

Олимпиада по математике БГУИР (07.05.2024)

1. Найдите все значения α ($\alpha \in \mathbb{C}$), при которых выполняется равенство $\det(\alpha A) = 2\alpha \cdot \det(AB)$, где A — невырожденная матрица размерности 4×4 ; $B = (b_{ij})$ — матрица размерности 4×4 и $b_{ij} = \text{НОД}(i, j)$, $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq 4$.

2. Найдите отношение $A:B$, где $A = \int_0^{\pi/2} (\cos x)^{\sqrt{2}+1} dx$, $B = \int_0^{\pi/2} (\cos x)^{\sqrt{2}-1} dx$.

3. Вычислите $\sum_{n=1}^{2024} \int_0^1 \left(\prod_{i=1}^n (x+i) \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{x+j} \right) dx$.

4. Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной линией

$$(2x - y)^2 + \frac{y^2}{3} = 1.$$

5. Найдите уравнение касательной плоскости к поверхности

$$\frac{x^2}{3} + y^2 - z^2 = -1, \text{ проходящей через точки } A(1; 0; 0) \text{ и } B(1; 1; 0).$$