

## Лабораторная работа №3

### *РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ*

Целью работы является изучение теоретических и экспериментальных методов расчета переходных процессов в нелинейных цепях 1-го и 2-го порядков.

#### **Основные теоретические положения**

Нелинейные цепи содержат элементы, которые не могут быть описаны при помощи постоянных коэффициентов, а характеристики являются нелинейными функциями одной или нескольких переменных.

Элементы цепи, электрические параметры которых зависят от режима работы, т.е являются функциями тока или напряжения, называют нелинейными. По характеру работы в цепях переменного тока нелинейные элементы разделяют на инерционные и безынерционные. К безынерционным относятся элементы, для которых зависимость между как мгновенными, так и действующими значениями напряжения и тока является нелинейной. К таким элементам можно причислить электронные лампы, полупроводниковые диоды, транзисторы, цепи с ферромагнитными магнитопроводами и др.

К инерционным относятся элементы, для которых зависимость между мгновенными значениями тока и напряжения линейна, а между действующими значениями напряжения и тока нелинейна. Это, например, термосопротивления, лампы накаливания и другие элементы.

При питании цепи с безынерционным нелинейным элементом от синусоидального источника в кривых токов и напряжений на отдельных участках цепи появляются высшие гармоники.

Искажение формы кривых тока и напряжения зависит от характеристики нелинейного элемента, конфигурации и параметров схемы, а также от частоты приложенного напряжения.

Расчет законов изменения токов и напряжений в цепи может быть получен путем решения нелинейной системы интегродифференциальных уравнений, которая может быть записана только для мгновенных значений. Поскольку нелинейные интегродифференциальные уравнения не имеют решения в общем виде, то, как правило, используются частные методы расчета в зависимости от вида нелинейного дифференциального уравнения, причем эти методы чаще всего дают приближенное решение.

Можно назвать следующие методы приближённого расчета установившихся и переходных процессов в нелинейных цепях, получившие преимущественное распространение в практике инженерных расчётов:

1. Методы малого параметра и условной линеаризации. Иногда метод условной линеаризации называется методом гармонической линеаризации, так как упрощение задачи, по существу, сводится к замене нелинейной

зависимости линейной, справедливой только для определенного значения амплитуд тока или напряжения.

2. Метод аналитической аппроксимации нелинейной характеристики.

3. Метод кусочно-линейной аппроксимации характеристики и припасовывания линейных решений.

Сущность метода заключается в замене нелинейной характеристики некоторой ломаной линией и решении задачи методами линейной электротехники.

4. Итерационный метод. Применяя этот метод, сначала находят приближённое решение или задаются им, а затем его уточняют путем многократной подстановки каждого решения в исходное уравнение цепи.

5. Графический метод. Сущность метода заключается в сведении дифференциальных уравнений цепи к системе нелинейных уравнений и получении решения графическими построениями.

6. Метод последовательных интервалов. Сущность метода заключается в замене дифференциального уравнения алгебраическим, содержащим приращения исследуемых величин за соответствующие интервалы времени.

В практических задачах обычно применяют то или иное сочетание различных методов расчета. Все перечисленные методы приобретают особое значение в связи с применением ЭВМ. Применение ЭВМ для решения конкретных задач при заданных параметрах и характеристиках электрических цепей дает возможность рассчитывать режим в сложных линейных и нелинейных цепях практически с любой требуемой точностью.

В связи с этим при рассмотрении явлений в нелинейных электрических цепях далее предпочтение отдаётся простоте и наглядности метода расчёта и возможности суждения о явлении без его точного количественного анализа, который в случае необходимости всегда может быть произведён при помощи ЭВМ.

Метод кусочно-линейной аппроксимации является одним из таких приближённых методов, при котором характеристику нелинейного элемента, заданную графически, аппроксимируют ломаной линией и проводят расчет схемы для каждого линейного участка в отдельности. В этом случае схема описывается системой линейных дифференциальных уравнений, коэффициенты которых зависят от параметров схемы и различны для каждого участка.

При переходе процесса через точку излома характеристики скачком меняется параметр нелинейного элемента, что эквивалентно коммутации в цепи. Поэтому процесс за весь рассматриваемый промежуток времени разбивают на интервалы, заключённые между двумя соседними моментами коммутации. Для каждого интервала находят решение системы дифференциальных уравнений, содержащее некоторое число произвольных постоянных. Эти постоянные находят из условия непрерывности токов в индуктивности и напряжений на ёмкостях, т.е. путем сопряжения решений, полученных для двух соседних интервалов. Моменты коммутации определяют

по значению тока или напряжения на линейном элементе, соответствующему точке излома характеристики. При питании цепи от синусоидального источника процесс периодически повторяется, поэтому достаточно провести расчет схемы в течение одного периода.

Для примера рассмотрим расчет схемы с полупроводниковым диодом (рис.3.1), когда к входным зажимам цепи приложено напряжение  $u(t) = U_m \sin \omega t, B$ .

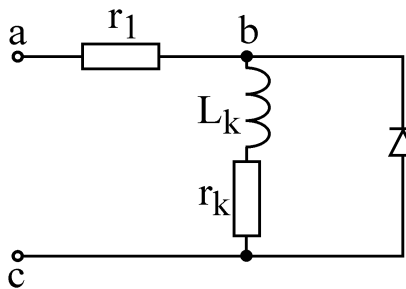


Рис.3.1

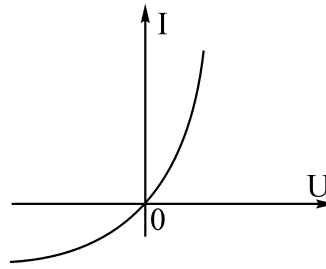


Рис.3.2

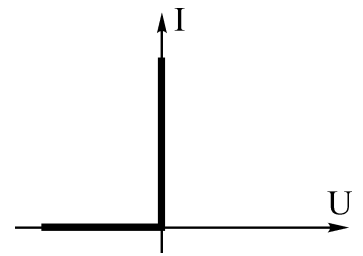


Рис.3.3

Вольт–амперная характеристика диода  $D$  для мгновенных значений тока и напряжения изображена на (рис.3.2). В ряде случаев эту характеристику с достаточной степенью точности можно аппроксимировать ломаной линией, как показано на рис.3.3. Momentами коммутации для этой характеристики будут:

- 1) момент времени, при котором ток через диод падает до 0, диод запирается;
- 2) момент времени, когда напряжение на диоде, увеличиваясь с какого-то отрицательного значения, достигает 0, диод открывается.

В результате исследуемую схему (см. рис.3.1) можно заменить двумя эквивалентными, соответствующими непроводящему (рис.3.4) и проводящему (рис.3.5) состояниям диода, причем сам диод на этих схемах заменяется идеальным ключом, так как переход от одного состояния к другому происходит скачком.

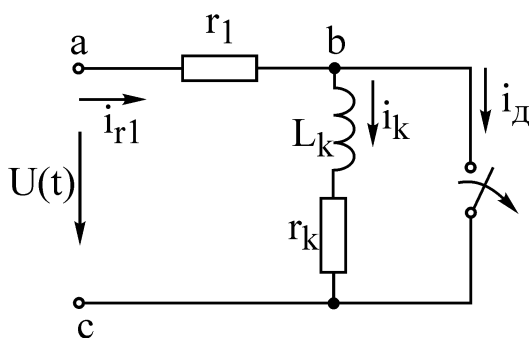


Рис.3.4

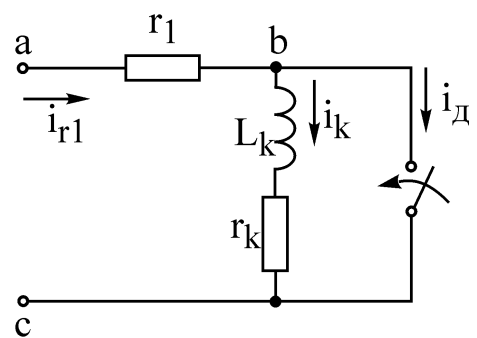


Рис.3.5

Рассмотрим решение задачи для случая, когда постоянная времени катушки  $\tau_k = L_k / r_k$  значительно меньше периода приложенного напряжения, т. е. переходный процесс успевает оканчиваться в интервале между коммутациями. В этом случае коммутация в схеме (см.рис.3.4) происходит

при нулевых начальных условиях, и если принять этот момент времени за начало отсчёта ( $t_1 = 0$ ), то закон изменения тока в индуктивности можно определить классическим методом.

Возьмём для определённости следующие данные:  $u(t) = U_m \sin \omega t$ ;  
 $U_m = 1B$ ;  $\omega = 314 c^{-1}$ ;  $r_1 = 50 \text{ Ом}$ ;  $r_k = 25,8 \text{ Ом}$ ;  $L_k = 0,163 \text{ Гн}$ .

1. Определим независимое начальное условие:

$i_k(0_-) = i_k(0) = 0$ , так как индуктивность закорочена.

2. Принуждённый ток через индуктивность:

$$i_{k,np} = \frac{U_m e^{j0^\circ}}{r_1 + r_k + j\omega L_k} = \frac{U_m}{\sqrt{(r_1 + r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} e^{-j \arctg \frac{\omega L_k}{r_1 + r_k}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(50 + 25,8)^2 + (314 \cdot 0,163)^2}} e^{-j \arctg \frac{314 \cdot 0,163}{75,8}} = 0,011 e^{-j34,03^\circ} \text{ А.}$$

Перейдём во временную область, т. е. к мгновенному значению принуждённого тока  $i_{k,np}$  :

$$i_{k,np}(t) = 0,011 \sin(\omega t - 34,03^\circ) \text{ А.}$$

3. Определим корни характеристического уравнения  $Z(p) = r_1 + r_k + pL = 0$  для цепи после коммутации (см. рис 3.4). Откуда

$$p = -\frac{r_1 + r_k}{L_k} = \frac{75,8}{0,163} = -465 c^{-1}; \quad \tau_1 = \frac{L_1}{r_1 + r_k} = 0,00215 c.$$

4. Свободная составляющая тогда имеет вид:

$$i_{k,св} = A e^{pt} = A e^{-\frac{t}{\tau_1}}.$$

5. Полный ток через индуктивность запишем как сумму принуждённой и свободной составляющих

$$i_k(t) = i_{k,np}(t) + i_{k,св}(t) = \frac{U_m}{\sqrt{(r_1 + r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \sin\left(\omega t - \arctg \frac{\omega L_k}{r_1 + r_k}\right) + A e^{-\frac{t}{\tau_1}}.$$

6. Определим постоянную интегрирования  $A$ , пользуясь независимым начальным условием пункта 1. Для этого возьмём момент времени  $t_1 = 0$  и для него запишем выражение п.5

$$i_k(0) = 0 = \frac{U_m}{\sqrt{(r_1+r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \sin\left(-\arctg \frac{\omega L_k}{r_1+r_k}\right) + A.$$

Отсюда

$$A = -\frac{U_m}{\sqrt{(r_1+r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \sin\left(-\arctg \frac{\omega L_k}{r_1+r_k}\right) = -0,011 \sin(-34,03^\circ) = 0,0062 \text{ A.}$$

7. Таким образом, закон изменения тока в индуктивности примет вид:

$$\begin{aligned} i_k(t) &= \frac{U_m}{\sqrt{(r_1+r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \sin\left(\omega t - \arctg \frac{\omega L_k}{r_1+r_k}\right) - \\ &- \frac{U_m}{\sqrt{(r_1+r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \sin\left(-\arctg \frac{\omega L_k}{r_1+r_k}\right) e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \\ &= 0,011 \sin(314t - 34,03^\circ) + 0,0062 e^{-465t} \text{ A.} \end{aligned} \quad (3.1)$$

8. Закон изменения напряжения на диоде с учётом выражения (3.1) может быть найден из уравнения

$$\begin{aligned} U_{\text{вс}} &= U_{Lk} + U_{rk} = L_k \frac{di_k}{dt} + i_k r_k = \\ &= L_k \frac{U_m \omega}{\sqrt{(r_1+r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \cos\left(\omega t - \arctg \frac{\omega L_k}{r_1+r_k}\right) + \\ &+ \frac{U_m (r_1+r_k)}{\sqrt{(r_1+r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \sin\left(-\arctg \frac{\omega L_k}{r_1+r_k}\right) e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \\ &+ \frac{U_m r_k}{\sqrt{(r_1+r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \sin\left(\omega t - \arctg \frac{\omega L_k}{r_1+r_k}\right) - \\ &- \frac{U_m r_k}{\sqrt{(r_1+r_k)^2 + (\omega L_k)^2}} \sin\left(-\arctg \frac{\omega L_k}{r_1+r_k}\right) e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \\ &= 0,56 \cos(314t - 34,03^\circ) - 0,46 e^{-465t} + 0,282 \sin(314t - 34,03^\circ) + 0,158 e^{-465t} \text{ В} \end{aligned} \quad (3.2)$$

В момент времени  $t_2$ , когда напряжение  $U_{\text{вс}}$  станет равным нулю, диод откроется, и схема будет соответствовать рис.3.5. Значение времени  $t_2$  можно

определить из (3.2), предположив, что  $U_{bc} = 0$ , причём вместо тока  $i_k$  подставить только его принуждённую составляющую, т.к. переходный процесс к этому времени практически закончится (рис.3.6):

$$U_{bc.np} = 0,563 \cos(314t_2 - 34,03^\circ) + 0,284 \sin(314t_2 - 34,03^\circ) = 0;$$

$$\operatorname{tg}(314t_2 - 0,594) = -0,563/0,284 = -1,9824;$$

$$314t_2 - 34,03^\circ = \operatorname{arctg}(-1,9824) = -63,23^\circ;$$

$$314t_2 = -0,5095 \text{ рад};$$

$$t_2 = \frac{-0,51 \text{ рад}}{314} = -0,0016 \text{ с.}$$

Так как  $t = \frac{T}{2} = \frac{\omega}{2} = 0,01 \text{ с}; \quad t_2 = 0,01 - 0,0016 = 0,0084 \text{ с.}$

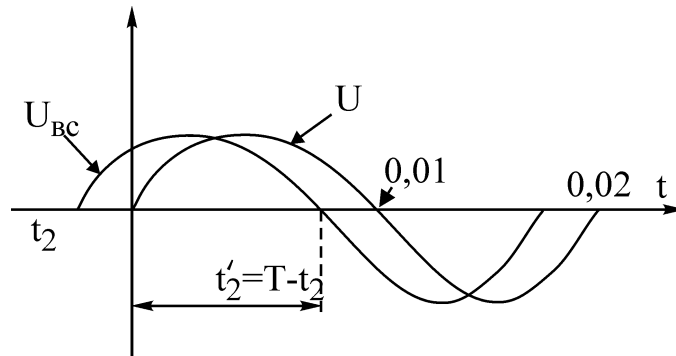


Рис.3.6

Начальные условия в этой схеме определяются из решения для предыдущего интервала путём подстановки в него значения  $t = t'_2 = 0,0084 \text{ с}$ :

$$i_k(t'_2) = 0,011 \sin(314 \cdot 0,0084 - 0,59 \text{ рад}) + 0,0062 e^{-465 \cdot 0,0084} = 0,0099 \text{ А.}$$

Начиная с момента  $t_2$  законы изменения токов в схеме на данном интервале времени имеют следующий вид:

$$i_{r_1}(t) = \frac{U_m}{r_1} \sin \omega t = 0,02 \sin(314t) \text{ А};$$

$$i_k(t) = i_k(t_2) e^{-\frac{t-t'_2}{\tau_2}} = 0,0099 e^{-\frac{t-t'_2}{0,0063}} \text{ А}; \quad \tau_2 = \frac{L_k}{r_k} = \frac{0,163}{25,8} = 0,0063 \text{ с};$$

$$i_d = i_{r_1} - i_k = 0,02 \sin 314t - 0,0099 e^{-158,28(t+0,0084)} \text{ А.}$$

Этот процесс будет продолжаться до момента времени  $t_3$ , когда ток через диод станет равным 0. Поскольку  $\tau_1 \ll T$ , то переходный процесс практически

заканчивается внутри интервала времени между коммутациями и момент времени  $t_3$  определяется следующим образом:

$$i_{\text{д}} = i_{r_1} - i_k = 0 = \frac{U_m}{r_1} \sin \omega t_3 - i_k(t_2) e^{-\tau_2(t_3 - t_2)}.$$

Последнее уравнение можно решить методом итераций относительно  $t_2$ . В

нашем случае можно пренебречь вторым слагаемым и взять  $i_{\text{д}} \approx \frac{U_m}{r_1} \sin \omega t_3 = 0$ , т.е.

$$t_3 = \frac{2\pi}{\omega} = 0,02 \text{ с.}$$

В этот момент времени диод запирается, эквивалентная схема показана на рис.3.4, и процесс повторяется. Графики зависимостей токов и напряжений схемы рис.3.1 представлены на рис.3.7.

### Домашнее задание

1. Изучить раздел «Нелинейные цепи с источниками напряжения и тока одинаковой частоты» и прочитать описание основных теоретических положений.

2. В соответствии с вариантом (см. табл. 1) провести аналитический и графический расчет законов изменения  $u(t)$  и  $i(t)$ , считая, что  $u(t) = U_m \sin \omega t$ , ознакомиться с пакетом прикладных программ PSPICE.

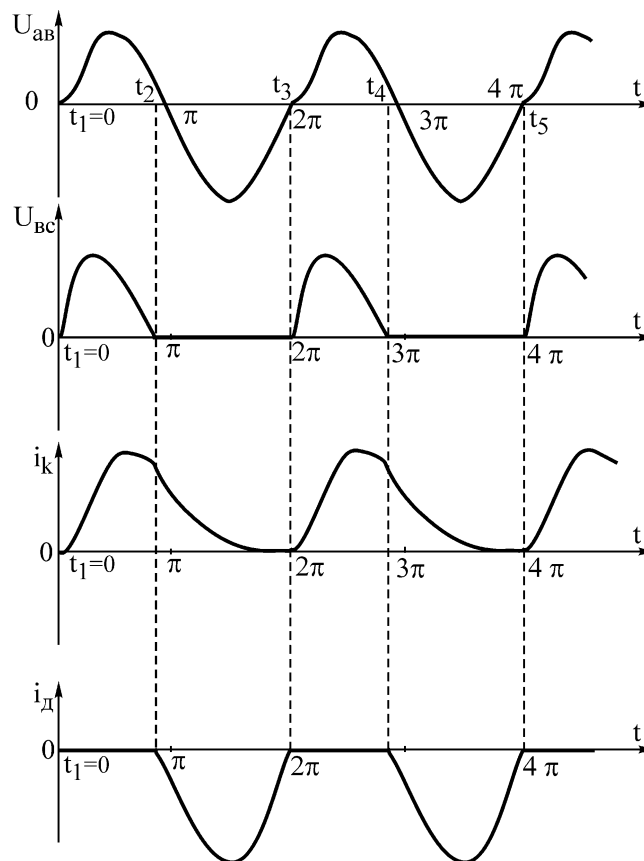


Рис.3.7

## Порядок выполнения работы

1. Провести моделирование схем согласно варианту и построить графики токов в ветвях схемы и напряжения источника питания. Составить программу для анализа схемы 1-го порядка с безынерционным нелинейным элементом в соответствии с вариантом таблицы 1.
2. Произвести отладку программы.
3. Осуществить анализ работы схемы с помощью пакета прикладных программ PSPICE.
4. Построить графики зависимостей токов в ветвях схемы и напряжения источника питания.

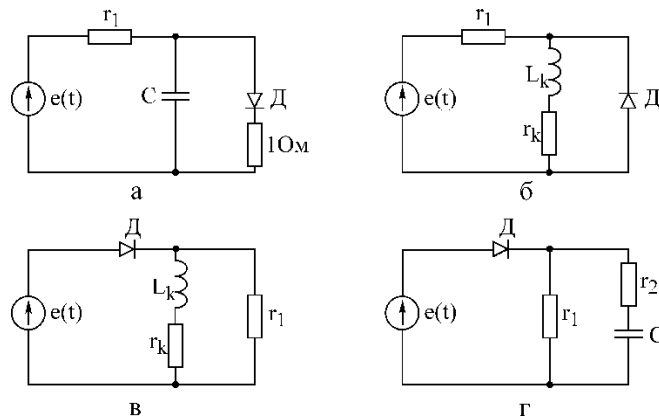


Рисунок 1

Таблица 1

Вариант	Схема рис.1	$e(t)$	$r_1$	$C$ , мкФ	$L_k$ , мГн	$r_k$	$r_2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	а	$5\sin\omega t$	20	40	–	–	–
2	б	$6\sin\omega t$	20	–	25	10	–
3	в	$4\sin\omega t$	20	–	25	10	–
4	г	$5\sin\omega t$	20	40	–	–	35
5	а	$7\sin\omega t$	30	50	–	–	–
6	б	$6\sin\omega t$	30	–	65	20	–
7	в	$4\sin\omega t$	30	–	65	20	–
8	г	$5\sin\omega t$	20	40	–	–	35
9	а	$7\sin\omega t$	20	60	–	–	–
10	б	$4\sin\omega t$	60	–	35	15	–
11	в	$6\sin\omega t$	60	–	35	15	–
12	г	$5\sin\omega t$	20	40	–	–	25
13	а	$5\sin\omega t$	40	50	–	–	–
14	б	$6\sin\omega t$	50	–	45	20	–
15	в	$4\sin\omega t$	50	–	45	20	–
16	г	$5\sin\omega t$	30	40	–	–	35



17	а	$7\sin\omega t$	30	30	–	–	–
18	б	$6\sin\omega t$	40	–	35	10	–
19	в	$4\sin\omega t$	40	–	35	10	–
20	г	$5\sin\omega t$	20	30	–	–	35
21	а	$7\sin\omega t$	60	45	–	–	–
22	б	$4\sin\omega t$	60	–	45	20	–
23	в	$6\sin\omega t$	60	–	45	20	–
24	г	$5\sin\omega t$	40	40	–	–	35
25	а	$5\sin\omega t$	20	35	–	–	–
26	б	$5\sin\omega t$	50	–	28	10	–
27	в	$6\sin\omega t$	50	–	28	10	–
28	г	$4\sin\omega t$	20	40	–	–	25
29	а	$5\sin\omega t$	40	40	–	–	–

$$\omega = 314 \text{ c}^{-1}.$$

### Часть 2.

1. Составить программу для анализа схемы 2-го порядка с безынерционным нелинейным элементом в соответствии с вариантом (рисунок 2). Значения сопротивлений на схемах указано в Ом, а индуктивностей в Гн.
2. Произвести отладку программы.
3. Построить графики зависимостей токов в ветвях схемы и напряжения источника питания.

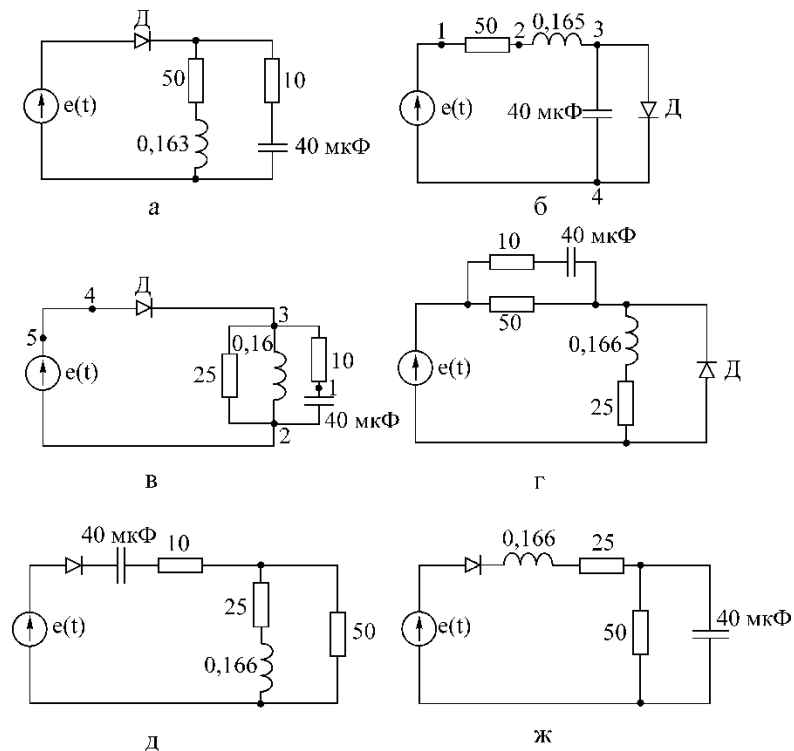


Рисунок 2

Таблица 2

Вариант	Схема рис. 2	$e(t)$
1	а	$5\sin\omega t$
2	б	$6\sin\omega t$
3	в	$4\sin\omega t$
4	г	$5\sin\omega t$
5	д	$7\sin\omega t$
6	ж	$6\sin\omega t$
7	а	$4\sin\omega t$
8	б	$5\sin\omega t$
9	в	$7\sin\omega t$
10	г	$4\sin\omega t$
11	д	$6\sin\omega t$
12	ж	$5\sin\omega t$
13	а	$5\sin\omega t$
14	б	$6\sin\omega t$
15	в	$4\sin\omega t$
16	г	$5\sin\omega t$
17	д	$7\sin\omega t$
18	ж	$6\sin\omega t$
19	а	$4\sin\omega t$
20	б	$5\sin\omega t$
21	в	$7\sin\omega t$
22	г	$4\sin\omega t$
23	д	$6\sin\omega t$
24	ж	$5\sin\omega t$
25	а	$5\sin\omega t$
26	б	$5\sin\omega t$
27	в	$6\sin\omega t$
28	г	$4\sin\omega t$
29	д	$5\sin\omega t$

$$\omega = 314 \text{ c}^{-1}.$$

## *Содержание отчёта*

1. Цель работы.
2. Теоретический расчёт исследуемых схем 1-го порядка.
3. Программа машинного анализа на языке пакета PSPICE.
4. Теоретические и машинные графики переходных процессов в цепях 1–го и 2–го порядков.
5. Выводы по работе.

### *Основные вопросы к лабораторной работе*

1. Проведите классификацию нелинейных элементов с точки зрения их работы в цепях переменного тока.
2. В чем состоит основная трудность расчета цепей с нелинейными элементами?
3. Какие существуют методы расчета нелинейных цепей? Привести порядок их расчёта.
4. Что дает кусочно-линейная аппроксимация характеристик нелинейных элементов?
5. Привести примеры кусочно-линейной аппроксимации.
6. В чем суть метода сопряжения интервалов как метода расчёта?
7. Приведите порядок расчета линейной электрической цепи методом сопряжения интервалов.

### **Литература**

1. Основы теории цепей: Учебник для вузов / Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. 5-е изд., перераб.–М.: Энергоатомиздат, 1989.-528с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. 8-е изд., перераб. и доп.-М.: Высш шк., 1984.–559с.
3. Атабеков Г.И, Тимофеев А.Б. Хухриков С. Теоретические основы электротехники. Ч. 2.- М.: Энергия, 1970.
4. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Ч.2.-М.-Л.: Энергия, 1970.

