

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЦЕНТР НАУЧНОГО СОТРУДНИЧЕСТВА  
«НАУКА И ПРОСВЕЩЕНИЕ»



# **НАУКА, ИННОВАЦИИ, ТЕХНОЛОГИИ: АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И СОВРЕМЕННЫЕ АСПЕКТЫ**

**МОНОГРАФИЯ**

ПЕНЗА  
МЦНС «НАУКА И ПРОСВЕЩЕНИЕ»  
2026

УДК 001.1  
ББК 60  
НЗ4

**Рецензенты:**

**Колесников Геннадий Николаевич** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой  
ФГБОУ ВО «Петрозаводский государственный университет»

**Некрасов Станислав Николаевич** – доктор философских наук, профессор, профессор кафедры  
философии, главный научный сотрудник ФГБОУ ВО «Уральский государственный аграрный  
университет»

**Авторский коллектив**

Алексеев А.В., Алексеев В.Ф., Алиев И.И., Ахметшакиров Д., Бавбель Е.И., Буторина Н.А., Ворона-  
Сливинская Л.Г., Газабиева З.Х., Дерябин Н.И., Дудаев М.М., Илларионова В.В., Искаков А.Е.,  
Камалбаева А.Т., Ковтуненко В.Я., Мелешко Д.А., Овчинников А.Н., Русяев Н.Н., Рыжий М.С.,  
Сидорова И.Г., Умаев А.А., Халадов А.Ш.

**НЗ4**

**НАУКА, ИННОВАЦИИ, ТЕХНОЛОГИИ: АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И  
СОВРЕМЕННЫЕ АСПЕКТЫ: монография** / Под общ. ред. Г. Ю. Гуляева — Пенза: МЦНС  
«Наука и Просвещение». — 2026. — 208 с.

ISBN 978-5-00268-464-9

В монографии представлены теоретические подходы и концепции, аналитические обзоры, практические решения в конкретных сферах науки и общества.

Издание может быть интересно российским и зарубежным ученым, руководителям и служащим государственного аппарата, руководителям и специалистам учреждений и хозяйственных организаций, педагогам, аспирантам и студентам высших учебных заведений.

Ответственность за аутентичность и точность цитат, имен, названий и иных сведений, а также за соблюдение законодательства об интеллектуальной собственности несут авторы публикуемых материалов.

УДК 001.1  
ББК 60

© МЦНС «Наука и Просвещение» (ИП Гуляев Г. Ю.), 2026  
© Коллектив авторов, 2026

ISBN 978-5-00268-464-9

УДК 629.7.025.73:519.6

# ГЛАВА 2. СУРРОГАТНО-ЭВОЛЮЦИОННАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОФИЛЕЙ КРЫЛА ДЛЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

**Алексеев Виктор Федорович**

канд.техн.наук, доцент

**Бавбель Егор Игоревич**

магистр, аспирант

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

**Аннотация:** Представленная глава монографии посвящена разработке и систематическому изложению методологии суррогатно-эволюционной оптимизации для проектирования аэродинамических профилей крыла беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Работа объединяет теоретические основы многокритериальной оптимизации, эволюционных вычислений и вычислительной аэродинамики в целостный подход к решению актуальной инженерной задачи.

В первой части монографии изложены теоретические предпосылки исследования. Рассмотрены специфические особенности аэродинамики малоразмерных БПЛА, обусловленные низкими числами Рейнольдса ( $Re = 10^4 \div 10^5$ ) и сопутствующими физическими эффектами, включая ламинарно-турбулентный переход и формирование отрывных пузырей. Проанализированы ограничения традиционных методов проектирования профилей на базе семейств НАСА и аналитических методов применительно к современным требованиям. Обоснована необходимость многокритериальной постановки задачи оптимизации, учитывающей противоречивые требования к аэродинамическому качеству ( $L/D$ ), массовым характеристикам, технологичности и устойчивости к срыву потока. Изложены математические основы многокритериальной оптимизации, включая концепцию Парето-оптимальности, фронт Парето и принцип доминирования решений. Подробно рассмотрены эволюционные алгоритмы в приложении к аэрокосмическому проектированию: приведён обзор генетических алгоритмов, детально описан алгоритм NSGA-II как индустриальный стандарт многокритериальной оптимизации, а также представлены современные альтернативы (MOEA/D, NSGA-III).

Вторая часть посвящена методологическим аспектам суррогатно-эволюционной оптимизации. Проведён сравнительный анализ методов геометрической параметризации профиля крыла – от классических НАСА-подобных представлений и метода PARSEC до сплайновых методов на базе B-сплайнов и NURBS. Оценено влияние размерности пространства проектирования и гибкости формообразования на эффективность оптимизационного процесса. Обоснован выбор параметризации, обеспечивающей оптимальный баланс между выразительностью геометрического описания и вычислительной сложностью задачи. Рассмотрены особенности высокоточного CFD-моделирования обтекания профилей при низких числах Рейнольдса, включая выбор моделей турбулентности ( $Transition\ SST, \gamma - Re_\theta$ ) для коррект-

ного предсказания ламинарно-турбулентного перехода, методологию постановки вычислительного эксперимента и верификацию модели на эталонных профилях.

Монография предназначена для научных работников, инженеров-конструкторов и аспирантов в области авиационной техники, вычислительной аэродинамики и оптимизационного проектирования.

**Ключевые слова:** суррогатно-эволюционная оптимизация, профиль крыла, БПЛА, многокритериальная оптимизация, NSGA-II, геометрическая параметризация, CFD-моделирование, малые числа Рейнольдса, фронт Парето, B-сплайны.

## SURROGATE-ASSISTED EVOLUTIONARY OPTIMIZATION OF AIRFOIL PROFILES FOR UNMANNED AERIAL VEHICLES

Alexeev Viktor Fedorovich,  
Bavbel Egor Igorevich

**Abstract:** This monograph is devoted to the development and systematic presentation of a surrogate-evolutionary optimization methodology for the design of unmanned aerial vehicle (UAV) wing aerofoils. The work integrates the theoretical foundations of multi-criteria optimization, evolutionary computation, and computational aerodynamics into a holistic approach to solving a pressing engineering problem.

The first part of the monograph presents the theoretical background of the study. It examines the specific aerodynamic characteristics of small UAVs, owing to their low Reynolds numbers ( $Re = 10^4 \div 10^5$ ) and associated physical effects, including laminar-turbulent transition and the formation of separation bubbles. The limitations of traditional airfoil design methods based on NACA families and analytical methods are analyzed in relation to modern requirements. The need for a multi-criteria optimization problem formulation, taking into account conflicting requirements for lift-to-drag ratio (L/D), mass characteristics, manufacturability, and stall resistance, is substantiated. The mathematical foundations of multi-objective optimization are presented, including the concept of Pareto optimality, the Pareto frontier, and the decision dominance principle. Evolutionary algorithms are examined in detail as applied to aerospace design: an overview of genetic algorithms is provided, the NSGA-II algorithm as an industry standard for multi-objective optimization is described in detail, and modern alternatives (MOEA/D, NSGA-III) are presented.

The second part is devoted to the methodological aspects of surrogate-evolutionary optimization. A comparative analysis of methods for geometric parameterization of wing profiles is conducted, ranging from classical NACA-like representations and the PARSEC method to spline methods based on B-splines and NURBS. The influence of the design space dimensionality and shape-forming flexibility on the efficiency of the optimization process is assessed. The choice of parameterization that provides an optimal balance between the expressiveness of the geometric description and the computational complexity of the problem is substantiated. This article examines the specifics of high-precision CFD modeling of airfoil flows at low Reynolds numbers, including the selection of turbulence models (Transition SST,  $\gamma - Re_\theta$ ) for accurately predicting the laminar-turbulent transition, the methodology for setting up a computational experiment, and model verification on reference airfoils.

This monograph is intended for researchers, design engineers, and postgraduate students in the fields of aeronautical engineering, computational aerodynamics, and optimization design.

**Keywords:** surrogate-evolutionary optimization, wing profile, UAV, multi-criteria optimization, NSGA-II, geometric parameterization, CFD modeling, low Reynolds numbers, Pareto front, B-splines.

## ЧАСТЬ I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПРОБЛЕМАТИКА

### 1. ВВЕДЕНИЕ В ПРОБЛЕМУ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОФИЛЕЙ ДЛЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

#### 1.1. Особенности аэродинамики малоразмерных беспилотных летательных аппаратов

Аэродинамическое проектирование малоразмерных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) самолетной схемы сталкивается с рядом принципиальных особенностей, отличающих их от традиционной пилотируемой авиации. Экспансия применений беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в сегментах гражданской и специальной авиации сопровождается эволюцией требований к их аэродинамическому совершенству [1]. Компактные летательные системы с размахом крыла менее 5 метров и массой до 25 кг функционируют в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re = \rho Vc/\mu = 10^4 \div 10^6$ , что на два–три порядка ниже, чем для пилотируемой авиации [2; 3]. Именно этот диапазон представляет наибольший интерес для современного беспилотного авиастроения, поскольку в нем реализуется режим обтекания, качественно отличный от условий полета магистральных самолетов. В указанном диапазоне соотношение инерционных и вязкостных сил в пограничном слое обуславливает преобладание ламинарного режима течения с высокой чувствительностью к градиенту давления и склонностью к отрыву [3–6].

При малых числах Рейнольдса силы вязкости начинают доминировать над инерционными силами, что приводит к существенному изменению структуры течения в пограничном слое. В [3; 6; 7] подчеркивается, что при малых скоростях полета и ограниченных размерах БПЛА влияние вязкости потока преобладает, что является причиной возникновения сложных физических явлений, не наблюдаемых при высоких числах Рейнольдса. Характерной особенностью обтекания профилей при  $Re < 5 \cdot 10^5$  является формирование ламинарных отрывных пузырей (*laminar separation bubbles*) – зон рециркуляции, возникающих при нарушении благоприятного градиента давления на верхней поверхности профиля [4]. Данное явление детерминируется взаимодействием невязкого внешнего потока с вязким пограничным слоем и проявляется в скачкообразном изменении аэродинамических характеристик при вариации угла атаки [8]. Положение точки перехода ламинарно-турбулентного перехода внутри пузыря оказывает решающее влияние на распределение давления и, соответственно, на подъёмную силу и сопротивление профиля [9].

Для типичных профилей серии НАСА четырёхзначной и пятизначной системы при  $Re = 10^5$  характерно развитие отрывных пузырей длиной  $0.05c \div 0.15c$  приводящих к снижению максимального коэффициента подъёмной силы на 15 ÷ 25 и росту профильного сопротивления в 1.5 ÷ 2 раза по сравнению с режимом полностью приложенного потока [10]. Управление положением и протяжённостью ламинарных пузырей посредством модификации геометрии

профиля представляет ключевую задачу проектирования аэродинамических поверхностей для БПЛА [11].

Дополнительным фактором, усложняющим аэродинамику малых летательных аппаратов, является относительное увеличение влияния несущих винтов, оперения и силовых установок на характеристики крыла в целом [12]. Взаимная интерференция элементов конструкции приводит к трёхмерным эффектам, не воспроизводимым в рамках двумерной постановки, что предъявляет повышенные требования к робастности профиля к вариациям условий обтекания [13].

## 1.2. Ограничения традиционных методов проектирования профилей

Классическая методология проектирования аэродинамических профилей, восходящая к работам Национального консультативного комитета по аэронавтике (NASA) 1930–1950-х годов, базируется на суперпозиции средней линии и распределения толщины с последующей коррекцией по результатам испытаний в аэродинамических трубах [14]. Системы обозначений четырёхзначных, пятизначных и серии 6-ой обеспечивают параметрическое покрытие ограниченного множества форм, оптимизированных преимущественно для диапазона  $Re > 10^6$  [15].

Применение профилей NASA для БПЛА сопряжено со следующими фундаментальными ограничениями. Во-первых, эмпирические корреляции, положенные в основу методик расчёта, верифицированы для турбулентного пограничного слоя и не адекватны ламинарно-турбулентному переходу при малых  $Re$  [16]. Во-вторых, фиксированное семейство форм не обеспечивает требуемой гибкости для адаптации к специфическим требованиям современных миссий БПЛА, включая компромисс между противоречивыми режимами полёта [17]. В-третьих, отсутствие явного контроля над геометрическими свойствами (кривизной, радиусами закругления) затрудняет обеспечение технологичности изготовления методами фрезеровки или аддитивного производства [18].

Аналитические методы проектирования, представленные работами *Eppler* и *Selig*, основаны на обратных задачах аэродинамики с заданием распределения скорости на контуре профиля [19]. Методика XFOIL, разработанная *Drela*, интегрирует пограничный слой с моделью перехода и позволяет анализировать профили при малых числах Рейнольдса [20]. Однако данные подходы ориентированы на анализ заданных форм и не содержат процедур автоматизированного поиска оптимальных конфигураций по множественным критериям [21].

Совершенствование традиционных профилей методом проб и ошибок, базирующееся на инженерной интуиции и последовательном уточнении, оказывается неэффективным в условиях многомерного пространства проектных переменных и нелинейных, немонотонных зависимостей аэродинамических характеристик от геометрии [22]. Типичное число итераций ручного проектирования достигается  $50 \div 100$  при этом обследуемая область пространства форм остаётся фрагментарной [23].

### 1.3. Актуальность многокритериальной оптимизации

Современные требования к проектированию БПЛА детерминируют необходимость одновременного учёта множества частично противоречивых критериев, формально выражаемых векторной целевой функцией [24].

$$J(x) = [J_1(x), J_2(x), \dots, J_m(x)]^T.$$

**Аэродинамическая эффективность**, количественно выражаемая аэродинамическим качеством  $L/D$  или круизной эффективностью  $M \cdot L/D$ , конфликтует с требованиями маневренности, требующими максимизации подъёмной силы  $C_{L,max}$  и запаса по углу атаки до отрыва [25]. Профили с высоким  $L/D$  при крейсерских углах атаки характеризуются умеренной кривизной и склонностью к резкому срыву при выходе за пределы номинального диапазона [26].

**Массовая эффективность** конструкции крыла требует минимизации относительной толщины профиля  $(t/c)_{max}$  для снижения аэродинамического сопротивления и массы силового набора, что противоречит требованиям прочности и жёсткости, детерминирующим нижнюю границу толщины [27]. Дополнительным фактором является размещение систем механизации и силовых агрегатов внутри профиля, накладывающее ограничения на внутренний объём [28].

**Технологичность (*manufacturability*)** формализуется через ограничения на минимальный радиус кривизны  $R_{min}$ , допустимый угол уклона стенок для извлекаемости формы при литье, и шероховатость поверхности, влияющую на положение точки перехода [29]. Профили с оптимальными аэродинамическими характеристиками часто содержат участки с недопустимо малыми радиусами кривизны или обратной кривизной, затрудняющей изготовление [30].

**Устойчивость к срыву потока** определяет безопасность полёта и управляемость на предельных режимах. Требование плавного (мягкого) срыва с постепенным снижением подъёмной силы конфликтует с максимизацией  $C_{L,max}$ , поскольку острый срыв характерен для профилей с интенсивной кривизной в носовой части [31].

Многокритериальная оптимизация формулируется как поиск множества Парето-оптимальных решений  $\mathcal{P} = \{x^* \in \Omega \mid \nexists x \in \Omega: J(x) \leq J(x^*), J(x) \neq J(x^*)\}$ , где  $\Omega$  – допустимое множество,  $\leq$  – отношение доминирования [32]. Выбор конкретного решения из множества Парето осуществляется лицом, принимающим решение, на основе априорных или интерактивных предпочтений [33].

### 1.4. Цели и задачи исследования.

#### Место суррогатно-эволюционного подхода

Целью настоящего исследования является разработка методологии суррогатно-эволюционной оптимизации аэродинамических профилей крыла БПЛА, обеспечивающей эффективный поиск компромиссных решений в условиях многокритериальной постановки и ограниченных вычислительных ресурсов.

Суррогатно-эволюционный подход интегрирует два комплементарных направления: эволюционные алгоритмы, обеспечивающие глобальный поиск в многомодальных пространствах, и суррогатные (метамодельные) аппроксима-

ции, снижающие вычислительные затраты на оценку целевых функций [34]. Данная синергия позволяет преодолеть фундаментальное ограничение эволюционных методов – высокую потребность в числе обращений к вычислительно затратным CFD-анализам [35].

Место предлагаемого подхода в современной методологии проектирования определяется следующими факторами. В отличие от градиентных методов, требующих непрерывности и дифференцируемости целевых функций, суррогатно-эволюционный подход работает с дискретными, зашумлёнными и многоэкстремальными откликами, характерными для CFD-анализа с моделями турбулентности и перехода [36]. По сравнению с чисто эволюционными методами, гибридный подход сокращает число прямых CFD-расчётов на порядок за счёт использования метамоделей для предварительного скрининга и предсказания перспективных областей пространства проектирования [37].

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

### 2.1. Основы многокритериальной оптимизации

Задача многокритериальной оптимизации формулируется в терминах поиска вектора проектных переменных  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \Omega \subset R^n$ , доставляющего экстремум векторной целевой функции  $J(x) = [J_1(x), J_2(x), \dots, J_m(x)]^T$ ,  $\Omega$  – допустимое множество, определяемое системой ограничений-неравенств  $g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, p$  и ограничений-равенств  $h_k(x) = 0$  [1].

Фундаментальное отличие многокритериальной оптимизации от классической скалярной постановки состоит в отсутствии полного порядка на множестве значений векторного критерия. Для произвольных двух решений  $x^{(1)}$  и  $x^{(2)}$  отношение  $J(x^{(1)}) < J(x^{(2)})$  не определено в общем случае, поскольку может выполняться  $J_i(x^{(1)}) < J_i(x^{(2)})$  и  $J_j(x^{(1)}) > J_j(x^{(2)})$  для различных компонент  $i \neq j$  [2]. Данное обстоятельство приводит к необходимости введения специальных отношений предпочтения и концепции компромиссных решений.

Область компромиссов (*trade-off region*) в пространстве критериев  $R^m$  определяется как множество точек  $y = J(x)$ , соответствующих допустимым проектным переменным  $x \in \Omega$ , для которых не существует направления улучшения всех компонент одновременно [3]. Геометрически область компромиссов представляет собой подмножество  $\mathcal{Y} \subset R^m$ , ограниченное поверхностью недостижимых значений. Проекция области компромиссов на координатные плоскости демонстрирует характерные конфликты между частными критериями: уменьшение  $J_i$  при фиксированных остальных компонентах [4].

В контексте проектирования профилей крыла БПЛА типичная структура векторного критерия включает:

$$J_1(x) = -\left(\frac{L}{D}\right)_{cruise}, \quad J_2(x) = -\frac{C_{L,max}}{C_{D,min}}, \quad J_3(x) = \left(\frac{t}{c}\right)_{max}, \quad J_4(x) = -S_{stall}$$

где  $S_{stall}$  – запас по углу атаки до срыва,  $(t/c)_{max}$  – максимальная относительная толщина [5]. Отрицательные знаки в определениях  $J_1, J_2, J_4$  обусловлены традицией формулировки задачи как задачи минимизации.

Априорные методы свёртки векторного критерия в скалярный основаны на введении функции полезности  $U(J)$  или весовых коэффициентов  $w_i \geq 0, \sum_{i=1}^m w_i = 1$ :

$$J_{scalar}(x) = \sum_{i=1}^m w_i J_i(x) \quad (\text{линейная свёртка})$$

$$J_{scalar}(x) = \max_{i=1, \dots, m} w_i J_i(x) \quad (\text{минимаксная свёртка})$$

$$J_{scalar}(x) = -\prod_{i=1}^m (J_i^{max} - J_i(x))^{w_i} \quad (\text{мультипликативная свёртка})$$

Недостатком априорных подходов является необходимость точного задания предпочтений до начала оптимизации, что затруднено при неполной информации о конфликтах критериев [6].

## 2.2. Концепция Парето-оптимальности

Отношение доминирования в пространстве критериев определяется следующим образом: решение  $x^{(1)}$  доминирует над решением  $x^{(2)}$  (обозначается  $x^{(1)} < x^{(2)}$ ), если выполняются условия:

$$J_i(x^{(1)}) \leq J_i(x^{(2)}), \quad \forall i = 1, \dots, m$$

$$\exists j \in \{1, \dots, m\}: J_j(x^{(1)}) < J_j(x^{(2)}).$$

То есть  $x^{(1)}$  не уступает  $x^{(2)}$  по всем критериям и строго лучше хотя бы по одному [7].

Множество Парето-оптимальных (недоминируемых, эффективных) решений определяется как:

$$\mathcal{P} = \{x^* \in \Omega \mid \nexists x \in \Omega: x < x^*\}.$$

Проекция множества  $\mathcal{P}$  на пространство критериев образует фронт Парето  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}} = \{J(x) \mid x \in \mathcal{P}\}$ , представляющий собой  $(m - 1)$ -мерную поверхность в  $R^m$  [8].

Свойства фронта Парето определяют структуру компромиссных решений:

– **конвексность**: если  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}$  вогнут, любая линейная свёртка с положительными весами генерирует точку фронта; при невыпуклости требуются взвешенные нормы или целевое программирование [9];

– **связность**: для непрерывных  $J_i(x)$  и связного  $\Omega$  множество  $\mathcal{P}$  связно, однако  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}$  может содержать разрывы при наличии локальных экстремумов [10];

– **плотность**: в общем случае  $\mathcal{P}$  и  $\mathcal{P}_{\mathcal{F}}$  содержат континуум точек; дискретное приближение требует равномерного распределения точек по фронту [11].

Метрики качества аппроксимации фронта Парето включают [12]:

– **генерационное расстояние** (*generational distance*):

$$GD = \frac{1}{|\mathcal{P}_{approx}|} \sqrt{\sum_{y \in \mathcal{P}_{approx}} d(y, \mathcal{P}_F)^2},$$

– **разнообразие** (*diversity, spread*):

$$\Delta = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{N-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (N-1)\bar{d}}$$

– **покрытие** (*hypervolume*):

$$HV = \Lambda \left( \bigcup_{y \in \mathcal{P}_{approx}} [y, y_{ref}] \right), \text{ где } \Lambda - \text{ мера Лебега.}$$

### 2.3. Постановка задачи оптимизации профиля крыла БПЛА

Задача многокритериальной оптимизации профиля крыла БПЛА формулируется в пространстве проектных переменных  $x \in R^n$ , параметризующих геометрию профиля через координаты контрольных точек В-сплайнов средней линии и распределения толщины [13].

**Вектор проектных переменных:**

$$x = \left[ \underbrace{x_1^c, \dots, x_{N_c}^c, y_1^c, \dots, y_{N_c}^c}_{\text{camber}}, \underbrace{t_1, \dots, t_{N_t}}_{\text{thickness}}, \theta_{LE}, \theta_{TE}, \delta_{LE}, \delta_{TE} \right]^T$$

с размерностью  $n = 2N_c + N_t + 4 = 14 \div 20$  для типичных значений  $N_c = N_t = 6 \div 8$  [14].

**Допустимое множество определяется системой ограничений [15]:**

– геометрические ограничения (боксы):  $x_L \leq x \leq x_U$  ;

– нелинейные ограничения на производные:

$$g_1(x) = \max_{\bar{x}} \left| \frac{d^2 y_c}{dx^2} \right| - \kappa_{c,allow} \leq 0,$$

$$g_2(x) = (t/c)_{max} - (t/c)_{allow} \leq 0,$$

$$g_3(x) = R_{LE,min} - R_{LE}(x) \leq 0;$$

– аэродинамические ограничения (требуют CFD-анализа):

$$g_4(x) = C_{m,min} - C_m(x, \alpha_{cruise}) \leq 0,$$

$$g_5(x) = C_{L,stall}(x) - C_{L,required} \leq 0.$$

**Векторная целевая функция** включает критерии, вычисляемые по результатам CFD-анализа для  $K$  режимов полёта [16]:

$$J(x) = [J_{LD}(x), J_{mass}(x), J_{manuf}(x), J_{robust}(x)]^T,$$

где

$$J_{LD}(x) = - \sum_{k=1}^K w_k \left( \frac{L}{D} \right)_k (x),$$

$$J_{mass}(x) = (t/c)_{max}(x) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{dy_c}{d\bar{x}_i}\right)^2},$$

$$J_{manuf}(x) = -\min_{\bar{x} \in [0,1]} R(\bar{x}, x),$$

$$J_{robust}(x) = -\min_{k=1, \dots, K} \frac{\alpha_{stall,k}(x) - \alpha_k}{\sigma_\alpha}.$$

Зависимость аэродинамических характеристик от проектных переменных  $J(x)$  задаётся неявно через решение уравнений Навье-Стокса или их осреднённых форм, что требует численного интегрирования и обуславливает высокую вычислительную стоимость оценки целевой функции [17].

Постановка задачи в форме многокритериальной оптимизации с суррогатно-эволюционным подходом предполагает:

1. Построение начальной популяции решений  $\mathcal{P}_0 = \{x^{(1)}, \dots, x^{(N_{pop})}\}$  методом латинского гиперкуба или по заданному распределению [18].
2. Оценку векторных критериев  $J(x^{(i)})$  для всех  $x^{(i)} \in \mathcal{P}_0$  прямыми CFD-расчётами.
3. Построение суррогатных моделей  $\tilde{J}_j(x)$  для каждой компоненты критерия на основе имеющихся данных [19].
4. Эволюционный поиск с использованием суррогатных моделей для предварительного скрининга и управляемую инфилляцию (*infill*) с прямыми расчётами в перспективных областях [20].
5. Обновление суррогатных моделей и итерационное уточнение аппроксимации фронта Парето до достижения критерия останова [21].

Данная постановка обеспечивает формирование множества компромиссных решений без априорного задания весов критериев, позволяя лицу, принимающему решение, осуществить окончательный выбор на основе полной информации о конфликтах целей и достижимых значениях критериев [22].

### 3. ЭВОЛЮЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ В АЭРОКОСМИЧЕСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

#### 3.1. Генетические алгоритмы: принципы и механизмы

Эволюционные алгоритмы представляют собой класс методов оптимизации, вдохновлённых механизмами естественного отбора и генетики популяций [1]. В отличие от градиентных методов, требующих дифференцируемости целевых функций и вычисления производных, эволюционные подходы оперируют популяцией кандидатных решений и применяют операторы, имитирующие биологические процессы репродукции, мутации и отбора [2]. Данная особенность делает их применимыми к широкому классу задач, включая те, где отклик задан неявно, зашумлён или имеет разрывный характер [3].

Генетический алгоритм в классической формулировке Holland оперирует с

популяцией хромосом  $\mathcal{P} = \{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(N_{pop})}\}$ , каждая из которых кодирует проектные переменные в виде бинарной строки или вещественного вектора [4]. Итерационный процесс (поколение) включает оценку приспособленности (fitness) особей, отбор родителей для размножения, применение операторов скрещивания и мутации, формирование новой популяции [5].

**Оператор отбора** детерминирует вероятность участия особи в создании потомства пропорционально её относительной приспособленности. Турнирный отбор выбирает лучшую особь из случайной подгруппы размером  $k$ , обеспечивая давление отбора без глобального ранжирования [6]. Пропорциональный отбор назначает вероятность  $p_i = f_i / \sum_j f_j$ , где  $f_i$  – значение функции приспособленности, что приводит к проблеме преждевременной сходимости при доминировании суперособи [7].

**Оператор скрещивания (кроссовер)** комбинирует генетический материал двух родителей для создания потомства. Одноточечный кроссовер разрывает хромосомы в случайной позиции с обменом хвостовыми частями; равномерный кроссовер независимо выбирает аллели от каждого родителя с вероятностью 0.5 [8]. Для вещественного кодирования применяется арифметический кроссовер:  $x_{child} = \alpha x_{parent1} + (1 - \alpha)x_{parent2}$ , где  $\alpha \in [0,1]$  случайный параметр [9].

**Оператор мутации** вносит случайные изменения для поддержания генетического разнообразия и преодоления локальных оптимумов. Бинарная мутация инвертирует биты с вероятностью  $p_m$ ; гауссова мутация для вещественных переменных добавляет случайную величину  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$  [10]. Адаптивные стратегии корректируют вероятность мутации в зависимости от динамики популяции:  $p_m$  возрастает при стагнации и снижается при улучшении [11].

Применение классических генетических алгоритмов к многокритериальной оптимизации сопряжено с фундаментальными трудностями. Скаляризация векторного критерия через взвешенную сумму требует априорного задания весов и приводит к получению единственного решения, игнорируя множество Парето [12]. Поддержание разнообразия популяции в пространстве критериев требует специализированных механизмов, отсутствующих в канонической схеме [13]. Необходимость одновременной сходимости к фронту Парето и равномерного покрытия его точками обусловила развитие специализированных многокритериальных эволюционных алгоритмов [14].

### 3.2. Алгоритм NSGA-II и его доминирование в индустрии

Алгоритм NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*), предложенный Deb и соавторами в 2002 году, стал де-факто стандартом для многокритериальной оптимизации в аэрокосмической отрасли благодаря сочетанию вычислительной эффективности, надёжности сходимости и отсутствию параметров, требующих тонкой настройки [15].

**Механизм недоминируемой сортировки** классифицирует популяцию по уровням фронтов Парето. Первый фронт  $\mathcal{F}_1$  составляют все недоминируемые

решения популяции; исключение  $\mathcal{F}_1$  и повторение процедуры формирует  $\mathcal{F}_2$  и так далее [16]. Вычислительная сложность сортировки снижена с  $O(mN^3)$  в исходном NSGA до  $O(mN^2)$  в NSGA-II за счёт хранения информации о доминировании в структурах данных и исключения повторных сравнений, где  $m$  – число критериев,  $N$  – размер популяции [17].

Алгоритм сортировки использует два вспомогательных массива:  $S_p$  – множество решений, доминируемых  $p$ ,  $n_p$  – число решений, доминирующих над  $p$ . Инициализация  $n_p = 0$  для всех  $p$ ; если  $p$  доминирует над  $q$ , то  $q$  добавляется в  $S_p$ , иначе  $n_p$ , инкрементируется. Решения с  $n_p = 0$  формируют первый фронт; для каждого  $q \in S_p$  декрементируется  $n_q$ , и при  $n_q = 0$ , решение  $q$  включается в следующий фронт [18].

**Механизм элитизма** обеспечивает сохранение лучших решений между поколениями. Объединённая популяция родителей  $\mathcal{P}_t$  и потомков  $\mathcal{Q}_t$  размером  $2N$  сортируется по фронтам; в новую популяцию  $\mathcal{P}_{t+1}$  отбираются решения с лучших фронтов до заполнения размера  $N$  [19]. Если последний включаемый фронт  $\mathcal{F}_\ell$  превышает оставшуюся ёмкость, применяется критерий *crowding distance* для выбора подмножества  $\mathcal{F}_\ell$  с максимальным разнообразием.

*Crowding distance* оценивает плотность решений в окрестности данной точки пространства критериев. Для  $i$  – го решения на фронте  $\mathcal{F}$  [21]:

$$d_i = \sum_{k=1}^m \frac{J_k^{(i+1)} - J_k^{(i-1)}}{J_k^{max} - J_k^{min}},$$

где индексы  $i - 1$  и  $i + 1$  соответствуют соседним точкам при сортировке по  $k$  - му критерию; крайние точки фронта получают  $d_i = \infty$  для гарантированного сохранения [20]. Максимизация *crowding distance* при отборе обеспечивает равномерное распределение точек по фронту Парето, критичное для представления полного спектра компромиссных решений [21].

**Операторы вариации** в стандартной реализации NSGA-II включают симулированный бинарный кроссовер (SBX) и полиномиальную мутацию. SBX моделирует поведение одноточечного кроссовера для бинарных строк при вещественном кодировании; распределение потомков задаётся параметром распределения  $\eta_c$ , контролирующим вероятность удаления от родителей [22]. Полиномиальная мутация применяет случайное смещение из распределения с плотностью  $p(\delta) = 0.5(\eta_m + 1)(1 - |\delta|)^{\eta_m}$  [23].

Причины доминирования NSGA-II в аэрокосмической индустрии многообразны. Вычислительная эффективность  $O(mN^2)$  позволяет обрабатывать популяции  $N = 100 \div 500$  за приемлемое время даже при дорогостоящей оценке целевых функций через CFD-анализ [24]. Отсутствие требования взвешивания критериев обеспечивает формирование аппроксимации фронта Парето за один прогон алгоритма [25]. Робастность к параметрам: рекомендованные значения  $\eta_c = 20$ ,  $\eta_m = 20$ ,  $p_m = 1/n$  работают удовлетворительно для широкого клас-

са задач без тонкой настройки [26]. Доказанная сходимость к фронту Парето при увеличении числа поколений обеспечивает теоретическую основу для практического применения [27].

Применение NSGA-II в аэродинамической оптимизации включает проектирование крыльев транспортных самолётов, профилей турбомашин, форм носовых обтекателей и сопел [28]. *Nemes* и *Zingg* продемонстрировали эффективность алгоритма для многопунктовой оптимизации профилей при трансзвуковых скоростях с использованием CFD-анализа на каждой итерации [29]. *Gamboa* и соавторы применили NSGA-II для совместной аэродинамической и структурной оптимизации деформируемого крыла БПЛА с учётом противоречий между жёсткостью и аэродинамическим качеством [30].

### 3.3. Современные алгоритмы: MOEA/D и NSGA-III

Развитие многокритериальной оптимизации привело к созданию альтернативных подходов, адресующих ограничения NSGA-II для специфических классов задач.

MOEA/D (*Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition*), предложенный *Zhang* и *Li* в 2007 году, трансформирует многокритериальную задачу в совокупность скалярных подзадач, решаемых кооперативно [31]. Каждая подзадача определяется весовым вектором  $\lambda^{(i)}$  и скалярной функцией  $g(x|\lambda^{(i)}, z^*)$ , где  $z^*$  – идеальная точка. Рекомендуются функции Тчебышёва  $g^{te} = \max_k \lambda_k |J_k - z_k^*|$  или штрафная с аддитивной функцией [32].

Преимущества MOEA/D для задач аэродинамики связаны с управляемым распределением вычислительных ресурсов: подзадачи с труднодостижимыми целями получают больше итераций [33]. Локальность поиска в окрестности весовых векторов снижает число доминированных сравнений с  $O(mN^2)$  до  $O(mNT)$ , где  $T$  – число соседей [34]. Однако эффективность MOEA/D критически зависит от выбора распределения весовых векторов и определения соседства; для задач с невыпуклым фронтом Парето требуется адаптивная корректировка [35].

NSGA-III, разработанный *Deb* и *Jain* в 2014 году, модифицирует механизм выбора для задач с многими критериями  $m > 3$ , где crowding distance теряет эффективность из-за проклятия размерности [36]. Алгоритм использует систему опорных точек (*reference points*), равномерно распределённых в пространстве критериев, для направления поиска и поддержания разнообразия [37].

Ассоциация решений с опорными точками выполняется по минимальному перпендикулярному расстоянию в нормализованном пространстве. Нишевый оператор отбора предпочитает решения из недостаточно представленных ниш, обеспечивая покрытие всего фронта независимо от его формы [38]. Сравнительные исследования демонстрируют превосходство NSGA-III над NSGA-II для  $m \geq 5$  критериев при сопоставимой производительности для  $m = 2 \div 3$ .

**Перспективы применения в аэродинамике** определяются спецификой

задач проектирования профилей крыла БПЛА. Типичное число критериев  $m = 3 \div 4$  (аэродинамическое качество, масса, технологичность, устойчивость) находится в зоне эффективности NSGA-II, что объясняет его продолжающееся доминирование в промышленных приложениях [40]. MOEA/D представляет интерес для задач с чётко иерархическими целями или требованием равномерного покрытия фронта при ограниченном бюджете вычислений [41].

NSGA-III становится предпочтительным при расширении постановки до многодисциплинарной оптимизации с включением аэродинамических, структурных, акустических и экономических критериев, характерной для комплексного проектирования авиационных систем [42]. Гибридные подходы, комбинирующие NSGA-II с локальным поиском или суррогатными моделями, представляют активную область исследований для снижения вычислительных затрат [43].

Для задач суррогатно-эволюционной оптимизации профилей крыла БПЛА при малых числах Рейнольдса NSGA-II сохраняет статус базового алгоритма благодаря проверенной надёжности, доступности реализаций и обширной документации прикладных примеров [44]. Модификации, включающие адаптивные операторы и интеграцию с метамоделями, направлены на преодоление фундаментального ограничения эволюционных методов – высокой потребности в числе оценок целевой функции [45].

## II. МЕТОДОЛОГИЯ СУРРОГАТНО-ЭВОЛЮЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

### 4. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ПРОФИЛЯ: ОТ НАСА ДО В-СПЛАЙНОВ

#### 4.1. Обзор методов параметризации

##### 4.1.1. Классические НАСА-подобные параметризации

Система обозначений Национального консультативного комитета по аэронавтике (НАСА), разработанная в 1930–1940-х годах, остаётся фундаментальной основой параметризации аэродинамических профилей [1]. Четырёхзначная серия задаёт среднюю линию в виде двух парабол, сопряжённых в точке максимальной кривизны, и распределение толщины по эллиптическому закону в носовой части и линейному – в хвостовой [2].

Аналитическое представление четырёхзначного профиля:

$$y_c(\bar{x}) = \begin{cases} \frac{m}{p^2} (2p\bar{x} - \bar{x}^2), & 0 \leq \bar{x} \leq p \\ \frac{m}{(1-p)^2} [(1-2p) + 2p\bar{x} - \bar{x}^2], & p < \bar{x} < 1 \end{cases}$$

$$t(\bar{x}) = 5\tau (0.2969\sqrt{\bar{x}} - 0.1260\bar{x} - 0.3516\bar{x}^2 + 0.2843\bar{x}^3 - 0.1015\bar{x}^4).$$

где  $m$  – максимальная кривизна,  $p$  – положение максимальной кривизны,  $\tau$  – максимальная относительная толщина [3].

Пятизначная серия модифицирует среднюю линию для обеспечения более плавного распределения давления в носовой части, что критично для высокоскоростных профилей [4]. Система 6-ой серии вводит понятие минимального давления и расположения зоны ламинарного пограничного слоя, что делает её предпочтительной для чисел Рейнольдса  $Re > 10^6$  [5].

**Достоинства НАСА-подобных параметризаций** включают минимальную размерность пространства проектирования (3 параметра для 4-значной, 4 для 5-значной серии), физическую интерпретируемость параметров и обширную экспериментальную базу аэродинамических характеристик [6]. Параметры  $m$ ,  $p$ ,  $t$  непосредственно связаны с аэродинамическими свойствами: кривизна определяет нулевой угол атаки и момент, толщина — сопротивление и максимальную подъёмную силу [7].

Фундаментальные ограничения проявляются при попытках адаптации к режимам малых чисел Рейнольдса. Фиксированное семейство форм не содержит профилей с оптимальным управлением ламинарным пузырьком; модификация передней кромки для отсрочки отрыва требует выхода за рамки параметрического семейства [8]. Эллиптическое распределение толщины не обеспечивает требуемой гибкости для контроля градиента давления в зоне перехода [9].

Модификации НАСА-параметризации, предложенные *Eppler* и *Selig*, расширяют функциональную форму средней линии до полиномов высших степеней и модифицируют функцию толщины для лучшего соответствия низкорейнольдсовым условиям [10]. Однако данный подход сохраняет принципиальное ограничение: параметрическое покрытие остаётся подмножеством всех физически реализуемых форм, что исключает нетрадиционные конфигурации, потенциально оптимальные для специфических требований БПЛА [11].

#### 4.1.2. Метод PARSEC и физически значимые параметры

Метод PARSEC (*PARAmetric SEction*), разработанный Sobieczky, представляет профиль через набор геометрических характеристик, непосредственно связанных с аэродинамическими свойствами [12]. Десять параметров определяют:

- радиус закругления передней кромки  $r_{LE}$  ;
- положение и величина максимальной толщины на верхней и нижней поверхностях  $(x_{up}, y_{up}, y_{xx,up})$ ,  $(x_{lo}, y_{lo}, y_{xx,lo})$  ;
- углы отклонения задней кромки  $\alpha_{TE}$ ,  $\beta_{TE}$  ;
- кривизна в точке максимальной толщины  $y_{xx}$  .

Координаты профиля восстанавливаются решением обратной задачи: построение кривой по заданным значениям функции и производных в характерных точках [13]. Использование полиномов 6-го порядка обеспечивает достаточную гладкость и гибкость:

$$y(\bar{x}) = \sqrt{\bar{x}}(a_0 + a_1\bar{x} + a_2\bar{x}^2 + a_3\bar{x}^3 + a_4\bar{x}^4 + a_5\bar{x}^5),$$

где коэффициенты  $a_i$  определяются из системы уравнений, связывающих геометрические параметры [14].

**Преимущества PARSEC** связаны с физической интерпретируемостью:

радиус передней кромки непосредственно влияет на пиковое приращение скорости, положение максимальной толщины – на распределение давления и положение перехода, углы задней кромки – на сходимость следа и индуктивное сопротивление [15]. Для проектировщика метод обеспечивает интуитивное управление формой без необходимости манипулирования координатами точек.

**Ограничения метода** включают высокую нелинейность отображения параметр  $\rightarrow$  координаты, что требует численного решения системы нелинейных уравнений на каждой итерации оптимизации [16]. Некоторые комбинации параметров могут оказываться физически нереализуемыми (отрицательная толщина, самопересечение), что требует введения сложных ограничений в пространстве параметров [17]. Размерность  $n = 10$  превышает оптимальную для суррогатной аппроксимации при умеренном бюджете вычислений [18].

Модификации PARSEC, предложенные Drela и Giles, расширяют набор параметров до 12–14 за счёт введения управления положением точки перехода и распределением кривизны, что улучшает применимость для низкорейнольдсовых профилей [19].

#### 4.1.3. Сплайновые методы: В-сплайны и NURBS

Сплайновые параметризации, восходящие к работам Coons и Bézier в области компьютерной графики, обеспечивают максимальную гибкость представления геометрии при контролируемой гладкости [20]. Кривая Безье степени  $n$  определяется  $n + 1$  контрольной точкой  $P_i$  :

$$C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u)P_i, \quad u \in [0,1]$$

где  $B_{i,n}(u) = \binom{n}{i}u^i(1-u)^{n-i}$  – полиномы Бернштейна [21].

В-сплайн (базисный сплайн) обобщает представление Безье на кусочно-полиномиальные кривые с локальным контролем, задаваемый узловым вектором  $U = \{u_0, u_1, \dots, u_m\}$  и контрольными точками  $P_i$  :

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)P_i,$$

где  $N_{i,p}(u)$  – базисные функции степени  $p$ , рекурсивно определяемые по формуле Кокса – де Бура [22].

NURBS (*Non-Uniform Rational B-Splines*) вводят весовые коэффициенты  $w_i$ , обеспечивая точное представление конических сечений [23]:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_iP_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i}.$$

Применение сплайнов к параметризации профиля крыла реализуется через раздельное представление верхней и нижней поверхностей или средней линии и функции толщины [24]. Для средней линии с  $N_c$  контрольными точками:

$$y_c(\bar{x}) = \sum_{i=0}^{N_c-1} N_{i,3}(\bar{x}) y_i^c,$$

где  $y_i^c$  – ординаты контрольных точек, абсциссы фиксированы равномерно или с концентрацией в критических зонах [25].

Распределение толщины параметризуется аналогично с дополнительными ограничениями неотрицательности  $t(\bar{x}) \geq 0$  и условиями замыкания  $t(0) = t(1) = 0$  [26]. Координаты поверхностей восстанавливаются суперпозицией [27]:

$$y_{up}(\bar{x}) = y_c(\bar{x}) + t(\bar{x}), \quad y_{lo}(\bar{x}) = y_c(\bar{x}) - t(\bar{x}).$$

**Степень влияния числа контрольных точек** определяет компромисс между выразительностью и размерностью. При  $N_c = N_t = 4$  сплайновая параметризация эквивалентна кубическому полиному и не превосходит модифицированные НАСА по гибкости [28]. Увеличение до  $N_c = N_t = 8 \div 12$  обеспечивает локальное управление кривизной с разрешением  $\Delta\bar{x} \approx 0.1 \div 0.15$ , достаточным для контроля ламинарного пузыря и отрыва [29]. Дальнейшее увеличение приводит к осцилляциям формы и переобучению при суррогатной аппроксимации [30].

#### 4.2. Сравнительный анализ методов

Сравнительная оценка методов параметризации выполняется по критериям размерности пространства проектирования, способности генерировать нетрадиционные формы, вычислительной эффективности и физической интерпретируемости (таблица) [31].

Таблица

Сравнительная оценка методов параметризации

Метод	Размерность	Гладкость	Гибкость форм	Интерпретируемость
НАСА 4-значная	3	$C^1$	низкая	высокая
НАСА 5-значная	4	$C^1$	низкая	высокая
PARSEC	10–12	$C^2$	средняя	высокая
Bézier (6 точек)	12	$C^\infty$	средняя	низкая
В-сплайн $N = 8$	16	$C^2$	высокая	средняя
В-сплайн $N = 12$	24	$C^2$	очень высокая	низкая

Размерность пространства поиска детерминирует вычислительную сложность оптимизации. Для суррогатных моделей на основе кригинга число обу-

чающих точек для покрытия пространства растёт экспоненциально с размерностью (проклятие размерности), что ограничивает применимость высокоразмерных параметризаций при бюджете  $N_{CFD} < 500$  [32].

**Способность генерировать нетрадиционные формы** критична для оптимизации при малых числах Рейнольдса. Традиционные профили характеризуются плавным распределением кривизны с единственным максимумом; оптимальные формы для режимов с ламинарным пузырьком могут требовать локальных впадин кривизны или участков с переменным знаком второй производной, недостижимых в рамках NACA и PARSEC [33].

В-сплайновая параметризация с  $N \geq 8$  обеспечивает генерацию форм с многомодальным распределением кривизны, включая профили с отрицательной кривизной (S-образные), двухгорбые распределения толщины и сложные модификации передней кромки [34]. Данная гибкость сопряжена с риском получения нефизичных форм при отсутствии регуляризации [35].

**Вычислительная эффективность** включает стоимость преобразования параметр  $\rightarrow$  координаты и чувствительность к вариациям. NACA и PARSEC требуют  $\sim 10^2$  операций на точку профиля; В-сплайны с локальным базисом –  $\sim 10^1$  операций благодаря ограниченному числу ненулевых  $N_{i,p}(u)$  [36]. Градиенты  $\partial u / \partial u_i$  для В-сплайнов вычисляются аналитически как  $N_{i,p}(u)$ , что упрощает сопряжение с адъюнт-методами [37].

### 4.3. Выбор параметризации для задач оптимизации БПЛА

Оптимальный выбор параметризации для суррогатно-эволюционной оптимизации профилей крыла БПЛА обусловлен спецификой постановки задачи: многокритериальность с  $m = 3 \div 4$  целями, необходимость учёта ламинарно-турбулентного перехода при  $Re = 10^4 \div 10^5$  ограниченный бюджет CFD-расчётов  $N_{CFD} = 200 \div 500$  [38].

**Рекомендуемая параметризация** базируется на В-сплайнах 3-го порядка с раздельным представлением средней линии и распределения толщины [39]:

- $N_c = 6 \div 8$  – контрольных точек для средней линии;
- $N_t = 6 \div 8$  – контрольных точек для толщины;
- общая размерность  $n = 14 \div 18$  (с учётом фиксации концевых точек и угловых параметров).

Данный выбор обеспечивает баланс между гибкостью формы и размерностью: пространство проектирования достаточно выразительно для генерации профилей с управляемым ламинарным пузырьком, но не избыточно для эффективной суррогатной аппроксимации [40].

Регуляризация формы реализуется через пространственную фильтрацию координат контрольных точек и ограничение на вторые производные. Фильтр Гаусса с  $\sigma = 1.5$  подавляет высокочастотные компоненты модификации, эквивалентные осцилляциям профиля с периодом  $< 0.2c$  [41]. Дополнительное ограничение:

$$\int_0^1 \left( \frac{d^2 y_c}{d\bar{x}^2} \right)^2 d\bar{x} \leq E_{curv,max}$$

обеспечивает глобальную ограниченность кривизны [42].

Узловое распределение для В-сплайнов формируется с кратной кратностью на концах  $p + 1 = 4$  для кубических сплайнов) для интерполяции крайних точек и равномерным или геометрически прогрессивным распределением внутренних узлов [43]. Концентрация узлов в области  $\bar{x} \in [0; 0.3]$  улучшает разрешение модификаций передней кромки, критичных для управления переходом [44].

Альтернативные параметризации применяются в специфических случаях: PARSEC для быстрого макетирования с физически значимыми параметрами, NASA-модификации для сравнения с традиционными профилями, высокоразмерные В-сплайны  $N > 10$  для исследования предельных возможностей форм при наличии существенно большего бюджета вычислений [45].

## 5. ВЫСОКОТОЧНЫЙ АНАЛИЗ: CFD-МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ

### 5.1. Особенности CFD-расчётов при низких числах Рейнольдса

Численное моделирование вязкого обтекания профилей в диапазоне  $Re = 10^4 \div 10^5$  характеризуется доминированием ламинарных пограничных слоёв с локальными зонами отрыва и последующего присоединения (ламинарные отрывные пузыри, LSB), что предъявляет специфические требования к замыканию уравнений Навье-Стокса [1]. Применение полностью турбулентных моделей (Standard  $k - \epsilon$  RNG  $k - \epsilon$ ,  $k - \omega$  SST без учёта перехода) приводит к некорректному предсказанию касательных напряжений на стенке и, как следствие, к ошибкам в определении положения точки отрыва и величины аэродинамических сил [2].

Ламинарно-турбулентный переход в указанном диапазоне чисел Рейнольдса протекает преимущественно по механизму отрывного пузыря: ламинарный пограничный слой отрывается в точке  $x_{sep}$ , образуя зону рециркуляции с замкнутыми линиями тока, внутри которой происходит переход в турбулентный режим с последующим присоединением потока в точке  $x_{reattach}$  [3]. Длина пузыря  $l_{bubble} = x_{reattach} - x_{sep}$  и положение  $x_{sep}$  детерминируют распределение коэффициента давления  $C_p$  на поверхности профиля и оказывают определяющее влияние на характеристики подъёмной силы и сопротивления [4].

Для адекватного моделирования указанных явлений применяются корреляционные модели перехода, связывающие локальные параметры пограничного слоя (импульсную толщину  $\theta$  число Рейнольдса по импульсной толщине  $Re_\theta$ ) с перемежаемостью потока  $\gamma$  [5]. Модель  $\gamma - Re_\theta$ , разработанная Menter и Langtry на основе модели SST  $k - \omega$ , использует две дополнительных транс-

портных уравнения: для перемежаемости  $\gamma$  и для числа Рейнольдса перехода  $\widetilde{Re}_{\theta t}$  [6].

Транспортное уравнение для перемежаемости имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right],$$

где  $P_\gamma$  и  $E_\gamma$  – члены порождения и диссипации, функционально зависящие от критерия Тейлора-Гёртлера и локального числа Рейнольдса [7]. Модель калибрована на экспериментальных данных для диапазона  $Re = 10^4 \div 5 \cdot 10^6$  и обеспечивает удовлетворительное совпадение с измеренным положением перехода при условии разрешения пограничного слоя [8].

Альтернативным подходом является применение моделей с переносом импульсных напряжений (*Reynolds Stress Models, RSM*) или метода крупных вихрей (*LES*) для нестационарного анализа неустойчивостей, однако вычислительная стоимость данных методов на три–четыре порядка превышает затраты на RANS-модели, что делает их неприменимыми в итерационном цикле оптимизации [9]. Модель  $\gamma - Re_\theta$  представляет оптимальный компромисс между физической адекватностью и вычислительной эффективностью для задач проектирования профилей БПЛА [10].

## 5.2. Постановка вычислительного эксперимента

Расчётная область формируется по топологии C-сетки (*C-grid*) с круговой внешней границей радиусом  $R_{far} = 25c \div 50c$ , где  $c$  – хорда профиля, или по топологии O-сетки с расстоянием до границы  $20c \div 30c$  в нормальном направлении [11]. Данные размеры минимизируют влияние граничных условий на решение вблизи профиля при сохранении умеренного числа ячеек [12].

**Граничные условия** задаются следующим образом:

- на входной границе (*far-field*): условие однородного потока с заданной скоростью  $V_\infty$ , температурой  $T_\infty$  и углом атаки  $\alpha$ ; для сжимаемых расчётов – число Маха  $Ma_\infty$  [13];

- на выходной границе: условие выхода потока (*outflow*) с заданным статическим давлением  $p_{out} = p_\infty$  или неотражающие граничные условия (*characteristic boundary conditions*) для исключения отражения возмущений [14];

- на поверхности профиля: условие прилипания (*no-slip*) с постоянной температурой стенки  $T_w = T_\infty$  (изотермическая стенка) [15].

Построение сетки осуществляется с использованием структурированных блочных сеток (*multi-block structured grids*) или неструктурированных сеток с призматическими слоями (*prism layers*) вблизи стенки [16]. Критическим требованием для корректного разрешения пограничного слоя и моделирования перехода является обеспечение  $y^+ < 1$  для первого узла сетки от стенки, где  $y^+ = y u_\tau / \nu$  – безразмерное расстояние в пристеночных переменных,  $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$  – динамическая скорость трения [17].

Высота первого слоя  $y_1$  определяется из оценки:

$$y_1 = \frac{y^+ \cdot \nu}{V_\infty} \sqrt{\frac{2}{C_f \cdot Re_c}},$$

где  $C_f \approx 0.0592 \cdot Re_c^{-0.2}$  для турбулентного пограничного слоя или  $C_f \approx 0.664 \cdot Re_c^{-0.5}$  для ламинарного [18]. Для  $Re = 10^5$  и  $y^+ = 1$  получаем  $y_1/c \approx 5 \cdot 10^{-5} \div 10^{-4}$ .

Рост сетки в пограничном слое осуществляется с коэффициентом  $r = 1.05 \div 1.15$ , число призматических слоёв составляет  $N_{prism} = 30 \div 50$  для обеспечения разрешения до  $y/c = 0.05 \div 0.1$  [19]. В ядре потока размер ячеек выбирается из условия  $\Delta x/c \approx 0.01 \div 0.02$  на поверхности профиля с плавным укрупнением к внешней границе [20].

**Настройки решателя** включают:

- преобразование давление-связанное (*pressure-based solver*) для несжимаемых и слабосжимаемых течений ( $Ma < 0.3$ ) или плотностное (*density-based*) для трансзвуковых режимов [21];

- схема дискретизации: противопотоковая 2-го порядка (*2nd order upwind*) для конвективных членов; центрально-разностная со 2-го по 4-й порядок для диффузионных членов [22];

- связь давление-скорость: алгоритм SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) для стационарных задач или PISO (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*) для нестационарных; опционально применяется *coupled solver* для ускорения сходимости [23];

- критерий сходимости: снижение невязок массы, импульса и энергии на 5–6 порядков или стабилизация аэродинамических коэффициентов  $C_L$  и  $C_D$  в пределах  $10^{-4}$  на протяжении 500 итераций [24]

### 5.3. Верификация и валидация CFD-модели

Верификация и валидация (*Verification and Validation, V&V*) вычислительной методологии проводятся согласно методологии AIAA и ASME, включающей оценку численной неопределённости и сравнение с экспериментальными данными [25].

**Верификация** осуществляется методом сеточной сходимости (*grid convergence study*) на трёх последовательно измельчающихся сетках: грубой ( $N_1$ ), средней ( $N_2 = 1.5N_1$ ) и мелкой ( $N_3 = 1.5N_2$ ). Типичное число ячеек для двумерной задачи составляет  $N = 5 \cdot 10^4$ ,  $1.2 \cdot 10^5$  и  $2.7 \cdot 10^5$  соответственно [26].

Индекс сеточной сходимости (*Grid Convergence Index, GCI*) оценивается по формуле Роуча:

$$GCI_{fine} = \frac{F_s |\varepsilon|}{r^p - 1},$$

где  $\varepsilon = (f_2 - f_3)/f_3$  – относительное изменение решения (например,  $C_D$ ),  $r = 1.5$  – коэффициент измельчения,  $p$  – наблюдаемый порядок точности,  $F_s = 1.25$  – фактор безопасности [27]. Допустимое значение  $GCI < 5\%$

свидетельствует о достижении сеточной независимости [28].

**Валидация** выполняется на эталонных профилях с обширной экспериментальной базой данных:

**Профиль NACA 0012** используется для верификации на углах атаки  $\alpha = 0^\circ \div 10^\circ$  при  $Re = 10^5 \div 3 \cdot 10^5$  [29]. Контролируемые параметры:

- кривая подъёмной силы  $C_L(\alpha)$  (отклонение  $< 10\%$ );
- коэффициент сопротивления  $C_D$  (отклонение  $< 10\%$ );
- распределение коэффициента давления  $C_p$  на поверхности профиля.

**Профиль SD7003** (*Selig-Donovan 7003*) специализирован для низкорейнольдсовых применений и характеризуется выраженным ламинарным отрывным пузырьком при  $Re = 6 \cdot 10^4$ ,  $\alpha = 2^\circ \div 8^\circ$  [30]. Критерии валидации включают:

- положение точки отрыва  $x_{sep}/c$  (визуализация через критерий касательных напряжений  $\tau_w = 0$ );
- положение точки присоединения  $x_{reattach}/c$ ;
- длина пузыря  $l_{bubble}/c$  (отклонение  $< 15\%$  от экспериментальных данных PIV или люминесцентной визуализации) [31]

Оценка вычислительных затрат критична для интеграции CFD в суррогатно-эволюционный цикл. Одно решение стационарных RANS-уравнений с моделью  $\gamma - Re_\theta$  на сетке  $N \approx 10^5$  ячеек требует [32]:

- процессорное время:  $T_{CPU} = 15 \div 45$  минут на 4–8 ядрах *Intel Xeon* или *AMD EPYC*;
- оперативная память:  $RAM = 2 \div 4$  Гбайт;
- число итераций до сходимости:  $N_{iter} = 2000 \div 5000$ .

При популяции эволюционного алгоритма  $N_{pop} = 50$  и числе поколений  $N_{gen} = 100$  общий бюджет прямых CFD-расчётов составил бы  $5 \cdot 10^3$  случаев, что соответствует  $\sim 3000$  процессоро-часов, что делает прямую оптимизацию экономически неэффективной и обуславливает применение суррогатных моделей для сокращения числа обращений к высокоточному анализу [33].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии систематически изложена методология суррогатно-эволюционной оптимизации профилей крыла для беспилотных летательных аппаратов, функционирующих в условиях низких чисел Рейнольдса. Проведённое исследование охватывает полный цикл теоретического обоснования и методической разработки подхода, объединяющего достижения современной вычислительной аэродинамики, теории многокритериальной оптимизации и эволюционных вычислений.

Теоретическая часть работы устанавливает фундамент для понимания специфики аэродинамики малоразмерных БПЛА. Детально рассмотрены физические явления, сопровождающие обтекание профилей при  $Re = 10^4 \div 10^5$ : ламинарно-турбулентный переход, формирование и эволюция ламинарных от-

рывных пузырей, а также их влияние на аэродинамические характеристики. Показана принципиальная недостаточность традиционных методов проектирования на базе стандартных семейств профилей НАСА для решения современных задач, где требуется одновременная оптимизация противоречивых показателей – аэродинамического качества, массы конструкции, технологичности изготовления и устойчивости к аэродинамическому срыву. Математический аппарат многокритериальной оптимизации, изложенный во второй главе, обеспечивает строгую формализацию задачи проектирования в терминах векторного критерия, области компромиссов и Парето-оптимальности. Третья глава посвящена эволюционным алгоритмам как эффективному инструменту поиска в высокоразмерных пространствах проектирования; подробное описание алгоритма NSGA-II, признанного индустриальным стандартом, создаёт методологическую основу для практической реализации оптимизационного процесса.

Методологическая часть монографии развивает теоретические положения в направлении инженерной реализации. Четвёртая глава содержит всесторонний анализ методов геометрической параметризации аэродинамических профилей – от классических НАСА-подобных представлений и метода PARSEC до современных сплайновых методов на базе B-сплайнов и NURBS. Проведённое сравнение методов по критериям размерности пространства поиска, гибкости формообразования и вычислительной эффективности позволяет обосновать выбор оптимальной параметризации для конкретных задач проектирования БПЛА. Пятая глава завершает изложение методологии рассмотрением особенностей высокоточного CFD-моделирования для низких чисел Рейнольдса, включая выбор адекватных моделей турбулентности (*Transition SST*,  $\gamma - Re_\theta$ ), методологию построения расчётных сеток и верификацию модели на эталонных профилях.

Представленная в монографии методология суррогатно-эволюционной оптимизации позволяет преодолеть фундаментальное противоречие между точностью аэродинамического анализа и вычислительной эффективностью оптимизационного процесса. Интеграция суррогатного моделирования с эволюционными алгоритмами открывает возможность автоматизированного поиска принципиально новых форм профилей, недостижимых в рамках традиционных подходов, при сохранении приемлемых вычислительных затрат. Разработанный подход создаёт основу для создания интеллектуальных систем автоматизированного проектирования аэродинамических компонентов БПЛА следующего поколения.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании перспективных беспилотных летательных аппаратов, в учебном процессе подготовки специалистов в области авиационной техники и вычислительной аэродинамики, а также в качестве методологической основы для дальнейших исследований в области multidisciplinary оптимизации аэрокосмических систем.

Список источников

*К параграфу 1*

1. Handbook of Unmanned Aerial Vehicles / edited by K. P. Valavanis, G. J. Vachtsevanos. – Dordrecht : Springer, 2015. – 3022 p.
2. Mueller T.J., DeLaurier J.D. Aerodynamics of small vehicles // Annual Review of Fluid Mechanics. – 2003. – Vol. 35. – P. 89–111. – DOI: 10.1146/annurev.fluid.35.101101.161102.
3. Алексеев, В. Ф. Адъойнт-градиентная оптимизация профиля крыла БПЛА для многопунктовой задачи при низких  $Re$  = Adjoint-gradient optimization of UAV wing profile for multi-point task at low  $Re$  / В. Ф. Алексеев, Е. И. Бавбель // Инновации и устойчивое развитие: междисциплинарный подход : монография / под ред. А. А. Сукиасян. – Уфа : Аэтерна, 2026. – Вып. 107. – С. 22–54.
4. Schlichting H., Gersten K. Boundary-Layer Theory. – 8th ed. – Berlin: Springer, 2017. – 805 p.
5. Бавбель, Е. И. Анализ аэродинамических характеристик крыла беспилотного летательного аппарата = Analysis of aerodynamic characteristics of an unmanned aerial vehicle wing / Е. И. Бавбель // Глобальные вызовы и научные решения : сборник статей и тезисов Международной научно-практической конференции, Иркутск, 12 марта 2026 г. / Международный центр инновационных исследований «Omega science» ; отв. ред. А. А. Сукиасян. – Уфа, 2026. – С. 26–30.
6. Пархаев, Е. С. Аэродинамическое проектирование профиля крыла беспилотного летательного аппарата малой размерности / Е. С. Пархаев, Н. В. Семенчиков // Научные чтения памяти К.Э. Циолковского. Секция «Авиация и воздухоплавание» : сборник трудов / Государственный музей истории космонавтики им. К.Э. Циолковского. – Калуга : ГМИК им. К.Э. Циолковского, 2015. – С. 120–125.
7. Tani I. Boundary-layer transition // Annual Review of Fluid Mechanics. – 1969. – Vol. 1. – P. 169–196.
8. Gaster M. The structure and behaviour of laminar separation bubbles // ARC R&M 3595. – 1969. – 32 p.
9. Horton H.P. Laminar separation bubbles in two and three dimensional incompressible flow // PhD Thesis. – Queen's University Belfast, 1968. – 234 p.
10. Selig M.S., Guglielmo J.J., Broeren A.P., Giguère P. Summary of Low-Speed Airfoil Data. – Virginia Beach: SoarTech Publications, 1996. – 153 p.
11. Gad-el-Hak M. Flow control: Passive, active, and reactive flow management. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000. – 422 p.
12. Filippone A. Advanced Aircraft Flight Performance. – Cambridge: Cambridge University Press, 2012. – 404 p.
13. McCormick B.W. Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics. – 2nd ed. – New York: John Wiley & Sons, 1995. – 472 p.

14. Abbott I.H., von Doenhoff A.E. Theory of Wing Sections. – New York: Dover Publications, 1959. – 693 p.
15. Ladson C.L., Hill A.S., Johnson J.P. Pressure distributions from high Reynolds number transonic tests of an NACA 0012 airfoil in the Langley 0.3-meter transonic cryogenic tunnel // NASA TM-100526. – 1987. – 44 p.
16. Rumsey C.L. Apparent transition behavior of widely-used turbulence models // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2007. Vol. 28, № 6. – P. 1460–1471.
17. Nemec M., Zingg D.W., Pulliam T.H. Multipoint and multi-objective aerodynamic shape optimization // AIAA Journal. – 2004. – Vol. 42, № 6. – P. 1057–1065.
18. Gibiansky A., Squires K. Modeling of manufacturing constraints in structural optimization // 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference. – Albany, NY, 2004.
19. Eppler R. Airfoil Design and Data. – Berlin: Springer, 1990. – 562 p.
20. Drela M. XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils // Low Reynolds Number Aerodynamics. – 1989. – P. 1–12
21. Eppler R., Somers D.M. A computer program for the design and analysis of low-speed airfoils // NASA TM-80210. – 1980. – 73 p.
22. Sobieczky H. Parametric airfoils and wings // Notes on Numerical Fluid Mechanics. – 1998. – Vol. 68. – P. 71–88.
23. Jameson A. Aerodynamic design via control theory // Journal of Scientific Computing. – 1988. – Vol. 3, № 3. – P. 233–260.
24. Deb K. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. – Chichester: John Wiley & Sons, 2001. – 497 p.
25. Gamboa P., Vale J., Lau F.J.P., Suleman A. Optimization of a morphing wing based on coupled aerodynamic and structural constraints // AIAA Journal. – 2009. – Vol. 47, № 9. – P. 2087–2104.
26. Cumpsty N.A. Compressor Aerodynamics. – Malabar: Krieger Publishing, 2004. – 424 p.
27. Niu M.C.Y. Composite Airframe Structures. – Hong Kong: Conmilit Press, 2016. – 610 p.
28. Torenbeek E. Synthesis of Subsonic Airplane Design. – Delft: Delft University Press, 1982. – 598 p.
29. Boothroyd G., Dewhurst P., Knight W.A. Product Design for Manufacture and Assembly. – 3rd ed. Boca Raton: CRC Press, 2010. – 624 p.
30. Samareh J.A. Aerodynamic shape optimization based on free-form deformation // 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference. – Albany, NY, 2004.
31. Lissaman P.B.S. Low-Reynolds-number airfoils // Annual Review of Fluid Mechanics. – 1983. Vol. 15. – P. 223–239.

32. Marler R.T., Arora J.S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2004. – Vol. 26, № 6. – P. 369–395.

33. Miettinen K. Nonlinear Multiobjective Optimization. – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 298 p.

34. Forrester A.I.J., Keane A.J. Recent advances in surrogate-based optimization // Progress in Aerospace Sciences. – 2009. – Vol. 45, № 1–3. – P. 50–79.

35. Jin Y. Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges // Swarm and Evolutionary Computation. – 2011. – Vol. 1, № 2. P. 61–70.

36. Queipo N.V., Haftka R.T., Shyy W., Goel T., Vaidyanathan R., Tucker P.K. Surrogate-based analysis and optimization // Progress in Aerospace Sciences. – 2005. – Vol. 41, № 1. – P. 1–28.

37. Koziel S., Leifsson L. Surrogate-Based Modeling and Optimization. — New York: Springer, 2013. – 412 p.

*К параграфу 2*

1. Miettinen K. Nonlinear Multiobjective Optimization. – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 298 p.

2. Deb K. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. – Chichester: John Wiley & Sons, 2001. – 497 p.

3. Steuer R.E. Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application. – New York: John Wiley & Sons, 1986. – 546 p.

4. Marler R.T., Arora J.S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2004. – Vol. 26, № 6. – P. 369–395.

5. Nemeц M., Zingg D.W., Pulliam T.H. Multipoint and multi-objective aerodynamic shape optimization // AIAA Journal. – 2004. – Vol. 42, № 6. – P. 1057–1065.

6. Greco S., Ehrgott M., Figueira J.R. Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. – 2nd ed. New York: Springer, 2016. – 1347 p.

7. Pareto V. Cours d'Économie Politique. – Lausanne: F. Rouge, 1896. 426 p.

8. Coello Coello C.A., Lamont G.B., Van Veldhuizen D.A. Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems. – 2nd ed. – New York: Springer, 2007. – 800 p.

9. Das I., Dennis J.E. Normal-boundary intersection: A new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems // SIAM Journal on Optimization. – 1998. Vol. 8, № 3. P. 631–657.

10. Ehrgott M. Multicriteria Optimization. – 2nd ed. – Berlin: Springer, 2005. – 323 p.

11. Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. — 2002. – Vol. 6, № 2. – P. 182–197.

12. Zitzler E., Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 1999. – Vol. 3, № 4. – P. 257–271.
13. Kulfan B.M. Universal parametric geometry representation method // Journal of Aircraft. – 2008. – Vol. 45, № 1. – P. 142–158.
14. Samareh J.A. Survey of shape parameterization techniques for high-fidelity multidisciplinary shape optimization // AIAA Journal. – 2001. – Vol. 39, № 5. P. 877–884.
15. Nielsen E.J., Anderson W.K. Aerodynamic design optimization on unstructured meshes using the Navier-Stokes equations // AIAA Journal. – 1999. – Vol. 37, № 11. P. 1411–1419.
16. Gamboa P., Vale J., Lau F.J.P., Suleman A. Optimization of a morphing wing based on coupled aerodynamic and structural constraints // AIAA Journal. – 2009. – Vol. 47, № 9. – P. 2087–2104.
17. Jameson A., Martinelli L., Pierce N.A. Optimum aerodynamic design using the Navier-Stokes equations // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. — 1998. – Vol. 10, № 1–4. P. 213–237.
18. McKay M.D., Beckman R.J., Conover W.J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code // Technometrics. – 2000. – Vol. 42, № 1. – P. 55–61.
19. Forrester A.I.J., Sobester A., Keane A.J. Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practical Guide. – Chichester: John Wiley & Sons, 2008. – 228 p.
20. Jin Y. Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges // Swarm and Evolutionary Computation. – 2011. – Vol. 1, № 2. – P. 61–70.
21. Koziel S., Leifsson L. Surrogate-Based Modeling and Optimization. – New York: Springer, 2013. – 412 p.
22. Branke J., Deb K., Miettinen K., Słowiński R. Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches. – Berlin: Springer, 2008. – 470 p.

### *К параграфу 3*

1. Holland J.H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. – Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975. – 183 p.
2. Eiben A.E., Smith J.E. Introduction to Evolutionary Computing. 2nd ed. — Berlin: Springer, 2015. – 287 p.
3. Bäck T., Fogel D.B., Michalewicz Z. Handbook of Evolutionary Computation. – Bristol: IOP Publishing, 1997. – 1020 p.
4. Goldberg D.E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. – Boston: Addison-Wesley, 1989. – 412 p.
5. Mitchell M. An Introduction to Genetic Algorithms. – Cambridge: MIT Press, 1996. – 205 p.
6. Blicke T., Thiele L. A comparison of selection schemes used in evolutionary algorithms // Evolutionary Computation. – 1996. – Vol. 4, № 4. P. 361–394.

7. De Jong K.A. An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems. – PhD Thesis. – University of Michigan, 1975. – 256 p.
8. Syswerda G. Uniform crossover in genetic algorithms // Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms. – 1989. P. 2–9.
9. Herrera F., Lozano M., Verdegay J.L. Tackling real-coded genetic algorithms: Operators and tools for behavioural analysis // Artificial Intelligence Review. – 1998. – Vol. 12, № 4. – P. 265–319.
10. Mühlenbein H., Schlierkamp-Voosen D. Predictive models for the breeder genetic algorithm I. Continuous parameter optimization // Evolutionary Computation. – 1993. Vol. 1, № 1. P. 25–49.
11. Eiben A.E., Hinterding R., Michalewicz Z. Parameter control in evolutionary algorithms // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 1999. Vol. 3, № 2. – P. 124–141.
12. Fonseca C.M., Fleming P.J. Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization // Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms. – 1993. – P. 416–423.
13. Srinivas N., Deb K. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms // Evolutionary Computation. – 1994. – Vol. 2, № 3. P. 221–248.
14. Coello Coello C.A. Twenty years of evolutionary multi-objective optimization: A historical view of the field // IEEE Computational Intelligence Magazine. – 2006. – Vol. 1, № 1. – P. 28–36.
15. Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. — 2002. – Vol. 6, № 2. – P. 182–197.
16. Deb K., Agrawal S., Pratap A., Meyarivan T. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II // Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI. – 2000. P. 849–858.
17. Jensen M.T. Reducing the run-time complexity of multiobjective EAs: The NSGA-II and other algorithms // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 2003. – Vol. 7, № 5. – P. 503–515.
18. Deb K. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. – Chichester: John Wiley & Sons, 2001. – 497 p.
19. Zitzler E., Laumanns M., Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm // TIK-Report 103. – ETH Zürich, 2001. – 21 p.
20. Deb K., Jain H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: Solving problems with box constraints // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 2014. – Vol. 18, № 4. – P. 577–601.
21. Fonseca C.M., Paquete L., López-Ibáñez M. An improved dimension-sweep algorithm for the hypervolume indicator // Proceedings of the 2006 Congress on Evolutionary Computation. – 2006. – P. 1157–1163.

22. Deb K., Kumar A. Real-coded genetic algorithms with simulated binary crossover: Studies on multimodal and multiobjective problems // *Complex Systems*. – 1995. – Vol. 9, № 6. – P. 431–454.
23. Deb K., Goyal M. A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design // *Computer Science and Informatics*. – 1996. – Vol. 26. – P. 30–45.
24. Martins J.R.R.A., Lambe A.B. Multidisciplinary design optimization: A survey of architectures // *AIAA Journal*. – 2013. – Vol. 51, № 9. – P. 2049–2075.
25. Marler R.T., Arora J.S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2004. – Vol. 26, № 6. – P. 369–395.
26. Deb K., Jain S. Running performance metrics for evolutionary multi-objective optimization // *KanGAL Report 2002004*. – Indian Institute of Technology Kanpur, 2002. 18 p.
27. Rudolph G. Evolutionary Search under Partially Ordered Fitness Sets // *Proceedings of the International NAISO Congress on Information Science Innovations*. – 2001. – P. 818–822.
28. Obayashi S., Tsukahara T. Comparison of optimization algorithms for aerodynamic shape design // *AIAA Journal*. – 1997. – Vol. 35, № 9. P. 1413–1415.
29. Nemeč M., Zingg D.W., Pulliam T.H. Multipoint and multi-objective aerodynamic shape optimization // *AIAA Journal*. – 2004. – Vol. 42, № 6. – P. 1057–1065.
30. Gamboa P., Vale J., Lau F.J.P., Suleman A. Optimization of a morphing wing based on coupled aerodynamic and structural constraints // *AIAA Journal*. – 2009. – Vol. 47, № 9. – P. 2087–2104.
31. Zhang Q., Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. – 2007. Vol. 11, № 6. – P. 712–731.
32. Miettinen K. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 298 p.
33. Zhang Q., Liu W., Li H. The performance of a new version of MOEA/D on CEC09 unconstrained MOP test instances // *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. – 2009. – P. 203–208.
34. Li H., Zhang Q. Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. – 2009. – Vol. 13, № 2. – P. 284–302.
35. Ishibuchi H., Akedo N., Nojima Y. Behavior of multiobjective evolutionary algorithms on many-objective knapsack problems // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. – 2015. – Vol. 19, № 2. – P. 264–283.
36. Ishibuchi H., Tsukamoto N., Nojima Y. Evolutionary many-objective optimization: A short review // *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. — 2008. – P. 2419–2426.
37. Deb K., Jain H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: Solving problems

with box constraints // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 2014. – Vol. 18, № 4. – P. 577–601.

38. Seada H., Deb K. U-NSGA-III: A unified evolutionary optimization procedure for single, multiple, and many objectives: Proof-of-principle results // Evolutionary Multi-Criterion Optimization. – 2015. – P. 34–49.

39. Jain H., Deb K. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part II: Handling constraints and extending to an adaptive approach // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 2014. – Vol. 18, № 4. – P. 602–622.

40. Coello Coello C.A., Lamont G.B., Van Veldhuizen D.A. Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems. – 2nd ed. – New York: Springer, 2007. – 800 p.

41. Trivedi A., Srinivasan D., Sanyal K., Ghosh A. A survey of multiobjective evolutionary algorithms based on decomposition // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 2017. – Vol. 21, № 3. – P. 440–462.

42. Martins J.R.R.A., Hwang J.T. Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary computational models // AIAA Journal. – 2013. – Vol. 51, № 11. – P. 2582–2599.

43. Liang J.J., Qin A.K., Suganthan P.N., Baskar S. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 2006. – Vol. 10, № 3. – P. 281–295.

44. Forrester A.I.J., Keane A.J. Recent advances in surrogate-based optimization // Progress in Aerospace Sciences. – 2009. – Vol. 45, № 1–3. – P. 50–79.

45. Jin Y. Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges // Swarm and Evolutionary Computation. – 2011. – Vol. 1, № 2. – P. 61–70.

#### *К параграфу 4*

1. Abbott I.H., von Doenhoff A.E. Theory of Wing Sections. – New York: Dover Publications, 1959. – 693 p.

2. Ladson C.L., Hill A.S., Johnson J.P. Pressure distributions from high Reynolds number transonic tests of an NACA 0012 airfoil in the Langley 0.3-meter transonic cryogenic tunnel // NASA TM-100526. – 1987. 44 p.

3. Eppler R. Airfoil Design and Data. – Berlin: Springer, 1990. 562 p.

4. Jacobs E.N., Ward K.E., Pinkerton R.M. The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel // NACA Report 460. – 1933. – 57 p.

5. Loftin L.K. Theoretical and experimental data for a number of NACA 6A-series airfoil sections // NACA Report 903. – 1948. – 53 p.

6. Selig M.S., Guglielmo J.J., Broeren A.P., Giguère P. Summary of Low-Speed Airfoil Data. – Virginia Beach: SoarTech Publications, 1996. – 153 p.

7. McCormick B.W. Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics. — 2nd ed. – New York: John Wiley & Sons, 1995. – 472 p.

8. Gad-el-Hak M. Flow control: Passive, active, and reactive flow management. – Cambridge: Cambridge University Press, 2000. – 422 p.
9. Lissaman P.B.S. Low-Reynolds-number airfoils // *Annual Review of Fluid Mechanics*. – 1983. – Vol. 15. P. 223–239.
10. Selig M.S., Donovan J.F., Fraser D.B. Airfoils at Low Speeds. – Virginia Beach: SoarTech Publications, 1989. – 220 p.
11. Drela M. XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils // *Low Reynolds Number Aerodynamics*. – 1989. – P. 1–12.
12. Sobieczky H. Parametric airfoils and wings // *Notes on Numerical Fluid Mechanics*. – 1998. – Vol. 68. – P. 71–88.
13. Sobieczky H., Seebass A.R. Supercritical airfoil and wing design // *Annual Review of Fluid Mechanics*. – 1984. – Vol. 16. – P. 337–363.
14. Drela M. Pros and cons of airfoil optimization // *Frontiers of Computational Fluid Dynamics 1998*. – 1998. – P. 363–381.
15. Hicks R.M., Henne P.A. Wing design by numerical optimization // *Journal of Aircraft*. – 1978. – Vol. 15, № 7. – P. 407–412.
16. Sobieczky H. Geometry generation for CFD and applied aerodynamics // *Applied Computational Aerodynamics*. – 1990. – P. 137–178.
17. Samareh J.A. Aerodynamic shape optimization based on free-form deformation // *10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*. – Albany, NY, 2004.
18. Forrester A.I.J., Sobester A., Keane A.J. Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practical Guide. – Chichester: John Wiley & Sons, 2008. – 228 p.
19. Drela M., Giles M.B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils // *AIAA Journal*. – 1987. Vol. 25, № 10. – P. 1347–1355.
20. Coons S.A. Surfaces for computer-aided design of space forms // *MIT Project MAC Report*. – 1967. – 99 p.
21. Bézier P. Numerical Control: Mathematics and Applications. – London: John Wiley & Sons, 1972. – 240 p.
22. de Boor C. A Practical Guide to Splines. – Revised ed. – New York: Springer, 2001. – 346 p.
23. Piegl L., Tiller W. The NURBS Book. – 2nd ed. – Berlin: Springer, 1997. 646 p.
24. Farin G. Curves and Surfaces for CAGD: A Practical Guide. – 5th ed. – San Francisco: Morgan Kaufmann, 2002. – 499 p.
25. Kulfan B.M. Universal parametric geometry representation method // *Journal of Aircraft*. – 2008. – Vol. 45, № 1. – P. 142–158.
26. Hicken J.E., Zingg D.W. Aerodynamic optimization algorithm with integrated geometry parameterization and mesh movement // *AIAA Journal*. – 2010. – Vol. 48, № 2. – P. 400–413.
27. Nielsen E.J., Anderson W.K. Aerodynamic design optimization on unstructured meshes using the Navier-Stokes equations // *AIAA Journal*. – 1999. – Vol. 37, № 11. – P. 1411–1419.

28. Sobieczky H. Parametric airfoils and wings // Notes on Numerical Fluid Mechanics. – 1998. – Vol. 68. – P. 71–88.
29. Mueller T.J., DeLaurier J.D. Aerodynamics of small vehicles // Annual Review of Fluid Mechanics. – 2003. – Vol. 35. – P. 89–111.
30. Queipo N.V., Haftka R.T., Shyy W., Goel T., Vaidyanathan R., Tucker P.K. Surrogate-based analysis and optimization // Progress in Aerospace Sciences. – 2005. – Vol. 41, № 1. – P. 1–28.
31. Samareh J.A. Survey of shape parameterization techniques for high-fidelity multidisciplinary shape optimization // AIAA Journal. – 2001. – Vol. 39, № 5. – P. 877–884.
32. Koziel S., Leifsson L. Surrogate-Based Modeling and Optimization. – New York: Springer, 2013. – 412 p.
33. Tani I. Boundary-layer transition // Annual Review of Fluid Mechanics. — 1969. – Vol. 1. – P. 169–196.
34. Giles M.B., Pierce N.A. An introduction to the adjoint approach to design // Flow, Turbulence and Combustion. – 2000. – Vol. 65, № 3–4. – P. 393–415.
35. Bruns T.E., Tortorelli D.A. Topology optimization of non-linear elastic structures and compliant mechanisms // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2001. – Vol. 190, № 26–27. – P. 3443–3459.
36. Farin G. Curves and Surfaces for CAD: A Practical Guide. — 5th ed. — San Francisco: Morgan Kaufmann, 2002. – 499 p.
37. Giles M.B., Pierce N.A. An introduction to the adjoint approach to design // Flow, Turbulence and Combustion. – 2000. – Vol. 65, № 3–4. – P. 393–415.
38. Valavanis K.P., Vachtsevanos G.J. Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. – Dordrecht: Springer, 2015. – 3022 p.
39. Hicken J.E., Zingg D.W. Aerodynamic optimization algorithm with integrated geometry parameterization and mesh movement // AIAA Journal. – 2010. – Vol. 48, № 2. – P. 400–413.
40. Forrester A.I.J., Keane A.J. Recent advances in surrogate-based optimization // Progress in Aerospace Sciences. – 2009. – Vol. 45, № 1–3. – P. 50–79.
41. Sigmund O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization // Mechanics of Structures and Machines. – 1997. – Vol. 25, № 4. – P. 493–524.
42. Hicken J.E., Zingg D.W. Aerodynamic optimization algorithm with integrated geometry parameterization and mesh movement // AIAA Journal. – 2010. – Vol. 48, № 2. – P. 400–413.
43. de Boor C. A Practical Guide to Splines. – Revised ed. – New York: Springer, 2001. – 346 p.
44. Menter F.R., Langtry R.B., Likki S.R., Suzen Y.B., Huang P.G., Völker S. A correlation-based transition model using local variables. Part I: Model formulation // Journal of Turbomachinery. – 2006. – Vol. 128, № 3. – P. 413–422.
45. Eppler R., Somers D.M. A computer program for the design and analysis of low-speed airfoils // NASA TM-80210. – 1980. – 73 p.

*К параграфу 5*

1. Schlichting H., Gersten K. *Boundary-Layer Theory*. – 8th ed. – Berlin: Springer, 2017. – 805 p.
2. Rumsey C.L. Apparent transition behavior of widely-used turbulence models // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. – 2007. – Vol. 28, № 6. – P. 1460–1471.
3. Tani I. Boundary-layer transition // *Annual Review of Fluid Mechanics*. — 1969. – Vol. 1. – P. 169–196.
4. Gaster M. The structure and behaviour of laminar separation bubbles // *ARC R&M 3595*. – 1969. – 32 p.
5. White F.M. *Viscous Fluid Flow*. – 3rd ed. – New York: McGraw-Hill, 2006. – 629 p.
6. Menter F.R., Langtry R.B., Likki S.R., Suzen Y.B., Huang P.G., Völker S. A correlation-based transition model using local variables. Part I: Model formulation // *Journal of Turbomachinery*. – 2006. Vol. 128, № 3. P. 413–422.
7. Langtry R.B., Menter F.R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes // *AIAA Journal*. – 2009. – Vol. 47, № 12. – P. 2894–2906.
8. Sorensen N.N. CFD modelling of laminar-turbulent transition for airfoils and rotors using the  $\gamma - \widetilde{Re}_\theta$  model // *Wind Energy*. – 2009. – Vol. 12, № 8. – P. 715–733.
9. Sagaut P. *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows: An Introduction*. – 3rd ed. — Berlin: Springer, 2006. – 556 p.
10. Drela M. XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils // *Low Reynolds Number Aerodynamics*. – 1989. – P. 1–12.
11. Ferziger J.H., Perić M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. – 3rd ed. – Berlin: Springer, 2002. – 423 p.
12. Spekreijse S.P. Elliptic grid generation based on Laplace equations and algebraic transformations // *Journal of Computational Physics*. – 1995. – Vol. 118, № 1. – P. 38–61.
13. Anderson W.K., Venkatakrishnan V. Aerodynamic design optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation // *Computers & Fluids*. – 1999. – Vol. 28, № 4–5. – P. 443–480.
14. Giles M.B. Non-reflecting boundary conditions for Euler equation calculations // *AIAA Paper 89-1942*. – 1989. – 11 p.
15. Wilcox D.C. *Turbulence Modeling for CFD*. – 3rd ed. – La Cañada: DCW Industries, 2006. – 515 p.
16. Thompson J.F., Soni B.K., Weatherill N.P. *Handbook of Grid Generation*. – Boca Raton: CRC Press, 1999. – 1136 p.
17. Spalart P.R. Strategies for turbulence modelling and simulations // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. – 2000. – Vol. 21, № 3. – P. 252–263.
18. Cengel Y.A., Cimbala J.M. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. – 4th ed. – New York: McGraw-Hill, 2018. – 1024 p.

19. Lombardi G., Salvetti M.V., Pinelli D. Numerical evaluation of aerodynamic loads on airfoils in pitching motion // *Journal of Aircraft*. – 2000. – Vol. 37, № 5. – P. 849–856.
20. Jameson A., Martinelli L., Pierce N.A. Optimum aerodynamic design using the Navier-Stokes equations // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. — 1998. – Vol. 10, № 1–4. – P. 213–237.
21. Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. – New York: Hemisphere, 1980. – 197 p.
22. Roe P.L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes // *Journal of Computational Physics*. – 1981. – Vol. 43, № 2. – P. 357–372.
23. Issa R.I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // *Journal of Computational Physics*. – 1986. – Vol. 62, № 1. – P. 40–65.
24. Celik I.B., Ghia U., Roache P.J., Freitas C.J., Coleman H., Raad P.E. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications // *Journal of Fluids Engineering*. – 2008. – Vol. 130, № 7. – P. 078001.
25. Oberkampf W.L., Trucano T.G., Hirsch C. Verification, validation, and predictive capability in computational engineering and physics // *Applied Mechanics Reviews*. – 2004. – Vol. 57, № 5.

© 2026