

УСКОРЕННЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЦЕПОЧКИ ФАЗОВЫХ ЗВЕНЬЕВ ДЛЯ СИСТЕМ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ФАЗОВОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

ст. преп. Порхун М.И., доц. Вашкевич М.И.



*Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники (БГУИР)*

Кафедра электронных вычислительных средств



DSPA Conference

Digital Signal Processing and Its Applications

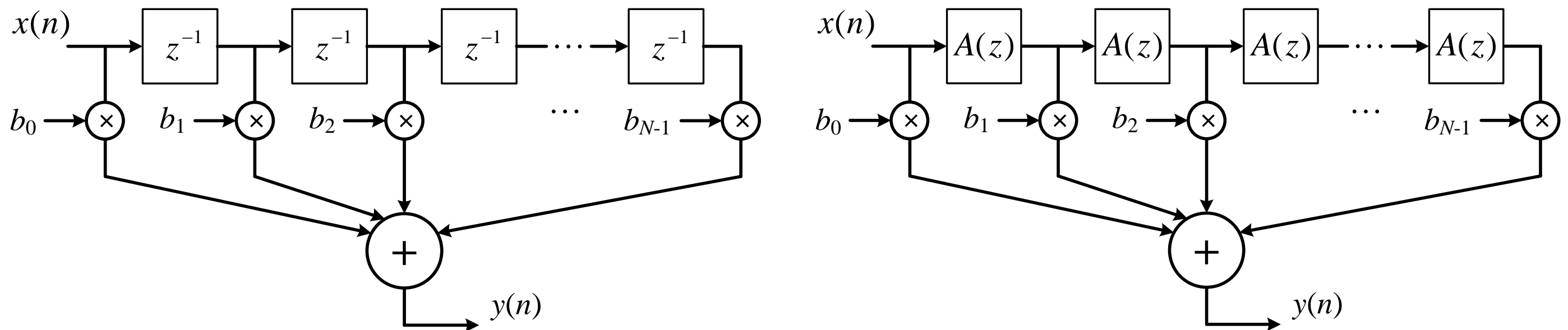
Цель доклада

Представить ускоренный алгоритм вычисления выходов ***цепочки фазовых звеньев***, которая является ключевым элементом ***фазового преобразования***.

Цель доклада

Представить ускоренный алгоритм вычисления выходов **цепочки фазовых звеньев**, которая является ключевым элементом **фазового преобразования**.

Фазовое преобразование: $z^{-1} \rightarrow A(z)$

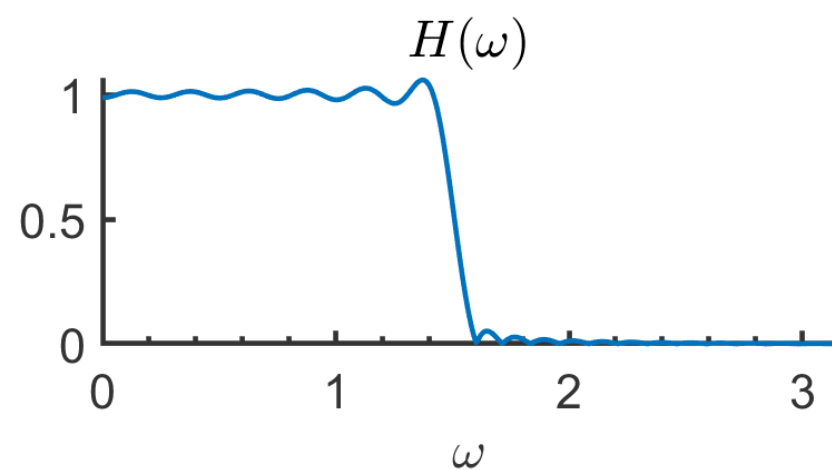
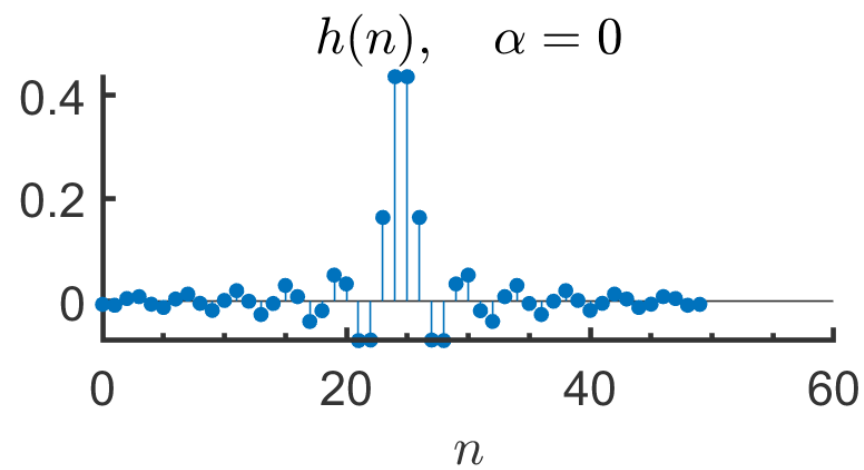
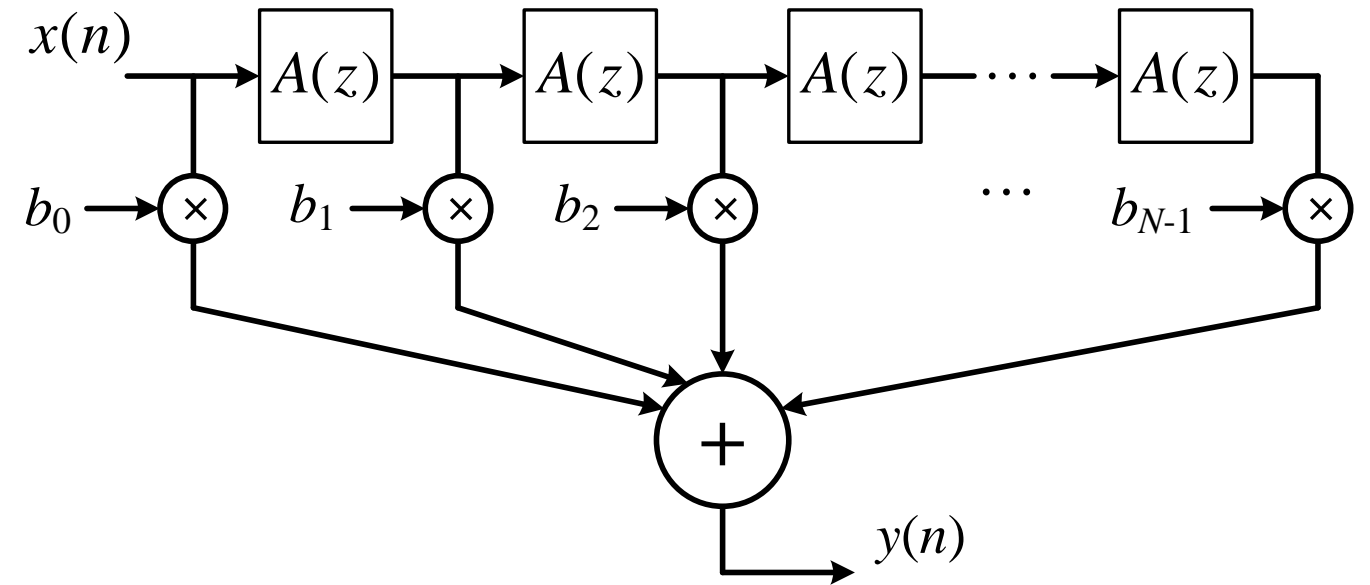


$$A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}, \quad |\alpha| < 1.$$

Фазовое преобразование

Фазовое звено

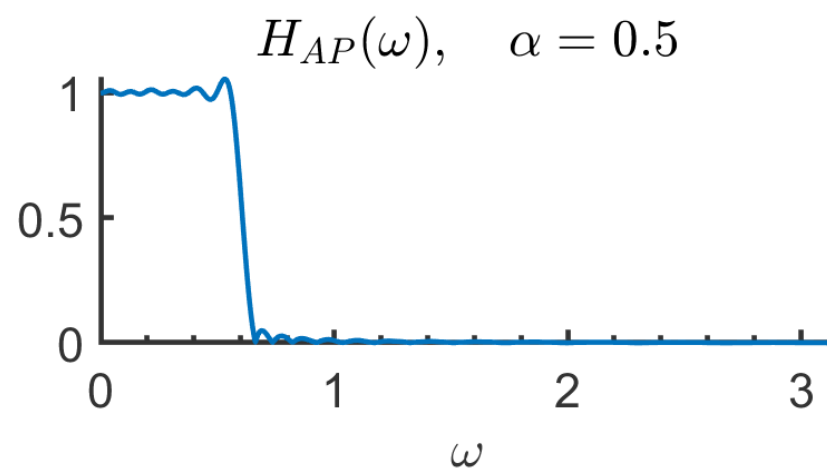
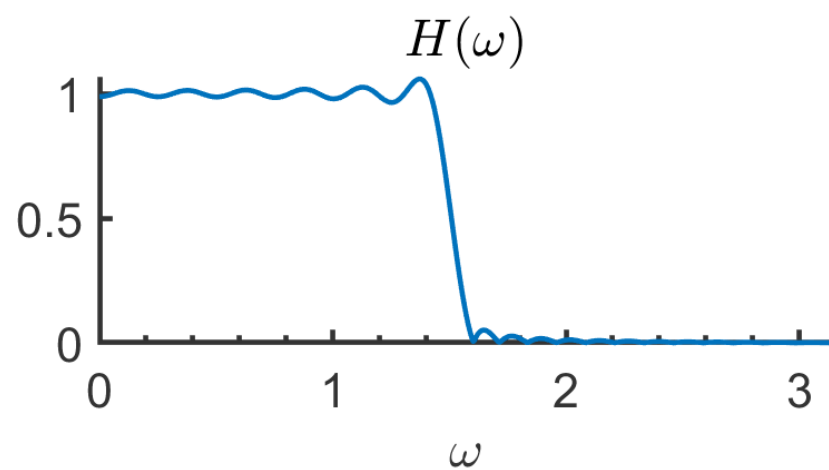
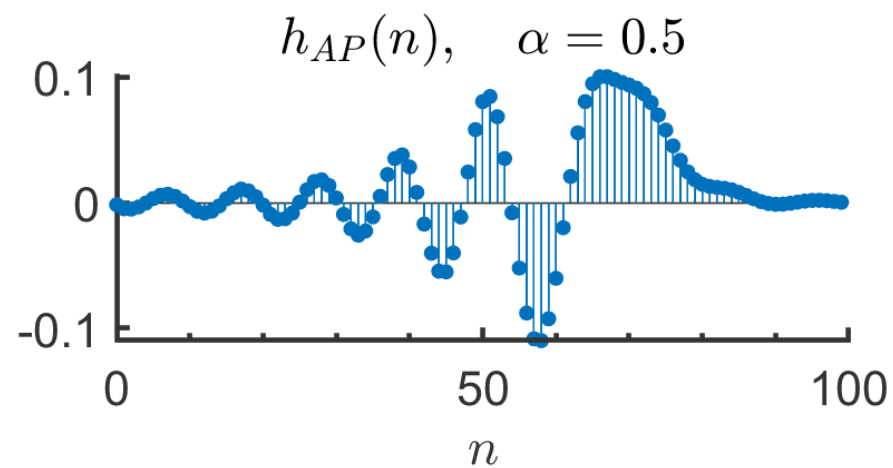
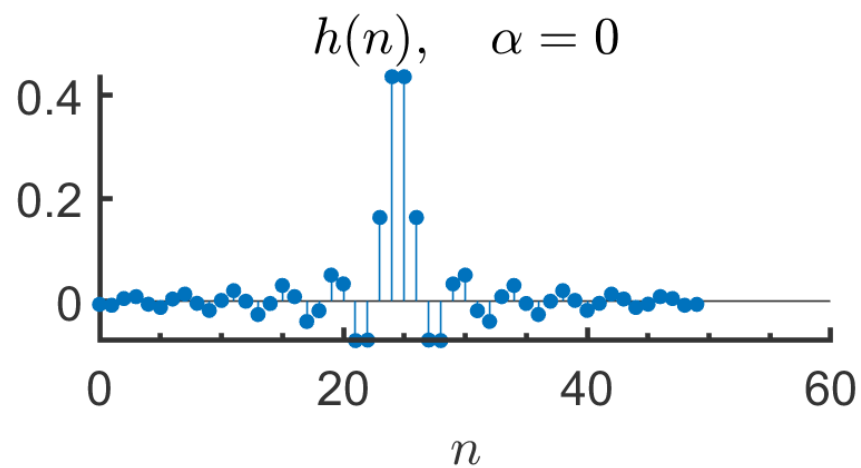
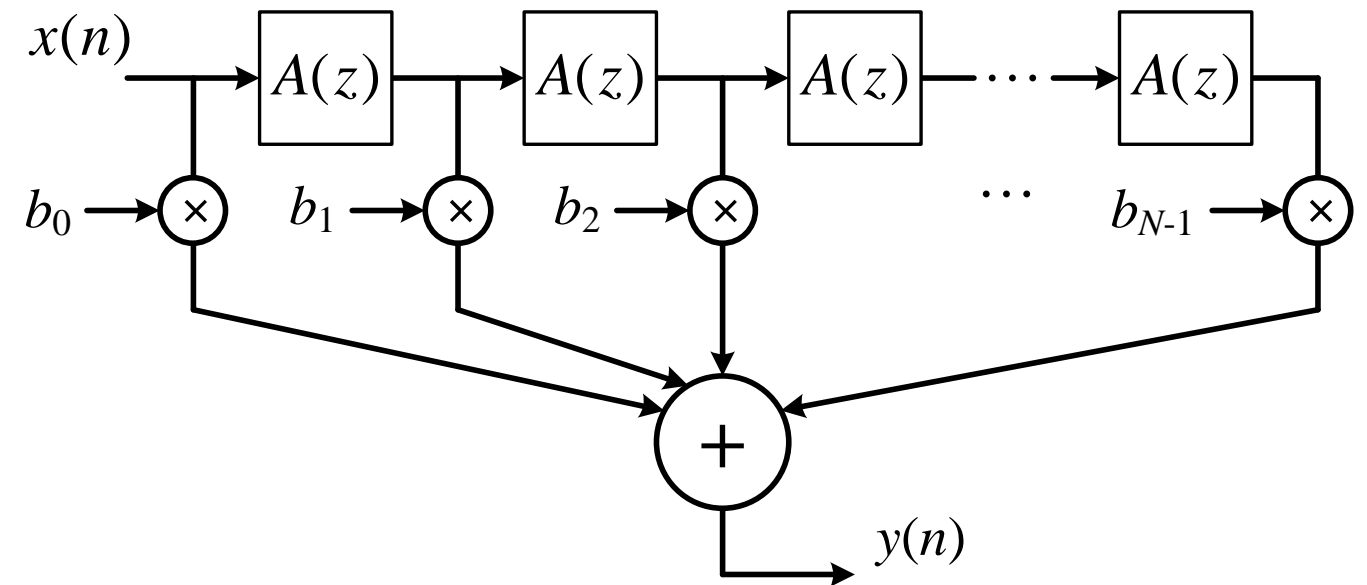
$$A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}, \quad |\alpha| < 1.$$



Фазовое преобразование

Фазовое звено

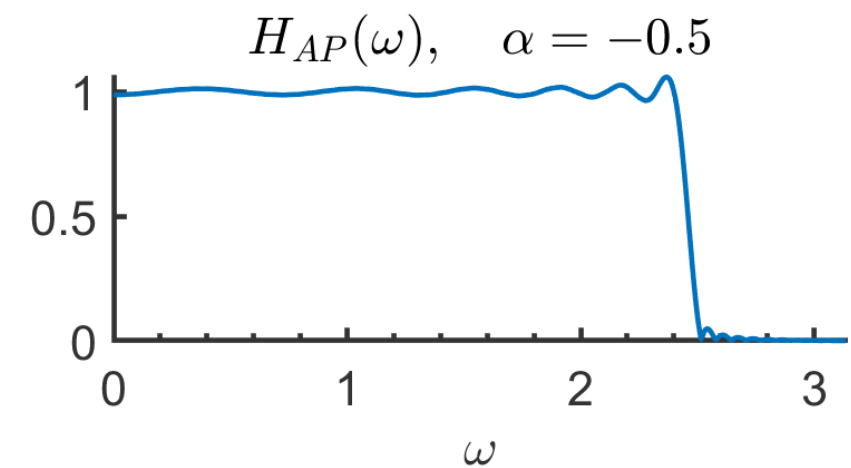
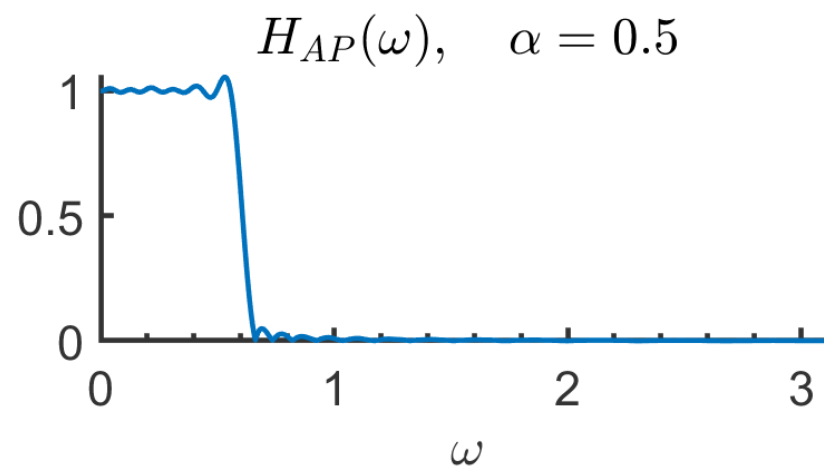
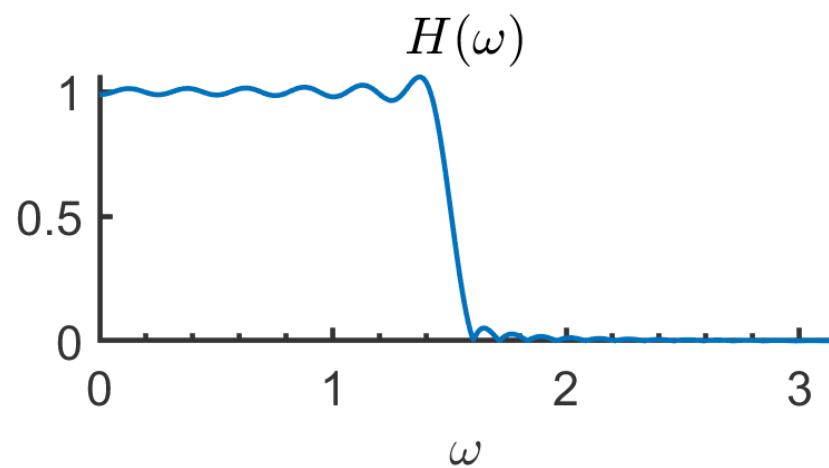
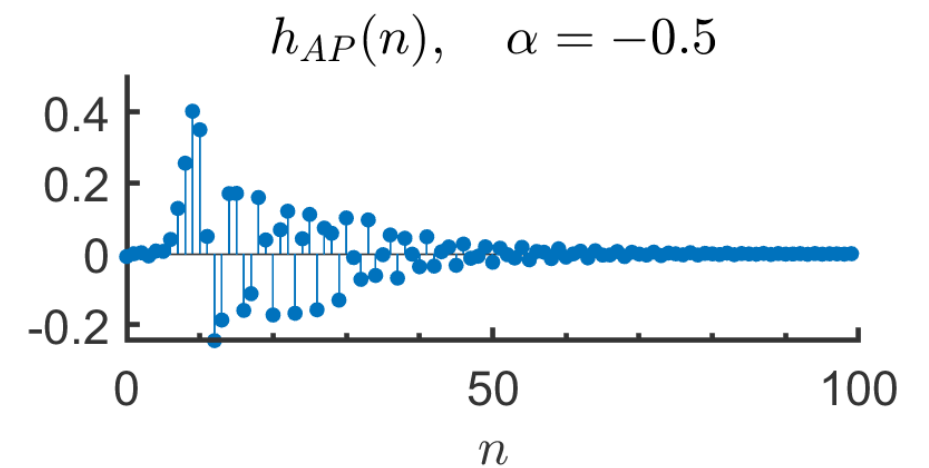
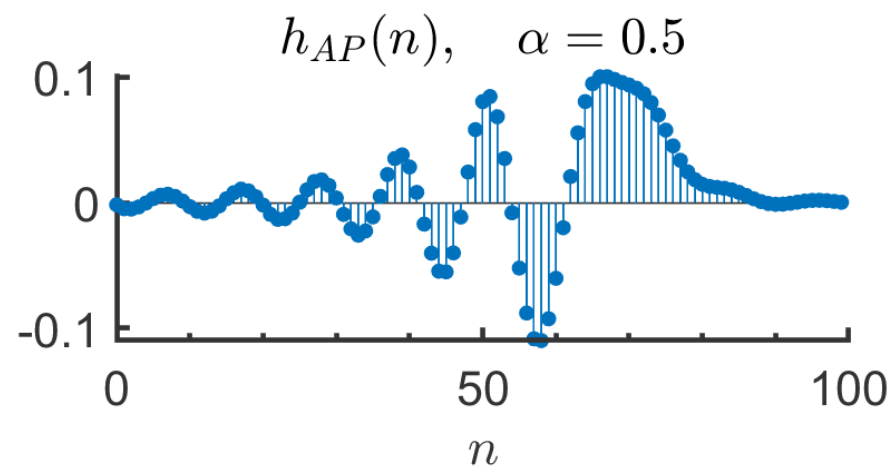
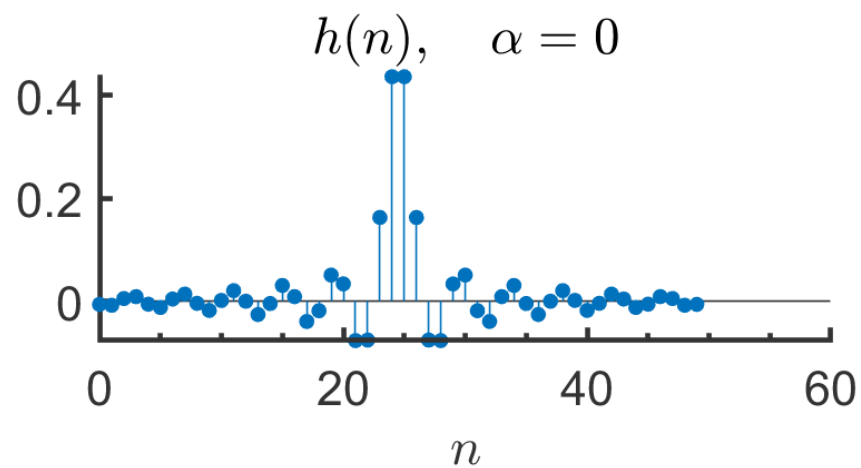
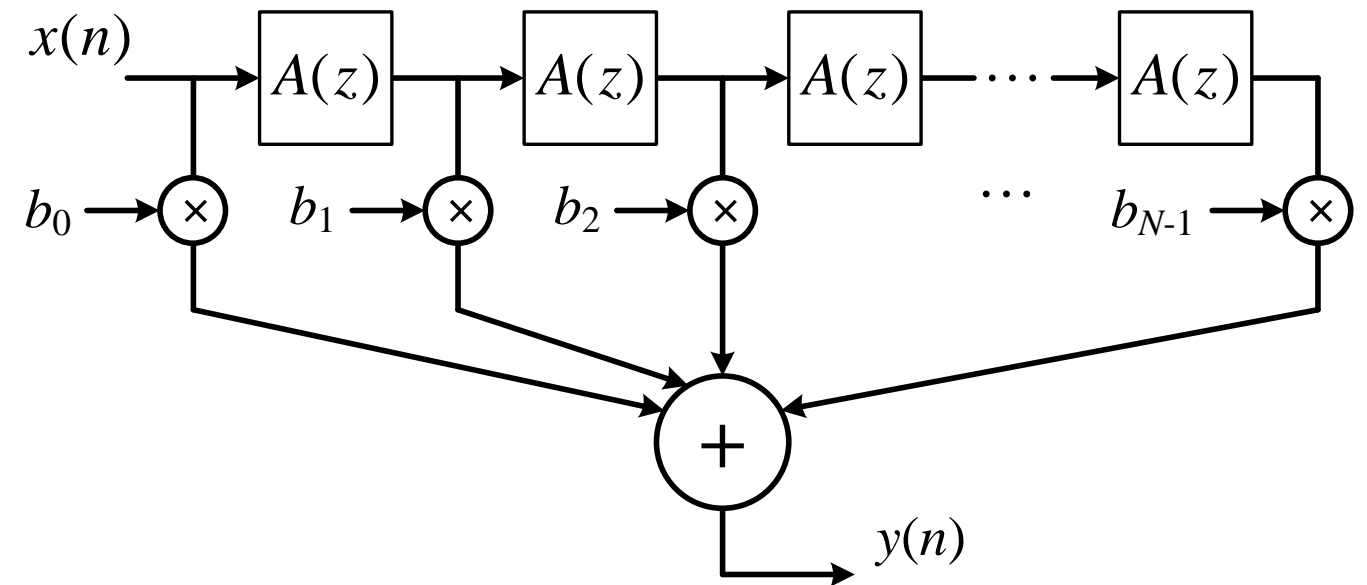
$$A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}, \quad |\alpha| < 1.$$



Фазовое преобразование

Фазовое звено

$$A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}, \quad |\alpha| < 1.$$

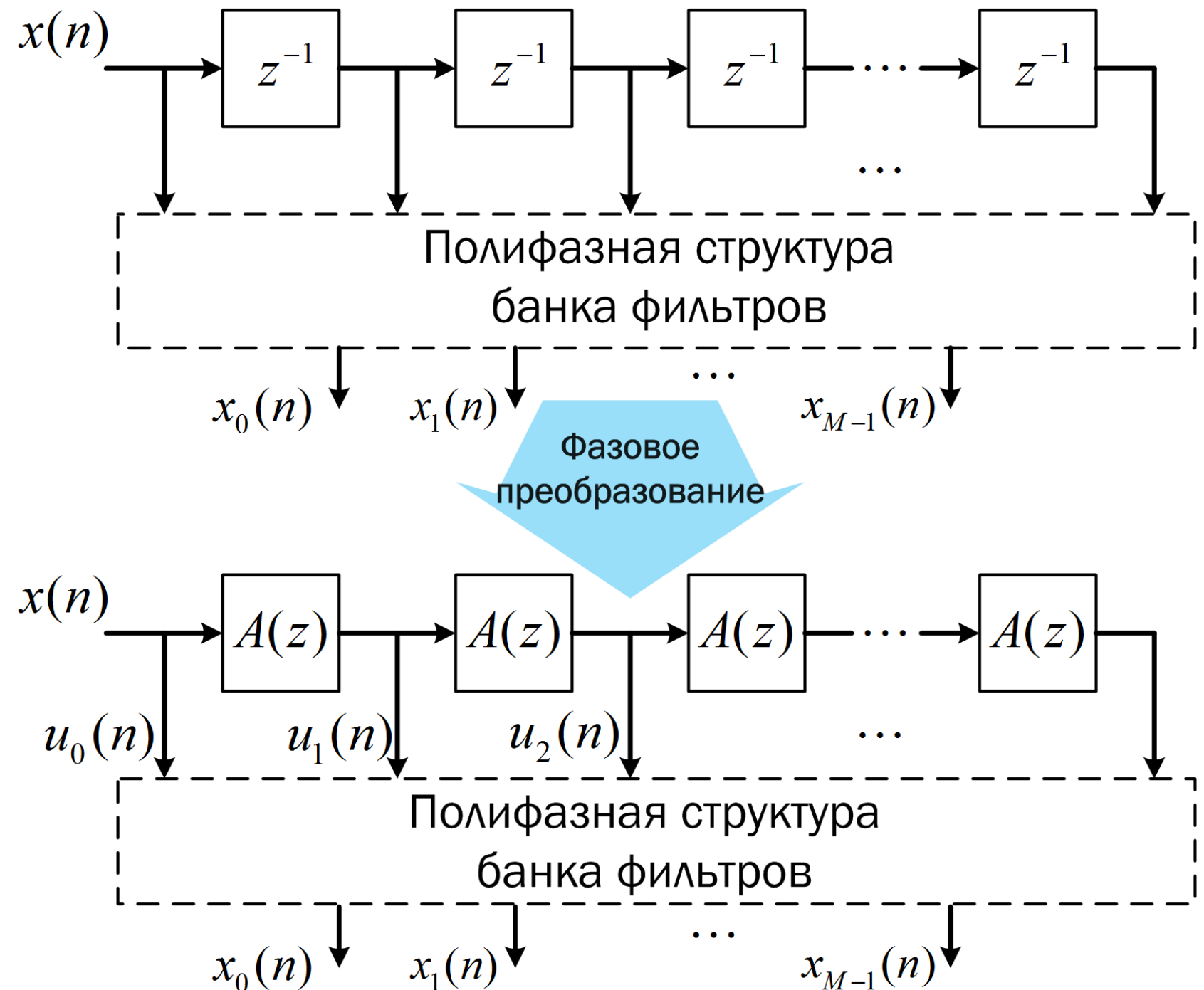


Банк фильтров на основе фазового преобразования

Фазовое преобразование

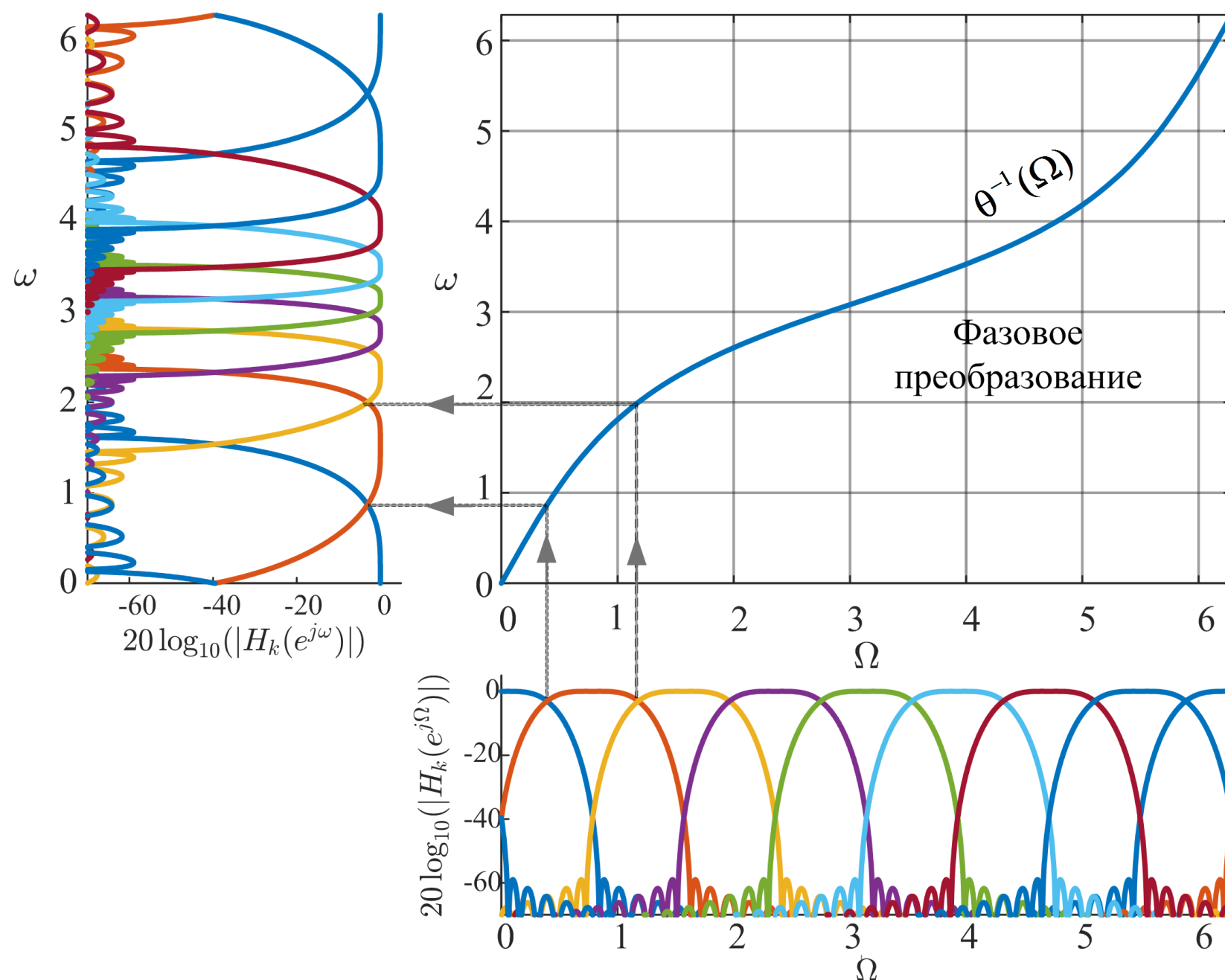
$$z^{-1} \rightarrow A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}$$

позволяет трансформировать
равнополосный банк филь-
тров в **неравнополосный**.



Банк фильтров на основе фазового преобразования

Применение *фазового преобразования* к дискретной системе приводит к трансформации оси частот:



$$\theta^{-1}: \Omega \rightarrow \omega,$$

где $A(e^{j\omega}) = e^{j\theta(\omega)}$,

$$\theta(\omega) = \omega + \operatorname{arctg} \left(\frac{\alpha \sin \omega}{1 - \alpha \cos \omega} \right).$$

α — регулирует степень деформации частотной оси.

Фазовое преобразование

Фазовое преобразование – это эффективный способ достижения в системе свойства *неравномерного частотного разрешения*, что особенно важно при моделировании частотной избирательности слуха.

$$z^{-1} \rightarrow A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}$$

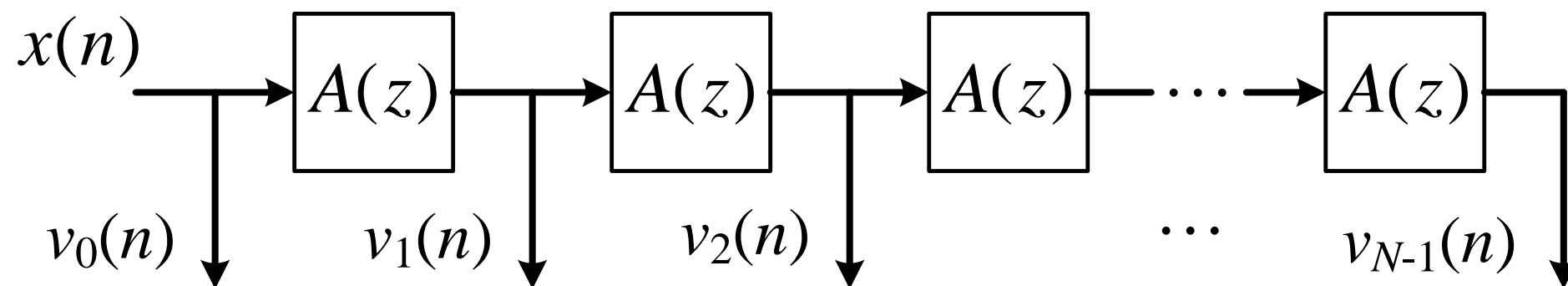
Примеры использования фазового преобразования

- ✓ ДПФ с неравномерным частотным разрешением;
- ✓ реализация БИХ-фильтров с использованием каскада фазовых звеньев для построения звуковых эквалайзеров, учитывающих разрешающую способность слуха;
- ✓ анализ спектра методом Берга с улучшением разрешающей способности на низких частотах.

Проблематика фазового преобразования

Основным вопросом при построении систем на основе фазового преобразования является **реализация цепочки фазовых звеньев**.

Цепочка фазовых звеньев



В практических приложениях длина цепочки *достигает 1024*.

Имеет место **зависимость по данным** из-за чего распараллеливание алгоритма затруднено.

В системах на основе фазового преобразования критичным является **время вычисления всех выходов ЦФЗ**.

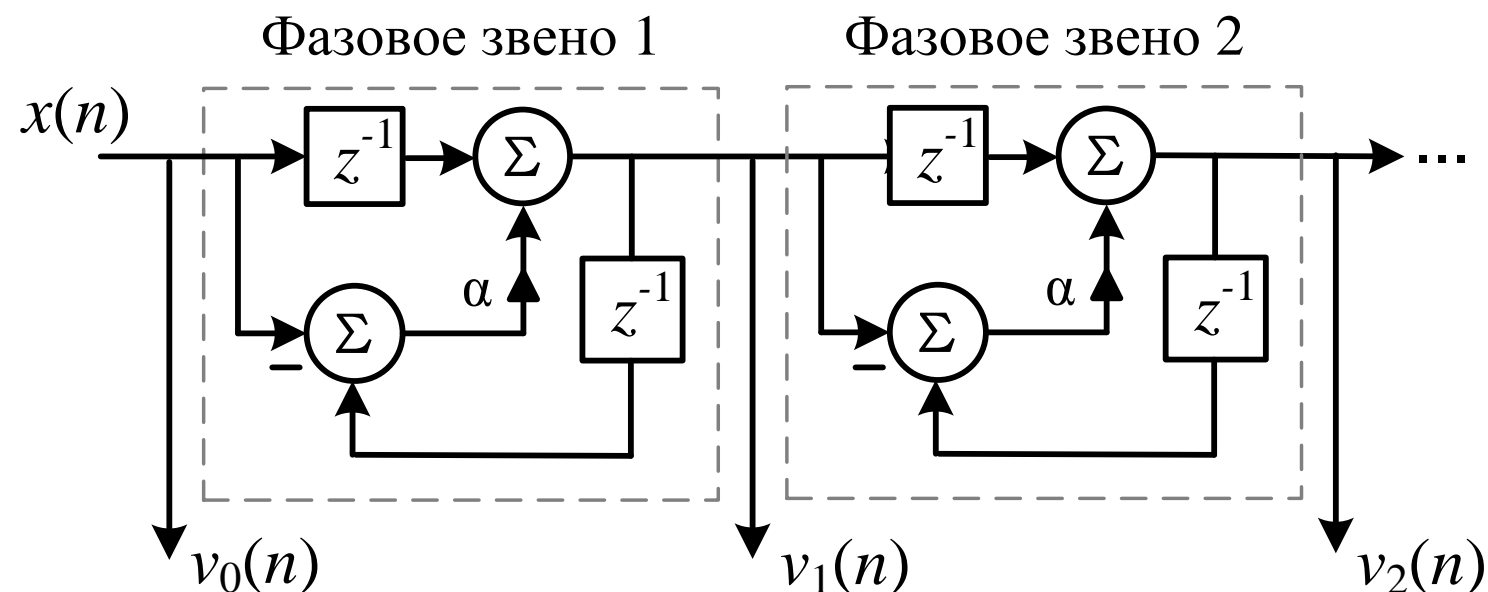
Фазовое звено

Используя обратное z -преобразование можно перейти от передаточной функции **фазового звена** $A(z)$ к разностному уравнению:

$$A(z) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}$$

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n-1) - \alpha x(n) + \alpha y(n-1) = \\ &= x(n-1) + \alpha(y(n-1) - x(n)) \end{aligned}$$

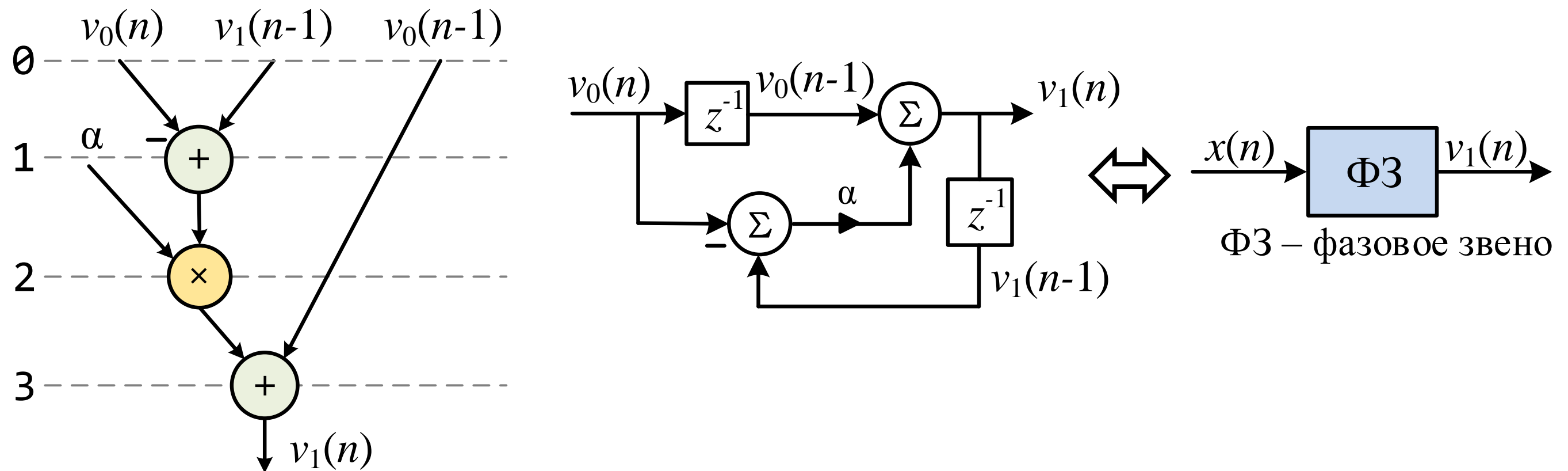
Цепочка фазовых звеньев (ЦФЗ)



Анализ времени вычисления ЦФЗ

Алгоритм расчета выхода фазового звена в ярусно-параллельной форме:

Ярусно-параллельная форма алгоритма вычисления выхода фазового звена



Алгоритм имеет *три яруса* (0-й ярус — это входные данные). Если ЦФЗ состоит из N элементов, то общее число ярусов алгоритма равно $3N$.

Анализ времени вычисления ЦФЗ

Число ярусов показывает возможность распараллеливания алгоритма, поскольку на каждом ярусе осуществляются вычисления, зависящие от результатов предыдущего яруса.

Если время вычисления одного яруса равно одному условному такту работы процессора, то реализация ЦФЗ будет занимать **$3N$ условных тактов**.

Фазовое звено (в пространстве состояний)

Более экономичную форму реализации разностного уравнения фазового звена *с точки зрения элементов памяти* можно получить, если описать его в *пространстве состояний*:

$$\begin{aligned}y(n) &= (1 - \alpha^2)w(n - 1) - \alpha x(n), \\w(n) &= \alpha w(n - 1) + x(n),\end{aligned}$$

где $w(n)$ – внутренняя переменная состояния.

Данную систему можно переписать в матричном виде:

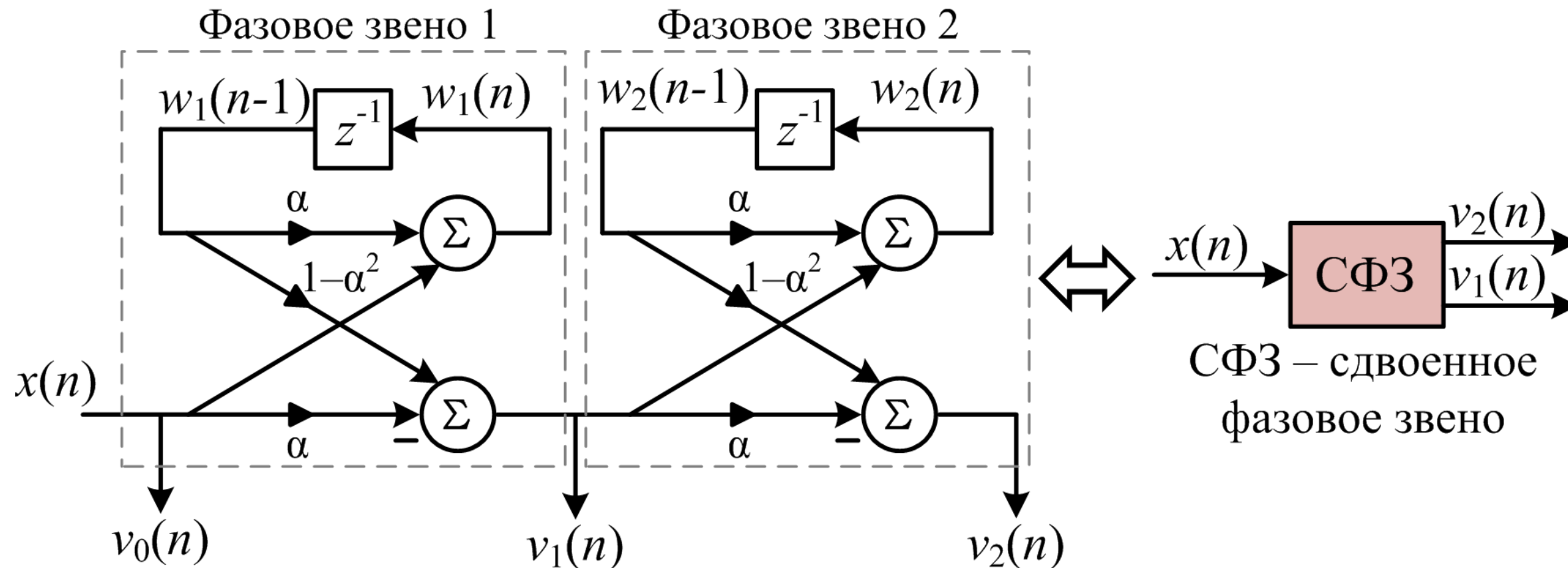
$$\begin{bmatrix} w(n) \\ y(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ (1 - \alpha^2) & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(n - 1) \\ x(n) \end{bmatrix}.$$

Для реализации требуется *два сложения, три умножения и один элемент задержки* для хранения переменной состояния $w(n - 1)$.

Параллельное вычисление каскада из двух ФЗ

Предположим, что есть каскад из двух фазовых звеньев, причем фазовое звено реализуется *с использованием пространства состояний*:

Каскад из 2х фазовых звеньев



Вектор $[w_2(n-1) \quad w_1(n-1) \quad x(n)]^T$ является входом данной структуры, а вектор $[w_2(n) \quad w_1(n) \quad v_2(n) \quad v_1(n)]^T$ – выходом.

Параллельное вычисление каскада из двух ФЗ

Каскад из двух фазовых звеньев можно записать:

$$\begin{bmatrix} w_2(n) \\ w_1(n) \\ v_2(n) \\ v_1(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ (1 - \alpha^2) & 0 & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 0 & (1 - \alpha^2) & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_2(n-1) \\ w_1(n-1) \\ x(n) \end{bmatrix},$$

$x(n)$ – поступающий сигнал, $w_1(n-1)$ – внутреннее состояние первого звена, $w_2(n-1)$ – внутреннее состояние второго звена.

Выходными значениями должны быть: $v_1(n), v_2(n)$ – выходы первого и второго звена, $w_1(n), w_2(n)$ – текущие внутренние состояния 1-го и 2-го звена.

Параллельное вычисление каскада из двух ФЗ

После умножения матриц выражение упрощается:

$$\begin{bmatrix} w_2(n) \\ w_1(n) \\ v_2(n) \\ v_1(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & (1 - \alpha^2) & -\alpha \\ 0 & \alpha & 1 \\ (1 - \alpha^2) & -\alpha(1 - \alpha^2) & \alpha^2 \\ 0 & (1 - \alpha^2) & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_2(n-1) \\ w_1(n-1) \\ x(n) \end{bmatrix}.$$

Во втором и третьем столбце имеются *повторяющиеся элементы*, что **позволяет сократить число операций**, требуемых для вычисления выходных значений.

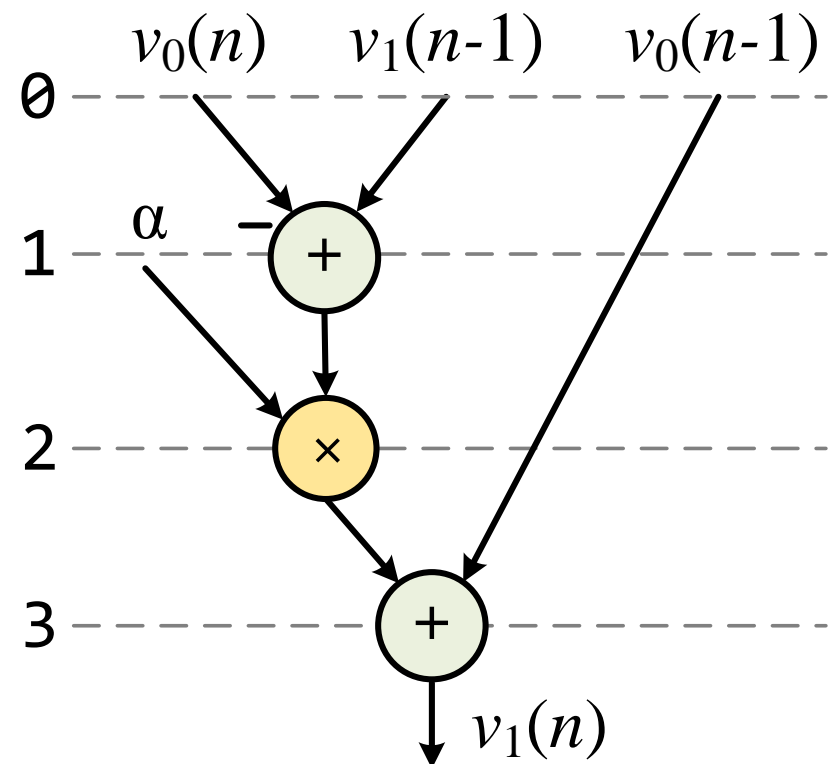
Предвычисление констант также позволяет сократить количество операций.

$$A = \alpha^2, \quad B = (1 - \alpha^2), \quad C = -\alpha(1 - \alpha^2)$$

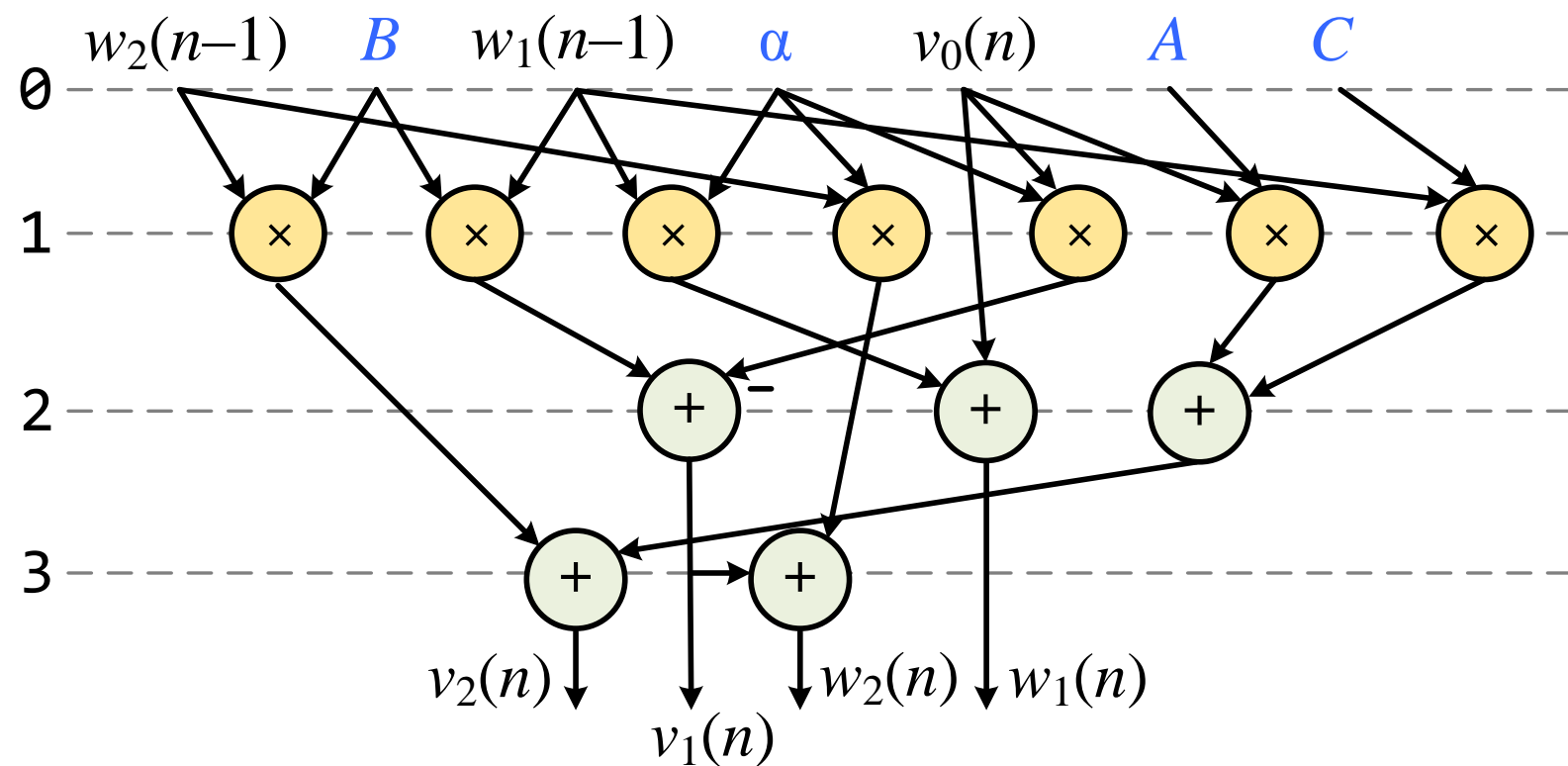
Параллельное вычисление каскада из двух ФЗ

Расчет выходов сдвоенного ФЗ соответствует 3-х ярусному алгоритму.

Фазовое звено



Сдвоенное фазовое звено

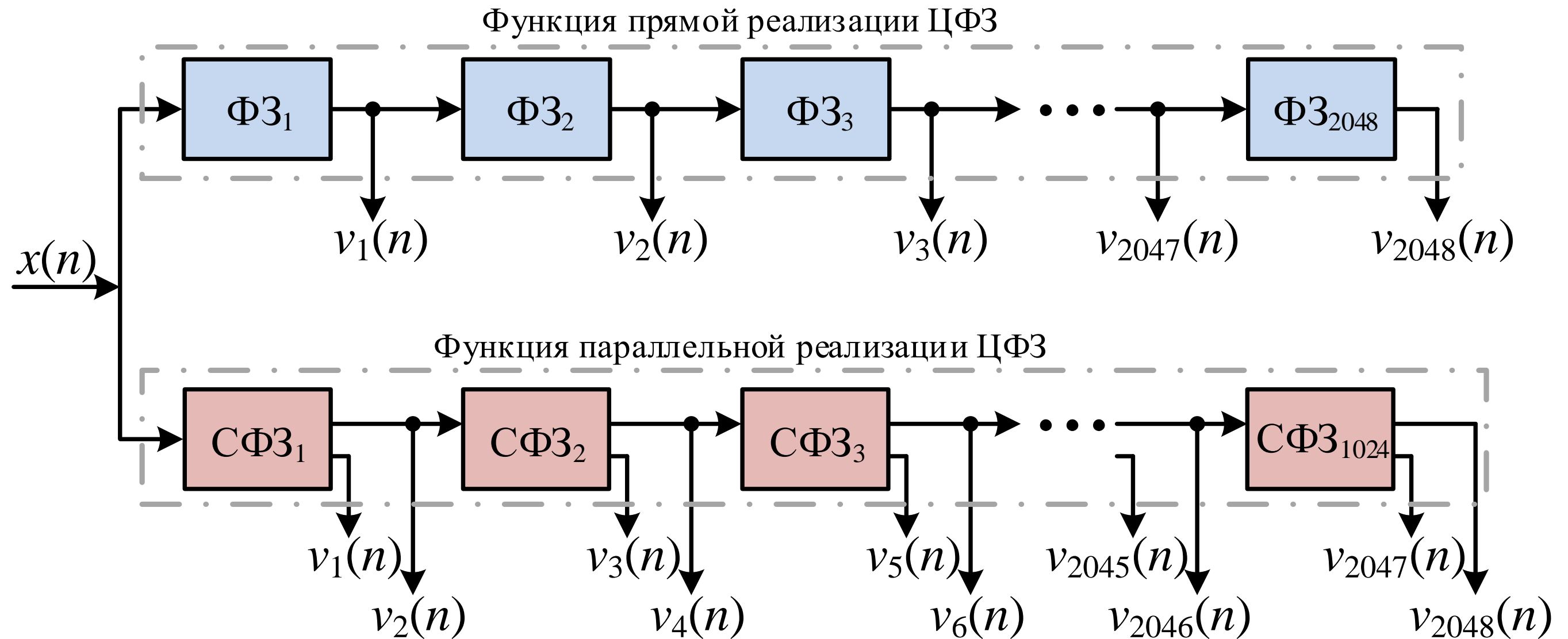


Предложенный алгоритм в **два раза быстрее**, чем прямая реализация (цепочка из N звеньев будет вычисляться $\frac{3}{2} N$ **условных такта**).

С точки зрения **вычислительных затрат** реализация сдвоенного ФЗ требует **7 умножений и 5 сложений** (прямая реализация – 2 ум./4 сл.)

Эксперимент

Схема эксперимента



- На языке C++ описана реализация **прямой формы ФЗ**, а также функция **вычисления сдвоенного фазового звена (СФЗ)**.
- Входной сигнал $x(n)$ длительностью 10^6 отсчётов ($f_s = 44,1$ кГц).

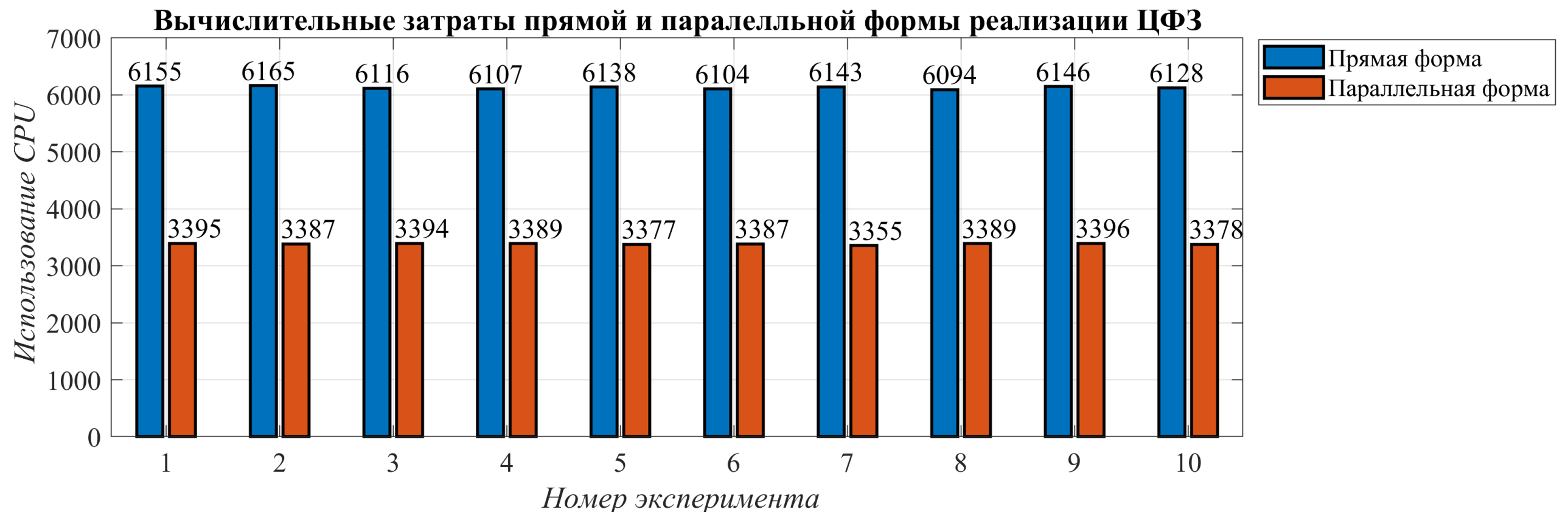
Эксперимент

Для анализа вычислительных затрат использовался **встроенный профилировщик** (CPU Usage) среды **Visual Studio 2019** и ПК с 8-и ядерным процессором **Intel Core i7-3770** (тактовая частота 3.4 ГГц).

Оценка вычислительных затрат каждой реализации выполнялась 10 раз, после чего полученные значения усреднялись.

Результаты экспериментальных исследований

По результатам экспериментов оценка производительности **прямой формы реализации ЦФЗ** составила $6129,6 \pm 22$ единиц времени ЦП, а **параллельной формы** – $3384,7 \pm 11$ единиц времени ЦП.



Таким образом, **выигрыш предложенной реализации ЦФЗ** по сравнению с прямой формой составил **1,81 раза**.

Заключение

В работе *предложен ускоренный алгоритм вычисления выходов цепочки фазовых звеньев*, основанный на новой структуре сдвоенного фазового звена. Предлагаемая структура базируется на представлении фильтра в пространстве состояний.

В работе выполнено сравнение разработанного алгоритма с прямой формой реализации цепочки фазовых звеньев. Результаты показали, что *предложенный алгоритм позволяет ускорить вычисления выходов цепочки фазовых звеньев в 1,81 раза*.