

Лабораторная работа №2

Целью работы является экспериментальное исследование частотных характеристик реактивных электрических фильтров типа “к” нижних и верхних частот.

Основные теоретические положения

Электрическим фильтром называется линейный четырехполюсник, предназначенный для выделения из состава сложного электрического сигнала, подведенного к его входным зажимам, частотных составляющих, расположенных в заданной полосе частот, и подавления тех составляющих, которые расположены в других, также заданных, полосах частот. Они обладают малым и приблизительно постоянным затуханием в полосе частот, называемой полосой прозрачности (полосой пропускания), и достаточно большим затуханием вне этой полосы. Частотная область затухания называется полосой заграждения (полосой задерживания). Частота, разделяющая эти полосы, называется частотой среза.

Приведем классификацию фильтров по взаимному расположению полос пропускания и задерживания. На рис.2.1 приведены идеальные АЧХ фильтров низких частот (ФНЧ), фильтров верхних частот (ФВЧ), полосовых фильтров (ПФ) и полосно-заграждающих (режекторных) фильтров (ПЗФ).

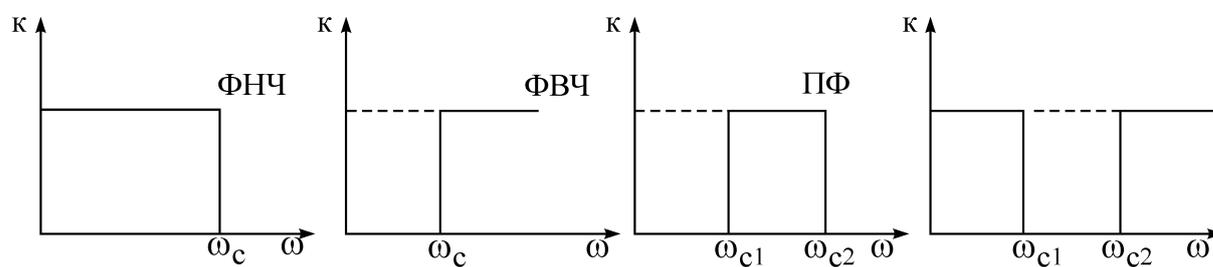


Рис.2.1

Рассмотрим основное соотношение теории фильтров. Пусть Т- или П-образные звенья фильтра (рис. 2.2) содержат только реактивное сопротивление.

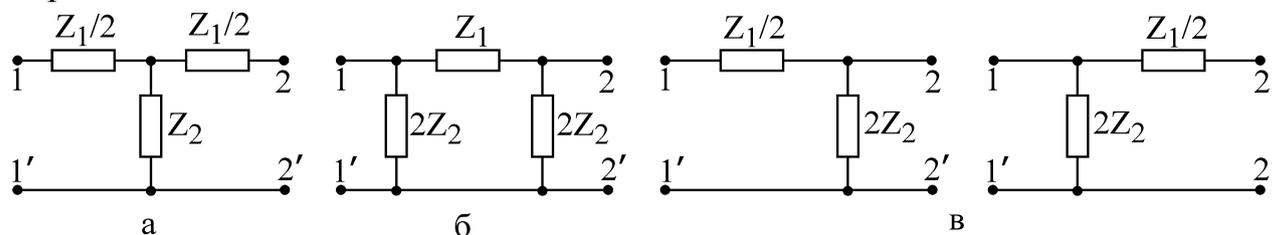


Рис.2.2

$$\text{Тогда величина} \quad ch g = 1 + Z_1/2Z_2 = A_{11} \quad (2.1)$$

является вещественной. Учитывая, что $g = a + jb$, получаем:
 $ch g = ch(a + jb) = ch a ch jb + sh a sh jb = ch a cos b + j sh a sin b.$

Отсюда:

$$cha \cos b = A_{11}.$$

$$sha \sin b = 0.$$

Последнее равенство удовлетворяется при $a = 0$ или при $b = 0$. При этом, если $a = 0$, то $cha = 1$, поэтому $\cos b = A_{11}$. Это выполняется только при $|A_{11}| \leq 1$.

Следовательно, реактивный фильтр пропускает сигналы без затухания, если

$$-1 < Z_1/4Z_2 < 0. \quad (2.2)$$

Это неравенство является основным соотношением теории фильтров. Оно позволяет определить полосу пропускания фильтра.

За пределами полосы пропускания $b = 0$, $\cos b = 1$,

т.е. $cha = 1 + Z_1/2Z_2$. (2.3)

Выражение (2.3) позволяет определить затухание за пределами полосы пропускания.

Фильтры типа “к”

Если в звеньях фильтра Z_1 и Z_2 являются реактивными сопротивлениями противоположного характера ($Z_1 = \pm jX_1$, $Z_2 = \mp jX_2$), то их произведение

$$Z_1 Z_2 = k^2 \quad (2.4)$$

является постоянной величиной и не зависит от частоты. Такие фильтры называются фильтрами типа “к”.

Фильтр нижних частот

Фильтр нижних частот пропускает без затухания ($a = 0$) угловые частоты от $\omega = 0$ до $\omega_c = 2/\sqrt{LC}$.

T- и П-образные звенья фильтров нижних частот приведены на рис. 2.3 а, б.

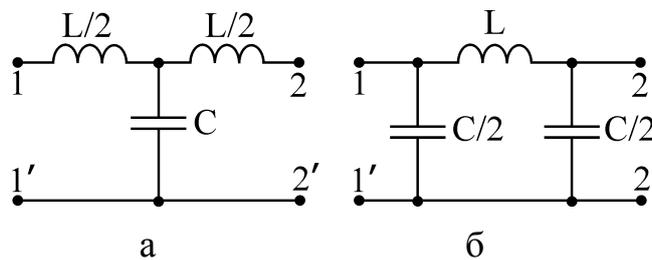


Рис.2.3

Основными качественными показателями фильтра являются его частотные характеристики $a = f_1(\omega)$, $b = f_2(\omega)$, $Z_{ст}(\omega)$ и $Z_{сп}(\omega)$.

В полосе пропускания ФНЧ ($\omega < \omega_c$) затухание сигнала равно нулю ($a = 0$), а коэффициент фазы определяется из уравнений (2.1) и (2.2):

$$\sin b/2 = \sqrt{X_1/4X_2} = \omega/\omega_c. \quad (2.5)$$

В полосе заграждения ($\omega > \omega_c$) коэффициент затухания определяется соотношением

$$\operatorname{ch} a/2 = \sqrt{X_1/4X_2} = \omega/\omega_c, \quad (2.6)$$

а коэффициент фазы $b = \pi$.

На рис. 2.4 приведены частотные характеристики для ФНЧ.

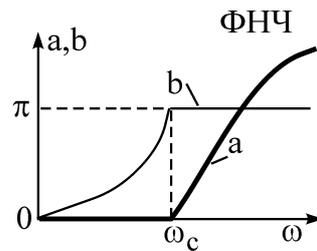


Рис.2.4

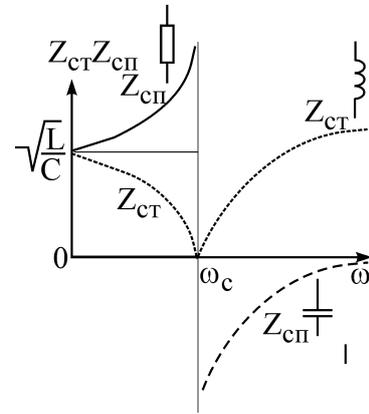


Рис.2.5

Зависимость от частоты характеристического сопротивления фильтра можно определить из выражений для характеристических сопротивлений четырехполюсника:

для Т-образного звена

$$Z_{ст} = \sqrt{Z_1 Z_2 (1 + Z_1/4Z_2)}; \quad (2.7)$$

для П-образного звена

$$Z_{сп} = \sqrt{Z_1 Z_2 \frac{1}{(1 + Z_1/4Z_2)}}. \quad (2.8)$$

Для ФНЧ эти выражения с учетом значений Z_1 и Z_2 приобретают вид:

$$Z_{ст} = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}; \quad Z_{сп} = \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}} \right)^{-1}. \quad (2.9)$$

Зависимость характеристического сопротивления ФНЧ от частоты показана на рис. 2.5.

Фильтр верхних частот

Фильтр верхних частот пропускает без затухания ($a = 0$) угловые частоты

$$\text{от } \omega_c = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \text{ до } \omega = \infty.$$

Схемы Т-образного и П-образного звеньев ФВЧ приведены соответственно на рис.2.6,а и рис. 2.6,б.

В полосе заграждения ФВЧ ($\omega < \omega_C$) коэффициент фазы постоянен и равен $-\pi$. Затухание определяется следующим выражением:

$$ch \frac{a}{2} = \frac{\omega}{\omega_C}. \quad (2.10)$$

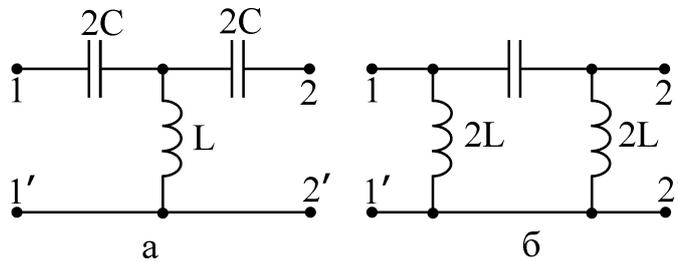


Рис.2.6

В полосе пропускания ($\omega > \omega_C$) коэффициент затухания равен нулю ($a = 0$), а коэффициент фазы:

$$\cos b = 1 - \frac{1}{2\omega^2 LC} = 1 - \frac{2\omega_0^2}{\omega^2}. \quad (2.11)$$

На рис. 2.7 приведены частотные характеристики $a(\omega)$ и $b(\omega)$ для ФВЧ

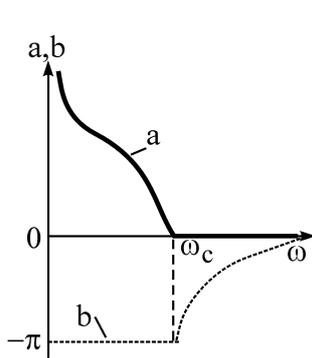


Рис.2.7

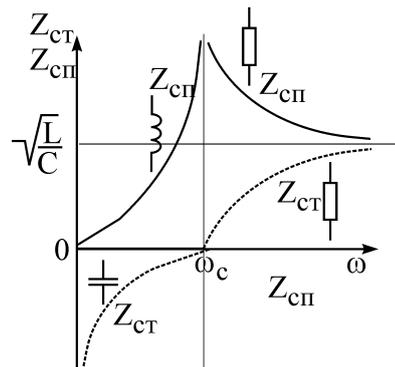


Рис.2.8

Характеристические сопротивления $Z_{ст}$ и $Z_{сп}$ для ФВЧ определяются: для Т-образного звена

$$Z_{ст} = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega C}{\omega}\right)^2}; \quad (2.12)$$

для П-образного звена

$$Z_{сп} = \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\omega C}{\omega}\right)^2} \right)^{-1}. \quad (2.13)$$

Зависимость характеристического сопротивления от частоты ФВЧ показана на рис. 2.8.

Влияние числа звеньев на их характеристики

Для упрощения анализа фильтров предполагается, что активные потери элементов фильтра равны нулю, поэтому в полосе пропускания коэффициент затухания также строго равняется нулю, даже при каскадном включении нескольких звеньев. В полосе затухания коэффициент затухания a и коэффициент фазы b растут пропорционально числу звеньев: a_n , b_n . Графически это выражается в росте крутизны кривой зависимости затухания от числа звеньев в цепи (рис.2.9).

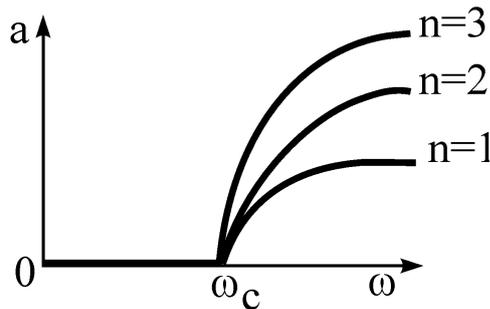


Рис.2.9

В реальных цепях наиболее ощутимо увеличение затухания при $n=2-5$. С дальнейшим ростом n крутизна затухания растет медленно.

Согласованное включение фильтров

Избирательные свойства фильтра лучшим образом проявляются при согласовании его с генератором и нагрузкой, т.е. при условии согласования фильтра

$$Z_{\Gamma} = Z_{1c}; Z_{H} = Z_{2c},$$

где Z_{Γ} — внутреннее сопротивление генератора; Z_{H} — сопротивление нагрузки; Z_{1c} и Z_{2c} — характеристические сопротивления фильтра. У симметричных фильтров $Z_{1c} = Z_{2c} = Z_c$, поэтому коэффициенты затухания и фазы выражаются формулами:

$$a = \ln \frac{U_1}{U_2}; \quad b = \psi_1 - \psi_2, \quad (2.14)$$

где $\dot{U}_1 = U_1 e^{j\psi_1}$ — напряжение на входе фильтра; $\dot{U}_2 = U_2 e^{j\psi_2}$ — напряжение на выходе фильтра.

Соотношение (2.14) используется для экспериментального определения коэффициентов a и b .

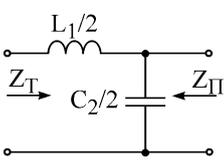
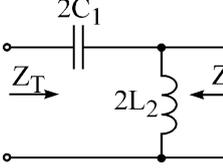
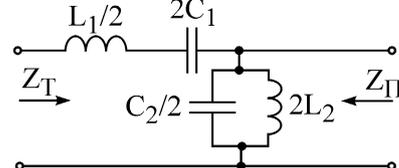
Очевидно, что режим согласования фильтров типа “к” весьма условен, так как сопротивления $Z_{сп}$ и $Z_{ст}$ являются функциями частоты, причем Z_{H} и Z_{Γ} могут быть частотно зависимыми. Поэтому в частотном диапазоне условие

согласования нарушается и принятая упрощённая модель фильтра не отражает существа явлений. Следствием этого становится то, что вблизи частоты среза ω_C зависимость $a(\omega)$ имеет отличный от расчётного характер.

Расчёт фильтров типа “к”

Обычно для расчёта фильтра задаются частота среза ω_C или f_C и сопротивление нагрузки R_H , необходимо определить элементы Т- или П-образной схемы фильтра. В табл. 2.1 приведены схемы полузвена и формулы параметров реактивных фильтров типа “к”: нижних частот (ФНЧ), верхних частот (ФВЧ), полосовых (ПФ).

Таблица 2.1

	ФНЧ	ФВЧ	ПФ
1	2	3	4
Схема полузвена			
$R = \sqrt{Z_1 Z_2}$	$\sqrt{L_1/C_2}$	$\sqrt{L_2/C_1}$	$\sqrt{L_1/C_2} = \sqrt{L_2/C_1}$
Частоты среза	$f_C = \frac{1}{\pi\sqrt{L_1 C_2}}$	$f_C = \frac{1}{4\pi\sqrt{L_2 C_1}}$	$f_{1,2} = \frac{1}{2\pi} \left[\sqrt{\frac{1}{L_1 C_2} + \frac{1}{L_1 C_1}} \mp \frac{1}{\sqrt{L_2 C_1}} \right]$
Полоса пропускания при $a = 0$	$\frac{f}{f_C}$	$-\frac{f_C}{f}$	Ω
Полоса задерживания	$\frac{f}{f_C}$	$\frac{f_C}{f}$	$ \Omega $
	b	π	$\mp \pi$

Z_T	$R\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_C}\right)^2}$	$\mp R\sqrt{1-\left(\frac{f_C}{f}\right)^2}$	$\mp R\sqrt{1-\Omega^2}$ Окончание табл.
1	2	3	4
Z_{Π}	$\pm \frac{R}{\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_C}\right)^2}}$	$\frac{R}{\sqrt{1-\left(\frac{f_C}{f}\right)^2}}$	$\pm \frac{R}{\sqrt{1-\Omega^2}}$
Формулы для расчета элементов фильтра	$L_1 = \frac{R}{\pi f_C}$	$L_2 = \frac{R}{4\pi f_C}$	$L_1 = \frac{R}{\pi(f_2 - f_1)}$ $L_2 = \frac{R(f_2 - f_1)}{4\pi f_1 f_2}$
	$C_2 = \frac{1}{\pi f_C R}$	$C_1 = \frac{1}{4\pi f_C R}$	$C_1 = \frac{f_2 - f_1}{4\pi f_1 f_2 R}$ $C_2 = \frac{1}{\pi(f_2 - f_1)R}$

$$\text{Примечание. } \Omega = \frac{f - f_m}{f_2 - f_m} \frac{f_m}{f}, \text{ где } fm = \sqrt{f_1 f_2}.$$

$$\frac{f - f_m}{f_2 - f_m} \frac{f_m}{f}$$

Фильтры типа “m” (рис. 2.10 а,б) являются производными фильтров типа “k”. Изменение плеч полузвена типа “k” по схеме рис. 2.10,а приводит к последовательно-производному полузвену типа “m”, характеристическое сопротивление Z_T которого совпадает с сопротивлением Z_T исходного звена типа “k” – прототипа производного фильтра. Изменение плеч полузвена типа “k” по схеме рис. 2.10,в приводит к параллельно-производному полузвену типа “m”, у которого характеристическое сопротивление Z_{Π} совпадает с соответствующим сопротивлением прототипа – исходного звена типа “k”.

В табл.2.2 приведены схемы полузвеньев фильтров типа “m”.

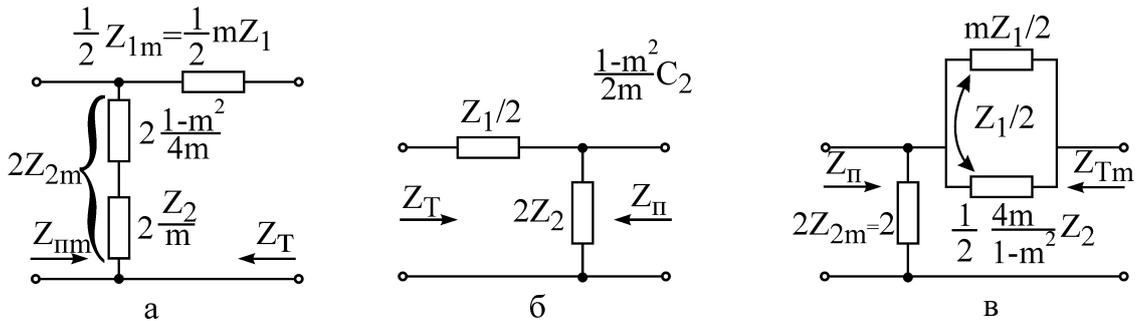
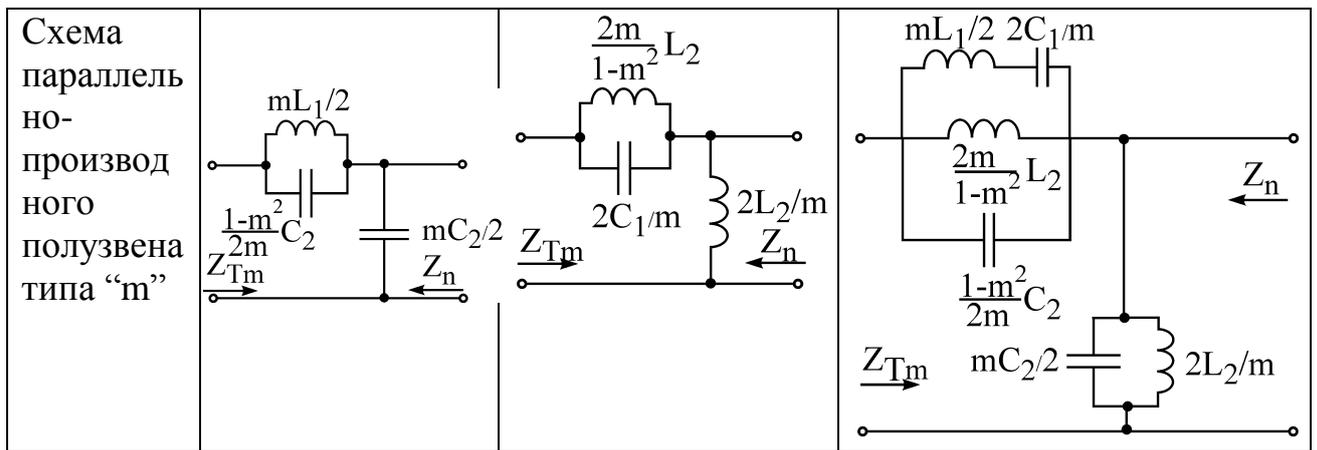


Рис.2.10

Таблица 2.2

	ФНЧ	ФВЧ	ПФ
Схема последовательно-производного полузвена типа “m”			



Фильтры типов "к" и "m" могут быть соединены каскадно на основе равенства характеристических сопротивлений при одинаковых частотах среза и номинальных характеристических сопротивлениях.

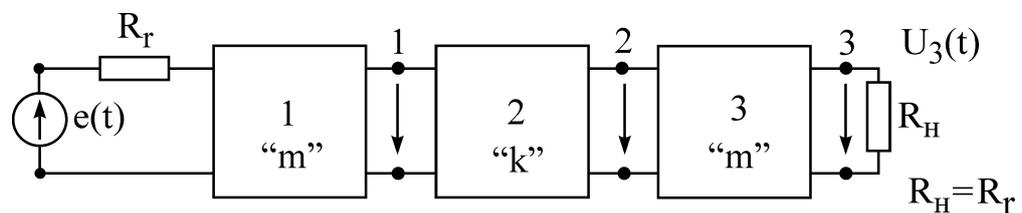


Рис. 2.11

ЗАДАНИЕ

1. Начертить электрическую схему фильтра (рис. 2.11). Пронумеровать узлы и элементы ветвей.
2. Рассчитать элементы схемы.
3. Написать программу для расчета АЧХ фильтра в трех точках (1, 2, 3).
4. Написать программу для расчета переходного процесса в трех точках $U_1(t)$, $U_2(t)$, $U_3(t)$. На входе действует источник прямоугольных импульсов с частотой $f_{вх}$ (меандр).
5. Расчет произвести с помощью пакета прикладных программ PSPICE.
6. Активное сопротивление всех катушек индуктивности принять равным 0,3 Ом.
7. На рис.2.11–1 "m" и 3 "m" – Г-образные звенья фильтра типа "m" (табл. 2.2), а 2 "к"-фильтр типа "к", вид фильтра и его параметры заданы в табл. 2.3 в соответствии с номером варианта.

Таблица 2.3

№ варианта	Вид фильтра	$f_{ср}$ (Гц)	R_H (Ом)	m	Вид фильтра типа "к"	$f_{вх}$
1	НЧ	1900	1180	0,5	П	700
2	ВЧ	11500	1220	0,6	Т	1400
3	НЧ	1300	1780	0,5	П	700
4	НЧ	2800	1300	0,6	Т	2000

5	ВЧ	13000	1330	0,7	П	2900
6	ВЧ	16000	1730	0,6	Т	2900
7	НЧ	3000	1470	0,7	П	3500
8	ВЧ	14500	1510	0,6	Т	4400
9	ВЧ	17500	1810	0,6	П	4400
10	НЧ	1500	1620	0,5	Т	5000
11	ВЧ	16000	1680	0,7	П	5900
12	НЧ	2000	1620	0,6	Т	6500
13	НЧ	3400	1620	0,6	П	6500
14	ВЧ	17500	1560	0,7	Т	7400
15	ВЧ	16500	1560	0,7	П	7400
16	НЧ	1500	1470	0,5	Т	8000
17	ВЧ	19000	1430	0,5	П	8900
18	НЧ	1400	1280	0,5	Т	700
19	НЧ	1000	1300	0,6	П	9500
20	ВЧ	12500	1270	0,7	Т	10400
21	НЧ	5700	1600	0,8	Т	2000
22	ВЧ	17000	1530	0,7	П	2900
23	НЧ	11500	1200	0,8	Т	11000
24	ВЧ	18000	1180	0,6	П	11900
25	ВЧ	1500	1860	0,7	Т	7400
26	НЧ	3100	1150	0,7	П	12500
27	НЧ	1700	1680	0,5	Т	700
28	ВЧ	12500	1320	0,6	Т	1400
29	НЧ	1200	1580	0,5	П	700
30	НЧ	1600	1400	0,8	Т	2000
31	ВЧ	18000	1480	0,7	П	5900
32	НЧ	3300	1720	0,6	Т	6500
33	ВЧ	19000	1680	0,7	П	5900
34	НЧ	5100	1820	0,6	Т	6500

Пример

Следует спроектировать фильтр нижних частот с частотой среза $f_{\text{СР}} = 1000 \text{ Гц}$; $R_{\text{H}} = 200 \text{ Ом}$; $m = 0,5$. Вид фильтра типа “к” — П-образный. Частота источника прямоугольных импульсов на входе фильтра $f_{\text{ВХ}} = 800 \text{ Гц}$.

Электрическая схема фильтра, согласно заданию с учетом активных сопротивлений катушек индуктивности $r_k = 0,3 \text{ Ом}$, будет иметь вид (рис.2.12).

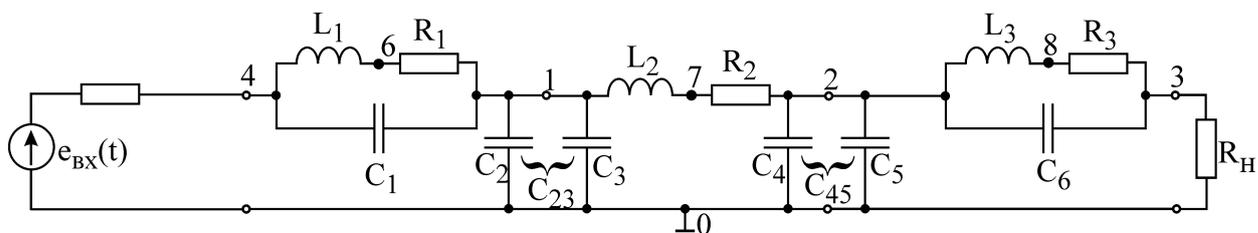


Рис.2.12

Элементы канонической схемы фильтра типа “к” рассчитываем по формулам табл.2.1 :

$$L'_2 = L'_1 \frac{R}{\pi f_C} = \frac{200}{3,14 \cdot 1000} = 63,7 \cdot 10^{-3} \text{ Гн};$$

$$C'_2 = \frac{1}{\pi f_C R_n} = \frac{1}{3,14 \cdot 1000 \cdot 200} = 1,59 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} .$$

Звено типа “m”, имеющее то же характеристическое сопротивление, что и фильтр типа “к”, является параллельно-производным. Его элементы рассчитываются по формулам табл.2.2 :

$$L_1 = L_3 = \frac{1}{2} m L'_1 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 63,7 \cdot 10^{-3} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ Гн};$$

$$C_1 = C_6 = \frac{1-m^2}{2m} C' = \frac{1-0,25}{1} 1,59 \cdot 10^{-6} \text{ Ф};$$

$$C_2 = C_5 = \frac{1}{2} C' = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1,59 \cdot 10^{-6} = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Программа расчета АЧХ фильтра и переходного процесса при подаче на вход прямоугольного импульса с помощью ППП PSPICE имеет вид:

```

FILTR LOW FREQ
RG 5 4 200
R1 6 1 0.3
R2 7 2 0.3
R3 8 3 0.3
RN 3 0 200
L1 4 6 16MH
L2 1 7 63.7MH
L3 2 8 16 MH
C1 4 1 1.19UF
C23 1 0 1.2UF
C45 2 0 1.2UF

```

```
C6 2 3 1.19UF
VIN 5 0 AC 1
.AC DEC 10 1 2KHZ
.PLOT AC V(1) V(2) V(3)
VIN 5 0 PULSE (0 1 0 0.625MS 1.25MS)
.TRAN 12.5US 1.25MS
.PLOT TRAN V(4) V(1) V(2) V(3)
PROBE
.END
```