \frac{xd}{l}$ .

Максимумы освещенности наблюдаются в точках с координатами

$$\frac{xd}{l} = m\lambda \Rightarrow \boxed{x_{\max} = m \frac{\lambda}{d} l} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (22.8)$$

Положения минимумов освещенности определяются координатами

$$\frac{xd}{l} = (m + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow \boxed{x_{\min} = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{d} l} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (22.8a)$$

Расстояние  $\Delta x$  между двумя соседними максимумами (минимумами) интерференционной картины называется **шириной интерференционной полосы**:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{d} l \quad \text{или} \quad \Delta x = \frac{\lambda}{\psi}, \quad (22.9)$$

где  $\psi$  – угловое расстояние между источниками, т. е. угол, под которым видны оба источника из центра экрана. Как видно на рис. 22.2,  $\psi = d/l$ .

**Распределение интенсивности.** Рассмотрим идеализированный случай, когда источники  $S_1$  и  $S_2$  строго монохроматические. В интересующую нас точку экрана колебания от этих источников будут приходить практически с одинаковой амплитудой,  $A_1 = A_2 = A_0$ . Тогда можно доказать согласно (22.4), что

$$I = I_0 \cos^2 h x, \quad (22.10)$$

где  $h = \frac{2\pi d}{\lambda l}$ ;  $I_0$  – интенсивность в максимумах, в минимумах  $I = 0$ . Данное идеализированное распределение интенсивности  $I(x)$  достаточно хорошо согласуется с экспериментальным, показанным на рис. 22.1.

### 22.3. Интерференция света в тонких плёнках

Интерференционные полосы называются *полосами равного наклона*, если они возникают при падении света на плоскопараллельную пластинку (плёнку) под фиксированным углом в результате интерференции лучей, отраженных от обеих поверхностей пластинки и выходящих параллельно друг другу.

Полосы равного наклона локализованы в бесконечности. Поэтому для наблюдения интерференционной картины экран помещают в фокальной плоскости собирающей линзы (как для получения изображения бесконечно удаленных предметов), рис. 22.3. Радиальная симметрия линзы приводит к тому, что *интерференционная картина* на экране будет иметь вид концентрических колец с центром в фокусе линзы.

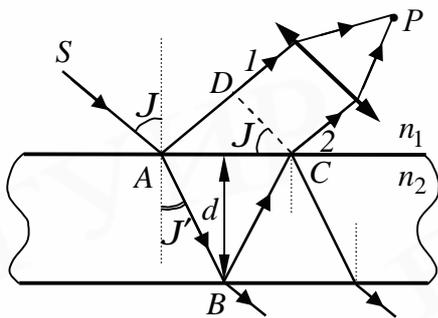


Рис. 22.3. Возникновение интерференционных полос, локализованных в бесконечности

Пусть из воздуха ( $n_1 \approx 1$ ) на плоскопараллельную прозрачную пластинку с показателем преломления  $n_2$  и толщиной  $d$  под углом  $J$  падает плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $\lambda$ , рис. 22.3. В точках  $A$  и  $B$  световой луч  $SA$  частично отражается и частично преломляется. Отраженные лучи  $1$  и  $2$  когерентны и параллельны. Если собирающей линзой их свести в точку  $P$ , то они будут интерферировать в отраженном свете.

Будем учитывать *особенность отражения* электромагнитных волн и, в частности, световых волн при падении их из среды с меньшей диэлектрической проницаемостью (и меньшим показателем преломления) на границу раздела двух сред:

*при отражении волны* от оптически более плотной среды ( $n_2 > n_1$ ) ее фаза изменяется на  $\pi$ , что равносильно так называемой «потере полуволны» ( $\pm 1/2$ ) при отражении, т. е. оптическая разность хода  $\Delta$  изменяется на  $1/2$ .

Поэтому оптическая разность хода интерферирующих лучей определяется как

$$\Delta = (AB + BC) n_2 - (AD - 1/2).$$

Используя закон преломления ( $\sin J = n_2 \sin J'$ ),  $AB = BC = 2d / \cos J'$  и  $AD = AC \sin J = 2d \operatorname{tg} J' \sin J$ , можно получить

$$\Delta - 1/2 = 2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 J}.$$

Следовательно, оптическая разность хода волн  $\Delta$  определяется углом  $J$ , однозначно связанным с положением точки  $P$  в фокальной плоскости линзы.

Согласно формулам (22.6) и (22.7) положение светлых и темных полос определяется следующими условиями:

$$2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 J} + \frac{1}{2} = 2m \frac{1}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (22.11)$$

$$2d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 J} + \frac{1}{2} = (2m + 1) \frac{1}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (22.11a)$$

Таким образом, для данных  $l$ ,  $d$  и  $n_2$  каждому наклону  $J$  лучей относительно пластинки соответствует своя интерференционная полоса.

**Полосы равной толщины.** Пусть на прозрачную тонкую пластинку (пленку) переменной толщины – клин с малым углом  $a$  между боковыми гранями – падает плоская монохроматическая световая волна в направлении параллельных лучей  $1$  и  $2$ , рис. 22.4. Интенсивность интерференционной картины, формируемой лучами, отраженными от верхней и нижней поверхностях клина, зависит от толщины клина в данной точке ( $d$  и  $d'$  для лучей  $1$  и  $2$  соответственно).

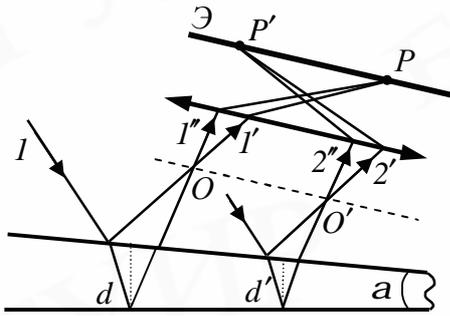


Рис. 22.4. Наблюдение полос равной толщины

Когерентные пары лучей ( $1'$  и  $1''$ ,  $2'$  и  $2''$ ) пересекаются вблизи поверхности клина (соответственно точки  $O$  и  $O'$ ) и собираются линзой на экране (соответственно в точках  $P$  и  $P'$ ).

Таким образом, на экране возникает система интерференционных полос – **полос равной толщины**, каждая из которых возникает при отражении от участков клина с одинаковой толщиной. Полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина (в плоскости  $OO'$ , отмеченной пунктиром).

**Кольца Ньютона.** Кольца Ньютона – классический пример **кольцевых полос равной толщины** – наблюдаются при отражении монохроматического света с длиной волны  $\lambda$  от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны.

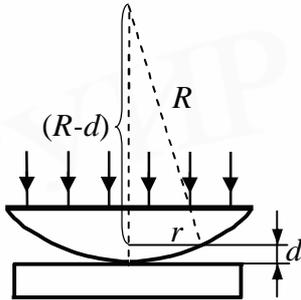


Рис. 22.5. К расчету радиусов колец Ньютона

Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы, рис. 22.5. Полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей с центром соприкосновения линзы с пластинкой.

Получим условие образования темных колец. Они возникают там, где оптическая разность хода  $\Delta$  волн, отраженных от обеих поверхностей зазора, равна нечетному числу полуволн:

$$\Delta = 2d + l/2 = (2m + 1)l/2 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

где  $l/2$  связано с «потерей» полуволны при отражении от пластинки. Отсюда

$$2d = ml.$$

Далее, согласно теореме Пифагора, см. рис. 22.5,  $r^2 = R^2 - (R - d)^2$ . Учитывая, что  $d \ll R$ , получим

$$r^2 = 2Rd.$$

Используем оба последних уравнения. Следовательно, в отраженном свете радиусы темных колец равны

$$r_{m \min} = \sqrt{mlR} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (22.12)$$

Значению  $m = 0$  соответствует минимум темного пятна в центре картины.

Аналогично получим, что радиусы светлых колец определяются как

$$r_{m \max} = \sqrt{(m - 1/2) I R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (22.12a)$$

Данные формулы для радиусов колец справедливы только в случае идеального (точечного) контакта сферической поверхности линзы с пластинкой.

Интерференцию можно наблюдать и в проходящем свете, причем в проходящем свете максимумы интерференции соответствуют минимумам интерференции в отраженном свете и наоборот.

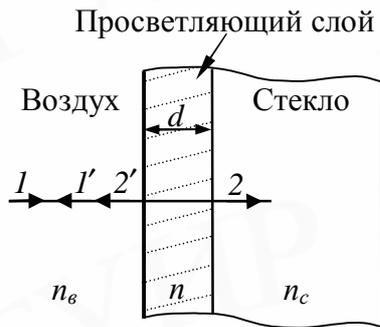


Рис. 22.6. Схема просветления оптики

#### Просветление оптики.

Объективы оптических приборов содержат большое количество линз. Даже незначительное отражение света каждой из поверхностей линз (около 4 % падающего света) приводит к тому, что *интенсивность прошедшего пучка* света значительно уменьшается. Кроме того, в объективах возникают блики и фон рассеянного света, что снижает эффективность оптических систем. В призмённом бинокле, например, суммарная потеря светового потока достигает ~50 %. Но на границах сред можно создать

такие условия, когда интенсивность света, прошедшего через оптическую систему, будет максимальна. Например, на поверхность линз наносят тонкие пленки прозрачного диэлектрика толщиной  $d$  с показателем преломления  $n_g < n < n_c$ ,  $n \approx \sqrt{n_g n_c}$ , рис. 22.6. При  $d = Nl/4$  ( $N$  – нечетное число) интерференция лучей  $1'$  и  $2'$ , отраженных от верхней и нижней поверхностей пленки, даст минимум интенсивности отраженного света.

Отметим, что обычно просветление оптики выполняют для средней (желто-зеленой) области видимого спектра. Как следствие, в отраженном свете объективы кажутся пурпурными из-за смещения красного и фиолетового цветов. Современные технологии синтеза оксидных пленок (например золь-гель-методом) позволяют создавать на основе элементов структуры металл-оксид-полупроводник новые просветляющие, защитные покрытия в оптоэлектронике.

## 22.4. Интерференция многих волн

При суперпозиции *двух плоских когерентных световых волн* образуются интерференционные одинаковые по ширине светлые и темные полосы. При суперпозиции же большого числа волн распределение интенсивности в интерференционной картине существенно меняется: образуются узкие максимумы, т. е. резкие светлые полосы, разделенные широкими темными промежутками. Большое число когерентных световых волн можно получить, например, при прохождении плоской волны через экран с множеством одинаковых регулярно расположенных отверстий (дифракционная решетка), при многократных отра-

жениях света от двух параллельных поверхностей (интерферометр Фабри-Перо).

Рассмотрим сложение колебаний при интерференции  $N$  волн, возбуждающих в точке  $M$  одинаково направленные когерентные колебания с равными амплитудами (например дифракционная решетка). Фаза каждого  $(i + 1)$  колебания сдвинута относительно  $i$ -го колебания на одну и ту же величину  $\delta$  ( $d = const$ ). Главные максимумы интерференции  $N$  волн наблюдаются в тех точках  $M$ , для которых разность фаз  $\delta$  колебаний, возбуждаемых в точках, или равны 0, или кратны  $2\pi$ . Поэтому условие для главных максимумов согласно формулам (22.6) и (22.6а) будет следующим:

$$d = 2pm \text{ или } \Delta = m\lambda, \quad (22.13)$$

где  $m$  – порядок главного максимума ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ );  $\lambda$  – длина волн. Интенсивность всех главных максимумов одинакова и равна

$$I_{\text{макс}} = N^2 I_0, \quad (22.14)$$

где  $I_0$  – интенсивность света, проходящего от одной щели.

#### Условие интерференционных дополнительных минимумов

$$d = 2p \frac{k\lambda}{N} \text{ или } \Delta = \frac{k'}{N} \lambda, \quad (22.15)$$

где  $k'$  принимает любые целые значения, кроме 0,  $\pm N, \pm 2N, \dots$

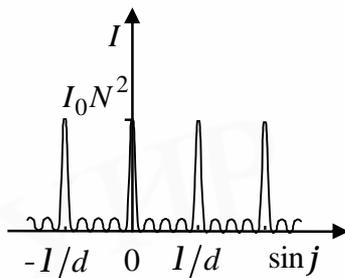


Рис. 22.7. Интерференционная картина в случае многолучевой интерференции

Между каждой парой соседних минимумов находится один максимум – главный или вторичный. В промежутках между  $N - 1$  минимумами располагаются  $N - 2$  вторичных максимумов. При большом количестве  $N$  интерферирующих волн интенсивности вторичных максимумов пренебрежимо малы по сравнению с  $I_{\text{макс}}$ . На рис. 22.7 показана интерференционная картина при сложении  $N$  одинаковых когерентных лучей в случае монохроматического света.

Таким образом, при интерференции многих волн яркость интерференционной картины является периодической, но не гармонической функцией оптической разности хода интерферирующих лучей. Благодаря этому многолучевая интерференция получила важные практические применения в спектроскопии, метрологии. Например, для спектрального анализа света широко применяется явление резкой зависимости яркости интерференционной картины от  $\delta$ .

Явление интерференции широко применяется в оптической технике и производстве: контролируется качество линзовых систем, создаются светофильтры, высококачественные зеркала, просветляющие покрытия для оптических деталей. В рефрактометрии с целью определения показателей преломления  $n$  жидких, твердых или газообразных веществ интерференция света используется для точного измерения расстояний и углов. С помощью рефрактометров в физической химии устанавливают состав и структуру веществ, в фармацевтической промышленности контролируют состав и качество продуктов.

## Тема 23. Дифракция света

### 23.1. Принцип Гюйгенса–Френеля. Метод зон Френеля

**Дифракцией света** называется огибание светом препятствий, встречающихся на его пути, или в более широком смысле – любое отклонение распространения света от законов геометрической оптики. В результате дифракции свет проникает в область геометрической тени. Распределение интенсивности света на экране, получаемое вследствие дифракции, называется дифракционной картиной.

Принцип Гюйгенса не объясняет явления дифракции. Французский физик О. Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением о когерентности вторичных волн и их интерференции (1815). Это позволило рассматривать дифракционные явления на основе принципа Гюйгенса–Френеля. Приближенность решений задач с помощью данного принципа состоит в том, что при этом не рассматриваются реальные граничные условия электродинамики Максвелла.

Согласно **принципу Гюйгенса–Френеля** световая волна, возбуждаемая каким-либо источником  $S$ , может быть представлена как результат суперпозиции (сложения) когерентных вторичных волн, излучаемых вторичными (фиктивными) источниками – бесконечно малыми элементами любой замкнутой волновой поверхности, охватывающей источник  $S$ . В рамках *волновой теории* с помощью этого принципа описывают и объясняют механизм распространения электромагнитных волн, в частности световых.

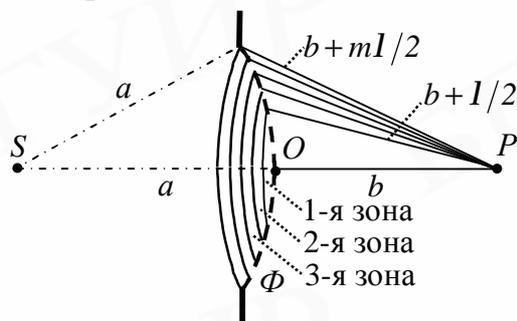


Рис. 23.1. Зоны Френеля

Рассмотрим в произвольной точке  $P$  амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника  $S$ . Обозначим через  $b$  расстояние от вершины волновой поверхности  $O$  до точки  $P$ , рис. 23.1.

Согласно принципу Гюйгенса–Френеля заменим действие источника  $S$  действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности  $\Phi$ , являющейся поверхностью фронта волны, идущей из  $S$  (поверхность сферы с центром  $S$  и радиусом  $a$ ).

Разобьем волновую поверхность  $\Phi$  на **зоны Френеля** – кольцевые зоны такого размера, чтобы колебания, возбуждаемые двумя соседними зонами в точке  $P$ , происходили в противофазе. Тогда расстояния от краев зоны до  $P$  должны отличаться на  $\lambda/2$ , где  $\lambda$  – длина волны в той среде, в которой распространяется волна.

Тогда, обозначив амплитуды колебаний от 1-й, 2-й, ...  $m$ -й зон Френеля через  $A_1, A_2, \dots, A_m$  (при этом  $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$ ), получим амплитуду результирующего колебания:  $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$ .

При таком разбиении волновой поверхности на зоны оказывается, что

амплитуда колебания  $A_m$  от некоторой  $m$ -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон:  $A_m = (A_{m-1} + A_{m+1})/2$ .

Учтем, что при  $m \gg 1$   $A_1 \gg A_m$ . Можно показать, что результирующая амплитуда в точке  $P$  будет равна

$$A = A_1/2. \quad (23.1)$$

Площади всех зон Френеля приблизительно одинаковы при не слишком больших  $m$  и определяются по формуле

$$\Delta S_m = \frac{pab l}{a+b}. \quad (23.2)$$

Радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля вычисляется как

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} ml}. \quad (23.3)$$

При  $a = b = 10$  см и  $\lambda = 500$  нм радиус первой зоны  $r_1 = 0,158$  мм.

### 23.2. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

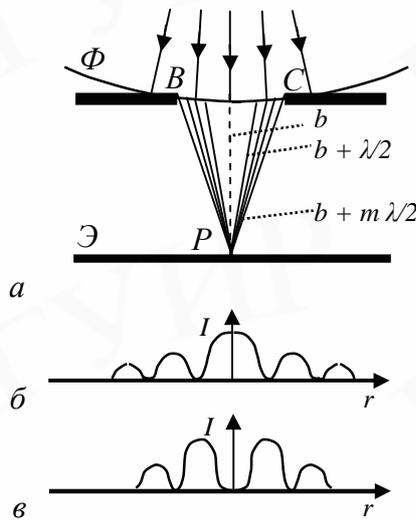


Рис. 23.2. Дифракция на круглом отверстии:  
 а – схема эксперимента;  
 б – дифракционная картина при нечетном числе зон;  
 в – дифракционная картина при четном числе зон

**Дифракция Френеля (дифракция в сходящихся лучах)** – это дифракция, осуществляемая в случае, когда на препятствие падает сферическая волна, а дифракционная картина наблюдается на конечном расстоянии от препятствия, вызвавшего дифракцию, и представляет собой «дифракционное изображение» препятствия.

**Дифракция на круглом отверстии.** Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника, встречает на своем пути препятствие с круглым отверстием  $BC$ . Дифракционная картина наблюдается на экране  $\mathcal{E}$ , параллельном плоскости отверстия и находящемся от него на расстоянии  $b$ , рис. 23.2, а. Амплитуда света в точке  $P$  экрана  $\mathcal{E}$  будет равна

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (23.4)$$

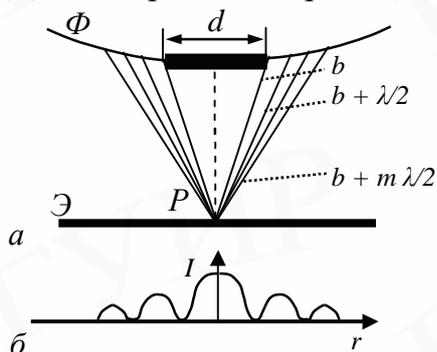
где знак «плюс» берется для случая, когда отверстие открывает нечетное число  $m$  зон Френеля, а знак «минус» – для четного  $m$ .

Дифракционная картина будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центром в точке  $P$  (если  $m$  нечетное, то центральное кольцо будет светлым (рис. 23.2, б), если  $m$  четное, то – темным (рис. 23.2, в)).

**Шириной дифракционного максимума** на экране называется расстояние между двумя ограничивающими его дифракционными минимумами.

Если диаметр отверстия велик, так что  $A_m \ll A_1/2$ , то дифракционной картины на экране не будет.

**Дифракция на диске.** Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника, встречает на своем пути диск диаметром  $d$ , рис. 23.3, а. Диск закрывает первые  $m$  зон Френеля. Амплитуда колебания в точке  $P$  равна



$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (23.5)$$

В точке  $P$  в центре геометрической тени всегда наблюдается интерференционный максимум, называемый **пятном Пуассона**, соответствующий половине действия только первой ( $m + 1$ ) открытой зоны Френеля, и окруженный concentрическими с ним темными и светлыми кольцами, рис. 23.3, б.

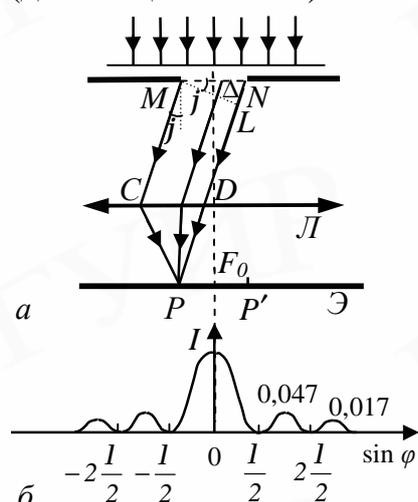
По мере увеличения отношения диаметра  $d$  к расстоянию  $b$  яркость пятна Пуассона постепенно уменьшается, а следующее за ним темное кольцо расширяется, образуя область тени за диском.

Рис. 23.3. Дифракция на диске:  
а – схема эксперимента;  
б – дифракционная картина

### 23.3. Дифракция Фраунгофера на одной щели и дифракционной решетке

**Дифракция Фраунгофера (дифракция в параллельных лучах)** наблюдается, когда на препятствие падает плоская волна, а источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызывающего дифракцию. Дифракционная картина наблюдается на экране в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через препятствие света.

**Дифракция на одной щели.** Пусть плоская монохроматическая волна с длиной волны  $\lambda$  нормально падает на очень длинную щель шириной  $b = MN$  (длина щели  $l \gg b$ ). Плоскость щели и экран  $\mathcal{E}$  параллельны, рис. 23.4.



Если бы при прохождении света через щель соблюдался закон прямолинейного распространения света, то на экране  $\mathcal{E}$ , установленном в фокальной плоскости собирающей линзы  $L$ , получилось бы изображение источника света. Вследствие дифракции на узкой щели на экране наблюдается система интерференционных максимумов – размытых изображений источника света, разделенных темными промежутками интерференционных минимумов. Оптическая разность хода между волнами, исходящими от крайних точек щели, т.е. крайними лучами  $MC$  и  $ND$  на рис. 23.4, а, равна:

$$\Delta = NL = b \sin j .$$

Рис. 23.4. Дифракция на щели:  
а – схема эксперимента;  
б – дифракционная картина

Разобьем открытую часть волновой поверхности  $MN$  на зоны Френеля. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы оптическая разность хода лучей, проведенных от краев зоны параллельно  $MC$ , была равна  $\lambda/2$ . На ширине щели  $\Delta$  уместится  $2\Delta/\lambda$  зон.

В соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля точки щели являются вторичными источниками волн, колеблющимися в одной фазе с одинаковой амплитудой, так как плоскость щели совпадает с фронтом падающей волны. Суммарная интенсивность колебаний от двух любых соседних зон равна нулю.

Следовательно, результат интерференции света в точке  $P$  (побочный фокус) определяется тем, сколько зон Френеля укладывается в щели, рис. 23.4,б:

1) если число  $m$  зон Френеля четное, то условие дифракционного минимума (полная темнота) имеет вид

$$b \sin j = \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots); \quad (23.6)$$

2) если число  $m$  зон Френеля нечетное, то условие дифракционного максимума, соответствующего действию одной некомпенсированной зоны Френеля, записывается так:

$$b \sin j = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (23.6a)$$

Знак «минус» в правой части формул (23.6) и (23.6a) соответствует лучам света, распространяющимся от щели под углом  $-j$  и собирающимся в побочном фокусе  $P'$  линзы, симметричном с  $P$  относительно главного фокуса  $F_0$ .

В направлении  $\varphi = 0$  щель действует как одна зона Френеля. В этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью и наблюдается **центральный дифракционный максимум**: колебания, вызываемые всеми участками щели в точке  $F_0$ , совершаются в одной фазе. Направления, в которых амплитуда максимальна или равна нулю, соответственно таковы:

$$\sin j_{\max} = \pm \frac{(2m + 1)\lambda}{2b}, \quad \sin j_{\min} = \pm \frac{m\lambda}{b}. \quad (23.7)$$

Интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как  $1,0 : 0,047 : 0,017 : 0,0083 : \dots$ , т. е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме, рис. 23.4, б.

**Дифракционная решетка. Одномерная дифракционная решетка** – это система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками, рис. 23.5, а. Дифракционная картина является результатом взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей.

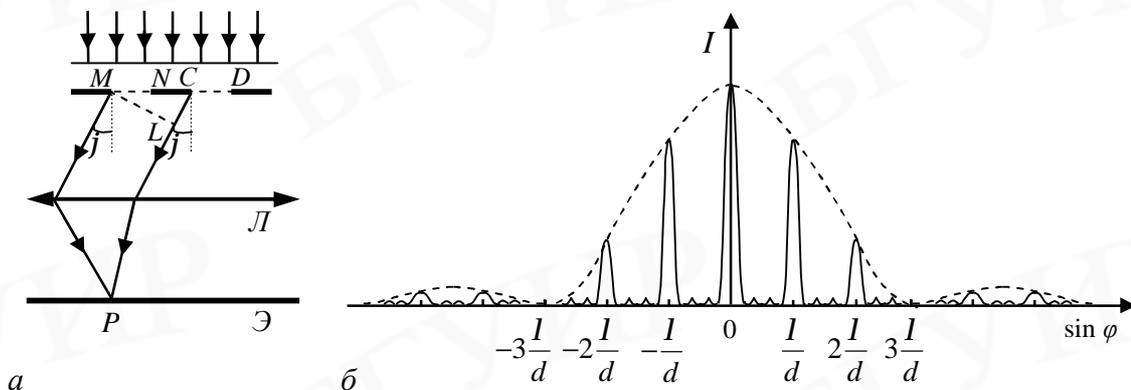


Рис. 23.5. Дифракция на дифракционной решетке: а – схема эксперимента; б – дифракционная картина

Если  $b$  – ширина каждой щели,  $a$  – ширина непрозрачных участков между щелями, то величина  $d = a + b$  называется **периодом (постоянной) дифракционной решетки**:

$$d = \frac{1}{N}, \quad (23.8)$$

где  $N$  – число щелей, приходящееся на единицу длины.

Разность хода  $\Delta$  лучей, идущих от двух соседних щелей, будет для данного направления  $\varphi$  одинакова в пределах всей дифракционной решетки:

$$\Delta = CL = (a + b) \sin j = d \sin j .$$

Прежние (главные) минимумы интенсивности, определяемые по формуле (23.6), будут наблюдаться в направлениях

$$b \sin j = \pm m l \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (23.9)$$

Кроме того, вследствие взаимной интерференции согласно условию интерференционных минимумов (21.7), в направлениях, определяемых как

$$d \sin j = \pm (2m + 1) \frac{l}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (23.10)$$

возникнут дополнительные минимумы.

Действие одной щели будет усиливать действие другой и будут наблюдаться узкие главные максимумы в направлениях, определяемых уравнением

$$d \sin j = \pm n l \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (23.11)$$

где  $n$  называется **порядком главного максимума**.

Таким образом, между двумя соседними главными максимумами располагается  $(N - 1)$  дополнительных минимумов, разделенных  $(N - 2)$  вторичными слабыми максимумами, рис. 23.5, б. Число главных максимумов будет  $(2n + 1)$ .

Наибольший порядок дифракции, поскольку  $|\sin j| < 1$ , определяется как

$$n_{\max} \leq \frac{d}{l} .$$

Амплитуда главного максимума есть сумма амплитуд колебаний от каждой щели  $A_{\max} = NA_1$ . Поэтому интенсивность главного максимума в  $N^2$  раз больше интенсивности  $I_1$ , создаваемой одной щелью в направлении главного максимума:  $I_{\max} = N^2 I_1$  (см. формулу (22.14)).

В современных спектральных приборах для пространственного разложения электромагнитного излучения в спектр используются как вогнутые, так и плоские дифракционные решетки. При этом в основном применяют отражательные дифракционные решетки, когда штрихи наносятся на зеркальную (металлическую) поверхность. В этом случае интерференционная картина образуется в отраженном свете. В 70-е гг. был разработан новый, голографический метод создания вогнутых и плоских дифракционных решеток, когда на вогнутую или сферическую подложку наносят слой специального светочувствительного фоторезистного материала.

**Спектрографом** называется спектральный прибор, в котором приёмник излучения регистрирует одновременно весь оптический спектр, развёрнутый по

длинам волн на фокальной поверхности с помощью оптической системы с диспергирующим элементом, например, призмой или дифракционной решёткой. Спектрограф – это важный вспомогательный прибор для астрофизических исследований.

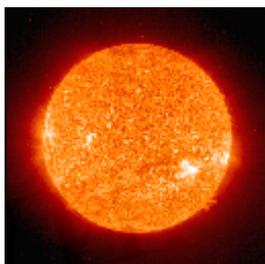


Рис. 23.6. Снимок Солнца в узкой ультрафиолетовой спектральной области (He II 304 Å) (телескоп обсерватории Сохо) [11]

Многие солнечные телескопы служат лишь для того, чтобы направлять пучок солнечного света в спектрограф. Современные спектрографы используются в космической солнечной астрономии, рис. 23.6. Они позволяют регистрировать линии редких химических элементов в спектрах звезд и галактик, измерять их лучевые скорости (используя эффект Доплера) с точностью до нескольких километров в секунду.

### 23.4. Дифракция на пространственной решетке. Понятие о голографии

Дифракция света наблюдается как на одномерных, так и на двумерных (штрихи нанесены во взаимно перпендикулярных направлениях в одной и той же плоскости) и трехмерных решетках. **Пространственной** (трехмерной) дифракционной решеткой называется оптически неоднородная среда, неоднородности которой периодически повторяются при изменении всех трех пространственных координат.

Примером может служить кристаллическая решетка твердого тела (постоянная решетки  $\sim 10^{-10}$  м). Частицы, образующие эту решетку (атомы, молекулы или ионы), играют роль упорядоченно расположенных центров, когерентно рассеивающих падающий на них свет. Поэтому кристаллы могут быть использованы для наблюдения дифракции рентгеновского излучения ( $\lambda \gg 10^{-12}, 10^{-8}$  м).

Представим кристалл в виде параллельных кристаллографических плоскостей, отстоящих друг от друга на расстоянии  $d$ , рис. 23.7. Пучок параллельных монохроматических лучей  $1$  и  $2$  падает под углом скольжения  $q$  (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки. Атомы становятся источниками когерентных вторичных волн  $1'$  и  $2'$ , интерферирующих между собой.

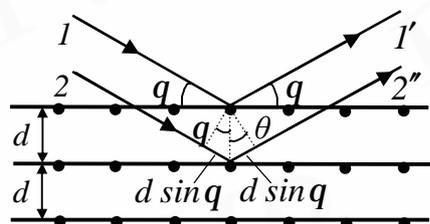


Рис. 23.7. Дифракция на пространственной решетке

Максимумы интенсивности будут наблюдаться в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе, и определяться **формулой Вульфа–Брэггов**:

$$2d \sin q = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (23.12)$$

где  $\lambda$  – длина волны рентгеновского излучения.

Формула (23.12) используется:

1) в **рентгеноструктурном анализе** (например методы Лауэ, Дебая) – если известна длина волны  $\lambda$ , то, наблюдая дифракцию на некотором веществе

и измеряя  $\theta$  и  $m$ , можно определить его кристаллическую структуру ( $d$ );

2) в **рентгеновской спектроскопии** – если известно  $d$ , то, измеряя  $\theta$  и  $m$ , можно найти длину волны  $\lambda$  падающего рентгеновского излучения (**рентгеноспектральный анализ**). По длине волны и интенсивности рентгеновского излучения определяют в исследуемом объеме присутствующие элементы и их количество.

**Рентгеновские дифрактометры** эффективно применяются в физическом металловедении. Основными их достоинствами являются экспрессность и точность. Рентгеновский дифрактометр позволяет измерять интенсивность  $I$  дифрагированного в определенном направлении излучения с точностью до десятых долей % и угол дифракции  $\theta$  с точностью до десятых долей минут. На рис. 23.8 представлена типичная рентгенограмма, полученная для фольги сплава Al-X (X – легирующий элемент). Светлые кружки на рис. 23.8, а соответствуют рефлексам (дифракционными линиям) от  $\alpha$ -Al (пересыщенного твердого раствора на основе алюминия), черные кружки – рефлексам от второй фазы, состав которой зависит от сплава.

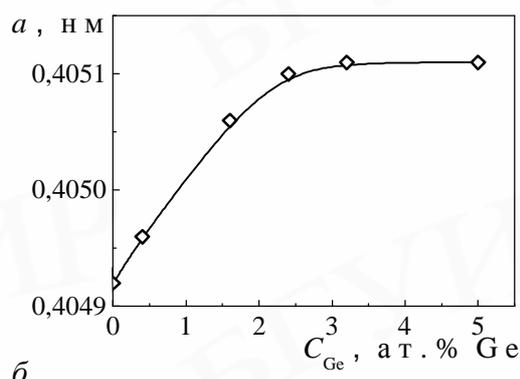
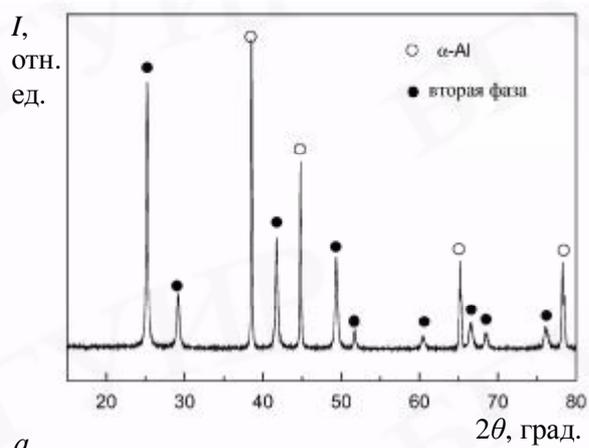


Рис. 23.8. Результаты исследования структуры сплавов с помощью рентгеноструктурного анализа:

*a* – типичная рентгенограмма фольги сплава Al-X, полученная с использованием дифрактометра в медном излучении [12];

*б* – зависимость параметра ячейки фольги сплава Al-Ge от содержания германия  $C_{Ge}$  [13]

При выполнении микроструктурных исследований новых материалов, получаемых нетрадиционными методами обработки как в твердом, так и в жидком состояниях, широко используются возможности рентгеноструктурного анализа. Например, известно, что одной из важных характеристик вещества является величина *элементарной ячейки* (см. подтему 30.1). При определении величины элементарной ячейки исследуемого сплава измеряется угол  $\theta$  из профиля линии на рентгенограммах. Полученные данные об изменении величины элементарной ячейки алюминия при его сплавлении с другими элементами, рис. 23.8, б, могут использоваться для объяснения зависимости микротвердости фольг сплавов алюминия от содержания вводимых элементов, что позволяет определять наиболее перспективные для модифицирования материалы.

**Понятие о голографии.** При обычном фотографическом методе фотография объекта – это приближенный двумерный образ трехмерного объекта. Английский физик Д. Гáбор (1907–1988 гг.) высказал идею принципиально нового метода получения объемных изображений объектов – **голографии**. Он предложил регистрировать с помощью фотопластинки не только амплитуды (или интенсивности, как при обычном фотографировании), но и фазы рассеянных объектом волн, используя для этого явление интерференции волн.

Интерференционную картину, зафиксированную на фотопластинке после ее проявления, называют **голограммой объекта**. Интерференционная картина в каждой точке голограммы определяется светом, рассеянным всеми точками объекта. Каждый участок голограммы содержит информацию обо всей освещенной поверхности объекта. В зависимости от геометрической конфигурации светочувствительной среды, в которой регистрируется интерференционная картина, различают *двумерные* и *трехмерные* голограммы.

Получение голограммы требует высокой степени временной и пространственной когерентности света. Поэтому идея Габора (Нобелевская премия, 1971 г.) реализовалась лишь в начале 60-х гг. XX в. после создания лазеров.

Обычно пользуются мнимым голографическим изображением, которое по зрительному восприятию тождественно самому объекту. Оно является объемным, а его перспектива изменяется в зависимости от положения глаз наблюдателя по отношению к голограмме. Например, наблюдатель может «заглянуть за предмет», находящийся на переднем плане голографического изображения.

Голография применяется в машиностроении, медицине, при исследовании плазмы, в оптическом приборостроении и т. д. Поскольку волновые поля возникают под действием материальных тел и отражают их строение, то методы голографии позволяют, во-первых, записывать волновые поля различной физической природы, например, акустические, электронные и электромагнитные (видимого, инфракрасного и других диапазонов). Во-вторых, они позволяют выполнять всестороннюю запись информации об объектах. Использование голографии сделало возможным создание систем стереоскопического цветного голографического кино и телевидения. Первые экспериментальные фильмы уже сняты, и работа над техникой голографического кино продолжается. Широкое применение методы голографии получили при создании денежных купюр (специальные шифрующие рисунки), а также при записи и обработке информации.

## Тема 24. Поляризация света

### 24.1. Области нормальной и аномальной дисперсии света. Электронная теория дисперсии

**Дисперсией** света называется зависимость показателя преломления  $n$  вещества от частоты  $\nu$  (длины волны  $\lambda$ ) света (или зависимость фазовой скорости  $u$  световых волн в среде от их частоты  $\nu$ ). Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Дисперсия проявляется лишь при распространении некогерентных волн.

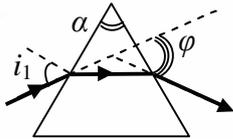


Рис. 24.1. К вопросу о дисперсии света

Рассмотрим падение монохроматического луча под углом  $i_1$  на призму с показателем преломления  $n$  и относительно малым преломляющим углом  $\alpha$ , рис. 24.1. После двукратного преломления на левой и правой гранях призмы луч отклоняется на угол  $\varphi$ , определяемый как  $j = a(n-1)$ .

Следовательно, угол отклонения лучей  $\varphi$  призмой тем больше, чем больше преломляющий угол  $\alpha$  призмы.

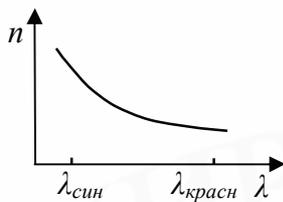


Рис. 24.2. Зависимость показателя преломления  $n$  от длины волны  $\lambda$

Величина  $D = \frac{dn}{d\lambda}$  называется **дисперсией вещества**.

Для большинства прозрачных веществ в видимом диапазоне показатель преломления  $n$  уменьшается с увеличением длины волны  $\lambda$ :  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ , рис. 24.2.

Такая дисперсия называется **нормальной (отрицательной)**. Дисперсия называется **аномальной (положительной)** при выполнении обратного неравенства:  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ . Аномальная дисперсия наблюдается вблизи линий и полос поглощения вещества (ход кривой  $n(\lambda)$  будет обратным).

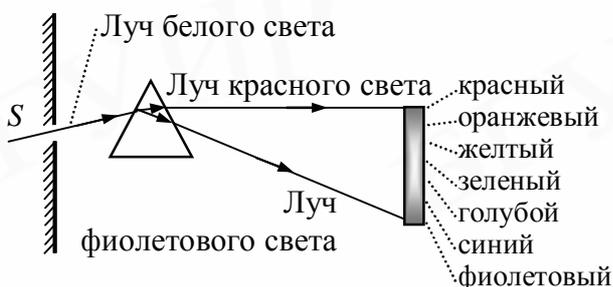


Рис. 24.3. Принцип действия призмных спектрографов

На явлении нормальной дисперсии основано действие призмных спектрографов, рис. 24.3. Угол отклонения  $\varphi$  лучей призмой зависит от показателя  $n$ , который в свою очередь зависит от  $\lambda$ . Поэтому призма разлагает белый свет в спектр, отклоняя красные лучи с наибольшей длиной волны слабее, чем фиолетовые, длина волны которых меньше.

**Электронная теория дисперсии света.** Электронная теория дисперсии Х. А. Лоренца рассматривает дисперсию света как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав веще-

ства и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

В оптической области спектра для всех веществ магнитная проницаемость среды  $\mu \approx 1$ , поэтому абсолютный показатель преломления среды определяется диэлектрической проницаемостью среды  $\epsilon$  по формуле (21.3):  $n = \sqrt{\epsilon}$ .

Согласно теории Лоренца, дисперсия света – следствие зависимости  $\epsilon$  от частоты (длины волны) световых волн. По определению диэлектрической проницаемости среды

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E},$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость среды;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная;  $P$  и  $E$  – соответственно мгновенные значения поляризованности и напряженности внешнего электрического поля.

В электронной теории показано, что в общем случае, если в веществе имеются различные частицы (атомы, молекулы) с зарядами  $e_i$  и массами  $m_i$ , собственные частоты колебаний которых  $\omega_{0i}$ , и на них действует вынуждающая сила (со стороны гармонической электромагнитной волны частоты  $\omega$ ), то

$$n^2 = 1 + \frac{n_0}{\epsilon_0} \sum_i \frac{e_i^2}{m_i} \frac{1}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)},$$

где  $n_0$  – концентрация частиц.

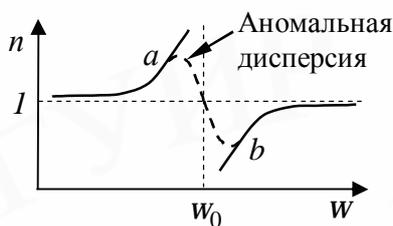


Рис. 24.4. Общий вид зависимости показателя преломления  $n$  от частоты света  $\omega$

Кривая зависимости  $n(\omega)$  имеет особенности вблизи каждой собственной частоты  $\omega_{0i}$ . График этой зависимости в простейшем случае колебаний одного внешнего электрона, слабо связанного с ядром атома, приведен на рис. 24.4, где  $\omega_0$  – собственная частота колебаний электрона. Разрыв  $n$  вблизи  $\omega_0$  обусловлен тем, что не учтены потери энергии на излучение (радиационное затухание).

Если учесть затухание, то в области  $\omega_0$  зависимость  $n(\omega)$  задается пунктирной линией  $ab$  – это область аномальной дисперсии, когда  $n$  убывает с ростом  $\omega_0$ . Остальные участки зависимости описывают нормальную дисперсию ( $n$  растет с ростом  $\omega_0$ ).

**Поглощением** (абсорбцией) **света** называется явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе из-за преобразования энергии волны в другие виды энергии (внутреннюю энергию вещества, энергию вторичного излучения в других направлениях и другого спектрального состава и др.). В результате поглощения интенсивность света при прохождении через поглощающую среду уменьшается согласно закону Бугера (1729):

$$I = I_0 e^{-ax}, \quad (24.1)$$

где  $I_0$  и  $I$  – соответственно интенсивности плоской монохроматической свето-

вой волны на входе и выходе из слоя поглощающего вещества толщиной  $x$ ;  $\alpha$  – коэффициент поглощения света средой, зависящий от длины волны, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света.

Величина коэффициента  $\alpha$  характеризует быстроту уменьшения интенсивности  $I$  по мере проникновения излучения в среду: на расстоянии  $l = 1/\alpha$  интенсивность света уменьшается в  $e$  раз.

**Рассеянием света** называется явление в неоднородной среде, когда при распространении световые волны дифрагируют на мелких неоднородностях среды. В результате дифракционная картина имеет вид достаточно равномерного распределения интенсивности по всем направлениям.

Когда заряженная частица движется в вакууме с постоянной скоростью, она не излучает. Однако при равномерном движении в среде заряженная частица излучает, если ее скорость больше фазовой скорости света в данной среде. Данное излучение называется **излучением Вавилова-Черенкова** (1934). Вследствие излучения частица будет испытывать дополнительное торможение при движении в среде.

## 24.2. Эффект Доплера

При движении источника и приемника электромагнитных волн относительно друг друга наблюдается **эффект Доплера**, т. е. изменение частоты (длины) волны, регистрируемой приемником. Частота световых волн, воспринимаемых приемником (наблюдателем), определяется относительной скоростью источника и приемника. *Эффект Доплера в акустике* описан в подтеме 8.4.

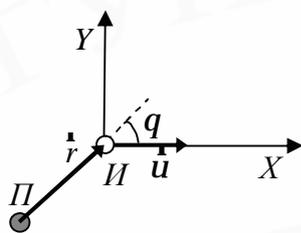


Рис. 24.5. Схема, иллюстрирующая эффект Доплера

Согласно *принципу относительности Эйнштейна* (подтема 9.1), уравнение световой волны во всех инерциальных системах отсчета одинаково по форме. Фаза волны должна быть инвариантна по отношению к выбору инерциальной системы отсчета.

Используя *преобразования Лоренца* (9.5), можно получить уравнение волны, посылаемой источником  $I$ , рис. 24.5, в направлении приемника ( $П$ ) в другой инерциальной системе отсчета, и связать частоты световых волн, излучаемых источником  $\nu_0$  и воспринимаемых приемником  $\nu$ .

Соотношения, описывающие **эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме**, полученные с помощью теории относительности, имеют вид

$$n = n_0 \frac{\sqrt{1 - b^2}}{1 + b \cos q}, \quad (24.2)$$

где  $u$  – скорость источника света относительно приемника;  $c$  – скорость света в вакууме;  $b = u/c$ ;  $\theta$  – угол между вектором  $\vec{r}$ , соединяющим приемник с источником волны, и вектором скорости  $\vec{u}$ . Этот угол измеряется в системе отсчета, связанной с приемником, рис. 24.5.

При движении приемника вдоль линии, соединяющей его с источником ( $q = 0, p$ ), наблюдается **продольный эффект Доплера**, впервые обнаруженный в лабораторных условиях русским астрофизиком А. А. Белопольским (1900). Из выражения (24.2) следует, что при сближении источника и приемника ( $q = p$ ):

$$n = n_0 \frac{\sqrt{1+b}}{\sqrt{1-b}} > n_0. \quad (24.2a)$$

Происходит сдвиг длины волны, воспринимаемой приемником, в область более коротких волн ( $I < I_0$ ) – так называемое **фиолетовое смещение**. В случае удаления источника видимого света и приемника друг от друга ( $q = 0$ ) наблюдают **красное смещение**: сдвиг в область более длинных волн ( $I > I_0$ ), так как

$$n = n_0 \frac{\sqrt{1-b}}{\sqrt{1+b}} < n_0. \quad (24.2b)$$

При малых относительных скоростях  $u$  ( $u \ll c$ ), разлагая (24.2b) в ряд по степеням  $\beta$  и пренебрегая членом порядка  $b^2$ , получим

$$n = n_0(1 - b). \quad (24.2в)$$

При движении приемника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником ( $q = p/2, 3p/2$ ), наблюдается **поперечный эффект Доплера**, который необъясним в нерелятивистской физике. В этом случае воспринимаемая приемником частота  $\nu$  уменьшается, выражение (24.2) принимает вид

$$n = n_0 \sqrt{1 - b^2}. \quad (24.3)$$

Из формулы (24.3) следует, что поперечный эффект Доплера при малых  $\beta$  является эффектом второго порядка малости по сравнению с продольным эффектом (24.2в). Поэтому обнаружение поперечного эффекта Доплера связано с большими трудностями. Поперечный эффект не наблюдается в акустике и является чисто релятивистским эффектом. Экспериментальное обнаружение поперечного эффекта Доплера американским физиком Г. Айвсом (1938) было еще одним подтверждением *теории относительности*.

В настоящее время продольный эффект Доплера используется при исследовании атомов, молекул, а также космических тел. По изменению частоты световых колебаний, которое проявляется в виде смещения спектральных линий, можно определить характер движения излучающих частиц или излучающих тел, например, скорость движения звезд, скорость вращения небесных тел. В 1929 г. Э. Хаббл впервые экспериментально показал, что радиальная скорость галактик пропорциональна расстоянию от Солнечной системы, обработав данные по удаленности двадцати четырех галактик и величине красного смещения приходящего от них света. Отметим, что этот важный результат является первым подтверждением модели расширяющейся Вселенной (теория Большого взрыва).

### 24.3. Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Закон Малюса

Рассмотрим физическую характеристику оптического излучения – **поляризацию света**, описывающую поперечную анизотропию световых волн, т. е. неэквивалентность различных направлений в плоскости, перпендикулярной световому лучу. Понятие «поляризация света» было введено в оптику И. Ньютоном в 1704–1706 гг. Для описания закономерностей поляризации будем рассматривать только световой вектор – вектор напряженности  $\vec{E}$  электрического поля.

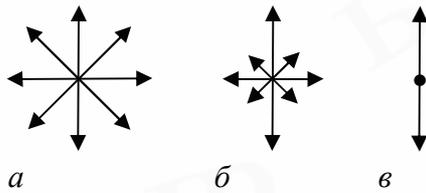


Рис. 24.6. Колебания светового вектора:  
*a* – в неполяризованном свете;  
*б* – в частично поляризованном свете;  
*в* – в плоскополяризованном свете

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества независимо излучающих атомов. В этом случае ориентации вектора  $\vec{E}$  будут равновероятны. Такой свет называется **естественным**, рис. 24.6, а.

**Поляризованным светом** называется свет, в котором направления колебания вектора  $\vec{E}$  каким-либо образом упорядочены.

**Частично поляризованный свет** – это свет с преимущественным направлением колебаний вектора  $\vec{E}$ , рис. 24.6, б.

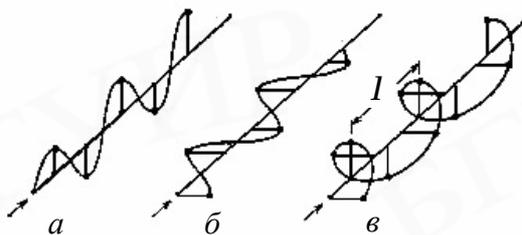


Рис. 24.7. Виды поляризованного света:  
*a* и *б* – соответственно вертикально и горизонтально поляризованный;  
*в* – эллиптически поляризованный

**Плоскополяризованный (линейно поляризованный) свет** – свет, в котором вектор  $\vec{E}$  колеблется только в одной плоскости, проходящей через луч (рис. 24.6, в, 24.7, а и б). **Плоскостью поляризации** называется плоскость, проходящая через направление колебаний светового вектора плоскополяризованной волны и направление распространения этой волны.

Если конец вектора  $\vec{E}$  с течением времени описывает в плоскости, перпендикулярной лучу, окружность или эллипс, то свет называется **эллиптически** или **циркулярно поляризованным**, рис. 24.7, в.

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя **поляризатор** – прибор, пропускающий колебания вектора  $\vec{E}$ , параллельные плоскости, называемой **плоскостью поляризатора**, и задерживающий колебания, перпендикулярные этой плоскости.

В оптике поляризатор также может быть использован как **анализатор** для анализа характера поляризации света: поляризован ли свет и, если да, то в какой плоскости. **Главная плоскость** поляризатора (или анализатора) – это плоскость поляризации света, пропускаемого поляризатором или анализатором.

Для выделения или подавления некоторого заданного участка спектра широкополосного оптического излучения используются **светофильтры** (частотные оптические фильтры) – устройства, меняющие спектральный состав и энергию падающего на него оптического излучения. Светофильтры разделяются на интерференционные, поляризационные, дисперсионные и др. В *интерференционных фильтрах* используется интерференция волн, отражённых от двух или более параллельных друг другу поверхностей. Коэффициент пропускания такого оптического фильтра периодически зависит от длины волны падающего на него излучения. Действие *поляризационных фильтров* основано на интерференции лучей, плоскополяризованных в одной плоскости. Отметим, что когерентные лучи, плоскополяризованные в разных плоскостях, не интерферируют. Простейший поляризационный фильтр Вуда состоит из двух параллельных поляризаторов и установленной между ними двулучепреломляющей кристаллической пластинки (подтема 24.4). В *дисперсионных светофильтрах* используется зависимость показателя преломления от длины волны.

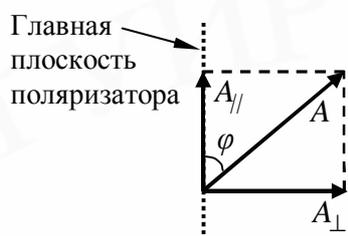


Рис. 24.8. Вертикальный поляризатор пропускает только вертикальную составляющую падающей на него волны

**Закон Малюса.** Пропустим естественный свет с интенсивностью  $I_{ecm}$  через поляризатор  $T_1$ . У неполяризованного света световой вектор ориентирован произвольно. Поэтому колебание с амплитудой  $A$ , совершающееся в плоскости, ориентированной под углом  $\varphi$  к главной плоскости поляризатора, можно разложить на два колебания с амплитудами  $A_{\parallel} = A \cos j$  и  $A_{\perp} = A \sin j$ , рис. 24.8. Следовательно, интенсивность прошедшей волны определяется как

$$I_0 \sim A_{\parallel}^2 \text{ и } I_0 = I_{ecm} \cos^2 j, \quad (24.4)$$

где  $\varphi$  – угол между плоскостью поляризатора и плоскостью колебаний падающей волны;  $I_{ecm}$  – интенсивность падающего естественного света.

В естественном свете все значения  $\varphi$  равновероятны. Поэтому доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна  $\langle \cos^2 j \rangle$ , т. е.  $1/2$ . Тогда интенсивность света, прошедшего через поляризатор  $T_1$ , равна  $I_0 = I_{ecm}/2$ .

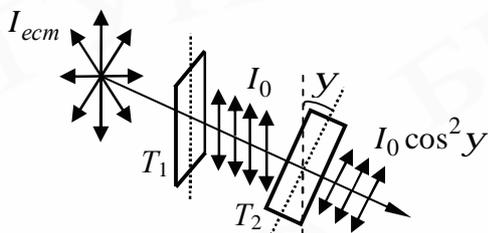


Рис. 24.9. Схема, иллюстрирующая прохождение неполяризованного света через два поляризатора

Поставим на пути плоскополяризованного света под углом  $\psi$  к поляризатору  $T_1$  анализатор  $T_2$ , рис. 24.9. Интенсивность  $I$  света, прошедшего через анализатор, меняется в зависимости от угла  $\psi$  по **закону Малюса** (1810):

$$I = I_0 \cos^2 \psi, \quad (24.5)$$

где  $I_0$  – интенсивность падающего на анализатор света. Поэтому интенсивность света, прошедшего через два поляризатора  $T_1$  и  $T_2$ , равна согласно уравнению (24.4):

$$I = \frac{1}{2} I_{ecm} \cos^2 \psi.$$

Когда главные плоскости поляризаторов параллельны, выполняется условие  $I_{\max} = I_{\text{ест}}/2$ , а когда они скрещены –  $I_{\min} = 0$  и свет не проходит.

**Степенью поляризации** называется величина  $P$ :

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (24.6)$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, прошедшего через поляризатор. Для естественного света  $I_{\max} = I_{\min}$  и  $P = 0$ , для плоскополяризованного  $I_{\min} = 0$  и  $P = 1$ .

Поляризация света применяется в различных областях техники при создании светофильтров, для плавной регулировки интенсивности светового пучка, создании модуляторов излучения и т. д. Например, светофильтры используются в одном из важных методов практической астрофизики – фотоэлектрическом методе, когда изучается распределение энергии в отдельных спектральных линиях. Фотоэлектрические измерения в оптической области спектра ( $\lambda = 0,3-1,1$  мкм) выполнены примерно для тысячи звезд с целью изучения их физических свойств. Заметим, что в отличие от физика-экспериментатора астрофизик при проведении исследований является наблюдателем и не влияет на ход изучаемого им процесса. Именно с помощью широкополосных светофильтров при использовании фотоэлектрических приемников излучения выполняется измерение блеска звезд, звездных скоплений, галактик и квазаров.

#### 24.4. Поляризация света при отражении. Закон Брюстера. Двойное лучепреломление

Изучим, каким еще способом можно получить из неполяризованного света поляризованный. Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков под некоторым углом, то отраженный и преломленный лучи являются частично поляризованными, рис. 24.10, а. В отраженном луче преобладают колебания светового вектора  $\vec{E}$ , перпендикулярные плоскости падения (обозначены точками), а в преломленном – колебания светового вектора  $\vec{E}$ , лежащие в плоскости падения (обозначены стрелочками).

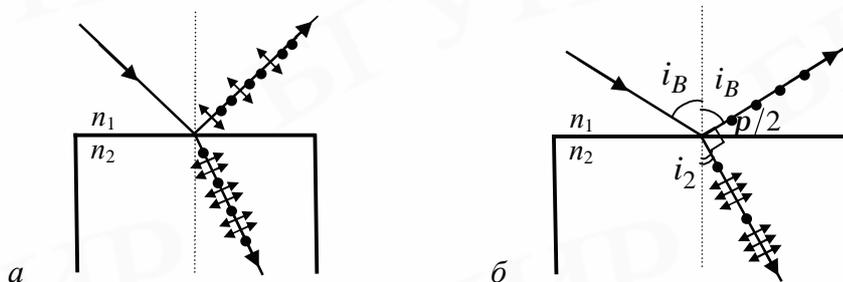


Рис. 24.10. Поляризация отраженного и прошедшего света при падении естественного света на границу раздела диэлектриков:

*a* – общий случай (угол падения отличен от  $0^\circ$ );

*б* – частный случай (угол падения равен углу Брюстера)

Если угол падения равен *углу Брюстера* – углу полной поляризации, который определяется соотношением

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (24.7)$$

где  $n_{21}$  – показатель преломления второй среды относительно первой, то отраженный луч является плоскополяризованным, рис. 24.10, б. Преломленный луч в этом случае поляризуется максимально, но не полностью. При этом отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны, рис. 24.10, б. Выражение (24.6) было экспериментально получено шотландским физиком Д. Брюстером в 1815 г. и называется **законом Брюстера**.

Степень поляризации отраженного и преломленного света при различных углах падения можно рассчитать из *уравнений Максвелла*, учитывая граничные условия для электромагнитного поля на границе раздела двух диэлектриков.

В некоторых растворах и кристаллах скорость света в различных направлениях неодинакова. Такие среды являются оптически анизотропными и называются **двоякопреломляющими**.

**Двойное лучепреломление** – это способность прозрачных кристаллов (кроме оптически изотропных кристаллов кубической системы) раздваивать каждый падающий на них световой пучок. Это явление было открыто Э. Бартолином (1670) в кристаллах исландского шпата и впоследствии подробно исследовано Х. Гюйгенсом.

Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света

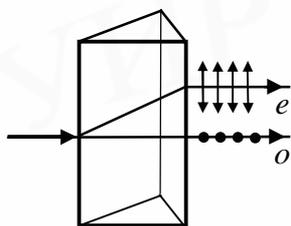


Рис. 24.11. Неполаризованный свет, падающий нормально на двоякопреломляющий кристалл, разделяется на два луча

распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называется **оптической осью** кристалла. Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называется **главной плоскостью** кристалла. Если на кристалл направить под углом к оптической оси узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу. Преломленный пучок разделяется на два: один из них является продолжением первичного (называется **обыкновенным** ( $o$ )), а второй отклоняется (называется **необыкновенным** ( $e$ )), рис. 24.11.

Для луча  $e$  в отличие от луча  $o$  не выполняется *закон Снелля*. Необходимо отметить, что  $o$ - и  $e$ -лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях: колебания светового вектора  $\vec{E}$  в  $o$ -луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в  $e$ -луче – в главной плоскости.  $o$ -луч распространяется по всем направлениям кристалла с одинаковой скоростью  $u_o = c/n_o$ : показатель преломления  $n_o$  для него есть величина постоянная. Однако  $e$ -лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями  $u_e = c/n_e$ : показатель преломления  $n_e$  необыкновенного луча зависит от направления луча.

## Литература

1. Иродов, И. Е. Волновые процессы. Основные законы / И. Е. Иродов. – М. : Лаборатория Базовых знаний, 2001.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика / И. В. Савельев. – М. : Астрель, АСТ, 2003.
3. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Академия, 2003.
4. Джанколи, Д. Физика: в 2 т. Т. 2 / Д. Джанколи. – М. : Мир, 1989.
5. Физическая энциклопедия: в 5 т. Т. 1 – 5 / гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Сов. Энциклопедия, 1988–1998.
6. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: в 5 т. Т. 4. Оптика / Д. В. Сивухин. – М. : Физматлит, МФТИ, 2005.
7. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1999.
8. Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М. : Физматлит, 1963.
9. Ландсберг, Г. С. Оптика / Г. С. Ландсберг. – М. : Физматлит, 2003.
10. Шепелевич, В. Г. Зеренная структура быстрозатвердевших фольг низколегированных Fe, Cu, Sb и Ge сплавов алюминия / В. Г. Шепелевич, И. И. Ташлыкова-Бушкевич, А. Г. Анисович // Физика и химия обработки материалов. – 1999. – № 4. – С. 86–91.
11. Current solar images [Электронный ресурс]. – 2006. – Режим доступа: <http://umbra.nascom.nasa.gov/images/latest.html> . – Дата доступа: 20.04.2006.
12. Wang, Y. TEM observations of rapidly solidified Al-20 Sb alloy / Y. Wang, Z. Zhang, Z. Shaohua, B. Xiufang // J. Alloys and Compounds. – 2004. – V. 370. – P. 159–163.
13. Шепелевич, В. Г. Фазовый анализ быстрозатвердевших сплавов системы Al-Ge / В. Г. Шепелевич, И. И. Ташлыкова-Бушкевич, Л. А. Васильева // Физика и химия обработки материалов. – 1999. – № 3. – С. 69–74.
14. Гапоненко, Н. В. Синтез и оптические свойства пленок, сформированных зольгель-методом в мезопористых матрицах (обзор) / Н. В. Гапоненко // Журнал прикладной спектроскопии. – 2002. – V. 69, № 1. – С. 5–21.

## РАЗДЕЛ 5. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

### Тема 25. Квантовая природа электромагнитного излучения

#### 25.1. Тепловое излучение

**Квантовая оптика** – это раздел оптики, в котором изучают статистические свойства световых полей и квантовое проявление этих свойств в процессах взаимодействия света с веществом.

Колебания электрических зарядов, входящих в состав вещества, обуславливают электромагнитное излучение, которое сопровождается потерей энергии веществом. При рассеянии и отражении света формирование вторичных световых волн и продолжительность излучения веществом происходит за время, сравнимое с периодом световых колебаний. Если же излучение продолжается в течение времени, значительно превышающем период световых колебаний, то возможны два типа излучения: люминесценция и тепловое излучение.

**Люминесценция** – это неравновесное излучение, избыточное при данной температуре над тепловым излучением тела и имеющее длительность, большую периода световых колебаний. Оно возбуждается внешними источниками энергии (в отличие от теплового излучения). Вещества, способные под действием различного рода возбуждений светиться, называются **люминофорами**.

**Тепловым излучением** называется электромагнитное излучение, возникающее за счет внутренней энергии излучающего тела (энергии теплового движения его атомов и молекул) и свойственное всем телам при температурах выше 0 К. Оно зависит от температуры и оптических свойств тела.

Тепловое излучение является единственным видом излучения, которое может находиться в состоянии *термодинамического равновесия* при определенной температуре с телом, испускающим и поглощающим это излучение: тело в единицу времени при этом поглощает столько же энергии, сколько и излучает. Если энергия, расходуемая телом на тепловое излучение, не восполняется за счет соответствующего количества теплоты, подведенного к телу, то его температура постепенно понижается, а тепловое излучение уменьшается.

Одной из энергетических характеристик теплового излучения, распространяющегося в заданном направлении, является интенсивность излучения. Интенсивность  $I_{l,T}$  ( $I_{w,T}$ ) равновесного излучения при температуре  $T$  – это поток энергии равновесного излучения, рассчитанный на единицу телесного угла (на единичный интервал частот). Индексы –  $\lambda$  ( $\omega$ ) и  $T$  – указывают на зависимость оптической величины от длины волны (частоты) и температуры.

Тело называется **черным (абсолютно черным)**, если оно при любой температуре полностью поглощает энергию падающих на него электромагнитных волн независимо от их частоты, поляризации и направления распространения.

Тепловое излучение абсолютно черного тела является равновесным и изотропным. Его интенсивность одинакова во всех направлениях и не зависит

от времени. Спектральное распределение теплового излучения черного тела будет таким же, как у равновесного излучения при той же температуре. Поэтому равновесное излучение часто называют **черным излучением**. Тепловое излучение имеет сплошной спектр. Зависимость интенсивности  $I_{\lambda, T}$  излучения черного тела от его длины волны при разных температурах представлена на рис. 25.1.

При нормальных температурах тело испускает лишь невидимые глазу инфракрасные лучи. Мы не замечаем теплового электромагнитного излучения из-за его слабой интенсивности. С повышением  $T$  инфракрасное излучение становится достаточно сильным, и, приблизившись к нагретому телу, мы ощущаем тепло. При температурах порядка 1000 К тела начинают светиться. При температурах свыше 2000 К раскаленные жидкие или твердые тела испускают желтый или беловатый свет, обладающий сплошным спектром частот. При возрастании температуры тела увеличивается интенсивность его излучения, а также изменяется *спектральный состав* излучения, рис. 25.1.

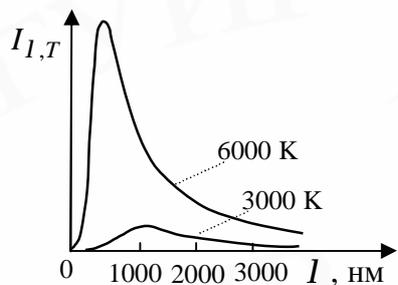


Рис. 25.1. Спектры излучения черного тела

Максимум интенсивности испускаемого телами теплового излучения смещается в область малых длин волн (область более высоких частот).

Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа и черный бархат, в определенном интервале частот близки к ним. Моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием  $O$ , внутренняя поверхность которой зачернена, рис. 25.2. Луч, попавший внутрь такой полости, претерпевает многократные отражения от стенок полости и практически полностью поглощается, так как при каждом отражении происходит частичное поглощение энергии света стенками. Данная модель тем ближе по характеристикам к черному телу, чем больше отношение площади поверхности полости к площади отверстия.



Рис. 25.2. Модель черного тела

Количественной характеристикой теплового излучения служит **спектральная плотность энергетической светимости** (испускательная способность) тела  $R_{w, T}$  – мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{w, T} = \frac{dW_{w, w+dw}^{изл}}{dw}, \quad (25.1)$$

где  $dW_{w, w+dw}^{изл}$  – это энергия излучения, испускаемого за 1 с (мощность излучения) с площади  $1 \text{ м}^2$  поверхности тела в интервале частот от  $\omega$  до  $w + dw$ .

**Единица** спектральной плотности энергетической светимости в СИ – Джоуль на метр в квадрате ( $\text{Дж}/\text{м}^2$ ).

Спектральную плотность энергетической светимости можно представить в виде функции длины волны  $\lambda$ . По определению спектральная плотность энергетической светимости не может быть отрицательной. Поэтому поскольку

$l = 2pc/w$ , то для одного и того же спектрального интервала справедливо

$$R_{w,T} = R_{l,T} \left| \frac{dl}{dw} \right| = R_{l,T} \frac{l^2}{2pc}, \quad (25.2)$$

где  $dl = -\frac{2pc}{w^2} dw = -\frac{l^2}{2pc} dw$ . Знак «минус» в уравнении (25.2) опущен, поскольку не имеет существенного значения в данном случае: он указывает, что при возрастании одной из величин ( $\lambda$  или  $\omega$ ) другая величина убывает.

**Интегральную энергетическую светимость** (ее называют также просто **энергетической светимостью**) тела определяют так

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{w,T} dw = \int_0^{\infty} R_{l,T} dl. \quad (25.3)$$

Спектральной характеристикой поглощения телом теплового излучения служит коэффициент поглощения – **поглощательная способность** тела:

$$a_{w,T} = \frac{dW_{w,w+dw}^{ногл}}{dW_{w,w+dw}}, \quad (25.4)$$

которая показывает, какая доля энергии  $dW_{w,w+dw}$  падающего в единицу времени на единицу площади поверхности тела излучения с частотами от  $\omega$  до  $w + dw$  поглощается телом. Величина  $a_{w,T}$  является безразмерной.

Согласно опытам  $R_{w,T}$  и  $a_{w,T}$  тела зависят от частоты  $\omega$  соответственно излучаемых и поглощаемых волн, температуры тела, его химического состава и состояния поверхности. Поглощательная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице:  $a_{w,T} \equiv 1$ .

Самопроизвольный процесс передачи энергии в форме теплоты от более нагретого тела к менее нагретому называется теплообменом посредством излучения или **радиационным теплообменом**. Именно так Земля от Солнца получает энергию. Теплообмен посредством излучения может осуществляться между телами, находящимися не только в какой-либо среде, но и в вакууме.

Для равновесного излучения выполняется **правило Прево** (1809):

если два тела поглощают разные количества энергии, то и энергия излучения, испускаемая этими телами, тоже должна быть различной.

Правило Прево качественно устанавливает связь между способностью тела поглощать и излучать тепло.

## 25.2. Законы теплового излучения

Соотношение между спектральной плотностью энергетической светимости и поглощательной способностью тела определяет **закон Кирхгофа** (1859): отношение спектральной плотности энергетической светимости к поглощательной способности тела не зависит от природы тела и является универсальной для всех тел функцией частоты и температуры  $r_{w,T}$ :

$$\boxed{\frac{R_{w,T}}{a_{w,T}} = r_{w,T}}, \quad (25.5)$$

где **универсальная функция Кирхгофа**  $r_{w,T}$  есть **испускательная способность черного тела** (для него  $a_{w,T} = 1$ ). Энергия, испускаемая черным телом с единицы его поверхности за единицу времени во всех направлениях, т. е. в телесном угле  $2\pi$ , определяет его испускательную способность:  $r_{w,T} = \rho I_{w,T}$ .

Таким образом, учитывая закон (25.5), можно констатировать, что отношение  $R_{w,T}/a_{w,T}$  не зависит от материала тела и равно испускательной способности черного тела  $r_{w,T}$  при той же температуре и частоте. Поэтому важной задачей теории теплового излучения является нахождение явной зависимости испускательной способности черного тела от частоты (длины волны) и температуры либо связанной с ней величины, которая в случае равновесного излучения также зависит только от частоты (или длины волны) и температуры:

$$u_{w,T} = \frac{4}{c} r_{w,T}, \quad (25.5a)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $u_{w,T}$  – **спектральная плотность энергии равновесного излучения**, рассчитанная на единицу интервала частот.  $u_{w,T}$  характеризует распределение энергии излучения по частотам при заданной температуре. Интегрируя  $u_{w,T}$  по всем частотам, определяют объемную плотность энергии, т. е. полную энергию равновесного излучения в единице объема:

$$u_T = \int_0^{\infty} u_{w,T} dw, \quad (25.5b)$$

где  $u_{w,T}dw$  – энергия единицы объема излучения при температуре  $T$  с частотами в интервале от  $\omega$  до  $w + dw$ .

Из закона Кирхгофа (25.5) энергетическую светимость нечерного тела можно представить как

$$\boxed{R_T = \int_0^{\infty} a_{w,T} r_{w,T} dw}. \quad (25.6)$$

Энергетическая светимость черного тела  $R_e$  зависит только от температуры:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{w,T} dw. \quad (25.7)$$

Излучение, не подчиняющееся закону Кирхгофа, не является тепловым.

Согласно экспериментальному **закону Стефана–Больцмана** (1884): энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры

$$\boxed{R_e = \sigma T^4}, \quad (25.8)$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  – **постоянная Стефана–Больцмана**.

В. Вином была предложена эмпирическая формула для спектральной плотности равновесного излучения. Согласно **закону излучения Вина** (1896)

зависимость универсальной функции Кирхгофа от частоты света и термодинамической температуры имеет вид

$$r_{w,T} = a w^3 e^{-bw/T}, \quad (25.9)$$

где  $a$  и  $b$  – постоянные, определяемые опытным путем.

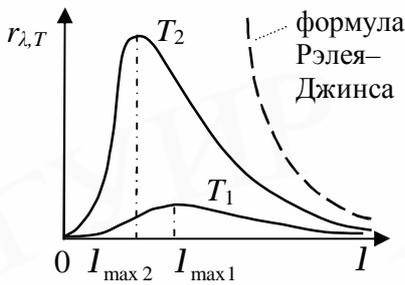


Рис. 25.3. Сравнение закона излучения Вина и формулы Рэля–Джинса ( $T_2 > T_1$ )

Таким образом, из закона излучения Вина следует, что энергия излучения черного тела распределена по его спектру неравномерно. Кривая спектральной плотности энергетической светимости всегда имеет максимум, который смещается при повышении температуры, рис. 25.3. Отметим, что формула (25.9) справедлива в области коротких длин волн (или при низких температурах), но отклоняется от эксперимента в области более длинных волн (область малых частот).

Закон Стефана–Больцмана (25.8) ничего не говорит о спектральном составе излучения черного тела. Положение максимума в спектре его излучения описывается экспериментальным **законом смещения Вина** (1893):

длина волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости  $r_{\lambda,T}$  черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad (25.9a)$$

где  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  м·К – **постоянная Вина**. Из закона смещения Вина (25.9a) следует, что при возрастании температуры положение максимума функции  $r_{\lambda,T}$  смещается в область коротких длин волн, рис. 25.3.

Применяя к тепловому излучению классический закон равнораспределения энергии по степеням свободы, Дж. У. С. Рэлей (1900) и Дж. Х. Джинс получили следующее выражение для зависимости спектральной плотности энергетической светимости черного тела  $r_{w,T}$  от частоты света:

$$r_{w,T} = \frac{w^2}{4\pi^2 c^2} \langle e \rangle = \frac{w^2}{4\pi^2 c^2} kT, \quad (25.10)$$

где  $\langle e \rangle = kT$  – средняя энергия осциллятора с собственной частотой  $\omega$ ;  $k$  – постоянная Больцмана. Уравнение (25.10) называется **формулой Рэля–Джинса**.

Формула Рэля–Джинса согласуется с экспериментом только в области высоких температур и малых частот, которым соответствует длинноволновая область на рис. 25.3. Попытка получить закон Стефана–Больцмана из формулы (25.10) приводит к абсурдному результату – «**ультрафиолетовой катастрофе**»:  $r_{w,T}$  неограниченно растет, достигая чрезвычайно больших значений в ультрафиолете, рис. 25.3. Интеграл (25.7) с  $r_{w,T}$  из (25.10) расходится, в то время как по закону Стефана–Больцмана энергетическая светимость  $R_e$  при любой температуре конечна и пропорциональна четвертой степени температуры.

### 25.3. Квантовая гипотеза Планка

До сих пор нами рассматривались оптические явления с позиций волновой оптики, что не позволяло объяснить все экспериментальные факты. Вместе с тем эти явления получили объяснения в рамках квантовой теории света. В 1900 г. М. Планк предположил, что теория классического гармонического осциллятора неприменима к атомным (молекулярным) осцилляторам. Он доказал, что формулу для *спектральной плотности энергии теплового излучения* можно получить, если допустить противоречащую классическим представлениям **гипотезу: колебательная энергия атомов излучающего тела квантована.**

Испускание и поглощение электромагнитного излучения осциллятором (атомом/молекулой вещества) осуществляется не непрерывно, а дискретно в виде отдельных квантов, величина которых пропорциональна частоте излучения («квант» означает «порция», «определенное количество»).

**Энергия кванта** определяется как

$$e = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = \mathbf{h}\omega, \quad (25.11)$$

где  $h = 2\pi\mathbf{h} = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – **постоянная Планка** – коэффициент пропорциональности между  $\varepsilon$  и частотой  $\nu$ ;  $\nu$  – частота колебаний (число полных колебаний за единицу времени);  $\omega$  – циклическая или круговая частота колебаний ( $\omega = 2\pi\nu$ ). Величину  $\mathbf{h} = 1,0546 \cdot 10^{-34}$  Дж·с ( $\mathbf{h}$  перечеркнутая) также называют постоянной Планка.

В результате открытия постоянной Планка и связанной с ней идеи квантования физику стали подразделять на классическую и квантовую.

Согласно гипотезе Планка энергия атомных (молекулярных) осцилляторов может принимать лишь определенные дискретные значения, кратные  $h\nu$ :

$$e_n = nh\nu = \mathbf{h}\omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (25.12)$$

Среднюю энергию осцилляторов  $\langle e \rangle$  нельзя принимать равной  $kT$ , как в формуле Рэлея–Джинса (25.10). Согласно распределению Больцмана вероятность  $P_n$  того, что энергия колебания осциллятора частоты  $\omega$  имеет значение  $e_n$  при термодинамической температуре  $T$ , определяется выражением

$$P_n = \frac{N_n}{N} = \frac{\exp(-\varepsilon_n/(kT))}{\sum_n \exp(-\varepsilon_n/(kT))}, \quad (25.13)$$

где  $N_n$  – число осцилляторов с энергией  $e_n$ ;  $N$  – полное число осцилляторов;  $T$  – термодинамическая температура;  $k$  – постоянная Больцмана.

Отсюда можно получить выражение для **средней энергии осцилляторов**:

$$\langle e \rangle = \sum_n P_n e_n = \frac{e}{\exp\left(\frac{e}{kT}\right) - 1} = \frac{\mathbf{h}\omega}{\exp\left(\frac{\mathbf{h}\omega}{kT}\right) - 1}, \quad (25.14)$$

и на основе этого показать, что универсальная функция Кирхгофа  $r_{\omega,T}$  будет иметь вид, определяемый **формулой Планка**:

$$r_{w,T} = \frac{\mathbf{h}w^3}{4p^2c^2} \frac{1}{\exp(\mathbf{h}w/(kT)) - 1}. \quad (25.15)$$

Из формулы Планка (25.15) можно получить закон излучения Вина, выполняющийся в области больших частот (малые длины волн), когда  $\mathbf{h}w/kT \gg 1$ . При этом спектральная плотность энергетической светимости черного тела  $r_{w,T}$  в шкале частот равна

$$r_{w,T} = \frac{\mathbf{h}w^3}{4p^2c^2} \exp\left(-\frac{\mathbf{h}w}{kT}\right).$$

В области малых частот или больших длин волн  $\mathbf{h}w/kT \ll 1$ . Тогда

$$\exp\left(\frac{\mathbf{h}w}{kT}\right) \approx 1 + \frac{\mathbf{h}w}{kT}$$

и формула Планка переходит в формулу Рэля–Джинса (25.10):

$$r_{w,T} = \frac{w^2}{4p^2c^2} \langle e \rangle = \frac{w^2}{4p^2c^2} kT.$$

Закон Стефана–Больцмана (25.8) получается из формулы Планка (25.15) её интегрированием по частотам:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{w,T} dw = sT^4 < \infty,$$

где постоянная Стефана–Больцмана равна  $s = \frac{2p^5k^4}{15c^2h^3} = \frac{p^2k^4}{60c^2\mathbf{h}^3}$ .

Закон смещения Вина (25.9а) получается при анализе формулы Планка на экстремум. В результате можно получить

$$Tl_{\max} = hc/(4,956k) = b.$$

Таким образом, из формулы Планка можно вывести частные законы, описывающие тепловое излучение.

Рассмотрим еще одно явление, которое подтверждает справедливость квантовых представлений об электромагнитном излучении.

#### 25.4. Фотоэффект. Формула Эйнштейна

В 1905 г. Эйнштейн развил идею Планка и выдвинул *гипотезу* световых частиц – фотонов. Он предположил, что дискретный характер присущ не только процессам испускания и поглощения света, но и самому свету. Гипотеза Эйнштейна означала, что свет распространяется в виде квантов энергии, позже названных *фотонами*. Энергия фотона определяется формулой  $e = \mathbf{h}w$ . Рассмотрим явление фотоэффекта, которое подтверждает гипотезу о фотонах.

**Фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом)** называется испускание электронов веществом при поглощении им квантов электромагнитного излучения (фотонов). Различают фотоэффект внутренний, вентильный и внешний.

**Внешним фотоэффектом (фотоэлектронной эмиссией)** называется высвобождение электронов из вещества под действием света. Это явление было

открыто немецким физиком Г. Герцем в 1887 г., первые фундаментальные исследования были выполнены русским физиком А. Г. Столетовым (1888).

**Схема исследования внешнего фотоэффекта.** Исследование закономерностей фотоэффекта проводят на установке, схематически показанной на рис. 25.4. Два электрода (катод  $K$  (–) из исследуемого металла и анод  $A$  (+)), расположенные в вакуумной трубке, образуют **фотоэлемент** – прибор, работающий на основе фотоэффекта и преобразующий энергию излучения в электрическую энергию.

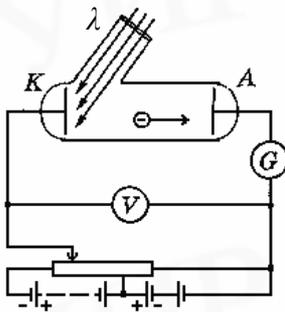


Рис. 25.4. Схема установки для наблюдения фотоэлектрического эффекта

Катод освещается через кварцевое окошко монохроматическим светом с изменяемой длиной волны  $\lambda$ . Между катодом и анодом создается напряжение  $U$ , величину которого и знак можно менять (подключены потенциометр и две аккумуляторные батареи, включенные «навстречу друг другу»). Катод испускает поток электронов (т. н. **фотоэлектронов**), и возникает ток (**фототок**), регистрируемый гальванометром  $G$ . Зависимость фототока  $I$  от приложенного напряжения  $U$  называется **вольт-амперной характеристикой** фотоэлемента.

Для оценки количества энергии, попадающей в оптический прибор, например фотоэлемент, используют понятие **светового потока**  $\Phi$  – средней мощности оптического излучения за время, значительно большее периода колебаний светового вектора.

При увеличении светового потока  $\Phi$ , падающего на катод, при постоянной частоте  $\omega$  света вольт-амперная характеристика фотоэффекта изменяется, как показано на рис. 25.5, а. На рис. 25.5, б приведены вольт-амперные характеристики для случаев, когда, не меняя светового потока, варьируется частота света  $\omega$ , обуславливающего фотоэффект.

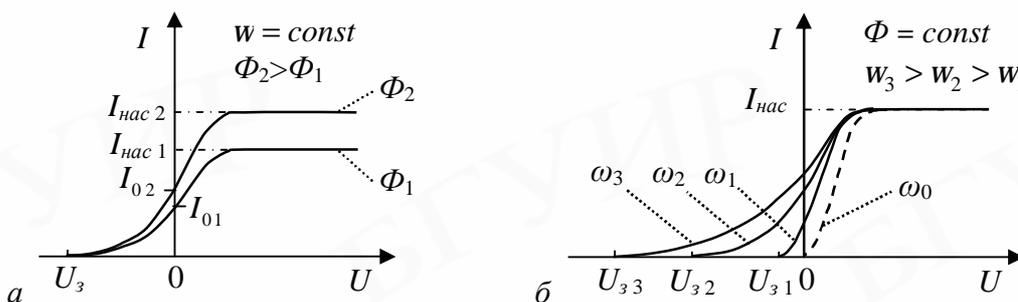


Рис. 25.5. Вольт-амперные характеристики фотоэффекта (задерживающее напряжение  $U_x$  отрицательно):

а – при постоянной частоте  $\omega$  падающего света; б – при постоянном световом потоке  $\Phi$

Как видно на рис. 25.5, а, даже при напряжении, равном нулю, некоторое количество электронов достигает анода и создает небольшой фототок  $I_0$ , поскольку фотоэлектроны при вылете из катода обладают некоторой кинетической энергией и, следовательно, некоторой начальной скоростью. С увеличени-

ем  $U$  все большее число электронов достигает анода – фототок возрастает до некоторого предела  $I_{нас}$ . При дальнейшем увеличении напряжения сила фототока остается неизменной.

Максимальное значение тока  $I_{нас}$  – **фототок насыщения** – определяется таким значением  $U$ , при котором все электроны, испускаемые катодом под действием света, достигают анода:  $I_{нас} = en$ , где  $n$  – число электронов, испускаемых катодом в единицу времени. При малом напряжении вылетевшие из катода электроны частично летят к аноду, а частично возвращаются на катод.

Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить **задерживающее напряжение**  $U_3$ . При  $U = U_3$  ни один из электронов, даже обладающий при вылете максимальной начальной скоростью, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода.

Измерив задерживающее напряжение  $U_3$ , можно определить максимальное значение скорости  $u_{max}$  и кинетической энергии  $K_{max}$  фотоэлектронов:

$$K_{max} = \frac{m_e u_{max}^2}{2} = e|U_3|, \quad (25.16)$$

где  $K_{max}$  – максимальная кинетическая энергия вылетающих из катода электронов;  $m_e$  – масса электрона;  $e$  – абсолютное значение заряда электрона.

Сформулируем три основных закона внешнего фотоэффекта:

1. Зависимость тока насыщения от интенсивности падающего света: при постоянной частоте падающего света сила фототока насыщения пропорциональна падающему на катод световому потоку  $\Phi$  (закон Столетова):

$$I_{нас} = k\Phi, \quad (25.17)$$

где  $k$  – коэффициент, зависящий от природы материала катода, рис. 25.5, а.

2. При увеличении интенсивности падающего света число фотоэлектронов возрастает, но их максимальная кинетическая энергия  $K_{max}$  не изменяется, если частота света фиксирована. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно зависит от частоты  $\omega$  падающего света.

3. Для каждого металла существует **красная граница фотоэффекта** – минимальная частота  $\omega_0$  света (максимальная длина волны  $\lambda_0$ ), при которой еще происходит фотоэффект. При меньших частотах  $\omega < \omega_0$  фотоэффект не наблюдается даже при сравнительно большой интенсивности света. При высоких интенсивностях света (сфокусированное лазерное излучение) в случае многофотонного фотоэффекта красная граница фотоэффекта исчезает. Величина  $\omega_0$  ( $\lambda_0$ ) зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности.

За работы по фотоэффекту, в которых были объяснены основные закономерности данного явления (1905), Эйнштейну была присуждена Нобелевская премия в 1921 г.

Рассмотрим фотоэффект в рамках *гипотезы о световых квантах* Эйнштейна. Падающее монохроматическое излучение представим как поток световых квантов – фотонов, энергия  $\epsilon$  которых связана с частотой  $\omega$  соотношением

(25.11). Фотоэффект возникает, когда происходит неупругое столкновение фотона с электроном конденсированной среды и энергия фотона целиком передается электрону. Такой процесс взаимодействия называется столкновением потому, что фотон может обмениваться с электроном энергией и импульсом. В результате электрон приобретает кинетическую энергию не постепенно, а очень быстро. Этим объясняется безынерционность фотоэффекта.

Энергия поглощаемого фотона расходуется электроном на то, чтобы достичь поверхности вещества и покинуть вещество, а также на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии. Минимальную энергию, необходимую для освобождения электрона из металла, т. е. для преодоления потенциального барьера, называют **работой выхода**  $A$ . Следовательно, для электронов проводимости (не связаны с конкретными атомами) в металле закон сохранения энергии в элементарном акте поглощения фотона (**формула Эйнштейна** для внешнего фотоэффекта) можно записать так:

$$\boxed{h\nu = A + K_{\max}}. \quad (25.18)$$

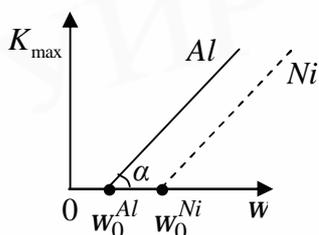


Рис. 25.6. Фотоэлектрический эффект ( $tg\alpha = h$ )

Из уравнения (25.18) следует, что выполняется второй закон фотоэффекта: действительно, при увеличении частоты  $\omega$  падающего света максимальная кинетическая энергия электронов линейно возрастает, рис. 25.6, по формуле

$$K_{\max} = h\nu - A.$$

Предельная частота  $w_0 = \frac{A}{h}$  (или  $I_0 = \frac{2phc}{A}$ ), при которой кинетическая энергия фотоэлектронов становится равной нулю, и есть красная граница фотоэффекта, рис. 25.5, б и 25.6. Отметим, что исследование зависимости энергии  $K_{\max}$  от частоты  $\omega$  позволяет экспериментально измерять постоянную Планка  $h$ .

Другая форма записи уравнения Эйнштейна

$$\boxed{e|U_s| = h(\nu - w_0)}. \quad (25.19)$$

Отметим, что фотоэлектрическое поглощение света свободными электронами, не находящимися в твердом теле или газе, невозможно: оно противоречит законам сохранения энергии и импульса.

Среди фотоэлементов с внешним фотоэффектом наиболее распространены вакуумные фотоэлементы. Широко используются фотоэлементы в измерительной технике, автоматике, телемеханике, метрологии и т. д.

### 25.5. Коротковолновая граница тормозного рентгеновского спектра

Если энергия кванта  $h\nu$  значительно превышает работу выхода  $A$ , то уравнение Эйнштейна (25.18) принимает более простой вид:

$$h\nu = K_{\max}. \quad (25.20)$$

Таким образом, энергия светового кванта переходит в кинетическую энергию электрона. Такой процесс называется прямым фотоэффектом.

Согласно определению (25.16)  $K_{\max} = eU$  – энергия электрона, ускоренного разностью потенциалов  $U$ . Поэтому формулу (25.20) можно интерпретировать и иначе: при резком торможении электронов в металле кинетическая энергия электронов переходит в энергию возникающих квантов. Именно такой процесс – обратный фотоэффект – происходит в рентгеновской трубке. Тогда

$$eU = h\nu, \quad (25.20a)$$

где  $eU$  – работа, совершенная при разгоне электрона силами ускоряющего электрического поля рентгеновской трубки.

**Рентгеновская трубка** представляет собой вакуумный баллон, в котором находится нагреваемый током катод  $K$  – источник термоэлектронов, и расположенный напротив анод  $A$  – антикатод (вольфрам, платина, медь и т. д.), рис. 25.7. Ускорение электронов осуществляется высоким напряжением  $U$ , создаваемым между катодом и антикатодом. Цилиндрический электрод  $C$  предназначен для фокусировки электронного пучка.

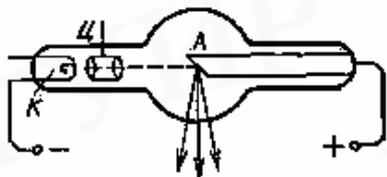


Рис. 25.7. Схема рентгеновской трубки

Под действием напряжения  $U$  электроны разгоняются до энергии  $eU$ . Попадая в металлический антикатод, электроны резко замедляются и становятся источником электромагнитных волн. Как известно, свободный равномерно движущийся электрон не излучает. Поэтому рентгеновское излучение возникает только при взаимодействии разогнанного электрона с веществом антикатада.

Рентгеновские трубки используются в *рентгеноструктурном анализе*, рентгеноспектральном анализе, рентгенодиагностике, дефектоскопии и т. д.

**Тормозным рентгеновским излучением** называется рентгеновское излучение (длина волны от  $10^{-5}$  до  $10^2$  нм), обусловленное торможением налетающих электронов в веществе антикатада рентгеновской трубки.

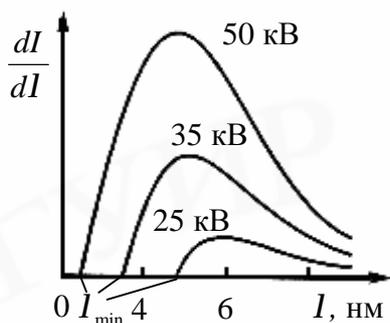


Рис. 25.8. Спектральная интенсивность тормозного рентгеновского спектра (вольфрамовый антикатод)

Спектр тормозного рентгеновского излучения, как и спектр видимого белого света, при разложении по длинам волн оказывается сплошным. На рис. 25.8 показаны экспериментальные кривые распределения интенсивности  $dI/d\lambda$  по длинам волн  $\lambda$ , полученные для разных значений ускоряющего напряжения  $U$  на трубке, указанных на рисунке, для вольфрамового антикатада.

Установлено, что длина волны, на которую приходится максимум мощности излучения, уменьшается при увеличении напряжения  $U$ , т. е. когда скорость электронов увеличивается.

В экспериментах с рентгеновской трубкой получен результат, противоречащий классической электродинамике: наличие **коротковолновой границы** сплошного рентгеновского спектра ( $I_{\min} \neq 0$ ), рис. 25.8. Формула (25.20a) определяет максимальную частоту, с которой могут испускаться рентгеновские лу-

чи антикатодом при заданном напряжении на рентгеновской трубке.

Существование коротковолновой границы с корпускулярной точки зрения объясняется просто. Действительно, если излучение возникает за счет энергии, теряемой электроном при торможении, то величина кванта  $h\nu$  не может быть больше энергии электрона  $eU$ . Отсюда следует, что частота  $\omega$  излучения не может превышать значения  $\omega_{\max} = eU/h$ . Значит, длина волны излучения не может быть меньше, чем

$$l_{\min} = \frac{2pc}{\omega_{\max}} = \frac{2phc}{eU} \quad \text{или} \quad l_{\min} = \frac{1,24}{U}, \quad (25.21)$$

где  $U$  измеряется в кВ, а  $l_{\min}$  – в нм.

При достаточно большой скорости электронов будет также иметь место **характеристическое излучение** – рентгеновское излучение линейчатого спектра (подтема 28.8). В этом случае коротковолновая граница рентгеновского спектра, определяемая формулой (25.21), также присутствует.

Существование коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра, не зависящей от материала антикатада и определяемой только напряжением на трубке, является одним из наиболее ярких проявлений квантовых свойств рентгеновского излучения. По измерению зависимости граничной частоты от ускоряющего напряжения  $\omega_{\max} = \omega_{\max}(U)$  можно с высокой точностью определить значение постоянной Планка  $h$ , совпадающее со значением, получаемым из законов теплового излучения.

## 25.6. Фотоны. Импульс фотона. Давление света

Экспериментально, в частности в опытах по фотоэффекту, было доказано, что электромагнитное излучение способно вести себя как частица – фотон. Свет частоты  $\omega$  по Эйнштейну – это поток фотонов с энергией  $h\nu$ . Свет распространяется в вакууме со скоростью  $c$ . Таким образом, **фотон** ( $\gamma$ ) – квант электромагнитного поля – это подлинно релятивистская частица. Фотон является безмассовой частицей (экспериментальное ограничение  $m_g < 5 \times 10^{-60}$  г). Энергию и импульс фотона необходимо вычислять по формулам специальной теории относительности.

Из соотношения, связывающего энергию  $E$  и импульс  $p$  движущейся релятивистской частицы (9.27)

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4, \quad (25.22)$$

следует, что **импульс фотона** равен

$$p = \frac{E}{c}. \quad (25.23)$$

Так как  $E = h\nu$ , то импульс фотона связан с его длиной волны соотношением

$$p = \frac{h\nu}{c} = h \frac{2\pi}{l} = hk, \quad (25.23a)$$

где  $k = 2\pi/l$  – волновое число. Записав импульс в векторной форме, получим

для энергии и импульса фотона следующие выражения:

$$e = \hbar\omega, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad (25.24)$$

где  $\vec{k}$  – волновой вектор. Направление импульса совпадает с направлением распространения света, характеризуемым волновым вектором  $\vec{k}$ , модуль которого равен волновому числу.

Соотношения (25.24) связывают *квантовые (корпускулярные)* характеристики фотона – энергию  $e$  и импульс  $\vec{p}$  – с *волновыми* характеристиками света – его частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\vec{k}$ .

Рассмотрим свойства фотона. Единственное состояние фотона – это движение с предельной скоростью света  $c$ , одинаковой во всех системах отсчета. Не существует системы отсчета, в которой бы он покоился. Фотон в состоянии покоя – понятие, лишенное физического смысла. Попытка остановить фотон или изменить направление его движения равносильна его уничтожению. Такое выражение, как «фотон рассеялся на такой-то частице» широко используют, но лишь постольку, поскольку это не противоречит рассмотрению некоторых явлений с энергетической точки зрения.

Следует особо подчеркнуть, что фотон не похож на обычную частицу (корпускулу), лишь некоторые свойства фотона напоминают свойства частицы.

**Корпускулярно-волновой дуализм.** Из опытных фактов следует, что свет обладает одновременно волновыми свойствами (интерференция, дифракция, поляризация) и корпускулярными, которые проявляются в процессах взаимодействия света с веществом (испускания, поглощения, рассеяния).

Таким образом, свет имеет двойственную природу и обнаруживает корпускулярно-волновой дуализм. Наглядно представить корпускулярно-волновой дуализм невозможно. Представления о волнах или частицах – это абстракции нашего разума. Обсуждение того, как современная физика истолковывает корпускулярно-волновой дуализм, выполнено в теме 26 (после изучения волновых свойства частиц вещества).

**Давление света.** Одним из экспериментальных подтверждений наличия у фотонов импульса является существование светового давления. С квантовой точки зрения давление света на поверхность какого-либо тела обусловлено тем, что при соударении с этой поверхностью каждый фотон передает ей свой импульс. Отражение света от поверхности тела, строго говоря, следует рассматривать как сложный процесс «переизлучения» фотонов – падающий фотон поглощается поверхностью, а затем вновь излучается ею с противоположным направлением импульса. При этом давление света на поверхность должно быть таким же, как если бы фотоны зеркально отражались от поверхности подобно абсолютно упругим шарикам. В дальнейшем будем пользоваться этим формальным приемом, условно рассматривая процессы отражения и рассеяния света как процессы отражения и рассеяния фотонов.

Важно отметить, что давление света одинаково успешно объясняется как волновой, так и квантовой теорией света.

Пусть поток монохроматического излучения частоты  $\omega$  падает перпендикулярно поверхности тела. Если за 1 с на  $1 \text{ м}^2$  поверхности тела падает  $N$  фотонов, то при коэффициенте отражения света  $\rho$  от поверхности тела отразится  $rN$  фотонов, а поглотится  $(1-r)N$  фотонов. Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс  $p = E/c$ , а каждый отраженный фотон  $-2p$ . Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности  $N$  фотонов за 1 с:

$$P = 2 \frac{h\omega}{c} rN + \frac{h\omega}{c} (1-r)N = (1+r) \frac{h\omega}{c} N.$$

**Энергетическая освещенность поверхности** – это энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени:

$$E_e = N h \omega. \quad (25.25)$$

Объемная плотность энергии излучения:  $w = \frac{E_e}{c}$ . Отсюда имеем

$$P = (1+r) E_e / c = (1+r) w. \quad (25.26)$$

## 25.7. Эффект Комптона

В 1922 – 23 гг. А. Кóмптон на веществах, состоящих из легких атомов (парафин, графит и т. д.), обнаружил и исследовал эффект, подтверждающий фотонную теорию света и названный впоследствии в его честь (Нобелевская премия, 1927 г.). **Эффект Комптона** состоит в изменении длины волны рентгеновских лучей, происходящем при рассеянии их веществом.

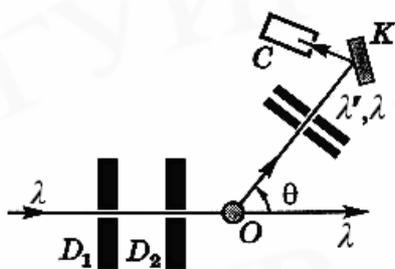


Рис. 25.9. Схема эксперимента Комптона

Схема установки для исследования спектрального состава рассеянного излучения показана на рис. 25.9. Источником рентгеновского излучения с длиной волны  $l$  служила рентгеновская трубка с молибденовым антикатодом. Диафрагмы  $D_1$  и  $D_2$  выделяли узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения, который падал затем на исследуемый образец  $O$ . После прохождения ряда диафрагм рассеянное излучение попадало на кристалл  $K$  рентгеновского спектрографа, а затем в счетчик  $C$  (или на фотопластинку).

Комптон установил, что в рассеянном на «свободных» (или слабосвязанных) электронах вещества коротковолновом электромагнитном излучении (рентгеновское и  $g$ -излучение) наряду с исходной длиной волны  $\lambda$  появляется смещенная линия с длиной волны  $l' > l$ . Увеличение длины волны  $\Delta l = l' - l$  называется **комптоновским смещением**.

Комптоновское смещение  $\Delta l = l' - l$  для всех веществ одинаково и не зависит от длины волны  $l$  падающего излучения. На тяжелых атомах эффект труднее наблюдать из-за малой интенсивности смещенной компоненты.

Увеличение  $\Delta l$  определяется только углом рассеяния  $\theta$  между направлениями рассеянного и падающего излучений:

$$\Delta l = l' - l = l_C(1 - \cos q) = 2l_C \sin^2 \frac{q}{2}, \quad (25.27)$$

где  $l'$  – длина волны рассеянного излучения,  $l_C$  – **комптоновская длина волны** частицы массой  $m$ . При рассеянии на электроне

$$l_C = \frac{2ph}{m_e c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м.} \quad (25.27a)$$

С увеличением угла  $\theta$  интенсивность несмещенной компоненты уменьшается, а смещенной – растет.

Явление комптоновского рассеяния лежит в основе действия некоторых гамма-спектрометров, а также используется при изучении  $g$ -излучения атомных ядер и поляризуемости элементарных частиц и ядер.

**Объяснение эффекта Комптона.** Классическая теория не в состоянии объяснить закономерности комптоновского рассеяния. Для его описания необходимо считать, что падающее излучение состоит из отдельных фотонов.

Комптон показал, что для объяснения сдвига длины волны рассеяние рентгеновского кванта надо рассматривать как результат одиночного акта упругого столкновения фотона со «свободным» покоящимся электроном вещества. Отметим, что в легких атомах энергией связи электрона внутри атома можно пренебречь при всех углах рассеяния  $\theta$ , т. е. все электроны можно считать «свободными». Энергия, передаваемая фотоном при столкновении, будет тем больше, чем больше угол рассеяния.

Происхождение несмещенной компоненты в спектре рассеянного излучения обусловлено внутренними электронами атомов мишени. Если электрон сильно связан с атомом, то фотон обменивается импульсом и энергией с атомом в целом. Действительно, внутренние электроны нельзя рассматривать как «свободные». Их энергия связи, особенно в тяжелых атомах, сравнима с энергией рентгеновских фотонов.

Применив к столкновениям фотонов и электронов законы сохранения энергии и импульса, в рамках упрощенной теории эффекта получим формулу (25.27). Будем рассматривать процесс комптоновского рассеяния на основе релятивистской динамики, поскольку фотоны – релятивистские частицы.

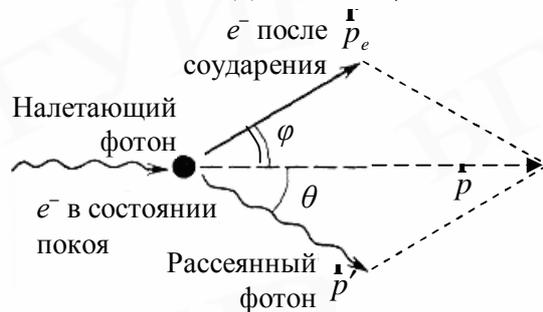


Рис. 25.10. К объяснению эффекта Комптона

**на отдачи** – соответственно  $E'$  и  $p_e$ , рис. 25.10. В процессе этого упругого столкновения выполняются законы сохранения энергии и импульса:

Фотон с энергией  $e = h\nu$  и импульсом  $p = h\nu/c$ , столкнувшись с покоящимся свободным электроном (энергия покоя  $E_0 = m_e c^2$ , где  $m_e$  – масса электрона), передает ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается), рис. 25.10. После столкновения энергия и импульс фотона станут равными  $e' = h\nu'$  и  $p'$ , а энергия и импульс **электрона**

$$E_0 + e = E' + e' \text{ и } \vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}'. \quad (25.28)$$

На основе теоремы косинусов для треугольника импульсов запишем

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta.$$

Следовательно, выразим из (25.28)  $E'^2$  и  $(p_e c)^2$ , а затем используем формулу для релятивистской энергии электрона после столкновения  $E'^2 - p_e^2 c^2 = m_e^2 c^4$ :

$$E'^2 = (E_0 + e - e')^2 = e^2 + e'^2 + m_e^2 c^4 - 2ee' + 2em_e c^2 - 2e'm_e c^2, \\ p_e^2 = (e/c)^2 + (e'/c)^2 - 2(ee'/c^2) \cos q = (e^2 + e'^2 - 2ee' \cos q)/c^2.$$

Вычтем из выражения  $E'^2$  выражение  $(p_e c)^2$ , приравняв полученный результат к  $m_e^2 c^4$ :

$$e^2 + e'^2 + m_e^2 c^4 - 2ee' + 2em_e c^2 - 2e'm_e c^2 - (e^2 + e'^2 - 2ee' \cos q) = \\ = m_e^2 c^4 + 2ee'(\cos q - 1) + 2em_e c^2 - 2e'm_e c^2 = m_e^2 c^4.$$

Тогда получаем

$$2m_e c^2 (e - e') = 2ee'(1 - \cos q), \\ e - e' = \frac{ee'}{m_e c^2} (1 - \cos q), \quad \Rightarrow \quad w - w' = \frac{ww'}{h m_e c^2} (1 - \cos q).$$

Учтем, что  $w = 2pc/l$ :

$$l' - l = l_c (1 - \cos q).$$

Полученное уравнение совпадает с уравнением (25.27), что и требовалось доказать.

Таким образом, комптоновский эффект является одним из механизмов, определяющим потери энергии при прохождении  $\gamma$ -излучения через вещество. Чем больше энергия фотона, тем в меньшей степени проявляется связь электрона с атомом, тем больше электронов, которые можно считать «свободными». Поэтому для наблюдения эффекта Комптона нужно использовать жесткое рентгеновское излучение. В видимой области спектра данный эффект не наблюдается. Энергия соответствующих фотонов настолько мала, что даже внешние электроны атома нельзя считать «свободными».

Необходимо отметить, что теория эффекта, предложенная Комптоном, не позволяет определить все характеристики комптоновского рассеяния, в частности зависимость интенсивности рассеяния от  $l$  и  $q$ . Точная релятивистская теория эффекта была разработана в рамках квантовой электродинамики.

Исторически именно обнаружение настоящего эффекта было одним из главных экспериментальных доказательств корпускулярной природы электромагнитного излучения, в частности света.

## Тема 26. Волновые свойства микрочастиц

### 26.1. Гипотеза де Бройля. Опыты Дэвиссона–Джермера

В 1923 г. французский физик Л. де Бройль развил представления о корпускулярно-волновом дуализме. Он высказал следующую гипотезу:

материальные частицы (электроны и другие материальные тела) с массой, отличной от нуля, обладают и корпускулярными (энергия  $E$  и импульс  $p$ ), и волновыми (частота  $\omega$  и длина волны  $\lambda$ ) свойствами.

Де Бройль предположил, что соотношения между корпускулярными и волновыми характеристиками материальной частицы массой  $m$ , которая движется со скоростью  $u$ , такие же, как для фотона (25.23а):

$$E = h\nu \text{ и } p = \frac{2p h}{\lambda}, \quad (26.1)$$

где  $\lambda$  – де-бройлевская длина волны частицы с импульсом  $p$ .

Таким образом, любой частице, обладающей импульсом, сопоставляется волновой процесс с длиной волны, определяемой по формуле де Бройля:

$$\lambda = \frac{2p h}{p} = \frac{h}{p}. \quad (26.1a)$$

**Пример.** Вычислить де-бройлевскую длину волны мяча массой 0,20 кг, летящего со скоростью 15 м/с.

**Решение.** Согласно формуле (26.1а) длина волны де Бройля для мяча:

$$\lambda = \frac{h}{mu} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{0,2 \text{ кг} \cdot 15 \text{ м/с}} = 2,2 \cdot 10^{-34} \text{ м}.$$

Это чрезвычайно малая длина волны. Даже при крайне низких скоростях, скажем  $10^{-4}$  м/с, де-бройлевская длина волны  $\lambda$  составляла бы примерно  $10^{-29}$  м.

Де-бройлевские длины волн обычных тел настолько малы, что волновые свойства макроскопических тел обнаружить не удастся. Действительно, типичные волновые свойства – *интерференция* и *дифракция* – проявляются тогда, когда размеры предметов или щелей сравнимы по своей величине с длиной волны. Однако нам не известны предметы или щели размером  $10^{-30}$  м. Другое дело, если речь идет о частицах таких, как, например, электрон. Поскольку масса  $m$  входит в знаменатель формулы (26.1а), определяющей де-бройлевскую длину волны, то очень малой массе соответствует большая длина волны.

**Микрочастицами** называют элементарные частицы – электроны, фотоны, протоны, нейтроны и другие простые частицы, а также сложные частицы, образованные из сравнительно небольшого числа элементарных частиц (атомы, молекулы, ядра атомов и т. п.).

**Пример.** Определить де-бройлевскую длину волны электрона, ускоренного разностью потенциалов 100 В.

**Решение.** Поскольку энергия покоя электрона  $m_e c^2 \approx 0,5 \text{ МэВ}$ , то  $eU \ll m_e c^2$ , скорость ускоренного электрона намного меньше скорости света  $c$ .

Согласно формулам нерелятивистской механики приращение кинетической энергии равно уменьшению потенциальной энергии, поэтому

$$\frac{1}{2}m_e u^2 = eU.$$

Тогда

$$l = \frac{h}{m_e u} = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}, \quad (26.16)$$

$$l = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,9 \cdot 10^6} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ (м)}.$$

Волны такой длины можно обнаружить экспериментально по их дифракции на естественной дифракционной решетке – атомах кристалла.

**Опыты Дэвиссона–Джермера.** Формула де Бройля была экспериментально подтверждена в 1927 г. в опытах американских физиков К. Дэвиссона и Л. Джермера (Нобелевская премия, 1937). Они исследовали рассеяние узкого пучка электронов одинаковой скорости, падающих на поверхность металлического кристалла – монокристалла никеля (кубическая система), сошлифованного таким образом, как показано на рис. 26.1, а. Одновременно измерялось ускоряющее напряжение электронов  $U$  и положение детектора  $D$ . Расстояние между атомными плоскостями  $d$  определялось независимо, например, используя дифракцию рентгеновских лучей.

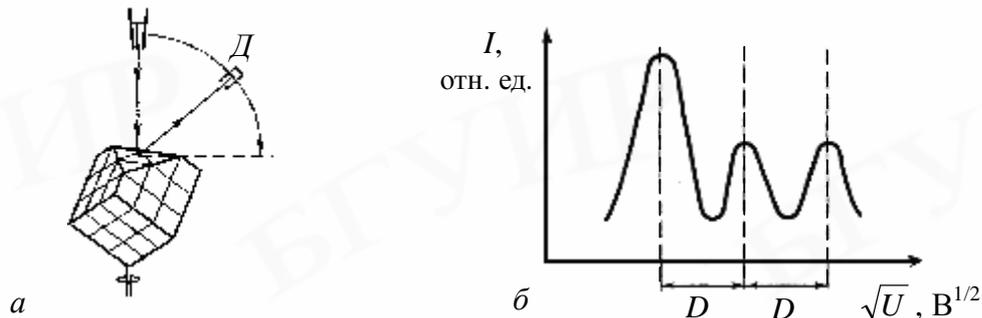


Рис. 26.1. Эксперимент К. Дэвиссона и Л. Джермера:

$a$  – схема эксперимента;  $b$  – кривая, характеризующая зависимость силы тока  $I$  от ускоряющего напряжения  $U^{1/2}$  при постоянном значении угла скольжения

Исследуя распределение электронов, рассеянных от атомных плоскостей кристалла, при изменении  $U$  они обнаружили регулярные максимумы тока, измеренного детектором, в зависимости от  $U^{1/2}$ , рис. 26.1, б. Когда данные пики были интерпретированы на основе дифракционной картины, оказалось, что длина волны дифрагирующего электрона совпадает с предсказанной де Бройлем (26.1а). Отметим, что были выполнены эксперименты при нормальном падении электронов на поверхность кристалла, а также при поворотах кристалла.

Обозначим расстояние между пиками через  $D$ . Известно, что отражение рентгеновских лучей от кристаллов имеет интерференционный характер. В течение эксперимента угол скольжения  $\varphi$  был постоянен. Интерференционное отражение получали, изменяя ускоряющее напряжение, т.е. длину де-

бройлевской волны  $\lambda$ . Теоретически можно рассчитать, как  $D$  и ускоряющее напряжение  $U$  связаны, используя формулу Вульфа-Брэггов (23.12)  $2d \sin q = n\lambda$  ( $n=1, 2, \dots$ ) и выражение (26.1б). Тогда получим

$$\sqrt{U} = \frac{h}{1\sqrt{2em_e}} = \frac{nh}{2d \sin q \sqrt{2em_e}} = nD,$$

где  $D$  – постоянная в условиях опыта величина, являющаяся множителем при целом числе  $n$ . Полученный результат соответствует опыту, рис. 26.1, б.

Как показали более поздние эксперименты, протоны, нейтроны и другие частицы также обладают волновыми свойствами. Таким образом, гипотеза де Бройля о волновых свойствах микрочастиц и количественное выражение этой идеи – формула де Бройля – получили опытное подтверждение.

Следовательно, *корпускулярно-волновой дуализм* – это универсальное свойство материи, проявляющееся для микрообъектов. Для макроскопических тел волновыми эффектами можно пренебречь. Наглядно корпускулярно-волновой дуализм представить невозможно. Представление об электроне как о крошечной отрицательно заряженной частице имеет мало общего с действительностью. Не следует думать, что электрон – это волна или частица. Электрон обладает совокупностью свойств, которые могут быть измерены на опыте.

**Природа волн де Бройля.** Впервые квантовые свойства были открыты у электромагнитного поля (1900). *Волны де Бройля* связаны с любой движущейся микрочастицей и имеют специфическую квантовую природу (см. подтему 26.6).

**Групповая скорость** волн де Бройля  $u = dw/dk = u$  равна скорости частицы. **Фазовая скорость** волн де Бройля определяется как  $u_\phi = \frac{w}{k} = \frac{c^2}{u}$ . Следовательно, фазовая скорость этих волн больше скорости света в вакууме, так как  $c > u$ , и не сопоставима с реальной скоростью частицы. Волны де Бройля обладают дисперсией даже в вакууме, поскольку фазовая скорость  $u_\phi$  дебройлевских волн зависит от частоты  $\omega$ .

## 26.2. Прохождение электронов через две щели. Неприменимость понятия траектории к микрочастицам. Дифракция электронов

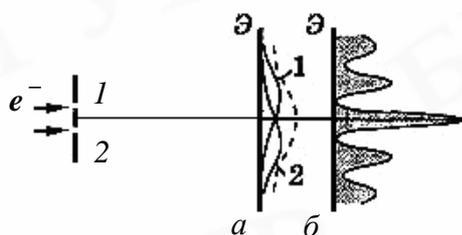


Рис. 26.2. Интерференция электронов на двух щелях и соответствующая интерференционная картина:  
 а – теоретическое распределение, (классические представления);  
 б – экспериментальное распределение

Попробуем разобраться, что означает утверждение «электрон – это одновременно частица и волна». Представим интерференцию света (фотонов) или электронов на двух щелях 1 и 2 (схема аналогична опыту Юнга) – мысленный эксперимент, детально обсуждаемый в курсе Р. Фейнмана. Пусть ширина каждой щели и расстояние между ними по порядку величины сравнимы с длиной падающей на них световой или электронной волны, рис. 26.2.

Известно, что при падении на щели световой волны на экране позади щелей образуется интерференционная картина, которую можно наблюдать непосредственно глазом или зафиксировать на пленке. Если вместо света рассматривать электроны, то будет наблюдаться интерференционная картина, которую можно рассчитать по формулам волновой оптики, сопоставив каждому электрону де-бройлевскую волну. При этом можно использовать флюоресцирующий экран, светящийся в том месте, где на него попадает электрон.

Установлено, что интерференционная картина наблюдается также и тогда, когда электроны или фотоны падают поодиночке (опыт был проведен Йенсеном в 1961 г.). Однако попытка определить, закрывая одну из щелей, через какую именно из них проходит электрон или фотон, приводит к разрушению интерференционной картины. При этом на экране будет детектироваться светлое пятно за открытой щелью, как показано на рис. 26.2, а (кривая 1 или 2).

При использовании фотонов парадокс (частица – волна) можно было бы устранить, предположив, что фотон расщепляется на две части (на щелях), которые затем интерферируют.

Но электроны никогда не расщепляются – это установлено совершенно достоверно. Следовательно, их распределение на экране Э, когда открыты обе щели, должно было бы быть суммой распределений 1 и 2 на рис. 26.2, а, что и показано пунктирной линией на данном рисунке. Однако такое распределение не осуществляется, рис. 26.2, б.

Таким образом, следует сделать вывод, что когда обе щели открыты, каждый микрообъект – электрон или фотон – проходит одновременно через обе щели, как если бы он был волной. И при этом, попадая на экран, отдельные электроны (фотоны) взаимодействуют с веществом экрана только в определенных точках, как если бы они были частицами.

Наличие волновых свойств у микрочастиц было экспериментально подтверждено в многочисленных опытах по рассеянию электронов и других частиц на кристаллах, а также в опытах по прохождению частиц сквозь вещество. Например, в 1927 г. Дж. П. Томсон и независимо П. С. Тартаковский выполнили следующий эксперимент. Пучок электронов (в опытах Томсона энергия электронов была порядка нескольких десятков кэВ, в опытах Тартаковского – до 1,7 кэВ) падал и проходил через тонкую металлическую фольгу. Было установлено, что дифракционная картина в виде узких колец на фотопластинке была образована рассеянными электронами. В 1949 г. В. Фабрикант, Л. Биберман и Н. Сушкин провели подобные исследования, но использовали относительно слабый источник электронов, чтобы электроны проходили через фольгу по одному. Они установили, что дифракция не была вызвана взаимодействием электронов между собой. Было подтверждено, что волновыми свойствами действительно обладает каждая микрочастица, а не только их совокупность.

**Критерий классического описания.** Исследования поведения электронов при прохождении через две щели показывают, что предсказать или точно проследить за траекторией отдельного электрона в пространстве и времени невозможно. Таким образом, электронам, а также другим микрочастицам, строго

говоря, нельзя приписать траектории. Например, в микроэлектронике и нанотехнологиях электрон необходимо рассматривать как квантовый объект.

Однако при определенных условиях, а именно когда де-бройлевская длина волны микрочастицы  $\lambda$  становится очень малой и может оказаться много меньше, например, расстояния между щелями или атомных размеров, понятие траектории снова приобретает смысл.

Подобно той роли, которую играет *скорость света* при использовании ньютоновской (нерелятивистской) механики, существует критерий, показывающий, в каких случаях можно ограничиться классическими представлениями при описании объектов. Этот критерий связан с *постоянной Планка  $h$* .

Физическая размерность  $h$  равна «энергия  $\times$  время» или «импульс  $\times$  длина», или «момент импульса». Величину с такой размерностью называют *действием*. Постоянная Планка является *квантом действия*.

**Критерий классического описания** состоит в следующем:

— если в физической системе значение некоторой характерной величины  $H$  с размерностью действия сравнимо с  $h$ , то поведение этой системы может быть описано только в *рамках квантовой теории*;

— если же значение  $H$  очень велико по сравнению с  $h$ , то поведение системы с высокой точностью описывают *законы классической физики*.

Отметим, однако, что данный критерий имеет приближенный характер. Малость действия  $H$  не всегда свидетельствует о полной неприменимости классического подхода. Часто классический подход может дать некоторое качественное представление о поведении системы, которое можно уточнить с помощью квантового подхода.

**Опыты по дифракции** электронов и нейтронов на кристаллах привели к созданию новых методов изучения структуры вещества – *электронографии* и *нейтронографии*. Эти методы дополняют возможности *рентгеноструктурного анализа*. В качестве примера рассмотрим некоторые экспериментальные возможности исследования структуры кристаллических объектов с помощью пучков ускоренных электронов (энергии 30 – 1000 кэВ и более).

Электронные микроскопы используют для наблюдения и фотографирования многократно (до  $10^6$  раз) увеличенного изображения объекта изучения, что находится за пределами разрешающей способности *оптических микроскопов*. Благодаря использованию электронных лучей с длиной волны меньшей, чем межплоскостные расстояния кристаллической решетки, получают дифракционную картину, соответствующую кристаллической структуре объекта. В настоящее время в физическом металловедении широко используются просвечивающие и растровые электронные микроскопы. Типичные результаты анализа сплавов методами просвечивающей электронной микроскопии и растровой электронной микроскопии приведены на рис. 26.3.

С помощью просвечивающих электронных микроскопов (используются обычно напряжения 100 – 200 кВ) изучаются образцы в виде тонких пленок, фольг, срезов толщиной от 1 нм до 10 мкм. В основе метода лежит *упругое рас-*

сеяние электронов в поле электрического потенциала атомов. В зависимости от целей исследования образца можно получить его светлопольное изображение (формируется только прямым пучком и электронами, неупруго рассеянными под малыми углами); темнопольное изображение (формируется не первичным электронным пучком, а подходящим дифрагированным пучком); картину микродифракции (возникает при взаимодействии падающего пучка электронов с кристаллической структурой объекта). Темнопольное изображение показывает, какие области образца вносят свой вклад в данный дифрагированный пучок. Исследование структуры образца *электронографическим методом* выполняется по рефлексам на картинах микродифракции (электронограммах). Картина микродифракции формируется от участка образца с размерами 1x1 мкм при толщине 50 нм. Для сравнения: минимальные размеры участков образцов, пригодных для исследования *рентгеновским* и другими дифракционными методами, в 20 – 100 раз больше. Просвечивающие электронные микроскопы используют для исследования структуры материалов, выполнения фазового анализа образцов, строения бактерий и клеток и т. д.

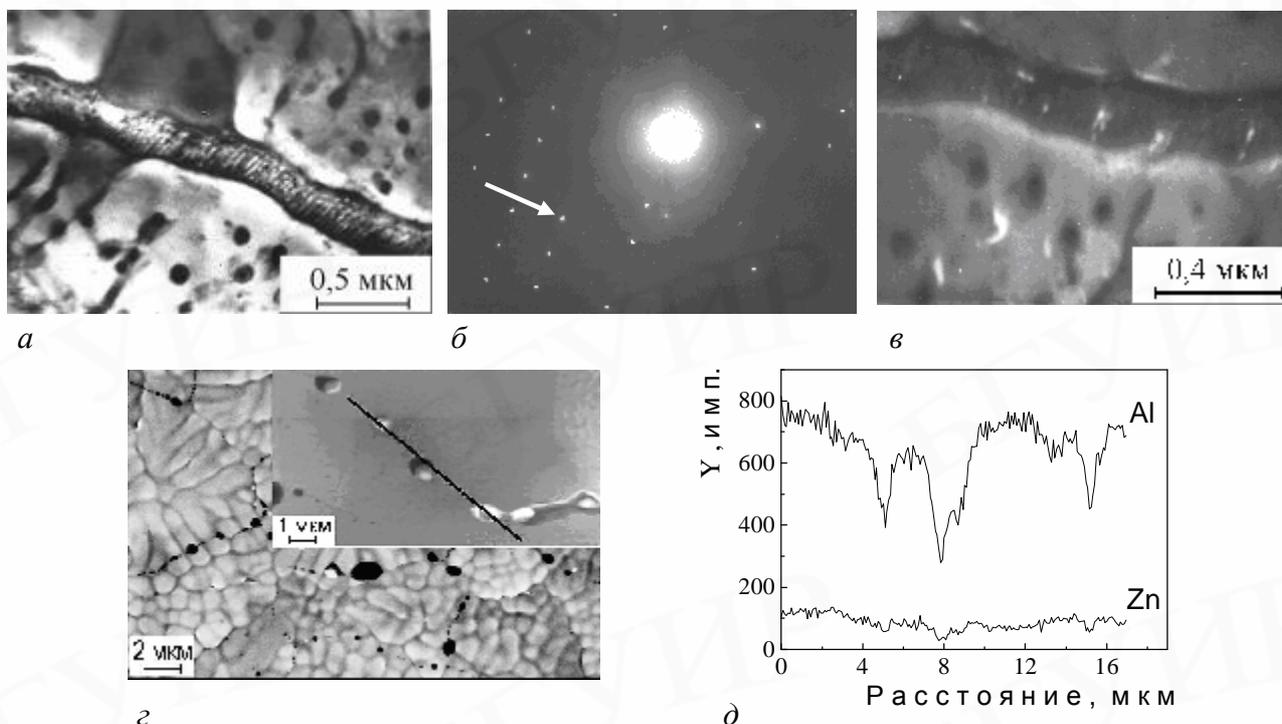


Рис. 26.3. Результаты исследования фольг сплавов алюминия с помощью просвечивающего и растрового электронных микроскопов:

- a* – светлопольная электронная микрофотография поверхности сплава Al-3,2 ат. % Ge;
- б* – электронограмма от участка (*a*); *в* – темнопольная электронная микрофотография участка (*a*), сделанная в указанном стрелкой «лишнем» по отношению к алюминию рефлексе электронограммы (*б*) [14];
- г* – микроструктура поверхности сплава Al-6,0 ат. % Zn;
- д* – распределение элементов по поверхности фольги (*г*) вдоль линии сканирования (изображена на фотографии (*г*)) [15]

Растровые электронные микроскопы работают по принципу сканирования, т. е. последовательного от точки к точке перемещения тонкого электрон-

ного пучка (зонда) по объекту. Электроны в этом случае (используются обычно напряжения до 50 кВ) испытывают *неупругие столкновения* с электронами образца и *упругие столкновения* с ядрами. Высокая разрешающая способность микроскопов реализуется при формировании изображения с использованием вторичных электронов. С помощью растровых электронных микроскопов исследуют топографию поверхности, распределение элементов по поверхности образцов, *p-n*-переходы, выполняют рентгеноспектральный микроанализ и др.

Анализ рефлексов электронограммы на рис. 26.3, б от фольги сплава Al-3.2 ат. % Ge (рис. 26.3, а) показывает, что в сплаве содержится алюминий и метастабильные фазы. О том, что выделения метастабильных фаз присутствуют на межзеренной границе и в зернах фольг свидетельствуют светящиеся участки темнопольного изображения на рис. 26.3, в. Из профилей распределения алюминия и цинка, полученных для сплава Al-6,0 ат. % Zn, рис. 26.3, г, следует, что элементы распределены по поверхности фольг равномерно. В области пор наблюдается уменьшение содержания алюминия и цинка, рис. 26.3, д.

### **26.3. Соотношения неопределенностей. Прохождение частицы через щель. Оценка энергии нулевых колебаний гармонического осциллятора**

Одна из основных идей *ньютонической механики* заключается в том, что когда положение и скорость тела в некоторый момент времени известны, то абсолютно точно может быть предсказано его положение в последующие моменты, если заданы все силы, действующие на тело. Однако в квантовой механике подобное представление о реальном мире изменяется радикально.

**Квантовая механика** – это теория, устанавливающая способ описания и законы движения физических систем, для которых величины, характеризующие систему и имеющие размерность действия, оказываются сравнимыми с постоянной Планка  $h$ . Квантовая механика включает в себя как частный случай классическую механику. Нерелятивистская квантовая механика, справедливая при малых скоростях, является одной из тех базовых наук, которые служат основой описания для других дисциплин.

Один из фундаментальных результатов квантовой механики – выявление факта существования пар физических величин, описывающих движение одной частицы, которые не могут одновременно иметь точные значения. Их называют **сопряженными величинами**. Реальное поведение микрочастиц показывает, что существует предел точности, с которой динамические переменные (координаты, импульс, момент импульса, энергия и др.) могут быть указаны и измерены. Этот предел не зависит от степени совершенства измерительного прибора. Он обусловлен двумя факторами: корпускулярно-волновым дуализмом и взаимодействием наблюдаемого объекта с регистрирующим прибором.

Квантовая механика утверждает, что положение и скорость микробъекта одновременно не могут быть точно известны. Эта идея составляет суть принципа неопределенности, открытого в 1927 г. немецким физиком В. Гейзенбергом. Количественные соотношения, выражающие этот принцип в конкрет-

ных случаях, называют **соотношениями неопределенностей**. Рассмотрим два наиболее важных соотношения неопределенностей.

Сформулируем **соотношение неопределенностей**, ограничивающее точность одновременного измерения координат и соответствующих проекций импульса частицы. Если  $\Delta x$  – неопределенность значения координаты  $x$  центра масс системы, а  $\Delta p_x$  – неопределенность проекции импульса  $\vec{p}$  на ось  $X$ , то произведение этих неопределенностей должно быть не меньше постоянной Планка  $\hbar$ . Аналогичные неравенства должны выполняться для координат  $y$  и  $z$  и проекций импульса  $p_y$  и  $p_z$  соответственно:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \Delta p_y \cdot \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}, \Delta p_z \cdot \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (26.2)$$

где под неопределенностями координаты и импульса понимают среднеквадратичные отклонения этих физических величин от их средних значений.

**Соотношение неопределенностей**, устанавливающее неопределенность измерения энергии  $\Delta E$  за данный промежуток времени  $\Delta t$ , имеет вид

$$\Delta E \times \Delta t \geq \hbar. \quad (26.3)$$

Поясним смысл этих соотношений. Первое из них утверждает, что если положение частицы, например, по оси  $X$  известно с неопределенностью  $\Delta x$ , то в тот же момент времени проекцию импульса частицы на эту же ось можно измерить только с неопределенностью  $\Delta p_x$ , не меньшей чем  $\hbar/(2\Delta x)$ . Чем точнее  $x$ , тем менее точно можно установить  $p_x$ , и наоборот. Согласно соотношению (26.2) в природе объективно не существуют состояния частицы с точно определенными значениями обеих переменных  $x$  и  $p_x$ . Однако одновременно можно определять несопряженные величины: величины  $y$  и  $p_z$ , энергию  $E$  и импульс  $p$  (для свободно движущейся в пространстве частицы, когда никакие силы на нее не действуют) и т. д. Согласно второму соотношению (26.3) для измерения энергии с погрешностью  $\Delta E$  необходимо время  $\Delta t$ , не меньшее чем  $\hbar/\Delta E$ .

**Пример.** Макроскопическое тело – маленький шарик – имеет массу 1 мг. Предполагая, что его положение установлено с погрешностью  $\Delta x \approx 10^{-5}$  см, оценить неопределенность в определении скорости шарика.

**Решение.** Поскольку неопределенность скорости шарика  $\Delta u_x = \Delta p_x/m$ , то запишем соотношение (26.2) в виде:

$$\Delta u_x \times \Delta x \geq \hbar/(2m). \quad (26.4)$$

Получаем величину  $\Delta u_x \sim 10^{-21}$  м/с, которая недоступна для измерения. Отступление от классического описания в этом случае несущественно. Таким образом, чем больше масса частицы, тем меньше неопределенность ее координаты и скорости и с тем большей точностью можно применять понятие траектории.

Иначе ведет себя электрон в атоме. Поскольку справедливо соотношение (26.2), то грубая оценка показывает, что неопределенность скорости электрона в атоме сравнима по порядку величины с самой скоростью. Это означает, что для описания поведения электрона в атоме необходимо пользоваться законами квантовой механики.

**Прохождение частицы через щель.** Соотношение неопределенностей проявляется в дифракции частиц. Рассмотрим частицу, свободно движущуюся вдоль оси  $Y$  с импульсом  $\vec{p}$ . До прохождения частицы через щель проекция ее импульса  $p_x$  имеет точное значение:  $p_x = 0$ . Это значит, что  $\Delta p_x = 0$ , а координата  $x$  частицы является совершенно неопределенной согласно (26.3).

Попытаемся определить координату  $x$  частицы, поставив на ее пути щель шириной  $b$ , рис. 26.4. Если частица пройдет сквозь щель, то в плоскости щели область изменения координаты частицы ограничена. Поэтому примем неопределенность  $\Delta x$  равной ширине щели:  $\Delta x \approx b$ . Вследствие дифракции с наибольшей вероятностью частица будет двигаться в пределах угла  $2q$ , где  $\theta$  –

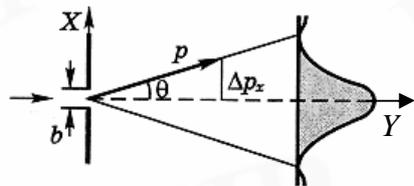


Рис. 26.4. Прохождение частицы через щель

углом, соответствующий первому дифракционному минимуму. Он определяется условием (23.6), при котором разность хода волн от обоих краев щели будет равна  $\lambda$ :

$$b \sin q = \lambda.$$

В результате дифракции возникает неопределенность значения проекции импульса  $p_x$ :

$$\Delta p_x \approx p \sin q = [p = \frac{2ph}{\lambda}] = \frac{2ph}{\lambda} \sin q = \frac{2ph}{\lambda} \frac{\lambda}{b}.$$

Получаем выражение, согласующееся по порядку величины с формулой (26.2):

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \approx 2ph,$$

Таким образом, попытка определить координату  $x$  частицы действительно привела к появлению неопределенности  $\Delta p_x$  в импульсе частицы.

Соотношение неопределенностей (26.2) является одним из фундаментальных положений квантовой теории. Из него следует, во-первых, что невозможно состояние, в котором микрочастица находилась бы в состоянии покоя. Во-вторых, при изучении квантового объекта во многих случаях нельзя использовать понятие классической траектории. В-третьих, деление полной энергии квантового объекта на кинетическую и потенциальную часто теряет смысл. Кинетическая энергия  $E_k$  зависит от импульса частицы, а потенциальная энергия  $U$  – от ее координаты. Однако эти динамические переменные не могут одновременно иметь определенные значения. Поэтому полная энергия  $E$  не может быть представлена в виде суммы одновременно точно определенных кинетической и потенциальной энергий. Таким образом, равенство  $E = E_k + U$  для мгновенных значений  $E_k$  и  $U$  в квантовой механике невозможно. Отметим, что это равенство оказывается справедливым для средних значений энергии.

**Оценка энергии нулевых колебаний гармонического осциллятора.** Основной моделью движения частиц в атомах, молекулах и твердых телах являются колебания гармонического осциллятора. Рассмотрим частицу массой  $m$ , которая движется в одномерном поле с потенциальной энергией  $U = kx^2/2$ . Из классической механики известно, что частица, находящаяся в таком поле, совершает гармоническое колебательное движение вдоль оси  $X$  относительно по-

ложения устойчивого равновесия с частотой  $w_0 = \sqrt{k/m}$ . Оценим с помощью (26.3) минимально возможную энергию  $E_{\min}$  частицы в этом поле.

Предположим, что частица в рассматриваемой области имеет энергию  $E$ . Ее импульс можно записать так:  $p_x = \langle p_x \rangle + \Delta p_x$ , где согласно соотношению (26.2)  $\Delta p_x \approx \hbar/(2\Delta x)$ . В силу симметрии задачи (см. подтему 26.8) при любой энергии  $\langle p_x \rangle = 0$  и  $\langle x \rangle = 0$ .

Таким образом, при  $E = E_{\min}$  можно считать, что  $p_x \approx \Delta p_x$  и  $x \approx \Delta x$ . Тогда  $p_x \approx \hbar/(2x)$ . Полную энергию  $E$  частицы определим как

$$E = E_k + U = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} \approx \frac{\hbar^2}{8mx^2} + \frac{kx^2}{2}.$$

Из условия  $\frac{dE}{dx} = 0$  вычисляем значение  $x_{\min}$ :

$$\frac{dE}{dx} = -2\frac{\hbar^2}{8m}x^{-3} + 2\frac{kx}{2}, \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{4m} + kx^4 = 0, \quad x_{\min}^4 = \frac{\hbar^2}{4mk}.$$

После подстановки определенного значения  $x_{\min}$  получим

$$E_{\min} \approx \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\hbar w_0}{2}, \quad (26.5)$$

где  $w_0$  – собственная частота колебаний частицы (осциллятора).

#### 26.4. Задание состояния частицы в квантовой физике: пси-функция, ее физический смысл как амплитуды вероятности. Нормировка. Стандартные условия. Суперпозиция состояний в квантовой физике

Для описания волновых свойств микрочастиц применяют вероятностный подход, так как наблюдение волновых явлений несовместимо с представлением о движении частицы по классической траектории. Переход к вероятностному описанию позволяет совместить волновые и корпускулярные свойства материи.

Из *опытов по дифракции электронов*, например, из опытов Дэвиссона–Джермера (рис. 26.1), следует, что волновые свойства характерны для отдельных микрочастиц. Кроме того, эти опыты указывают на то, что квадрат модуля амплитуды волн де Бройля в данной точке пространства является мерой того, что частица обнаруживается в этой точке. Там, где интенсивность волн де Бройля больше, регистрируется большее число частиц.

Для описания состояния квантовой системы в данный момент времени вводится комплексная **волновая функция (пси-функция)**  $\Psi(x, y, z, t)$ . Она определяется так, что вероятность  $dP$  нахождения частицы в некоторый момент времени в элементе объема  $dV$  прямо пропорциональна  $|\Psi|^2$  и элементу объема  $dV$ :

$$dP = |\Psi|^2 dV = |\Psi|^2 dx dy dz, \quad (26.6)$$

где  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ ;  $\Psi^*$  – функция, комплексно сопряженная с  $\Psi$ . Волновую функ-

цию  $\Psi$  называют *амплитудой вероятности*. Пси-функция непосредственно не измеряется на опыте.

Квадрат модуля функции  $\Psi$  задает интенсивность волн де Бройля и является экспериментально наблюдаемой величиной. **Физический смысл  $|\Psi|^2$ :**

$|\Psi|^2$  – это *плотность вероятности  $P$* , т. е. вероятность нахождения частицы в точке пространства с координатами  $x, y, z$  в момент времени  $t$ :

$$P = |\Psi|^2 = \Psi\Psi^* . \quad (26.7)$$

Данная вероятностная интерпретация волновой функции – один из основных постулатов квантовой механики (М. Борн, 1926).

Пси-функция определяется с точностью до произвольного постоянного множителя, т. е. функции  $\Psi$  и  $C\Psi$  описывают одно и то же состояние частицы.

Пси-функция должна удовлетворять **условию нормировки**:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = 1 , \quad (26.8)$$

где интеграл берется по всему пространству  $(-\infty, +\infty)$ . В этом случае пси-функция  $\Psi$  называется *нормированной*.

Условие нормировки волновой функции (26.8) означает, что пребывание частицы где-либо в бесконечном трехмерном пространстве есть достоверное событие и, следовательно, его вероятность равна единице.

Волновая функция должна удовлетворять **стандартным (естественным) условиям**, находящимся в соответствии с ее вероятностной трактовкой:

- 1) быть конечной;
- 2) однозначной;
- 3) непрерывной;
- 4) гладкой, т.е. без изломов во всем пространстве, даже в тех точках (линиях, поверхностях), где потенциальная энергия терпит разрыв.

Дополнительно отметим, что частные производные волновой функции могут терпеть разрыв только в тех точках пространства, где потенциальная функция, описывающая силовое поле, в котором движется частица, испытывает разрыв второго рода (случай задач с идеализированными силовыми полями).

Волновая функция полностью характеризует состояние микрообъекта (элементарной частицы, атома, молекулы). В квантовой механике можно вычислить средние значения физических величин, которые характеризуют данный микрообъект, находящийся в состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi$ . Например, среднее расстояние  $\langle r \rangle$  определяется как

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} r |\Psi|^2 dV . \quad (26.9)$$

Среднее значение квадрата расстояния  $\langle r^2 \rangle$  вычисляется аналогично:

$$\langle r^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} r^2 |\Psi|^2 dV . \quad (26.10)$$

Сформулируем **принцип суперпозиции квантовых состояний**, которому должна удовлетворять волновая функция:

если система может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$ , то она также может находиться в состоянии, описываемом линейной комбинацией этих функций:

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n, \quad (26.11)$$

где  $C_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) – некоторые постоянные коэффициенты (в общем случае комплексные числа). Для нормированных волновых функций  $\sum_n |C_n|^2 = 1$ .

Определив  $\Psi$ , можно далее найти и плотность вероятности  $\Psi\Psi^*$  пребывания системы в этом состоянии. Подтверждением принципа суперпозиции (26.11) является согласие с опытом вытекающих из него следствий. Необходимо подчеркнуть, что принцип суперпозиции квантовых состояний лежит в основе физического содержания квантовой механики. С помощью этого принципа микроявления описываются без использования тех классических понятий, которые к ним неприменимы в квантовой области. При этом устраняется противоречие между корпускулярным и волновым описанием явлений.

## 26.5. Уравнения Шрёдингера (временное и стационарное). Стационарные состояния. Квантование энергии

Основное динамическое уравнение *нерелятивистской квантовой механики* было предложено австрийским физиком Э. Шрёдингером в 1926 г. Как и уравнения движения Ньютона в классической механике, уравнение Шрёдингера постулируется. Следствия из уравнения Шрёдингера подтверждены экспериментально для атомных, молекулярных и ядерных явлений.

Уравнение Шрёдингера описывает **изменение во времени состояния квантового объекта**, характеризуемого волновой функцией. Если известна волновая функция  $\Psi$  в начальный момент времени, то, решая уравнение Шрёдингера, можно найти  $\Psi$  в любой последующий момент времени  $t$ .

Запишем **уравнение Шрёдингера** для частицы массой  $m$ , движущейся со скоростью, много меньшей скорости света в вакууме ( $u \ll c$ ), под действием силы, порождаемой потенциалом  $U(x, y, z, t)$ :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U\Psi, \quad (26.12)$$

где  $i$  – мнимая единица ( $i^2 = -1$ );  $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа;

$\Psi(x, y, z, t)$  – временная волновая функция частицы, которая зависит от координат и времени. Уравнение (26.12) содержит производную от функции  $\Psi$  по времени и называется **временным (нестационарным) уравнением Шрёдингера**. В *релятивистской области* ( $u \sim c$ ) уравнение Шрёдингера заменяется более

сложным релятивистским уравнением Дирака.

**Стационарными состояниями** называют состояния, в которых все наблюдаемые физические величины не изменяются с течением времени. В частности, не изменяется со временем плотность вероятности  $|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$ . Стационарные решения уравнения Шрёдингера имеют смысл для тех задач, в которых силовое поле потенциально и, следовательно, потенциальная энергия  $U$  не зависит от времени:  $U = U(x, y, z)$ .

В стационарных состояниях состояние частицы в данный момент времени описывается периодической функцией времени  $\Psi$  с циклической частотой  $\omega$ . При этом  $\Psi$ -функция определяется полной энергией частицы:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = y(\mathbf{r})e^{-i\omega t}, \quad \omega = \frac{E}{\hbar}, \quad (26.13)$$

где функция  $y(\mathbf{r})$  не зависит от времени, а выражение для частоты  $\omega$  следует из соотношения, связывающего полную энергию  $E$  частицы (в случае стационарного поля  $E = const$ ) и частоту  $\omega$  де-Бройлевской волны (26.1).

При таком виде  $\Psi$ -функции плотность вероятности  $P$  остается постоянной:

$$P = \Psi\Psi^* = y(\mathbf{r}) \cdot y^*(\mathbf{r}). \quad (26.14)$$

Для нахождения невременной волновой функции  $y(\mathbf{r})$  в стационарных состояниях подставим выражение (26.13) в уравнение Шрёдингера (26.12). Произведем дифференцирование выражения (26.13) по времени:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = y(\mathbf{r})(-i\omega)e^{-i\omega t}.$$

Тогда из уравнения (26.12) с учетом выражения (26.13) имеем

$$i\hbar y \left( -\frac{iE}{\hbar} \right) e^{-iEt/\hbar} = -\frac{\hbar^2}{2m} e^{-iEt/\hbar} \Delta y + U y e^{-iEt/\hbar}.$$

Разделим правую и левую части уравнения на  $e^{-iEt/\hbar}$  и тогда получим

$$-i^2 E y = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta y + U y.$$

Таким образом, выведено уравнение

$$E y = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta y + U y,$$

которое называют **стационарным уравнением Шрёдингера** и записывают в виде

$$\Delta y + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) y = 0. \quad (26.15)$$

Это уравнение играет основную роль в атомной физике.

Отметим, что потенциальная энергия  $U(\mathbf{r})$  здесь задается классически, т. е. как если бы никакими волновыми свойствами частица не обладала.

**Квантование энергии.** Учтем, что физический смысл имеют лишь такие решения уравнения (26.15), когда невременная волновая функция  $y(\mathbf{r})$  и ее первые производные по координатам удовлетворяют *стандартным условиям* (подтема 26.4). Эти условия являются требованиями, накладываемыми на ис-

комое решение дифференциального уравнения. Решения уравнения Шрёдингера (26.15), удовлетворяющие этим условиям, оказываются возможными лишь при некоторых значениях энергии  $E$ , называемых **собственными значениями энергии**. Функции  $u$ , являющиеся решениями уравнения (26.15) при этих значениях энергии, называются **собственными функциями**, принадлежащими собственным значениям  $E$ .

Собственные значения  $E$  могут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд. В первом случае говорят о **непрерывном (сплошном) спектре** энергии, во втором – о ее **дискретном спектре**.

Уравнение Шрёдингера является математическим выражением корпускулярно-волнового дуализма. Оно удовлетворяет принципу соответствия Бора (см. подтему 26.7) и в предельном случае, когда длина волны де Бройля значительно меньше размеров, характерных для рассматриваемого движения, позволяет описать движение частиц по законам *классической механики*.

Релятивистское обобщение  $u$ -функции в квантовой механике было осуществлено П. Дираком для электрона в 1928 г. Основное уравнение релятивистской квантовой механики – уравнение Дирака – обобщает уравнение Шрёдингера и широко используется в квантовой электродинамике и теории элементарных частиц.

## 26.6. Задачи на применение уравнения Шрёдингера

При изложении основ квантовой механики рассматривают несколько типов задач, связанных с решением уравнения Шрёдингера. В **первом типе задач** исследуется **финитное** (в ограниченной области пространства) движение микрообъекта, который находится в **связанном состоянии**. Например, движение электрона в заданном потенциальном поле (в потенциальной «яме», рис. 26.5). Решая уравнение Шрёдингера (26.15), определяют спектр значений энергии микрообъекта и волновые функции стационарных микросостояний.

Во **втором типе задач** рассматривается **инфинитное** (пространственно не ограниченное) движение микрообъекта во внешнем поле. Например, частица проходит сквозь потенциальный барьер (туннельный эффект, см. подтему 26.9) или рассеивается на некотором силовом центре. При таком движении энергетический спектр микрообъекта непрерывен. Решением уравнения Шрёдингера (26.15) рассчитывается вероятность рассеяния микрочастицы на заданный угол или вероятность ее прохождения сквозь барьер, а также отражения от него.

В задачах **третьего типа** рассматривают изменение состояния микрообъекта во времени. Из уравнения Шрёдингера, зависящего от времени (26.13), находят вероятность того или иного квантового перехода, происходящего под влиянием заданного внешнего воздействия.

**Движение свободной частицы.** Решим стационарное уравнение Шрёдингера (26.15) для свободной частицы массой  $m$ , движущейся с импульсом  $p_x$  в положительном направлении оси  $X$  (ось  $X$  направлена вдоль вектора  $\hat{u}$ ).

При свободном движении частицы ее полная энергия совпадает с кинетической, а скорость  $u = const$ . Поэтому потенциальную энергию частицы можно считать равной нулю  $U(x) = 0$ . Тогда стационарное уравнение Шрёдингера (26.15) можно записать в виде дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E y = 0. \quad (26.16)$$

Прямой подстановкой можно убедиться в том, что частным решением уравнения является функция

$$y(x) = A e^{ikx}, \quad (26.16a)$$

где  $A$  – некоторая постоянная;  $k$  – волновое число – может принимать любые положительные значения. Собственные значения энергии будут равны

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (26.17)$$

Функция  $y(x) = A e^{ikx}$  – это **координатная часть** волновой функции  $\Psi(x, t)$ . Используем выражение (26.13), описывающее вид  $\Psi$ -функции в случае стационарных состояний. Получим, что решением временного уравнения Шрёдингера (26.12) будет волновая функция

$$\Psi(x, t) = A \exp(ikx - i\omega t) = A \exp\left(-\frac{i(Et - p_x x)}{\hbar}\right). \quad (26.18)$$

Сравним решение (26.18) с уравнением плоской монохроматической волны (8.4), распространяющейся вдоль оси  $X$ , записанным в экспоненциальной форме:

$$S = A \exp(-i(\omega t - kx)).$$

Следовательно, свободно движущейся квантовой частице можно поставить в соответствие *волну де Бройля*. В частном случае движения вдоль оси  $X$  она имеет вид плоской монохроматической волны (26.18). При этом вероятность местоположения свободной микрочастицы равна

$$dP/dV = \Psi \cdot \Psi^* = |A|^2 = const, \quad (26.18a)$$

т. е. не зависит от времени и одинакова во всех точках пространства (ось  $X$ ). Определенная вероятность (26.18a) согласуется с соотношением неопределенностей (26.2). Действительно, при выбранном  $\Delta p_x = 0$  неопределенность координаты частицы  $\Delta x \sim \hbar / (2\Delta p_x) \rightarrow \infty$ , т. е. частица «размазана» равномерно по всему пространству.

Из выражения (26.17) следует обычная для нерелятивистских частиц зависимость энергии от импульса

$$E = \frac{p_x^2}{2m}.$$

Таким образом, энергия свободной частицы может принимать любые значения от 0 до  $+\infty$ , и ее энергетический спектр является **непрерывным**.

## 26.7. Частица в одномерной бесконечно глубокой потенциальной «яме»

Рассмотрим электрон, движущийся в потенциальном поле. Примером движения электрона в потенциальной «яме» является движение коллективизированных электронов внутри металла.

Потенциальная энергия электрона вне и внутри одномерной прямоугольной потенциальной «ямы»  $U(x)$  имеет следующие значения, рис. 26.5, а:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ 0, & 0 \leq x \leq l; \\ \infty, & x > l, \end{cases}$$

где  $l$  – ширина «ямы»; стенки «ямы» бесконечно высокие, энергия отсчитывается от ее дна. Используем уравнение Шрёдингера для стационарных состояний (26.15). Для одномерного случая в пределах «ямы», где  $U = 0$ , это уравнение упрощается:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E y = 0 \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} + k^2 y = 0, \quad (26.19)$$

где  $k^2 = 2mE/\hbar^2$ .

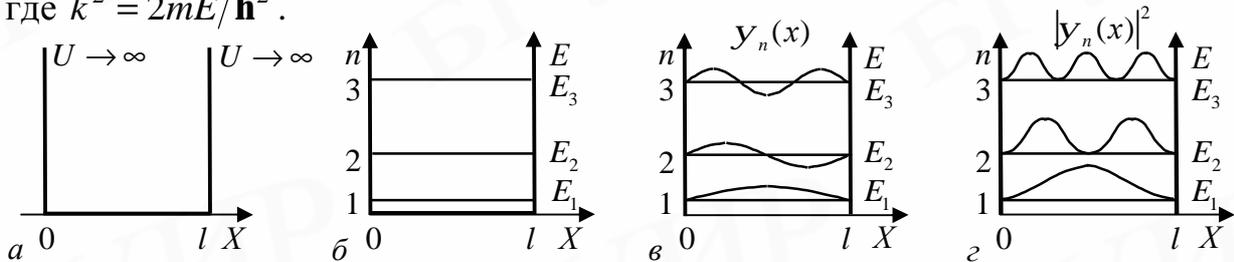


Рис. 26.5. Случай одномерного движения микрочастицы в бесконечно глубокой потенциальной «яме»:

$a$  – бесконечно глубокая потенциальная «яма»;  $b$  – энергетический спектр  $E_n$  микрочастицы;  $v$  и  $z$  – соответственно собственные функции  $y_n$  и плотность вероятности  $|y_n|^2$  обнаружения микрочастицы в «яме»

Общее решение уравнения (26.19) имеет вид

$$y(x) = a \sin(kx + a), \quad (26.20)$$

где  $a$  и  $\alpha$  – произвольные постоянные.

Функция  $y(x)$  должна удовлетворять стандартным условиям. Видно, что  $y(x)$  в виде (26.20) однозначна и конечна. Она должна быть еще и непрерывной. За пределы «ямы» частица не проникает из-за бесконечно высоких стенок, поэтому волновая функция вне «ямы» равна нулю. Следовательно, на границах «ямы» непрерывная волновая функция также должна обращаться в нуль:

$$y(0) = y(l) = 0.$$

Из граничного условия  $y(0) = a \sin a = 0$  получаем, что

$$a = \pm p \pi,$$

где  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ . При  $m = 0$ , а также при четных значениях  $m$  имеем

$y(x) = a \sin kx$ . При нечетных значениях  $m$  имеем  $y(x) = -a \sin kx$ . Поскольку физический смысл имеет квадрат модуля волновой функции  $|y(x)|^2$ , который от выбора значения  $m$ , т. е. от знака  $y(x)$  не зависит, то без потери общности можно считать, что  $a = 0$ .

Из граничного условия  $y(l) = a \sin kl = 0$  следует, что при  $a \neq 0$ :

$$kl = \pm p n, \quad (26.20a)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$  ( $n = 0$  отпадает, так как при этом  $y = 0$  – частицы в яме нет). Число  $k$  принимает лишь определенные дискретные значения, удовлетворяющие условию (26.20a). Отсюда

$$k = \frac{pn}{l} \quad (26.21)$$

и можно заключить, что поскольку по определению  $k = 2p/l$ , где  $l$  – длина волны де Бройля для электрона в «яме», то

$$\frac{2p}{l} = \frac{pn}{l} \Rightarrow l = \frac{l}{2} n.$$

Таким образом, на ширине потенциальной «ямы» должно укладываться целое число полуволин де Бройля. Используем теперь выражение (26.19) и получим уравнение для собственных значений энергии  $E_n$ :

$$E_n = \frac{\hbar^2 p^2}{2ml^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (26.22)$$

Отрицательные значения  $n$  приводят лишь к изменению знака пси-функции и не дают новых состояний. При этом минимальное значение энергии частицы в яме не равно нулю:

$$E_{\min} = \frac{\hbar^2 p^2}{2ml^2}.$$

Следовательно, энергия частицы в бесконечно глубокой потенциальной «яме» принимает лишь определенные дискретные значения, т. е. **квантуется**, ее спектр – **дискретный**, рис. 26.5, б, в то время как классическая механика на энергию частицы в этом случае таких ограничений не накладывает.

Другие значения  $E$  энергии электрона, кроме  $E_n$ , невозможны: вероятность обнаружить внутри «ямы» электрон с энергией, отличной от  $E_n$ , равна нулю, так как при  $E \neq E_n$  решение уравнения (26.19) только нулевое.

Квантованные значения энергии  $E_n$  называются **уровнями энергии**, а число  $n$ , определяющее энергетические уровни частицы, называется **квантовым числом**. Расстояние между соседними уровнями энергии (26.22) равно

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\hbar^2 p^2}{2ml^2} (2n+1). \quad (26.22a)$$

Отношение  $\Delta E_n$  к  $E_n$  зависит от квантового числа следующим образом:

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2}. \quad (26.22b)$$

В 1923 г. Н. Бор сформулировал принцип соответствия: при больших квантовых числах выводы и результаты квантовой механики должны соответствовать классическим результатам.

Собственные волновые функции согласно (26.20) можно записать как

$$y_n(x) = \begin{cases} a \sin \frac{pn}{l} x, & 0 \leq x \leq l; \\ 0, & x < 0, x > l. \end{cases}$$

Учтем условие нормировки (26.8), согласно которому  $\int_0^l |y(x)|^2 dx = 1$ , и тогда

$$\int_0^l a^2 \sin^2 \frac{pn}{l} x dx = \frac{a^2}{2} \int_0^l (1 - \cos \frac{2pn}{l} x) dx = \frac{a^2}{2} l = 1.$$

Следовательно,  $a = \sqrt{2/l}$ . Таким образом, нормированные собственные функции в данном случае имеют вид

$$y_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{pn}{l} x, & 0 \leq x \leq l, n = 1, 2, 3, \dots \\ 0, & x < 0, x > l, \end{cases} \quad (26.23)$$

показанный на рис. 26.5, в. Также на рис. 26.5, г изображена плотность вероятности  $P$  обнаружения частицы на разных расстояниях от стенок «ямы», определяемая выражением

$$P = |y_n(x)|^2 = y_n(x) \cdot y_n^*(x).$$

Из этих графиков видно, что в низшем энергетическом состоянии ( $n = 1$ ) с наибольшей вероятностью частицу можно обнаружить в середине «ямы», а вероятность нахождения ее вблизи краев «ямы» весьма мала. В состоянии с  $n = 2$  частица не может быть обнаружена в середине «ямы» и с одинаковой вероятностью бывает как в левой, так и в правой половине «ямы». Такое поведение частицы резко отличается от поведения *классической частицы*. Если классическая частица в подобной «яме» движется с постоянной скоростью, то вероятность ее обнаружения во всех точках будет одинакова.

С увеличением же энергии (т. е. с ростом квантового числа  $n$ ) максимумы распределения  $|y_n(x)|^2$  располагаются все ближе друг к другу. При очень больших значениях  $n$  картина распределения  $|y_n(x)|^2$  практически «сливается» и распределение представляется равномерным. Следовательно, вероятность обнаружения частицы в разных точках потенциальной «ямы» становится одинаковой.

Отметим, что при возрастании квантового числа  $n$  энергетический спектр частицы в бесконечно глубокой потенциальной «яме» изменяется. Дискретность энергетического спектра будет играть все меньшую роль из-за уменьшения отношения  $\Delta E_n$  к  $E_n$  (26.22б) ( $\Delta E_n / E_n \approx 2/n$ ). Данный результат согласуется с принципом соответствия.

## 26.8. Гармонический осциллятор (результаты решения)

Линейным гармоническим осциллятором в классической механике называется система, совершающая колебательное периодическое движение под действием квазиупругой силы около положения устойчивого равновесия, описываемое уравнением вида (7.7) (см. тему 7 ч. I). Данная система является моделью, используемой при описании классических и квантовых систем. Пружинный, физический и математический маятники – примеры классических гармонических осцилляторов.

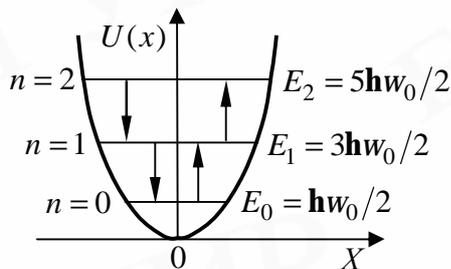


Рис. 26.6. График функции  $U(x)$ , определяющей потенциальную энергию гармонического осциллятора

Согласно классической механике одномерный осциллятор совершает гармонические колебания с циклической частотой  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ , где  $k$  – постоянная квазиупругой силы. Поэтому потенциальная энергия одномерного гармонического осциллятора (см. формулу (7.19) ч. I) может быть определена как

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}. \quad (26.24)$$

Графиком функции (26.24) является парабола, рис. 26.6.

Классический осциллятор не может выйти за пределы потенциальной «ямы» с координатами  $-x_{\max} \leq x \leq x_{\max}$ , где  $-x_{\max}, x_{\max}$  – координаты точек поворота, в которых  $E = U$ . Частица может двигаться только в области, где  $E \geq U$ , т. е. между точками поворота.

В квантовой теории задача о *квантовом гармоническом осцилляторе* сводится к задаче о движении частицы массой  $m$  в параболической потенциальной яме (26.24). Уравнение Шрёдингера (26.15) для одномерного квантового осциллятора, для которого потенциальная энергия имеет вид (26.24), записывается так:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) y = 0, \quad (26.25)$$

где  $E$  – полная энергия осциллятора. В уравнении (26.25)  $\omega_0$  имеет смысл циклической частоты классического одномерного осциллятора. *Собственные значения энергии* для этого уравнения, как можно доказать, равны

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (26.26)$$

Таким образом, энергия *квантового осциллятора* в отличие от классического не может быть произвольной, а квантуется (может иметь лишь дискретные значения). Разность энергии между соседними уровнями определяется как

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \hbar \omega_0.$$

Следовательно, уровни энергии квантового осциллятора расположены через равные интервалы  $\hbar \omega_0$  и называются *эквидистантными*, рис. 26.5.

При  $n = 0$  из выражения (26.26) определяется *энергия нулевых колебаний* (*нулевая энергия*), равная  $E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0$ , которая была оценена еще в подтеме 26.3 на основе соотношения неопределенностей. Минимальная энергия квантового осциллятора лежит выше минимума потенциальной энергии  $U = 0$ . Неравенство нулю  $E_0$  осциллятора – типично квантовый эффект – прямое следствие соотношения неопределенностей. Наличие нулевой энергии подтверждается экспериментально.

**Правилами отбора** в квантовой механике называются условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при разрешенных переходах системы из одного состояния в другое.

Точный расчет, выходящий за рамки данного курса, показывает, что правила отбора, характеризующие испускание и поглощение электромагнитного излучения квантовым гармоническим осциллятором, имеют вид

$$\Delta n = \pm 1, \quad (26.27)$$

т. е. возможны лишь переходы между соседними уровнями энергии, рис. 26.6. Следовательно, энергия гармонического осциллятора в излучательных процессах может изменяться только порциями  $\hbar \omega_0$ : гармонический осциллятор испускает и поглощает энергию квантами.

Решения уравнения (26.25) таковы, что имеется отличная от нуля вероятность обнаружить частицу за пределами области  $-x_{\max} \leq x \leq x_{\max}$ , т. е. в классически запрещенной области, где  $E < U$ . Существование отличных от нуля значений  $|y_n(x)|^2$  за пределами потенциальной «ямы» объясняется волновыми свойствами микрочастиц.

Квантовая плотность вероятности  $|y_n(x)|^2$  обнаружения частицы (квантового гармонического осциллятора) в окрестности точки  $x$  зависит от значения квантового числа  $n$ . Графики данной функции для  $n = 0, 1, 2$  приведены на рис. 26.7, а, б, в.

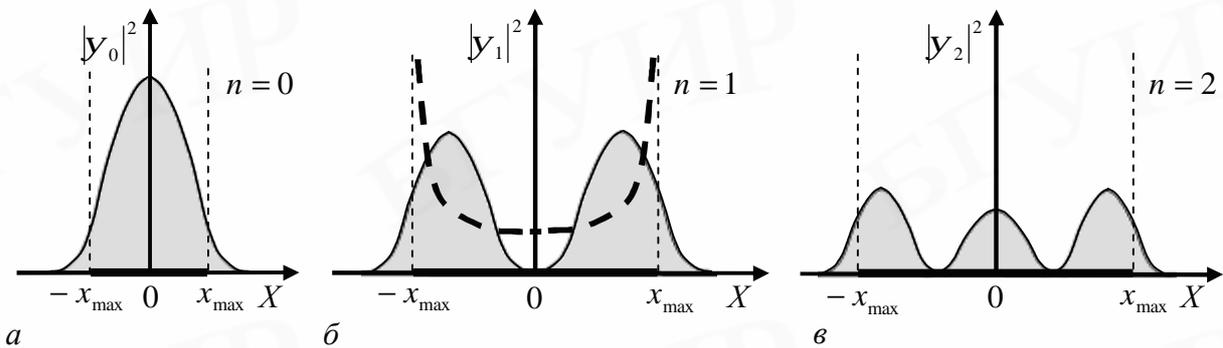


Рис. 26.7. Плотности вероятности  $|y_n|^2$  для квантового осциллятора при значениях главного квантового числа  $n = 0, 1, 2$

При малых значениях квантового числа функции  $|y_n(x)|^2$  имеют конечные значения в области  $|x| \geq x_{\max}$  и принципиально отличаются от плотности ве-

роятности обнаружения классического осциллятора (пунктирная линия на рис. 26.7, б). С ростом числа  $n$  функция  $|y_n(x)|^2$  приближается к классической кривой распределения. При  $n \rightarrow \infty$  график  $|y_n(x)|^2$  переходит в классическую функцию распределения плотности вероятности.

Отметим, что рассмотренная модель гармонического осциллятора и связанная с ним задача о движении частицы в параболической потенциальной «яме» является идеализацией, которая справедлива только при малых отклонениях колеблющейся частицы от положения равновесия. В реальных системах потенциальная энергия  $U$  частицы, совершающей колебания около положения равновесия, имеет более сложный вид. При возрастании амплитуды колебаний движение частицы будет все больше усложняться, отличаясь от гармонических колебаний. Такое движение называют ангармоническим движением, а соответствующий осциллятор – *ангармоническим осциллятором*.

## 26.9. Прохождение частицы через одномерный потенциальный барьер. Туннельный эффект

Если поместить частицу в потенциальную «яму» с конечной высотой стенок, то с точки зрения законов классической физики она может выйти из этой «ямы» лишь при условии, что ее полная энергия превышает глубину потенциальной «ямы». Иначе, частица, находящаяся внутри потенциальной «ямы», «заперта» в ней.

В квантовой механике существует принципиальная возможность прохождения («просачивания») частиц сквозь потенциальные барьеры. Это явление называется **туннельным эффектом**. Для его описания вводится понятие **коэффициента прозрачности (пропускания)  $D$**  потенциального барьера:

$$D = \frac{I_{\text{прох}}}{I_{\text{над}}} = \frac{j_{\text{прох}}}{j_{\text{над}}}, \quad (26.28)$$

где  $I_{\text{над}}$  и  $j_{\text{над}}$  – соответственно интенсивность волны де Бройля, падающей на барьер, и плотность потока частиц, падающих на барьер;  $I_{\text{прох}}$  и  $j_{\text{прох}}$  – соответственно интенсивность де-бройлевской волны, прошедшей барьер, и плотность потока частиц, прошедших барьер.

Коэффициент прозрачности  $D$  можно рассматривать как вероятность преодоления частицы потенциального барьера. Из обратимости по времени следует, что для переходов в «прямом» и «обратном» направлениях коэффициенты прозрачности одинаковы.

Аналогично можно определить **коэффициент отражения** барьера  $R$  как вероятность того, что поток частиц (частица) отразится от барьера:

$$R = \frac{I_{\text{отр}}}{I_{\text{над}}} = \frac{j_{\text{отр}}}{j_{\text{над}}}, \quad (26.29)$$

где  $I_{\text{отр}}$  и  $j_{\text{отр}}$  – соответственно интенсивность волны де Бройля, отразившейся

от барьера, и плотность потока частиц, отразившихся от барьера и полетевших в обратном направлении. Расчеты показывают, что прозрачность барьера зависит от его «формы» и высоты.

Таким образом, согласно определению,  $R + D = 1$ . Кроме того, значения  $R$  и  $D$  не зависят от направления движения частицы.

Существуют два простейших варианта одномерных **потенциальных барьеров** – прямоугольный потенциальный барьер в виде ступеньки, когда потенциальная энергия  $U$  при  $x = 0$  скачком изменяется на конечную величину  $U_0$ , а также потенциальный барьер прямоугольной формы высотой  $U_0$  и шириной  $l$ , рис. 26.8, а, б. Потенциальная энергия определяется соответственно так:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ U_0, & x > 0, \end{cases} \quad U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ U_0, & 0 \leq x \leq l; \\ 0, & x > l. \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(область 1)} \\ \text{(область 2)} \\ \text{(область 3)}. \end{array}$$

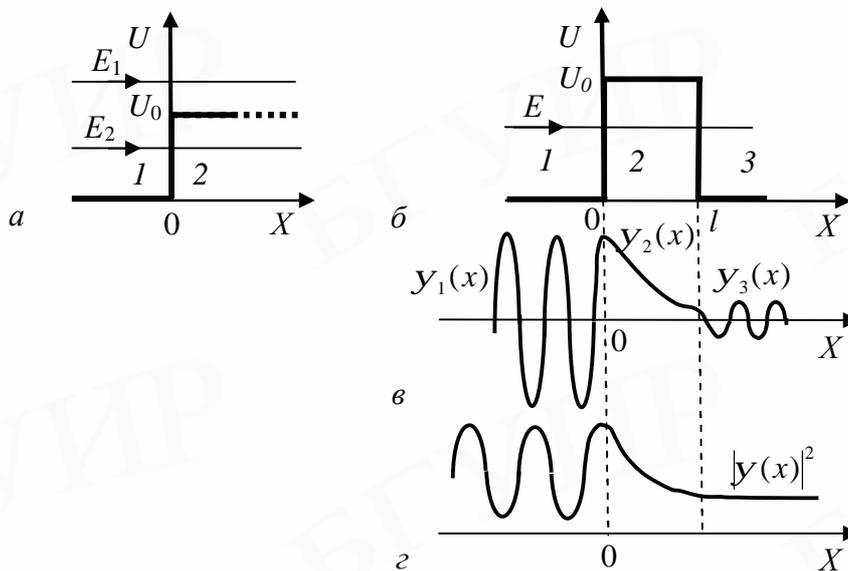


Рис. 26.8. Прохождение частицы через одномерный потенциальный барьер: а и б – соответственно ступенчатый и симметричный прямоугольный потенциальный барьер; в – закономерности изменения  $y$ -функции в областях 1, 2 и 3; г – график распределения плотности вероятности  $|y(x)|^2$  местоположения частицы

Пусть слева на границу барьера налетает частица (или поток частиц) с полной энергией  $E$ , см. рис. 26.8, а. «Классическая» частица с энергией  $E > U_0$  ( $E = E_1$  на рис. 26.8, а) пройдет над барьером ( $R = 0$ ), а при  $E < U_0$  ( $E = E_2$  на рис. 26.8, а) отразится от него и будет двигаться в обратную сторону. В квантовой механике для микрочастицы при энергиях, превосходящих высоту барьера (и даже в отсутствие какого-либо барьера, например, при прохождении частицы над потенциальной ямой), есть вероятность надбарьерного отражения, когда частица отразится от барьера и будет двигаться в обратную сторону.

Вычислим вероятность надбарьерного отражения, рис. 26.8, а. В случае одномерного движения частицы слева направо вдоль оси  $X$  уравнение Шрёдингера (26.15) запишется для областей 1 и 2 соответственно в виде (26.16):

$$\frac{d^2 y_1}{dx^2} + k^2 y_1 = 0, \quad \frac{d^2 y_2}{dx^2} + h^2 y_2 = 0,$$

где  $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ ;  $h = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar$ . Общие решения будут следующими:

$$\begin{aligned} \text{при } x < 0 \quad y_1(x) &= A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}, \\ \text{при } x > 0 \quad y_2(x) &= A_2 e^{ihx}, \end{aligned}$$

где  $A_1$ ,  $B_1$  и  $A_2$  – постоянные. Решение уравнения Шрёдингера для области 1 является линейной комбинацией двух решений (26.16а). Первое слагаемое волновой функции  $y_1(x)$  соответствует падающей на барьер частице, а второе слагаемое – отраженной от барьера частице. В области 2 частица, прошедшая над барьером, может двигаться только в положительном направлении оси  $X$ .

Согласно условию непрерывности волновой функции на границе областей 1 и 2 запишем, что

$$y_1|_{x=0} = y_2|_{x=0}, \quad \left. \frac{dy_1}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{dy_2}{dx} \right|_{x=0}.$$

Тогда уравнения, связывающие постоянные  $A_1$ ,  $B_1$  и  $A_2$ , имеют вид

$$A_1 + B_1 = A_2 \quad \text{и} \quad ik A_1 - ik B_1 = ih A_2.$$

Следовательно,

$$B_1 = \frac{k-h}{k+h} A_1, \quad A_2 = \frac{2k}{k+h} A_1.$$

Теперь получаем, что при движении над потенциальным барьером частица действительно с некоторой вероятностью должна отражаться и менять направление движения. Согласно определению (26.29) эта вероятность  $R$  равна

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} = \left( \frac{\sqrt{E} - \sqrt{E - U_0}}{\sqrt{E} + \sqrt{E - U_0}} \right)^2. \quad (26.30)$$

Аналогично можно вычислить коэффициент прохождения  $D$  ( $D = 1 - R$ ):

$$D = \frac{h|A_2|^2}{k|A_1|^2}. \quad (26.30a)$$

При движении частицы (или потока частиц) слева направо с энергией  $E < U_0$  коэффициент  $h$  будет мнимым и волновая функция экспоненциально затухает внутрь потенциального барьера (область  $x > 0$ ), очень быстро становясь пренебрежимо малой. Отраженный поток равен падающему потоку частиц, т. е. частицы не могут проникнуть далеко и должны полностью отразиться от барьера с вероятностью  $R = 1$ .

В классической физике проникновение частиц под барьер запрещено. Однако вероятность проникновения микрочастицы под барьер (область  $x > 0$ , рис. 26.8, а) отлична от нуля. Микрочастицу можно обнаружить в запрещенной с точки зрения классической физики области, где  $E < U_0$ , в которой кинетическая энергия классической частицы  $p^2/(2m)$  была бы отрицательна:

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(x), \quad \frac{p^2}{2m} < 0,$$

а ее импульс был бы мнимым.

Поясним прохождение микрочастицы в запрещенную область с помощью соотношения неопределенностей (26.2). Неопределенность импульса  $\Delta p_x$  микрочастицы, движущейся вдоль оси  $X$ , на отрезке  $\Delta x = l$  составляет  $\Delta p_x \geq \hbar/(2l)$ . Тогда связанная с этим разбросом в значениях импульса кинетическая энергия  $(\Delta p_x)^2/(2m)$  может оказаться достаточной для того, чтобы полная энергия частицы  $E$  оказалась больше потенциальной  $U_0$ .

**Туннельный эффект.** Рассмотрим одномерный прямоугольный потенциальный барьер, показанный на рис. 26.8, б. Пусть слева (область 1) на него летит частица (или поток частиц). На языке квантовой теории будем рассматривать, как на барьер слева «падает» де-Бройлевская волна

$$\Psi(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)}, \quad (26.31)$$

где  $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ . Частота  $\omega$  прошедших волн, так же как и отраженных, одна и та же ( $\omega = E/\hbar$ ). Поэтому в дальнейших расчетах исследуем координатную часть этих волн  $y(x)$ .

Будем решать стационарное уравнение Шрёдингера для свободной частицы (26.16). В табл. 26.1 представлен вид уравнения Шрёдингера и его решение для трех пространственных областей, выделенных на рис. 26.8, б. Отметим, что в случае, когда  $E > U_0$ , константа  $q$  определяется так:  $q = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar$ . Иначе, если  $E < U_0$ , то  $q$  – мнимое число:  $q = ib$ , где  $b = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$ . Слагаемые, содержащие  $e^{ikx}$  и  $e^{-ikx}$ , соответствуют волнам, распространяющимся соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси  $X$ .

Вид волновых функций, являющихся решениями уравнения Шрёдингера для областей 1, 2 и 3 на рис. 26.8, в, приведенных в табл. 26.1, свидетельствует:

1) в области 1 волновая функция  $y_1(x)$  представляет собой сумму двух плоских волн – падающей на барьер и отраженной от барьера. Падающая волна характеризуется амплитудой  $A_1$ , а отраженная – амплитудой  $B_1$ ;

2) в области 2 при  $E > U_0$  имеются две плоские волны – падающая и отраженная от границы областей 2 и 3. При  $E < U_0$  функция  $y_2(x)$  описывает состояние частицы, прошедшей в классически запрещенную область, и не соответствует плоским волнам, распространяющимся в обе стороны, так как показатели экспонент действительные. Можно показать, что при  $bl \gg 1$  в случае высокого и широкого барьера  $B_2 \approx 0$ . Вероятность  $|y(x)|^2$  убывает по экспоненте с глубиной проникновения частицы в запрещенную область 2 вдоль оси  $X$ ;

3) в области 3 – область за барьером – имеется только плоская волна, прошедшая через барьер с амплитудой  $A_3$  и распространяющаяся в положительном направлении оси  $X$ .

Таблица 26.1

Вид решений стационарного уравнения Шрёдингера в случае движения частицы слева на одномерный прямоугольный потенциальный барьер

Область	Уравнение Шрёдингера	Решение при $E > U_0$	Решение при $E < U_0$
1 $x < 0$	$\frac{d^2 y_1}{dx^2} + k^2 y_1 = 0$	$y_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$	$y_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$
2 $0 \leq x \leq l$	$\frac{d^2 y_2}{dx^2} + q^2 y_2 = 0$	$y_2(x) = A_2 e^{iqx} + B_2 e^{-iqx}$	$y_2(x) = A_2 e^{bx} + B_2 e^{-bx}$
3 $x > l$	$\frac{d^2 y_3}{dx^2} + k^2 y_3 = 0$	$y_3(x) = A_3 e^{ikx}$	$y_3(x) = A_3 e^{ikx}$

Качественный вид функций  $y(x)$  для случая  $E < U_0$  показан на рис. 26.8, в. Также на рис. 26.8, г показан вид плотности вероятности  $|y(x)|^2$  местоположения частицы: слева от барьера мы имеем падающую и отраженную волны, а за барьером – только прошедшую волну. Внутри барьера функция  $y(x)$  имеет неволновой характер и является неоднородной.

Условия непрерывности волновой функции  $y$  и ее производной  $y'_x$  в точках  $x=0$  и  $x=l$  в случае, когда энергия частицы  $E$  меньше  $U_0$ , дают следующую систему четырех уравнений для коэффициентов интегрирования:

$$\left. \begin{aligned} y_1(0) &= y_2(0), \text{ или } A_1 + B_1 = A_2 + B_2, \\ y_2(l) &= y_3(l), \text{ или } A_2 e^{bl} + B_2 e^{-bl} = A_3 e^{ikl}, \\ y'_1(0) &= y'_2(0), \text{ или } ik(A_1 - B_1) = b(B_2 - A_2), \\ y'_2(l) &= y'_3(l), \text{ или } b(B_2 e^{bl} - A_2 e^{-bl}) = ikA_3 e^{ikl}. \end{aligned} \right\} \quad (26.32)$$

В этой системе четырех уравнений имеется пять неизвестных. Однако если задать плотность потока частиц, падающих на барьер, то задача упрощается. Можно показать, что в случае однородного движения вдоль оси  $X$  эта плотность задается соотношением

$$j = \frac{i\hbar}{2m} \left( y \frac{dy^*}{dx} - y^* \frac{dy}{dx} \right),$$

в которое подставляется  $y = A_1 e^{ikx}$ . Таким образом, получают

$$j_{\text{над}} = |A_1|^2 \frac{\hbar k}{m}.$$

Аналогично для плотности потока отраженных частиц и частиц, прошедших через барьер, соответственно находим

$$j_{\text{пox}} = |A_3|^2 \frac{\hbar k}{m}, \quad j_{\text{omp}} = |B_1|^2 \frac{\hbar k}{m}.$$

Обычно в подобных задачах плотность  $j_{nao}$  выбирают такой, чтобы  $A_1 = 1$ . В этом случае система (26.32) будет неоднородной системой четырех линейных уравнений относительно четырех неизвестных коэффициентов. Решая систему, определяют  $A_3$ , а затем и прозрачность барьера, которая согласно выражению (26.28)

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = |A_3|^2$$

будет равна при  $bl \gg 1$

$$D \approx D_0 \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} l\right], \quad (26.33)$$

где  $m$  и  $E$  – масса частицы и ее энергия;  $D_0 = 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right)$  – коэффициент, близкий к единице. Как следует из выражения (26.33), чем шире барьер  $l$ , тем меньше вероятность прохождения сквозь него частицы.

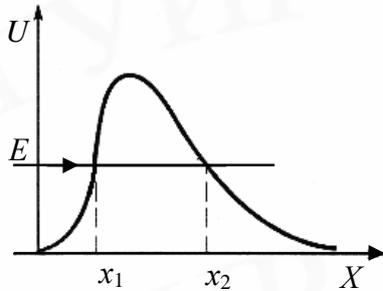


Рис. 26.9. Потенциальный барьер произвольной формы

Если потенциальный барьер имеет сложную форму, например, как на рис. 26.9, то прозрачность барьера можно приближенно определить так:

$$D \approx D_0 \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - E)} dx\right], \quad (26.33a)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – координаты начала и конца потенциального барьера  $U(x)$  для данного значения полной энергии  $E$  частицы, т. е. значения координат, при которых  $U(x) = E$ ;  $D_0$  – постоянный множитель, зависящий от формы барьера. Это равенство (26.33a) является приближенным и тем точнее, чем меньше  $(U - E)$  по сравнению с  $E$ .

Туннельный эффект играет заметную роль в тех случаях, когда прозрачность барьера  $D$  не слишком мала. С помощью формулы (26.33) можно оценить ширину потенциального барьера, для которого возможен туннельный эффект:

$$\sqrt{m(U_0 - E)} l / \hbar \sim 1 \quad \text{или} \quad l \leq \hbar / \sqrt{m(U_0 - E)}.$$

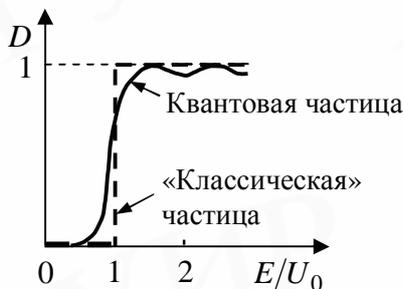


Рис. 26.10. Зависимость  $D$  от  $E/U_0$  частицы

Следовательно, туннельный эффект возможен, когда линейные размеры потенциального барьера соизмеримы с атомными размерами. Например, при  $U_0 - E = 10 \text{ эВ}$  для электрона  $m_e \approx 10^{-30} \text{ кг}$ , при  $l \approx 10^{-10} \text{ м}$  коэффициент прозрачности  $D \approx 1/e$ . С увеличением массы частицы и разности  $U_0 - E$  прозрачность барьера уменьшается. На рис. 26.10 приведена зависимость  $D(E/U_0)$ , рассчитанная по формуле (26.33), – сплошная линия и зависимость

$D(E/U_0)$  для «классической» частицы – пунктирная линия. Данные зависимости подчеркивают квантово-механическую специфику микрочастиц.

Начальные представления о туннельном барьере были определены М. А. Леонтоновичем и Л. И. Мандельштамом в 1927 г. (проблема квантования для *ангармонического осциллятора*).

В заключение отметим, что квантовые эффекты используются в ряде передовых технологий, хотя и проявляются на уровне атомных систем. Квантовая механика стала в значительной мере «инженерной» наукой, знание которой необходимо и физикам-исследователям, и инженерам. Законы квантовой механики позволяют изучать и объяснять свойства атомов и молекул, а также разнообразных макроскопических систем таких, как жидкости, плазма, твердые тела. Специфические явления квантовой механики не имеют аналогов в классической механике (ньютоновской и релятивистской) и используются при поиске и создании новых материалов, в том числе магнитных, полупроводниковых и сверхпроводящих.

Туннельное прохождение микрочастиц сквозь потенциальный барьер лежит в основе многих явлений физики твердого тела (явления в контактном слое на границе двух полупроводников, эффект Джозефсона и т. д.), а также атомной и ядерной физики ( $\alpha$ -распад, спонтанное деление атомных ядер, протекание термоядерных реакций, например, на Солнце и звездах при температуре в десятки и сотни миллионов градусов).

Примером прибора, основанного на использовании явления туннельного эффекта, является сканирующий туннельный микроскоп, созданный в 1982 г. Г. Биннигом и Х. Рёрером (Нобелевская премия, 1986 г.). С середины 90-х годов XX в. метод туннельной микроскопии завоевал большую популярность как альтернатива *электронным микроскопам*. Принцип работы сканирующих туннельных микроскопов заключается в сканировании тонким металлическим острием – зондом – поверхности образца (твёрдого электропроводящего тела, органической пленки или биологической структуры) на расстоянии 3 – 10 Å. Чтобы исследовать тонкие диэлектрики (в виде пленки), их помещают на поверхность проводящего материала. При приложении между образцом и зондом разности потенциалов  $U \sim 0,1-1$  В в цепи появляется ток, обусловленный туннелированием электронов через зазор между ними. Поскольку вероятность туннелирования через потенциальный барьер экспоненциально зависит от ширины барьера (см. формулу (26.33)), то при уменьшении зазора между зондом и образцом всего на 0,1 нм ток возрастает примерно в 10 раз. Таким образом, измерение туннельного тока между острием и образцом позволяет определить профиль исследуемой поверхности в зависимости от координат, рис. 26.11, а. Разрешающая способность микроскопа по  $x$ ,  $y$  достигает 1 Å, а по  $z$  – порядка 0,01 Å. Микроскоп может также работать в режиме туннельной спектроскопии и снимать вольт-амперные характеристики точек поверхности. Среди областей применения сканирующего туннельного микроскопа выделяют исследования атомного строения поверхностей металлических, сверхпроводящих и полупро-

водниковых структур, технологические исследования в области микроэлектроники и нанотехнологий и т. д. В настоящий момент достаточно широко используются криогенные туннельные микроскопы. Предварительное охлаждение материала до азотных температур позволяет получать за счет увеличения проводимости образца на порядок более качественные изображения поверхностей, особенно с разрешениями на уровне единиц нанометров и больше.

На базе сканирующего туннельного микроскопа был создан сканирующий атомно-силовой микроскоп (1986), который позволяет исследовать и непроводящие вещества, магнитно-силовой микроскоп (1987), дающий возможность изучать магнитные свойства поверхности, и т. д. Например, принцип работы атомно-силового микроскопа основан на зависимости силы взаимодействия тел от расстояния между ними. Режим работы микроскопа, называемый контактным, позволяет измерять с разрешением в доли нанометра не только рельеф (рис. 26.11, б, в), но и силы трения, а также упругость и вязкость исследуемого образца. Шероховатость поверхности фольги сплава системы Al-Fe составляет в среднем 49,0 нм, рис. 26.11, г.

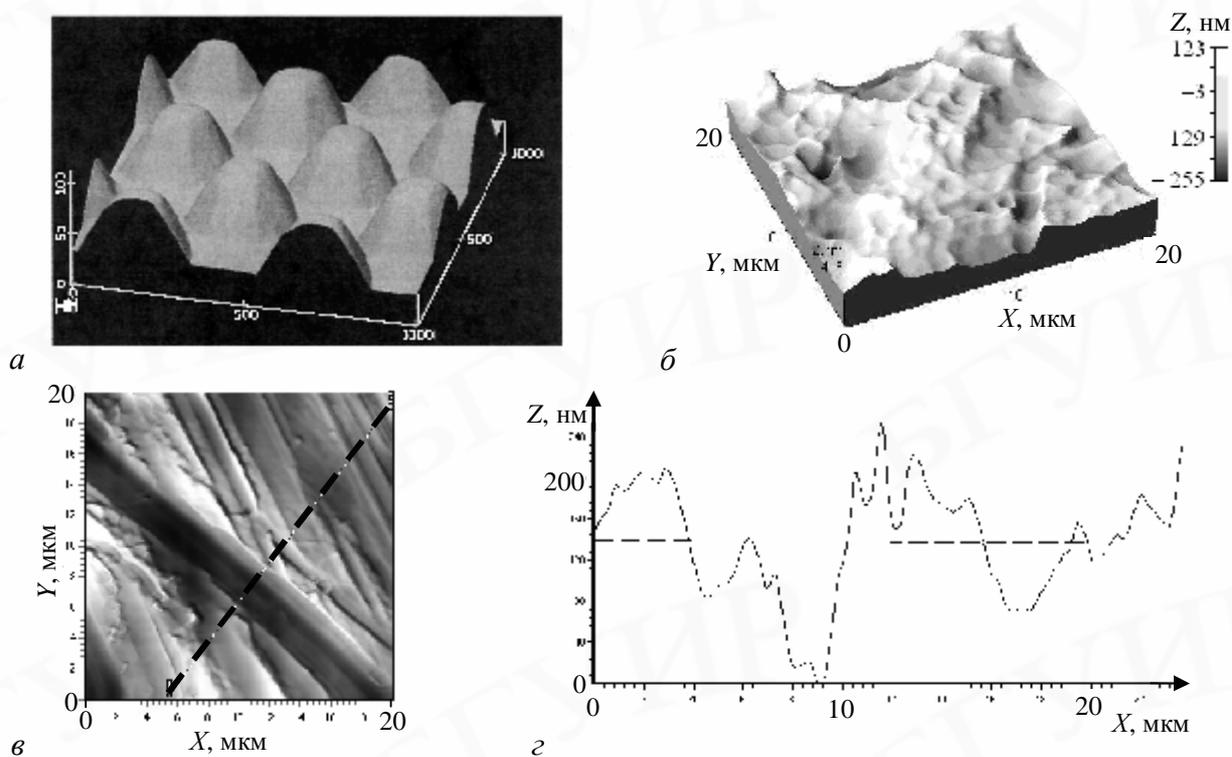


Рис. 26.11. Результаты исследований, выполненных с помощью приборов, основанных на использовании явления туннельного эффекта:

- а* – профиль поверхности кристалла AlGaAs (сканирующий туннельный микроскоп) [16];
- б* – 3D изображение топографии поверхности фольги сплава Al-0,3 ат. % Fe;
- в* и *г* – 2D изображение топографии поверхности (*б*) и соответствующая диаграмма распределения неровностей вдоль выделенной линии (*в*) (атомно-силовой микроскоп) [17]

## Тема 27. Операторы в квантовой физике

### 27.1. Средние значения величин. Основные постулаты квантовой теории. Собственные функции и собственные значения

Понятие среднего значения различных физических величин является весьма важным в квантовой теории. В качестве примера рассмотрим частицу одномерной квантовой системы, описываемую волновой функцией  $y(x)$ . Как ранее было определено,  $|y(x)|^2$  является плотностью вероятности найти частицу в окрестности координаты  $x$ . Тогда вероятность местонахождения частицы в интервале  $(x, x + dx)$  есть  $dP = y y^* dx$ , и среднее значение координаты  $x$  частицы в состоянии  $y(x)$  определяется согласно выражению (26.9):

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} y^* x y dx.$$

При этом предполагается, что  $\psi$ -функция удовлетворяет естественным условиям, в том числе выполняется условие нормировки (26.8):

$$\int_{-\infty}^{\infty} |y(x)|^2 dx = 1.$$

Поэтому среднее значение любой функции координат  $f(x)$  частицы, пребывающей в состоянии, описываемом волновой функцией  $y(x)$ , определяется как

$$\langle f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} y^* f(x) y dx. \quad (27.1)$$

Можно доказать, что среднее значение проекции импульса  $p_x$  частицы, состояние которой задается пси-функцией  $y(x)$ , определяется так:

$$\langle p_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} y^* \left( -i\hbar \frac{\partial y}{\partial x} \right) dx. \quad (27.2)$$

**Оператором** называют символическое обозначение математической операции, которую необходимо совершить с некоторой функцией, например  $f(x)$ . Примером оператора могут служить умножение на  $x$  или на какую-либо функцию  $g(x)$ , дифференцирование по  $x$ , т. е.  $\partial/\partial x$ , и т. д. Оператор принято обозначать буквой со «шляпкой», например  $\hat{Q}$ , и его действие на некоторую функцию  $f(x)$  записывают как  $\hat{Q}f(x)$ .

**Дифференциальными** и **интегральными** операторами называют операторы, обозначающие соответственно вычисление производной или интеграла от функции. Пример дифференциального оператора – оператор вычисления градиента  $\hat{\nabla}$  (оператор набла).

Перечислим некоторые **свойства** операторов.

1. Операторы можно складывать:  $\hat{A} + \hat{B}$ . Действие такого суммарного

оператора на любую функцию  $f(x)$  дает результат  $\hat{A}f(x) + \hat{B}f(x)$ .

2. Под произведением операторов  $\hat{A}\hat{B}$  понимают оператор, результат действия которого на любую функцию  $f(x)$  равен  $\hat{A}(\hat{B}f(x))$ :  $f(x)$  подвергается действию оператора  $\hat{B}$ , а полученный результат – действию оператора  $\hat{A}$ .

3. Если выполняется равенство  $\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$ , тогда операторы  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  коммутируют друг с другом (**коммутирующие** операторы). В противном случае операторы **некоммутирующие**. Пример некоммутирующих операторов – это оператор умножения функции на аргумент  $x$  и оператор дифференцирования  $\partial/\partial x$ :

$$\left(x \frac{\partial}{\partial x}\right)f = x \frac{\partial f}{\partial x}, \quad \left(\frac{\partial}{\partial x} x\right)f = \frac{\partial}{\partial x}(xf) = f + x \frac{\partial f}{\partial x}. \quad \text{Поэтому } x \frac{\partial}{\partial x} \neq \frac{\partial}{\partial x} x.$$

4. Сложение и умножение операторов производится по обычным алгебраическим правилам сложения и умножения чисел. Отличие лишь в том, что при умножении операторов можно переставлять порядок операторов-сомножителей только тогда, когда они коммутируют. Например, всегда

$$(\hat{A} + \hat{B})^2 = (\hat{A} + \hat{B})(\hat{A} + \hat{B}) = \hat{A}^2 + \hat{B}^2 + \hat{B}\hat{A} + \hat{A}\hat{B}.$$

Таким образом, в общем случае

$$(\hat{A} + \hat{B})^2 \neq \hat{A}^2 + \hat{B}^2 + 2\hat{A}\hat{B}.$$

Оператор  $\hat{A}$  называют **линейным**, если для любых двух функций  $f_1$  и  $f_2$  и любых постоянных  $a_1$  и  $a_2$  выполняется соотношение

$$\hat{A}(a_1 f_1 + a_2 f_2) = a_1 \hat{A}f_1 + a_2 \hat{A}f_2.$$

**Основные постулаты квантовой теории.** Общее утверждение квантовой теории заключается в том, что среднее значение  $\langle Q \rangle$  любой физической величины  $Q$  для квантового объекта (системы), находящегося в состоянии, описываемом нормированной волновой функцией  $y$ , определяется по формуле

$$\langle Q \rangle = \int y^* \hat{Q} y dx, \quad (27.3)$$

где  $\hat{Q}$  – оператор физической величины  $Q$ ;  $y^*(x)$  – функция, комплексно сопряженная с волновой функцией  $y(x)$ .

Сопоставив уравнение (27.3) с выражениями (26.7) и (27.1), (27.2), приходим к выводу, что оператором координаты  $x$  и оператором проекции вектора импульса  $p_x$  на ось  $X$  являются

$$\hat{x} = x, \quad \hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}. \quad (27.4)$$

Операторы  $\hat{x}$  и  $\hat{p}_x$  являются одними из основных в квантовой теории. Если волновая функция частицы (системы) задана как функция пространственных координат,  $y = y(x, y, z)$ , то простейшими операторами являются оператор координаты и оператор импульса:

$$\hat{\mathbf{r}} = \hat{x}\hat{\mathbf{i}} + \hat{y}\hat{\mathbf{j}} + \hat{z}\hat{\mathbf{k}}, \quad \hat{\mathbf{p}} = \hat{p}_x\hat{\mathbf{i}} + \hat{p}_y\hat{\mathbf{j}} + \hat{p}_z\hat{\mathbf{k}},$$

где операторы  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$ ,  $\hat{p}_y$ ,  $\hat{p}_z$  определяются аналогично (27.4).

Запишем следующие формулы для часто используемых операторов:

— оператор пространственной координаты частицы

$$\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r},$$

— оператор квадрата импульса частицы

$$\hat{p}^2 = \hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 = -\mathbf{h}^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) = -\mathbf{h}^2 \nabla^2;$$

— оператор кинетической энергии частицы массой  $m$ :

$$\hat{E}_k = \frac{1}{2m} \hat{p}^2 = -\frac{\mathbf{h}^2}{2m} \nabla^2;$$

— оператор потенциальной энергии частицы

$$\hat{U} = U(\mathbf{r}, t);$$

— оператор полной энергии частицы (в случае, когда  $U = U(\mathbf{r})$ ) – **гаммильтониан** (оператор Гамильтона):

$$\hat{H} = \hat{E}_k + \hat{U} = -\frac{\mathbf{h}^2}{2m} \nabla^2 + U(\mathbf{r}).$$

Зная выражения операторов  $\hat{p}^2$ ,  $\hat{E}_k$  и  $\hat{H}$ , можно найти средние значения  $\langle p^2 \rangle$ ,  $\langle E_k \rangle$ ,  $\langle E \rangle$  по формуле (27.3), если известна  $\psi$ -функция частицы.

**Собственной функцией** оператора  $\hat{Q}$  называется волновая функция  $\psi$ , не равная тождественно нулю, при действии на которую оператором  $\hat{Q}$  получается эта же функция, умноженная на постоянное число:

$$\hat{Q}\psi = Q\psi, \quad (27.5)$$

где число  $Q$  – **собственное значение** оператора  $\hat{Q}$ , соответствующее данной собственной функции. Отметим, что с каждым оператором  $\hat{Q}$  в квантовой механике связывается уравнение типа (27.5). Физический смысл будут иметь только решения уравнения (27.5), удовлетворяющие естественным условиям.

Собственная  $\psi$ -функция описывает состояние, в котором физическая величина  $Q$  имеет определенное значение. Например, собственными функциями оператора импульса

$$\hat{\mathbf{p}} = -i\mathbf{h} \left( i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

в квантовой механике будут волновые функции вида (26.16а):

$$\psi(\mathbf{r}) = A \exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} / \mathbf{h}),$$

описывающие свободную частицу, движущуюся в произвольном направлении.

В квантовой механике постулируется, что в результате измерения физической величины  $Q$  квантовой системы, находящейся в состоянии  $\psi$ , получают только те значения, которые совпадают с одним из *собственных значений* оператора  $\hat{Q}$ , соответствующего этой величине.

Все собственные значения задачи (27.5) образуют **набор собственных**

*значений* переменной  $Q$ . В частном случае, когда частица массы  $m$  движется в силовом поле с потенциальной энергией  $U(x, y, z)$ , задача отыскания собственных значений и собственных функций гамильтониана  $\hat{H}$  сводится к решению дифференциального уравнения

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta y + Uy = Ey \quad \text{или} \quad \Delta y + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)y = 0.$$

Получено стационарное уравнение Шрёдингера (26.15). Его решение дает набор (спектр) собственных значений энергии  $E$ , который может быть непрерывным, если движение инфинитно, или дискретным. Примером дискретности в микромире являются оптические спектры атомов.

Из уравнения (27.5) следует, что *уравнение Шрёдингера для стационарных состояний* (26.15) можно записать в символической форме:

$$\hat{H}y = Ey. \quad (27.6)$$

*Временное уравнение Шрёдингера* (26.12) в операторной форме имеет вид

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (27.6a)$$

где  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x, y, z, t)$ .

## 27.2. Собственные значения и собственные функции проекции момента импульса

Момент импульса частицы  $\dot{\mathbf{L}}$  относительно начала координат  $O$  в классической механике определяется векторным произведением  $[\dot{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{p}}]$ , т. е.

$$\dot{\mathbf{L}} = \begin{vmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} & \mathbf{r} \\ i & j & k \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}. \quad (27.7)$$

Такое определение в квантовой механике не имеет смысла, так как не существует состояния, в котором бы оба вектора  $\dot{\mathbf{r}}$  и  $\dot{\mathbf{p}}$  имели определенные значения.

Рассмотрим момент импульса квантовой частицы. В квантовой механике векторному произведению  $[\dot{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{p}}]$  соответствует оператор  $[\mathbf{r}, \mathbf{p}]$ . Раскрывая это векторное произведение, находят операторы проекций момента импульса на координатные оси  $X, Y, Z$ . Например, на ось  $Z$ :

$$\hat{L}_z = (\hat{x} \hat{p}_y - \hat{y} \hat{p}_x) = i\hbar \left( y \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial y} \right). \quad (27.8)$$

Через эти проекции оператор вектора момента импульса выражается как

$$\hat{\mathbf{L}} = \hat{L}_x \mathbf{i} + \hat{L}_y \mathbf{j} + \hat{L}_z \mathbf{k}. \quad (27.9)$$

В дальнейшем будем использовать оператор проекции момента импульса на ось  $Z$ , но не в декартовой, а в сферической системе координат  $(r, q, j)$ :

$$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial j}. \quad (27.10)$$

Оператор момента импульса зависит только от направления координатных осей. Поэтому его также называют **оператором углового момента**. Собственные значения операторов проекций момента импульса тоже не зависят от выбора начала координат.

Можно проверить и убедиться, что операторы проекций момента импульса  $\hat{L}_x$ ,  $\hat{L}_y$  и  $\hat{L}_z$  не коммутируют между собой:  $\hat{L}_x \hat{L}_y \psi \neq \hat{L}_y \hat{L}_x \psi$ . Поэтому не существует состояния, в котором бы все три и даже какие-либо две из трех проекций  $L_x, L_y, L_z$  имели определенные значения, отличные от нуля. Отметим, что в отличие от момента импульса у импульса одновременно измеримы три компоненты  $p_x, p_y, p_z$ .

Итак, **не существует такого состояния квантовой частицы, в котором бы вектор момента импульса имел определенное значение**, т. е. был бы полностью определен как по величине, так и по направлению. Исключением является только случай, когда  $\hat{L} = 0$  и все три проекции одновременно равны нулю:  $L_x = L_y = L_z = 0$ .

**Модуль момента импульса.** Чтобы определить квадрат момента импульса частицы в состоянии  $\psi$ , необходимо решить уравнение вида (27.5)

$$\hat{L}^2 \psi = L^2 \psi,$$

где оператор квадрата момента импульса  $\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$ . Можно показать, что для *собственных значений* оператора  $\hat{L}^2$  справедливо

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (27.11)$$

где  $l$  – **орбитальное** (азимутальное) **квантовое число**. Отсюда модуль момента импульса движущейся микрочастицы

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (27.11a)$$

Видно, что эта величина является дискретной (квантованной).

Отметим, что операторы  $\hat{L}_x$ ,  $\hat{L}_y$  и  $\hat{L}_z$  (27.10) коммутируют с  $\hat{L}^2$ . Следовательно, можно одновременно определить величину момента импульса  $L$  (или ее квадрат  $L^2$ ) и одну из его проекций ( $L_x$ ,  $L_y$  или  $L_z$ ). Обычно рассматривают проекцию на ось  $Z$ , так как в этом случае оператор  $\hat{L}_z$  задается более простой формулой (27.10).

**Проекция момента импульса  $L_z$ .** Чтобы определить собственные значения и собственные функции оператора углового момента частицы, необходимо, согласно выражению (27.5), решить уравнение  $\hat{L}_z \psi = L_z \psi$ , т.е.

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial j} \psi = L_z \psi, \quad (27.12)$$

где волновая функция является функцией сферических координат:

$y = y(r, q, j)$ . Подстановка  $y = Ce^{aj}$  ( $C = C(r, q)$ ) приводит после сокращения на общий множитель  $Ce^{aj}$  к уравнению

$$-i\hbar a = L_z, \quad \hbar a = iL_z.$$

Значит, решение уравнения (27.12) таково:

$$y = Ce^{i\frac{L_z}{\hbar}j}.$$

В силу требуемой однозначности  $\psi$  при повороте вокруг оси  $Z$  на угол  $2\pi$  волновая функция не должна изменяться:  $y(j + 2\pi) = y(j)$ . Поскольку функция  $e^{ia}$  периодична с периодом  $2\pi$ , то согласно (27.13) это равенство может выполняться только при условии

$$i\frac{L_z}{\hbar}2\pi = m \times 2\pi i.$$

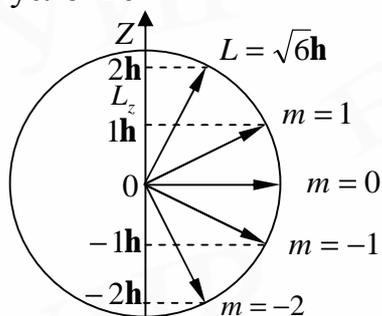
Поэтому

$$\boxed{L_z = m\hbar}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (27.13)$$

где число  $m$  называют **магнитным квантовым числом**. Таким образом, постоянную Планка  $\hbar$  можно рассматривать как естественную единицу углового момента. Отметим, что уравнение (27.13) задает спектр разрешенных значений проекции момента импульса на выделенную ось  $Z$ .

Равенство (27.13) означает, что, поскольку направление оси  $Z$  выбирают произвольно, то **проекция углового момента на любое направление квантуется**, рис. 27.1. Разумеется, схематическое изображение на рис. 27.1 не следует понимать буквально, так как «вектор»  $\vec{L}$  принципиально не имеет определенных направлений в пространстве. Отметим, что при определенном значении модуля углового момента и определенном значении проекции  $L_z$  проекции  $L_x$  и  $L_y$  не имеют определенных значений (за исключением случая, когда все три компоненты углового момента одновременно равны нулю). Значения  $L$  и  $L_z$ , отличные от (27.11а) и (27.13), не могут наблюдаться ни при каких условиях.

Проекция любого вектора не может быть больше модуля этого вектора, т. е.  $|L_z| \leq L$ . Поэтому в соответствии с формулами (27.11а) и (27.13) выполняется условие



$$|m| < \sqrt{l(l+1)}; \quad (27.14)$$

следовательно, максимальное значение  $|m|$  равно  $l$  и можно записать, что

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l.$$

При заданном  $l$  число  $m$  принимает  $(2l + 1)$  значений:

$$-l, -(l-1), \dots, 0, \dots, l-1, l,$$

Рис. 27.1. Возможная ориентация вектора момента импульса, например электрона, в состоянии с квантовым числом  $l = 2$

образующих спектр проекции  $L_z = m\hbar$  на любую выделенную ось  $Z$ , рис. 27.1.

Таким образом, квантовое число  $l$  задает и модуль углового момента, и все возможные значения его проекции на ось  $Z$ . Так, например, когда орбитальное квантовое число  $l = 2$  (см. рис. 27.1), то

$$L = \hbar\sqrt{6}, L_z = -2\hbar, -\hbar, 0, \hbar, 2\hbar.$$

Полученные результаты, определяющие возможные значения  $L$  и  $L_z$ , называют **пространственным квантованием**. Для наглядности пространственное квантование обычно представляют графически, как на рис. 27.1: по оси  $Z$  откладывают возможные значения  $m\hbar$ , рассматривая их как проекции на ось  $Z$  вектора  $\dot{L}$  длины  $\hbar\sqrt{l(l+1)}$ .

### 27.3. Опыт Барнетта. Опыт Эйнштейна и де Хааза. Опыт Штерна и Герлаха. Спин. Квантовые числа орбитального и спинового моментов

Известно, что намагничивание вещества в магнитном поле обусловлено преимущественной ориентацией или индуцированием во внешнем магнитном поле микроскопических молекулярных токов, возникающих из-за движения электронов по замкнутым микроскопическим орбитам в пределах каждой молекулы (атома). Для качественного объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электрон движется в атоме по круговым орбитам вокруг положительного ядра. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току. Поэтому он обладает **орбитальным магнитным моментом**  $\dot{p}_m = IS\dot{n}$ , модуль которого равен

$$p_m = IS = enS, \quad (27.15)$$

где  $I = en$  – сила орбитального тока;  $n$  – частота вращения электрона с зарядом  $e$  по орбите (количество оборотов в единицу времени);  $S$  – площадь круговой орбиты. Если электрон движется по часовой стрелке, то ток направлен против часовой стрелки и вектор  $\dot{p}_m$  в соответствии с правилом правого винта направлен вверх перпендикулярно плоскости орбиты электрона, рис. 27.2.

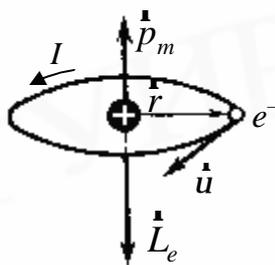


Рис. 27.2. Схематическое движение электрона в атоме

В то же время движущийся по орбите электрон обладает механическим моментом импульса  $\dot{L}_e$ , модуль которого равен

$$L_e = rm_e u = 2m_e nS, \quad (27.16)$$

где  $u = r2\pi n$ ;  $S = \pi r^2$  – площадь кругового тока;  $m_e$  – масса электрона.

Вектор  $\dot{L}_e$  (его направление также подчиняется *правилу правого винта*) называется **орбитальным механическим моментом электрона**.

Направления векторов  $\dot{p}_m$  и  $\dot{L}_e$  для электрона противоположны, рис. 27.2. Учитывая выражения (27.15) и (27.16), получим отношение, связывающее магнитный момент и момент импульса движущегося электрона:

$$\mathbf{p}_m = -\frac{e}{2m_e} \mathbf{L}_e = g_l \mathbf{L}_e. \quad (27.17)$$

Величина, равная отношению проекций магнитного и механического моментов, называется **гиромангнитным отношением**. Из выражения (27.17) следует, что для орбитального движения электрона гиромангнитное отношение будет

$$g_l = -\frac{e}{2m_e}. \quad (27.17a)$$

Знак «-» указывает на то, что направления моментов  $\dot{\mathbf{p}}_m$  и  $\dot{\mathbf{L}}_e$  противоположны.

В дальнейшем будем обозначать орбитальный магнитный момент  $p_m$  как  $m_l$ , а орбитальный механический момент  $L_e$  – буквой  $M_l$ .

Модуль орбитального механического момента электрона можно определить по формуле (27.11a)

$$M_l = \mathbf{h}\sqrt{l(l+1)}, \quad (27.18)$$

где  $l = 0, 1, 2, \dots$  – **орбитальное квантовое число** электрона.

Проекция орбитального механического момента электрона на некоторое направление  $Z$  согласно формуле (27.13) определяется выражением

$$M_{l_z} = m_l \mathbf{h}, \quad (27.19)$$

где  $m_l = -l, -l+1, \dots, l-1, l$  – **магнитное квантовое число** электрона. Следовательно, при  $m_l > 0$  проекция  $\dot{M}_l$  положительна, а при  $m_l < 0$  – наоборот. Отметим, что направление  $Z$  в пространстве обычно выделяется внешним полем (например магнитным или электрическим), в котором находится атом.

Формулы (27.17) и (27.18) свидетельствуют о том, что магнитный момент заряженной микрочастицы квантуется. Введем постоянную, называемую **магнетон Бора**:

$$m_B = \frac{e\mathbf{h}}{2m_e} \approx 0,93 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2,$$

где  $e$  и  $m_e$  – заряд и масса электрона. Согласно формулам (27.11a) и (27.13) дискретный спектр разрешенных значений величины модуля орбитального магнитного момента и его проекции на выделенную ось  $Z$  для движущегося по орбите электрона определяется как

$$m_l = m_B \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (27.20)$$

$$m_{l_z} = -m_B m_l, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l. \quad (27.21)$$

Магнетон Бора – это квант магнитного момента. Ориентация вектора  $\dot{m}_l$  в пространстве изображается аналогично рис. 27.1.

Экспериментально гиромангнитное отношение орбитальных моментов для всего намагниченного образца было определено при изучении магнитомеханических явлений С. Дж. Барнеттом (американский физик) в 1909 г., а также в опытах А. Эйнштейна и В. И. де Хааза (нидерландский физик) в 1915 г.

**Барнетт** обнаружил, что вращение магнетика вызывает его намагничение. В поставленном опыте ферромагнитный железный цилиндр очень быстро

вращался вокруг своей оси. Цилиндр намагничивался и создавал дополнительное магнитное поле. Барнетт измерял возникающую намагниченность.

**Эйнштейн и де Хааз** доказали, что намагничение магнетика приводит к его вращению. Они исследовали вынужденные крутильные колебания – вращение свободно подвешенного на тончайшей кварцевой нити железного стержня при его намагничивании во внешнем магнитном поле, рис. 27.3. Стержень помещался внутри соленоида. Экспериментаторы наблюдали за смещением светового зайчика, отраженного от зеркальца, укрепленного на нити.

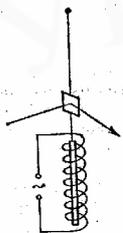


Рис. 27.3. Схема эксперимента Эйнштейна-де Хааза

Экспериментально в описанных выше опытах было обнаружено аномальное значение гиромангнитного отношения для ферромагнетиков, равное  $-e/m_e$ , т. е. в два раза большее, чем выражение (27.17а). При этом знак носителей, обуславливающих молекулярные токи, совпадал со знаком заряда электрона. Открытие в дальнейшем того, что кроме *орбитальных* моментов  $m_l$  и  $M_l$  электрон обладает *собственным механическим моментом импульса*  $M_s$ , т. е. **спином**, позволило объяснить данный результат.

В 1922 г. **О. Штерн** и **В. Герлах** исследовали прохождение атомов серебра Ag в сильно неоднородном вдоль оси Z магнитном поле сильного электромагнита с полюсными наконечниками специальной формы SN, рис. 27.4. Они обнаружили, что атомный пучок расщеплялся на два компонента, расположенных симметрично относительно первоначального направления. Это означает, что атомы Ag, у которых один внешний электрон, обладают магнитным моментом, проекции которого на направление Z принимают два значения с противоположными знаками, т. е. магнитный момент квантуется.

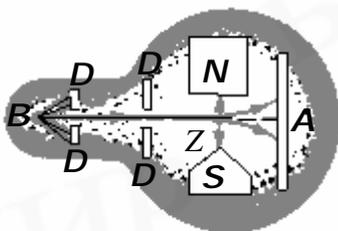


Рис. 27.4. Схема опыта Штерна-Герлаха. Внутри вакуумной трубки расположены: A – фотопластинка, B – серебряный шарик, D – диафрагма, SN – электромагнит

Поскольку в основном состоянии атома Ag во внешней электронной оболочке находится только один электрон, то обнаруженный магнитный момент атома может быть связан только с существующим *собственным механическим моментом* электрона. Действительно, результат эксперимента противоречит формуле (27.21), которая предсказывает расщепление пучка атомов на нечетное число  $2l + 1$  пучков (это число разных значений магнитного квантового числа  $m_l$ ). Если же атомы находятся в состоянии с квантовым числом  $l = 0$ , то после прохождения участка с магнитным полем весь пучок атомов серебра должен попадать в центральную точку экрана A, рис. 27.4. Таким образом, опыт Штерна и Герлаха привел к гипотезе наличия у электрона собственного механического момента – спина.

**Спин (спиновый момент)** – это квантовая величина, не имеющая классического аналога. Он является неотъемлемым свойством электрона и других

элементарных частиц (тема 32) подобно тому, как они имеют массу, а заряженные частицы – еще и заряд. Спин характеризует внутреннее свойство квантовой частицы, связанное с наличием у нее дополнительной степени свободы.

Модуль спина (собственного механического момента импульса)  $M_s$  частицы определяется по законам квантовой теории и должен быть квантован по закону

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (27.22)$$

где  $s$  – **спиновое квантовое число** (часто называют *спином*). В отличие от квантовых чисел  $l$  и  $m$  число  $s$  может быть как целым, так и полуцелым.

**Проекция  $M_{sz}$  спина** на ось  $Z$  также должна быть квантована:

$$M_{sz} = \hbar m_s, \quad m_s = -s, -s+1, \dots, s-1, s, \quad (27.23)$$

где  $m_s$  – **магнитное спиновое** (называют также просто *спиновым*) **квантовое число** – число возможных проекций  $M_{sz}$ , соответствующих данному значению  $s$ . Число возможных различных ориентаций в магнитном поле вектора  $\vec{M}_s$  ( $2s+1$ ). Для электрона спиновое квантовое число  $s = 1/2$ , так как экспериментально установлено, что электрон может находиться в двух спиновых состояниях. Следовательно, модуль *спинового момента электрона* равен  $M_s = \hbar\sqrt{3}/2$ , а возможные значения его проекции  $M_{sz} = \pm\hbar/2$ .

Аналогично орбитальному моменту в одном и том же состоянии могут иметь определенные значения квадрат спина  $M_s^2$  (а значит, и модуль спина  $M_s$ ) и одна из его проекций  $M_{sz}$  на произвольно выбранную ось  $Z$ .

#### 27.4. Сложение моментов. Результирующий механический момент многоэлектронной системы

В общем случае механический момент электрона складывается из следующих механических моментов: орбитального  $M_l$  (обусловлен движением электрона в атоме) и спинового  $M_s$  (не связан с движением электрона в пространстве). **Полный момент импульса  $M_j$**  электрона символически записывают так:

$$\vec{M}_j = \vec{M}_l + \vec{M}_s. \quad (27.24)$$

Правила сложения угловых моментов в квантовой теории не зависят от того, являются ли моменты орбитальными или спиновыми. Поэтому модуль полного момента электрона  $M_j$  определяется формулой

$$M_j = \hbar \sqrt{j(j+1)}, \quad j = l + s, |l - s|, \quad (27.25)$$

где  $j$  – **квантовое число полного момента импульса**;  $l$  и  $s$  – соответственно орбитальное и спиновое квантовые числа. Для электрона квантовое число  $j$  является полуцелым, поскольку  $l$  всегда целое и всегда положительно. При задан-

ном  $l \neq 0$  возможны два значения  $j$ :  $j = l + 1/2, l - 1/2$ . Условно принято говорить, что спиновый момент либо «сонаправлен» с орбитальным моментом (знак +), либо ориентирован противоположно (знак -). Если  $l = 0$ , то квантовое число  $j$  принимает единственное полуцелое значение:  $j = s = 1/2$ .

Возможные проекции полного момента импульса (27.24) на ось  $Z$  равны

$$M_{jz} = \hbar m_j, \quad m_j = -j, -j+1, \dots, j-1, j, \quad (27.26)$$

т. е. при данном  $j$  возможны  $2j+1$  различных значений проекции  $M_{jz}$  на любую выделенную ось  $Z$ , отличающихся значениями  $m_j$ . Например, при  $l = 1$

$$\begin{aligned} j_1 &= 1 + 1/2 = 3/2, & m_j &= 3/2, 1/2, -1/2, -3/2, \\ j_2 &= 1 - 1/2 = 1/2, & m_j &= 1/2, -1/2. \end{aligned}$$

Если же  $l = 0$ , то  $j = s = 1/2$  и весь момент импульса чисто спиновый.

Понятие углового момента применимо и в случае системы частиц. Можно доказать, что модуль **суммарного орбитального момента** системы частиц (электронов) определяется выражением

$$M_L = \hbar \sqrt{L(L+1)}, \quad (27.27)$$

где  $L$  – **орбитальное квантовое число результирующего орбитального момента**. Рассмотрим простейший случай системы, состоящей из двух невзаимодействующих частиц 1 и 2 с орбитальными моментами  $l_1$  и  $l_2$  соответственно. Тогда квантовое число  $L$  – целое, положительное – может иметь значения

$$L = (l_1 + l_2), (l_1 + l_2 - 1), \dots, |l_1 - l_2|. \quad (27.28)$$

Отсюда следует, что  $L$  (а значит, и результирующий момент) может иметь  $2l_1 + 1$  или  $2l_2 + 1$  различных значений (нужно взять меньшее из значений  $l_1$  и  $l_2$ ). Это легко проверить. Например, для  $l_1 = 2$  и  $l_2 = 3$  получаем  $2l_1 + 1 = 5$  разных значений  $L$ : 5, 4, 3, 2, 1.

Если система состоит не из двух, а из многих частиц, то квантовое число  $L$ , определяющее результирующий орбитальный момент, находится путем последовательного применения правила (27.28). При этом максимальное значение  $L$  будет равно сумме чисел  $l$  отдельных частиц.

**Проекция результирующего орбитального момента** системы электронов на некоторое направление  $Z$  определяется так:

$$M_{Lz} = \hbar m_L, \quad m_L = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L. \quad (27.29)$$

Гироманнитное отношение  $g_l = m_l / M_l$  (27.17а) выполняется как для отдельного электрона, так и для совокупности электронов. При сложении орбитальных магнитных моментов отдельных  $n$  электронов справедливо соотношение, аналогичное (27.17):

$$\mathbf{m}_L = \sum_{i=1}^n \mathbf{m}_i = -\frac{e}{2m_e} \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_{li} = g_l \mathbf{M}_L. \quad (27.30)$$

Если рассматривать атом, то  $n = Z$ , т. е. числу электронов в атоме, равному порядковому номеру элемента в системе Менделеева (см. тему 28). Тогда получа-

ем, что формула (27.30) – это выражение для **орбитального магнитного момента атома**  $\dot{m}_L$ , определяемого как векторная сумма орбитальных магнитных моментов всех электронов атома. В это случае в формуле (27.30)  $\dot{M}_L$  – **орбитальный момент атома**. Следовательно, модуль орбитального магнитного момента атома  $m_L$  и его проекция на направление  $Z$  определяются согласно формулам (27.27) и (27.29) соответственно так:

$$m_L = m_B \sqrt{L(L+1)}, \quad m_{Lz} = -m_B m_L. \quad (27.31)$$

Отметим, что в первом приближении при выполнении расчетов магнитными моментами атомных ядер можно пренебречь по сравнению с магнитными моментами электронных оболочек атомов.

Подобным же образом, как и результирующий орбитальный момент многоэлектронной системы, определяется модуль **суммарного спинового момента** системы:

$$M_S = \hbar \sqrt{S(S+1)}, \quad (27.32)$$

где **квантовое число  $S$  результирующего спинового момента** может быть целым или полуцелым – в зависимости от числа частиц – четного или нечетного. Когда число  $N$  электронов четное, то  $S = Ns, Ns - 1, \dots, 0$ , где  $s = 1/2$ , т. е. в этом случае  $S$  – целые числа. Например, при  $N = 4$  число  $S$  может быть равно 2, 1, 0.

Если же число  $N$  электронов нечетное, то  $S$  принимает все полуцелые значения от  $Ns$  до  $s$ , где  $s = 1/2$ . Например, при  $N = 5$  возможные значения  $S$  равны  $5/2, 3/2$  и  $1/2$ .

**Типы связи.** В многоэлектронных атомах каждый электрон можно характеризовать орбитальным и спиновым моментами. *Полный механический момент атома* определяется тем, как орбитальные  $M_l$  и спиновые  $M_s$  моменты взаимодействуют друг с другом.

Возможны следующие основные **типы связи** моментов в атоме:

1. **Нормальная связь** (связь Рёссель–Саундерса), или  $LS$ -связь – наиболее распространенная. Такой вид связи, как правило, присущ легким и не слишком тяжелым атомам.

Эта связь заключается в том, что орбитальные моменты электронов  $M_l$  взаимодействуют между собой сильнее, чем со спиновыми моментами  $M_s$ , которые в свою очередь сильнее связаны друг с другом, чем с  $M_l$ .

Поэтому все орбитальные моменты  $M_l$  отдельных электронов складываются в результирующий орбитальный момент  $M_L$ . Спиновые моменты  $M_s$  всех электронов многоэлектронного атома складываются в результирующий спиновый момент  $M_S$ . Именно взаимодействие  $M_L$  и  $M_S$  определяет суммарный момент  $M_J$  атома:

$$M_J = \hbar \sqrt{J(J+1)}, \quad (27.33)$$

где **квантовое число  $J$  полного момента** может иметь одно из значений:

$$J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|.$$

Значит,  $J$  будет целым, если  $S$  – целое (т. е. при четном числе электронов) или полуцелым, если  $S$  – полуцелое (т. е. при нечетном числе электронов).

2.  **$j$ - $j$ -связь** – связь, которая наблюдается у некоторых тяжелых атомов. В этом случае *спин-орбитальное* взаимодействие у каждого электрона оказывается основным: каждая пара  $M_l$  и  $M_s$  взаимодействует между собой сильнее, чем с другими  $M_l$  и  $M_s$ . Тогда образуются результирующие моменты  $M_j$  для каждого электрона в отдельности, которые затем уже объединяются в суммарный момент  $M_J$  атома:

$$\dot{M}_J = \sum \dot{M}_j. \quad (27.34)$$

## Литература

1. Иродов, И. Е. Квантовая физика. Основные законы / И. Е. Иродов. – М. : Лаборатория Базовых знаний, 2002.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц / И. В. Савельев. – М. : Астрель, АСТ, 2003.
3. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Академия, 2003.
4. Джанколи, Д. Физика: в 2 т. Т. 2 / Д. Джанколи. – М. : Мир, 1989.
5. Физическая энциклопедия: в 5 т. Т. 1 – 5 / гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Сов. энциклопедия, 1988–1998.
6. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: в 5 т. Т. 5. Атомная и ядерная физика / Д. В. Сивухин. – М. : Физматлит, МФТИ, 2002.
7. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1999.
8. Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М. : Физматлит, 1963.
9. Ландсберг, Г. С. Оптика / Г. С. Ландсберг. – М. : Физматлит, 2003.
10. Ландау, Л. Д. Квантовая механика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1989.
11. Борисов, А. В. Основы квантовой механики. Лекции [Электрон. ресурс] / А. В. Борисов. – М. : Физ. фак. МГУ, 1998. – Режим доступа: <http://phys.web.ru> . – Дата доступа: 02.05.2004.
12. Балашов, В. В. Курс квантовой механики / В. В. Балашов, В. К. Долинов. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
13. Борн, М. Атомная физика / М. Борн. – М. : Мир, 1970.
14. Шепелевич, В. Г. Фазовый анализ быстрозатвердевших сплавов системы Al-Ge / В. Г. Шепелевич, И. И. Ташлыкова-Бушкевич, Л. А. Васильева // Физика и химия обработки материалов. – 1999. – № 3. – С. 69–74.
15. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Анализ распределения цинка в приповерхностном слое быстрозатвердевших фольг сплавов Al-Zn / И. И. Ташлыкова-Бушкевич, Е. С. Гутько, В. Г. Шепелевич // Перспективные материалы. – 2005. – № 1. – С. 59–65.
16. Gleiter, H. Nanostructured materials: basic concepts and microstructure / H. Gleiter // Acta. Mater. – 2000. – V. 48. – P. 1–29.
17. Ташлыкова-Бушкевич, И. Особенности микроструктуры фольг сплава Al-Fe / И. Ташлыкова-Бушкевич, Ч. Козак // Przegląd Elektrotechniczny. – 2008. – R. 84. – № 3. – P. 93–95.

## РАЗДЕЛ 6. СТРОЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

### Тема 28. Физика атома

#### 28.1. Представление о модели атома Резерфорда

Представление об атомах как о неделимых мельчайших частицах вещества возникло в античные времена. Известно, что планетарная (ядерная) модель атома была предложена и обоснована английским физиком Э. Резерфордом (1911–1912).

В экспериментах Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц (ионов гелия) из радиоактивных источников тонкими металлическими пластинками (фольгами) почти все частицы проходили через пленку без рассеяния или отклонялись на очень малые углы порядка  $1 - 3^\circ$ , рис. 28.1, а. И только некоторые из них (в среднем одна из 10000 – 20000) отклонялись на большие углы ( $> 90^\circ$ ). Поскольку  $\alpha$ -частица в 7300 раз тяжелее электрона, то причиной такого рассеяния не может быть ее рассеяние на электронах. Таким образом, Резерфорд предположил, что  $\alpha$ -частицы взаимодействуют с ядрами, причем это взаимодействие является кулоновским.

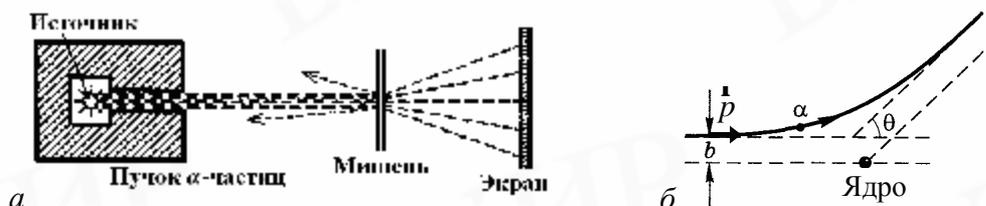


Рис. 28.1. Эксперименты Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц ( $E_0=5,0$  МэВ):  
а – схема эксперимента; б – траектория  $\alpha$ -частицы, пролетающей вблизи ядра

Согласно модели Резерфорда практически вся масса атома и весь его положительный заряд  $Q = Ze$  сосредоточены в ядре атома – малой по сравнению с объемом всего атома области с линейными размерами  $10^{-15} - 10^{-14}$  м. Вокруг ядра в области с линейными размерами  $\sim 10^{-10}$  м движется  $Z$  электронов, масса которых составляет лишь весьма малую долю массы ядра. Электроны вращаются вокруг ядра по стационарным орбитам, зависящим от энергии электронов.

Резерфорд разработал количественную теорию рассеяния  $\alpha$ -частиц и вывел формулу для распределения рассеянных  $\alpha$ -частиц в зависимости от угла рассеяния. Когда  $\alpha$ -частица пролетает вблизи ядра атома, ее траектория представляет собой гиперболу. Угол отклонения  $\alpha$ -частицы от начального направления движения – угол рассеяния  $\theta$  – равен углу между асимптотами гиперболы, рис. 28.1, б. На рис. 28.1, б отмечено плечо  $b$  импульса  $\vec{p}$   $\alpha$ -частицы – прицельный параметр. Относительное число частиц  $dN/N$ , рассеянных в интервале углов  $(q, q + dq)$  и имеющих прицельный параметр  $b$  в интервале  $(b, b + db)$ , равно произведению количества атомов  $n$ , приходящихся на единицу поверхности фольги, на площадь  $dS = 2p b db$  кольца радиусом  $b$  и шириной  $db$ :

$$\boxed{\frac{dN}{N} = n ds}, \quad (28.1)$$

где  $dN$  – поток  $\alpha$ -частиц, рассеиваемых в интервале углов  $(q, q + dq)$ ;  $N$  – полный поток падающих  $\alpha$ -частиц в пучке. Величину  $ds$  называют **дифференциальным сечением рассеяния**. Используя законы механики (законы сохранения энергии и момента импульса) и кулоновское выражение для силы отталкивания  $\alpha$ -частицы и ядра атома, Резерфорд получил соотношение, называемое **формулой Резерфорда**:

$$ds = k \left( \frac{q_1 Q}{4E_0} \right)^2 \frac{2p \sin q \, dq}{\sin^4(q/2)} = k \left( \frac{Z_1 Z e^2}{4E_0} \right)^2 \frac{2p \sin q \, dq}{\sin^4(q/2)}, \quad (28.2)$$

где  $q_1 = Z_1 e$  и  $Q = Ze$  – соответственно электрические заряды налетающей частицы и атомного ядра ( $e$  – элементарный электрический заряд);  $E_0$  – кинетическая энергия частицы вдали от ядра; в СИ  $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ , в СГС  $k = 1$ . Следовательно, дифференциальное сечение рассеяния зависит от ряда факторов, в частности, оно пропорционально квадратам атомных номеров  $Z_1^2$   $\alpha$ -частицы (анализирующего иона) и  $Z^2$  атома мишени, а также уменьшается с увеличением угла рассеяния  $\theta$  и энергии пучка анализирующих частиц  $E_0$ .

Данное открытие определило современные представления о строении атома и легло в основу метода Резерфордовского обратного рассеяния, который был разработан Пауэрсом и Бёгом. Ядерно-физический метод Резерфордовского обратного рассеяния является неразрушающим, он получил широкое применение на практике с середины 60-х г. XX века. Модель, используемая в методе, основывается на физических законах взаимодействия налетающей частицы-иона ( $^1H^+$ ,  $^2d^+$ ,  $^3He^+$ ,  $^4He^+$ ) с ядром мишени при *процессах упругих взаимодействий* (упругого рассеяния) двух тел. Глубина анализа при использовании быстрых протонов и ионов гелия (энергия  $E_0$  от нескольких сотен кэВ до 2–3 МэВ) составляет 1–10 мкм при разрешении не хуже 0,03–0,04 мкм. Применение моделирующих программ, например программы РАМП (RUMP), позволяет опре-

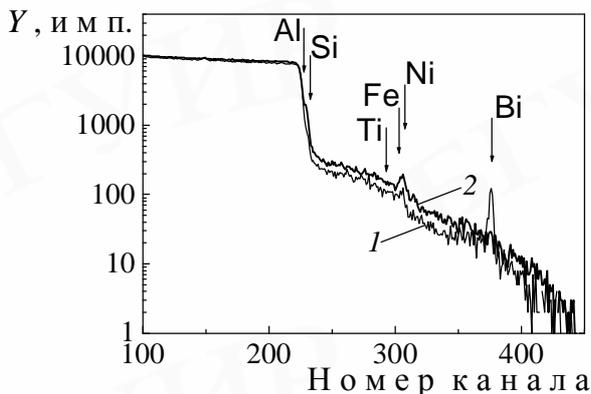


Рис. 28.2. Типичные спектры обратного рассеяния ионов гелия ( $E_0 = 2,0$  МэВ):

- 1 – фольга сплава Al-Si-Ti-Fe-Ni;
- 2 – фольга сплава Al-Si-Ti-Fe-Ni, отожженного при 500 °С [17]

делять малые концентрации элементов, начиная с 0,001 ат. %. Детектор регистрирует число (выход  $Y$  обратно рассеянных ионов) и энергию рассеянных частиц. Обычно по оси абсцисс спектра обратного рассеяния заданы номера каналов, которые могут быть переведены в шкалу энергий. Форма спектра зависит от элементного состава и структуры, а также от термической обработки образца рис. 28.2. Например, как следует из формы сигналов на спектрах рис. 28.2, элементы фольг сплава Al-Si-Ti-Fe-Ni, в том числе и примесь висмут, неравно-

мерно распределены по исследуемой глубине фольг. Эффективность метода обусловлена его широким использованием при определении послойного элементного состава модифицированных твердых тел (фольг, поверхностных слоев массивных образцов и т. д.), а также определении толщин слоев в многослойных образцах и процессов взаимодиффузии в этих слоях.

Отметим, что модель атома Резерфорда, изложенная выше, не может существовать в рамках классической физики. *Второй закон Ньютона* (3.3) для электрона массой  $m_e$ , движущегося со скоростью  $u$  по окружности радиусом  $r$  под действием кулоновской силы, записывается так:

$$k \frac{Ze \cdot e}{r^2} = \frac{m_e u^2}{r}. \quad (28.3)$$

При  $r \approx 10^{-10}$  м скорость движения электронов  $u \approx 10^6$  м/с, а ускорение  $u^2/r \approx 10^{22}$  м/с<sup>2</sup>. Согласно классической электродинамике, ускоренно движущиеся по орбитам электроны должны излучать электромагнитные волны и поэтому непрерывно терять энергию. В результате электрон будет приближаться к ядру и в конечном счете за короткое время (около  $10^{-8}$  с) упадет на ядро.

## 28.2. Постулаты Бора. Боровская модель атома

Атомными спектрами называются спектры, обусловленные излучением свободных или слабовзаимодействующих атомов. Их изучение послужило ключом к познанию внутренней структуры атомов. Тот факт, что атомные спектры являются *линейчатыми*, т. е. состоят из отдельных узких спектральных линий, не объясняется в рамках планетарной модели атома. Действительно, модель атома Резерфорда предсказывает существование именно непрерывного (сплошного) спектра, охватывающего широкий диапазон длин волн.

**Линейчатый спектр излучения атома водорода.** Экспериментальные исследования спектров излучения разреженных газов показали, что характерный линейчатый спектр каждого элемента представляет собой серии линий, положение которых может быть описано простыми эмпирическими формулами. Положение спектральных линий атома водорода в *видимой и близкой ультрафиолетовой областях* спектра (*серия Бальмера*) описывается формулой, полученной швейцарским учителем физики И. Бальмером (1885):

$$w = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots, \quad (28.4)$$

где  $w = 2\pi c/l$  – циклическая частота, соответствующая каждой спектральной линии;  $R$  – постоянная Ридберга:  $R \approx 2,07 \cdot 10^{16}$  с<sup>-1</sup>. Фундаментальная физическая постоянная  $R$  была введена Й. Р. Ридбергом в 1890 г. В атомной спектроскопии часто используют постоянную Ридберга, выраженную в м<sup>-1</sup>. Отметим, что линии серии Бальмера, получающиеся при  $n = 3, 4, 5, \dots$ , обозначаются соответственно  $H_a, H_b, H_g \dots$ .

Все известные серии могут быть описаны **обобщенной формулой Бальмера**:

$$w = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots, \quad (28.5)$$

где  $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  определяет серию;  $n$  определяет отдельные линии этой серии;  $R/m^2$  и  $R/n^2$  называют **спектральными термами (термами)**.

В **ультрафиолетовой области** спектра атома водорода была обнаружена **серия Лаймана** ( $m = 1$ ), в **инфракрасной области** – **серия Пашена** ( $m = 3$ ), **серия Брэкета** ( $m = 4$ ), **серия Пфунда** ( $m = 5$ ), **серия Хэмфри** ( $m = 6$ ) и т. д.

С увеличением  $n$  линии серии сближаются и частота линий в каждой серии стремится к предельному значению  $R/m^2$ , которое называют **границей серии**. За границей серии спектр не обрывается, а становится сплошным. Это присуще не только всем сериям водорода, но и атомам других элементов.

**Постулаты Бора.** Для объяснения закономерностей линейчатых спектров, в частности их дискретности, Н. Бор (1913) использовал планетарную модель атома Резерфорда и квантовую гипотезу Планка.

**Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний):**

существуют определенные дискретные стационарные состояния атома, находясь в которых, он не излучает энергию. Каждое стационарное состояние характеризуется определенным значением энергии. Из одного состояния в другое атом может переходить путем квантового перехода.

**Правило квантования орбит Бора** утверждает, что в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по орбите, должен иметь квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие для круговых орбит условию

$$m_e u_n r_n = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (28.6)$$

где  $m_e$  – масса электрона;  $u_n$  – его скорость на  $n$ -й орбите радиусом  $r_n$ .

**Второй постулат Бора (правило частот):**

излучение происходит только при переходе атома из одного стационарного состояния с большей энергией  $E_n$  в другое стационарное состояние с меньшей энергией  $E_m$ . Такой переход сопровождается испусканием электромагнитного излучения с энергией

$$\hbar \omega = E_n - E_m, \quad (28.7)$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний, рис. 28.3, а. Возможен и обратный процесс, в котором атом переходит из одного стационарного состояния в другое, более высокое. При этом атом поглощает фотон с энергией, равной разности энергий этих стационарных состояний. Набор всевозможных дискретных частот квантовых переходов  $\omega$ , определяемых из правила (28.7), описывает **линейчатый спектр атома**.

Подтверждение боровская теория дискретных атомных уровней энергии получила в 1913 г. Дж. Франк и Г. Герц (Нобелевская премия, 1925) поставили эксперимент по измерению потенциалов ионизации атомов ртути, используя электродную лампу с четырьмя электродами, заполненную парами ртути,

рис. 28.3, б. Исследовалась зависимость анодного тока  $I$  от ускоряющего напряжения  $U$ . На анод попадали только те электроны, энергия которых после соударения с атомами паров ртути в области  $C_1 - C_2$  была достаточна для преодоления замедляющего напряжения ( $\approx 0,5$  В). Было получено, что величина тока резко падала при увеличении значения  $U$  через каждые 4,9 В, рис. 28.3, в. Франк и Герц установили, что спектр поглощаемой атомом ртути энергии не непрерывен, а дискретен. Минимальная порция энергии (квант энергии), который может поглотить атом ртути, равна 4,9 эВ. Обнаруженное ультрафиолетовое излучение с длиной волны  $\lambda = 253,7$  нм соответствует второму постулату Бора. Результаты этого опыта впервые доказали постулаты Бора.

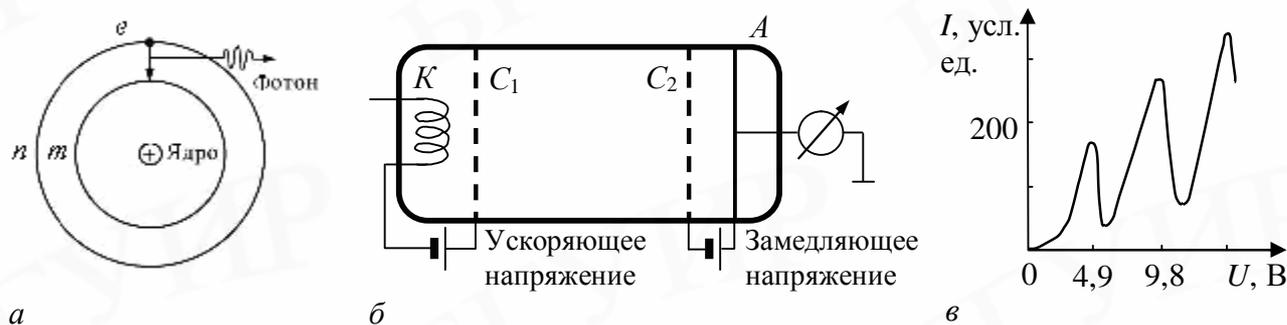


Рис. 28.3. К обсуждению постулатов Бора:

$a$  – схема, иллюстрирующая постулаты Бора;  $б$  – схема опыта Франка–Герца

( $K$  – катод,  $A$  – анод,  $C_1$  и  $C_2$  – сетки);

$в$  – зависимость анодного тока  $I$  от ускоряющего напряжения  $U$

**Боровская модель атома.** Значениям энергии, разрешенным первым постулатом Бора, соответствуют отдельные разрешенные орбиты электронов в планетарной модели атома, рис. 28.3, а. Полуклассическая модель, в которой электроны рассматриваются как классические точечные частицы, движущиеся вокруг атомного ядра по отдельным разрешенным боровским орбитам, называется **боровской моделью атома**.

С помощью правила квантования (28.6) для атома водорода, а также водородоподобных систем (однократно ионизированного иона гелия  ${}_2\text{He}^+$ , двукратно ионизированного атома лития  ${}_3\text{Li}^{++}$  и т. д.) можно получить выражение для радиуса  $n$ -й стационарной орбиты, по которой движется электрон – классическая точечная частица – под действием кулоновской силы притяжения вокруг ядра:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{k m_e e^2} \frac{n^2}{Z} = r_1 n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (28.8)$$

где  $Z$  – количество протонов в ядре;  $m_e$  – масса электрона;  $r_1$  – радиус первой боровской орбиты (**боровский радиус**) (для атома водорода  $Z = 1$  и  $r_1 \gg 0,53 \times 10^{-10}$  м):

$$r_1 = \hbar^2 / (k m_e e^2 Z). \quad (28.9)$$

Энергия  $E_n$  стационарных состояний электрона в атоме водорода и водородоподобной системе на  $n$ -й стационарной орбите ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) определяется как полная энергия электрона в кулоновском поле ядра:

$$E_n = \frac{m_e u_n^2}{2} - \frac{Ze^2 k}{r_n} = -k^2 \frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{|E_1|}{n^2}, \quad (28.10)$$

где целое число  $n$  – **главное квантовое число**;  $E_1$  – энергия **основного** состояния атома ( $n = 1$ ). Знак минус в формуле (28.10) означает, что электрон находится в связанном состоянии. Отметим, что в физике микромира для измерения энергии используется внесистемная единица энергии – электронвольт (эВ):

1 эВ – это энергия, которую приобретает электрон при прохождении разности потенциалов в 1 В.



Рис. 28.4. Схема энергетических уровней для атома водорода

Энергетический уровень с  $n = 1$  называется **основным** (нормальным) **уровнем**. Уровни с  $n > 1$  и соответствующие им состояния называются **возбужденными**. При  $n \rightarrow \infty$  уровни энергии сгущаются к предельному значению  $E_\infty = 0$ . Для атома водорода схема энергетических уровней, соответствующих формуле (28.10), показана на рис. 28.4. Основному состоянию атома соответствует наименьшая энергия  $E_1 \approx -13,61$  эВ. Эта энергия (по модулю) является энергией связи электрона в основном состоянии:  $E_{св} = |E_1|$ . Также ее называют **энергией ионизации**  $E_{ион}$ . Данная величина связана с **потенциалом ионизации**:  $E_{ион} = e j_{ион}$ .

Полуклассическая теория Бора, справедливая для одноэлектронного атома, сыграла огромную роль в создании атомной физики, в развитии атомной и молекулярной спектроскопии. Теория атома водорода Н. Бора, в основе которой лежит постулат квантования (28.6), в 1922 г. была удостоена Нобелевской премии по физике. Отметим, однако, что на основе боровской модели атома затруднительно объяснить свойства сложных атомов и простейших молекул, например атома гелия и молекулы водорода. Эти трудности были разрешены позднее при создании последовательной квантовой теории.

### 28.3. Квантово-механическая модель атома водорода (результаты решения уравнения Шрёдингера). Квантовые числа атома водорода

Квантовая механика без привлечения постулатов Бора позволяет получать решение задачи об энергетических уровнях как для атома водорода и водородоподобной системы, так и для более сложных атомов. Будем рассматривать водородоподобный атом, содержащий единственный внешний электрон. Электрическое поле, создаваемое ядром, является примером центрального по-

ля. Поскольку масса ядра водородоподобного атома во много раз больше массы электрона (различие для атома водорода составляет почти 2000 раз), то приближенно можно считать, что она бесконечно велика и что ядро все время находится в начале координат (ядро неподвижно). Тогда задачу о водородоподобном атоме можно представить как задачу о движении электрона в фиксированном поле сил с потенциалом

$$U(r) = -k \frac{Ze^2}{r} = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где  $r$  – радиальная переменная – расстояние между электроном и ядром;  $Z$  – атомное число;  $e$  – абсолютное значение заряда электрона. Потенциал  $U(r)$  описывает кулоновское поле ядра. Движение электрона в таком поле можно рассматривать как движение в некоторой *сферической потенциальной яме*, форма которой изображена на рис. 28.5, а.

В этом случае стационарное уравнение Шрёдингера (26.15) имеет вид

$$\Delta y + \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U)y = 0, \quad (28.11)$$

где волновая функция  $y(x, y, z)$  описывает состояние электрона в атоме;  $E$  – значения полной энергии электрона в атоме, которые требуется найти при условии, что  $y$  удовлетворяет требованиям конечности, однозначности и непрерывности (см. *стандартные условия*). Отметим, что в этой задаче удобно использовать сферическую систему координат:  $r, q, j$ , центр которой совпадает с центром ядра атома, рис. 28.5, б. Поэтому применим соотношения, связывающие сферические и декартовы координаты:

$$x = r \sin q \cos j, \quad y = r \sin q \sin j, \quad z = r \cos q.$$

Уравнение Шрёдингера (28.11) в сферических координатах имеет вид

$$\left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial y}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin q} \frac{\partial}{\partial q} \left( \sin q \frac{\partial y}{\partial q} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 q} \frac{\partial^2 y}{\partial j^2} \right\} + \frac{2m_e}{\hbar^2} (E - U)y = 0, \quad (28.11a)$$

где волновая функция теперь является функцией сферических координат  $y = y(r, q, j)$ .

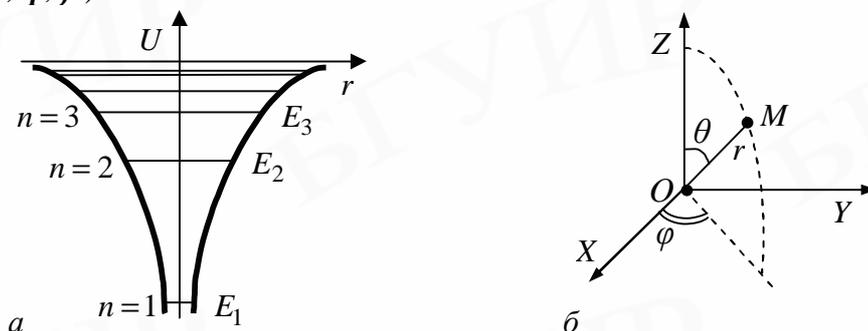


Рис. 28.5. Квантово-механическая модель атома водорода:  
а – схема энергетических уровней водородоподобного атома;  
б – положение точки в сферической системе координат

Можно показать, что уравнение (28.11a) имеет однозначные, конечные и

непрерывные решения при любых положительных значениях энергии, а также при дискретных отрицательных значениях энергии, равных

$$E_n = -k^2 \frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (28.12)$$

Формула (28.12) определяет возможные значения энергии водородоподобного атома. Случай  $E > 0$  соответствует электрону, оторванному от атома (свободный электрон). Случай  $E < 0$  соответствует связанным состояниям электрона (электрону в атоме). Выражение (28.12) совпадает с полученным в теории атома Бора выражением (28.10). Связанное состояние электрона в водородоподобном атоме с минимальной энергией  $E_1$  называется основным состоянием, все остальные состояния называются возбужденными, рис. 28.5, а. Граница ионизации – энергия  $E_\infty = 0$  (достигается при  $n = \infty$ ) – соответствует отрыву электрона от атома. Выше границы ионизации лежит непрерывный энергетический спектр.

Согласно квантовой механике, круговые (как и любые другие) орбиты электронов *теории Бора* теряют физический смысл. В рамках квантовой механики  $|\psi|^2$  задает плотность вероятности обнаружения электрона в некоторой точке пространства. Вероятность обнаружения электрона в разных местах атома различна. Поэтому электрон при своем движении как бы «размазан» в пространстве подобно «облаку» отрицательного заряда, плотность которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома.

Система энергетических уровней атома определяет *систему термов*. Согласно формулам (28.5) и (28.12) для атома водорода терм  $T_n$  определяется как величина

$$T_n = R/n^2 = |E_n|/\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (28.13)$$

где постоянная Ридберга  $R$  определяется как  $R = k^2 m_e e^4 / (2\hbar^3)$ . В отличие от энергии  $E_n$ , терм – величина положительная, и чем ниже уровень, тем больше его значение.

Собственные волновые функции уравнения (28.11а)  $\psi = \psi_{nlm_l}(r, \varphi, j)$  определяются квантовыми числами: главным  $n$ , орбитальным  $l$  и магнитным  $m_l$ .

**Квантовые числа атома водорода.** Стационарные состояния атома водорода без учета спина можно охарактеризовать набором трех квантовых чисел. Квантовое число  $n$  из теории Бора сохраняется и в квантовой механике и называется **главным квантовым числом**. Оно определяет *энергетические уровни* атома водорода

$$n = 1, 2, 3, \dots, \infty .$$

Для атома водорода в состоянии с заданным главным квантовым числом  $n$  **орбитальное квантовое число**  $l$  принимает значения

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1),$$

определяя модуль орбитального механического момента атома, т. е. момента импульса электрона относительно ядра:

$$M_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (28.14)$$

**Магнитное квантовое число**  $m_l$  при данном  $l$  принимает значения

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

и определяет проекцию орбитального механического момента на произвольно выбранное направление  $Z$ :

$$M_{lz} = m_l \hbar. \quad (28.15)$$

Таким образом, основное состояние атома водорода, соответствующее  $n = 1$ , характеризуется следующими квантовыми числами:  $l = 0$  и  $m = 0$ .

#### 28.4. Вырождение уровней. Кратность вырождения. Символы состояний. Схема уровней. Правила отбора. Спектральные серии атома водорода

Каждому уровню энергии стационарного состояния водородоподобного атома – собственному значению энергии  $E_n$  электрона при  $n > 1$  соответствует несколько собственных функций  $Y_{nlm_l}$ , отличающихся значениями квантовых чисел  $l$  и  $m_l$ . Это означает, что электрон может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях. Например, энергией  $E_2$  ( $n = 2$ ) обладают четыре состояния:  $Y_{200}$ ,  $Y_{210}$ ,  $Y_{211}$ ,  $Y_{21-1}$ . Заметим, что в атомах с двумя и более электронами энергия электрона в атоме зависит также и от орбитального квантового числа.

Состояния водородоподобного атома с одинаковым значением энергией называют **вырожденными**, а число различных состояний с определенным значением энергии – **кратностью вырождения** данного энергетического уровня.

Кратность вырождения  $n$ -го энергетического уровня водородоподобной системы можно определить, учитывая число возможных значений  $l$  и  $m_l$ . При заданном главном квантовом числе  $n$  каждому значению  $l$  соответствует  $2l + 1$  значений  $m_l$ . Поэтому полное число  $N$  различных квантовых состояний, с помощью которых может реализоваться состояние с данным  $n$ , равно

$$N = \sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2. \quad (28.16)$$

С учетом наличия спина у электрона это число необходимо удвоить. Следовательно, в действительности кратность вырождения  $N$  энергетического уровня в водородоподобном атоме равна  $2n^2$ .

Точное положение электрона в атоме в определенный момент времени нельзя установить из-за соотношения неопределенностей. Поэтому состояние электрона в атоме можно охарактеризовать распределением в пространстве его электрического заряда с некоторой плотностью – распределением электронной плотности  $e|y|^2$ . При этом размеры электронного облака  $\sim n^2$ .

Квантовые числа  $n$  и  $l$  характеризуют форму и размер электронного облака, а квантовое число  $m_l$  характеризует форму и ориентацию электронного облака в пространстве. Различные *состояния электрона* в атоме принято обо-

значать малыми буквами латинского алфавита в зависимости от значения орбитального квантового числа  $l$ , табл. 28.1. Электрон в этих состояниях называется соответственно  $s$ -,  $p$ -электроном и т. д. Значение главного квантового числа  $n$  указывают перед символом состояния с данным  $l$ : электрон в квантовом состоянии с  $n=1$  и  $l=0$  обозначают символом  $1s$ , при  $n=2$  и  $l=0$  –  $2s$ , при  $n=2$  и  $l=1$  –  $2p$  и т. д.

Таблица 28.1  
Обозначение состояний электрона в атоме

Квантовое число $l$	0	1	2	3	4	5
Символ состояния	$s$	$p$	$d$	$f$	$g$	$h$

Рассмотрим, например,  $s$ -состояние электрона в атоме водорода в основном состоянии ( $n=1$ ):  $\psi = \psi(r)$  и не зависит от угловых переменных  $\theta$  и  $\varphi$ , т. е. распределение «плотности» электронного облака является сферически-симметричным. Поскольку при этом  $l=0$ , то из формул (27.20) и (28.14) следует, что, во-первых, электрон обладает нулевым магнитным моментом  $m_l$  (см. подтему 28.5). Во-вторых, орбитальный механический момент  $M_l$  электрона в отличие от теории Бора равен нулю. С классической точки зрения это невозможно, так как соответствует электрону, который не движется или совершает колебания по прямой линии, проходящей через ядро. Распределение электронного облака в других состояниях ( $p$ ,  $d$ , ...) не сферически-симметрично и в сильной степени зависит от угла  $\theta$ . На рис. 28.6 показаны графические изображения (полярные диаграммы) плотностей вероятности для  $s$ -,  $p$ -,  $d$ - и  $f$ -электронов.

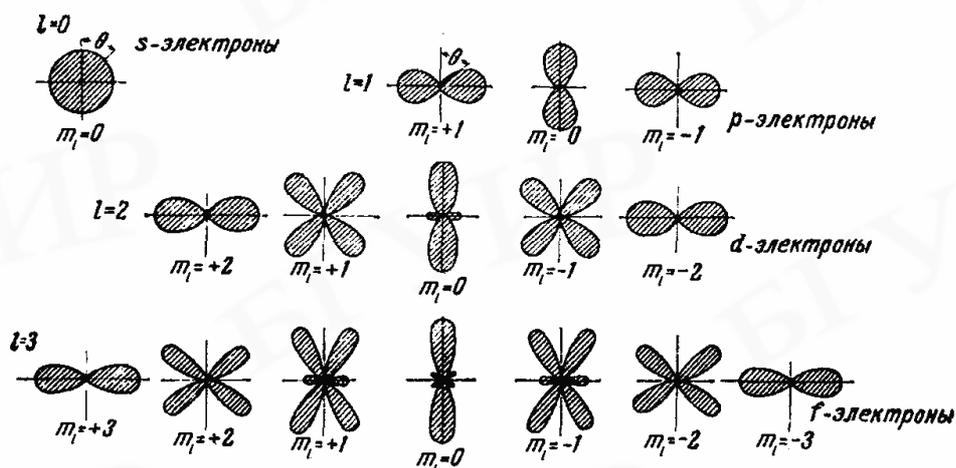


Рис. 28.6. Полярные диаграммы плотностей вероятности для  $s$ -,  $p$ -,  $d$ - и  $f$ -электронов в одноэлектронном атоме (масштаб качественный)

**Правила отбора. Схема уровней.** Правила отбора устанавливают допустимые переходы между уровнями энергии квантовой системы (атома, молекулы) при наложении на нее внешних возбуждений. Ранее обсуждалось, что излу-

чение и поглощение света одноэлектронным атомом происходит в результате перехода электрона с одного уровня на другой. Поэтому при возбуждении атомов водорода наблюдается линейчатый спектр, описываемый вторым постулатом Бора (28.7). Однако спектр испускания (поглощения) водорода более полно описывается в рамках квантовой механики, когда состояние атома характеризуется с помощью квантовых чисел. Именно правила отбора определяют их возможные изменения при квантовых переходах.



Рис. 28.7. Схема энергетических уровней водородоподобного атома

В оптических спектрах выполняются следующие **правила отбора**, согласно которым излучательные переходы между уровнями энергии атома возможны только в том случае, если:

1. Изменение  $\Delta l$  орбитального квантового числа  $l$  удовлетворяет условию

$$\Delta l = \pm 1. \quad (28.17)$$

2. Изменение  $\Delta m_l$  магнитного квантового числа  $m_l$  удовлетворяет условию

$$\Delta m_l = 0, \pm 1. \quad (28.18)$$

Это условие следует учитывать при наличии внешнего магнитного поля.

3. Изменение  $\Delta j$  квантового числа полного момента  $j$  ( $j = l + s$ , где  $s$  – спиновое квантовое число) удовлетворяет условию

$$\Delta j = 0, \pm 1. \quad (28.19)$$

Подчеркнем, что *главное квантовое число*  $n$  может изменяться на любое целое число. Вероятность квантовых переходов, запрещенных правилами отбора, практически равна нулю. Например, для атома водорода согласно правилу (28.17) разрешенными являются переходы электрона лишь между  $s$ - и  $p$ -состояниями, между  $p$ - и  $d$ -состояниями и т. д., рис. 28.7.

**Спектральные серии атома водорода.** Группы спектральных линий в атомных спектрах, частоты которых подчиняются определенным закономерностям, называются *спектральными сериями*. Наиболее четко они проявляются в спектрах атомов и ионов с одним и двумя электронами во внешней оболочке. Согласно правилу отбора (28.17) в спектре атома водорода наблюдаются следующие серии, рис. 28.7:

– серия Лаймана – переходы с  $p$ -уровней на один и тот же уровень  $1s$ , т. е.  $np \rightarrow 1s$ ,  $\omega = 1s - np$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );

– серия Бальмера – переходы  $np \rightarrow 2s$ ,  $ns \rightarrow 2p$ ,  $nd \rightarrow 2p$ ,  $\omega = 2p - ns$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ) и т. д.,

где  $\omega$  – частота испускаемой линии. Отметим, что спектральная линия серии Лаймана, соответствующая переходу  $2p \rightarrow 1s$ , является наиболее интенсивной.

Серия Лаймана, как и серия Бальмера, обособлена, остальные спектральные серии атома водорода частично перекрываются.

Теория Бора не смогла объяснить *тонкую структуру* спектральных линий водорода и щелочных металлов (литий Li и т. д.) – расщепление спектральных линий на две или более близкие линии. Спектральные линии, состоящие из нескольких компонент, называют *мультиплетами*. Число компонент в мультиплете различных атомов может быть равно двум (дублеты), трем (триплеты), четырем (квартеты) и т. д. Спектральные линии могут быть и одиночными (синглеты). В действительности тонкая структура спектральных линий вызвана расщеплением самих энергетических уровней (термов) и обусловлена *спин-орбитальным взаимодействием* – взаимодействием орбитального  $m_l$  и спинового  $m_s$  магнитных моментов. При объяснении тонкой структуры спектров необходимо учитывать, что между термами возможны только те переходы, которые подчиняются правилам отбора (28.17) и (28.19).

### 28.5. Магнитный момент атома. Атом в магнитном поле. Эффект Зеемана

С механическими моментами (орбитальным и спиновым) электрона связаны магнитные моменты. Орбитальный магнитный момент  $m_l$  и орбитальный механический момент  $M_l$  ориентированы перпендикулярно плоскости орбиты электрона в атоме, рис. 27.2, и направлены в противоположные стороны так, что

$$\frac{m_{lz}}{M_{lz}} = g_l = -\frac{e}{2m_e},$$

где  $g_l$  – гиромагнитное отношение орбитальных моментов (см. выражение (27.17a));  $m_e$  и  $e$  – соответственно масса и абсолютная величина заряда электрона. Согласно формулам (27.20) и (27.21) модуль орбитального магнитного момента и его возможные значения проекции на направление  $Z$  для движущегося по орбите электрона определяются как

$$m_l = m_B \sqrt{l(l+1)}, \quad m_{lz} = -m_B m_l, \quad (28.20)$$

здесь  $m_B$  – магнетон Бора – естественная единица магнитного момента электрона (см. подтему 27.3),  $l = 0, 1, 2, \dots$  – орбитальное квантовое число электрона,  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$  – магнитное квантовое число электрона.

Спину электрона  $\dot{M}_s$  соответствует *спиновый (собственный) магнитный момент*  $\dot{m}_s$ , пропорциональный  $-e/m_e$  и направленный в противоположную сторону относительно спина:

$$\frac{m_{sz}}{M_{sz}} = g_s = -\frac{e}{m_e}. \quad (28.21)$$

Величина  $g_s$  называется *гиромагнитным отношением спиновых моментов*.

Модуль спина электрона определяется как  $M_s = \sqrt{3}\hbar/2$ , поскольку кван-

товое число  $s = 1/2$  (см. подтему 27.3). Следовательно, **модуль спинового магнитного момента** электрона можно определить как

$$\boxed{m_s = m_B \sqrt{3}}. \quad (28.22)$$

**Проекция спинового магнитного момента** электрона принимает только одно из следующих двух значений:

$$\boxed{m_{sz} = -2m_s m_B = \pm m_B}, \quad (28.23)$$

где знак минус получается, если магнитное спиновое квантовое число  $m_s = +1/2$ , а плюс – если  $m_s = -1/2$ . Таким образом, спин  $M_s$  и собственный магнитный момент электрона  $m_s$  могут иметь только две проекции на любую выделенную ось.

В случае многоэлектронной системы, если рассматривать атом, **модуль спинового магнитного момента атома** определяется с учетом (27.32) так:

$$\boxed{m_s = \frac{e}{m_e} M_s = 2m_B \sqrt{S(S+1)}}. \quad (28.24)$$

Магнитный момент  $\dot{m}_j$  электрона равен сумме орбитального и спинового магнитных моментов  $\dot{m}_j = \dot{m}_l + \dot{m}_s$ . Можно доказать, что модуль **полного магнитного момента** электрона, поскольку модуль полного момента  $M_j$  электрона определяется как  $M_j = \hbar \sqrt{j(j+1)}$  (см. формулу (27.25),  $j$  – квантовое число полного момента импульса), вычисляется следующим образом:

$$\boxed{m_j = m_B g \sqrt{j(j+1)}}, \quad (28.25)$$

где  $g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$  – множитель Ланде́. Если бы, например, спин электрона был бы  $s = 0$ , то тогда  $j = l$  и  $g = 1$ , т. е. выражение (28.25) переходило бы в формулу (28.20):  $m_l = m_B \sqrt{l(l+1)}$ .

Формула квантования (28.25) для отдельного электрона аналогична формуле квантования магнитного момента  $\dot{m}_J$  атома, орбитальный  $\dot{m}_L$  и спиновый  $\dot{m}_S$  магнитные моменты которого определяются соответственно по формулам (27.31) и (28.24). **Модуль магнитного момента атома** находится как

$$\boxed{m_J = m_B g \sqrt{J(J+1)}}, \quad (28.26)$$

где  $g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$  – множитель Ланде́. Множитель Ланде́ был введен в 1921 г. и, как видно из вышеприведенной формулы (случай нормальной связи), для заданного уровня энергии атома зависит от характеризующих уровень квантовых чисел  $L$ ,  $S$  и  $J$ .

Если суммарный спиновый момент  $M_S$  атома равен нулю ( $S = 0$ ), то полный момент  $M_J$  совпадает с орбитальным  $M_L$  ( $J = L$ ) и  $g = 1$ . В случае, когда суммарный орбитальный момент атома равен нулю ( $L = 0$ ), полный момент совпадает со спиновым ( $J = S$ ) и  $g = 2$ . В общем случае множитель Ланде мо-

жет иметь значения как между 1 и 2, так и меньше 1 (в том числе отрицательные) и больше 2. Например,  $g$  может быть равен нулю (при этом магнитный момент атома равен нулю, хотя механический момент отличен от нуля).

**Проекция  $m_{Jz}$  магнитного момента атома на ось  $Z$  определяется как**

$$\boxed{m_{Jz} = -m_B g m_J}, \quad (28.27)$$

где  $m_J$  – магнитное квантовое число:  $m_J = -J, -J + 1, \dots, J - 1, J$ . Данное квантовое число принимает  $2J + 1$  значение.

В нерелятивистском приближении уровни энергии атома вырождены согласно возможным направлениям векторов  $\dot{M}_L$  и  $\dot{M}_S$  в пространстве. Кратности вырождения по этим направлениям равны соответственно  $2L + 1$  и  $2S + 1$ . Поэтому для уровня энергии с заданными  $L$  и  $S$  кратность вырождения будет равна произведению  $(2L + 1)(2S + 1)$ .

Однако нерелятивистское приближение не описывает все изменения в структуре энергетических уровней атома, связанные с релятивистскими поправками к энергии электрона и со спином электрона. При учете релятивистских взаимодействий энергия атома оказывается зависящей не только от величин векторов  $\dot{M}_L$  и  $\dot{M}_S$ , но и от их взаимного расположения. Поэтому уровни энергии атома должны характеризоваться значениями полного момента  $\dot{M}_J$ .

В результате релятивистских эффектов уровень энергии с данными значениями  $L$  и  $S$  расщепляется на ряд уровней с различными значениями  $J$ . Это расщепление уровней энергии (термов) атома называется **тонкой структурой** (или мультиплетным расщеплением). Например, тонкую структуру оптического спектра атома водорода – расщепление спектральных линий атома водорода в дублеты из двух близко расположенных линий – экспериментально можно наблюдать, используя спектрометры (дифракционные решетки) с большой разрешающей способностью. Величина тонкого расщепления нижних уровней у самых легких атомов, таких как водород и гелий, порядка  $10^{-5}$  эВ. С ростом атомного номера (заряда ядра) наблюдается увеличение величины расщепления уровней энергии.

Таким образом, терм, или энергетический уровень, атома характеризуется значениями квантовых чисел орбитального, спинового и полного угловых моментов  $L$ ,  $S$  и  $J$ . В случае нормальной связи термы обозначают символами

$${}^{\nu}L_J, \quad (28.28)$$

где  $\nu = 2S + 1$ ; под  $L$  подразумевается одна из прописных букв  $S, P, D, F$  и т. д. в зависимости от значения числа  $L$  (см. подтему 28.4):  $S$ -состоянием называется состояние с  $L = 0$ ,  $P$ -состоянием – состояние с  $L = 1$ ,  $D$ -состоянием – состояние с  $L = 2$ ,  $F$ -состоянием – состояние с  $L = 3$  и т. д.

**Мультиплетностью** терма называется число  $\nu$  возможных ориентаций в пространстве полного спина атомной системы. Следовательно, мультиплетность определяет расщепление уровня энергии на компоненты. Если  $S \leq L$ , то  $\nu$  равно количеству возможных ориентаций в пространстве полного момента

атомной системы. Когда  $S > L$ , число возможных ориентаций в пространстве полного момента равно  $2L + 1$ , однако и в этом случае  $\nu$  называется мультиплетностью.

Например, символ  $^1S_0$  (не путать символ состояния  $S$  с обозначением спинового квантового числа) обозначает состояние, характеризуемое числами  $L = 0$ ,  $S = 0$  (если это система с двумя электронами, то, следовательно, спины электронов противоположны) и  $J = 0$ , так как квантовое число  $J$  может иметь одно из следующих значений:

$$J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|.$$

Символ  $^2P_{3/2}$  обозначает состояние с  $L = 1$ ,  $S = 1/2$  и  $J = 3/2$ .

Отметим, что атомное ядро, как и электроны атома, обладает магнитным моментом, который взаимодействует с магнитным полем окружающих ядро электронов. Поэтому наряду с тонкой структурой в оптических спектрах атомов также наблюдается и *сверхтонкая структура* уровней энергии с дополнительным «сверхмалым» расщеплением спектральных линий на несколько подуровней. Характерный энергетический масштаб сверхтонкой структуры на три порядка меньше масштаба тонкой структуры. В 1928 г. В. Паули предложил объяснить сверхтонкое расщепление взаимодействием электронов атома с атомным ядром. В случае атома водорода, например, сверхтонкая структура объясняется взаимодействием полного электронного момента атома со спиновым моментом атомного ядра, т. е. взаимодействием моментов электрона и протона.

Поскольку атом является системой электрически заряженных частиц, то на него оказывают воздействие внешние электрические и магнитные поля. Экспериментально обнаруженное расщепление уровней энергии атомов во внешнем электрическом поле называется *эффектом Штарка* (1913).

**Эффект Зеемана.** Дополнительная энергия, которую свободный атом приобретает в магнитном поле, зависит от абсолютной величины и знака квантового числа  $m_J$ , определяющего проекцию магнитного момента атома на некоторое направление. В 1896 г. при изучении спектров испускания натрия голландский физик П. Зееман экспериментально обнаружил расщепление спектральных линий и уровней энергии атомов (молекул) в магнитном поле – **эффект Зеемана**. Магнитное поле в результате расщепления уровней снимает вырождение по  $m_J$ . Между уровнями будут происходить переходы с испусканием фотонов согласно следующему правилу отбора для квантового числа  $m_J$ :

$$\Delta m_J = 0, \pm 1. \quad (28.29)$$

Таким образом, в спектре атома наблюдается расщепление спектральных линий, когда уровень с данным  $J$  в магнитном поле расщепляется на  $2J + 1$  подуровней. Расщепление линий спектра атома на три близко расположенные линии во внешнем магнитном поле называется *нормальным (простым) эффектом Зеемана*. При этом центральная линия триплета, соответствующая переходам с  $\Delta m_J = 0$ , является плоскополяризованным электромагнитным излучением, а боковые линии с  $\Delta m_J = \pm 1$  – циркулярно-поляризованным излучением. Нор-

мальный эффект Зеемана наблюдается в случае, когда в отсутствие магнитного поля спектральные линии не имеют тонкой структуры.

В случае *сложного (аномального) эффекта Зеемана*, вызванного зависимостью фактора Ланде от квантовых чисел  $L$ ,  $S$  и  $J$ , каждая спектральная линия расщепляется в магнитном поле на группу равноотстоящих линий. Число линий сложного зееманского расщепления может достигать нескольких десятков. Величина расщепления при этом мала в сравнении с тонким расщеплением. Когда напряженность внешнего магнитного поля увеличивается, сложный эффект Зеемана приближается по своему виду к простому.

В сильном внешнем магнитном поле картина расщепления энергетических уровней изменяется, а вместе с тем изменяется и спектр. *Эффект Паули–Бака* (1912) состоит в том, что в сильных магнитных полях сложное зеемановское расщепление спектральных линий переходит в простое: наблюдается расщепление линий на три компоненты. Отметим, что сильными считаются магнитные поля напряженностью  $H$ , вызывающие расщепление уровней энергии, превышающее расщепление тонкой структуры.

Эффект Зеемана находит применение в спектроскопии, а также в устройствах квантовой электроники, в частности для измерения напряженностей слабых магнитных полей в лабораторных условиях и в космосе.

В заключение отметим, что воздействия магнитных полей на атомы, находящиеся в связанном состоянии, в сравнении с воздействиями электрических полей играют меньшую роль. В этом случае на атом существенное влияние оказывают неоднородные поля окружающих частиц.

## 28.6. Распределение электронов по энергетическим уровням в атоме. Принцип Паули. Оболочка и подоболочка

Строение атомов с двумя и более электронами сложнее, чем у атома водорода. Квантовая механика успешно решает эту задачу, однако математический аппарат при этом существенно усложняется, так как в многоэлектронных атомах к потенциалу взаимодействия электрона с ядром (притяжение) добавляется компонент, описывающий отталкивание между электронами.

Простейший подход к описанию электронов в атоме основан на том, что каждый электрон характеризуется четырьмя квантовыми числами:

главным  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ ),

орбитальным  $l$  ( $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ ),

магнитным  $m_l$  ( $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ ),

магнитным спиновым  $m_s$  ( $m_s = +1/2, -1/2$ , иногда обозначают как  $\uparrow$  и  $\downarrow$ ).

Энергия электрона зависит в основном от чисел  $n$  и  $l$  и изменяется сильнее с увеличением главного квантового числа, чем с увеличением  $l$ . Поэтому, как правило, состояние с большим  $n$  обладает, независимо от значения  $l$ , большей энергией. Если атом находится в невозбужденном состоянии, то все электроны должны располагаться на самых низких доступных для них энергетиче-

ских уровнях. Объяснение возможных конфигураций электронов в атоме сформулировал В. Паули (Нобелевская премия, 1945 г.).

**Принцип Паули (1925):**

в квантовой системе в одном и том же квантовом состоянии не могут одновременно находиться две тождественные частицы с полуцелым спином.

Следовательно, в сложном атоме в каждом из возможных квантовых состояний может находиться не более одного электрона. Два электрона в одном и том же атоме не могут иметь одинакового набора квантовых чисел  $n, l, m_l$  и  $m_s$ . Принцип Паули составляет основу понимания не только структуры атомов и молекул, но и природы химической связи и многих других явлений.

Согласно выражению (28.16) с учетом наличия спина для электрона с главным квантовым числом  $n$  может быть  $2n^2$  состояний, отличающихся друг от друга значениями квантовых чисел  $l, m_l$  и  $m_s$ . Поэтому в соответствии с принципом Паули в состояниях с данным  $n$  в атоме могут находиться не более  $2n^2$  электронов:

$n = 1$  могут иметь не более чем 2 электрона,

$n = 2$  могут иметь не более чем 8 электронов и т. д.

Совокупность электронов в многоэлектронном атоме с одинаковыми значениями квантового числа  $n$  называется **электронной оболочкой** (иногда используется термин «слой»). В соответствии со значением  $n$  оболочки обозначают большими буквами латинского алфавита, табл. 28.2.

Таблица 28.2

Обозначение электронных оболочек в атоме ( $n = 1...6$ )

Значение $n$	1	2	3	4	5	6
Оболочка	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>O</i>	<i>P</i>

Оболочки подразделяют на **подоболочки**, отличающиеся квантовым числом  $l$ . Количество электронов в подоболочке определяется квантовыми числами  $m_l$  и  $m_s$ . Максимальное число электронов в подоболочке (число состояний в подоболочке) равно  $2(2l + 1)$ , табл. 28.3. Поскольку  $l$  принимает значение от 0 до  $n - 1$ , то число подоболочек равно порядковому номеру  $n$  оболочки.

Подоболочки обозначают или большой латинской буквой с числовым индексом ( $K, L_1, L_2, \dots$ ), или в виде  $1s; 2s, 2p; 3s, 3p, 3d; \dots$ , где цифра означает квантовое число  $n$ , т. е. принадлежность к соответствующей оболочке. Распределение электронов по оболочкам и подоболочкам для трех ( $K, L, M$ ) оболочек представлено в табл. 28.3.

Принцип Паули дает объяснение периодической повторяемости свойств атомов. Он ограничивает число электронов в каждой оболочке и подоболочке.

Оболочку, полностью заполненную электронами, т. е. содержащую  $2n^2$  электронов, называют **замкнутой**. Электроны, находящиеся в одной подобо-

лочке, называются *эквивалентными*, у них одинаковые значения  $n$  и  $l$ .

У замкнутых оболочек и подоболочек все три квантовых числа  $L$ ,  $S$  и  $J$  равны нулю. Основными термами таких оболочек являются  $^1S_0$  (атомы He, Be, Ne и др.). Следовательно, при определенных квантовых числах  $L$  и  $S$  атома замкнутые подоболочки можно не принимать во внимание.

Таблица 28.3

Подразделение возможных состояний электрона в атоме  
на оболочки и подоболочки

Оболочка	Значения квантовых чисел				Подоболочка ( $n, l$ )	Максимальное число электронов	
	$n$	$l$	$m_l$	$m_s$		в подоболочке	в оболочке
$K$	1	0	0	+1/2, -1/2	$K (1s)$	2	2
$L$	2	0	0	+1/2, -1/2	$L_1 (2s)$	2	8
		1	-1	+1/2, -1/2	$L_2 (2p)$	6	
			0	+1/2, -1/2			
+1	+1/2, -1/2						
$M$	3	0	0	+1/2, -1/2	$M_1 (3s)$	2	18
		1	-1	+1/2, -1/2	$M_2 (3p)$	6	
			0	+1/2, -1/2			
			+1	+1/2, -1/2			
		2	-2	+1/2, -1/2	$M_3 (3d)$	10	
			-1	+1/2, -1/2			
0	+1/2, -1/2						
		+1	+1/2, -1/2				
		+2	+1/2, -1/2				

Химические свойства элементов и ряд их физических свойств объясняются поведением внешних, *валентных*, электронов их атомов.

### 28.7. Периодическая система элементов

Так как энергетические уровни почти полностью определяются значениями  $n$  и  $l$ , *электронная конфигурация* – распределение электронов по подоболочкам – обычно задается указанием  $n$  и буквенным обозначением  $l$ , а число электронов в каждой подоболочке указывается вверху в виде индекса.

Например, у атома натрия Na (11 электронов) оболочки с  $n=1$  и  $n=2$  полностью заполнены (как и подоболочки), и одиннадцатый электрон заполняет оболочку с  $n=3$ . Поэтому для натрия можно символически записать следующую электронную конфигурацию:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$  или  $KL 3s^1$  (полностью заполненные оболочки обозначены буквами  $K \equiv 1s^2$ ,  $L \equiv 2s^2 2p^6$ ).

**Периодическая система элементов Д. И. Менделеева (1869)** – фундаментальный закон природы, являющийся основой современной химии, атомной и ядерной физики. Полное научное объяснение периодической системы элементов было дано на основе квантовой механики.

Д. И. Менделеев ввел важнейшее понятие порядкового номера  $Z$  химического элемента. Смысл  $Z$  был раскрыт позднее (см. тему 31): оказалось, что величина  $Z$  равна общему числу электронов в электронной оболочке атома. Менделеев получил периодичность в изменении химических свойств элементов, расположив по мере возрастания порядковых номеров известные химические элементы, а также предсказав существование еще не открытых элементов (германия Ge и т. д.). Отметим, что Менделеев уточнил атомный вес некоторых элементов, например, бериллия Be и урана U, в то время как полученные ранее экспериментально значения оказались ошибочными.

Теория периодической системы основывается на следующих положениях:

1. Порядковый номер химического элемента равен общему числу электронов в атоме данного элемента.

2. Состояние электронов в атоме определяется набором их квантовых чисел  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  и  $m_s$ . Распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям должно удовлетворять **принципу минимума полной энергии**: с возрастанием числа электронов каждый следующий электрон должен занять возможное энергетическое состояние с наименьшей энергией.

3. Заполнение электронами энергетических состояний в атоме должно происходить в соответствии с **принципом Паули**.

Все известные химические элементы образуют восемь вертикальных столбцов – **группы**. Группы обозначаются римскими цифрами (I, II, III и т.д.). Номер группы соответствует высшей положительной валентности элемента.

Горизонтальные ряды периодической системы называются **периодами** и обозначаются арабскими цифрами (от 1 до 7). Периоды соответствуют последовательному заполнению электронных оболочек с возрастающими значениями  $n$  и  $l$ . Вплоть до 4-го периода оболочки и подоболочки заполняются строго последовательно. Выполняется следующая схема заполнения оболочек с ростом числа электронов  $Z$ : каждый следующий атом получается из предыдущего увеличением заряда ядра на единицу ( $e$ ) и добавлением одного электрона, который занимает разрешенное принципом Паули состояние с наименьшей энергией. Первый «сбой» заполнения, когда состояние с  $n = 4, l = 0$  имеет меньшую энергию, чем состояние  $n = 3, l = 2$ , происходит с атомом калия K ( $Z = 19$ ): внешний электрон занимает, вместо  $3d$ -состояния,  $4s$ . Подобное – не единственный случай в периодической системе и связано с тем, что такие конфигурации оказываются более выгодными в энергетическом отношении из-за взаимодействия электронов. Поэтому состояния с достаточно большим главным квантовым числом  $n$  и малым  $l$  могут иметь наименьшую энергию, т. е. быть энергетически более выгодными, чем состояния с меньшим  $n$ , но с большим  $l$ .

## 28.8. Характеристическое рентгеновское излучение. Рентгеновские спектры. Закон Мозли

При бомбардировке электронами антикатада рентгеновской трубки возникают рентгеновские спектры двух видов: сплошные и линейчатые. В подтеме 25.5 было изучено *тормозное рентгеновское излучение* – сплошные спектры, возникающие при торможении быстрых электронов в веществе антикатада (анода трубки). Вид этих спектров не зависит от материала антикатада.

При повышении напряжения на трубке появляется линейчатый спектр (наряду со сплошным спектром), состоящий из отдельных линий. Он зависит от материала антикатада и поэтому называется **характеристическим**. Линейчатый рентгеновский спектр испускают атомы (ионы) антикатада после ионизации их внутренних оболочек электронным пучком при последующем заполнении образовавшихся вакансий.

Когда напряжение  $U$  на рентгеновской трубке увеличивается, линии характеристического спектра становятся более интенсивными и не меняют свое расположение, в то время как коротковолновая граница сплошного спектра смещается, поскольку  $I_{\min} \sim 1/U$  согласно выражению (25.21).

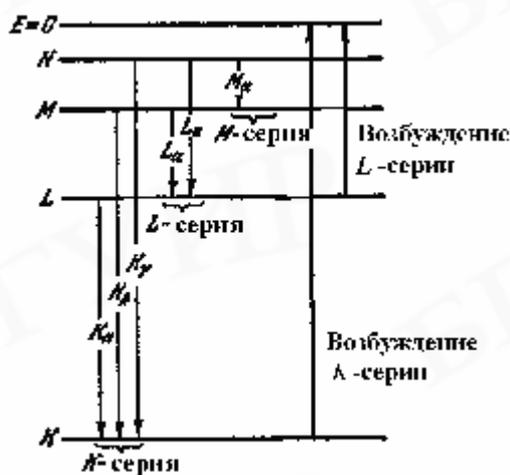


Рис. 28.8. Схема возникновения серий рентгеновского спектра

Спектры характеристического излучения разных элементов однотипны. Это объясняется тем, что линии характеристического излучения возникают в результате переходов электронов во внутренних оболочках атомов, которые имеют сходное строение у всех элементов. Характеристические рентгеновские спектры состоят из нескольких спектральных серий, обозначаемых  $K, L, M, N$  и т. д., рис. 28.8. Каждая серия характеризуется общим начальным уровнем ионизации и содержит небольшой набор отдельных линий, обозначаемых в порядке убывания длины волны индексами  $a, b, g, \dots$

Рассмотрим возникновение спектральных серий характеристических рентгеновских спектров. При возбуждении быстрым электроном (или фотоном высокой энергии) из атома антикатада удаляется один из внутренних электронов, например, из  $K$ -уровня ( $n = 1$ ). Освободившееся место (вакансия) может быть занято электроном из какого-либо более высокого уровня ( $L, M, N$  и т. д.) – при этом излучается какая-либо линия  $K$ -серии. Серия  $K$ , как видно на рис. 28.8, непременно сопровождается появлением и остальных серий. При испускании  $K$ -линий образуются вакансии на уровнях  $L, M$  и др., которые в свою очередь будут заполняться электронами с более высоких уровней.

При увеличении атомного номера  $Z$  весь рентгеновский спектр смещается в коротковолновую часть, не меняя своей структуры. Закон, связывающий час-

тоты линий спектральных серий с атомным номером  $Z$  испускающего их элемента, называется **законом Мозли (1913)**:

$$w = R(Z - s)^2 \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \quad (28.30)$$

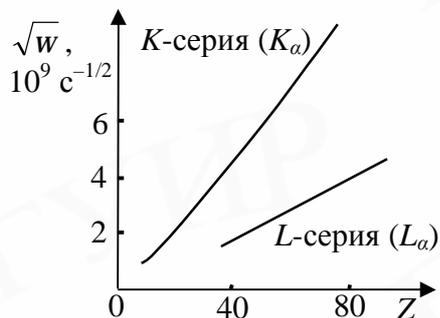


Рис. 28.9. Зависимость  $\sqrt{w}$  линий  $K_\alpha$  и  $L_\alpha$  от атомного номера элемента  $Z$

где  $R$  — постоянная Ридберга (в  $\text{с}^{-1}$ );  $m = 1, 2, 3, \dots$  определяет рентгеновскую серию ( $K, L, M, \dots$ );  $n$  принимает целочисленные значения, начиная с  $m + 1$  (определяет отдельную линию  $a, b, g, \dots$  соответствующей серии);  $\sigma$  — постоянная экранирования, учитывающая экранирование данного электрона от атомного ядра другими электронами атома. Закон Мозли (28.30) обычно выражают формулой

$$\sqrt{w} = C(Z - s), \quad (28.30a)$$

где постоянные  $C$  и  $s$  имеют для каждой линии конкретное значение, рис. 28.9.

В заключение отметим, что при ионизации атома внешним излучением (рентгеновским, быстрыми электронами или ионами), когда образуется вакансия на внутренней электронной оболочке, при заполнении вакансии выделяется энергия, которая или может быть испущена в виде кванта характеристического рентгеновского излучения, или может быть передана одному из электронов вышерасположенного уровня атома. В результате этот электрон (оже-электрон) вылетает из атома с определенной, характерной для данного атома кинетической энергией, т. е. происходит **оже-эффект**. Значения кинетической энергии оже-электронов для различных атомов и различных квантовых переходов лежат в пределах от 50 до 3000 кэВ.

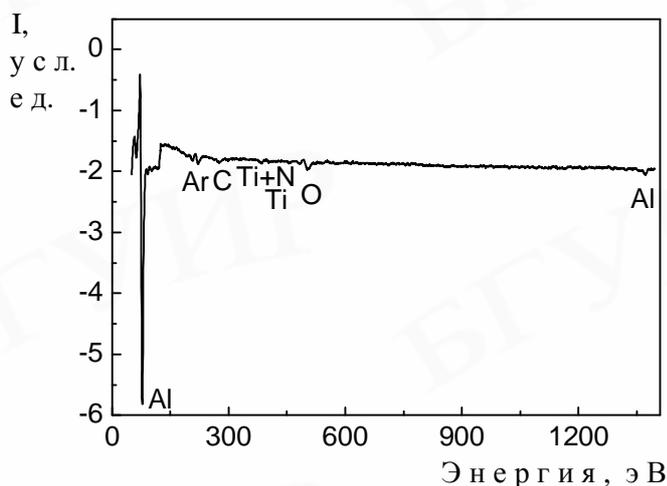


Рис. 28.10. Типичный оже-спектр поверхности фольги сплава Al-0,7 ат. % Ti

Оже-эффект происходит в изолированных атомах, а также в молекулах и твердых телах и позволяет определять элементный состав приповерхностных слоев твердых тел, проводить химический анализ газов, получать информацию о межатомных взаимодействиях. Расположение пиков на энергетических оже-спектрах дает информацию о химической природе атомов, а их амплитуда — о концентрации элементов, рис. 28.10. Отметим, что метод оже-электронной спектроскопии особенно чувствителен к легким элементам.

Экспериментальные результаты указывают на предпочтительность сочетания данного метода анализа и резерфордского обратного рассеяния при изучении поверхности сплавов алюминия, получаемых при неравновесных условиях.

## Тема 29. Двухатомная молекула

### 29.1. Схема энергетических уровней двухатомной молекулы: электронные термы, их колебательная и вращательная структуры

**Молекула** – это наименьшая частица вещества, состоящая из одинаковых или различных атомов, соединенных между собой химическими связями, и являющаяся носителем его основных химических и физических свойств. Молекула является квантовой системой и состоит из нескольких ядер атомов (или ионов), вокруг которых обращаются электроны. Она описывается уравнением Шрёдингера, учитывающим движение электронов в молекуле, колебания атомов относительно друг друга в молекуле, вращение молекулы как целого. Решение этого уравнения – очень сложная задача, которая (учитывая огромное различие в массах электронов и ядер) обычно разбивается на две: для электронов и ядер молекулы. Спектры излучения молекул возникают при квантовых переходах молекул из одного энергетического состояния в другое.

**Молекулярные спектры** состоят из совокупности электронных, колебательных и вращательных спектров. У молекулы, как и у атома, есть возбужденные состояния, отличающиеся квантовыми числами  $n = 1, 2, 3, \dots$ , рис. 29.1. При образовании молекулы энергетические уровни внешних электронов атомов изменяются, так как в молекуле они взаимодействуют друг с другом, и образуют электронную систему уровней, рис. 29.1, а, б. Каждый электронный уровень молекулы расщепляется и превращается в ряд близкорасположенных уровней, соответствующих колебательным и вращательным движениям, рис. 29.1, в. Действительно, колебание ядер атомов, составляющих молекулу, относительно своих положений равновесия порождает колебательные уровни. Вращение молекулы как целого в пространстве приводит к появлению вращательных уровней. Отметим, что характерное расстояние между колебательными уровнями молекулы составляет  $\sim 0,01$  эВ, а между вращательными уровнями –  $\sim 10^{-4}$  эВ.

На рис. 29.1, в представлена **схема уровней энергии двухатомной молекулы** (для примера представлены только два электронных уровня: основное и возбужденное электронные состояния молекулы). Обычно электронные переходы сопровождаются изменением колебательной энергии молекулы, а при колебательных переходах изменяется и вращательная энергия. Поэтому наиболее часто электронный спектр представляет собой системы электронно-колебательных полос, вращательная структура которых обнаруживается при использовании спектральной аппаратуры с высоким разрешением. На практике спектральные линии не всегда удается различить экспериментально, и такие спектры называются **полосатыми**, поскольку они состоят из набора полос конечной толщины. Каждый тип молекул обладает характерным спектром, который можно использовать для идентификации молекул и определения их структуры. Примеры молекулярных спектров – оже-спектры и рентгеновские спектры молекул.

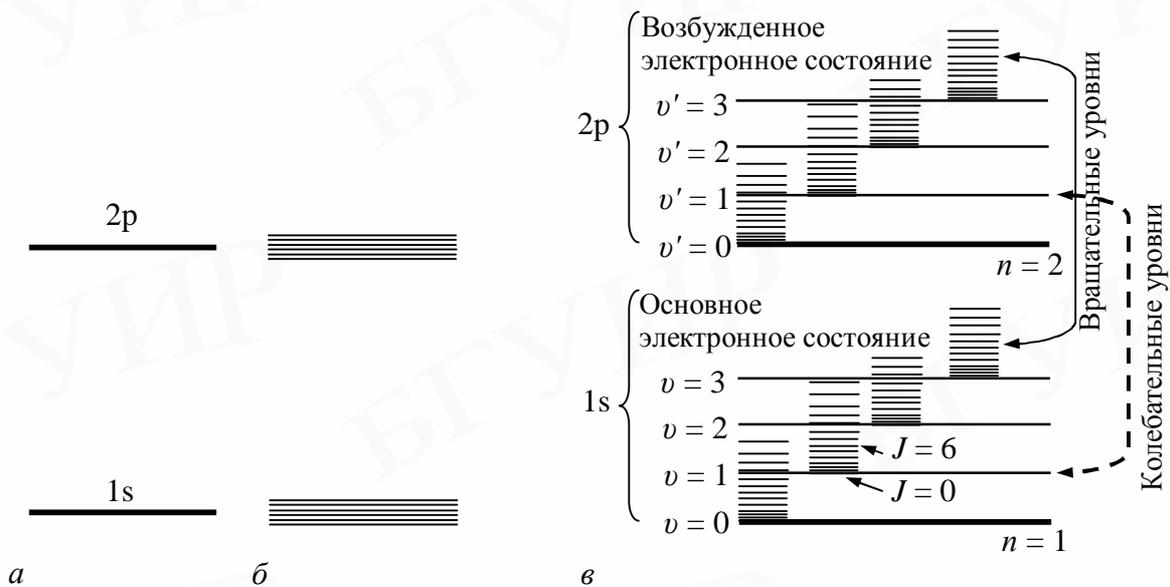


Рис. 29.1. Схема уровней энергии:

*a* – изолированного атома; *б* – атома в твердых телах; *в* – двухатомной молекулы

Если вещество находится в твердом (или жидком) состоянии, внешние электроны его атомов или молекул перекрываются. Их энергетические уровни изменяются и вследствие взаимодействия размываются, образуя энергетические зоны, как на рис. 29.1, б. Так как число атомов в твердом теле и жидкости очень велико, энергетические уровни в таких зонах расположены чрезвычайно плотно. Они заполняют зону фактически непрерывно, вследствие чего спектр сильно нагретых твердых тел, например нити лампы накаливания, кажется **непрерывным**. Энергетические зоны в полупроводниках играют важную роль, например в работе транзисторов и диодов.

Решение уравнения Шрёдингера для электронов молекулы дает электронные уровни энергии молекулы в зависимости от координат ядер как от параметров. На основе уравнения Шрёдингера для ядер молекулы, разделяя его на колебательное и вращательное уравнения, определяют колебательно-вращательные уровни энергии в различных электронных состояниях. Полную **энергию изолированной молекулы** в общем случае можно представить в виде суммы

$$E \approx E_{эл} + E_{кол} + E_{вр}. \quad (29.1)$$

Здесь  $E_{эл}$  – энергия движения электронов относительно ядер,  $E_{кол}$  – энергия колебаний ядер,  $E_{вр}$  – энергия вращения ядер:

$$E_{эл} : E_{кол} : E_{вр} = 1 : \sqrt{\frac{m_e}{M}} : \sqrt{\frac{m_e}{M}},$$

где  $m_e$  – масса электрона;  $M$  – величина, имеющая порядок массы ядер атомов в молекуле ( $\frac{m_e}{M} \approx 10^{-5} - 10^{-3}$ ). Поэтому  $E_{эл} \gg E_{кол} \gg E_{вр}$ . Масштаб энергий определяется как  $E_{эл} \approx 1 - 10$  эВ,  $E_{кол} \approx 10^{-2} - 10^{-1}$  эВ,  $E_{вр} \approx 10^{-4} - 10^{-3}$  эВ.

Каждая из энергий квантуется и определяется квантовыми числами. Энергия колебательного движения при небольших значениях *колебательно-го квантового числа*  $u$  определяется формулой для энергии гармонического осциллятора (26.26):

$$E_{\text{кол}} = \left(u + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega, \quad u = 0, 1, 2, \dots, \quad (29.2)$$

где  $\omega$  – частота колебаний осциллятора. При этом *правило отбора* для колебательного квантового числа (26.27):  $\Delta u = \pm 1$ .

Энергия вращательного движения молекулы, вращающейся с угловой скоростью  $w_r$  и имеющей момент инерции  $I$  относительно оси вращения, проходящей через центр масс молекулы, равна

$$E_{\text{вр}} = \frac{I w_r^2}{2} = \frac{(I w_r)^2}{2I} = \frac{M^2}{2I}, \quad (29.3)$$

где  $M = I w_r$  – момент импульса молекулы. Как определено ранее (27.11а), модуль момента импульса квантуется по закону

$$M = \hbar \sqrt{J(J+1)}, \quad J = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $J$  – *вращательное квантовое число*.

Следовательно, вращательная энергия молекулы может иметь только квантованные значения. Для простых случаев можно записать

$$E_{\text{вр}} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}. \quad (29.4)$$

*Правило отбора* для вращательного квантового числа:  $\Delta J = \pm 1$ .

При переходе из одного энергетического состояния в другое с учетом правил отбора поглощается или испускается фотон с энергией  $\Delta E = \hbar \omega$ .

Молекулярные спектры применяются для исследования строения и свойств молекул, используются в молекулярном спектральном анализе, лазерной спектроскопии, квантовой электронике и т. д.

## 29.2. Комбинационное рассеяние света

**Комбинационным рассеянием света (эффект Рамана)** называется рассеяние света веществом (газом, жидкостью, прозрачным кристаллом), сопровождающееся изменением длины волны света, которое связано с колебаниями и вращением молекул вещества. В спектре рассеянного света наряду с частотой  $w_0$  падающего света присутствуют дополнительные комбинационные линии с частотами  $w = w_0 \pm w_i$ , где  $w_i$  – частоты колебательных или вращательных переходов рассеивающих молекул.

Линии в спектре комбинационного рассеяния с частотами  $w = w_0 - w_i$ , меньшими частоты  $w_0$  падающего света, называются **стоксовыми** (или **красными**) спутниками. Каждому стоксовому спутнику соответствует **антистоксовый** (или **фиолетовый**) спутник с частотой  $w = w_0 + w_i$  бóльшей, чем  $w_0$ .

Объяснение эффекта Рамана в рамках квантовой теории основывается на том, что комбинационное рассеяние света есть процесс неупругого «столкновения» фотонов с молекулами, в котором один фотон поглощается и один фотон испускается молекулой.

Если энергии фотонов одинаковы, то в рассеянном свете наблюдается **не-смещенная** линия. Если молекула под действием света перейдет в возбужденное состояние, то испущенный фотон будет иметь меньшую частоту – возникает стоксов спутник. Если же молекула, до воздействия света находящаяся в возбужденном состоянии, перейдет в основное, то испущенный фотон будет иметь бóльшую частоту – возникает антистоксовый спутник.

**Анализ спектров** комбинационного рассеяния приводит к следующим основным выводам:

1) линии спутников располагаются симметрично по обе стороны от не-смещенной линии;

2) частоты  $\omega_i$  не зависят от частоты падающего на вещество света, а определяются только молекулярным строением рассеивающего вещества, т. е. характеризуют его состав и структуру;

3) при обычных температурах интенсивность антистоксовых спутников значительно меньше, чем интенсивность стоксовых спутников;

4) интенсивность антистоксовых спутников растет с температурой рассеивающего вещества, в то время как интенсивность стоксовых спутников практически не изменяется.

Спектры комбинационного рассеянием света позволяют выполнять исследования состава и строения вещества. Например, изучать кристаллы, квази-частицы (фононы и др.), химические соединения, а также структуру молекул с неизвестным строением.

## Тема 30. Физика твердого тела

### 30.1. Кристаллические тела. Типы кристаллов

**Твердым телом** называется агрегатное состояние вещества, характеризующееся постоянством формы и объема, причем тепловые движения частиц в нем представляют собой хаотические колебания частиц относительно положений равновесия. Твердые тела подразделяются на кристаллические и аморфные.

**Кристаллические тела** – это твердые тела, обладающие пространственной периодичностью в расположении одного и того же элемента структуры (атома, группы атомов, молекулы, иона и т. п.), т. е. характеризуются наличием дальнего порядка.

Твердые тела с трехмерной периодичной атомной структурой, имеющие при равновесных условиях образования естественную форму правильных симметричных многогранников, называются **кристаллами**. Расположение частиц (атомов, ионов, молекул) в кристалле называется **кристаллической структурой**. При изучении атомного строения кристалла определяют его **кристаллическую решетку** – присущее кристаллам регулярное расположение частиц, характеризующееся периодичной повторяемостью в трех измерениях.

Частицы располагаются в **узлах кристаллической решетки** – средних равновесных положениях, около которых частицы совершают колебания. Минимальная часть атомной структуры кристалла, обладающая всеми свойствами симметрии решетки, – это **элементарная ячейка**. Закономерности строения элементарной ячейки определяют многие свойства кристалла, в первую очередь электрические, магнитные и механические.

Зависимость физических свойств (упругих, механических, тепловых, электрических, магнитных, оптических) кристаллов от направления называется **анизотропией**. Анизотропия кристаллов обусловлена тем, что плотность расположения частиц по разным направлениям не одинакова.

Кристаллическое тело, состоящее из единственного кристалла, называется **монокристаллом**. Если твердое тело состоит из множества беспорядочно ориентированных кристаллических зерен, то оно является **поликристаллом**. В поликристаллах анизотропия наблюдается только для отдельных кристаллов.

Твердые некристаллические тела, характеризующиеся отсутствием точки плавления, физические свойства которых одинаковы по всем направлениям (изотропны), называются **аморфными**. В аморфных телах атомы колеблются вокруг хаотически расположенных точек, отсутствует дальний порядок. Для аморфных тел характерна согласованность в расположении соседних частиц на расстояниях, сравнимых с размерами частиц (т. н. ближний порядок).

Органические аморфные тела, молекулы которых состоят из большого числа одинаковых длинных молекулярных цепочек, соединенных химическими связями, называются **полимерами** (например каучук, полиэтилен, резина).

**Типы кристаллов.** В зависимости от рода частиц, расположенных в узлах кристаллической решетки, и характера сил взаимодействия между ними

кристаллы подразделяются на четыре типа:

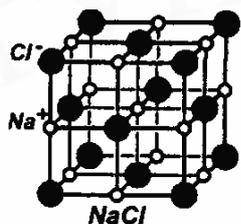


Рис. 30.1. Модель кристалла NaCl

1. **Ионные кристаллы** – в узлах кристаллической решетки располагаются положительные и отрицательные ионы. Пример ионного кристалла – кристалл NaCl, состоящий из одноатомных ионов. Ионы  $Na^+$  и ионы  $Cl^-$  образуют две одинаковые гранецентрированные кубические решетки, вложенные друг в друга, рис. 30.1. **Связь**, обусловленная кулоновскими силами притяжения между разноименно заряженными ионами, называется **ионной**.

2. **Атомные кристаллы** – в узлах кристаллической решетки располагаются нейтральные атомы, удерживающиеся в узлах решетки **ковалентными связями** квантово-механического происхождения (у соседних атомов обобществляются валентные электроны, наименее связанные с атомом). Пример атомных кристаллов – алмаз и графит. В алмазе каждый атом углерода связан с четырьмя такими же атомами, которые располагаются на одинаковых расстояниях от него в вершинах тетраэдра. В графите атомы углерода упакованы в плоские слои, связанные между собой слабыми ван-дер-ваальсовыми силами, имеющими ту же природу, что и силы притяжения между молекулами, которые приводят к отклонению газов от идеальности.

3. **Металлические кристаллы** – в узлах кристаллической решетки располагаются положительные ионы. При образовании кристаллической решетки валентные электроны отделяются от атомов и коллективизируются: они уже принадлежат не одному атому, как в случае ионной связи, и не паре соседних атомов, как в случае ковалентной связи, а всему кристаллу в целом.

4. **Молекулярные кристаллы** – в узлах кристаллической решетки располагаются нейтральные молекулы вещества, ван-дер-ваальсовы силы взаимодействия между которыми обусловлены незначительным взаимным смещением электронов в электронных оболочках атомов. Примеры молекулярных кристаллов – органические соединения (например парафин), инертные газы (Ne, Ar, Kr, Xe) и атмосферные газы  $CO_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$  в твердом состоянии, лед и т. д.

Структура – это основное звено, связывающее технологию получения материала и его поведение в эксплуатации. Поэтому она является одним из основных объектов исследований, направленных на создание материалов с заданными свойствами. Обычно образец из металла состоит из скопления большого числа маленьких кристаллов неправильной формы, т. е. **зерен**, см. рис. 21.2. Кристаллические решетки в отдельных зернах ориентированы относительно друг друга случайным образом. **Границами зерен** называются поверхности раздела зерен, см. рис. 21.2 и 26.3, а, в.

Кристаллы (монокристаллы, зерна в поликристаллах) в действительности содержат несовершенства (дефекты) кристаллического строения. **Дефекты** в кристаллах делятся на макроскопические, возникающие в процессе образования и роста кристаллов (например, трещины, поры (см. рис. 26.3, г, д), инородные макроскопические включения), и микроскопические, обусловленные микроскопическими отклонениями от периодичности. По характеру измерения дефектов

в пространстве выделяют *точечные* (нульмерные), *линейные* (одномерные), *поверхностные* (двухмерные) и *объемные* (трехмерные) дефекты. Например, поперечные размеры линейных дефектов в кристаллах не превышают нескольких межатомных расстояний, а длина может достигать размера кристалла. К линейным дефектам относятся дислокации – линии, вдоль и вблизи которых нарушено правильное периодическое расположение атомных плоскостей кристалла, рис. 30.2. Например, типичные значения плотности дислокаций в фольгах сплавов алюминия составляют  $10^8 - 10^9 \text{ см}^{-2}$ . Отметим, что дислокации влияют на прочность и пластичность конструкционных кристаллических материалов.

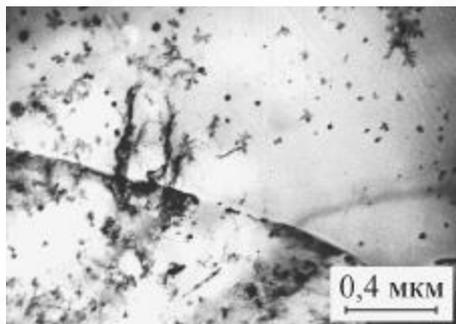


Рис. 30.2. Дислокации в фольгах сплава Al-1,6 ат. % Ge (снято в просвечивающем электронном микроскопе) [21]

К линейным дефектам относятся дислокации – линии, вдоль и вблизи которых нарушено правильное периодическое расположение атомных плоскостей кристалла, рис. 30.2. Например, типичные значения плотности дислокаций в фольгах сплавов алюминия составляют  $10^8 - 10^9 \text{ см}^{-2}$ . Отметим, что дислокации влияют на прочность и пластичность конструкционных кристаллических материалов.

### 30.2. Теплоемкость кристаллов. Закон Дюлонга и Пти. Зависимость теплоемкости от температуры Дебая

**Классическая теория теплоемкости твердых тел.** Рассмотрим идеальную кристаллическую решетку твердого тела, в узлах которой находится  $N$  атомов, которые принимают за *материальные точки*. Пусть каждый атом имеет три колебательные степени свободы ( $i = 3$ ), на каждую из которых приходится в среднем энергия  $kT$ , т. е. атомы колеблются вблизи положений равновесия в трех взаимно перпендикулярных направлениях. Тогда внутренняя энергия одного моля твердого тела равна

$$U_M = 3N_A kT = 3RT,$$

где  $N_A$  – число Авогадро;  $R$  – молярная газовая постоянная. Как следствие, **молярная теплоемкость твердого тела** равна

$$C = \frac{\partial U_M}{\partial T} = 3R = 25 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К}). \quad (30.1)$$

Формула (30.1) описывает **закон Дюлонга и Пти**, полученный французскими физиками в начале XIX в.:

молярная теплоемкость химически простых тел в кристаллическом состоянии одинакова (равна  $3R$ ) и не зависит от температуры.

Если твердое тело является химическим соединением, то число атомов в моле равно  $nN_A$ , где  $n$  – число атомов в молекуле (например, для NaCl число атомов в моле равно  $2N_A$ : в одном моле NaCl содержится  $N_A$  атомов Na и  $N_A$  атомов Cl). Молярная теплоемкость твердых химических соединений равна

$$C = 3nR = 25 \cdot n \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К}). \quad (30.2)$$

Закон Дюлонга и Пти выполняется достаточно хорошо только при сравнительно высоких температурах. При низких температурах теплоемкость тел убывает по закону  $C \sim T^3$  при  $T \rightarrow 0$ , рис. 30.3. Отклонения от закона (30.1) особенно в области низких температур объясняются исходя из квантовых представлений.

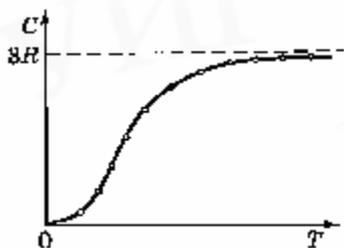


Рис. 30.3. Вид экспериментальной зависимости теплоемкости твердых тел от температуры

**Модель Эйнштейна.** В модели Эйнштейна кристалл рассматривается как система квантовых гармонических осцилляторов. Предполагается, что колебания осцилляторов происходят независимо друг от друга с одинаковой частотой  $\omega$ . Тогда справедлива **формула Эйнштейна**

$$C = 3R \frac{(\hbar\omega/(kT))^2}{(e^{\hbar\omega/(kT)} - 1)^2} e^{\hbar\omega/(kT)}. \quad (30.3)$$

При высоких температурах ( $kT \gg \hbar\omega$ ) формула (30.3) переходит в формулу (30.1). При низких температурах ( $kT \ll \hbar\omega$ ) можно пренебречь единицей в знаменателе и получить

$$C = 3R \frac{(\hbar\omega/(kT))^2}{e^{\hbar\omega/(kT)}}. \quad (30.4)$$

При  $T \rightarrow 0$  кривая  $C(T)$  качественно согласуется с результатами опыта, рис. 30.3:  $C \rightarrow 0$ , хотя и имеет экспоненциальный характер, но не  $C \sim T^3$ .

**Модель Дебая.** Кристаллическая решетка в модели П. Дебая – это связанная система взаимодействующих атомов, совершающих колебания в конечном диапазоне частот. Колебания такой системы являются результатом наложения многих гармонических колебаний с различными частотами. Под гармоническим колебанием надо понимать колебания не отдельного атома, а всей системы в целом. В модели Дебая считается, что при низких температурах основной вклад в теплоемкость вносят колебания низких частот, которым соответствуют малые кванты энергии  $\hbar\omega$ . Низкочастотный спектр колебаний решетки может быть рассчитан достаточно точно, и вычисления оказываются довольно простыми. Модель Дебая особенно хорошо согласуется с опытом при низких температурах, когда  $C \sim T^3$ .

**Фононы.** Согласно квантовым представлениям объем кристалла заполнен стоячими упругими волнами. Согласно корпускулярно-волновому дуализму упругим волнам в кристалле ставятся в соответствие фононы.

**Фонон** – это квант колебаний атомов кристаллической решетки. Как квант энергии звуковой волны (упругие волны являются звуковыми) фонон обладает энергией  $\epsilon$  и импульсом  $p$ :

$$e = \hbar\omega, \quad p = \hbar\omega/u = \hbar k, \quad (30.5)$$

где  $u$  – скорость упругих волн в кристалле – скорость фонона;  $k$  – волновое число, соответствующее нормальному колебанию;  $\omega$  – частота фонона. Поскольку при взаимодействии фононов их импульс может передаваться кристаллической решетке дискретными порциями и поэтому не сохраняется, то используют термин «квазиимпульс».

Фононы являются квазичастицами – элементарными возбуждениями, ведущими себя подобно микрочастицам. Спин фононов равен нулю, они являются бозонами (см. подтему 32). Фононы могут испускаться и поглощаться, при этом их число зависит от температуры  $T$  и не сохраняется. Они упруго рассеи-

ваются на дефектах кристаллической решетки, например дислокациях, границах кристаллов.

Таким образом, колебательную энергию  $U$  кристаллической решетки можно рассматривать как энергию фононного газа. В результате ряда вычислений определяют  $U(T)$ , и тогда молярная теплоемкость кристалла выражается **формулой Дебая**:

$$C = 9N_A k \left( \frac{T}{\Theta} \right)^3 \int_0^{x_m} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx, \quad (30.6)$$

где переменная  $x = \hbar\omega/(kT)$ ;  $x_m = \hbar\omega_m/(kT) = \Theta/T$ ;  $\omega_m$  – максимальная частота упругих колебаний кристаллической решетки;  $\Theta = \hbar\omega_m/k$  – **характеристическая температура Дебая**. Величина  $\Theta$  определяет для каждого твердого тела область температур ( $T \ll \Theta$ ), где становится существенным квантование энергии колебаний.

Рассмотрим, как описывается теплоемкость (30.6) в предельных случаях:

1. В классической области ( $T \gg \Theta$ ) верхний предел интеграла (30.6)  $x_m = \Theta/T \ll 1$  и можно показать, что молярная теплоемкость кристалла описывается законом Дюлонга и Пти:

$$C = 3R.$$

2. В квантовой области ( $T \ll \Theta$ ) можно приближенно считать, что  $x_m \rightarrow \infty$ . Тогда интеграл будет представлять собой некоторое число и выполняется соотношение, называемое законом  $T^3$  Дебая:

$$C \sim T^3.$$

Отметим, что зависимость  $C(T)$ , рассчитанная по формуле Дебая, очень хорошо описывает экспериментальные результаты для химически простых тел с простой кристаллической решеткой, например для алюминия Al и меди Cu. К телам с более сложной структурой формула Дебая не применима. Это связано с тем, что у таких тел спектр колебаний (распределение фононов по квантовым состояниям) оказывается очень сложным.

Использование понятия фононов позволило объяснить явление сверхтекучести (40-е гг. XX в.) и было применено к объяснению явления сверхпроводимости.

### **30.3. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучение. Равновесное излучение. Принцип детального равновесия и формула Планка.**

#### **Активная среда**

Рассмотрим два квантовых состояния атома (иона, молекулы) с энергиями  $E_1$  (основное состояние) и  $E_2$  (возбужденное состояние), а также четыре возможных **вида переходов** между энергетическими уровнями атома:

1. Переход под действием внешнего излучения, когда атом из основного состояния  $E_1$  переходит в возбужденное состояние 2, что приводит к **поглощению**

**нию излучения** веществом, рис. 30.4, а. Вероятность таких вынужденных переходов, сопровождающихся поглощением излучения, зависит как от свойств атомов, так и от интенсивности падающего излучения.

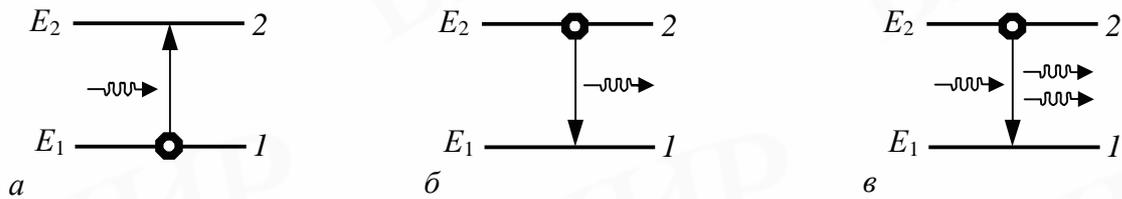


Рис. 30.4. Процессы, возможные между двумя энергетическими уровнями частицы:  
 а – поглощение; б – спонтанное излучение; в – вынужденное излучение

2. Спонтанный (самопроизвольный) переход – это переход атома с более высокого (возбужденного состояния 2) на более низкий уровень, например, в основное состояние 1, без внешних воздействий, рис. 30.4, б. Такой переход приводит к испусканию фотона с энергией  $h\nu = E_2 - E_1$  возбужденным атомом, т. е. к **спонтанному излучению**. Вероятность спонтанных переходов определяется внутренними свойствами атомов и не зависит от интенсивности падающего излучения. Чем больше вероятность спонтанных переходов, тем меньше среднее время жизни атома в возбужденном состоянии. Так как спонтанные переходы взаимно не связаны, то спонтанное излучение некогерентно.

3. Индукированный переход – это переход, связанный с испусканием фотона под действием излучения. Вероятность такого перехода возрастает с увеличением интенсивности излучения. Когда на атом, находящийся в возбужденном состоянии 2, действует внешнее излучение с частотой, удовлетворяющей условию  $h\nu = E_2 - E_1$ , то может произойти вынужденный переход атома в основное состояние 1 с излучением фотона той же энергии  $h\nu = E_2 - E_1$  дополнительно к тому фотону, под действием которого произошел переход. Следовательно, в процесс **вынужденного излучения** вовлечены два фотона: первичный фотон, вызывающий (стимулирующий) испускание излучения возбужденным атомом, и вторичный фотон, испущенный атомом (рис. 30.4, в).

4. Безызлучательный переход – это переход, не связанный с испусканием или поглощением фотонов. Изменение энергии системы осуществляется благодаря непосредственному взаимодействию данной системы с другими системами. Например, избыток энергии при переходе  $2 \rightarrow 1$  передается непосредственно от атомов кристаллической решетке на возбуждение ее колебаний.

Излучение, находящееся в термодинамическом равновесии с телами, имеющими определенную температуру, называется **равновесным**. Известно, что, изучая излучение абсолютно черного тела, Эйнштейн использовал, во-первых, **принцип детального равновесия** из статистической физики:

при термодинамическом равновесии скорость протекания прямого и обратного процессов одинакова.

Следовательно, вынужденные переходы, сопровождающиеся поглощением и испусканием фотона (рис. 30.4, а и в), являются равновероятными.

Во-вторых, Эйнштейном был применен закон *сохранения энергии* для излучения и поглощения электромагнитных волн. В результате он получил выведенную ранее Планком формулу (25.15) для универсальной функции Кирхгофа:

$$r_{w,T} = \frac{hw^3}{4p^2c^2} \frac{1}{\exp(hw/kT) - 1},$$

которая согласуется во всем интервале частот и температур с данными по распределению энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела.

Вынужденное излучение тождественно вынуждающему: оно имеет такую же частоту, фазу, поляризацию, направление распространения. Поэтому вынужденное излучение строго когерентно с вынуждающим излучением. Испущенные фотоны полностью тождественны фотонам, падающим на атом.

Испущенные фотоны, двигаясь в одном направлении и встречая возбужденные атомы, стимулируют вынужденные переходы: происходит **размножение** фотонов. Для усиления излучения необходимо, чтобы интенсивность вынужденного излучения превышала интенсивность поглощения фотонов.

**Состояние с инверсией населенностей** (инверсная среда) – это термодинамически *неравновесное состояние* вещества, в котором число частиц (атомов и т. п.) на верхнем уровне энергии больше, чем на нижнем. Процесс перевода системы в состояние с инверсией населенностей называется **накачкой**, а подводимая при этом энергия – **энергией накачки**.

Инверсная среда, в которой происходит усиление падающего на нее пучка света, называется **активной**. Закон Бугера (24.1) для таких сред

$$I = I_0 e^{-a \cdot x}$$

имеет коэффициент поглощения  $a < 0$  ( $I$  – интенсивность пучка излучения).

Открытие явления усиления электромагнитных волн и изобретенный способ их усиления (1951) легли в основу квантовой электроники (квантовые усилители, квантовые генераторы света).

### 30.4. Лазер (на примере трехуровневой системы). Резонатор

В 1954 г. советские физики Н. Г. Басов и А. М. Прохоров и независимо от них американский ученый Ч. Таунс, используя индуцированное излучение, создали квантовый генератор в микроволновом диапазоне, названный **мазером**, получив в 1964 г. Нобелевскую премию.

**Лазеры (оптические квантовые генераторы)** – это квантовые генераторы, работающие на принципе усиления излучения в активных средах в оптическом диапазоне: в видимой, инфракрасной и ближней ультрафиолетовой областях. Первый лазер на рубине был создан в США (1960) Т. Мейманом.

Лазеры подразделяются:

– по типу активной среды (твердотельные, газовые, полупроводниковые и жидкостные);

– по методам накачки (световые (оптические), тепловые, химические, электроионизационные и др.);

— по режиму генерации (непрерывного или импульсного действия).

Рассмотрим на примере трехуровневой системы создание инверсной среды световой накачкой в рубиновом лазере (длина волны излучения  $\sim 0,69$  нм), рис. 30.5, а. В данном случае активной средой является цилиндрический монокристалл рубина (окись алюминия  $Al_2O_3$ , в которой часть атомов алюминия Al ( $\sim 0,03$  %) замещена атомами хрома Cr). В монокристалле рубина хром находится в виде ионов. Энергию накачки создают с помощью газоразрядных ламп, работающих в импульсном режиме (длительность вспышки  $\sim 10^{-3}$  с).

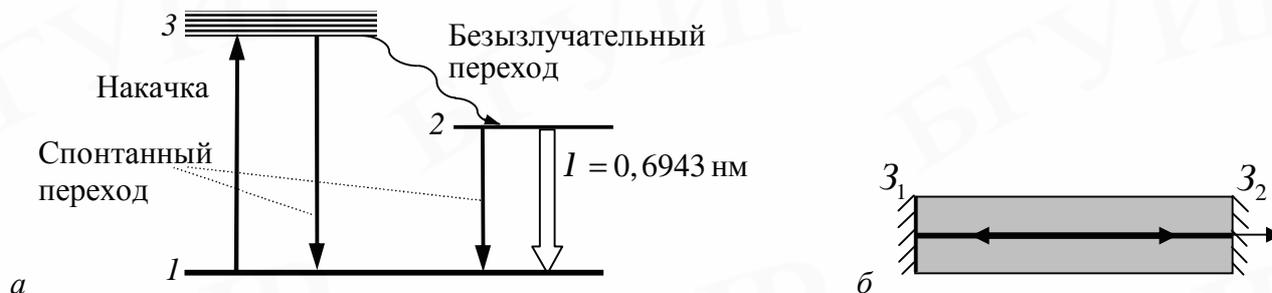


Рис. 30.5. Лазерная генерация:

- а – создание инверсной среды на примере трехуровневой системы в лазере (1 – основное состояние, 2 и 3 – возбужденные долгоживущее (метастабильное) и короткоживущее состояния соответственно);  
 б – схема простейшего оптического резонатора из двух зеркал  $Z_1$  и  $Z_2$

Итак, накачка рубина переводит ионы хрома из основного состояния 1 с энергией  $E_1$  в возбужденное короткоживущее состояние 3 с энергией  $E_3$  (переход  $1 \rightarrow 3$ ). Уровень 3 образован совокупностью близко расположенных уровней. Время жизни ионов на уровне 3 меньше  $10^{-7}$  с. Вероятность спонтанного перехода  $3 \rightarrow 1$  для ионов хрома весьма мала. Поэтому большинство ионов перейдут из состояния 3 в долгоживущее (метастабильное) состояние 2 без испускания фотонов (безызлучательный переход). Происходит «накопление» ионов на уровне 2. Время жизни ионов в этом состоянии сравнительно большое ( $\sim 10^{-3}$  с). В течение этого времени среда пребывает в активном состоянии.

При достаточной мощности накачки концентрация ионов хрома на уровне 2 будет гораздо больше, чем на уровне 1. Возникает инверсия населенностей уровней 2 и 1. Каждый фотон, излученный при спонтанном переходе  $2 \rightarrow 1$  (соответствует длине волны красного света) и имеющий направление вдоль оси рубинового цилиндра, может породить в активной среде лавину вторичных фотонов. Это позволяет получить оптический генератор на линии  $\sim 0,69$  нм.

Для многократного усиления лазерной генерации необходима **обратная связь**, когда часть усиленного излучения остается в активной среде и подвергается повторному когерентному усилению. Поэтому используется **оптический резонатор** – система из двух зеркал. В простейшем случае это обращенные друг к другу параллельные (или вогнутые) зеркала на общей оптической оси, между которыми помещается активная среда (кристалл или кювета с газом), рис. 30.5, б. Те фотоны, которые движутся под углами к оси кристалла, выходят из активной среды через боковую поверхность. Движущиеся вдоль оптической

оси фотоны после многократного отражения от зеркал и усиления потока фотонов в активной среде выходят через полупрозрачное зеркало  $Z_2$ . В результате создается строго направленный световой пучок когерентных фотонов – лазерный пучок. Отметим, что усиление излучения при одном проходе между зеркалами должно превосходить **пороговое значение**, т. е. потери энергии из-за излучения, вышедшего через зеркало  $Z_2$ , за один проход. Чем степень пропускания зеркала  $Z_2$  больше, тем больше пороговое усиление активной среды.

**Свойства** лазерного излучения:

1. Высокая временная и пространственная когерентность. Время когерентности  $t \sim 10^{-3}$  с, что соответствует длине когерентности  $l = ct \sim 10^5$  м, т. е. на семь порядков выше, чем для обычных источников света.

2. Высокая степень монохроматичности ( $\Delta l < 10^{-11}$  м).

3. Большая плотность потока энергии (характерные величины  $\sim 10^{10}$  Вт/м<sup>2</sup>). Интенсивность лазерного излучения соответствует эффективной температуре, превышающей температуру Солнца в  $10^{11}$ – $10^{12}$  раз;

4. Очень малое угловое расхождение пучка (в  $10^4$  раз меньше, чем у традиционных оптических осветительных систем, например у прожектора).

В настоящее время лазеры широко применяются в разнообразных областях – медицине, измерительной технике, голографии и т. д.

### 30.5. Распределения Ферми–Дирака и Бозе–Эйнштейна

**Квантовая статистика** – это раздел статистической физики, исследующей системы, состоящие из огромного числа частиц, подчиняющихся законам квантовой механики. Отметим, что в квантовой механике и квантовой статистике необходимость статистического описания обусловлена *корпускулярно-волновым дуализмом* частиц вещества.

В квантовой физике **тождественными** называются частицы, имеющие одинаковые физические свойства – массу, электрический заряд, спин и т. д.

**Принцип о неразличимости тождественных частиц:**

состояния системы, получающиеся друг из друга перестановкой тождественных частиц местами, неразличимы и должны рассматриваться как одно физическое состояние.

Этот принцип квантовой физики не имеет аналога в классической физике. Например, классический закон распределения частиц (*закон Максвелла–Больцмана*) основан на допущении того, что в системе из одинаковых частиц все частицы отличимы друг от друга и их в принципе можно пронумеровать.

Состояние системы, состоящей из  $n$  тождественных частиц, характеризуется в квантовой механике волновой  $\Psi$ -функцией, зависящей как от координат всех частиц системы, так и от ориентации их спинов. Если принцип неразличимости имеет место, то справедливо равенство

$$|\Psi(x_1, x_2)|^2 = |\Psi(x_2, x_1)|^2,$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – соответственно совокупность пространственных и спиновых координат соответственно первой и второй частицы. Таким образом, тождественность частиц системы требует, чтобы при перестановке любой пары частиц вероятности нахождения частиц в данной точке пространства были одинаковыми.

Как можно показать из принципа неразличимости, существуют два типа волновых функций, описывающих состояние системы тождественных частиц. Симметричная волновая функция системы при перестановке любой пары частиц не меняет знака, а знак антисимметричной волновой функции изменяется. Свойство симметрии или антисимметрии – это признак данного типа частиц, не меняющийся со временем и определяемый спином частиц.

Система тождественных фермионов (частицы с полуцелым спином, например, электроны, протоны) описывается антисимметричной волновой функцией и подчиняется *статистике Ферми–Дирака*. Фермионы подчиняются принципу Паули: в каждом квантовом состоянии системы тождественных фермионов может находиться не более одной частицы.

Система тождественных бозонов (частицы с целым спином, например фотоны, фононы) описывается симметричной волновой функцией и подчиняется *статистике Бозе–Эйнштейна*. В любом квантовом состоянии системы может находиться любое число бозонов.

Основная задача квантовой статистики заключается в нахождении **функции распределения** частиц системы по координатам, импульсам, энергиям и т. п., а также отыскании **средних значений этих параметров**, характеризующих наиболее вероятное макроскопическое состояние всей системы частиц.

Для описания состояния системы тождественных частиц рассматривают шестимерное **фазовое пространство**, называемое также  $m$ -пространством, осями которого служат  $x, y, z, p_x, p_y, p_z$ . Каждому моменту времени  $t$  соответствуют определенные значения всех координат и импульсов, т. е. некоторая **точка в фазовом пространстве**, изображающая состояние системы в данный момент. Изменение с течением времени состояния системы изображается движением точки вдоль линии – **фазовой траекторией**. Согласно соотношениям неопределенностей Гейзенберга (26.2) данному состоянию частицы в  $\mu$ -пространстве соответствует ячейка фазового пространства объемом

$$d\Lambda = dx dy dz dp_x dp_y dp_z \approx h^3. \quad (30.7)$$

Элементарный объем  $d\Lambda$  не может быть меньше  $h^3$ . Размещение частиц (их изображающих точек) по ячейкам в соответствии с принципом неразличимости тождественных частиц есть подробное квантовое описание состояния системы.

Таким образом, можно определить распределение частиц по энергиям  $e_i$  – функцию  $f(e_i)$  – **функцию заселенности (заполнения)** ячеек, которая дает вероятность того, что в состоянии теплового равновесия идеального газа частиц при температуре  $T$  состояние с энергией  $e_i$  занято частицей. Среднее число частиц в одной фазовой ячейке с энергией  $e_i$  определяется:

$$\text{для фермионов} \quad f(e_i) = \frac{1}{e^{(e_i - m)/(kT)} + 1}, \quad (30.8)$$

$$\text{для бозонов} \quad f(e_i) = \frac{1}{e^{(e_i - m)/(kT)} - 1}, \quad (30.9)$$

где  $\mu$  – химический потенциал – является функцией температуры:  $m = m(T)$ . **Химический потенциал** – это некоторая характерная энергия, которую можно найти из условия нормировки: суммарное число частиц во всех фазовых ячейках должно быть равно полному числу  $N$  частиц макросистемы.

Если  $e_i$  – один из разрешенных уровней, то при любой температуре должно иметь место равенство

$$\sum_i f(e_i) = N.$$

Формула (30.8) называется **распределением Ферми–Дирака**, а выражение (30.9) – **распределением Бозе–Эйнштейна**. Рассмотрим особенности данных распределений:

1. Для фермионов функция  $f(e_i)$  не может быть больше единицы, а для бозонов  $f(e_i) \geq 0$ .

2. Если  $f \ll 1$ , то в знаменателях обоих распределений можно пренебречь единицей, и получаем

$$f(e_i) = e^{(m - e_i)/(kT)} = A e^{-e_i/(kT)}, \quad (30.10)$$

т. е. *распределение Больцмана*, где  $A$  – нормировочный коэффициент.

3. В макросистеме уровни энергии  $e_i$  частиц квазинепрерывны, т. е. энергетические уровни являются дискретными, но расположены очень густо. Поэтому в формулах, определяющих  $e_i$ , индекс  $i$  можно опустить.

4. Для бозонов в формуле (30.9) значения  $m \leq 0$ , иначе при  $e_i < m$  будет  $f < 0$ , что лишено физического смысла. Для фермионов подобного ограничения не существует. У макросистем с переменным числом бозонов  $m = 0$ .

Если некоторый элементарный объем  $d\Lambda$  фазового пространства разбить на ячейки объемом  $h^3$ , то отношение  $d\Lambda/h^3 = dZ$  определяет **число фазовых ячеек** или **квантовых состояний**, содержащихся в объеме  $d\Lambda$  с энергией, заключенной в интервале энергий от  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$ . Тогда в расчете на единицу объема, занимаемого системой частиц, имеем

$$dZ = \frac{4\pi}{h^3} p^2 dp, \quad (30.11)$$

где  $p$  – импульс частицы. Размерность  $dZ$  –  $\text{см}^{-3}$ .

Частицы, число которых  $dn$ , находящиеся в объеме  $d\Lambda$ , могут различными способами распределиться между  $dZ$  состояниями с энергией в интервале  $(\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon)$ . Зная функцию заполнения  $f(\varepsilon)$ , в расчете на единицу объема число **частиц в данном интервале энергий** вычисляется как

$$dn = g f dZ, \quad (30.12)$$

где  $g$  – числовой коэффициент порядка единицы.

### 30.6. Квантовая теория свободных электронов в металле. Плотность энергетических состояний

Идеальным *ферми-газом* называют систему, состоящую из  $n$  невзаимодействующих фермионов. Рассмотрим поведение электронов проводимости в металлах. **Свободные электроны** в металле – это электроны, не связанные с отдельными атомами кристаллической решетки металла и способные практически свободно перемещаться в ней. Также их называют *электронным газом*.

В первом приближении свободные электроны в металле можно считать идеальным ферми-газом в прямоугольной потенциальной яме, ограниченной поверхностью металла, с постоянным значением потенциала внутри объема металла. Рассмотрим поведение электронного газа в металле при 0 К. Если  $m(0)$  – химический потенциал при  $T = 0$  К, то согласно распределению Ферми–Дирака (30.8) возможны два случая:

- 1)  $e < m(0)$ , тогда  $e - m(0) < 0$ . При  $T \rightarrow 0$ :  $e^{-\frac{e-m(0)}{kT}} \rightarrow 0$  и  $f(e) \approx 1$ ;
- 2)  $e > m(0)$ . При  $T \rightarrow 0$ :  $e^{\frac{e-m(0)}{kT}} \rightarrow \infty$  и  $f(e) \approx 0$ .

На рис. 30.6, а представлен график функции  $f(e)$  при  $T = 0$  К (пунктирная линия), из которого видно, что все квантовые состояния с энергией  $e < m(0)$  равномерно заполнены по одному электрону в каждом состоянии вплоть до максимальной энергии  $e_F = m(0)$ , которая называется *энергией Ферми*. При этом состояния с  $e > m(0)$  оказываются незанятыми, т. е. свободными.

*Уровнем Ферми* называют некоторый условный уровень энергии системы фермионов, в частности электронов твердого тела, соответствующий энергии Ферми. Для идеального газа фермионов энергия Ферми совпадает с химическим потенциалом при  $T = 0$  К.

Таким образом, значение химического потенциала  $m(0)$  есть максимальная энергия, которую могут иметь свободные электроны в металле при  $T = 0$  К. Можно определить химический потенциал  $\mu$  как энергию состояния, вероятность заполнения которого равна  $1/2$ .

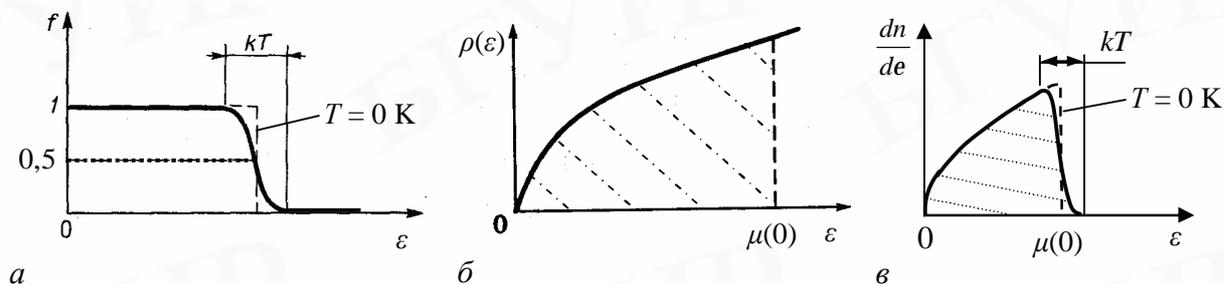


Рис. 30.6. К определению энергии Ферми:

- а – зависимость функции распределения Ферми–Дирака от энергии электронов;
- б – зависимость числа квантовых состояний на единицу энергии от энергии электронов;
- в – функция распределения свободных электронов по энергиям

Связь между энергией и импульсом электрона:  $e = p^2 / (2m_e)$ . Следовательно,  $p = \sqrt{2m_e e}$  и

$$dp = \sqrt{m_e / (2e)} de. \quad (30.12a)$$

**Плотность состояний**  $r(e) = dZ/de$  – это число разрешенных состояний свободных электронов в единичном интервале энергии  $(e, e + de)$  для электронного газа единичного объема, равное с учетом выражений (30.11) и (30.12a)

$$r(e) = 2p \frac{(2m_e)^{3/2}}{h^3} \sqrt{e} = a\sqrt{e}. \quad (30.13)$$

Вид функции  $r(e)$  (30.13) показан на рис. 30.6, б. Плотность квантовых состояний растет с увеличением энергии  $\sim \sqrt{e}$ .

При конечной температуре  $T \neq 0$  К число частиц  $dn$ , обладающих энергиями в бесконечно узком интервале значений  $(e, e + de)$ , будет равно произведению плотности состояний (числу состояний в этом интервале энергий) на вероятность их заполнения:

$$dn = r(e) f(e) de. \quad (30.14)$$

Тогда функция **плотности заполнения энергетического уровня** с энергией  $\epsilon$  при температуре  $T$ , рис. 30.6, в, определяется как

$$\frac{dn}{de} = r(e) f(e). \quad (30.14a)$$

На рис. 30.6, в величина размытости четкой границы заполнения энергетических уровней при низких температурах (пунктирная кривая при  $T = 0$  К), так же как и для  $f(\epsilon)$ , составляет величину  $kT$ . При  $T \rightarrow 0$  К концентрация электронов равна заштрихованной площади на рис. 30.6, в (сплошная кривая).

При  $T = 0$  К площадь под кривой  $r(e)$  в пределах от 0 до  $e_F$  дает полную концентрацию свободных электронов, рис. 30.6, б:

$$n = \int_0^{e_F} 2r(e) de = \frac{4}{3} a e_F^{3/2}. \quad (30.15)$$

В подынтегральном выражении есть коэффициент 2 потому, что в каждой фазовой ячейке могут расположиться два электрона с противоположно направленными спинами. Следовательно, энергия Ферми определяется соотношением

$$e_F = \frac{h^2}{8m_e} \left( \frac{3n}{p} \right)^{2/3}, \quad (30.16)$$

где  $n$  и  $m_e$  – соответственно концентрация и масса свободных электронов.

Тогда средняя энергия свободных электронов при  $T = 0$  К равна согласно уравнениям (30.14) и (30.15)

$$\langle e \rangle = \frac{1}{n} \int_0^{e_F} 2ae^{3/2} de = \frac{3}{5} e_F. \quad (30.17)$$

Поэтому **уровень Ферми** определяют также как энергию, при которой распределение Ферми–Дирака (30.8) принимает значение  $f(e) = 1/2$ . Как пока-

зывает расчет, энергия Ферми зависит от величины  $e_F$  ( $T = 0$  К), а также от температуры ( $e_F$  незначительно уменьшается с ростом температуры).

Квантовое распределение Ферми–Дирака практически нечувствительно к температуре. При подводе энергии извне свободные электроны на самых верхних уровнях, примыкающих к уровню Ферми, за счет взаимодействия с колеблющимися в узлах кристаллической решетки атомами переходят с занятых при  $T = 0$  К уровней на свободные. Поэтому при  $T \ll 0$  К в области шириной порядка  $kT$  (средняя энергия теплового движения атомов имеет тот же порядок) функция заполнения ячеек  $f$  «размывается» вблизи  $\mu$ , рис. 30.6, а. Основная же часть свободных электронов на более низких энергетических уровнях остается в прежнем состоянии и при нагревании поглощать энергию не будет.

При энергиях  $(e - m) \gg kT$  (в области «хвоста» кривой распределения  $f$  на рис. 30.6, а) согласно формуле (30.10) функция  $f$  переходит в функцию распределения Больцмана, когда число доступных состояний значительно больше числа частиц, способных занять эти состояния. В предельном случае больших энергий фермионы ведут себя подобно классическим частицам. «Размытие» становится несимметричным. Химический потенциал  $\mu$  понижается с ростом температуры  $T$ . В этой области температур при  $T \ll 0$  К распределение характеризуется значением  $\mu$ , не совпадающим с энергией Ферми.

Физические свойства электронного газа существенно зависят от соотношения между температурой  $T$  системы и значением химического потенциала или **температурой Ферми (температурой вырождения)  $T^*$** , равной  $e_F/k$ . При  $T > T^*$  ступенчатый характер распределения  $f$  меняется на экспоненциальный. Рассмотрим два предельных случая:

1.  $kT \ll m$  (случай температур  $T \ll T^*$ ). В этом случае газ подчиняется статистике Ферми–Дирака и называется вырожденным. Функция распределения для такого газа практически совпадает с пунктирной кривой на рис. 30.6, а.

2.  $kT \gg m$  (случай температур  $T \gg T^*$ ). Электронный газ подчиняется классической статистике Максвелла–Больцмана и называется невырожденным.

Отметим, что температура вырождения  $T^* \approx 10^4 - 10^5$  К. Поэтому многие свойства металлов можно понять, считая электроны проводимости идеальным вырожденным газом фермионов. Однако более полное и строгое объяснение свойств металлов дает зонная теория твердого тела.

### **30.7. Энергетические зоны в кристаллах. Металлы, полупроводники, диэлектрики**

**Твердое кристаллическое тело** рассматривается в зонной теории твердых тел как строго периодическая структура, в которой атомные ядра, неподвижные в узлах кристаллической решетки, создают периодическое электрическое поле. Валентные электроны в кристалле движутся не свободно, а в периодическом поле решетки. Взаимодействие данного электрона со всеми другими

электронами заменяется действием на него стационарного электрического поля, обладающего периодичностью кристаллической решетки. Это поле создается усредненным в пространстве зарядом всех других электронов и всех ядер.

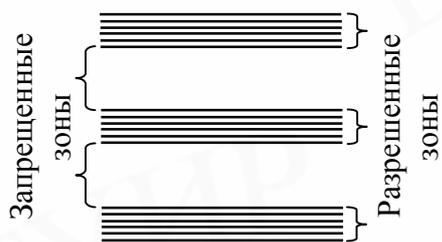


Рис. 30.7. Схема зонной структуры кристаллов

В результате квазинепрерывный спектр возможных значений энергии валентных электронов распадается на ряд чередующихся **разрешенных** и **запрещенных зон**, рис. 30.7. В пределах разрешенных зон энергия изменяется квазинепрерывно. Каждая из разрешенных зон состоит из близко расположенных подуровней, число которых равно количеству атомов в кристалле. Ширина зон (разрешенных и запрещенных) не зависит от размеров кристалла. Состояния со значениями энергии, соответствующими диапазону запрещенных зон, не могут реализоваться.



Рис. 30.8. Схема расщепления энергетических уровней в кристалле при сближении атомов

Уровни внутренних электронов расщепляются мало. В силу принципа Паули в каждую зону кристалла, состоящую из  $N$  подуровней, может «поместиться» не более  $2N$  электронов.

На рис. 30.8 показано расщепление уровней как функция расстояния  $r$  между атомами. Для кристаллов с разными свойствами равновесное расстояние между соседними атомами может быть  $r_1$  или  $r_2$ . При расстоянии типа  $r_1$  между разрешенными зонами, возникшими из соседних уровней атома, имеется запрещенная зона. При расстоянии типа  $r_2$  соседние зоны перекрываются.

Различия в электрических свойствах металлов, полупроводников и диэлектриков объясняются: 1) шириной  $\Delta E$  запрещенных энергетических зон; 2) различным заполнением разрешенных энергетических зон. *Необходимое условие* электрической проводимости твердого тела – это наличие в разрешенной зоне свободных энергетических уровней, на которые можно перевести электроны, прикладывая внешнее электрическое поле или повышая температуру.

Энергетическая область разрешенных электронных состояний в твердом теле, заполненная валентными электронами, называется **валентной зоной**. В основном состоянии (при  $T = 0$  К) в полупроводниках и диэлектриках верхняя из заполненных энергетических зон – валентная зона – занята электронами полностью. Выше валентной зоны имеется полностью свободная от электронов зона – **зона проводимости**. Между данными зонами расположена *запрещенная*

В результате квазинепрерывный спектр возможных значений энергии валентных электронов распадается на ряд чередующихся **разрешенных** и **запрещенных зон**, рис. 30.7. В пределах разрешенных зон энергия изменяется квазинепрерывно. Каждая из разрешенных зон состоит из близко расположенных подуровней, число которых равно количеству атомов в кристалле. Ширина зон (разрешенных и запрещенных) не зависит от размеров кристалла. Состояния со значениями энергии, соответствующими диапазону запрещенных зон, не могут реализоваться.

Возникновение энергетических зон можно объяснить модификацией энергетических уровней атомов при их сближении. При сближении  $N$  одинаковых атомов каждый уровень атома распадается на  $N$  очень близких подуровней из-за перекрытия электронных оболочек атомов. Расстояние между подуровнями  $\sim 10^{-22}$  эВ. Образуются разрешенные энергетические зоны (3–5 эВ), заштрихованные на рис. 30.8. Уровни внутренних электронов расщепляются мало. В силу принципа Паули в каждую зону кристалла, состоящую из  $N$  подуровней, может «поместиться» не более  $2N$  электронов.

На рис. 30.8 показано расщепление уровней как функция расстояния  $r$  между атомами. Для кристаллов с разными свойствами равновесное расстояние между соседними атомами может быть  $r_1$  или  $r_2$ . При расстоянии типа  $r_1$  между разрешенными зонами, возникшими из соседних уровней атома, имеется запрещенная зона. При расстоянии типа  $r_2$  соседние зоны перекрываются.

Различия в электрических свойствах металлов, полупроводников и диэлектриков объясняются: 1) шириной  $\Delta E$  запрещенных энергетических зон; 2) различным заполнением разрешенных энергетических зон. *Необходимое условие* электрической проводимости твердого тела – это наличие в разрешенной зоне свободных энергетических уровней, на которые можно перевести электроны, прикладывая внешнее электрическое поле или повышая температуру.

Энергетическая область разрешенных электронных состояний в твердом теле, заполненная валентными электронами, называется **валентной зоной**. В основном состоянии (при  $T = 0$  К) в полупроводниках и диэлектриках верхняя из заполненных энергетических зон – валентная зона – занята электронами полностью. Выше валентной зоны имеется полностью свободная от электронов зона – **зона проводимости**. Между данными зонами расположена *запрещенная*

зона. Ее ширина  $\Delta E$  определяет электрические и оптические свойства тел.

В случае **полупроводников** запрещенная зона сравнительно узкая, ее ширина обычно меньше 2,5 – 3 эВ, рис. 30.9, а. Например, у германия Ge и селена Se величина  $\Delta E$  составляет соответственно 0,65 и 1,89 эВ (при  $T = 300$  К). Отметим, что далее будем рассматривать кристаллические полупроводники.

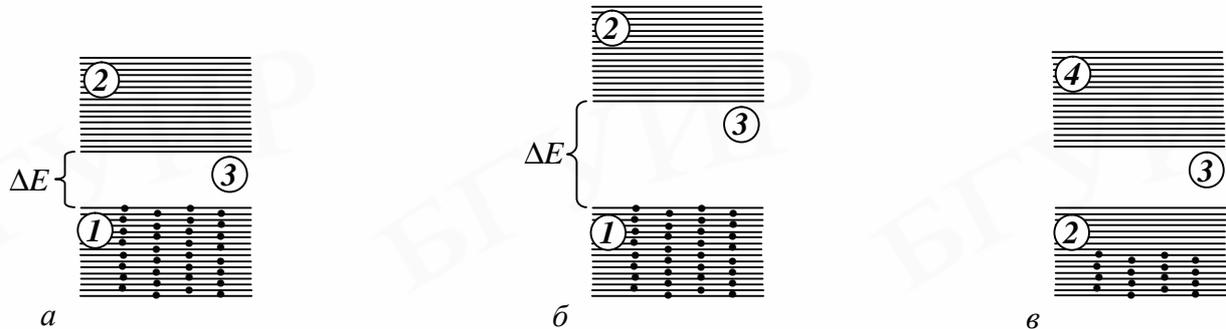


Рис. 30.9. Схема заполнения энергетических зон в разных материалах (при  $T = 0$  К):  
 а – полупроводник; б – диэлектрик; в – металл.  $\Delta E$  – ширина запрещенной зоны,  
 1 – валентная зона, 2 – зона проводимости, 3 – запрещенная зона, 4 – свободная зона

У твердых **диэлектриков** запрещенная зона шире, величина  $\Delta E$  более 2 – 3 эВ, рис. 30.9, б. Поэтому ни тепловое движение, ни постоянное электрическое поле (во всяком случае, такой напряженности, при котором не происходит электрический пробой кристалла) или другие воздействия, не разрушающие твердое тело, не могут перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости. Примером диэлектрика является кристаллическая поваренная соль NaCl, у которой  $\Delta E = 6,0$  эВ (при  $T = 300$  К).

В **металлах** при  $T = 0$  К валентная зона заполнена электронами полностью, а зона проводимости – частично, рис. 30.9, в. Энергии теплового движения электронов ( $kT \sim 10^{-4}$  эВ) будет достаточно, чтобы электроны перешли на свободные уровни в зоне, обеспечивая проводимость металлов. Если заполненная валентная зона в малой степени перекрывается зоной проводимости (рис. 30.8, при  $r = r_2$ ), то образуется частично заполненная зона – **гибридная зона**. Такое вещество будет **полуметаллом**, например висмут Bi, сурьма Sb.

Распределение электронов по уровням в валентной зоне, зоне проводимости и свободной зоне описывается функцией Ферми–Дирака (30.8). Уровень Ферми в чистых полупроводниках и диэлектриках расположен в запрещенной зоне, разделяющей валентную зону и зону проводимости, а в металлах и сильно легированных полупроводниках – в разрешенной зоне.

### 30.8. Электропроводность металлов и полупроводников. Эффект Холла

Рассмотрим поведение электронов проводимости в металле в неравновесном состоянии, когда они движутся под действием приложенных внешних полей. Такие процессы называются **явлениями переноса**. Как известно **электропроводность** (удельная электрическая проводимость)  $\sigma$  – это величина, связывающая плотность электрического тока и напряженность в локальном законе

Ома:  $\dot{j} = S \dot{E}$  (см. формулу (14.15) ч. I). Все вещества по характеру электропроводности делятся на три класса: металлы, полупроводники и диэлектрики.

Характерной особенностью **металлов** является их металлическая проводимость – уменьшение электропроводности при повышении температуры (при постоянной концентрации носителей тока). Физической причиной электрического сопротивления в металлах является рассеяние электронных волн на примесях и дефектах решетки, а также на фононах.

Наиболее существенной особенностью **полупроводников** является их способность изменять свои свойства в чрезвычайно широких пределах под влиянием различных воздействий: температуры, электрического и магнитного полей, освещения и т. д. Например, собственная проводимость чистых полупроводников при их нагревании экспоненциально возрастает.

При  $T \geq 300$  К удельная проводимость  $\sigma$  материалов, относящихся к полупроводникам, изменяется в широком интервале от  $10^{-5}$  до  $10^6$   $(\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$ , тогда как у металлов  $\sigma$  составляет более  $10^6$   $(\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$ .

Вещества, обладающие малой удельной проводимостью, порядка  $10^{-5}$   $(\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$  и менее, относятся к **диэлектрикам**. Проводимость у них возникает при очень высоких температурах.

Для **металлов** квантовая теория приводит к следующему выражению для электропроводности:

$$S = \frac{ne^2\tau}{m^*}, \quad (30.18)$$

где  $n$  – концентрация свободных электронов;  $m^*$  – эффективная масса электрона;  $\tau$  – **время релаксации**. Это время характеризует процесс установления равновесия между электронами и решеткой, нарушенного, например, внезапным включением внешнего поля  $\dot{E}$ .

Термин «свободный электрон» означает, что на электрон не действуют никакие силовые поля. Движение электрона проводимости в кристалле под действием внешней силы  $\dot{F}$  и сил со стороны кристаллической решетки в ряде случаев может быть описано как движение свободного электрона, на который действует только сила  $\dot{F}$  (второй закон Ньютона, см. формулу (3.5) ч. I), но с эффективной массой  $m^*$ , отличной от массы  $m_e$  свободного электрона.

Расчеты с использованием выражения (30.18) показывают, что электропроводность металлов  $S \sim 1/T$ . Эксперимент подтверждает данный вывод квантовой теории, в то время как согласно классической теории  $S \sim 1/\sqrt{T}$ .

В **полупроводниках** концентрация подвижных носителей значительно ниже, чем концентрация атомов, и может изменяться при изменении температуры, освещения, облучении потоком частиц, воздействии электрического поля или введении относительно малого количества примесей. Носителями заряда в полупроводниках в зоне проводимости являются электроны (электроны проводимости), а в валентной зоне – положительно заряженные квазичастицы **дырки**. Когда в валентной зоне по какой-либо причине отсутствует электрон, то гово-

рят, что в ней образовалась дырка (вакантное состояние). Представления о дырках и электронах проводимости используются для описания электронной системы полупроводников, полуметаллов и металлов.

В состоянии термодинамического равновесия концентрации электронов и дырок в полупроводниках зависят как от температуры и концентрации электрически активных примесей, так и от ширины запрещенной зоны  $\Delta E$ .

Различают собственные и примесные полупроводники. **Собственными полупроводниками** являются химически чистые полупроводники (например германий Ge, селен Se). Число электронов в них равно числу дырок. **Проводимость** таких полупроводников называется **собственной**.

В собственных полупроводниках при  $T = 0$  К валентная зона полностью заполнена, а зона проводимости – свободна. Поэтому при  $T = 0$  К и отсутствии внешнего возбуждения собственные полупроводники ведут себя как диэлектрики. При повышении температуры вследствие термического возбуждения электроны с верхних уровней валентной зоны будут переходить в зону проводимости. Одновременно становится возможным переход электронов валентной зоны на ее освободившиеся верхние уровни. Электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне будут давать вклад в электропроводность.

Необходимая для переброски электрона из валентной зоны в зону проводимости энергия называется **энергией активации** собственной проводимости.

При наложении на кристалл внешнего электрического поля электроны перемещаются против поля и создают электрический ток. Во внешнем поле, когда на вакантное место перемещается соседний валентный электрон, дырка «перемещается» на его место. В результате дырка, так же как и перешедший в зону проводимости электрон, будет двигаться по кристаллу, но в направлении противоположном движению электрона. Формально по кристаллу в направлении поля движется частица с положительным зарядом, равным абсолютной величине заряда электрона. Для учета действия на элементарные заряды внутреннего поля кристалла для дырок вводят понятие эффективной массы  $m_d^*$ . Поэтому при решении задач можно считать, что дырка с эффективной массой движется только под действием одного внешнего поля.

Во внешнем поле направление скоростей движения электронов и дырок противоположны, но создаваемый ими электрический ток имеет одинаковое направление – направление электрического поля. Таким образом, плотность тока при собственной проводимости полупроводника складывается из плотности

тока электронов  $\vec{j}_e$  и дырок  $\vec{j}_d$ :

$$\vec{j} = \vec{j}_e + \vec{j}_d. \quad (30.19)$$

Электропроводность  $\sigma$  пропорциональна числу носителей, значит, можно доказать, что для собственных полупроводников

$$S \sim e^{-\Delta E/(2kT)} \quad (30.20)$$

и зависит от температуры по экспоненциальному закону. Вклад в  $\sigma$  электронов и дырок различен, что объясняется различием их эффективных масс.

При сравнительно высоких температурах во всех полупроводниках преобладает собственная проводимость. Иначе электрические свойства полупроводника определяются примесями (атомами других элементов), и тогда говорят о **примесной проводимости**. Электропроводность будет складываться из собственной и примесной проводимостей.

**Примесными полупроводниками** называются полупроводники, некоторые атомы которых замещаются примесями. Концентрация электронов и дырок в них значительно отличаются друг от друга. Примеси, являющиеся источниками электронов, называются **донорами**. Примеси, захватывающие электроны из валентной зоны, называются **акцепторами**.

В результате введения примеси в запрещенной зоне возникают дополнительные разрешенные электронные уровни энергии, расположенные в запрещенной зоне близко или ко дну зоны проводимости (**донорные уровни**), или к потолку валентной зоны (**акцепторные уровни**). Это существенно увеличивает электропроводность полупроводников.

В **полупроводниках *n*-типа** (от *англ.* negative – «отрицательный») с донорной примесью реализуется **электронный механизм проводимости**. Проводимость в них обеспечивается избыточными электронами примеси, валентность которой на единицу больше валентности основных атомов.

В **полупроводниках *p*-типа** (от *англ.* positive – «положительный») с акцепторной примесью реализуется **дырочный механизм проводимости**. Проводимость в них обеспечивается дырками вследствие введения примеси, валентность которой на единицу меньше валентности основных атомов.

Убедительное доказательство реальности положительных дырок дает **эффект Холла** (1879). Данный эффект заключается в возникновении в металле (или полупроводнике) с током плотностью  $\vec{j}$ , помещенном в магнитное поле  $\vec{B}$ , дополнительного электрического поля в направлении, перпендикулярном  $\vec{B}$  и  $\vec{j}$ . Использование эффекта Холла (измерение коэффициента Холла, зависящего от вещества) позволяет определять концентрацию и подвижность носителей заряда в проводнике, а также устанавливать природу проводимости полупроводника (электронная или дырочная).

В настоящее время при разработке материалов для микроэлектроники создаются различные полупроводниковые материалы, в том числе с широкой запрещенной зоной. Полупроводниковые микросхемы считаются одним из перспективных направлений микроэлектроники, позволяя создавать надежные и достаточно сложные в функциональном отношении интегральные схемы.

### 30.9. Контактная разность потенциалов. Термоэлектрические явления

**Контактной** называется разность потенциалов, которая возникает между двумя разными металлами (или металлом и полупроводником, или двумя полупроводниками), если их привести в соприкосновение в условиях термодинамического равновесия. В результате в окружающем металлы пространстве появ-

ляется электрическое поле. Между двумя проводниками, приведенными в со-

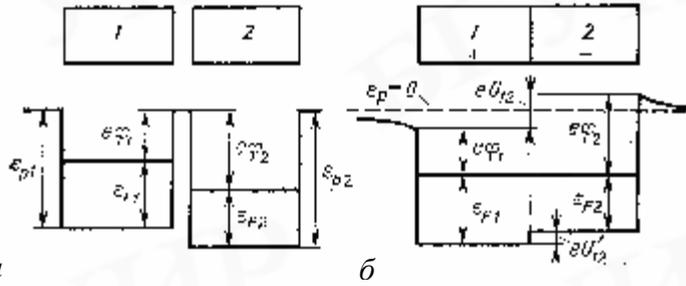


Рис. 30.10. График потенциальной энергии электрона в двух различных металлах 1 и 2 ( $A_1 < A_2$ ,  $e_{F1} > e_{F2}$ ):

- а – металлы не соприкасаются;
- б – металлы находятся в контакте

прикосновение, происходит обмен электронами, в результате чего они заряжаются до тех пор, пока потоки электронов в обоих направлениях не уравниваются и во всей системе уровень Ферми станет одинаковым, рис. 30.10. При этом проводник с меньшей работой выхода зарядится положительно, а большей – отрицательно.

Условием равновесия между соприкасающимися металлами (полупроводниками или металлом и полупроводником) является равенство полных энергий, соответствующих уровням Ферми. *Работой выхода электрона* из металла называется минимальная энергия, которую нужно сообщить электрону в металле, чтобы он вылетел за пределы металла:

$$A = e\varphi, \quad (30.21)$$

где  $\varphi$  – *потенциал выхода* (потенциал металла). Работа выхода характеризует поверхность металла. Металлическое тело представляет для валентных электронов потенциальную «яму» глубиной  $e_p$ , рис. 30.10, а. Полная энергия электрона в металле определяется суммой потенциальной и кинетической энергий. При  $T = 0$  К значения кинетической энергии электронов проводимости заключены в пределах от нуля до величины  $e_{\max} = e_{F}$ . Тогда работу выхода  $A$  можно определить как разность глубины потенциальной ямы и уровня Ферми:

$$A = e_p - e_{F}. \quad (30.21a)$$

Выражение (30.21a) выполняется и при  $T \neq 0$  К. На рис. 30.10, а наглядно показано для двух различных металлов  $i$  ( $i = \overline{1, 2}$ ), что  $e_{pi} = e_{Fi} + e j_i$ .

Рассмотрим два разнородных металла 1 и 2, рис. 30.10, а. Приведем их в электрический контакт. В состоянии динамического равновесия энергии Ферми выравниваются. Одновременно смещаются энергетические уровни электронов в металлах. В металле 2, заряжающемся отрицательно, все уровни смещаются вверх, а в металле 1, заряжающемся положительно, – вниз, рис. 30.10, б.

Потенциалы металлов постоянны, но они не равны между собой ( $j_1 = const$ ,  $j_2 = const$ ). Разность потенциалов выхода для второго и первого металлов  $j_2 - j_1$  называется *контактной разностью потенциалов*  $U_{12}$ :

$$U_{12} = \frac{A_2 - A_1}{e} = j_2 - j_1. \quad (30.22)$$

Разность потенциалов (30.22) устанавливается между точками, лежащими вне металлов в непосредственной близости к их поверхности. Как видно на рис. 30.10, б, потенциальная энергия электрона в непосредственной близости к поверхности металла 1 будет на  $eU_{12}$  меньше, чем вблизи металла 2. Потенци-

ал на поверхности металла 1 будет на  $U_{12}$  выше, чем на поверхности второго. Поэтому  $U_{12}$  также называют **внешней контактной разностью потенциалов**.

Между внутренними точками металлов в двойном электрическом слое, образуемом в приконтактной области – **контактном слое**, также имеется разность потенциалов, которая называется **внутренней**:

$$U_{12}^{\zeta} = \frac{e_{F1} - e_{F2}}{e}. \quad (30.22a)$$

Выражение (30.22a) определяет, на какую величину убывает потенциал при переходе из первого металла во второй. Как правило,  $U_{12} > U_{12}^{\zeta}$ . Так как потенциальная энергия электрона в металле 1 меньше, чем во втором 2 на  $e_{F1} - e_{F2}$ , то потенциал внутри металла 1 выше, чем внутри 2 на  $U_{12}^{\zeta}$ , рис. 30.10, б. Отметим, что  $U_{12}'$  зависит от температуры контакта металлов, так как положение уровня Ферми  $e_F$  зависит от температуры.

**Термоэлектрическими явлениями** называются явления, связанные с потоками носителей заряда, вызванными градиентом температуры и переносом тепла электрическим током. Рассмотрим замкнутую цепь, составленную из произвольного числа разнородных металлов и/или полупроводников. Если все спаи поддерживать при одинаковой температуре, сумма скачков потенциалов будет равна нулю. Поэтому ЭДС в такой цепи возникнуть не может: возникновение тока в цепи противоречило бы *второму началу термодинамики*.

**Эффект Зеебека** (1821). Немецкий физик Т. Зеебек обнаружил, что в замкнутой цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников  $A$  и  $B$  (например,  $Cu-Bi$ ,  $Ag-Cu$ ), контакты между которыми имеют различную температуру, возникает электрический ток, называемый **термоэлектрическим**. Для поддержания постоянного тока в цепи необходимо постоянство разности температур контактов: к более нагретому контакту надо непрерывно подводить теплоту, а от холодного – непрерывно ее отводить.

Электродвижущая сила, возникающая в замкнутой цепи, зависит только от температур холодного  $T_1$  и горячего  $T_2$  контактов и состава материалов  $A$  и  $B$ :

$$e = \int_{T_1}^{T_2} (a_A - a_B) dT = \int_{T_1}^{T_2} a_{AB} dT, \quad (30.23)$$

где  $e$  называется **термо-ЭДС (термоэлектродвижущей силой)**;  $a_A$  и  $a_B$  – абсолютные термо-ЭДС проводников  $A$  и  $B$ ;  $a_{AB}$  – дифференциальная термо-ЭДС данной пары металлов или полупроводников. Для некоторых пар металлов дифференциальная термо-ЭДС слабо зависит от температуры и поэтому

$$e = a_{AB}(T_2 - T_1). \quad (30.23a)$$

Для большинства пар металлов  $a_{AB}$  имеет порядок  $10^{-5} - 10^{-4}$  В/К; для полупроводников она может оказаться гораздо выше (до  $1,5 \cdot 10^{-3}$  В/К).

Отметим, что термо-ЭДС чувствительна к микроскопическим количествам примесей и ориентации кристаллических зерен. Измерение при нагреве ма-

териала дифференциальной термо-ЭДС  $a$  позволяет исследовать его термостабильность. Например, наличие стадий изменения на рис. 30.11 зависимости  $a$

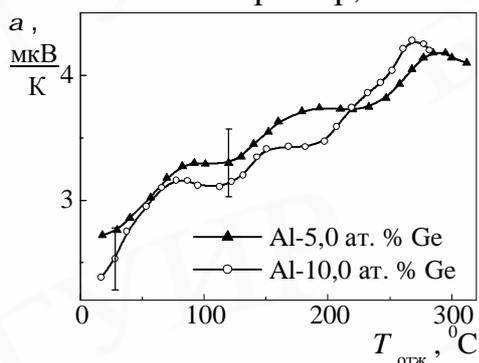


Рис. 30.11. Зависимость дифференциальной термо-ЭДС от температуры отжига фольг сплавов Al-Ge [22]

образца от температуры отжига свидетельствует об изменении фазового состава материала. Причиной возникновения термо-ЭДС является то, что когда температуры контактов различны, то разными будут и внутренние контактные разности потенциалов, формула (30.22а). Отличие от нуля суммы скачков потенциала приводит к возникновению термоэлектрического тока. Отметим также, что при градиенте температуры происходит диффузия электронов (или дырок), а также увлечение электронов фононами, сообщающими им направленное движение

от горячего конца проводника к холодному. В результате данных трех процессов на холодном конце накапливается отрицательный заряд, а на горячем остается нескомпенсированный положительный заряд. Поэтому внутри проводника возникает стороннее (неэлектростатическое) поле, направленное навстречу градиенту температуры.

Явление Зеебека используется для измерения температуры (термопара) и в принципе может быть использовано для генерации электрического тока, например, прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

**Эффект Пельтье (1834).** Ж. Пельтье обнаружил, что при протекании электрического тока через контакт двух разнородных проводников на контакте в дополнение к джоулевой теплоте выделяется или поглощается теплота (в зависимости от направления тока). **Явление Пельтье** является обратным по отношению к явлению Зеебека.

В отличие от джоулевой теплоты, которая пропорциональна квадрату силы тока (14.26а), теплота Пельтье пропорциональна первой степени силы тока  $I$  и меняет знак при изменении направления тока через контакт материалов  $A$  и  $B$ :

$$Q = P_{AB} It, \quad (30.24)$$

где  $t$  — время;  $P_{AB}$  — коэффициент Пельтье, зависящий от природы материалов.

Объяснить явление Пельтье в случае контакта двух веществ с одинаковым видом носителей тока (металл — металл, металл — полупроводник  $n$ -типа, два полупроводника  $p$ -типа, два полупроводника  $n$ -типа) можно следующим образом. Электроны (или дырки) по разную сторону контакта обладают различной средней энергией (сумма кинетической и потенциальной энергий). При переходе через контакт электроны или передают избыточную энергию кристаллической решетке, или пополняют недостаток энергии за ее счет (в зависимости от направления тока). В первом случае вблизи контакта выделяется, а во втором случае — поглощается теплота Пельтье.

Явление Пельтье используется в термоэлектрических полупроводниковых холодильниках и термостатах, а также в некоторых электронных приборах.

Аналогично теплоте Пельтье происходит дополнительное выделение (поглощение) теплоты при прохождении тока по неоднородно нагретому проводнику. Это явление получило название **явления Томсона** (1856).

**Термоэмиссия.** Явление **термоэлектронной эмиссии** заключается в испускании электронов нагретыми телами (эмиттерами): металлами или полупроводниками. Электрон может покинуть эмиттер, если его полная энергия превышает работу выхода электрона из эмиттера. Вылет электронов приводит к охлаждению эмиттера. Явление термоэмиссии становится интенсивным при температурах тел более 100 °С. Термоэлектронные катоды используются во многих электровакуумных и газоразрядных приборах.

Максимальный термоэлектронный ток, возможный при данной температуре катода, называется **током насыщения**. **Холодной (автоэлектронной) эмиссией** называется вырывание электронов из металла внешним электрическим полем. Этот эффект может происходить при комнатных температурах, причем температура металла при этом практически не изменяется. Холодная эмиссия объясняется туннельным эффектом – прохождением электронов любой скорости сквозь потенциальный барьер на границе металла. Если поверхность металла в вакууме бомбардируется электронами, то наблюдается встречный поток электронов от поверхности – **вторичная электронная эмиссия**. Помимо отражения электронов от поверхности, происходит их вырывание из металла.

**Внутренний фотоэффект** – это явление повышения электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении. Электромагнитное излучение вызывает переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. Оптически возбужденные электроны остаются внутри освещенного тела. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению **фотопроводимости**.

**Вентильный фотоэффект** (разновидность внутреннего фотоэффекта) – возникновение ЭДС (фото-ЭДС) при освещении контакта двух разных полупроводников (*p-n*-переход) или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля).

### 30.10. Полупроводниковые диоды и транзисторы

Если соединить два электрически нейтральных полупроводника *n*- и *p*-типа, то получится **полупроводниковый диод**. Электроны вблизи контакта из *n*-области, где их концентрация выше, будут диффундировать в *p*-область. Диффузия дырок происходит в обратном направлении. На границе полупроводниковых областей образуется ***p-n*-переход** – слой с пониженной электропроводностью: вблизи контакта в *n*-области накапливается положительный заряд, а в *p*-области – отрицательный. Поле  $\vec{E}_k$  запирающего равновесного контактного слоя будет препятствовать дальнейшей диффузии электронов и дырок, обуславливая диффузионную разность потенциалов.

Если диод подключить положительным полюсом батареи к области  $p$ -типа, а отрицательным – к области  $n$ -типа, как на рис. 30.12, а, то направление внешнего поля  $\vec{E}$  будет противоположно полю контактного слоя  $\vec{E}_k$ . В результате через диод с **прямым смещением** течет ток (т. н. *прямой ток*), обусловленный движением основных носителей каждой области. Перемещение электронов и дырок приводит к сужению контактного слоя, потенциальный барьер в переходе понижается с ростом напряжения, приложенного в прямом направлении ( $U > 0$ ). Сопротивление контактного слоя в результате уменьшится.

В диоде с **обратным смещением** дырки в  $p$ -области притягиваются отрицательным полюсом батареи, а электроны в  $n$ -области – положительным полюсом батареи, рис. 30.12, б. Электрический ток через  $n$ - $p$ -переход, называемый *обратным*, будет обусловлен движением неосновных носителей каждой области. Контактный слой расширится, его сопротивление возрастет. Потенциальный барьер в переходе увеличивается с ростом обратного напряжения ( $U < 0$ ).

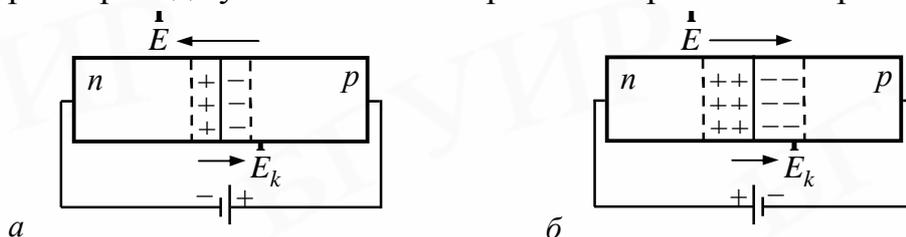


Рис. 30.12. Схема  $n$ - $p$ -перехода, в котором  $n$ - и  $p$ -области монокристалла отличаются только типом примеси (гомопереход): а и б – соответственно диод с прямым и обратным смещением

**Односторонняя (вентильная)** проводимость  $p$ - $n$ -перехода используется в диодах, содержащих один  $p$ - $n$ -переход. По конструкции они делятся на **точечные** (металлический контакт и полупроводник касаются в точке) и **плоскостные**. Диоды с  $p$ - $n$ -переходом могут служить **выпрямителями**, преобразующими переменный ток в постоянный. Большинство линий электропередач работает на переменном токе, в то время как большинство электронных устройств требует постоянного напряжения. Поэтому диоды используются почти во всех электронных приборах, в том числе в радиоприемниках и телевизорах.

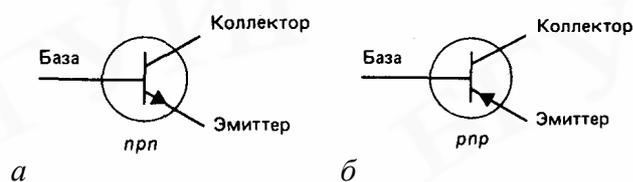


Рис. 30.13. Условные обозначения транзисторов:

а –  $n$ - $p$ - $n$ -транзистор; б –  $p$ - $n$ - $p$ -транзистор

**Биполярный транзистор** (триод) – это трехслойная полупроводниковая структура с чередующимися слоями  $p$ - и  $n$ -типа проводимости. Условные обозначения транзисторов  $n$ - $p$ - $n$ - и  $p$ - $n$ - $p$ -типов представлены на рис. 30.13, а, б. На рис. 30.13 отмечены **база** (средняя часть транзистора), **эмиттер** и **коллектор** (прилегающие к базе с обеих сторон области с иным типом проводимости), включаются в схему с помощью металлических проводников. Стрелка всегда

Рассмотрим приборы, предназначенные для усиления электрических сигналов, называемые **транзисторами**, рис. 30.13. Транзисторы были изобретены в 1948 г. Дж. Бардином, У. Братейном и У. Шокли (Нобелевская премии, 1956).

обозначает эмиттер. Направление стрелки совпадает с направлением тока, условно принимаемым за положительное в нормальном режиме работы.

Для примера рассмотрим **триод типа  $p-n-p$** , рис. 30.14. Пусть к эмиттерному переходу приложено прямое постоянное напряжение (+ на  $p$ -эмиттере), а к коллекторному – обратное напряжение (– на  $p$ -коллекторе). Переменный сигнал подается на входное сопротивление  $R_{вх}$ . С сопротивления  $R_{вых}$  в выходной цепи снимается усиленный сигнал. В нормальном режиме напряжение и на коллекторе, и на базе отрицательно.

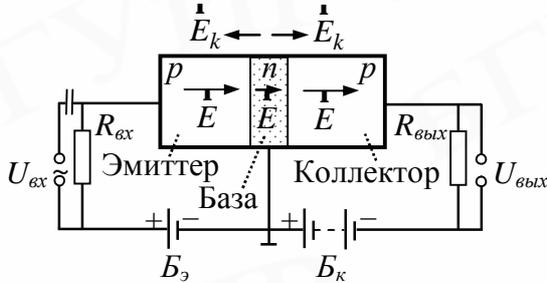


Рис. 30.14. Схема  $p-n-p$ -транзистора, используемого в качестве усилителя

Высота потенциально барьера в  $p-n$ -переходе в случае прямого напряжения снижается. Дырки, продиффундировавшие из эмиттера в базу, становятся там неосновными носителями. При тонкой базе большинство дырок достигает коллектора: дырки вблизи  $n-p$ -перехода, отделяющего базу от коллектора, захватываются полем, существующим внутри перехода. Проходя через коллекторную цепь, они создают напряжение на сопротивлении  $R_{вых}$ .

Коэффициент усиления по току составляет несколько десятков, в некоторых случаях – несколько сотен. При использовании гетероструктур, когда  $p$ - и  $n$ -области принадлежат разным полупроводникам, коэффициент усиления достигает несколько тысяч. Обычно  $R_{вых} \gg R_{вх}$ , поэтому  $U_{вх} \ll U_{вых}$ . Источником мощности, выделяющейся на выходном сопротивлении, является батарея  $B_к$ . Мощность выходного сигнала возрастает в  $R_{вых}/R_{вх}$  раз.

Аналогичным образом работает и  $n-p-n$ -транзистор, где вместо дырок происходит перемещение электронов. Если напряжение, приложенное к базе, положительно, то электроны эмиттера притягиваются к базе, а затем проходят на коллектор, находящийся под положительным напряжением.

Создание полупроводниковых гетероструктур, используемых в высокочастотной и оптоэлектронике, заложило основы современных информационных технологий. За фундаментальные работы в этой области в 2000 г. были награждены Нобелевской премией по физике россиянин Ж. И. Алферов и американец Г. Кремер.

### 30.11. Сверхпроводимость. Магнитные свойства сверхпроводника (эффект Мейсснера). Эффект Джозефсона. Высокотемпературная сверхпроводимость

Известно, что при средних температурах удельное электрическое сопротивление  $\rho$  чистых металлов прямо пропорционально их термодинамической температуре. При достаточно низких температурах величина  $\rho$  стремится к некоторому пределу, называемому остаточным сопротивлением металла. Чем химически чище металл и чем меньше в нем различных неоднородностей и де-

фектов кристаллической решетки, тем меньше его остаточное сопротивление.

При охлаждении некоторых металлов и сплавов до достаточно низкой температуры (область температур жидкого гелия, обычно несколько градусов Кельвина (до 0,01 К для некоторых полупроводников)) их сопротивление скачком падает до нуля. Это явление получило название **сверхпроводимости**.

**Сверхпроводниками** являются химические элементы, переходящие в сверхпроводящее состояние с понижением температуры. **Критической температурой**  $T_k$  называется температура, при которой происходит фазовый переход из состояния с нормальным электрическим сопротивлением в сверхпроводящее состояние. Отметим, что существуют сверхпроводящие сплавы, компоненты которых порознь не являются сверхпроводниками.

Впервые сверхпроводимость была обнаружена голландским ученым Г. Камерлинг-Оннесом (1911) при исследовании сопротивления ртути при 4,15 К. В 1959 г. был закончен эксперимент, длившийся более двух лет, позволивший наблюдать явление сверхпроводимости: электрический ток, созданный в кольце, изготовленном из сверхпроводника, не уменьшался в течение опыта.

При низких температурах у сверхпроводников наблюдается особое состояние вещества – кроме нулевого значения удельного сопротивления, они также обладают особыми магнитными и другими свойствами.

Обнаружено, что в слабом магнитном поле сверхпроводник будет вести себя как идеальный диамагнетик. Как установил немецкий физик В. Мейсснер (1933), в сверхпроводящем состоянии магнитное поле в толще сверхпроводника отсутствует. Это означает, что при охлаждении сверхпроводника ниже критической температуры магнитное поле из него вытесняется (**эффект Мейсснера**). Магнитное поле проникает в глубь сверхпроводника на расстояние, равное нескольким сотням ангстрем. Достаточно сильное магнитное поле, характеризующее критическим значением индукции внешнего магнитного поля, так же как и сильный электрический ток, протекающий по сверхпроводнику, разрушает сверхпроводящее состояние. Критическое поле зависит от температуры.

Сверхпроводимость – это макроскопический квантовый эффект. Теория сверхпроводимости (1957) была создана американскими физиками Дж. Бардином, Л. Купером и Д. Шриффером (Нобелевская премия, 1972 г.) и усовершенствована Н. Н. Боголюбовым. В ее основе заключается положение, что сверхпроводящее состояние представляет собой упорядоченное состояние электронов проводимости металла: электроны, свободные выше температуры перехода в сверхпроводящее состояние, при охлаждении ниже этой температуры связываются в пары. Не происходит рассеяние электронов на тепловых колебаниях ионов. При  $T > T_k$  связанные состояния не возникают и сверхпроводящие свойства не проявляются.

Вклад российских ученых А. Абрикосова и В. Гинзбурга, а также англичанина Э. Леггетта в объяснение сверхпроводимости как феномена квантовой физики был отмечен в 2003 г. Нобелевской премией по физике.

На основе теории сверхпроводимости английский физик Б. Джозефсон в 1962 г. предсказал эффект, названный его именем (Нобелевская премия, 1973 г.) и обнаруженный в 1963 г. **Эффект Джозефсона** заключается в протекании сверхпроводящего тока сквозь тонкий слой диэлектрика (пленка оксида металла толщиной  $\sim 1$  нм), разделяющий два сверхпроводника (так называемый контакт Джозефсона). Электроны проводимости проходят сквозь диэлектрик благодаря туннельному эффекту.

Если ток через контакт Джозефсона не превышает некоторого критического значения, то падения напряжения на нем нет (*стационарный эффект*), если превышает – возникает падение напряжения  $U$  и контакт излучает электромагнитные волны (*нестационарный эффект*). Частота излучения прямо пропорциональна падению напряжения  $U$  на контакте.

Эффект Джозефсона используется для точного измерения очень слабых магнитных полей (до  $10^{-18}$  Тл), токов (до  $10^{-10}$  А) и напряжений (до  $10^{-15}$  В), а также для создания быстродействующих элементов логических устройств ПЭВМ, усилителей и т. д.

По величине критической температуры сверхпроводники делятся на *классические*, у которых  $T_c < 30$  К, и *высокотемпературные сверхпроводники* с характерными значениями  $T_c \sim 100$  К. В 1986–1988 гг. в оксидных соединениях было обнаружено явление сверхпроводимости. Значения критической температуры для оксидных высокотемпературных проводников существенно выше температуры кипения дешевого и доступного хладагента – жидкого азота (77,3 К). Отметим, что отсутствуют принципиальные теоретические ограничения на величину  $T_c$  (по меньшей мере до  $T_c \sim 300$  К). Существует ряд теоретических моделей для объяснения природы высокотемпературной сверхпроводимости в оксидных высокотемпературных проводниках. Сейчас активно изучаются керамические материалы (Bi-2212(La) и т. д.), обладающие сверхпроводимостью при температурах выше 100 К.

В последние годы сверхпроводимость интенсивно исследуется с целью выяснения ее механизма и разработки материалов, обладающих сверхпроводимостью при более высоких температурах, чтобы уменьшить стоимость и разрешить проблемы, связанные с необходимостью охлаждения до очень низких температур. В исследовательских группах изучаются туннельные вольт-амперные характеристики высокотемпературных сверхпроводников. Проводится твердофазный синтез исследуемых материалов и характеристика их тепловых (теплоемкость, теплопроводность, коэффициент теплового расширения), магнитных (восприимчивость, намагниченность, магнитострикция) и транспортных (проводимость, подвижность, магнитосопротивление) свойств.

## Тема 31. Физика ядра

### 31.1. Масса и энергия связи ядра

**Ядерной физикой** называется наука о строении, свойствах и превращениях атомных ядер. Наиболее характерные для ядерной физики длины (линейные размеры ядер)  $\sim 10^{-15}$  м, а энергии – порядка МэВ.

В физике ядра и элементарных частиц (см. далее подтему 32) широко используется не только СИ, но и ряд внесистемных единиц. Масса частиц может измеряться как в абсолютной (кг, г), так и в относительной мере (а. е. м. – атомная единица массы). Атомная единица массы равна  $1,660 \cdot 10^{-27}$  кг. Массы частиц также часто относят к массе электрона  $m_e$ , равной  $9,109 \cdot 10^{-31}$  кг или  $5,486 \cdot 10^{-4}$  а. е. м. В качестве внесистемной единицы энергии широко используется единица энергии, называемая электрон-вольт:  $1 \text{ эВ} = 1,602 \cdot 10^{-19}$  Дж. Часто в эВ выражают массу микрочастиц на основе установленного А. Эйнштейном соотношения между массой  $m$  объекта и его энергией покоя  $E_0$  ( $E_0 = mc^2$ , см. формулу (9.26) ч. I):  $1 \text{ а. е. м.} = 931,50 \text{ МэВ}$ ;  $m_e = 0,511 \text{ МэВ}$ .

**Состав и масса ядра. Нуклоны. Взаимодействие нуклонов.** Центральная часть атома, в которой сосредоточены практически вся масса атома и его положительный электрический заряд, называется **ядром**. Экспериментально установлено, что атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Эти частицы называют **нуклонами**, имеющими два разных зарядовых состояния.

**Масса ядра** не является аддитивной величиной: она не равна сумме масс, образующих ядро нуклонов. Причиной является сильное взаимодействие нуклонов в ядре.

**Протон** (обозначается как  $p$ ,  $p^+$  или  ${}_1^1p$ ) обладает положительным зарядом  $+e$  и массой  $m_p$ , которая в энергетических единицах равна

$$m_p = 938,28 \text{ МэВ}.$$

Также массу протона можно выразить как

$$m_p = \begin{cases} 1,00759 \text{ а. е. м.} \\ 1836,15 m_e. \end{cases}$$

Протон имеет спин  $s = 1/2$ , его собственный магнитный момент равен

$$m_p \gg 2,79 m_n,$$

где  $m_n = \frac{e\hbar}{2m_p}$  – **ядерный магнетон** (единица, в которой измеряют магнитные моменты нуклонов).

Собственный магнитный момент протона в 660 раз меньше магнитного момента электрона. Направление магнитного момента протона совпадает с направлением спина.

**Нейтрон** (обозначается как  $n$ ,  $n^0$  или  ${}^1_0n$ ) – это нуклон, который не имеет электрического заряда, его масса близка к массе протона:

$$m_n = \begin{cases} 939,55 \text{ МэВ,} \\ 1,00898 \text{ а. е. м.} \\ 1838,68 m_e, \end{cases}$$

что на 0,14 %, или  $2,5 m_e$  больше массы протона.

Спин нейтрона  $s = 1/2$ . Магнитный момент нейтрона равен

$$m_n \gg -1,91 m_\mu.$$

Знак минус указывает на то, что магнитный момент имеет направление, противоположное направлению спина.

В свободном состоянии нейтрон нестабилен (радиоактивен). Он самопроизвольно распадается и превращается в протон, испуская электрон и легкую (возможно, безмассовую) частицу с нулевым зарядом – **антинейтрино** ( $\bar{\nu}_e$ ):



Период полураспада  $T_{1/2}$  (время, за которое распадается половина первоначального количества нейтронов) равен примерно 12 мин.

Отметим, что антинейтрино  $\bar{\nu}_e$  является античастицей **электронного нейтрино**  $\nu_e$ . Электрический заряд электронного нейтрино  $\nu_e$  равен нулю, спин равен  $1/2$ . Значение массы электронного нейтрино, как и антинейтрино, в настоящее время принимается или равным нулю, или чрезвычайно малым, очень близким к нулю. Антинейтрино  $\bar{\nu}_e$  отличается от нейтрино  $\nu_e$  спиральностью – квантовой характеристикой состояния. Спиральность – это проекция спина частицы на направление ее движения (импульс). У нейтрино спин  $s$  ориентирован антипараллельно импульсу  $p$  (левая спиральность), у антинейтрино –  $s$  и  $p$  сонаправлены (правая спиральность).

**Зарядом** ядра является величина

$$Ze,$$

где  $e$  – заряд протона;  $Z$  – **атомный номер** – порядковый номер химического элемента в периодической системе Менделеева, равный числу протонов в ядре.

Число нуклонов в ядре атома называется **массовым числом**:

$$A = Z + N,$$

где  $N$  – количество нейтронов в ядре. Нуклонам (протону и нейтрону) приписывается  $A = 1$ , электрону –  $A = 0$ .

Символически ядро химического элемента  $X$  с атомным номером  $Z$  и массовым числом  $A$  обозначается

$${}^A_Z X,$$

где  $X$  – символ химического элемента. Конкретные атомы с данным числом протонов и нейтронов в ядре принято называть **нуклидами**.

Ядра с одинаковыми  $Z$ , но разными  $A$  (т. е. принадлежащие одному химическому элементу) называются **изотонами** (например  ${}^{27,976}_{14}\text{Si}$  и  ${}^{28,976}_{14}\text{Si}$  имеют

относительную концентрацию 0,9221 и 0,0470 соответственно при средней атомной массе кремния 28,086 а. е. м.). Ядра, которые при одинаковом  $A$  имеют различные  $Z$ , называются **изобарами** (например  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$  и  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ). Различают также **изотоны** – ядра с одинаковым числом нейтронов  $N$  ( ${}^{12}_6\text{C}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$  и  ${}^{15}_8\text{O}$ ) и **изомеры** – ядра с одинаковыми  $Z$  и  $A$ , но различными периодами полураспада (см. далее подтему 31.4) (два изомера  ${}^{80}_{35}\text{Br}$  имеют  $T_{1/2}$  равные 18 мин и 4,4 ч).

Атомы изотопов обладают очень близкими физико-химическими свойствами за исключением трех нуклидов – изотопов водорода:  ${}^1_1\text{H}$ ,  ${}^2_1\text{H}$  и  ${}^3_1\text{H}$ , ядра которых существенно отличаются друг от друга. Эти изотопы называют соответственно обычным водородом (протием), дейтерием и тритием, а ядра дейтерия и трития – дейтрон ( $d$ ) и тритон ( $t$ ). Атомное ядро протия – протон.

У разных атомов число изотопов различно, среди них имеются стабильные и радиоактивные.

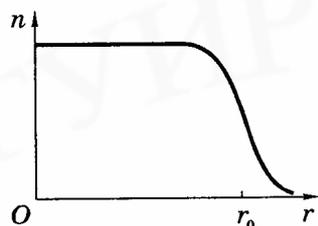


Рис. 31.1. Общий вид зависимости концентрации нуклонов  $n$  от расстояния до центра ядра  $r$

У атомного ядра (как и у всякой квантовой системы) отсутствует четко определенная граница. Типичное распределение концентрации нуклонов в зависимости от расстояния до центра ядра  $n(r)$  показано на рис. 31.1, где за **радиус ядра**  $r_0$  принимают расстояние от центра ядра, на котором концентрация нуклонов падает в два раза. В первом приближении ядро можно считать сферическим с радиусом

$$r_0 = (1,2 - 1,3) A^{1/3} \text{ ферми,}$$

где ферми – единица длины в ядерной физике, равная  $10^{-15}$  м.

Следовательно, масса ядра, определяемая массовым числом  $A$ , пропорциональна его объему  $V$ , так как  $V \sim r_0^3 \sim A$ . Поэтому плотность вещества во всех ядрах примерно одинакова и, как показывает расчет, равна  $r \gg 2 \times 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>.

**Результирующий спин ядра** складывается из спинов нуклонов, поэтому может принимать полуцелое (при нечетном количестве нуклонов – протонов и нейтронов), целое или нулевое значение (при четном числе нуклонов).

**Энергия связи ядра.** Во всех ядрах (за естественным исключением ядер водорода – протия) между нуклонами существует ядерное (сильное) взаимодействие – притяжение, которое обеспечивает устойчивость ядер, несмотря на отталкивание одноименно заряженных протонов.

**Энергией связи нуклона** в ядре называется физическая величина, равная той работе, которую нужно совершить для удаления нуклона из ядра, не сообщая ему кинетической энергии. **Энергия связи ядра** определяется той минимальной работой, которую нужно совершить, чтобы расщепить ядро на составляющие его нуклоны, не сообщая им кинетической энергии.

Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра должна выделяться такая же энергия, какую нужно затратить при расщеплении ядра на составляющие его нуклоны. Энергия связи ядра является разностью между

энергией нуклонов, связанных в ядре, и их энергией в свободном состоянии.

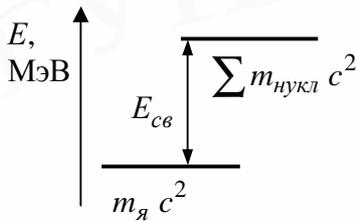


Рис. 31.2. Схема, иллюстрирующая образование ядра

На рис. 31.2 показано, что энергия покоя ядра меньше суммы энергий покоя свободных нуклонов, входящих в состав данного ядра. Тогда энергия связи нуклонов в атомном ядре равна

$$E_{св} = (\sum m_{нукл} - m_я) c^2, \quad (31.2)$$

где масса всех нуклонов  $\sum m_{нукл}$ , входящих в состав данного ядра, и масса ядра  $m_я$  определены в СИ.

Таким образом, **энергию связи нуклонов** в атомном ядре можно определить как

$$E_{св} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_я] c^2 = [Zm_H + (A - Z)m_n - m_a] c^2, \quad (31.2a)$$

где  $Z$  и  $N = A - Z$  – соответственно число протонов и нейтронов в ядре;  $m_p$ ,  $m_n$ ,  $m_я$  – соответственно массы протона, нейтрона и ядра;  $m_H = m_p + m_e$  – масса атома водорода  ${}^1_1H$ ;  $m_a = m_я + Zm_e$  – атомная масса данного вещества (масса нуклида).

Масса всех нуклонов при образовании из них ядра уменьшается на величину  $\Delta m$ , называемую **дефектом массы** ядра:

$$\Delta m = \frac{E_{св}}{c^2} = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я. \quad (31.3)$$

**Удельная энергия связи** – это энергия связи, приходящаяся в среднем на один нуклон, т. е.  $\Delta \epsilon_{св} = E_{св} / A$ . Она характеризует устойчивость (прочность) ядра: чем больше  $E_{св} / A$ , тем ядро прочнее. Среднее значение удельной энергии связи нуклона в ядре составляет около 8 МэВ (при  $A > 20$ ).

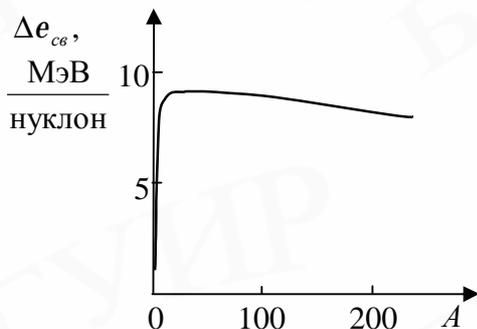


Рис. 31.3. Кривая зависимости удельной энергии связи  $e_{св}$  ядра от массового числа  $A$

На рис. 31.3 показано, что сильнее всего связаны нуклоны в ядрах с массовыми числами в интервале 50–60, т. е. в элементах от  $Cr$  до  $Zn$ . Энергия связи в этих элементах достигает 8,7 МэВ/нуклон. Для сравнения:  $E_{св} / A$  для урана  ${}^{238}_{92}U$  составляет 7,6 МэВ/нуклон. При переходе к более тяжелым ядрам удельная энергия связи уменьшается, поскольку при увеличении числа протонов в ядре увеличивается энергия их кулоновского отталкивания. Поэтому связь между

нуклонами становится менее сильной, а сами ядра менее прочными. Энергетически выгодно: 1) деление тяжелых ядер на более легкие; 2) слияние легких ядер друг с другом в более тяжелые. При обоих процессах выделяется огромное количество энергии. Эти процессы в настоящее время реализованы практически: реакции деления ядер и реакции термоядерного синтеза ядер.

## 31.2. Ядерные силы

Взаимодействие ядер между собой свидетельствует о том, что в ядрах существуют особые ядерные силы, не сводящиеся ни к одному из типов сил, известных в классической физике (гравитационных и электромагнитных). Силы, удерживающие нуклоны в ядре, называются **ядерными** и представляют собой проявление *сильного взаимодействия*.

**Свойства ядерных сил:**

1) ядерные силы являются короткодействующими. На расстояниях порядка  $\sim 10^{-15}$  м ядерные силы как силы притяжения удерживают нуклоны, несмотря на кулоновское отталкивание между протонами. На меньших расстояниях притяжение нуклонов сменяется отталкиванием;

2) ядерные силы обладают зарядовой независимостью: притяжение между двумя любыми нуклонами одинаково ( $n-n$ ,  $p-p$ ,  $n-p$ );

3) ядерным силам свойственно насыщение: каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов;

4) ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов. Например, протон и нейтрон образуют дейтрон – ядро изотопа дейтерия  ${}^2_1H$  – только если их спины параллельны друг другу;

5) ядерные силы не являются центральными, т.е. не направлены по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов, о чем свидетельствует их зависимость от ориентации спинов нуклонов.

**Модели атомного ядра.** В теории атомного ядра очень важную роль играют модели, достаточно хорошо описывающие определенную совокупность ядерных свойств и допускающие сравнительно простую математическую трактовку. К настоящему времени из-за сложного характера ядерных сил и трудности точного решения уравнений движения всех нуклонов ядра еще нет законченной теории ядра, которая бы объясняла все его свойства.

Рассмотрим две следующие **модели ядра**:

1. **Капельная модель** (М. Борн и Я. Френкель, 1936 г.). В этой модели принимается, что ядро ведет себя подобно капле несжимаемой заряженной жидкости с плотностью, равной ядерной, и подчиняющейся законам квантовой механики. Таким образом, ядро рассматривается как непрерывная среда и движение отдельных нуклонов не выделено. При такой аналогии между поведением молекул в капле жидкости и нуклонов в ядре учитывается короткодействие ядерных взаимодействий, свойство насыщения ядерных сил и одинаковая плотность ядерного вещества в разных ядрах. Отметим, что капельная модель объяснила механизмы ядерных реакций, особенно реакции деления ядер, позволила получить полуэмпирическую формулу для энергии связи нуклонов в ядре, а также описала зависимость радиуса ядра от массового числа.

2. **Оболочечная модель** (была окончательно сформулирована американским физиком М. Гёпперт-Майер и немецким физиком Й. Х. Йенсен, 1949–1950 г.). В этой модели нуклоны считаются движущимися независимо друг от

друга в усредненном центрально-симметричном поле остальных нуклонов ядра. В соответствии с этим имеются дискретные энергетические уровни, заполняемые нуклонами с учетом принципа Паули. Эти уровни группируются в *оболочки*, в каждой из которых может находиться определенное число нуклонов. Учитывается спин-орбитальное взаимодействие нуклонов. В ядрах, за исключением самых легких, осуществляется  $j - j$ -связь.

Ядра с полностью заполненными оболочками являются наиболее устойчивыми. *Магическими* называются атомные *ядра*, у которых число нейтронов  $N$  или (и) число протонов  $Z$  равно одному из магических чисел: 2, 8, 20, 28, 50, 82 и  $N = 126$ . Магические ядра отличаются от других ядер, например, повышенной устойчивостью, большей распространенностью в природе.

Ядра, у которых магическими являются и  $Z$ , и  $N$ , называются *дважды магическими*. К дважды магическим ядрам относятся: гелий  ${}^4_2\text{He}$ , кислород  ${}^{16}_8\text{O}$ , кальций  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ , олово  ${}^{120}_{50}\text{Sn}$ , свинец  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ . В частности, особенная устойчивость ядра  ${}^4_2\text{He}$  проявляется в том, что это единственная частица, называемая  *$\alpha$ -частицей*, испускаемая тяжелыми ядрами при радиоактивном распаде.

Кроме предсказания магических чисел, эта модель позволила найти согласующиеся с опытом значения спинов основных и возбужденных состояний ядер, а также их магнитные моменты. Особо хорошо данная модель применима для описания легких и средних ядер, а также для ядер, находящихся в основном состоянии.

### 31.3. Радиоактивность

Радиоактивность была открыта в 1896 г. французским физиком А. Беккерелем при изучении люминесценции солей урана. Было обнаружено, что урановые соли без внешнего воздействия (самопроизвольно) испускали излучение неизвестной природы, которое засвечивало изолированные от света фотопластинки, ионизовало воздух, проникало сквозь тонкие металлические пластинки, вызывало люминесценцию ряда веществ. Таким же свойством обладали и вещества, содержащие полоний  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  и радий  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ . Обнаруженное излучение было названо радиоактивным излучением.

**Радиоактивность** – это явление самопроизвольного (спонтанного) распада ядер с испусканием одной или нескольких частиц. Такие ядра и соответствующие им нуклиды называют **радиоактивными** (в отличие от стабильных ядер). Радиоактивное ядро называют *материнским*, а ядра, образующиеся в результате распада, – *дочерними*.

*Необходимое условие* радиоактивного распада заключается в том, что масса исходного ядра должна превышать сумму масс продуктов распада. Поэтому каждый радиоактивный распад происходит с выделением энергии.

Различают естественную и искусственную радиоактивности. При этом законы радиоактивного превращения в обоих случаях одинаковы.

**Естественной радиоактивностью** называется радиоактивность, наблюдаемая у существующих в природе неустойчивых изотопов.

**Искусственной радиоактивностью** называется радиоактивность изотопов, полученных в результате ядерных реакций.

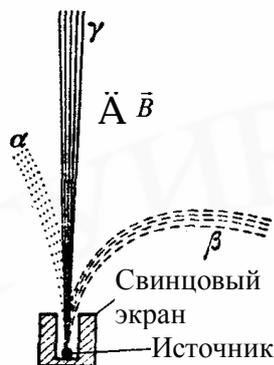


Рис. 31.4. Схема эксперимента по изучению  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -лучей (отклонение  $\alpha$ -лучей сильно преувеличено)

Радиоактивное излучение бывает трех типов:  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -излучение. Природа  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -лучей была установлена по их отклонению в магнитном поле, рис. 31.4.

1.  **$\alpha$ -излучение** (альфа-излучение) отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает высокой ионизирующей способностью и малой проникающей способностью ( $\alpha$ -лучи поглощаются слоем алюминия толщиной 0,05 мм).  $\alpha$ -излучение представляет собой поток ядер гелия – заряд  $\alpha$ -частицы равен  $+2e$ , а масса совпадает с массой ядра изотопа гелия  ${}^4_2\text{He}$ .  $\alpha$ -частицы испускают только тяжелые ядра.

2.  **$\beta$ -излучение** (бета-излучение) также отклоняется электрическим и магнитным полями; его ионизирующая способность на два порядка меньше, чем ионизирующая способность  $\alpha$ -лучей, а проникающая способность, напротив, гораздо больше, чем у  $\alpha$ -частиц (поглощается слоем алюминия толщиной 2–3 мм).  $\beta$ -излучение представляет собой поток быстрых электронов  $e^-$  ( $\beta^-$ -распад) или позитронов – античастиц электронов  $e^+$  ( $\beta^+$ -распад). **Позитрон** – античастица электрона – это частица с массой покоя, равной массе покоя электрона, спином  $1/2$  и несущая положительный электрический заряд  $e^+$ .  $\beta$ -электроны рождаются в результате процессов, происходящих внутри ядра при превращении одного вида нуклона в ядре в другой – нейтрона в протон или протона в нейтрон.

3.  **$\gamma$ -излучение** (гамма-излучение) не отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает относительно слабой ионизирующей способностью и очень большой проникающей способностью (например проходит слой свинца толщиной 5 см). При прохождении его через кристалл наблюдается дифракция.  $\gamma$ -излучение представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение с длиной волны  $l < 2 \cdot 10^{-10}$  м и является потоком частиц –  $\gamma$ -квантов (фотонов). В настоящее время этот термин употребляется для обозначения жесткого электромагнитного излучения с энергией квантов  $hw \geq 10$  кэВ.

Отметим, что термином «бета-распад» обозначают три типа ядерных превращений:

электронный распад  $n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \tilde{\nu}_e$  ( $\beta^-$ -распад),

позитронный распад  $p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu_e$  ( $\beta^+$ -распад),

а также **электронный захват** (другие названия –  $e$ -захват или  $K$ -захват). В случае электронного захвата превращение протона в нейтрон идет по схеме

$$p^+ + e^- \rightarrow n^0 + \nu_e,$$

т. е. протон как бы «захватывает»  $K$ -электрон (электрон ближайшего к ядру  $K$ -слоя атома). При этом из ядра вылетает только электронное нейтрино  $\nu_e$ .

$g$ -излучение не является самостоятельным типом радиоактивности. Оно сопровождает процессы  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадов и не вызывает изменения заряда и массового числа ядер. Оно испускается не материнским, а дочерним ядром. Поэтому  $g$ -излучение – это основная форма уменьшения энергии возбужденных продуктов радиоактивных превращений.

### 31.4. Закон радиоактивного распада

Теория радиоактивного распада основывается на двух предположениях. Во-первых, число ядер, распадающихся за время  $dt$ , пропорционально числу нераспавшихся ядер  $N$ , имеющихся в этот момент. Тогда убыль  $-dN$  числа ядер за время  $dt$  – число распавшихся ядер за промежуток  $dt$  – определяется как

$$-dN = \lambda N dt,$$

где  $\lambda$  – постоянная радиоактивного распада.

Во-вторых, постоянная распада не зависит от внешних условий. **Постоянная распада**  $\lambda$  равна доле ядер, распадающихся в единицу времени и, следовательно, имеет смысл вероятности распада ядра за 1с.

В результате получаем **закон радиоактивного распада**, которому подчиняется самопроизвольный распад атомных ядер

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (31.4)$$

где  $N_0$  – число ядер в данном объеме вещества в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $N$  – число нераспавшихся ядер в том же объеме к моменту времени  $t$ .

Интенсивность процесса радиоактивного распада характеризуют периодом полураспада  $T_{1/2}$  и средним временем жизни  $t$  радиоактивного ядра.

**Период полураспада**  $T_{1/2}$  – время, за которое исходное число радиоактивных ядер в среднем уменьшается вдвое:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (31.5)$$

Суммарная продолжительность жизни  $dN$  ядер равна

$$t |dN| = \lambda N dt.$$

**Среднее время жизни**  $t$  для всех первоначально существовавших ядер

$$t = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N dt = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt, \\ t = \frac{1}{\lambda}. \quad (31.6)$$

Период полураспада  $T$  и среднее время жизни  $\tau$  радиоактивного изотопа имеют один и тот же порядок и связаны между собой формулой

$$T = t \ln 2 = 0,693 t. \quad (31.7)$$

**Активностью**  $A$  нуклида в радиоактивном источнике называется число радиоактивных распадов, происходящих с ядрами образца, в единицу времени:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = IN. \quad (31.8)$$

**Единица** активности в СИ – беккерель (1 Бк = 1 распад/с).

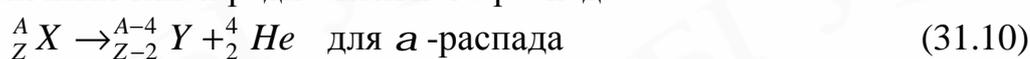
Один беккерель – это активность нуклида, при которой за 1 с происходит один акт распада. Внесистемная единица активности нуклида в радиоактивном источнике – кюри (Ки):  $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$ .

**Правила смещения.** При радиоактивном распаде выполняется **закон сохранения электрических зарядов** и **закон сохранения массовых чисел**:

$$Z_{\text{я}}e = \sum_i Z_i e \quad \text{и} \quad A_{\text{я}} = \sum_i A_i, \quad (31.9)$$

где  $Z_{\text{я}}e$  и  $A_{\text{я}}$  – соответственно заряд и массовое число материнского ядра;  $Z_i e$  и  $A_i$  – соответственно заряды и массовые числа дочерних частиц.

Согласно данным законам формулируют **правила смещения**, позволяющие установить, какое ядро возникает в результате распада данного материнского ядра в различных типах радиоактивного распада:



где  ${}^A_Z X$  – материнское ядро;  $Y$  – символ дочернего ядра.

Возникающие в результате радиоактивного распада ядра могут быть, в свою очередь, радиоактивными. Это приводит к возникновению цепочки, или ряда радиоактивных превращений, заканчивающихся стабильным элементом. Совокупность элементов, образующих такую цепочку, называется **радиоактивным семейством**.

Естественно-радиоактивные ядра образуют три радиоактивных семейства, называемых **семейством урана** ( ${}^{238}_{92} \text{U}$ ), **семейством тория** ( ${}^{232}_{90} \text{Th}$ ) и **семейством актиния** ( ${}^{235}_{89} \text{Ac}$ ), которые после цепочки  $\alpha$ - и  $b$ -распадов заканчиваются на стабильных изотопах свинца  ${}^{206}_{82} \text{Pb}$ ,  ${}^{208}_{82} \text{Pb}$  и  ${}^{207}_{82} \text{Pb}$  (имеющих особую устойчивость ядер, содержащих магическое число протонов – 82). Четвертое из известных семейств – **семейство нептуния** – начинается от трансуранового элемента нептуния  ${}^{237}_{93} \text{Np}$ , полученного искусственным путем, и заканчивается на висмуте  ${}^{209}_{83} \text{Bi}$ .

### 31.5. Ядерные реакции

**Ядерными реакциями** называются превращения атомных ядер, вызванные взаимодействием их друг с другом или с элементарными частицами. Это взаимодействие возникает при сближении частиц (двух ядер, нуклона и ядра и

т. д.) до расстояний порядка  $10^{-15}$  м благодаря действию ядерных сил.

Как правило, в ядерных реакциях участвуют две пары ядро – частица. Одна пара ядро – частица является исходной, другая пара – конечной.

Символическая запись ядерной реакции



где  $X$  и  $Y$  – соответственно исходное ядро-мишень и конечное (результатирующее) ядро;  $a$  и  $b$  – соответственно легкие исходная (бомбардирующая) и конечная (испускаемая) частицы. Если частица  $b$  тождественна частице  $a$ , то тогда процесс называется **рассеянием**.

В качестве легких частиц  $a$  и  $b$  могут быть нейтрон ( $n$ ), протон ( $p$ ), дейтрон ( $d$ ),  $\alpha$ -частица и  $g$ -квант. Возможные схемы протекания ядерной реакции называются ее каналами, а начальный этап реакции – входным каналом.

В любой ядерной реакции выполняются **законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел**: сумма зарядов (и массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядов (и сумме массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции. Выполняются также законы сохранения энергии, импульса и момента импульса. В физике элементарных частиц к перечисленным законам сохранения добавляются некоторые другие законы (законы сохранения барионного и лептонного чисел и т. д.).

Различают два вида реакций: с образованием промежуточного (составного) ядра  $\Pi$ , когда реакция вызывается не очень быстрыми частицами



и прямые ядерные взаимодействия, т. е. реакции, вызываемые быстрыми нуклонами и дейтронами, когда ядерные реакции происходят по схеме (31.12).

Вероятность протекания той или иной ядерной реакции зависит от характеристик сталкивающихся частиц (в первую очередь от их кинетической энергии) и связана с **эффективным сечением  $\sigma$  ядерной реакции**, которое можно представить как поперечное сечение ядер атомов, если их принять за твердые шарики. Эффективное сечение имеет размерность площади.

**Единица** эффективного сечения ядерных процессов – барн (1 барн =  $10^{-28}$  м<sup>2</sup>).

Вероятность того, что падающая на вещество частица заденет одно из ядер мишени (другими словами, вероятность того, что частица  $a$  вызовет ядерную реакцию), рассчитывается как

$$P = S n d, \quad (31.14)$$

где  $n$  – концентрация ядер;  $\delta$  – толщина мишени ( $S n d$  определяет относительную долю площади мишени, перекрытую ядрами-шариками).

Пусть на тонкую мишень (ядра  $X$  не перекрывают друг друга) падает поток частиц  $N$  перпендикулярно ее поверхности ( $N$  – число частиц, пролетающих через некоторую поверхность в единицу времени). Тогда количество сталкивающихся с ядрами мишени частиц  $\Delta N$  вычисляется как

$$\Delta N = NP = N S n d. \quad (31.15)$$

Определив относительное количество частиц, претерпевших столкновения  $\Delta N/N$  (при известных  $n$  и  $\delta$ ), можно вычислить поперечное сечение:

$$S = \frac{\Delta N}{N} \frac{1}{nd}. \quad (31.16)$$

В ядерной физике эффективное сечение  $\sigma$  характеризует ядро как мишень для налетающей частицы и является мерой того, что частица и ядро вступят во взаимодействие. Величина  $S$  определяется по формуле (31.16), где  $\Delta N/N$  – это относительное число бомбардирующих частиц  $a$ , вызвавших ядерную реакцию.

Непосредственно определяют величину  $w$ , называемую **выходом ядерной реакции**:

$$w = \Delta N/N. \quad (31.17)$$

Затем, зная  $n$ , находят эффективное сечение ядерных процессов  $\sigma$  с помощью выражения (31.16).

Если мишень толстая, то поток частиц будет по мере прохождения через нее постепенно ослабевать. В этом случае формула (31.17) для  $w$  усложняется:

$$w = \frac{\Delta N}{N} = 1 - e^{-Sn}. \quad (31.17a)$$

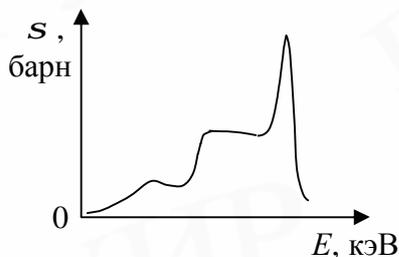


Рис. 31.5. Вид экспериментальной зависимости  $\sigma$  от  $E$  дейтронов в реакции  ${}^{16}_8\text{O}(d, p, g){}^{17}_8\text{O}$

На рис. 31.5 показан вид зависимости сечения ядерной реакции кислорода с дейтронами  ${}^{16}_8\text{O} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^1_1\text{p} + {}^{17}_8\text{O} + g$  от энергии  $E$ . Используя данную реакцию, можно определить концентрацию кислорода в образце. Расчеты при определении концентрации изучаемого элемента упрощаются, если выбирается интервал энергии дейтронов, в пределах которого  $S(E)$  – постоянная величина. Поэтому в такого рода опытах наиболее используемые энергии дейтронов составляют 800–900 кэВ. Аналогично можно определять наличие в мишенях и других примесей.

Ядерные реакции классифицируются:

**Ядерные реакции классифицируются:**

1) по роду участвующих в них частиц – реакции под действием нейтронов, заряженных частиц,  $g$ -квантов;

2) по энергии вызывающих их частиц – реакции при малых, средних и высоких энергиях;

3) по роду участвующих в них ядер – реакции на легких ( $A < 50$ ); средних ( $50 < A < 100$ ) и тяжелых ( $A > 100$ ) ядрах;

4) по характеру происходящих ядерных превращений – реакции с испусканием нейтронов, заряженных частиц; **реакции захвата** (в случае этих реакций составное ядро не испускает никаких частиц, а переходит в основное состояние, излучая один или несколько  $g$ -квантов).

В экспериментальной физике широко применяются методы исследования состава образцов, использующие резонансное поглощение  $\gamma$ -излучения ядрами, когда ядро поглощает  $\gamma$ -квант той же частоты, что и частота излучаемого ядром

$\gamma$ -кванта при переходе ядра из данного возбужденного состояния в основное. В 1958 г. Р. Мёссбауэр открыл эффект, получивший название *эффекта Мёссбауэра* (Нобелевская премия, 1961): явление упругого испускания (поглощения)  $\gamma$ -квантов атомными ядрами, связанными в твердом теле, не сопровождается изменением внутренней энергии тела.

С помощью мёссбауэровской спектроскопии можно не только получать количественную информацию о свойствах поверхностных слоев, но и исследовать микроскопические объекты (ядра, ионы и т. д.). На рис. 31.6 изображен экспериментальный мёссбауэровский спектр.

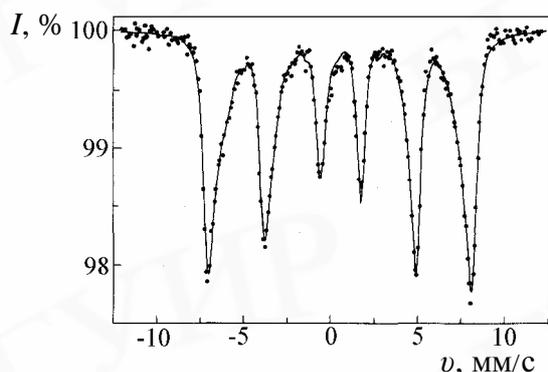


Рис. 31.6. Типичный мёссбауэровский спектр (источник излучения – изотоп  $^{57}\text{Co}$  в матрице  $\text{Cr}$ ): наночастицы магнетита,  $T = 297 \text{ K}$  [23]

По вертикальной оси отложена относительная интенсивность  $\gamma$ -излучения, прошедшего через поглотитель (максимальная интенсивность принята за 100 %). По оси абсцисс спектра отложена скорость движения источника резонансного  $\gamma$ -излучения относительно поглотителя.

Методы мёссбауэровской спектроскопии активно используются в исследованиях по физике твердого тела. Например, с помощью этих методов удалось обнаружить влияние электронных оболочек атомов на процессы, происходящие внутри атомных ядер. Линии спектров одного и того же ядра заметно сдвигаются и меняются по ширине при переходе от одного химического соединения к другому, при изменении температуры, при изменении структуры кристаллической решетки и т. д.

### 31.6. Энергетическая схема ядерной реакции

Выделение или поглощение энергии при ядерной реакции определяется знаком дефекта масс. Пусть  $E_0$  и  $E'_0$  – суммы энергий покоя исходных частиц и продуктов реакции. Полная энергия в реакции сохраняется, поэтому

$$E_0 + K = E'_0 + K', \quad (31.18)$$

где  $K$  и  $K'$  – соответственно суммарные кинетические энергии исходных частиц и продуктов реакции. В экспериментах под энергией частицы понимают ее кинетическую энергию  $K$ . Для безмассовых частиц  $K$  и есть энергия частицы.

**Энергией ядерной реакции  $Q$**  называют величину, равную убыли суммарной энергии покоя  $E_0 - E'_0$ , которая в свою очередь согласно (31.18) равна приращению суммарной кинетической энергии  $K' - K$ :

$$Q = E_0 - E'_0 = K' - K. \quad (31.19)$$

Ядерную реакцию вида (31.12) с учетом  $Q$  записывают так:

$$X(a, b)Y + Q. \quad (31.20)$$

Формулу (31.19) удобно представить в другом виде, например, через массы ядер и частиц:

$$Q = (m_X + m_a)c^2 - (m_Y + m_b)c^2, \quad (31.21)$$

где  $(m_X + m_a)$  и  $(m_Y + m_b)$  – соответственно суммы масс исходного ядра  $X$  и частицы  $a$ , вступающих в реакцию, и ядра  $Y$  и частицы  $b$  после реакции (массы определены в СИ).

Ядерные реакции могут быть как *экзотермическими* (с выделением энергии,  $Q > 0$ ), так и *эндотермическими* (с поглощением энергии,  $Q < 0$ ).

Таким образом, **энергетическая схема** ядерной реакции вида (31.12), которую также можно представить в виде (31.20), записывают так:

$$M(m, m') \rightarrow M' + Q, \quad (31.22)$$

где массы определены в энергетических единицах:  $M$  – масса ядра мишени  $X$ ;  $M'$  – масса дочернего ядра  $Y$ ;  $m$  и  $m'$  – соответственно массы налетающей  $a$  и испускаемой  $b$  частиц;  $Q$  – энергия реакции.

**Энергетическая схема** ядерной реакции (31.13), проходящей через составное ядро  $\Pi$ , соответственно имеет вид

$$M + m \rightarrow M^* \rightarrow M' + m' + Q, \quad (31.23)$$

где массы определены в энергетических единицах:  $M + m$  и  $M' + m'$  – соответственно суммы масс ядер и частиц до и после реакции;  $M^*$  – масса ядра  $\Pi$ .

Для наглядности на рис. 31.7 изображены схемы ядерных реакций в энергетической шкале в системе центра масс ( $\Pi$ -системе, в которой суммарный импульс сталкивающихся и образующихся частиц равен нулю) для случаев экзотермической и эндотермической реакций, а также реакции вида (31.13).

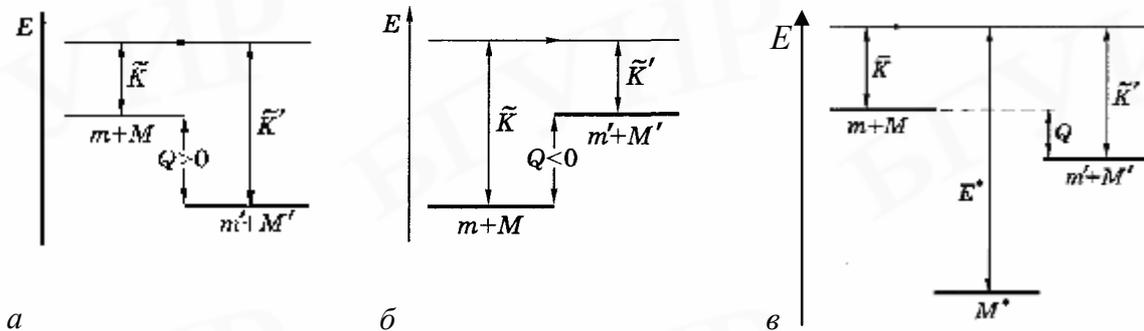


Рис. 31.7. Схемы ядерных реакций в энергетической шкале в системе центра масс (массы частиц определены в энергетических единицах):

$a$  – экзотермическая реакция;  $b$  – эндотермическая реакция;

$v$  – реакция с образованием составного ядра;

$\tilde{K}$  – суммарная кинетическая энергия частиц  $X$  и  $a$  в  $\Pi$ -системе;

$\tilde{K}'$  – суммарная кинетическая энергия частиц  $Y$  и  $b$  в  $\Pi$ -системе (после реакции);

$Q = \tilde{K}' - \tilde{K}$  – энергия реакции;  $E^*$  – энергия возбуждения составного ядра

### 31.7. Реакции деления ядер. Пути использования ядерной энергии

**Реакции деления ядер.** В основу теории деления атомных ядер положена капельная модель ядра. Тяжелое составное ядро, возбужденное при резонансном захвате нейтрона, может разделиться на две приблизительно равные части (**реакция деления тяжелых ядер**). Образовавшиеся части называются

**осколками деления.** Неустойчивость тяжелых ядер обусловлена взаимным отталкиванием большого числа протонов, находящихся в ядрах.

Деление тяжелого ядра на два осколка сопровождается выделением энергии порядка 1 МэВ на каждый нуклон. Например, при делении ядра урана  ${}_{92}^{238}\text{U}$ , содержащего 238 нуклонов, выделяется энергия порядка 200 МэВ, что составляет 0,84 МэВ/нуклон.

Экспериментально установлено, что тяжелые ядра способны к делению, если для них выполняется условие  $Z^2/A \geq 17$ , где  $Z^2/A$  – **параметр деления**. Это условие выполняется для всех ядер, начиная с серебра  ${}_{47}^{108}\text{Ag}$  ( $Z_{\text{Ag}}^2/A_{\text{Ag}} \approx 20$ ).

**Критическим параметром деления** называется параметр  $Z^2/A = 49$ . Ядра с параметром деления большим критического  $Z^2/A > 49$  совершенно неустойчивы относительно деления. Такие ядра, если бы они возникли, мгновенно претерпевали бы деление за времена порядка  $10^{-23} - 10^{-24}$  с.

При  $Z^2/A < 49$  возможно **спонтанное (самопроизвольное) деление ядер** (происходит аналогично  $\alpha$ -распаду за счет туннельного эффекта). Однако период полураспада для спонтанного деления ядер составляет  $10^{16} - 10^{17}$  лет.

Осколки деления в момент своего образования обладают избытком нейтронов, поскольку для средних ядер число протонов приблизительно равно числу нейтронов ( $N/Z \approx 1$ ), а для тяжелых ядер число нейтронов значительно превышает число протонов ( $N/Z \approx 1,6$ ). Избыточные нейтроны, испускаемые осколками, называются **нейтронами деления**. В среднем на каждый акт деления приходится 2,5 испущенных нейтрона.

**Цепная реакция деления.** Каждый из мгновенных нейтронов, возникших в реакции деления, взаимодействуя с соседними ядрами делящегося вещества, вызывает в них реакцию деления. Происходит лавинообразное нарастание числа актов деления.

**Цепная реакция деления** – это ядерная реакция, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции. **Условием** возникновения цепной реакции является наличие размножающихся нейтронов.

**Коэффициентом размножения** нейтронов  $k$  называется отношение числа нейтронов, возникающих в некотором звене реакции, к числу таких нейтронов в предшествующем звене.

**Необходимое условие** развития цепной реакции:  $k > 1$ . Такая реакция называется **развивающейся реакцией**. При  $k = 1$  идет **самоподдерживающаяся реакция**. При  $k < 1$  идет **затухающая реакция**.

Часть вторичных нейтронов не участвует в поддержании цепной реакции – захватывается неделяющимися примесями, выходит из зоны реакции без захвата ядром, теряет энергию в процессах неупругого рассеяния и т. д.

Поэтому коэффициент размножения зависит от природы делящегося ве-

щества, а для данного изотопа – от его количества, а также размеров и формы **активной зоны** – пространства, где происходит цепная реакция.

Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются **критическими размерами**.

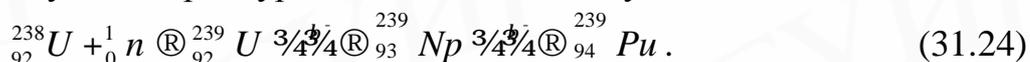
Минимальная масса делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимая для осуществления цепной реакции, называется **критической массой**.

Цепные реакции делятся на управляемые и неуправляемые. Взрыв атомной бомбы – пример неуправляемой реакции. Управляемые цепные реакции осуществляются в ядерных реакторах.

**Ядерные реакторы.** В природе имеется два изотопа урана и изотоп тория, которые могут служить ядерным топливом или сырьем для его получения:

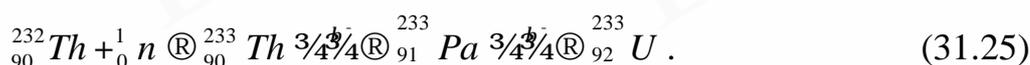
1)  ${}_{92}^{235}\text{U}$  – в естественном уране его содержится примерно 0,7 %;

2)  ${}_{92}^{238}\text{U}$  – в естественном уране его содержится примерно 99,3 % – используется для получения трансуранового элемента плутония по схеме



Ядро  ${}_{92}^{239}\text{U}$  нестабильно ( $T_{1/2} = 23$  мин) и, испуская электрон, антинейтрино и  $\gamma$ -фотон, превращается в ядро трансуранового элемента нептуния  ${}_{93}^{239}\text{Np}$ , которое тоже распадается ( $T_{1/2} = 2,3$  дня), превращаясь в плутоний  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$  с  $\beta^-$ -распадом. Плутоний  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$   $\alpha$ -радиоактивен, однако его период полураспада  $2,41 \cdot 10^4$  лет, поэтому его можно считать практически стабильным;

3)  ${}_{90}^{232}\text{Th}$  – служит сырьем для получения искусственного ядерного топлива  ${}_{92}^{233}\text{U}$  по схеме



Отметим, что в природном уране цепная реакция не возникает, так как на одно делящееся ядро  ${}_{92}^{235}\text{U}$  приходится 140 ядер  ${}_{92}^{238}\text{U}$ , которые захватывают не слишком быстрые нейтроны, рождаемые космическими лучами.

**Ядерным реактором** называется устройство, в котором осуществляется и поддерживается управляемая цепная реакция деления. Топливо для реакторов изготавливается в виде тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ), объединенных в тепловыделяющие сборки (ТВС) в зависимости от реактора, которые предназначены для передачи энергии потоку теплоносителя и последующей выработки электроэнергии.

Цепная реакция деления используется в ядерных реакторах для получения тепловой энергии, которая затем преобразуется в электрическую, обеспечивая производство электроэнергии в промышленных масштабах. Основу советской ядерной энергетики составили два типа реакторов. Один из них – реактор с водой под давлением ВВЭР (водо-водяной энергетический реактор), ис-

пользуемый в том числе на подводных лодках. Другой – уран-графитовый реактор РБМК – тип реактора, который взорвался в Чернобыле. На реакторах такого типа вырабатывается не только электроэнергия. Часть нейтронов, испускаемых при делении ядер  ${}_{92}^{235}\text{U}$ , идет на поддержание цепной реакции, а часть претерпевает радиационный захват ядрами  ${}_{92}^{238}\text{U}$ , что в конечном итоге приводит к образованию плутония  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$  по схеме (31.24) – материала для атомных бомб.

Основным типом реактора, как для российских атомных энергостанций, так и для станций, сооружаемых Россией за рубежом, в настоящее время считается реактор ВВЭР-1000. Расчетный срок службы основного оборудования составляет 60 лет. Перегрузка топлива производится 1 раз в год. В ближайшем будущем на российских атомных электростанциях планируется начать использовать энергоблоки ВВЭР-1500 электрической мощностью 1500–1600 МВт с повышенными показателями уровней безопасности и эксплуатационной надежности.

За пределами России используются реакторы с другим типом замедлителя – тяжелой водой ( $D_2O$ ), они дают наибольший коэффициент установленной мощности. Однако на таких реакторах невозможно получать  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ . Поэтому тяжеловодное реакторостроение развивается в странах, где атомная энергетика существует самостоятельно, а не в рамках военно-промышленного комплекса.

В последнее время интерес к атомной энергетике в мире снова возрастает как в связи с проблемой обеспечения энергобезопасности, так и в связи с проблемой глобального потепления. В Республике Беларусь планируется строительство атомной энергостанции.

**Реакция синтеза атомных ядер.** Реакция синтеза атомных ядер – образование из легких ядер более тяжелых – называется **ядерным синтезом** и протекает с выделением большего, чем при ядерной реакции, количества энергии.

Согласно современным представлениям, все химические элементы в природе первоначально образовались в ходе ядерного синтеза. Ныне ядерный синтез происходит в недрах звезд, в том числе и нашего Солнца. Именно этот процесс и служит источником испускаемого ими мощного светового излучения. Возможность использования энергии ядерного синтеза и создания термоядерного реактора весьма заманчива, но до сих пор проблема построения термоядерного реактора до конца не решена.

К сожалению, на пути создания надежно действующего термоядерного реактора все еще стоят значительные трудности удержания термоядерного горючего в течение достаточно большого промежутка времени при высокой температуре. Они обусловлены тем, что все ядра имеют положительный заряд и поэтому отталкиваются друг от друга. Можно оценить, какая энергия необходима для преодоления потенциального барьера кулоновского отталкивания ядер:

$$W = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_y},$$

где  $r_y \approx 2 \cdot 10^{-15}$  м – радиус действия ядерных сил;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Для водородной среды  $Z_1 = Z_2 = 1$ :  $W \approx 0,7$  МэВ. На долю каждого атома водорода приходится энергия 0,35 МэВ, соответствующая температуре  $\sim 2 \cdot 10^9$  К.

Поэтому реакции синтеза легких ядер эффективно могут протекать лишь при сверхвысоких температурах порядка  $10^8 - 10^9$  К, при этом атомы будут ионизованы. Такие реакции называются **термоядерными реакциями синтеза**. Возникающая при этом среда – частично или полностью ионизированный газ – называется **плазмой** и состоит из электрически заряженных и нейтральных частиц, суммарный электрически заряд которых равен нулю (условие квазинейтральности). Газовую плазму принято разделять на криогенную (температуры, близкие к абсолютному нулю), низкотемпературную (до  $10^5$  К) и высокотемпературную (от  $10^6$  до  $10^8$  К). Обычные материалы испаряются при температуре в лучшем случае несколько тысяч кельвинов и, следовательно, не пригодны для удержания высокотемпературной плазмы. Реакторы, в которых происходит ядерный синтез, называют **термоядерными установками**.

В действительности из-за статистического характера процесса слияния ядер, а также возможности туннельного эффекта некоторые термоядерные реакции протекают с заметной интенсивностью уже при температурах  $\sim 10^7$  К. К таким реакциям относится синтез ядер дейтерия  ${}^2_1H$  и трития  ${}^3_1H$ , носящий резонансный характер. Эта реакция используется в водородной или термоядерной бомбе



и сопровождается выделением энергии 17,6 МэВ, что равно 3,5 МэВ/нуклон. Таким образом, в реакциях синтеза выделяется значительно больше энергии в расчете на один нуклон, чем в реакциях деления.

Наиболее вероятно осуществление термоядерного реактора на следующих реакциях синтеза с участием изотопов водорода – дейтерия и трития (в скобках указано энерговыделение), включая реакцию (31.26):



В качестве горючего термоядерного реактора можно использовать дейтерий, в изобилии встречающийся в воде океанов (распространенность  ${}^2_1H$  составляет 0,015 %, или около 1 г дейтерия на 60 л воды). При термоядерном синтезе не столь остра проблема захоронения радиоактивных отходов.

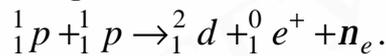
В настоящее время в рамках нескольких международных научных программ построены **токамаки** (сокращение от «тороидальная камера с магнитными катушками») – специальные установки, удерживающие плазму в магнит-

ном поле. Если ученые смогут осуществить управляемый термоядерный синтез в устройстве типа токамак или другом устройстве для магнитного удержания плазмы, то будет получен практически неисчерпаемый источник энергии.

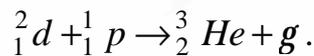
Термоядерные реакции на Солнце, в которых ядра водорода превращаются в ядра гелия, предположительно могут протекать в форме одного из двух термоядерных циклов:

**1) протон-протонный цикл:**

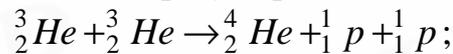
Сначала происходит синтез двух протонов с образованием дейтрона, позитрона и электронного нейтрино:



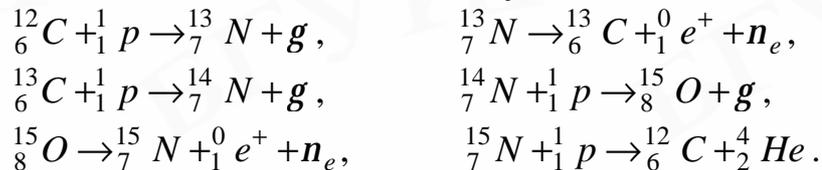
Затем дейтрон, сталкиваясь с протоном, объединяется с ним в ядро  ${}^3_2\text{He}$ :



Последнее звено цикла образует реакция:



**2) углерод-азотный цикл** включает следующие звенья:



В завершении цикла исчезают четыре протона и образуется одна  $\alpha$ -частица. Количество ядер углерода не изменяется. Эти ядра выступают в роли катализатора реакции.

Специфика ядерных реакций в звездах состоит в том, что, как правило, реакции протекают при энергиях значительно более низких, чем те энергии, при которых их изучают в лабораторных условиях. В астрофизических условиях важны ядра, свойства которых затруднительно изучать в земных экспериментах (например короткоживущие нуклиды, переобогащенные нейтронами). Поэтому в настоящее время исследователи вынуждены экстраполировать получаемые результаты к астрофизическим условиям или применять сложные теоретические модели ядерной физики. Сейчас в ядерной физике активно изучаются нейтронно-избыточные ядра, что позволит понять эволюцию крупных космических и астрофизических объектов, таких как нейтронные звезды.

Современные достижения ядерной физики используются для объяснения источников энергии астрономических объектов, происхождения химических элементов. Актуальные проблемы ядерной физики связаны с изучением структуры ядра и ядерными явлениями: состоянием оболочечной модели, коллективным возбуждением, легкими и сверхтяжелыми ядрами, ядрами с крайним дефицитом нейтронов и ядрами, богатыми нейтронами, суббарьерными реакциями, релятивистскими столкновениями тяжелых ионов и т. д. Например, обсуждаются вопросы взаимодействия тяжелых ионов и образования новой материи в результате их столкновения при высоких энергиях.

## Тема 32. Элементарные частицы

### 32.1. Виды взаимодействия и классы элементарных частиц

В современной физике **элементарными частицами** называются мельчайшие наблюдаемые частицы материи, которые не являются атомами или атомными ядрами, т. е. объектами заведомо составной природы (исключение составляет протон – ядро атома водорода). Элементарные частицы ведут себя как единое целое и обладают способностью к рождению, взаимопревращению и уничтожению (испусканию и поглощению) при взаимодействии с другими частицами. При этом многие из этих частиц имеют внутреннюю структуру. Известно около 400 элементарных частиц (вместе с античастицами).

В природе существует четыре типа **фундаментальных взаимодействий**: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное. Эти взаимодействия различаются интенсивностями и длительностью процессов, вызываемых среди элементарных частиц, и радиусами действия соответствующих сил. Об интенсивности взаимодействий можно судить по скорости (или степени вероятности) процессов, вызываемых ими. В физике элементарных частиц обычно сравнивают скорости процессов при энергиях  $\sim 1$  ГэВ. В табл. 32.1 указаны интенсивности взаимодействий в сравнении с сильным, принятым за единицу.

Таблица 32.1

Характеристика фундаментальных взаимодействий

Взаимодействие	Интенсивность	Длительность процессов, с	Радиус действия, м
Сильное	1	$10^{-24}$	$10^{-15}$
Электромагнитное	$10^{-2}$	$10^{-21}$	$\infty$
Слабое	$10^{-14}$	$10^{-10}$	$10^{-18}$
Гравитационное	$10^{-31}$	–	$\infty$

**Сильное взаимодействие** – это взаимодействие с интенсивностью значительно большей, чем у других типов взаимодействий. Оно свойственно частицам, названным адронами, к которым принадлежат, в частности, протон и нейтрон. Наиболее известное его проявление – ядерные силы, обеспечивающие существование атомных ядер. Сильные взаимодействия короткодействующие и поэтому не способны создавать структуры макроскопических размеров.

**Электромагнитное взаимодействие** осуществляется через электромагнитное поле. Оно значительно слабее сильного взаимодействия. Однако из-за дальнего действия электромагнитные силы во многих случаях оказываются главными. В процессах электромагнитного взаимодействия непосредственно участвуют только электрически заряженные частицы и фотоны. Одно из его проявлений – кулоновские силы, обуславливающие существование атомов.

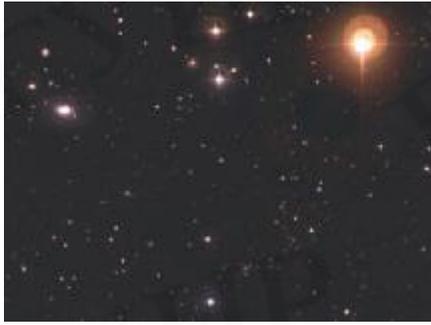


Рис. 32.1. Фрагмент созвездия Чаша. Самая яркая звезда вверху – это переменная звезда UW Crateris (класс красных гигантов) [23]

**Слабое взаимодействие** весьма мало по сравнению с сильным и электромагнитным взаимодействиями. Оно присуще всем частицам, кроме фотонов, и обуславливает нестабильность многих элементарных частиц, таких, как нейтрон, мюоны,  $p$ -мезоны и т. д. Несмотря на малую величину и короткодействие, слабое взаимодействие играет важнейшую роль в природе. Процессы слабого взаимодействия обеспечивают энергетику термоядерных реакций внутри звезд и исключительно важны в эволюции звезд, рис. 32.1. На рис. 32.1 изображен снимок фрагмента созвездия Чаша, сделанный с телескопов Южной Европейской обсерватории.

**Гравитационное взаимодействие** – самое слабое среди фундаментальных взаимодействий, характеризующееся участием гравитационного поля (поля тяготения) в процессах взаимодействия. Силы всемирного тяготения обуславливают существование звезд, планетных систем и т. п. В настоящее время выделяют классическую и квантовую теорию гравитации. В наблюдаемых процессах во Вселенной и в лабораторных условиях квантовые эффекты, связанные с гравитацией, чрезвычайно малы. Гравитационное взаимодействие в мире элементарных частиц при обычных энергиях непосредственной роли не играет.

В 80-х гг. XX в. была создана единая теория электрослабого взаимодействия. В ней слабое и электромагнитное взаимодействия рассматриваются как различные проявления электрослабого взаимодействия (американцы Ш. Глэшоу, С. Вайнберг и пакистанец А. Салам, Нобелевская премия, 1979).

Все частицы (включая неэлементарные и так называемые квазичастицы) подразделяют на *бозоны* (частицы с нулевым или целочисленным спином) и *фермионы* (частицы с полуцелым спином).

Практически все элементарные частицы являются *нестабильными*, распадаясь на другие частицы. Время жизни  $\tau$  таких частиц варьируется в пределах от  $10^{-18}$  до  $10^{-11}$  с. *Стабильными* частицами ( $t$  ® ¥) являются фотон, электрон, протон и три нейтрино. Например, среднее время жизни свободного нейтрона составляет 11,7 мин. *Резонансами* называют частицы, распадающиеся за счет сильного взаимодействия, с временем жизни  $10^{-22} - 10^{-24}$  с. *Квазистабильными* называют нестабильные частицы с временем жизни, превышающим  $10^{-20}$  с, распадающиеся за счет электромагнитного или слабого взаимодействия.

В *теории электрослабого взаимодействия* наряду с квантом электромагнитного поля фотоном участвуют три новых частицы – промежуточные бозоны  $W^+$ ,  $W^-$  и  $Z^0$ . Фотон участвует в электромагнитных взаимодействиях, но не обладает сильным и слабым взаимодействиями. Промежуточные бозоны  $W^\pm$  и  $Z^0$  являются квантами слабого взаимодействия и экспериментально открыты в Женеве в 1983 г. (итальянец К. Руббиа, Нобелевская премия, 1984). Они суще-

ственно отличаются от фотона наличием заряда и массы. Электрический заряд у  $W^+$ -бозона такой же, как и у протона, у  $W^-$ -бозона – как у электрона, а  $Z^0$ -бозон электрически нейтрален. Важная отличительная черта промежуточных бозонов – их массивность ( $m_{W^+} = m_{W^-} \approx 80,2$  ГэВ и  $m_{Z^0} \approx 91,2$  ГэВ).

За исключением фотона и промежуточных бозонов ( $W^+$ ,  $W^-$  и  $Z^0$ ) элементарные частицы разбиваются на две основные группы: лептоны и адроны. Для наглядности в табл. 32.2 систематизирована основная часть известных элементарных частиц, включая их античастицы. Более подробная классификация элементарных частиц приводится в специальной литературе.

Таблица 32.2

Основные группы частиц, относящиеся к лептонам и адронам

Лептоны	Адроны	
	Мезоны	Барионы
$e^- (e^+), n_e (\tilde{n}_e),$ $m^- (\mu^+), n_m (\tilde{n}_m),$ $t^- (\tau^+), n_t (\tilde{n}_t)$	$p^0, \pi^+ (p^-),$ $K^+ (K^-), K^0 (\tilde{K}^0),$ $h^0$ и т.д.	$p (\tilde{p}), n (\tilde{n}),$ $\Lambda^0 (\tilde{\Lambda}^0), \Sigma^+ (\tilde{\Sigma}^+), \Sigma^0 (\tilde{\Sigma}^0), \Sigma^- (\tilde{\Sigma}^-),$ $\Xi^0 (\tilde{\Xi}^0), \Xi^- (\tilde{\Xi}^-),$ $\Omega^- (\tilde{\Omega}^-)$ и т.д.

Символы «+» и «-» использованы для обозначения противоположно заряженных частиц, символ «0» – нейтральных частиц. Например, пионы:  $p^0, p^+$  и  $p^-$ .

**Группа лептонов** (от греч. «лептос» – «легкий») состоит из частиц, не обладающих сильным взаимодействием: электрона  $e$ , мюона  $\mu$ , электронного  $n_e$  и мюонного  $n_m$  нейтрино, тау-лептона  $\tau$  (таона), тау-нейтрино  $n_t$ , а также соответствующих им античастиц. Они участвуют только в электромагнитном и слабом взаимодействиях. Все лептоны имеют спин, равный  $1/2$ , т. е. являются фермионами. **Лептонное число  $L$  (лептонный заряд)** лептонов равно  $+1$ , у антилептонов  $L = -1$ , а у всех остальных элементарных частиц  $L = 0$ . Отметим, что в замкнутой системе выполняется закон сохранения лептонного числа (введен в 1953 г. одновременно советским физиком Я. Б. Зельдовичем, американцем Э. Конопинским и венгерским физиком Д. Марксом).

К **группе адронов** (от греч. «а́дрос» – «тяжелый») относятся частицы, участвующие в сильном взаимодействии: **мезоны** (пионы  $\pi$  ( $\pi$ -мезоны), каоны  $K$  ( $K$ -мезоны), эта-мезон  $\eta$  и мезонные резонансы) и **барионы** (нуклоны (протон  $p$ , нейтрон  $n$ ), гипероны и барионные резонансы). Адроны характеризуются **барионным числом  $B$  (барионным зарядом)**. Барионное число является аддитивной величиной. В замкнутой системе выполняется закон сохранения барионного числа (был постулирован в 1938 г. швейцарским физиком Э. Штюккельбергом). Поэтому, условно приписывая протону  $B = +1$  (антипротону –  $B = -1$ ), можно установить его величину для всех других частиц по их распадам.

**Мезоны** – это сильно взаимодействующие нестабильные частицы, которые обладают барионным числом, равным нулю. Спин данных частиц является целочисленным или равен нулю. Поэтому они являются бозонами. Например,  **$\pi$ -мезоны** обладают массой, промежуточной между массами протона и электрона. В значительной мере  $\pi$ -мезоны определяют состав космических лучей в пределах земной атмосферы. Отметим, что лептоны и фотон, как и мезоны, имеют  $B = 0$ .

**Барионы** – это адроны с барионным числом, равным единице. Барионы с массой, больше массы протона, и большим временем жизни (на много порядков превышающим характерное время сильного взаимодействия) называются **гиперонами** (лямбда  $\Lambda$ , сигма  $\Sigma^\pm$  и  $\Sigma^0$ , кси  $\Xi^0$  и  $\Xi^-$ , омега  $\Omega^-$ ). Гипероны относят к квазистабильным частицам. Барионы имеют полуцелый спин, т. е. являются фермионами. Спин всех барионов равен  $1/2$ , за исключением гиперона  $\Omega^-$ , спин которого  $3/2$ . Все барионы кроме самого легкого – протона, нестабильны. Современные модели физики элементарных частиц предсказывают нестабильность свободного протона со средним временем жизни более  $10^{32}$  лет, существенно превышающим возраст Вселенной. Согласно закону сохранения барионного числа при распаде бариона наряду с другими частицами всегда образуется новый барион. В свободном состоянии барионы распадаются в конечном итоге на протон.

Таким образом, элементарные частицы характеризуются квантовыми характеристиками, такими, как, например, барионное число, лептонное число, **странность  $S$**  и **четность  $P$** . Все адроны обладают определенными целочисленными значениями  $S$ , такими, что выполняется неравенство  $|S| \leq 3$ . Гипероны можно охарактеризовать как барионы с отличным от нуля значением странности. Например, фотону и лептонам, как частицам, не участвующим в сильном взаимодействии, приписывают  $S = 0$ . Странность  $\Lambda$ -гиперонов равна  $-1$ , нуклонов  $-0$ ,  $K$ -мезонов  $+1$ . Квантовое число  $S$  сохраняется в процессах сильного и электромагнитного взаимодействий (закон сохранения странности, открытый независимо американским физиком М. Гелл-Маном и японским физиком К. Нишиджимой, 1953). Введение странности позволяет определять особенности поведения гиперонов, например, их схемы распада: распад частиц с неравной нулю странностью ( $S = 1$  или  $S = -1$ ) за счет сильного взаимодействия на частицы, у которых  $S = 0$ , невозможен. Следовательно, если при протекании реакции наблюдается нарушение странности, то данная реакция не может происходить за счет сильного взаимодействия.

Квантовое число  $P$  характеризует симметрию волновой функции  $\Psi$  элементарной частицы (или системы элементарных частиц) относительно «зеркального отражения» (инверсии координат, т. е. изменения знаков всех координат). В зависимости от того, меняет ли волновая функция частицы (системы частиц) при «зеркальном отражении» знак или не меняет, четность будет положительная ( $P = +1$ ) или отрицательная ( $P = -1$ ).

## 32.2. Частицы и античастицы. Кварки

**Античастицами** называются элементарные частицы, имеющие те же значения физических характеристик, что и их «двойники» – «частицы», но отличающиеся от них знаком некоторых характеристик взаимодействия (например, электрического заряда, барионного и лептонного зарядов, странности, магнитного момента). Такие же характеристики, как масса, спин, время жизни, у них одинаковы. В ряде случаев античастица обозначается тем же символом, что и элементарная частица, но с добавлением тильды над ним: нейтрону  $n$  соответствует антинейтрон  $\bar{n}$ , электрону  $e^-$  – позитрон  $e^+$ ,  $p^+$  и  $p^-$  являются частицей и античастицей по отношению друг другу и т. д. Например, антинейтрон отличается от нейтрона знаком магнитного момента. Позитрон отличается от электрона прежде всего знаком электрического заряда.

Взаимодействие частицы и античастицы приводит к их **аннигиляции** (от *англ.* annihilation – «уничтожение»), когда материя превращается из одной формы в другую. Например, при столкновении электрона с позитроном происходит их аннигиляция, т. е. превращение в  $\gamma$ -кванты:

$$e^- + e^+ \rightarrow g + g,$$

энергия электронно-позитронной пары переходит в энергию фотонов. Заметим, что один  $\gamma$ -квант при этом излучиться не может, иначе нарушался бы закон сохранения импульса.

Возможен процесс, обратный аннигиляции, когда в результате электромагнитного или какого-либо другого взаимодействия наблюдается **рождение пар** частица–античастица. Например, в поле атомного ядра  $\gamma$ -квант может породить пару  $e^- e^+$ , если энергия  $\gamma$ -кванта не меньше собственной энергии пары  $2m_e c^2$ .

Таким образом, процессы возникновения и аннигиляции электронно-позитронных пар являются примером взаимосвязи различных форм материи: в этих процессах материя в форме вещества превращается в материю в форме электромагнитного поля, и наоборот.

В некоторых случаях античастица совпадает со своей частицей, т. е. все свойства частицы и античастицы одинаковы. Такие частицы называют **истинно нейтральными**, они не способны к аннигиляции, но испытывают взаимные превращения. Например, античастицы фотона  $\gamma$ ,  $\pi^0$ -мезона и  $\eta^0$ -мезона тождественны самим частицам, табл. 32.2. Понятия частицы и античастицы относительны. Электрон считают частицей, а позитрон – античастицей только потому, что во Вселенной преобладают именно электроны, а позитроны – более экзотические частицы.

**Кварки.** В 1964 г. была сформулирована гипотеза о том, что все адроны являются составными частицами и состоят из первичных частиц – **кварков**. Эта гипотеза получила многочисленные косвенные экспериментальные подтверждения. В настоящее время считают, что истинно элементарными частицами, не имеющими внутренней структуры, являются фотон, лептоны и кварки.

Все кварки имеют спин  $1/2$  и барионное число  $1/3$ . Кварки отличаются от всех известных частиц дробностью заряда  $Q$  ( $-1/3$  или  $+2/3$  положительного заряда протона  $+e$ ) и числа  $B$ . У кварков имеются античастицы – антикварки.

Каждый мезон  $M$  строится из одного кварка  $q$  и одного антикварка  $\bar{q}$ , каждый барион  $B$  – из трех кварков  $q$ :

$$M = q\bar{q}, B = qqq.$$

**Принцип кварк-лептонной симметрии:** число лептонов равно числу типов кварков. Имеются кварки шести типов, образующие три поколения ( $u, d$ ), ( $c, s$ ), ( $t, b$ ): «верхний» (обозначается  $u$  – от *англ.* up); «нижний» ( $d$  – от *англ.* down); «очарованный» ( $c$  – от *англ.* charm); «странный» ( $s$  – от *англ.* strange); «истинный» ( $t$  – от *англ.* true; иначе называют «самый верхний» от *англ.* top); «прелестный» ( $b$  – от *англ.* beauty).

Каждый из кварков может принимать три значения квантового числа, которое называется «цветом» (от *англ.* colour), и обладает «ароматом» (от *англ.* flavour). Условно рассматривают кварки трех цветовых разновидностей: желтой, синей и красной (данный набор цветов предложил академик Л. Б. Окунь). Антикварки обладают дополнительными цветами, т. е. соответственно фиолетовым, оранжевым и зеленым. Термины «красота» и «очарование», как и «цвет», – это названия квантовых чисел.

Например, сочетание цветов кварков в адронах должно быть таким, чтобы средний цвет адрона был нулевым, т. е. адрон был «бесцветным». Поэтому в состав протона входят кварки:  $u$  (желтый),  $u$  (синий) и  $d$  (красный). В сумме получается нулевой (белый) цвет. Нейтрон состоит из одного  $u$ - и двух  $d$ -кварков.

Основопологающие исследования кварковой структуры элементарных частиц были выполнены американцами Г. Кендаллом и Дж. Фридманом совместно с канадским физиком Р. Э. Тейлором (Нобелевская премия, 1990 г.).

Взаимодействие между кварками в адроне осуществляется посредством обмена *глюонами* (от *англ.* glue – «клей, клеить») – гипотетическими электрически нейтральными частицами с нулевой массой покоя и спином, равным 1. Они являются переносчиками *сильного взаимодействия*. Этот тип взаимодействия между адронами описывается *квантовой хромодинамикой* (создана в начале 70-х гг. XX в.).

Согласно современным представлениям кварки всегда пребывают в связанном состоянии внутри реально наблюдаемых частиц (нейтронов, протонов и других адронов). Такое свойство кварков называется «конфайнмент» (от *англ.* confinement – «ограничение», «пленение»). О самом факте существования кварков можно судить только по свойствам, проявляемым адронами.

Современные теории взаимодействий элементарных частиц предсказывают существование новых частиц, взаимодействие которых с обычными частицами (лептонами, кварками, фотонами) должно быть очень слабым. Исследуются различные процессы рождения новых частиц и их роль в астрофизике, когда эффекты взаимодействия значительно возрастают за счет большой плотности звездного вещества, высокой температуры и сильных магнитных полей.

## Литература

1. Иродов, И. Е. Квантовая физика. Основные законы / И. Е. Иродов. – М. : Лаборатория Базовых знаний, 2002.
2. Иродов, И. Е. Физика макросистем. Основные законы / И. Е. Иродов. – М. : Лаборатория Базовых знаний, 2001.
3. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц / И. В. Савельев. – М. : Астрель, АСТ, 2003.
4. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Академия, 2003.
5. Джанколи, Д. Физика: В 2 т. Т. 2 / Д. Джанколи. – М. : Мир, 1989.
6. Физическая энциклопедия: В 5 т. Т. 1 – 5 / гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Сов. Энциклопедия, 1988–1998.
7. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: В 5 т. Т. 5. Атомная и ядерная физика / Д. В. Сивухин. – М. : Физматлит, МФТИ, 2002.
8. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1999.
9. Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М. : Физматлит, 1963.
10. Окунь, Л. Б. Физика элементарных частиц. – М. : Наука, 1986.
11. Миронова, Г. А. Зонная структура электронного энергетического спектра в твердых телах. Модели свободных и сильно связанных электронов [Электрон. ресурс] / Г. А. Миронова – М. : Физ. фак. МГУ, 2001. – Режим доступа: <http://phys.web.ru>. – Дата доступа: 02.05.2004.
12. Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель. – М. : Наука, 1978.
13. Займан, Дж. Принципы теории твердого тела / Дж. Займан. – М. : Мир, 1966.
14. Комаров, Ф. Ф. Неразрушающий анализ поверхностей твердых тел ионными пучками / Ф. Ф. Комаров, М. А. Кумахов, И. С. Ташлыков. – Минск : Университетское, 1987.
15. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Метод резерфордского обратного рассеяния при анализе состава твердых тел / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : БГУИР, 2003.
16. Doolittle, L. N. Algorithms for the rapid simulation of Rutherford backscattering spectra / L. N. Doolittle // Nucl. Instrum. Meth. – 1985. – V. B9. – P. 344–348.
17. Tashlykova-Bushkevich, I. I. RBS analysis of rapidly solidified Al-Si-Ti alloy with Fe and Ni dopes / I. I. Tashlykova-Bushkevich // Vacuum. – 2005. – V. 78, № 2–4. – P. 529–532.
18. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Влияние вторых фаз на послойный состав быстрозатвердевших сплавов алюминия / И. И. Ташлыкова-Бушкевич // 3-я Всероссийская науч.-техн. конф. Быстрозакаленные материалы и покрытия: Сб. докл. – М., 2004. – С. 23–27.
19. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Пространственное распределение германия в быстрозатвердевших сплавах Al-Ge / И. И. Ташлыкова-Бушкевич, Е. С. Гутько, В. Г. Шепелевич // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. – 2006. – № 4. – С. 100–103.
20. Гуляев, А. П. Металловедение / А. П. Гуляев. – М. : Металлургия, 1986.
21. Шепелевич, В. Г. Структура и микротвердость быстрозатвердевших сплавов системы Al-Ge / В. Г. Шепелевич, И. И. Ташлыкова-Бушкевич, Л. А. Васильева // Перспективные материалы. – 1999. – № 5. – С. 85–90.
22. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Исследование влияния стабильности  $\gamma$ -фаз на изменение физических свойств и структуры быстрозатвердевших сплавов Al-Ge / И. И. Ташлыкова-Бушкевич, М. Коласик // New Electrical and Electronic Technologies and their Industrial Implementation (NEET 2005): Proceedings of the IVth Intern. Conf. – Zakopane, Poland, 2005. – P. 175–177.
23. Николаев, В. И. Об оценке размеров наночастиц с помощью эффекта Мёссбауэра / В. И. Николаев, А. М. Шипилин, И. Н. Захарова // Физика твердого тела. – 2001. – Т. 43, вып. 8. – С. 1455–1457.
24. Волынкина, Е. Большая переменная звезда в созвездии Чаша [Электрон. ресурс] / Е. Волынкина. – 2006. – Режим доступа: [http://www.rol.ru/news/misc/spaceneews/06/04/18\\_001.htm](http://www.rol.ru/news/misc/spaceneews/06/04/18_001.htm). – Дата доступа: 18.04.2006.

1. Греческий алфавит

Прописные	Строчные	Название	Прописные	Строчные	Название	Прописные	Строчные	Название
Α	α	Альфа	Ι	ι	Йота	Ρ	ρ	Ро
Β	β	Бэта	Κ	κ	Каппа	Σ	σ, ζ	Сигма
Γ	γ	Гамма	Λ	λ	Лямбда	Τ	τ	Тау
Δ	δ	Дэльта	Μ	μ	Мю	Υ	υ	Ипсилон
Ε	ε	Эпсилон	Ν	ν	Ню	Φ	φ	Фи
Ζ	ζ	Дзэта	Ξ	ξ	Кси	Χ	χ	Хи
Η	η	Эта	Ο	ο	Омикрон	Ψ	ψ	Пси
Θ	θ	Тэта	Π	π	Пи	Ω	ω	Омега

2. Параметры некоторых химических элементов

Атом	Атомный номер	Название	Атомная масса, а.е.м.	Атом	Атомный номер	Название	Атомная масса, а.е.м.
H	1	Водород	1,008	Ni	28	Никель	58,728
He	2	Гелий	4,003	Cu	29	Медь	63,546
Li	3	Литий	6,940	Zn	30	Цинк	65,387
C	6	Углерод	12,011	Ga	31	Галлий	69,717
N	7	Азот	14,007	Ge	32	Германий	72,638
O	8	Кислород	15,999	As	33	Мышьяк	74,922
Al	13	Алюминий	26,982	Bi	83	Висмут	209,980
Si	14	Кремний	28,086	Th	90	Торий	231, 038
Ti	22	Титан	47,879	Pa	91	Протактиний	231,036
Cr	24	Хром	51,996	U	92	Уран	238,029
Fe	26	Железо	55,847	Np	93	Нептуний	237, 048
Co	27	Кобальт	58,933	Pu	94	Плутоний	[244]

### 3. Некоторые физические константы (с точностью до 0,001)

Скорость света в вакууме	$c = 2,998 \times 10^8 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	$m_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Н/А}^2 = 12,566 \times 10^{-7} \text{ Н/А}^2$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = (m_0 c^2)^{-1} = 8,854 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$
	$1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ м/Ф}$
Элементарный заряд	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ Кл}$
Магнетон Бора	$m_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}$
Масса покоя электрона	$m_e = 0,911 \times 10^{-30} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$s = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная закона смещения Вина	$b = 0,29 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Ридберга	$R = 2,069 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$
	$R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Постоянная Планка	$h = \begin{cases} 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \\ 0,658 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с} \end{cases}$
	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Первый боровский радиус	$r_1 = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Классический радиус электрона	$r_e = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ м}$
Энергия ионизации атома водорода	$E_{\text{ион}} = 13,61 \text{ эВ}$
Комптоновская длина волны электрона	$l_C = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м}$

### 4. Некоторые внесистемные единицы (с точностью до 0,01)

$$1 \text{ \AA (ангстрем)} = 10^{-10} \text{ м}$$

$$1 \text{ б (барн)} = 10^{-24} \text{ см}^2$$

$$1 \text{ }^\circ\text{C (градус шкалы Цельсия)} = 1 \text{ К}$$

$$1 \text{ Ки (кюри)} = 3,70 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$$

$$1 \text{ эВ} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$1 \text{ Ки} = 3,70 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$$

$$1 \text{ а.е.м} = \begin{cases} 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г} \\ 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 931,50 \text{ МэВ} \end{cases}$$

$$1 \text{ год} = 3,11 \cdot 10^7 \text{ с}$$

$$1 \text{ расп./с} = 1 \text{ Бк}$$

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

### А

Адроны 166, 168  
Активная зона реактора 162  
— критические размеры 162  
Активность нуклида 156  
Акцепторы 139  
Альфа-излучение 154  
Альфа-распад 156  
Аморфные тела 121  
Анализ рентгеноспектральный 28  
— рентгеноструктурный 27  
Анализатор 34  
Анизотропия кристаллов 121  
Аннигиляция 170  
Антинейтрино 149  
Антинейтрон 170  
Антистоксовый спутник 119  
Античастицы 170  
Атом водорода 100-104  
— —, состояние основное 101, 103  
— — — возбужденное 101, 103  
— —, спектр 98  
— —, спектральные серии 106

### Б

Барионы 168, 169  
Барн 157  
Барьер потенциальный 76  
Беккерель 156  
Бета-излучение 154  
Бета-распад 154, 156  
Бозоны 130, 167  
— промежуточные 167, 168

### В

Вектор световой 10  
— волновой 51  
Взаимодействие гравитационное 167  
— сильное 166  
— слабое 167  
— спин-орбитальное 94, 107  
— электромагнитное 166  
Взаимодействия фундаментальные 166  
— —, длительность процессов 166  
— —, интенсивность 166  
— —, радиус действия 166  
Волна световая 10  
Волна де Бройля 55, 57, 69  
— — —, скорость групповая 57

— — — — фазовая 57  
— монохроматическая 14  
Волновая функция 64  
Волны когерентные 14  
Время жизни радиоактивного изотопа  
среднее 155  
— — элементарных частиц 167  
— когерентности 16  
Выход ядерной реакции 158

### Г

Газ электронный в металле 132  
Гамма-излучение 154  
Гетероструктуры 145  
Гипероны 168, 169  
Гипотеза де Бройля 55  
— квантовая Планка 44  
Гиромагнитное отношение орбитальных  
моментов 90, 107  
— — спиновых моментов 107  
Глюоны 171  
Голограмма объекта 29  
Голография 29  
Граница коротковолновая 49  
— красная внешнего фотоэффекта 47  
— серии 99

### Д

Давление света 51  
Двойное лучепреломление 37  
Дейтерий 150  
Дейтрон 150  
Деление тяжелых ядер 160  
— — —, параметр деления 161  
— — — спонтанное 161  
Дефект массы ядра 151  
Дефекты в кристаллах 122  
Диод полупроводниковый 143  
Дислокации 123  
Дисперсия света  
аномальная и нормальная 30  
— —, теория классическая  
электронная 30-31  
Дифракционная решетка одномерная 25  
— — двухмерная 27  
— — пространственная (трехмерная) 27  
Дифракция рентгеновского излучения  
на пространственной решетке 27  
— света 22

— Фраунгофера 24  
— — на одной щели 24  
— — на дифракционной решетке 25, 26  
— Френеля 23  
— — на диске 24  
— — на круглом отверстии 23  
— электронов 56, 57  
Дифференциальное сечение рассеяния 97  
Длина волны де Бройля 55  
— — комптоновская 53  
— когерентности 16  
— — пространственной 16  
— пути оптическая 12  
Доноры 139  
Дуализм корпускулярно-волновой 51, 57  
Дырки 137

## Е

Единица атомной массы 148  
Единицы внесистемные 174

## З

Закон Бугера 31, 127  
— Брюстера 37  
— Дюлонга и Пти 123  
— Кирхгофа 41, 42  
— Малюса 35  
— Мозли 116  
— независимости световых лучей 11  
— отражения света 12  
— преломления света 12  
— прямолинейного распространения света 12  
— радиоактивного распада 155  
— излучения Вина 42, 43  
— смещения Вина 43  
— сохранения числа барионного 168  
— — лептонного 168  
— — массовых чисел 156  
— — странности 169  
— Стефана–Больцмана 42  
— Столетова 47  
Законы внешнего фотоэффекта 47  
Заряд ядра атома 149  
Захват электронный 154  
Зона интерференции 17  
— энергетическая 135  
— — валентная 135  
— — гибридная 136  
— — запрещенная 135, 136  
— — проводимости 135

— — разрешенная 135

Зоны Френеля 22

## И

Излучение вынужденное 126  
— равновесное 39, 126  
— —, интенсивность 39  
— —, спектральный состав 40  
— рентгеновское тормозное 49  
— — характеристическое 115  
— спонтанное 126  
— тепловое 39  
— черное 40  
Изотопы 149, 150  
Импульс частицы 55  
Интенсивность световой волны 11  
Интерференция многих волн 20, 21  
— света 14  
— — в тонких пленках 18

## К

Канал ядерной реакции 157  
Картина дифракции 22  
К-мезоны 168  
К-серия 115  
Катастрофа ультрафиолетовая 43  
Квант энергии 44  
Квантование пространственное 89  
Квантовая механика 61  
Квантовое число 71  
— — вращательное 119  
— — главное 101, 103  
— — колебательное 119  
— — магнитное 88, 104  
— — — спиновое 92, 108  
— — орбитальное 87, 103  
— — спиновое 92  
Кварки 170, 171  
—, цвет 171  
Когерентность 14  
— временная 16  
— пространственная 16  
Кольца Ньютона 19  
Комбинационное рассеяние света 119  
Контакт металла и полупроводника 139  
— полупроводников *n*- и *p*-типа 143  
Конфигурация электронная 113  
Коэффициент отражения  
потенциального барьера 75  
— прозрачности потенциального  
барьера 75

— поглощения света 32  
— размножения нейтронов 161  
Кратность вырождения 104  
Кристалл оптически анизотропный 37  
Кристаллические тела 121, 134  
Кристаллическая решетка 121  
Кристаллы атомные 122  
— ионные 122  
— металлические 122  
— молекулярные 122  
Критерий классического описания 59  
Критическая масса 162  
Кюри 156

## Л

Лазер 127  
—, трехуровневая схема 128  
Лептоны 168  
Линза 11  
— тонкая 11  
Линии спектральные  
атома водорода 98, 99  
Луч необыкновенный 37  
— обыкновенный 37  
— отраженный 12  
— падающий 12  
— преломленный 12  
— световой 11  
Люминесценция 39

## М

Магические ядра 153  
Магнетон Бора 90  
— ядерный 148  
Мазер 127  
Максимумы главные 21, 26  
— вторичные 21, 26  
Масса нейтрона 149  
— протона 148  
— эффективная электронов 137  
Мезоны 168  
Металлы 137, 145  
Метод Юнга 16, 17  
— Резерфордовского обратного  
рассеяния 97  
Микроскоп оптический 13  
— атомно-силовой 82  
— электронный просвечивающий 59, 60  
— — растровый 60, 61  
— — сканирующий туннельный 81, 82  
Микрочастицы 55

Множитель Ланде 108  
Модель атома водорода Бора 100  
— — Резерфорда 96  
— теплоемкости Дебая 124, 125  
— — Эйнштейна 124  
— ядра капельная 152  
— — оболочечная 152, 153  
Модуль момента импульса 87  
Молекула 117  
Момент импульса электрона собственный  
механический (спин) 91, 92  
— — — полный 92, 93  
— электрона механический  
орбитальный 89, 90  
— — магнитный орбитальный 89, 90  
— — — спиновый (собственный) 107  
— орбитальный суммарный 93  
— спиновый суммарный 93  
— магнитный атома 108  
— — — орбитальный 93, 94  
— — — спиновый 108  
Момент импульса проекция 87-89  
Монокристалл 121  
Мультиплетность 109  
Мюоны 167, 168

## Н

Накачка 127  
Насыщение ядерных сил 152  
Независимость ядерных сил зарядовая 152  
Нейтрино 168  
— электронное 149  
Нейтрон 149  
Нейтроны деления 161  
Нейтроннография 59  
Нуклиды 149  
Нуклоны 148

## О

Обозначения спектральные 109  
Оболочка замкнутая 112, 113  
— ядерная 153  
Оболочки электронные в атоме 112  
Объем фазовый, размер ячейки  
в квантовых статистиках 130  
Оператор 83  
— вектора момента импульса 86  
— дифференциальный 83  
— интегральный 83  
— квадрата импульса 85  
— кинетической энергии 85

- координаты 84, 85
  - линейный 84
  - момента импульса 87
  - полной энергии (гамильтониан) 85
  - потенциальной энергии 85
  - проекции импульса 84, 85
  - — момента импульса 86, 87
  - Операторы коммутирующие 84
  - некоммутирующие 84
  - Оптика геометрическая 10
  - Оптические системы 13
  - —, типы 13
  - Оптический резонатор 128
  - Опыт Барнетта 90, 91
  - Бибермана, Сушкина  
и Фабриканта 58
  - Девиссона и Джермера 56
  - Резерфорда 96
  - Томсона и Тартаковского 58
  - Франка и Герца 99, 100
  - Штерна и Герлаха 91
  - Эйнштейна и де Хааза 91
  - Опыты по дифракции электронов 57, 58
  - Осциллятор гармонический квантовый 73
  - — —, квантование энергии 73
  - ангармонический 75, 81
  - Ось оптическая главная 11
  - оптическая кристалла 37
- П**
- Параметр деления ядра 171
  - Переход электронно-дырочный  
(*p-n*-переход) 143
  - Период (остоянная) дифракционной  
решетки 26
  - полураспада 155
  - Периодическая система элементов  
(Д. И. Менделеева) 114
  - Пионы 168
  - Плазма 164
  - Плоскость главная кристалла 37
  - — поляризатора (анализатора) 34
  - поляризации 34
  - Плотность вероятности 65
  - заполнения энергетического  
уровня 133
  - состояний 133
  - Поглощательная способность тела 41
  - Поглощение резонансное  
гамма-излучения ядрами 158, 159
  - света 31
  - Позитрон 154, 170
  - Показатель преломления абсолютный 10
  - — относительный двух сред 11
  - Поликристалл 121
  - Полное внутреннее отражение 12
  - Полосы интерференционные 17
  - — равного наклона 18
  - — равной толщины 19
  - Полупроводники 137
  - *p*-типа 139
  - примесные 139
  - собственные 138
  - *n*-типа 139
  - Поляризатор 34
  - Поляризация света 34
  - Порядок интерференции 15
  - —, максимально возможный 16
  - Постоянная Вина 43
  - Планка 44
  - распада радиоактивного 155
  - Ридберга 98, 103
  - Стефана–Больцмана 42
  - Постулаты Бора 99
  - Потенциал ионизации 101
  - Потенциал выхода металла 140
  - Потеря полуволны 18
  - Правило квантования орбит 99
  - Правила отбора 74, 106
  - —, квантовый гармонический  
осциллятор 74
  - — квантового числа вращательного 119
  - — — — колебательного 119
  - Правило Прево 41
  - Призма оптическая 11
  - Примеси в полупроводнике 139
  - — — акцепторные и донорные 139
  - Принцип Гюйгенса–Френеля 22
  - детального равновесия 126
  - неразличимости тождественных  
частиц 129
  - Паули 112
  - соответствия 72
  - суперпозиции квантовых состояний 66
  - Проводимость полупроводника  
дырочная 139
  - — собственная 138
  - — электронная 139
  - Проекция момента импульса 87
  - Просветление оптики 20
  - Пространство фазовое 130
  - —, ячейка 130

Прохождение частицы через  
потенциальный барьер 75, 78  
Протон 148, 166  
Пси-функция 64  
— нормированная 65  
—, стандартные условия 65  
Пятно Пуассона 24

## Р

Работа выхода электрона из металла 48  
Радиоактивность 153  
— естественная 154  
— искусственная 154  
Радиус боровский 100  
— действия ядерных сил 164  
— ядра 150  
Разность потенциалов контактная 139, 140  
— — — внешняя 141  
— — — внутренняя 141  
— хода волн оптическая 15  
Распределение Бозе–Эйнштейна 131  
— Ферми–Дирака 131  
— электронов в атомах  
по состояниям 113-114  
Рассеяние света 32  
Реактор ядерный 162, 163  
Реакции синтеза атомных ядер 164  
— —, цикл протон-протонный 165  
— — — углеродно-азотный 165  
— ядерные 156, 157  
— —, классификация 158  
— — экзотермические 160  
— — эндотермические 160  
Реакция деления ядер 160, 161  
— — —, нейтроны деления 161  
— — —, осколки деления 161  
— — —, параметр деления 161  
— — — — критический 161  
— — — затухающая 161  
— — — развивающаяся 161  
— — — самоподдерживающаяся 161  
— — — спонтанная  
(самопроизвольная) 161  
— — — цепная 161  
— — —, коэффициент размножения  
нейтронов 161  
Реакции захвата 158  
Резонансы 167  
Рентгеновский дифрактометр 28  
Решетка кристаллическая 121  
Рождение пар 170

## С

Сверхпроводимость 146  
—, критическая температура 146  
Сверхпроводники 146  
— высокотемпературные 147  
Свет естественный 34  
— плоскополяризованный 34  
— поляризованный частично 34  
— эллиптически поляризованный 34  
Световой поток 46  
Свойства операторов некоторые 83, 84  
Свойства ядерных сил 152  
Связь нормальная 94  
—  $j-j$  95  
Серия Бальмера 98  
— Брэкета 99  
— Лаймана 99  
— Пашена 99  
— Пфунда 99  
— Хэмфри 99  
Спектральная плотность энергетической  
светимости 40  
Спектроскопия мёссбауэровская 159  
— рентгеновская 28  
Спиральность 149  
Спектры молекулярные 117  
Светофильтры 35  
Семейства радиоактивные 156  
Силы ядерные 152  
Символы состояний 105  
Система водородоподобная 100  
— трехуровневая 128  
Скорость луча  
— необыкновенного 37  
— обыкновенного 37  
Слой контактный 141  
Смещение комптоновское 52  
— красное 33  
— фиолетовое 33  
Собственные значения 85  
— функции 85  
Соотношение неопределенностей  
Гейзенберга 62  
Состав ядра 148  
Состояние вырожденное 104  
— микрообъекта 65  
— основное 101  
— стационарное 99  
Состояние системы инверсное 127, 128  
— электрона в атоме 112-113

- Спектр атома водорода 98  
 — — — излучения линейчатый 98, 99  
 Спектральная плотность энергии  
 равновесного излучения 42  
 Спектры рентгеновские 49, 115  
 Спектрограф 26, 27  
 Спектроскопия рентгеновская 28  
 Спин электрона 91, 92  
 — многоэлектронного атома 94  
 Спиральность нейтрино 149  
 Среда активная 127  
 — инверсная 127  
 Статистика квантовая 129  
 — Бозе–Эйнштейна 130  
 — Ферми–Дирака 130  
 Степень когерентности света 14  
 — поляризации 36  
 Стоксовый спутник 119  
 Странность 169  
 Схема зонной структуры  
 кристалла 135, 136  
 — уровней атома водорода 101, 102, 106  
 — уровней энергии двухатомной  
 молекулы 117, 118
- Т**  
 Таутохронные пути света 12  
 Тело твердое 121  
 — черное 39  
 Температура характеристическая  
 Дебая 125  
 Теория Бора 99-101  
 — электропроводности  
 металлов 137  
 — твердых тел зонная 134-136  
 — теплоемкости классическая 123  
 — — Эйнштейна 124  
 — фотоэффекта Эйнштейна 47, 48  
 — эффекта Комптона 53  
 Теплоемкость кристаллов 123-125  
 — твердого тела молярная 123  
 Теплообмен радиационный 41  
 Термо-ЭДС 141-142  
 Термы 99, 103  
 Типы кристаллов 121-122  
 — связи 94-95  
 Ток орбитальный в атоме 89  
 Транзисторы 144, 145
- У**  
 Угол Брюстера 37
- рассеяния 96  
 Узлы кристаллической решетки 121  
 Уравнение волны световой 10  
 — Шредингера временное 66  
 — — стационарное 67  
 Уровни вращательные 117, 118  
 — колебательные 117, 118  
 Уровень Ферми 132  
 Условие нормировки 65  
 Условия интерференционных  
 максимумов 15  
 — — минимумов 15  
 — стандартные 65
- Ф**  
 Фазовая траектория 130  
 Фермионы 130, 167  
 Физика атома 96  
 — твердого тела 121  
 — элементарных частиц 166  
 — ядра 148  
 Фонон 124  
 —, импульс 124  
 —, энергия 124  
 Формула Бальмера обобщенная 99  
 — Вульфа–Брэггов 27  
 — Дебая 125  
 — де Бройля 55  
 — Планка 45  
 — Резерфорда 97  
 — Рэля–Джинса 43  
 — Эйнштейна для внешнего  
 фотоэффекта 48  
 — Эйнштейна (для теплоемкости  
 кристаллов) 124  
 Фотон 50  
 —, импульс 50  
 —, масса 50  
 —, энергия 50  
 Фототок 46  
 — насыщения 47  
 Фото-ЭДС 143  
 Фотоэлемент 46  
 Фотоэффект вентильный 143  
 — внешний 45  
 — внутренний 143  
 Функция волновая системы  
 тождественных частиц  
 антисимметричная 130  
 — — — — симметричная 130  
 — — свободной частицы 69

- заселенности ячеек 130
- собственная 68, 85
- Кирхгофа универсальная 42
- распределения Бозе–Эйнштейна 131
- — Ферми–Дирака 131, 132

## Х

Химический потенциал 131

## Ц

Циклы термоядерные 165

## Ч

- Частица в потенциальной «яме» 70
- — — —, квантование энергии 71
- Частицы квазистабильные 167
- стабильные 167
- тождественные 129
- элементарные 166, 170
- Числа магические 153
- Число барионное 168
- лептонное 168
- волновое 50
- фазовых ячеек 131

## Ш

- Ширина дифракционного максимума 23
- запрещенной зоны 135, 136
- интерференционной полосы 17

## Э

- Электрон 57, 168
- отдачи 53
- Электронвольт 101
- Электронный газ 132
- Электроннография 59
- Электроны атома внешние (валентные) 53, 113
- распределение по энергетическим зонам в твердом теле 136
- свободные в металле 132
- проводимости 48, 137
- Электропроводность металлов 137, 145
- полупроводников 137

Энергетическая светимость интегральная 41

Энергия ионизации 101

- связи нуклона в ядре атома 150
- — электрона в атоме 101
- — ядра 150
- — — удельная 151
- Ферми 132
- частицы свободной, собственные значения 69
- ядерной реакции 159
- Эффект Джозефсона 147
- — нестационарный 147
- — стационарный 147
- Доплера для электромагнитных волн 32
- — — — — поперечный 33
- — — — — продольный 33
- Зеемана 110
- — нормальный (простой) 110
- — сложный (аномальный) 111
- Комптона 52
- Мейснера 146
- Мёссбауэра 159
- Пашена–Бака
- Рамана 119, 120
- туннельный 75, 78-81
- Штарка 110
- Холла 139
- Эффективное сечение ядерной реакции 157

## Я

- Явления переноса 136
- Ядро атома 148
- — дочернее 153
- —, заряд 149
- — материнское 153
- — составное 157
- «Яма» потенциальная 70
- Ячейка фазовая 130
- элементарная 121

Учебное издание

**Ташлыкова-Бушкевич Ия Игоревна**

## ***ФИЗИКА***

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

В 2-х частях

Часть 2

### **ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. СТРОЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА**

Редактор Т. П. Андрейченко

Корректор Е. Н. Батурчик

Компьютерная верстка и дизайн обложки И. И. Ташлыкова-Бушкевич

В оформлении обложки использована

фотография каньона горной реки Дунаец (Пенинский Народный Парк, Республика Польша)

Подписано в печать 04.04.2008. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Печать ризографическая. Усл. печ. л. 10,7. Уч.-изд. л. 11,0. Тираж 200 экз. Заказ 655.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.  
220013, Минск, П. Бровки, 6



## Об авторе

Ташлыкова-Бушкевич Ия Игоревна - кандидат физико-математических наук, доцент. Специалист в области физики твердого тела, доцент кафедры физики Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. Лауреат премии Президента Республики Беларусь 1998 г., стипендиат Президента Республики Беларусь по итогам конкурса 2002 г. среди талантливых молодых ученых, член Белорусского физического общества.

Биография включена в справочники Marquis (США) «Who's Who in the World» (2007, 2008) и «Who's Who in Science and Engineering» (2008-2009), а также в справочное издание International Biographical Centre «2000 Outstanding Intellectuals of the 21st Century» (2007, Кембридж, Англия). Автор более 70 научных работ.

## О книге

Учебное пособие предназначено для студентов технических специальностей высших учебных заведений. Его основу составили лекции общего курса «Физика», читаемые в БГУИР автором. В книге доступно и наглядно изложены основы классической и современной физики, в том числе указаны современные приложения физики в науке и технике. Излагаются оптика, квантовая физика, строение и физические свойства вещества.

В пособии использованы результаты научных исследований, выполненных автором в области физики конденсированного состояния и физики взаимодействия заряженных частиц с поверхностью кристаллов.