Теория и применение цифровой обработки сигнала

Дискретные системы

д.т.н. Вашкевич Максим Иосифович

БГУИР

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Кафедра электронных вычислительных средств

Операции над сигналами

Временной сдвиг

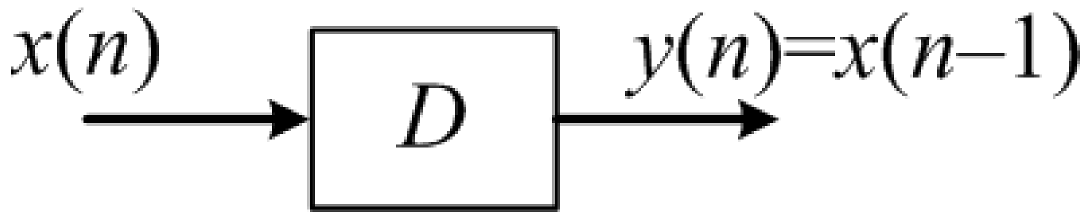
$$y(n) = x(n - k).$$

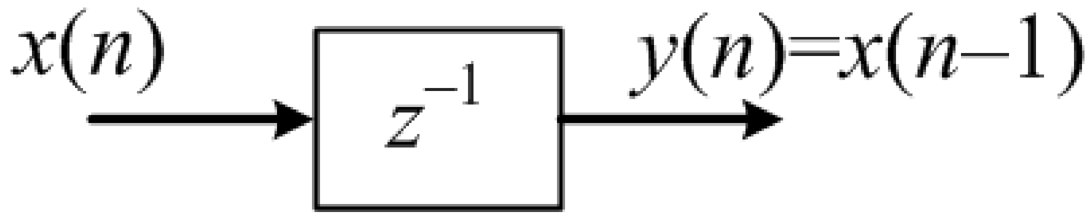
Операции над сигналами

Временной сдвиг

$$y(n) = x(n-k).$$

Обозначение временного сдвига на схемах.





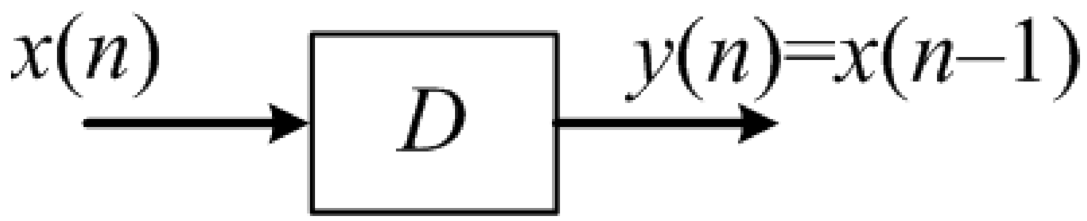
$$D\{x(n)\} = x(n-1).$$

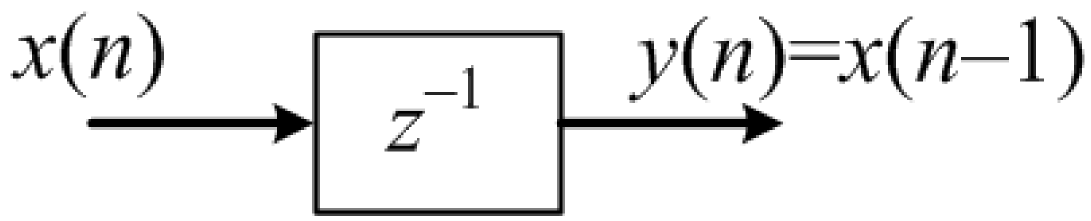
Операции над сигналами

Временной сдвиг

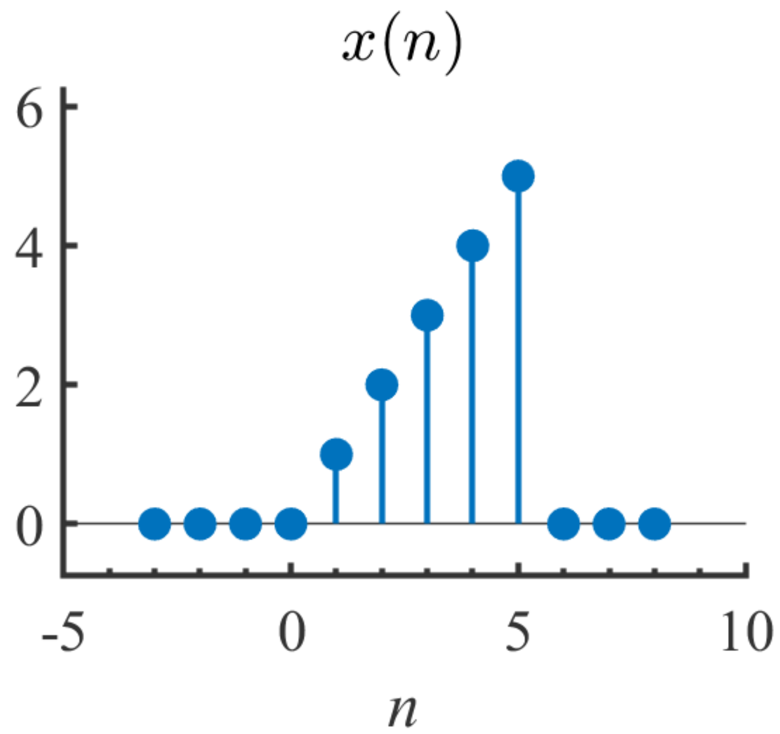
$$y(n) = x(n-k).$$

Обозначение временного сдвига на схемах.





$$D\{x(n)\} = x(n-1).$$

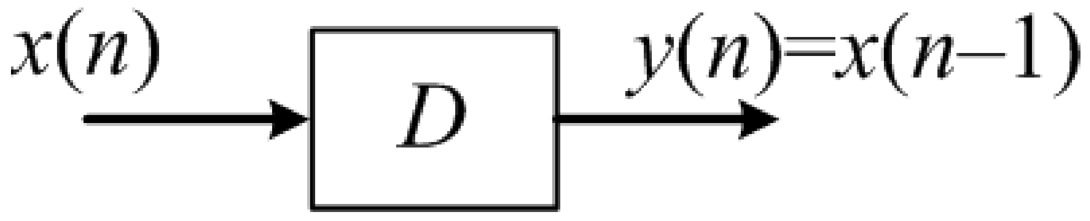


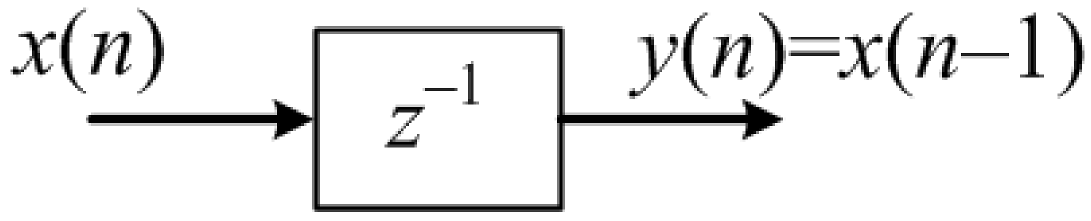
Операции над сигналами

Временной сдвиг

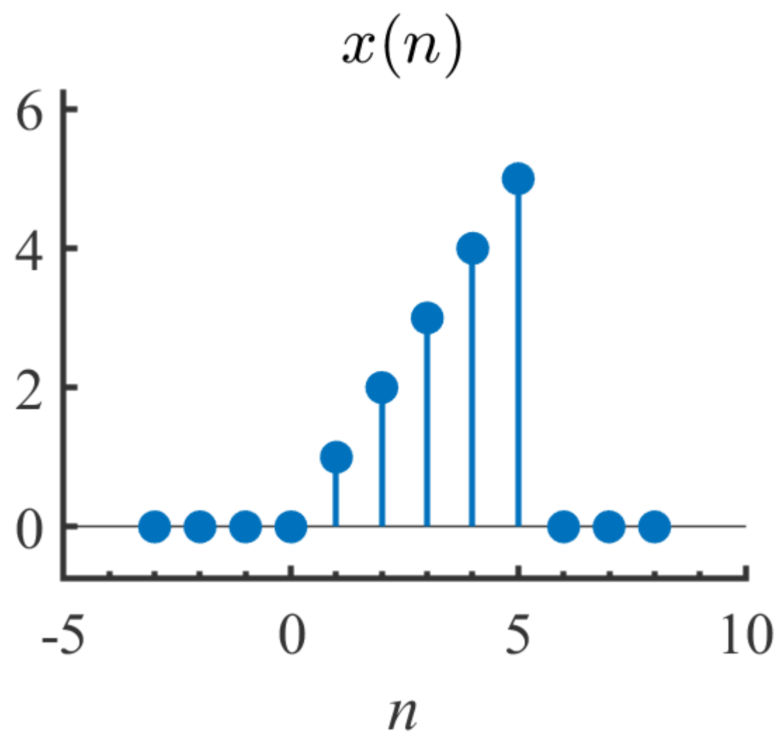
$$y(n) = x(n-k).$$

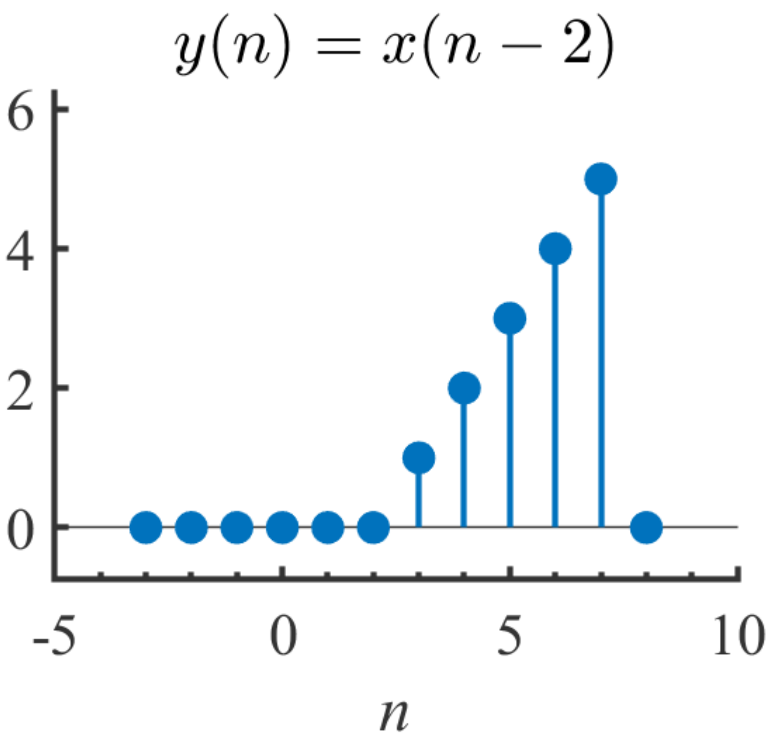
Обозначение временного сдвига на схемах.





$$D\{x(n)\} = x(n-1).$$





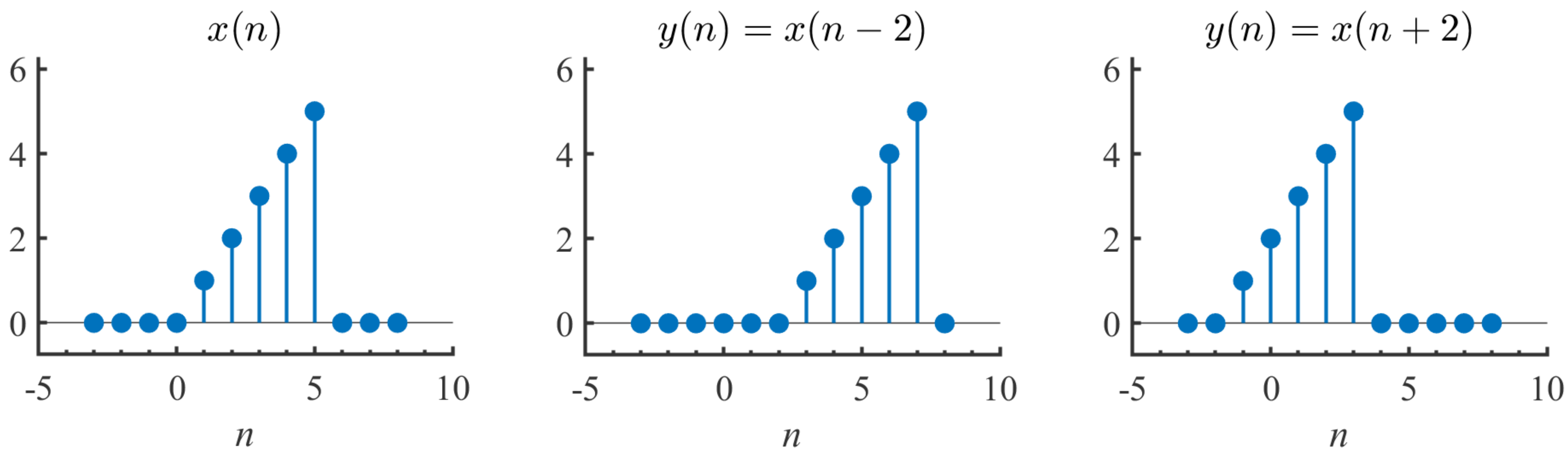
Операции над сигналами

Временной сдвиг

$$y(n) = x(n - k).$$

Обозначение временного сдвига на схемах.

$$D\{x(n)\} = x(n - 1).$$



Операции над сигналами

Масштабирование

Масштабирование – умножении сигнала на константу $\alpha \in \mathbb{C}$

$$y(n) = \alpha x(n).$$

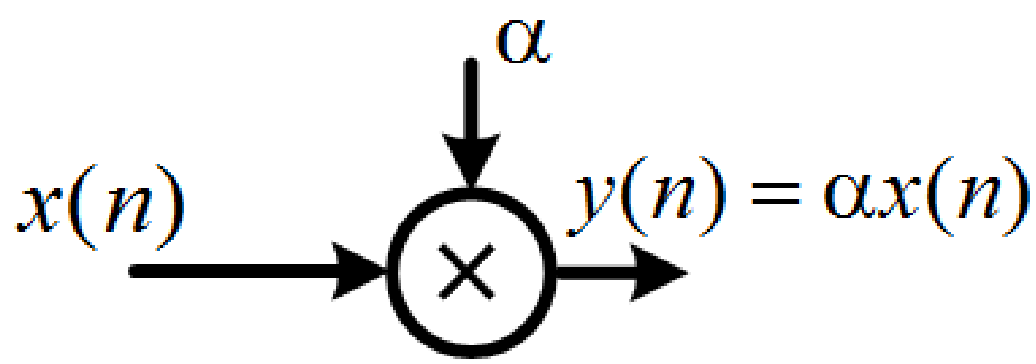
Операции над сигналами

Масштабирование

Масштабирование – умножении сигнала на константу $\alpha \in \mathbb{C}$

$$y(n) = \alpha x(n).$$

Обозначение масштабирования на схемах.



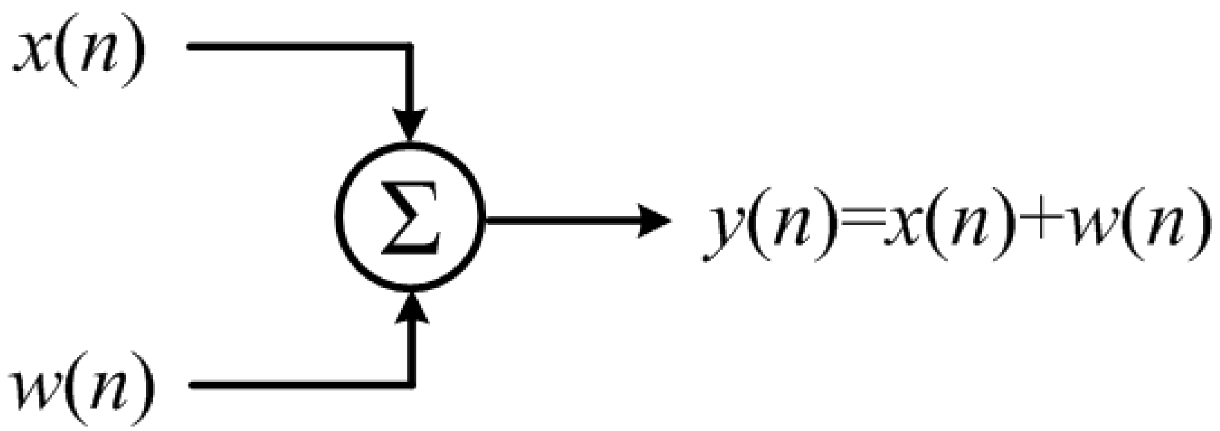
Если α действительное число, то масштабирование является усилением (при $|\alpha| > 1$) или ослаблением (при $|\alpha| < 1$).

Операции над сигналами

Суммирование

$$y(n) = x(n) + w(n)$$

Обозначение на схеме

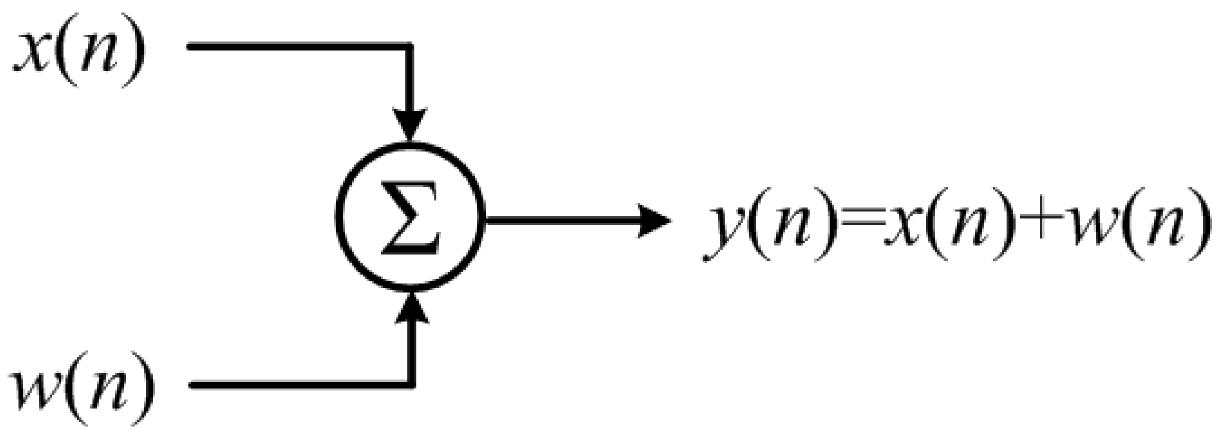


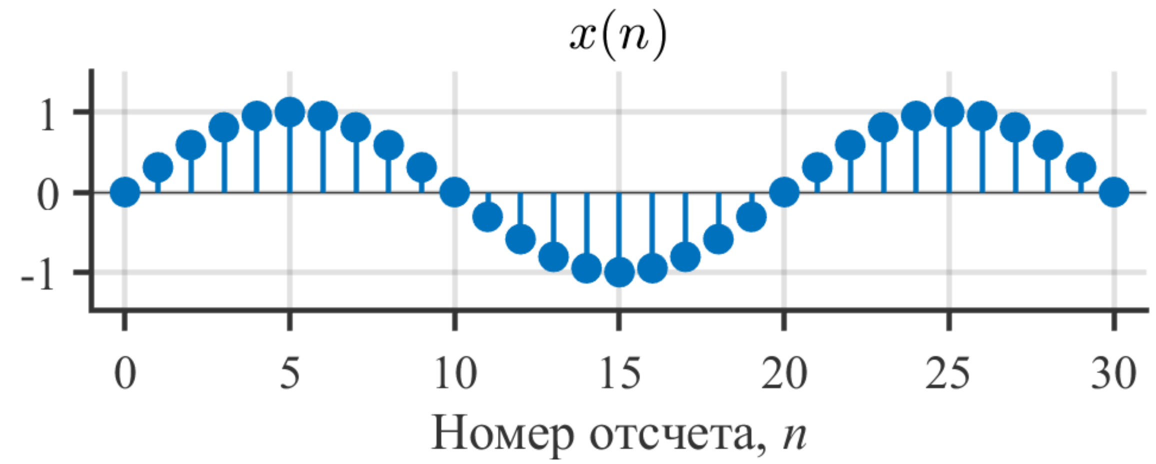
Операции над сигналами

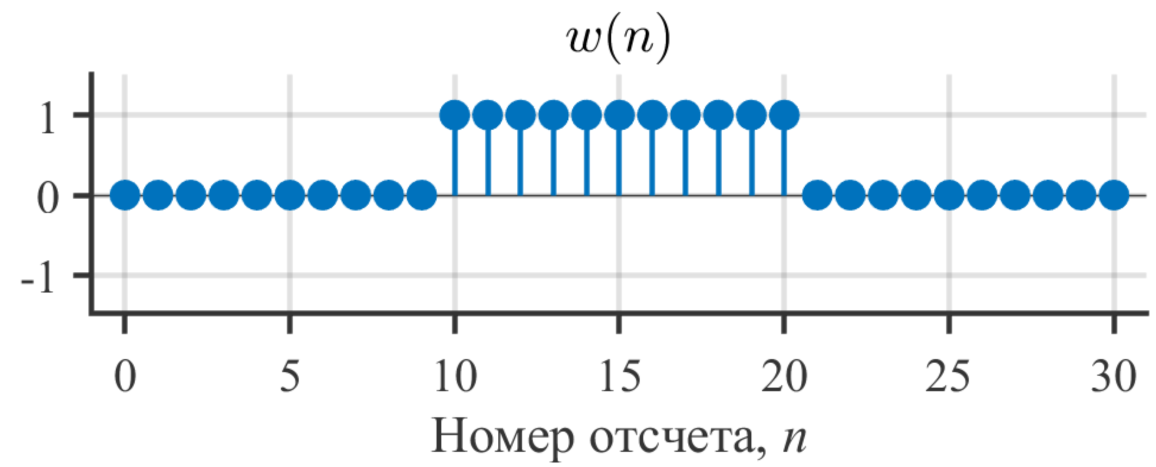
Суммирование

$$y(n) = x(n) + w(n)$$

Обозначение на схеме





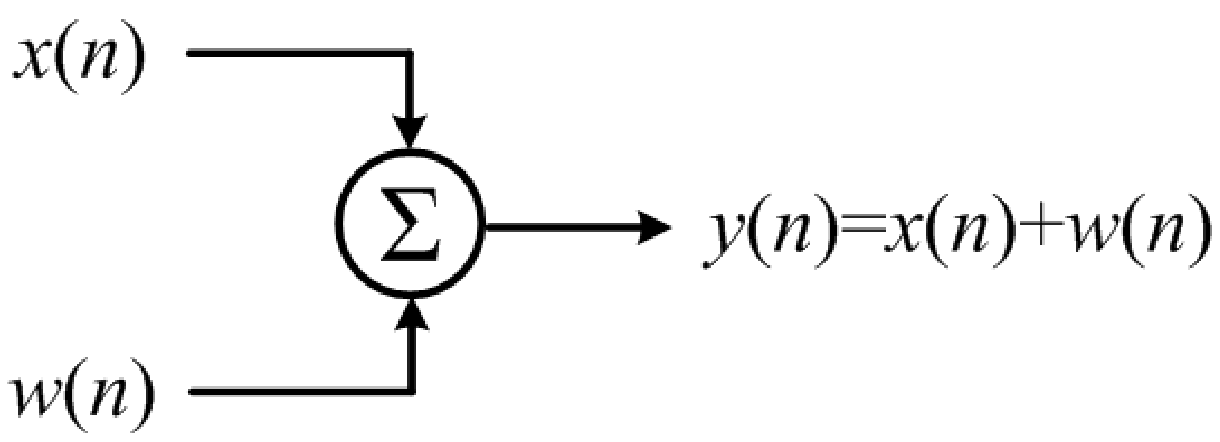


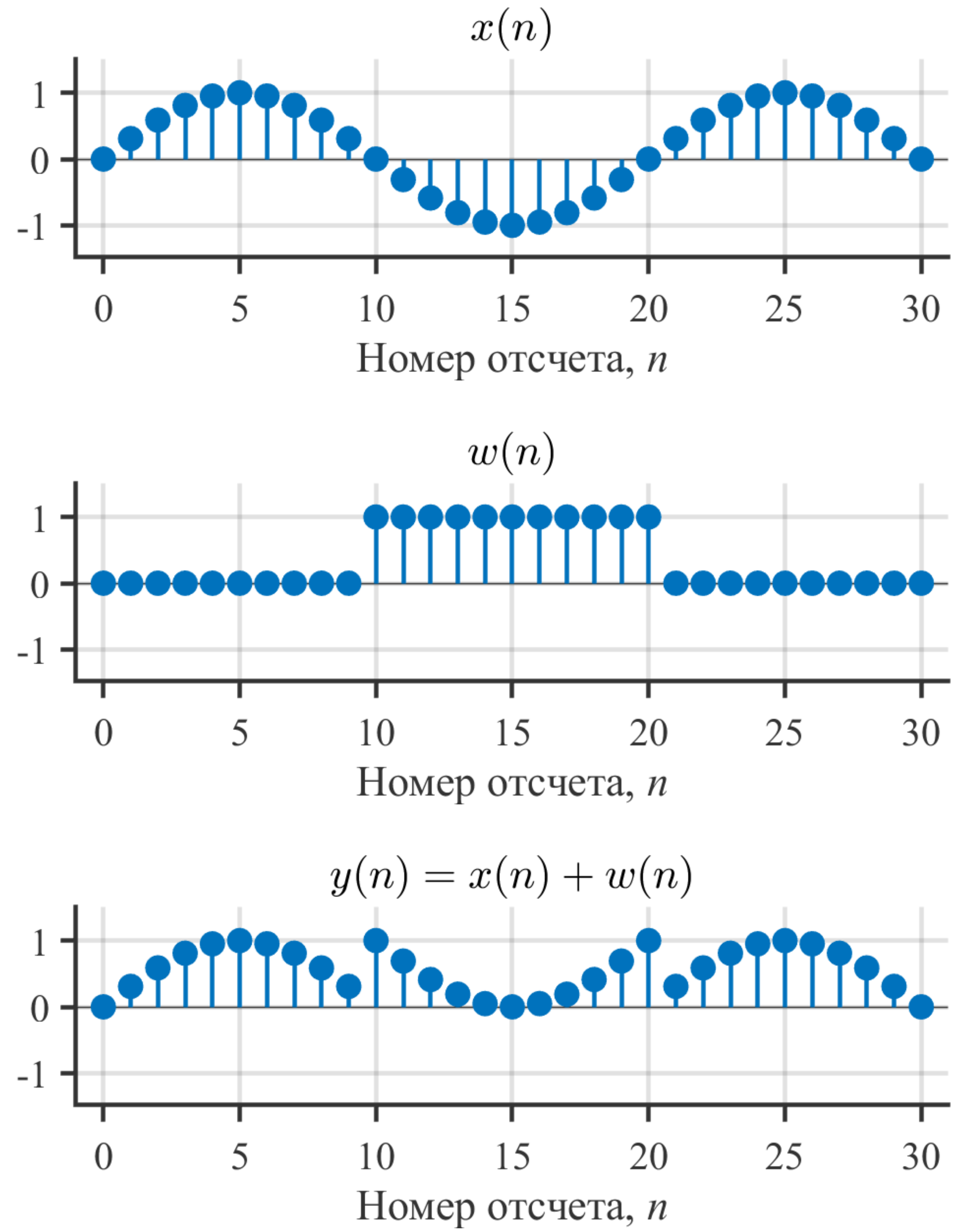
Операции над сигналами

Суммирование

$$y(n) = x(n) + w(n)$$

Обозначение на схеме



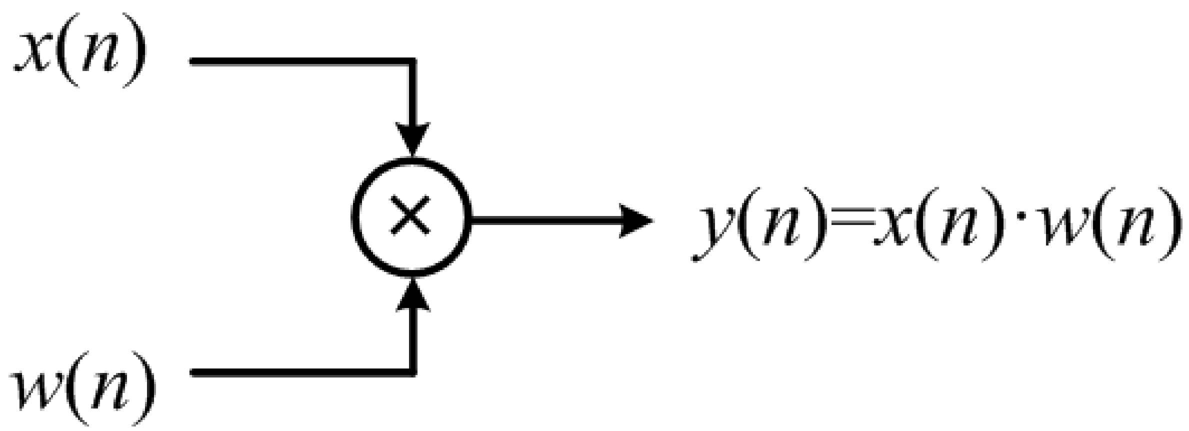


Операции над сигналами

Произведение

$$y(n) = x(n) \cdot w(n)$$

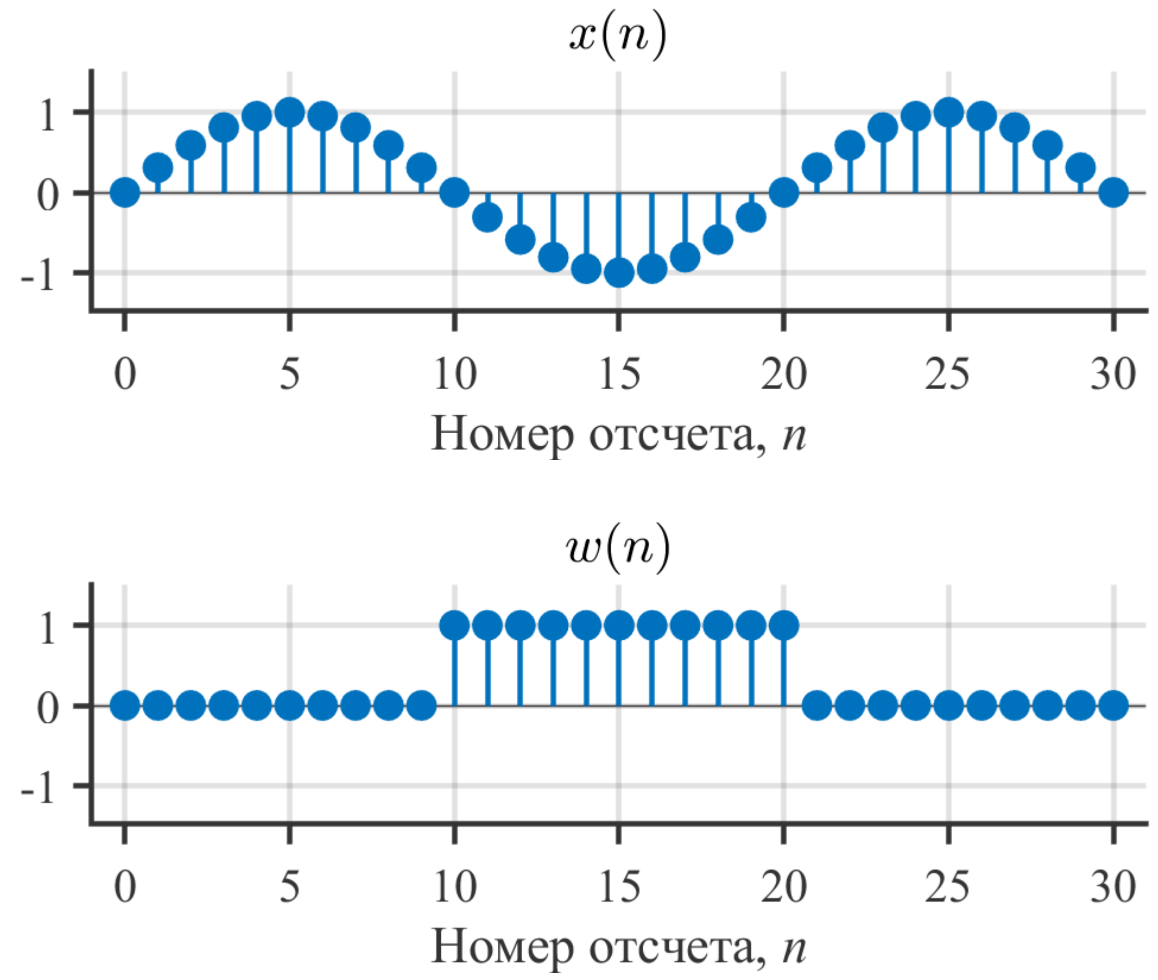
Обозначение на схеме



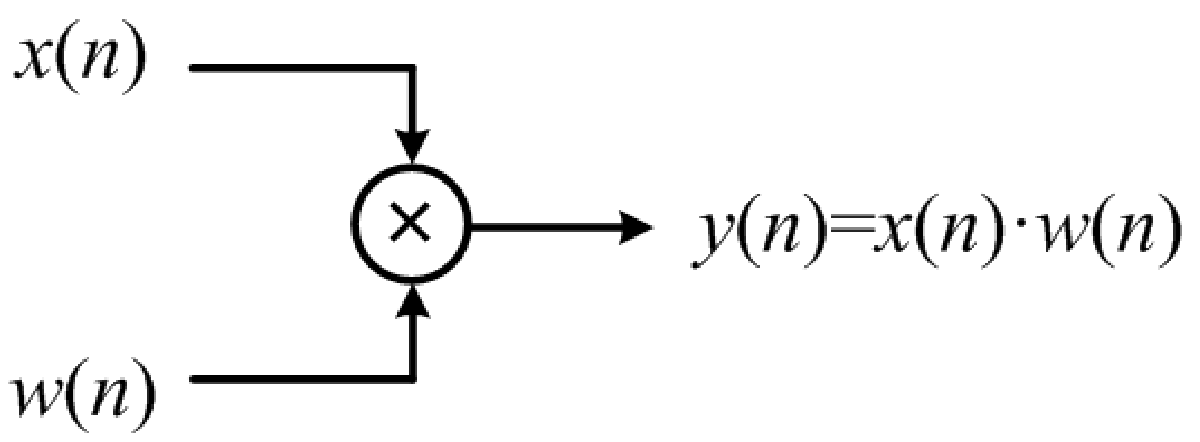
Операции над сигналами

Произведение

$$y(n) = x(n) \cdot w(n)$$



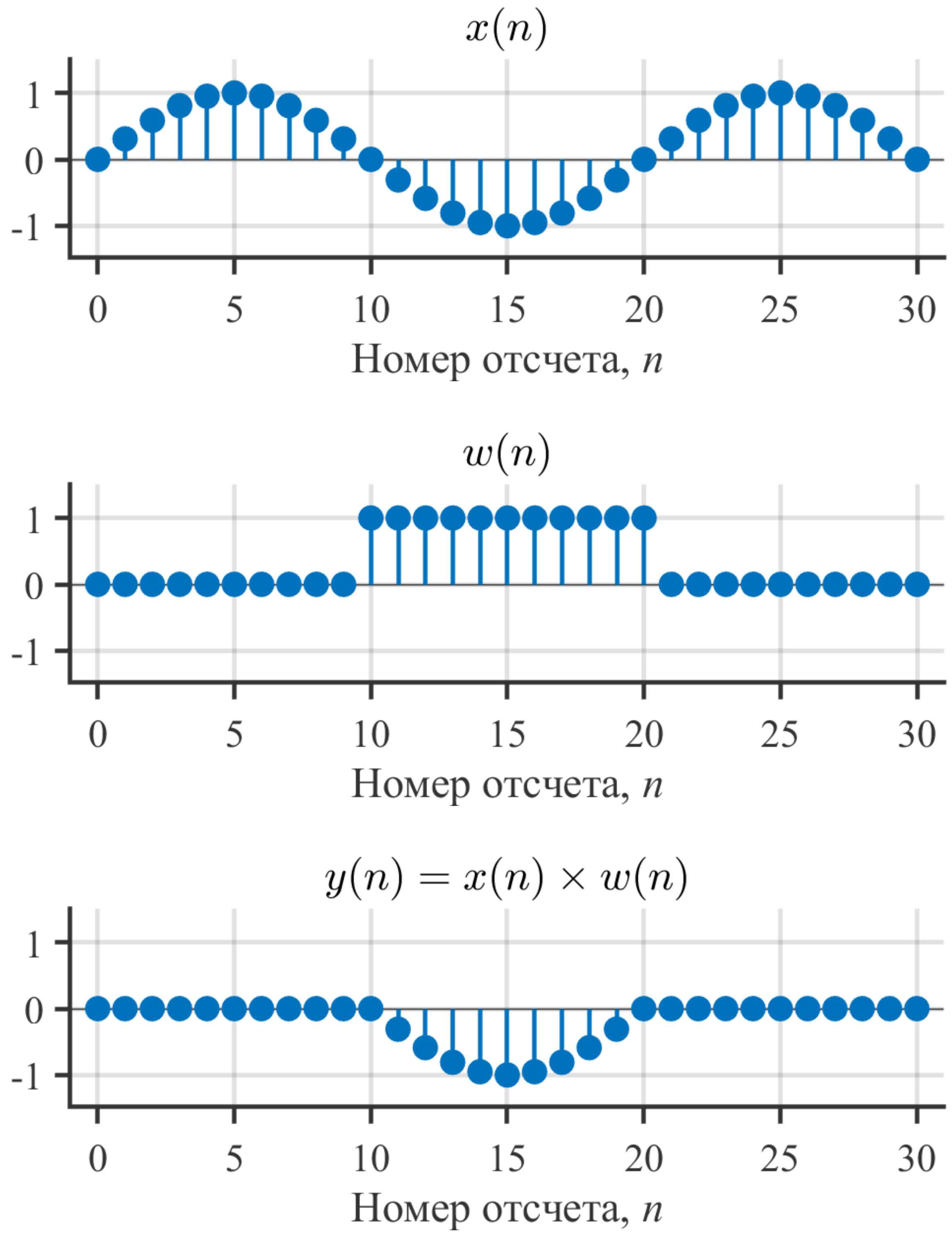
Обозначение на схеме



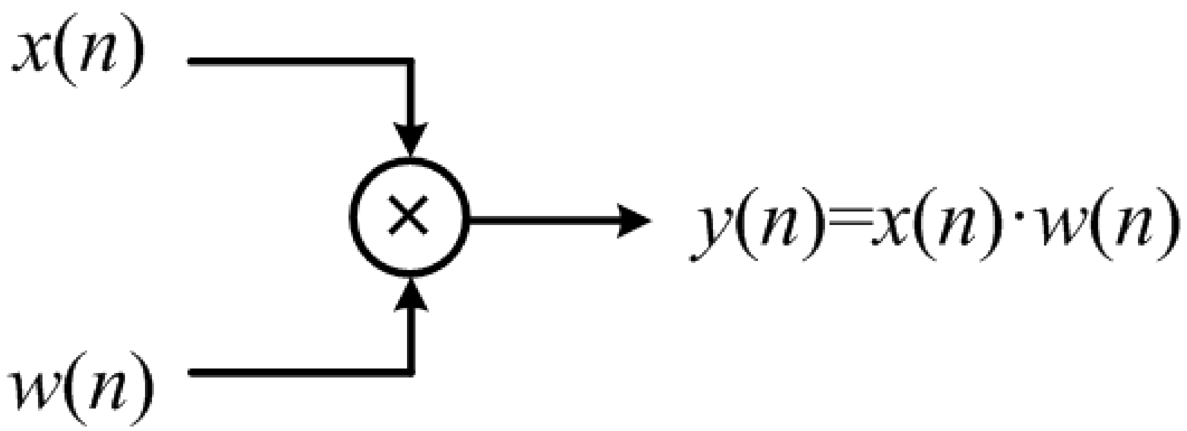
Операции над сигналами

Произведение

$$y(n) = x(n) \cdot w(n)$$



Обозначение на схеме



Пример дискретной системы

Задача 1

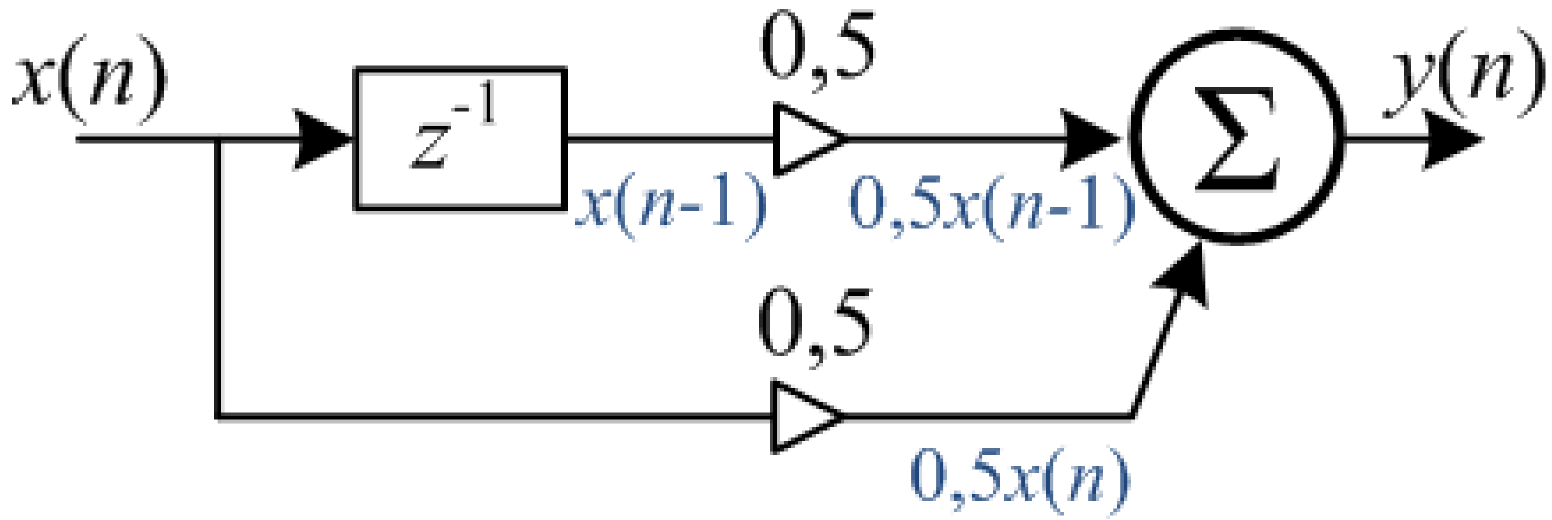
Построить блок-схему дискретной системы, осуществляющей «скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2}\left(x(n) + x(n-1)\right)$$

Блок схема дискретной системы

«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2}\big(x(n) + x(n-1)\big)$$



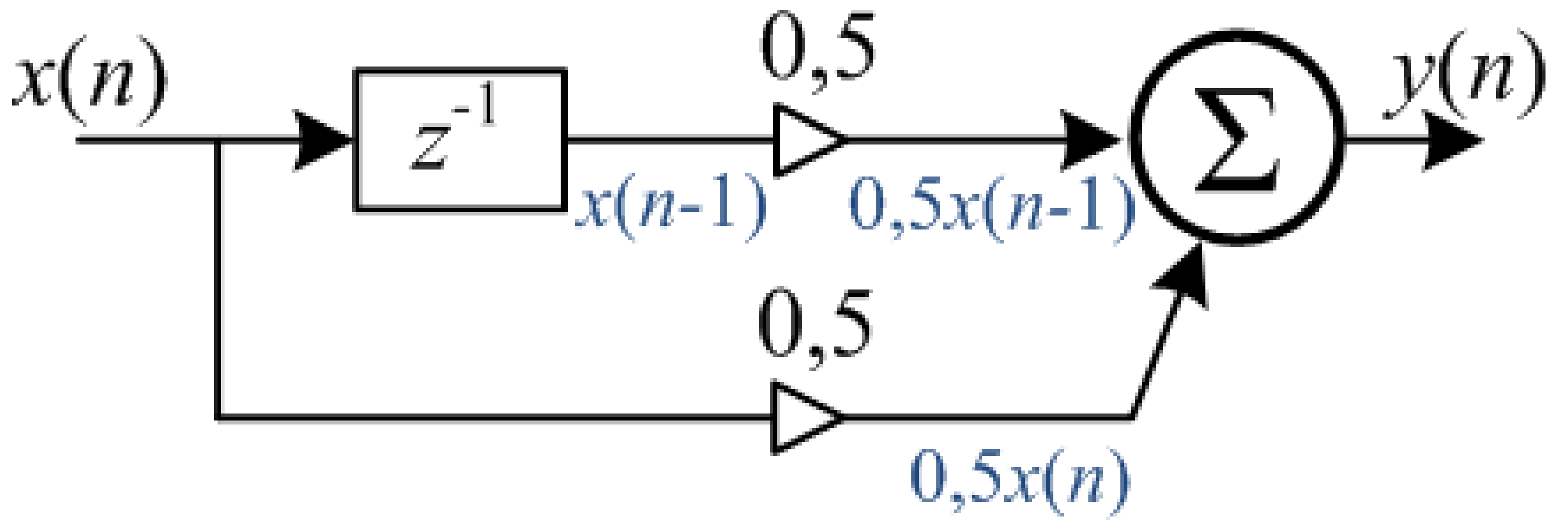
Задача 2

Построить отклик (реакцию) системы на единичный импульс.

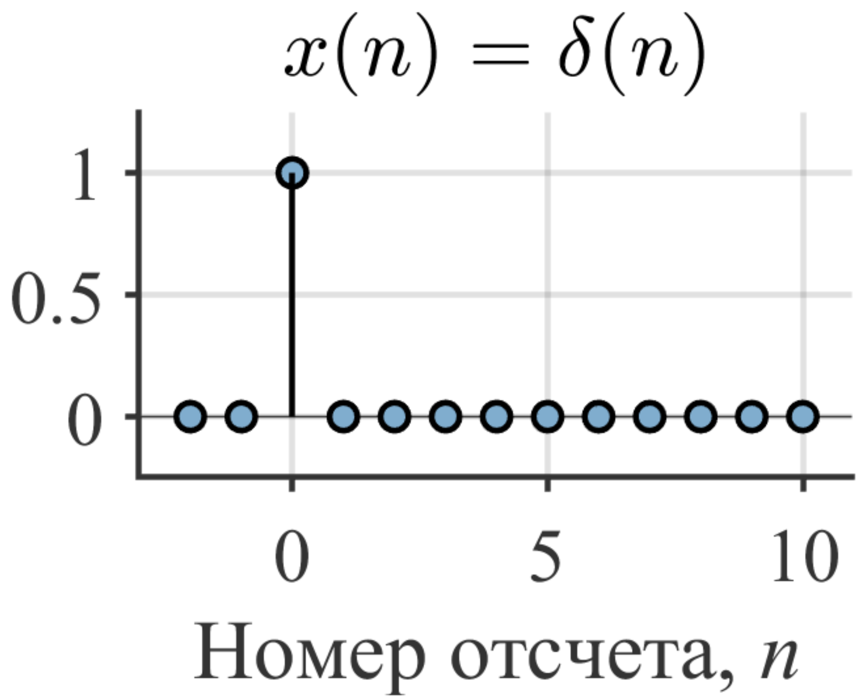
Отклик дискретной системы на $\delta(n)$

«Скользящее» усреднение

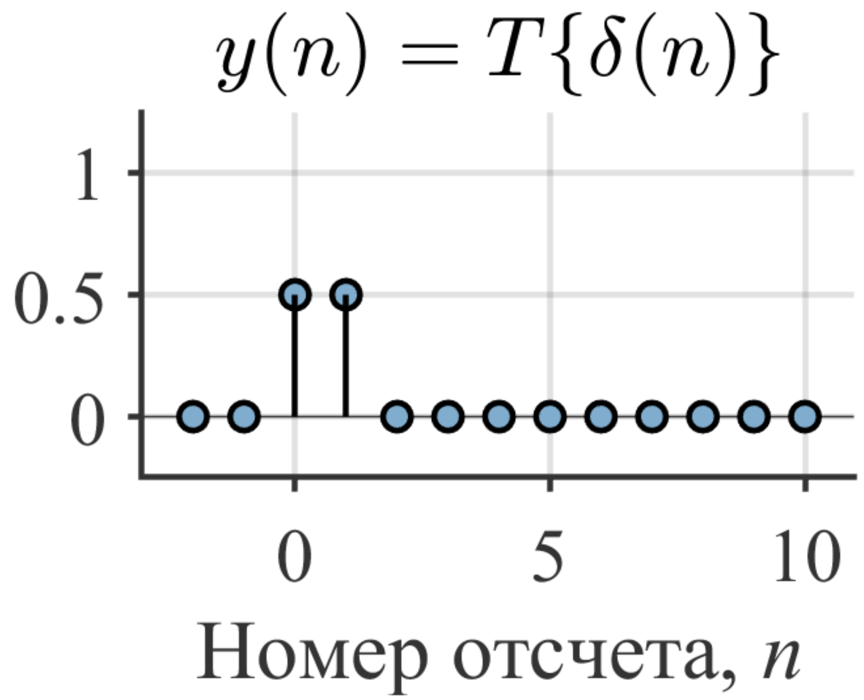
$$y(n) = \frac{1}{2}\big(x(n) + x(n-1)\big)$$



Вход $x(n)$



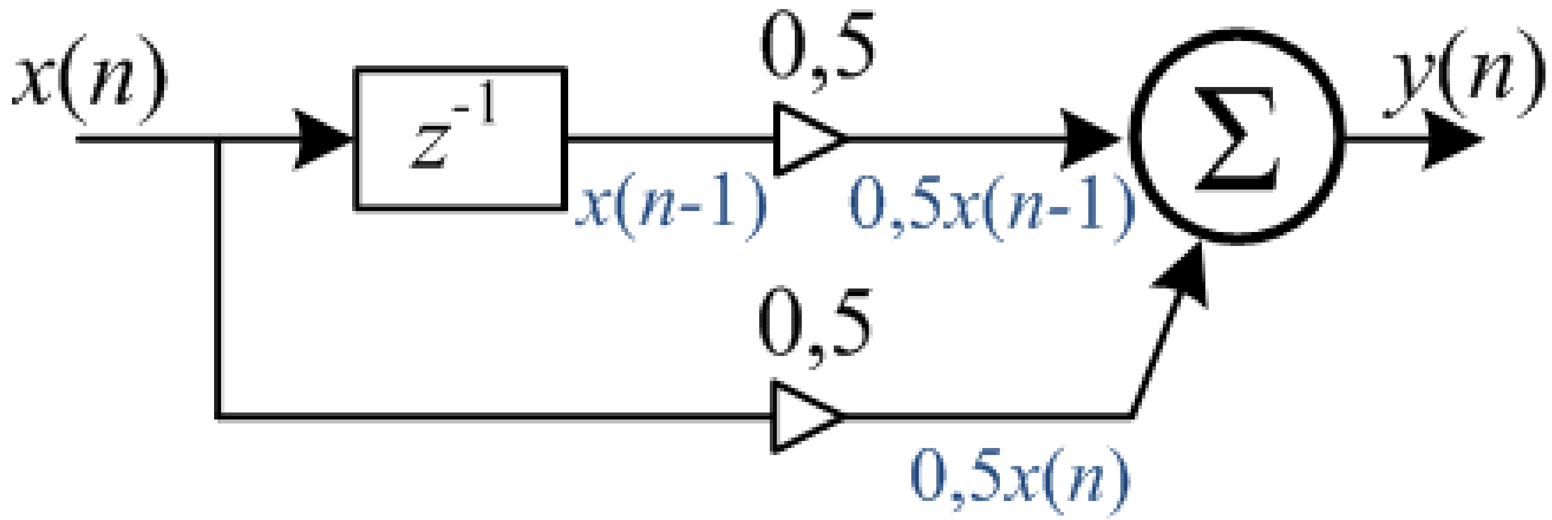
Выход $y(n)$



Дискретная система «скользящего» усреднения

«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2}\left(x(n) + x(n-1)\right)$$



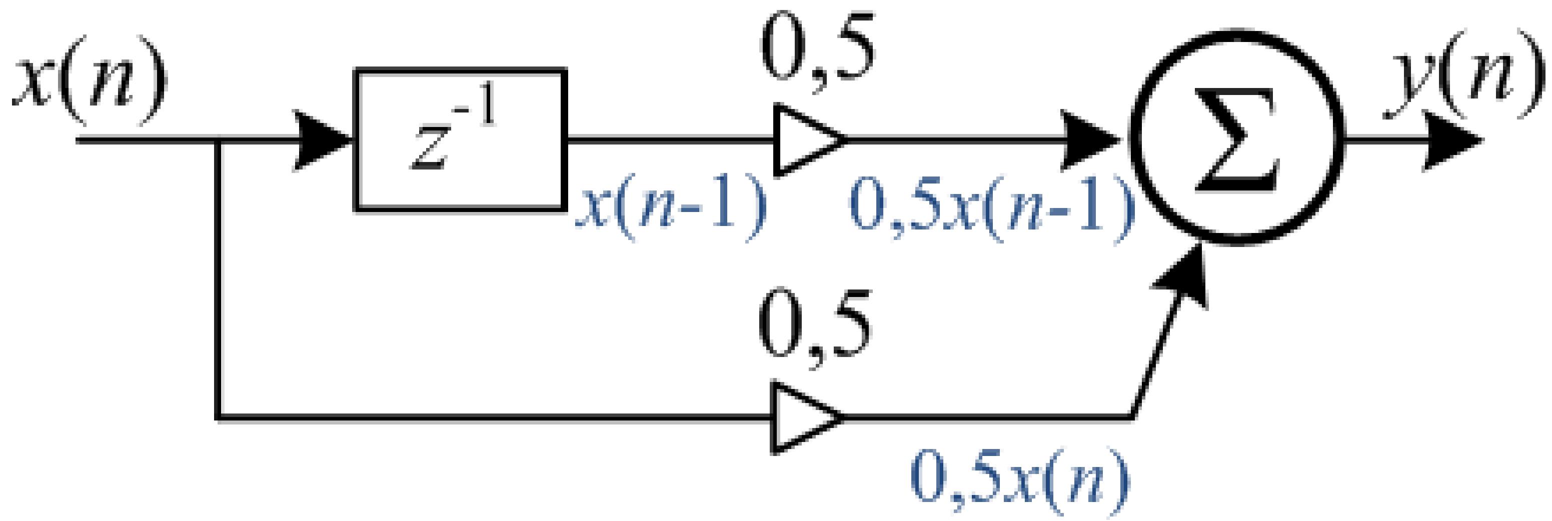
Задача 3

Построить отклик (реакцию) системы на единичный скачок.

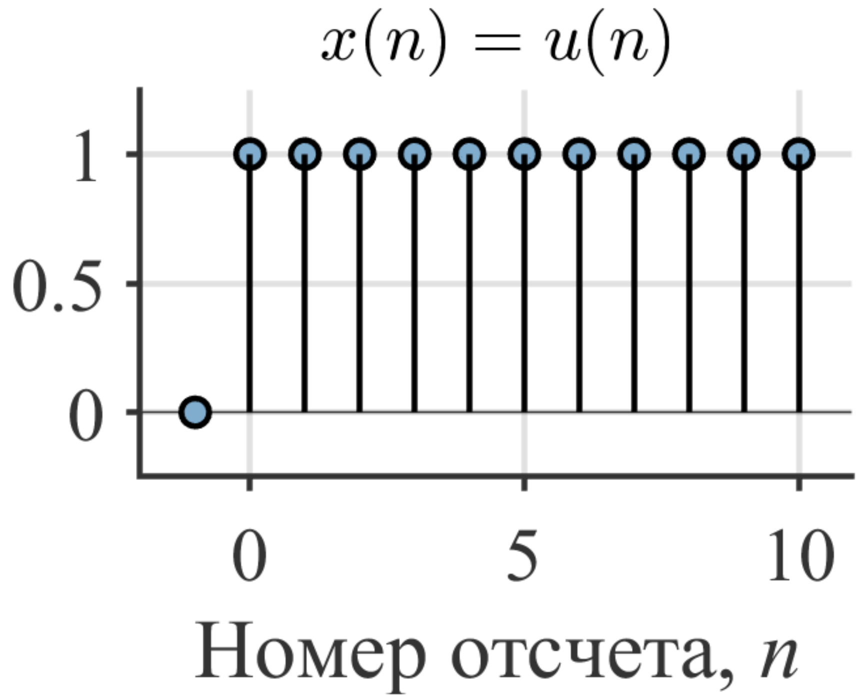
Отклик дискретной системы на $u(n)$

«Скользящее» усреднение

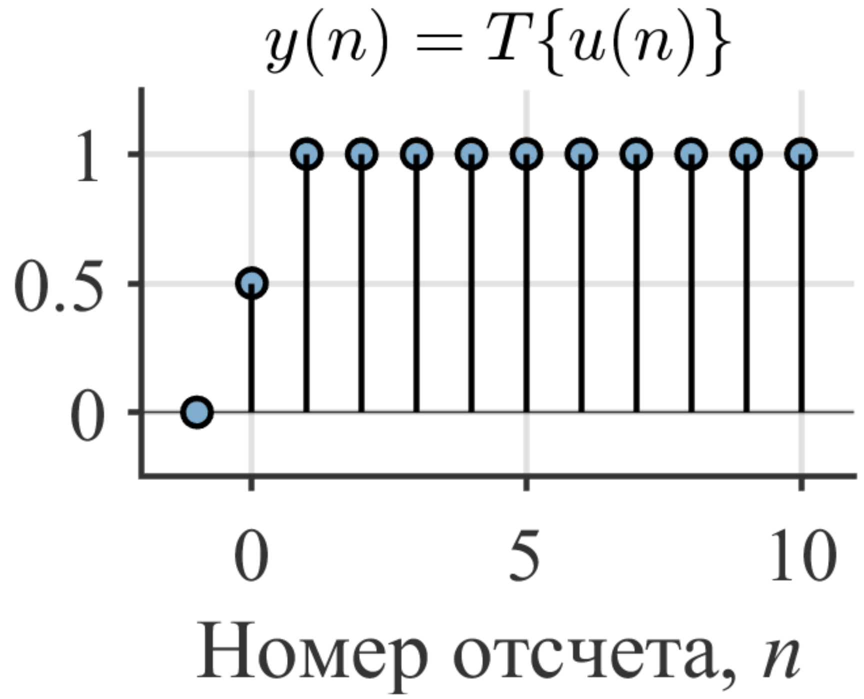
$$y(n) = \frac{1}{2}\left(x(n) + x(n-1)\right)$$



Вход $x(n)$



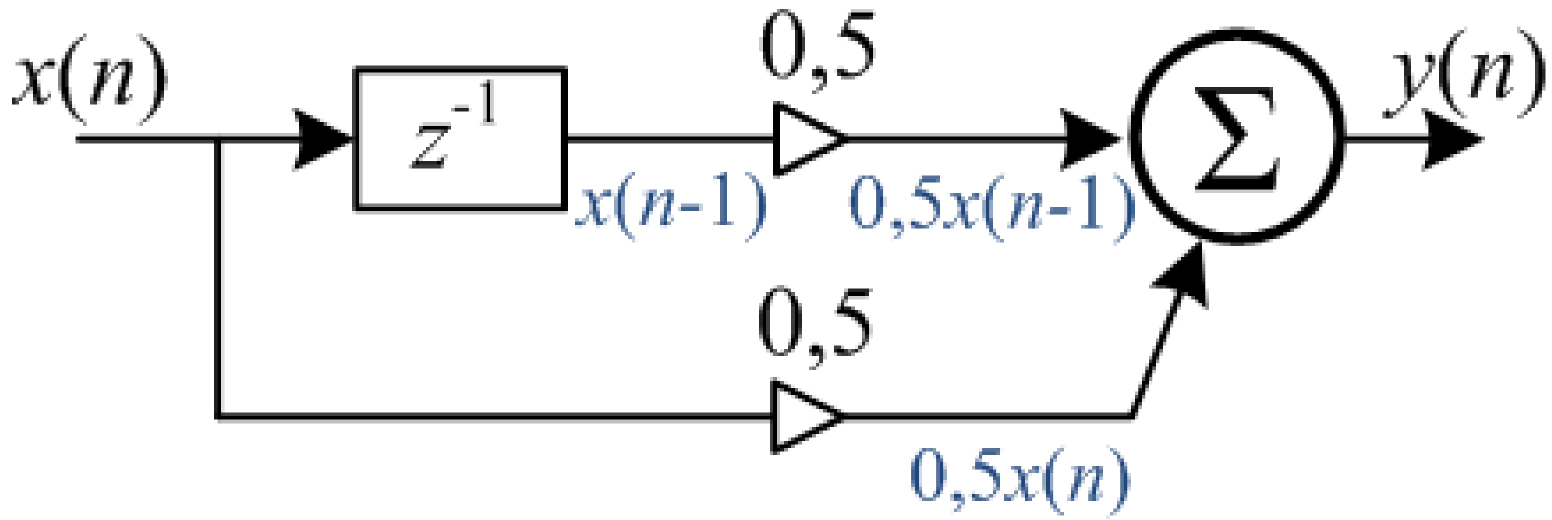
Выход $y(n)$



Отклик дискретной системы на синусоиду

«Скользящее» усреднение

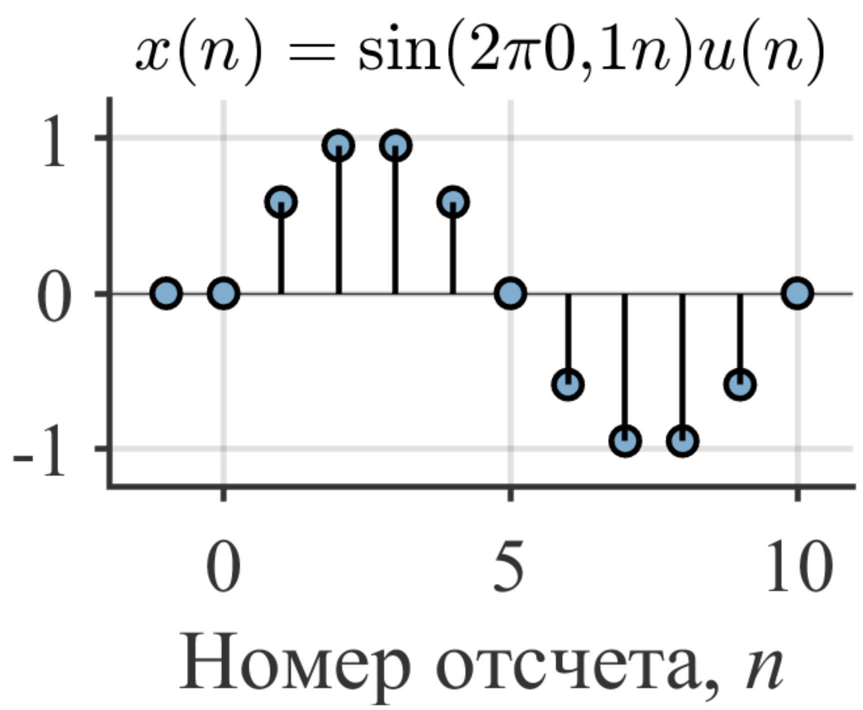
$$y(n) = \frac{1}{2}\big(x(n) + x(n-1)\big)$$



Задача 4

Найти реакцию системы на синусоидальный сигнал

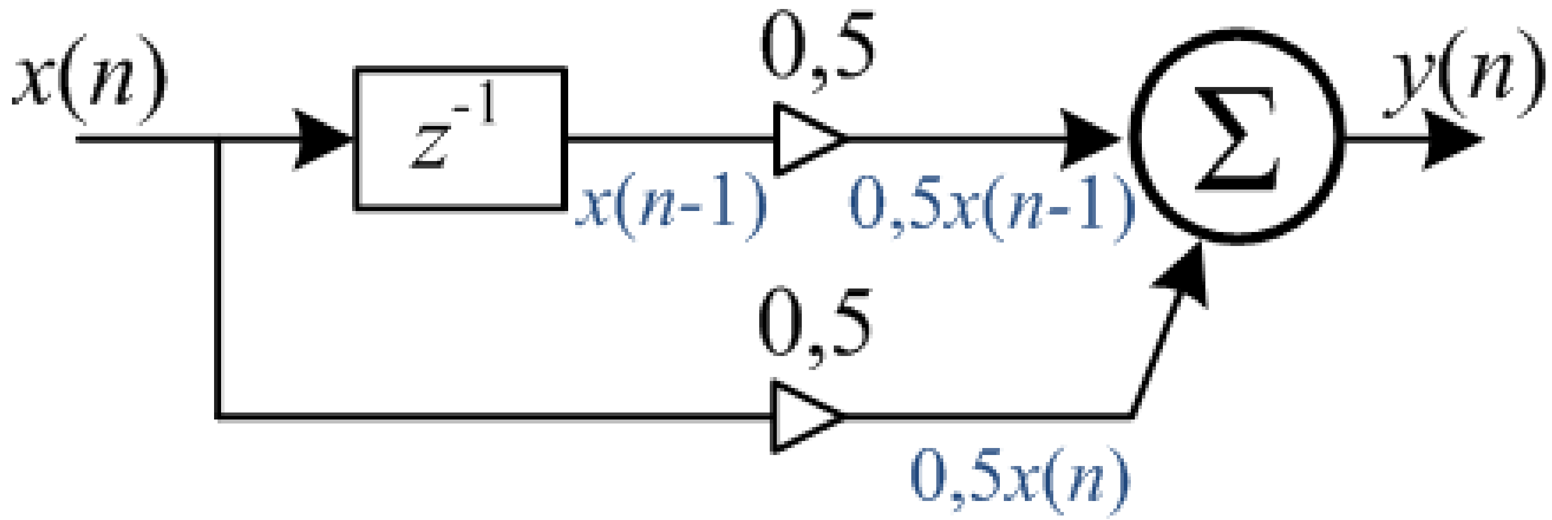
$$x(n) = \sin(2\pi 0{,}1 n)\, u(n)$$



Отклик дискретной системы на синусоиду

«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2}\big(x(n) + x(n-1)\big)$$



Решение

Для $n > 1$ выход системы будет иметь следующий вид

$$y(n) = 0.5\big(\sin(\pi 0{,}2n) + \sin\big(\pi 0{,}2(n-1)\big)\big)$$

$$= \left|\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}\right.$$

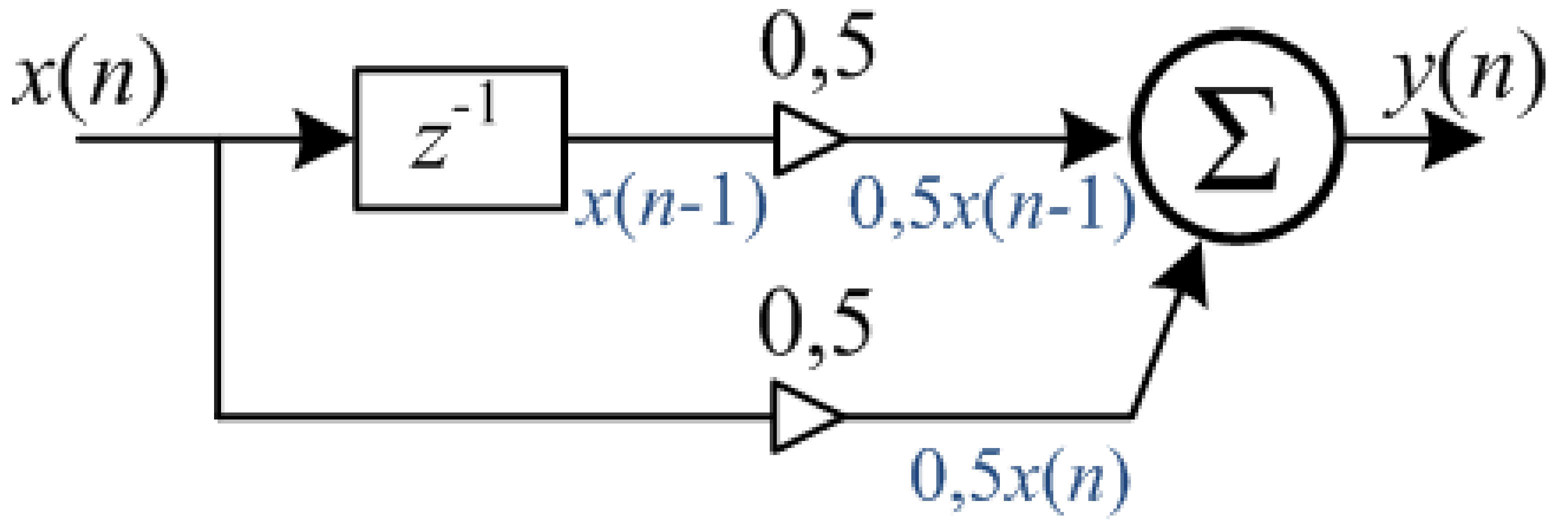
$$= \sin(\pi 0{,}2n - \pi 0{,}1)\cos(\pi 0{,}1).$$

‼ Обратите внимание, что выходной сигнал имеет такую же частоту, как и входной сигнал. Отличается лишь амплитуда и фаза выходного сигнала.

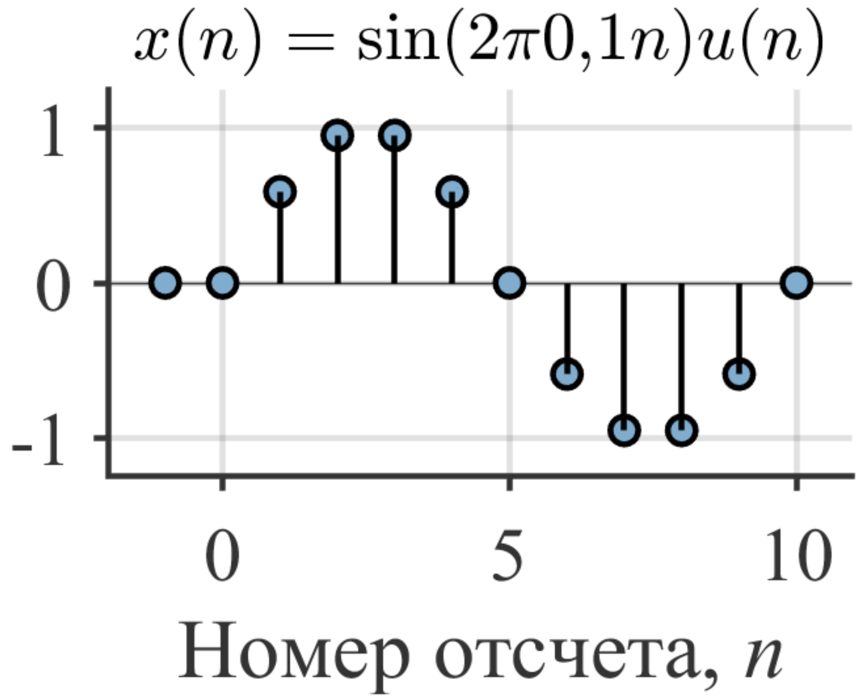
Отклик дискретной системы на синусоиду

«Скользящее» усреднение

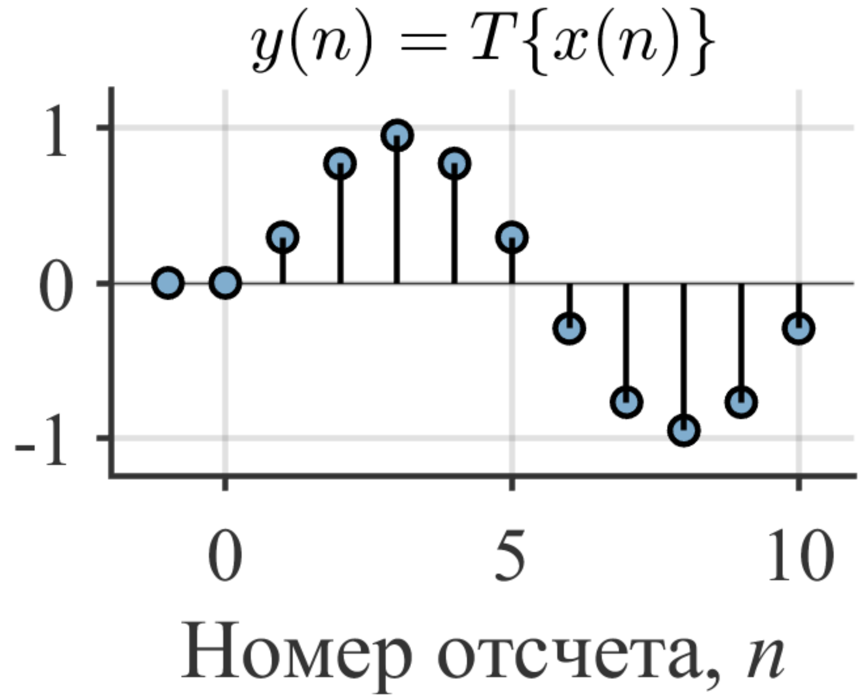
$$y(n) = \frac{1}{2}\big(x(n) + x(n-1)\big)$$



Вход $x(n)$



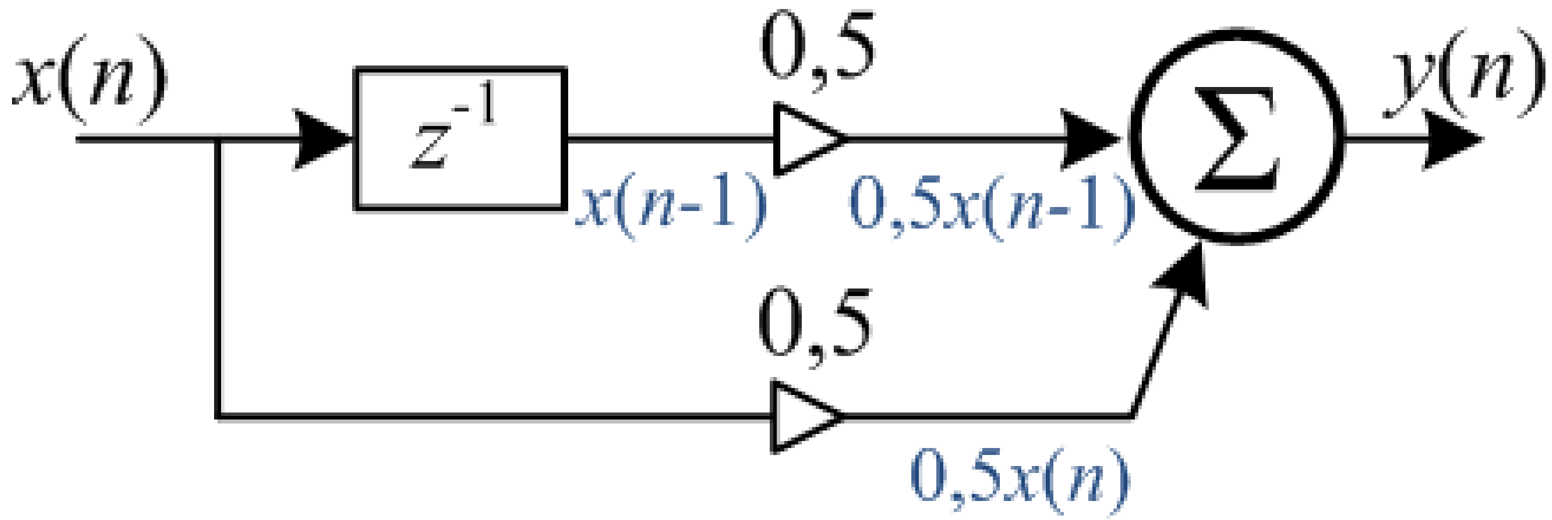
Выход $y(n)$



Отклик дискретной системы на синусоиду

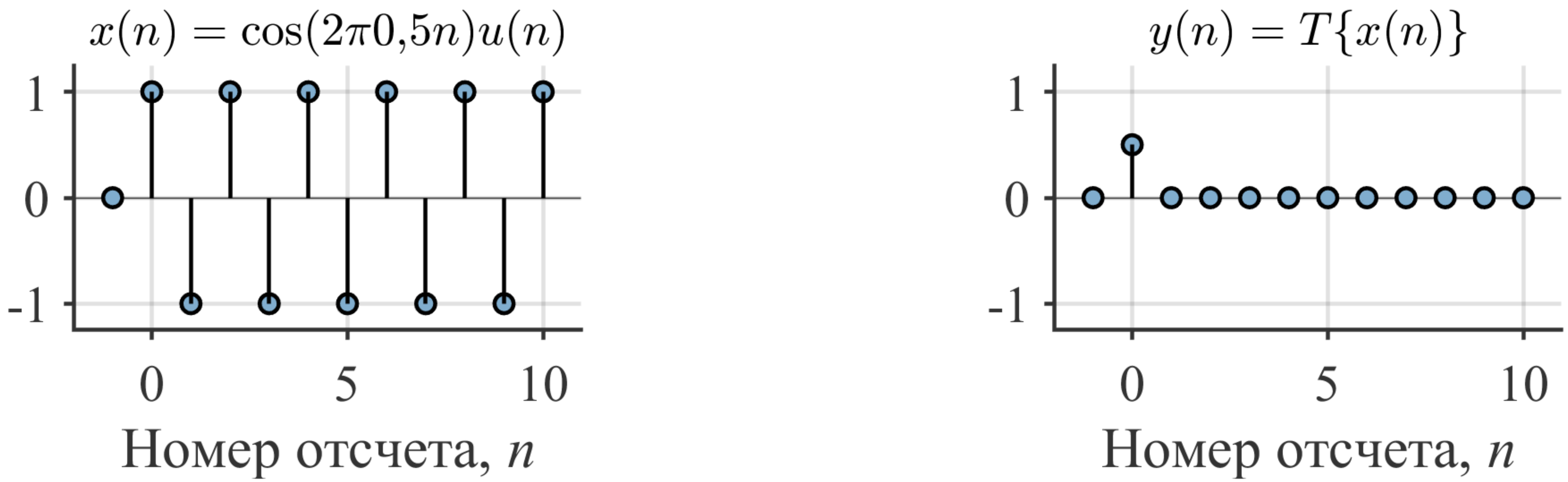
«Скользящее» усреднение

$$y(n) = \frac{1}{2}\left(x(n) + x(n-1)\right)$$



Вход $x(n)$

Выход $y(n)$



Дополнительные примеры дискретных систем

Идеальная система задержка (ИСЗ)

$$y(n) = x(n - n_d), \qquad -\infty < n < \infty,$$

где n_d – натуральное число, называемое *задержкой* системы. ИСЗ сдвигает входную последовательность $x(n)$ вправо на n_d отсчетов.

Дополнительные примеры дискретных систем

Идеальная система задержка (ИСЗ)

$$y(n) = x(n - n_d), \qquad -\infty < n < \infty,$$

где n_d – натуральное число, называемое *задержкой* системы. ИСЗ сдвигает входную последовательность $x(n)$ вправо на n_d отсчетов.

Скользящее среднее

Общая система скользящего среднего

$$y(n) = \frac{1}{L+N+1} \sum_{k=-L}^{N} x(n-k) =$$

$$= \frac{1}{L+N+1} \cdot \big(x(n+L) + x(n+L-1) + \cdots + x(n) + \cdots + x(n-N)\big).$$

Она вычисляет *n*-й отсчет выходной последовательности $y(n)$ как среднее арифметическое $(L + N + 1)$ отсчетов входной последовательности, расположенных около n-го отсчета.

Определение дискретной системы

Система с дискретным временем определяется как *преобразование*, или *оператор*, переводящий входную последовательность $x(n)$ в выходную последовательность $y(n)$ отклик (или реакцию) системы, что можно обозначить как

$$y(n) = T\{x(n)\}.$$

‼ *Не путать функцию и оператор*

Примеры

1) $y(n) = \frac{1}{2}\big(x(n) + x(n-1)\big)$ (скользящее среднее)

2) $y(n) = x(n - n_d)$ (ИСЗ)

3) $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)$ («кассовый аппарат»)

Дискретная система: пример

Задача

Записать разностное уравнение дискретной системы, заданной в виде блок-схемы.