

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра инженерной и компьютерной графики

Вышинский Н.В.

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Часть 3. Механика конструкций

**Конспект лекций для студентов специальностей,
в учебных планах которых предусмотрено изучение
дисциплины «Техническая механика»**

Минск 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Глава 1 Структурный анализ механизмов	4
1.1 Кинематическая пара	4
1.2 Кинематическая цепь	7
1.3 Механизмы	8
1.4 Кинематические и энергетические соотношения в механической передаче	13
1.5 Соотношение скоростей в высшей кинематической паре	17
Глава 2 Зубчатые передачи	20
2.1 Классификация зубчатых передач	20
2.2 Элементы зубчатых колес	23
2.3 Эвольвентное зацепление зубчатых колес	23
2.4 Кинематическое исследование рядовых и эпициклических зубчатых передач	29
2.5 Силы, действующие в зацеплении прямозубых и косозубых цилиндрических колес	33
2.6 Червячные передачи	36
2.7 Способы изготовления зубчатых колес	38
Глава 3 Фрикционные механизмы	40
3.1 Назначение, классификация и кинематика фрикционных механизмов	40
3.2 Условие передачи движения во фрикционном механизме. Упругое и геометрическое скольжение	43
Глава 4 Передачи с гибкими звеньями	48
4.1 Назначение, классификация и кинематика механизмов с гибкими звеньями	48
4.2 Упругое скольжение в передаче с гибким звеном	51
4.3 Условие передачи движения во фрикционном механизме с гибким звеном	53
Глава 5 Механизмы прерывистого движения	54
5.1 Назначение, классификация и конструкции механизмов прерывистого движения	54
5.2 Расчет мальтийских и храповых механизмов	58
Глава 6 Кулачковые механизмы	62
Глава 7 Винтовые механизмы	66
7.1 Назначение, классификация и конструкции винтовых механизмов	66
7.2 Силовые соотношения в винтовом механизме	70
7.3 Расчет винтовых механизмов	74
Литература	75

ВВЕДЕНИЕ

Третья часть курса «Техническая механика» является дальнейшим развитием предыдущих двух частей. Здесь рассматриваются вопросы, связанные с изучением механики конкретных механизмов, применяемых в приборостроении (зубчатых, фрикционных, винтовых, кулачковых, прерывистого движения и др.). Дается классификация механизмов, области применения, конструктивные особенности, структурный и кинематический анализ, методы расчетов и проектирования. Изучаемые механизмы являются объектами применения методов расчетов, рассмотренных в первой и второй частях дисциплины.

Глава 1 Структурный анализ механизмов

1.1 Кинематическая пара

Любой механизм характеризуется определенностью движения его частей. Свободное же тело под действием сил может двигаться в любом направлении. Для того чтобы тело двигалось определенным образом,

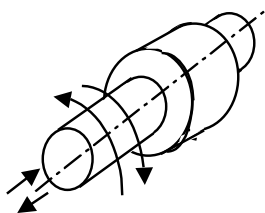


Рис. 1.1

необходимо его подвижность ограничить другим телом. Например, цилиндрический стержень, ничем не ограниченный, может совершать разнообразные движения, но если его поместить внутрь полого цилиндра, то движение стержня относительно полого цилиндра станет определенным – оно будет состоять только из двух возможных независимых движений: вращательного и поступательного (рис.

1.1).

Так как определенность движения какого-либо тела может быть достигнута только путем ограничения его возможных движений другим телом, то при исследовании движения какой-либо части механизма необходимо рассматривать её совместно с другой частью, в большей или меньшей мере ограничивающей это движение.

Соединение двух соприкасающихся тел, допускающее их относительное движение, называется *кинематической парой*. Тела, образующие кинематическую пару, называются *звеньями*. Звено может состоять из одного или нескольких жестко соединенных твердых тел, называемых *деталью*.

Классификация кинематических пар. Способы соединения звеньев в кинематические пары весьма разнообразны. В зависимости от этого возможные движения одного звена относительно другого могут быть различными как по числу, так и по виду (поступательное или вращательное).

Возможные независимые движения одного звена относительно другого называются *степенями свободы* кинематической пары. Ограничения, накладываемые на относительные движения звеньев кинематической пары, называются *условиями связи* в кинематических парах.

Известно, что свободное тело в пространстве обладает шестью степенями свободы и может совершать шесть независимых движений: три поступательных движения вдоль трех осей координат и три вращательных движения вокруг этих осей. Но если это тело образует кинематическую пару с другим телом, то минимум на одно движение у него становится меньше – на движение в направлении общей нормали к поверхностям звеньев в точке их соприкосновения. На это движение накладывается условие связи. Следовательно, кинематическая пара может иметь максимум пять степеней свободы. Минимально – одну. Если количество степеней свободы будет

равно нулю, то это уже будет не кинематическая пара, а неподвижно соединенные звенья.

Таким образом, количество степеней свободы кинематической пары может принимать значения от одного до пяти. В соответствии с количеством степеней свободы кинематические пары делятся на классы. Класс

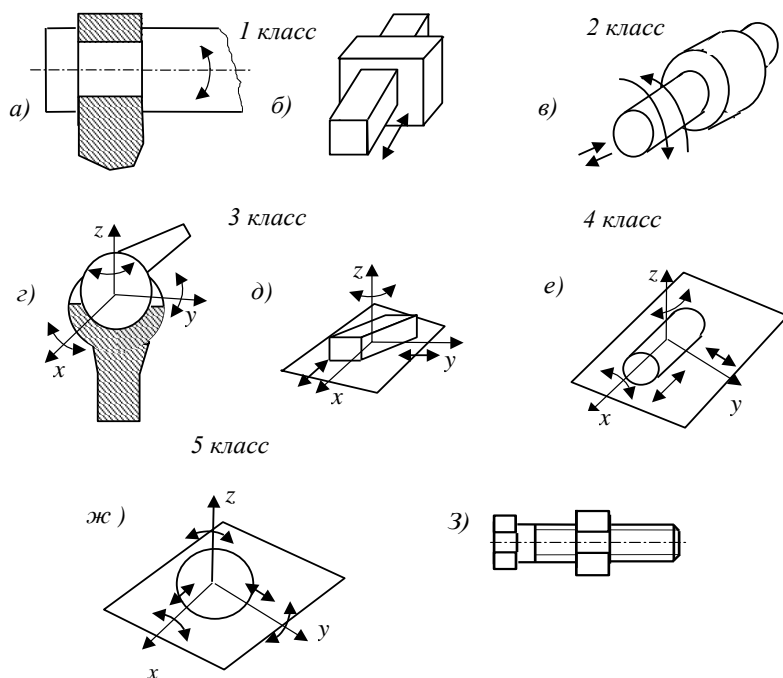


Рис. 1.2

кинематической пары определяется

количеством ее степеней свободы. На рис. 1.2 представлены примеры кинематических пар.

Кинематическими парами 1-го класса могут быть как вращательные (рис. 1.2,а), так и поступательные (рис. 1.2,б) пары.

Кинематическая пара типа «цилиндр в цилиндре» (рис. 1.2,в) является парой 2-го класса.

Соединение, допускающее три независимых вращательных движения звеньев (сферический шарнир), образует кинематическую пару 3-го класса (рис. 1.2,г).

Примером кинематической пары 4-го класса является цилиндр на плоскости (рис. 1.2,е), а пары 5-го класса – шар на плоскости (рис. 1.2,ж).

Кроме указанных кинематических пар имеются пары, относительные движения звеньев которых являются зависимыми. Рассмотрим часто применяемую на практике винтовую кинематическую пару винт–гайка (рис. 10.2,з). Гайка относительно винта совершает два вида движения: вращательное вокруг оси винта и поступательное вдоль оси. Эти движения не являются независимыми, они связаны между собой: величина перемещения гайки вдоль винта зависит от угла поворота гайки. Следовательно, независимое относительное движение здесь одно (вращательное или поступательное), другое – зависимое и поэтому винтовая кинематическая пара является парой первого класса.

Кинематические пары делятся на *пространственные* и *плоские*.

Пространственными называются кинематические пары, точки звеньев которых в относительном движении описывают пространственные кривые.

Плоскими называются кинематические пары, точки звеньев которых в относительном движении перемещаются в параллельных плоскостях, т.е. их траектории являются плоскими кривыми.

Плоские кинематические пары могут быть только парами 1-го или 2-го классов. Действительно, свободное тело, совершающее плоскопараллельное движение, обладает тремя степенями свободы: двумя поступательными движениями вдоль двух взаимно перпендикулярных осей координат x , y и одним вращательным движением вокруг оси z , перпендикулярной плоскости xoy . Но если звено образует с другим звеном кинематическую пару, то минимум на одно из этих трех движений накладывается условие связи (на движение в направлении общей нормали к профилям в точке контакта звеньев), и, следовательно, плоская кинематическая пара может иметь не более двух степеней свободы (рис.1.3).

Плоскими кинематическими парами 1-го класса являются вращательная (рис. 1.2,*а*) и поступательная (рис. 1.2,*б*) пары. Звенья плоской кинематической пары 2-го класса могут совершать поступательное и вращательное движения (рис. 1.3,*а*). Примером плоской кинематической пары 2-го класса могут быть соприкасающиеся зубья двух зацепляющихся зубчатых колес (рис. 1.3,*б*), а также кулачок и толкатель кулачкового механизма (рис. 1.3,*в*).

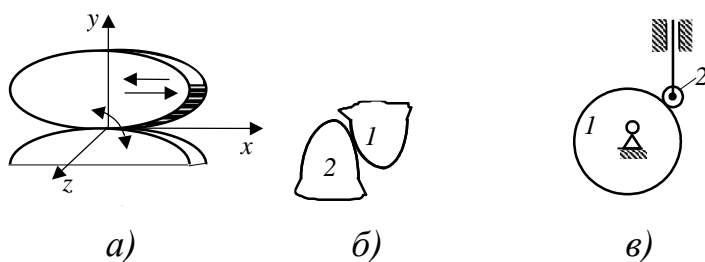


Рис. 1.3

Кинематические пары различают также по характеру соприкосновения звеньев. Поверхности, линии или точки соприкосновения звеньев, называются *элементами*

кинематических пар. Если элементами соприкосновения звеньев являются поверхности, то кинематические пары называются *низшими*. Если элементами соприкосновения звеньев являются линии или точки, то кинематические пары называются *высшими*.

Так как в низших кинематических парах элементами соприкосновения звеньев являются площадки (поверхности), то удельное давление в них невелико, вследствие чего износ в низших кинематических парах сравнительно невелик. В высших парах элементами соприкосновения звеньев являются линии или точки, поэтому удельное давление в них очень велико, что вызывает повышенный износ звеньев. Это большой недостаток высших кинематических пар по сравнению с низшими. Однако они имеют и значительное преимущество: если количество видов низших пар ограничено, то высших – имеет большое разнообразие и практически не ограничено (профили поверхностей соприкосновения звеньев высших кинематических

пар могут быть различными). Поэтому при помощи высших кинематических пар значительно проще создавать механизмы, обеспечивающие заданный закон движения.

1.2 Кинематическая цепь

Связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары, называется *кинематической цепью*.

Кинематические цепи по характеру относительного движения звеньев разделяются на *плоские* и *пространственные*.

Кинематическая цепь называется *плоской*, если точки звеньев описывают траектории, лежащие в параллельных плоскостях. Кинематическая цепь называется *пространственной*, если точки её звеньев описывают неплоские траектории или траектории, лежащие в пересекающихся плоскостях. Наибольшее распространение на практике имеют плоские кинематические цепи.

По виду звеньев, входящих в кинематические цепи, последние разделяются на *простые* и *сложные*.

Простой кинематической цепью называется такая цепь, в которой каждое звено участвует в образовании не более двух кинематических пар (рис. 1.4,а).

Сложной кинематической цепью называется цепь, в которой имеется хотя бы одно звено, входящее более чем в две кинематические пары (рис. 1.4,б).

Все кинематические цепи, кроме того, подразделяются на *незамкнутые* и *замкнутые*.

Незамкнутыми кинематическими цепями называют такие цепи, в которых имеются звенья, образующие только одну кинематическую пару (рис. 1.4,а,б).

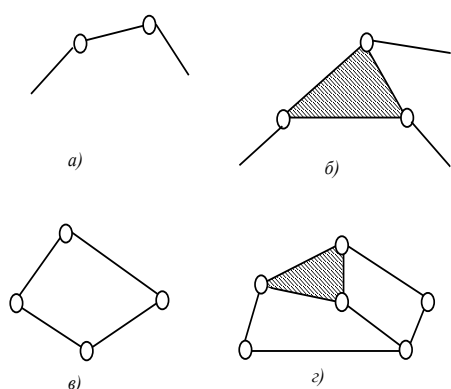


Рис. 1.4

Замкнутыми называются кинематические цепи, в которых каждое звено образует не менее чем две кинематические пары (рис. 1.4,в,г).

Степень подвижности плоской кинематической цепи. Пусть плоская кинематическая цепь состоит из k звеньев, соединенных в p_1 кинематических пар 1-го класса и p_2 кинематических пар 2-го класса (плоских кинематических пар других классов, как известно, нет).

Каждое свободное тело при плоскопараллельном движении обладает тремя степенями свободы. Поэтому

до соединения k звеньев в кинематические пары все они обладали $3k$ степенями свободы. При соединении звеньев в кинематические пары последние отнимают у них определенное количество степеней свободы: пары 1-го класса отнимают две степени свободы из трех, оставляя одну; пары 2-го класса отнимают одну степень свободы, оставляя две.

Таким образом, плоская кинематическая цепь, состоящая из k звеньев, образующих p_1 кинематических пар 1-го класса и p_2 кинематических пар 2-го класса, будет обладать следующим суммарным количеством степеней свободы:

$$H = 3k - 2p_1 - p_2 . \quad (1.1)$$

В технике обычно интересует движение звеньев кинематической цепи относительно одного из звеньев, которое является неподвижным и называется *стойкой*. Если одно звено кинематической цепи сделать неподвижным, то число степеней свободы уменьшится ещё на три и относительно неподвижного звена (стойки) будет равно

$$W = H - 3 = 3(k-1) - 2p_1 - p_2 , \quad (1.2)$$

где W – число степеней свободы кинематической цепи относительно неподвижного звена.

Обозначив $k-1=n$ (число подвижных звеньев кинематической цепи), окончательно получим выражение для числа степеней свободы кинематической цепи относительно неподвижного звена:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 . \quad (1.3)$$

Число степеней свободы кинематической цепи W относительно неподвижного звена (стойки) называется *степенью подвижности кинематической цепи*. Формула (1.3) впервые была получена русским ученым П.Л. Чебышевым и носит его имя. Следует отметить, что эта формула пригодна только для определения степени подвижности плоских кинематических цепей.

1.3 Механизмы

Дадим определение механизма на основании понятия о кинематической цепи. Предварительно отметим, что звенья кинематической цепи, законы движения которых являются заданными, называются *ведущими*, остальные звенья называются *ведомыми*.

Механизмом называется кинематическая цепь с одним неподвижным звеном (стойкой), в которой при заданном законе движения одного или нескольких ведущих звеньев все остальные (ведомые) звенья движутся вполне определенным образом.

Рассмотрим условия, при которых кинематическая цепь будет механизмом. Известно, что точка на плоскости имеет две степени свободы и для определения ее положения необходимо задать две координаты. В случае твердого тела, имеющего при плоском движении три степени свободы, для однозначного определения его положения необходимо знать три координаты: две координаты точки, выбранной за полюс, и угол поворота некоторого отрезка, соединяющего две точки тела.

Аналогично и для кинематической цепи. Чтобы положения всех звеньев кинематической цепи относительно стойки были вполне определенными, необходимо задать столько параметров, сколько степеней подвижности (степеней свободы относительно стойки) имеет кинематическая цепь. Параметры, которые задаются кинематической цепи, определяются заданным законом движения ведущего звена (или ведущих звеньев). Поэтому, чтобы движения ведомых звеньев кинематической цепи были вполне определенными, необходимо, чтобы количество ведущих звеньев цепи было равно степени подвижности этой цепи. Только в этом случае кинематическая цепь является механизмом.

На рис. 1.5 изображены замкнутые кинематические цепи разной степени подвижности. Кинематическая цепь на рис. 1.5,а представляет собой неподвижное соединение звеньев ($W = 0$) и не может быть механизмом. Остальные кинематические цепи (рис. 1.5,б-ж) при определенных условиях могут быть механизмами. Так, кинематическая цепь на рис. 1.5,д станет механизмом, если будет задан закон движения двух ведущих звеньев ($W = 2$). Остальные кинематические цепи являются механизмами, если известен закон движения одного из звеньев цепи ($W = 1$). Для механизма, представленного на рис. 1.5,ж, степень подвижности на единицу больше по сравнению с аналогичным механизмом, представленным на рис. 1.5,е. Увеличение степени подвижности механизма вызвано введением дополнительно подвижного звена – ролика с целью замены трения скольжения на трение качения.

В 1916 г. профессором Петербургского политехнического института Л.В. Ассуром был предложен следующий принцип образования механизмов: любой механизм может быть образован путём непосредственного присоединения (“наслоения”) сначала к ведущему звену и стойке, а затем и к любым другим звеньям кинематических цепей с нулевой степенью подвижности.

В самом деле, присоединение к ведущему звену кинематических цепей с нулевой степенью подвижности ($W=0$) не изменит общей степени подвижности механизма.

Кинематические цепи, обладающие нулевой степенью подвижности (степенью свободы относительно стойки), называются *группами Ассура*. Всё разнообразие групп Ассура можно получить из формулы Чебышева.

Будем полагать, что кинематическая цепь состоит лишь из пар 1-го класса. Тогда для группы Ассур с нулевой степенью подвижности ($W=0$) получим

$$W=3n-2p_1=0 \quad (1.4)$$

или

$$p_1 = \frac{3}{2}n. \quad (1.5)$$

Так как количество звеньев и кинематических пар может быть только целым числом, то количество звеньев группы Ассур может быть только чётным числом. Следовательно, равенству (1.5) могут удовлетворять следующие числа подвижных звеньев n и кинематических пар 1-го класса p_1 :

$$n = 2, 4, 6, \dots \quad p_1 = 3, 6, 9, \dots$$

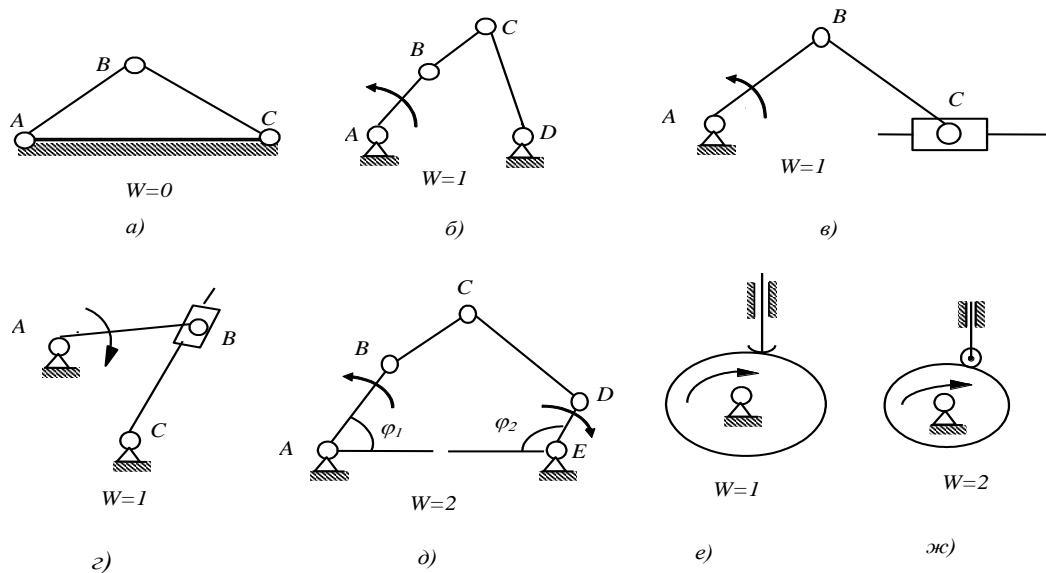


Рис. 1.5

В зависимости от количества звеньев и числа кинематических пар определяется класс группы Ассур. Так, кинематическая цепь с количеством звеньев $n=2$ и количеством кинематических пар $p_1=3$ является группой Ассур 1-го класса. При $n=2$ и $p_1=3$ будем иметь группу Ассур 2-го класса и т.д.

Примеры групп Ассур 1-го и 2-го классов представлены на рис.1.6,а,б.

Если присоединить любую группу Ассур к стойке, то получим кинематическую цепь с нулевой степенью подвижности, т.е. ферму (рис.1.7,а), а если присоединить её внешними кинематическими парами к

ведущему звену и к стойке или к новым звеньям первоначального механизма, то получим новый механизм, степень подвижности которого не изменится (рис. 1.7,б).

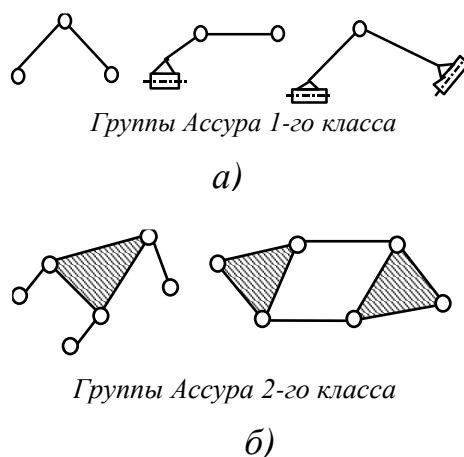


Рис. 1.6

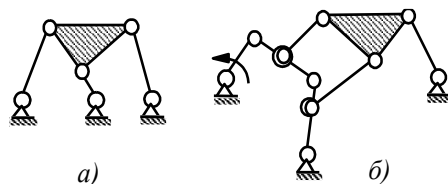


Рис. 1.7

В соответствии со строением механизмы делятся на классы. Класс механизма зависит от классов групп Ассура, входящих в его состав. Если в состав механизма входят группы Ассура различных классов, то номер класса механизма определяется номером класса наивысшей группы Ассура. На рис. 1.7,б изображен механизм, в состав которого входят группы Ассура 1-го и 2-го классов. Исходя из сказанного выше, данный механизм является механизмом 2-го класса.

Механизмы, не содержащие групп Ассура, а состоящие только из ведущего звена, относятся к механизмам нулевого класса. Такие механизмы встречаются на практике довольно часто. К ним, например, относятся механизмы электродвигателей, генераторов и так далее.

Рассмотренная классификация механизмов не является единственной. Существуют также другие виды классификаций. Широко используется

практическая классификация механизмов, которая в общих чертах учитывает основные кинематические свойства и конструктивные особенности механизмов, а в отдельных случаях и функциональное назначение.

В соответствии с практической классификацией механизмы делятся на следующие виды:

- а) зубчатые передачи;
- б) фрикционные передачи;
- в) передачи с гибкой связью;
- г) винтовые механизмы;
- д) кулачковые механизмы;
- е) рычажные механизмы;
- ж) механизмы прерывистого действия;
- з) электромагнитные механизмы и др.

На рис. 1.8 представлены кинематические схемы механизмов в соответствии с практической классификацией:

– фрикционные механизмы: цилиндрический (а) и конический (б) с постоянным передаточным отношением, с переменным передаточным

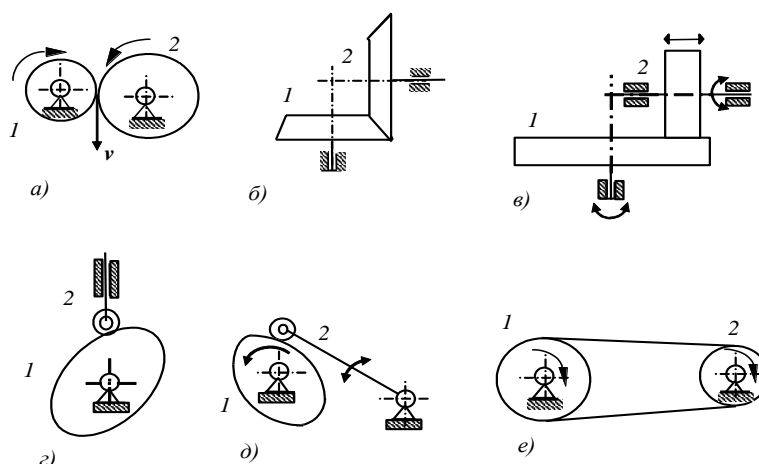


Рис. 1.8

1.4 Кинематические и энергетические соотношения в механической передаче

Передачами называются механизмы, служащие для передачи механической энергии от двигателя к рабочему органу исполнительного механизма. В большинстве случаев скорость на выходе двигателя отличается от скорости движения рабочих органов. Поэтому механические передачи кроме передачи энергии служат так же для согласования скоростей рабочих органов исполнительного механизма и двигателя. Наиболее распространены механические передачи вращательного движения, которые обеспечивают преобразование угловой скорости и вращающего момента на выходном валу

двигателя к угловой скорости и вращающему моменту на входе исполнительного механизма при постоянной мощности двигателя. На практике обычно двигатели имеют большие скорости вращения выходных валов, в то время как исполнительные механизмы для выполнения своих функций требуют больших моментов при малых скоростях.

Рассмотрим соотношение угловых скоростей и крутящих моментов на входном и выходном валах механической передачи вращательного движения (рис. 1.9). Пусть угловая скорость и крутящий момент на входном валу будут соответственно $\omega_{вх}$ и $T_{вх}$, а на выходном валу – $\omega_{вых}$ и $T_{вых}$.

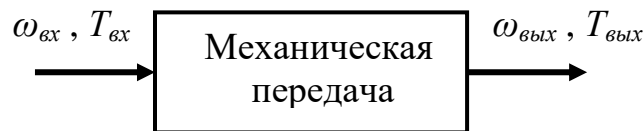


Рис. 1.9

Отношение скоростей вращения входного и выходного валов механической передачи вращательного движения называется передаточным отношением i передачи. В соответствии с определением выражение для передаточного отношения запишется в виде

$$i = \frac{\omega_{вх}}{\omega_{вых}} = \frac{n_{вх}}{n_{вых}}, \quad (1.6)$$

где $\omega_{вх}$, $\omega_{вых}$ – угловые скорости вращения входного и выходного валов в рад/с; $n_{вх}$, $n_{вых}$ – соответственно угловые скорости вращения в об/мин.

Предположим, что для данной механической передачи выполняется условие баланса мощностей, т.е. мощность на входе $P_{вх}$ равна мощности на выходе $P_{вых}$ передачи

$$P_{вх} = P_{вых}. \quad (1.7)$$

Учитывая, что при вращательном движении мощность определяется как произведение угловой скорости на крутящий момент, выражение (1.7) представим в виде

$$\omega_{вх} T_{вх} = \omega_{вых} T_{вых}. \quad (1.8)$$

Из равенства (1.8) найдем выражение для крутящего момента на выходном валу механической передачи

$$T_{\text{вых}} = T_{\text{вх}} \frac{\omega_{\text{вх}}}{\omega_{\text{вых}}} = T_{\text{вх}} i. \quad (1.9)$$

Как следует из выражения (1.9), величина крутящего момента на выходном валу механической передачи зависит от передаточного момента. Если модуль передаточного отношения больше единицы, т.е. скорость на выходном валу меньше, чем на входном, то крутящий момент на выходном валу будет больше, чем на входном. Если же передаточное отношение меньше единицы (скорость на выходе больше скорости на входе), то будет иметь место уменьшение крутящего момента. Уравнение (1.9) выражает «золотое правило механики», которое можно сформулировать следующим образом: выигрывая в силе, проигрываешь в скорости, и наоборот – выигрывая в скорости, проигрываешь в силе.

Передача, обеспечивающая понижение скорости вращения называется *редуктором*. Передача, у которой скорость на выходе больше скорости на входе, называется *мультипликатором*.

В реальных передачах мощность на выходе всегда меньше мощности на входе передачи. Это связано с затратой части передаваемой энергии на преодоление сил вредного сопротивления в самой передаче. Мощность на входе передачи $P_{\text{вх}}$ идет на преодоление сил полезного сопротивления, являющейся мощностью на выходе передачи ($P_{\text{вых}}$), и преодоление сил вредного сопротивления ($P_{\text{в.сопр.}}$). Следовательно

$$P_{\text{вх}} = P_{\text{вых}} + P_{\text{в.сопр.}} \quad (1.10)$$

Разделив обе части равенства (1.10) на $P_{\text{вх}}$ и введя обозначение $\eta = P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}}$, $\varphi = P_{\text{в.сопр.}}/P_{\text{вх}}$, получим

$$1 = \eta + \varphi. \quad (1.11)$$

Отношение мощности полезных сил (мощности на выходе передачи) к мощности на входе передачи (мощности движущих сил) называется коэффициентом полезного действия (КПД) механической передачи (η), а отношение мощности сил вредного сопротивления к мощности на входе называется коэффициентом потерь (φ). КПД характеризует эффективность передачи энергии механической передачей. В сумме коэффициент полезного действия и коэффициент потерь для каждой передачи всегда равны единице. Выражения для коэффициентов полезного действия и потерь можно выразить также через отношение работ соответствующих сил, учитывая, что мощность – это работа в единицу времени.

С учетом выражения для коэффициента полезного действия уравнение (1.7) запишется в виде

$$P_{\text{вых}} = P_{\text{вх}}/\eta, \quad (1.12)$$

а уравнение (1.9) для крутящего момента на выходе передачи примет вид

$$T_{\text{вых}} = T_{\text{вх}} \eta \frac{\omega_{\text{вх}}}{\omega_{\text{вых}}} = T_{\text{вх}} \eta i . \quad (1.13)$$

В передаче энергии от одного двигателя к нескольким исполнительным механизмам могут участвовать несколько передач. Эти передачи могут соединяться либо последовательно, либо параллельно. Найдем выражения для определения КПД таких соединений.

Определим КПД сложного механизма, состоящего из n последовательно соединенных механизмов, КПД которых соответственно $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$ (рис. 1.10).

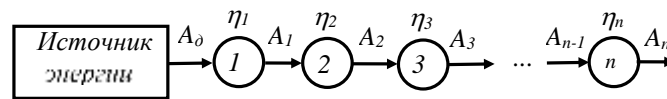


Рис. 1.10

Пусть A_0 – работа движущих сил первого механизма, A_1 – полезная работа первого механизма, являющаяся по отношению ко второму механизму работой движущих сил, A_2 – полезная работа второго механизма и т.д.

Тогда для отдельных механизмов получим следующие выражения для коэффициентов полезного действия:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_0}; \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}; \dots; \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}} . \quad (1.14)$$

Перемножив, соответственно, левые и правые части равенств (1.14), получим

$$\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \frac{A_1}{A_0} \frac{A_2}{A_1} \dots \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_0} . \quad (1.15)$$

Однако $\frac{A_n}{A_0} = \eta$ – КПД всего механизма. Следовательно,

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n = \prod_{i=1}^n \eta_i , \quad (1.16)$$

т.е. полный КПД сложного механизма, состоящего из ряда последовательно соединенных механизмов, равен произведению частных КПД.

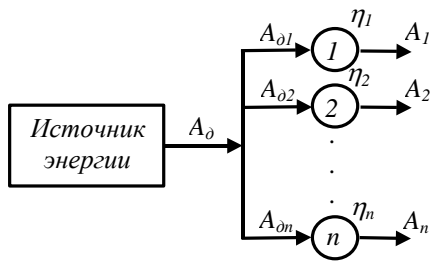


Рис. 1.11

При параллельном соединении нескольких механизмов (рис. 1.11) энергия общего источника A_0 будет распределяться между всеми механизмами, удовлетворяя условию

$$A_0 = \sum_{i=1}^n A_{0i}, \quad (10.17)$$

где A_{0i} ($i = 1, 2, \dots, n$) – работа движущих сил отдельных механизмов.

Полезная работа $A_{n.c}$, совершаемая соединением механизмов, также будет распределяться между механизмами, удовлетворяя условию

$$A_{n.c} = \sum_{i=1}^n A_i, \quad (1.18)$$

где A_i ($i = 1, 2, \dots, n$) – полезные работы, совершаемые отдельными механизмами.

Тогда учитывая, что коэффициент полезного действия для отдельного i -го механизма соединения определяется выражением

$$\eta_i = \frac{A_i}{A_{0i}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (1.19)$$

для коэффициента полезного действия всего параллельного соединения механизмов будем иметь:

$$\eta = \frac{A_{n.c}}{A_0} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{\sum_{i=1}^n A_{0i}} = \frac{\sum_{i=1}^n \eta_i A_{0i}}{\sum_{i=1}^n A_{0i}}. \quad (1.20)$$

Если все механизмы, входящие в параллельное соединение, имеют одинаковые значения коэффициентов полезного действия, т.е. $\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_n$, то, как следует из выражения (1.20), в этом случае коэффициент полезного действия всего соединения механизмов будет равен коэффициенту полезного действия отдельного механизма: $\eta = \eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_n$.

Если энергия общего источника равномерно распределяется между механизмами, т.е. $A_{01} = A_{02} = \dots = A_{0n}$, то из выражения (1.20) получим следующее выражение для определения коэффициента полезного действия η соединения механизмов:

$$\eta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i, \quad (1.21)$$

в соответствии с которым КПД всего соединения механизмов равен среднему арифметическому КПД отдельных механизмов.

Анализируя результаты, полученные для двух типов соединений механизмов, можно отметить, что при последовательном соединении общий КПД всегда меньше наименьшего КПД механизма, входящего в эту цепь; КПД параллельно соединенных механизмов больше наименьшего и меньше наибольшего КПД механизмов, входящих в это соединение.

1.5 Соотношение скоростей в высшей кинематической паре

Ведущее и ведомое звенья кулачковых, зубчатых, фрикционных и других механизмов образуют в месте контакта высшую кинематическую пару (рис. 1.12). Для обеспечения передачи движения от ведущего звена к ведомому в этой паре должны выполняться *геометрическое* и *кинематическое условия*.

В соответствии с *геометрическим условием*, в точке контакта профилей поверхности звеньев должны иметь общую нормаль. Если это условие не будет выполняться, то профили звеньев пересекутся.

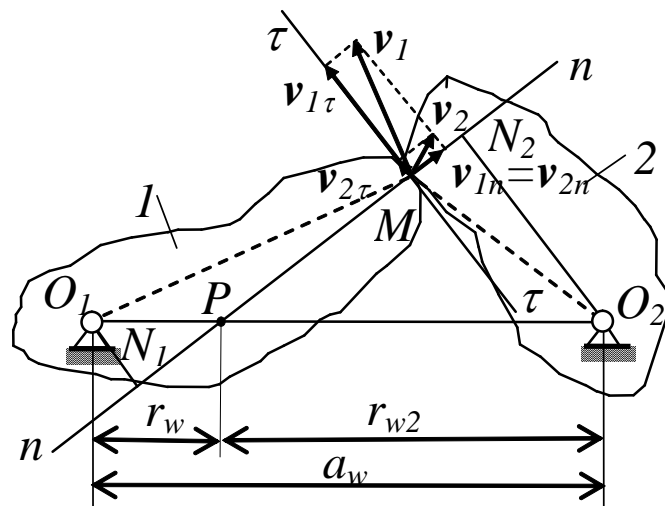


Рис. 1.12

В соответствии с *кинематическим условием*, проекции на общую нормаль скоростей контактирующих точек обеих звеньев должны быть одинаковы. При невыполнении этого условия контактирующие поверхности звеньев разойдутся или внедрятся друг в друга.

Рассмотрим передачу, состоящую из ведущего 1 и ведомого 2 звеньев (рис. 1.12), контактирующих в точке M и вращающихся вокруг неподвижных параллельных осей (точки O_1 и O_2). Обозначим через a_w расстояние между центрами вращения звеньев O_1 и O_2 (межосевое расстояние). Нормаль $n-n$, проведенная к профилям звеньев в точке их контакта M , пересекает линию центров O_1O_2 , в точке P , называемой *полюсом передачи (зацепления)*. Отрезки r_{w1} и r_{w2} , на которые делит линию центров полюс передачи, называются *начальными радиусами*.

Для определения соотношения скоростей в передаче рассмотрим треугольник (рис. 1.12), образованный векторами скоростей v_{1n} , $v_{1\tau}$, v_1 , и треугольник N_1O_1M . Из подобия этих треугольников запишем следующее соотношение:

$$\frac{v_1}{O_1M} = \frac{v_{1n}}{O_1N_1}. \quad (1.22)$$

Тогда из (1.22) с учетом того, что отношение $v_1/O_1M = \omega_1$, т.е. угловой скорости вращения ведущего звена 1, получим выражение для нормальной составляющей вектора скорости точки контакта ведущего звена

$$v_{1n} = \omega_1 \cdot O_1N_1. \quad (1.23)$$

Аналогично из подобия треугольника, образованного векторами скоростей v_{2n} , $v_{2\tau}$, v_2 , треугольнику O_2N_2M , получим выражение для нормальной составляющей скорости точки ведомого звена 2:

$$v_{2n} = \omega_2 \cdot O_2N_2, \quad (1.24)$$

где ω_2 – угловая скорость вращения ведомого звена 2.

Из выражений (1.23) и (1.24), с учетом выполнения кинематического условия ($v_{1n} = v_{2n}$), получим следующее соотношение угловых скоростей ведущего 1 и ведомого 2 звеньев

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1}. \quad (1.25)$$

Из подобия треугольников N_1O_1P и PN_2O_2 получим, что

$$\frac{O_2N_2}{O_1N_1} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}. \quad (1.26)$$

Отношение угловых скоростей звеньев называется *передаточным отношением* и обозначается буквой i с соответствующими индексами, например, $i_{kl} = \omega_k / \omega_l$.

Из выражений (1.25) и (1.26) следует, что отношение угловых скоростей звеньев, образующих высшую кинематическую пару (передаточное отношение), обратно пропорционально отношению начальных радиусов и при неизменном положении полюса передачи это отношение постоянно, т.е.

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}. \quad (1.27)$$

Выражение (1.27) представляет собой математическую запись доказанной нами *основной теоремы зацепления*, которая формулируется следующим образом: *нормаль к профилям в точке контакта звеньев, образующих высшую кинематическую пару, делит межосевое расстояние в отношении, обратном отношению угловых скоростей звеньев.*

Относительное движение ведущего и ведомого звеньев возможно в направлении общей касательной $\tau-\tau$ (рис. 1.12), проведенной в точке контакта профилей. Это движение будет характеризоваться скоростью относительного скольжения $v_{ск}$, которая будет равна геометрической разности проекций на общую касательную скоростей точек контакта звеньев: $v_{ск} = v_{1\tau} - v_{2\tau}$.

Аналогично определению выражений (1.23) и (1.24) для нормальных составляющих скоростей точек контакта из соотношений для тех же пар подобных треугольников определим выражения для касательных составляющих скоростей:

$$v_{1\tau} = \omega_1 \cdot N_1 M; \quad v_{2\tau} = \omega_2 \cdot N_2 M. \quad (1.28)$$

Тогда выражение для скорости скольжения можно записать в виде

$$\begin{aligned} v_{ск} = v_{1\tau} - v_{2\tau} &= \omega_1 \cdot N_1 M - \omega_2 \cdot N_2 M = \omega_1(N_1 P + PM) - \\ &- \omega_2(N_2 P - PM) = PM(\omega_1 + \omega_2) + (\omega_1 \cdot N_1 P - \omega_2 \cdot N_2 P). \end{aligned} \quad (1.29)$$

В преобразовании (1.29) выражение в последних скобках равно нулю. Действительно, из подобия треугольников $N_1 O_1 P$ и $N_2 O_2 P$ выражение (1.25) можно дополнить соотношением сторон этих треугольников, т.е.

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{N_2 P}{N_1 P}. \quad (1.30)$$

Из (1.30) следует, что $\omega_1 \cdot N_1 P = \omega_2 \cdot N_2 P$ и тогда окончательно получим выражение для скорости скольжения в виде

$$v_{ск} = PM(\omega_1 + \omega_2). \quad (1.31)$$

Из выражения (1.31) видно, что при совмещении точки контакта звеньев с полюсом передачи ($PM=0$) скольжение профилей отсутствует и имеет место только их перекатывание.

Из рассмотренного следует, что передача движения между звеньями, образующими высшую кинематическую пару, может осуществляться двумя способами. При совпадении точки контакта звеньев с полюсом зацепления передача движения от одного звена к другому происходит за счет сил трения, возникающих в зоне контакта и обеспечивающих перекатывание профилей без относительного их скольжения. В качестве примера механизма, в котором отсутствует скольжение профилей, можно привести фрикционные передачи.

Если точка контакта звеньев не совпадает с полюсом зацепления, то передача движения будет происходить путем давления одного профиля на другой с их относительным скольжением. Такой способ передачи движения реализуется в зубчатых, кулачковых, винтовых и других механизмах. В этом случае для каждого звена можно выделить условные окружности, называемые *начальными*, которые будут перекатываться одна относительно другой без скольжения. Эти окружности имеют радиусы, равные соответствующим начальным радиусам.

Глава 2 Зубчатые передачи

2.1 Классификация зубчатых передач

Зубчатыми передачами называются механизмы, в которых передача движения от одного звена к другому осуществляется с помощью зацепляющихся зубьев, которыми оснащены звенья. Зубчатые передачи являются наиболее распространенными среди передаточных механизмов, применяемых в машиностроении и приборостроении. Они применяются в широком диапазоне передаваемых мощностей и окружных скоростей.

Достоинствами зубчатых передач являются: высокая нагрузочная способность, высокий КПД (до 0,97...0,98), постоянство передаточного отношения; компактность, удобство эксплуатации, высокая долговечность и надежность в работе. К *недостаткам* можно отнести: повышенные требования к точности изготовления и сборки, появление шума при больших окружных скоростях.

Зубчатые передачи используют как для понижения числа оборотов, так и для их повышения. Передачу, предназначенную для понижения скорости вращения выходного вала по сравнению с входным, называют *редуктором*. Передачу, в которой скорость вращения выходного вала больше скорости вращения входного вала, принято называть *мультипликатором*.

При параллельном расположении осей колес зубчатые передачи называют *цилиндрическими* (рис. 2.1,а-г), при пересекающихся осях –

коническими (рис. 2.1,д,е), а при перекрещивающихся – *винтовыми* (рис. 2.1,ж), *гипоидными* (рис. 2.1,з) и *червячными*.

Зубчатые передачи, у которых оси колес перемещаются в пространстве, называются *эпициклическими*.

В зависимости от расположения линии зуба по отношению к оси колеса зубчатые колеса делятся на *прямозубые* (рис. 2.1,а,г,д), *косозубые* (рис. 2.1,б), *шевроновые* (рис. 2.1,в) и *с круговым зубом* (рис. 2.1,е). Если у прямозубых колес линия зуба параллельна геометрической оси колеса, то у косозубых она составляет с осью угол, равный $7...20^{\circ}$. Шевронное колесо можно представить как два соединенных косозубых колеса с противоположным направлением линий зуба. У кругового колеса линия зуба очерчена по дуге.

По профилю зубьев колес зубчатые передачи делятся на *эвольвентные*, с профилем *М.Л. Новикова*, *циклоидальные*, *цевочные*, *часового профиля* и др. В машиностроении и приборостроении преимущественное распространение получили зубчатые передачи с эвольвентным профилем зубьев. *Эвольвентой* (разверткой окружности) называют кривую, которую описывает любая точка прямой, перекатываемой без скольжения по некоторой окружности.

В предложенном Л.М.Новиковым зацеплении профиль зубьев одного из колес является выпуклым, а другого – вогнутым. Такое сочетание профилей способствует увеличению площади контакта зубьев и, соответственно, повышению нагрузочной способности передачи.

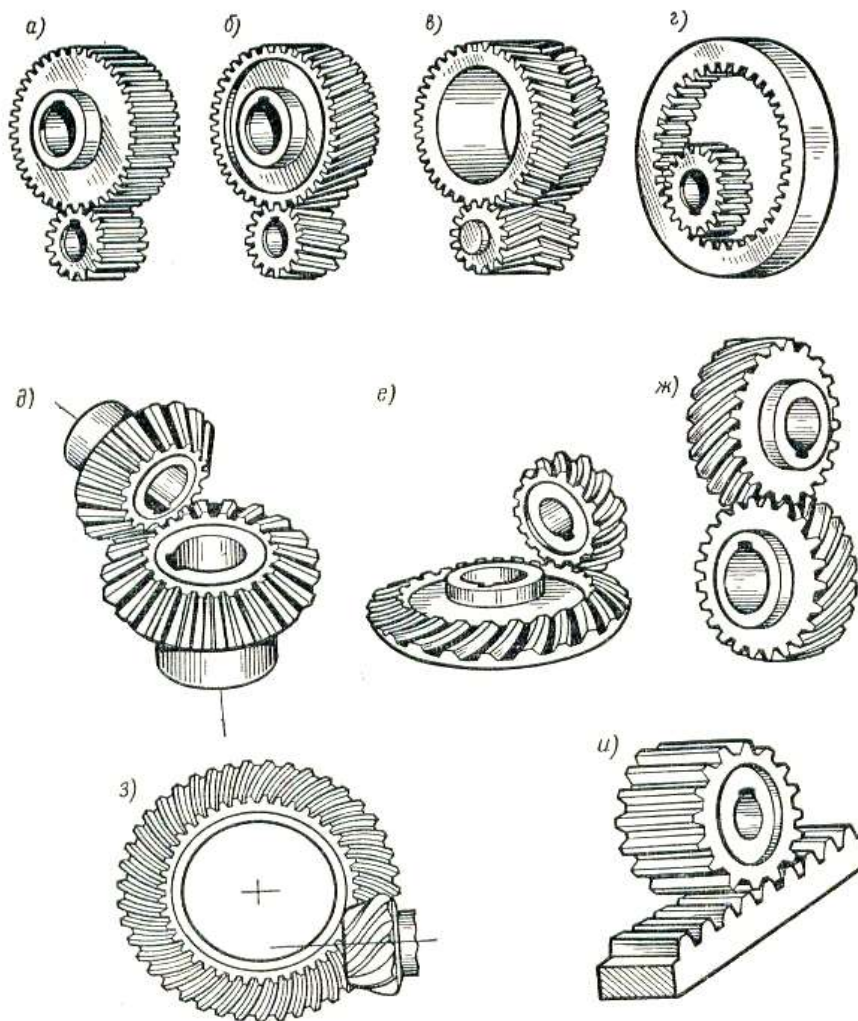


Рис. 2.1

Циклоидальный профиль представляет собой сопряжение кривых, описываемых точками двух производящих окружностей, перекатываемых без скольжения снаружи (эпициклоида) и внутри (гипоциклоида) некоторой окружности, называемой начальной. По сравнению с эвольвентным зацеплением, у циклоидального зацепления – меньшие потери на трение и, как следствие, меньший износ. Однако изготовить такие колеса более трудно и при сборке передачи требуется высокая точность.

Цевочное и *часовое* зацепления являются частными случаями циклоидального зацепления.

В зависимости от взаимного расположения зубчатых колес различают передачи с *внешним* (рис. 2.1, а-в) и *внутренним* (рис. 2.1, г) зацеплением.

В паре зацепляющихся зубчатых колес меньшее колесо называется *шестерней* (в приборных устройствах – *трибкой*), большее – *колесом*.

2.2 Элементы зубчатых колес

Та часть зубчатого колеса, где располагаются зубья, называется *венцом*. Венец представляет собой чередование зубьев и расположенных между ними впадин. На рис. 2.2 показана часть венца зубчатого колеса. При вращении находящихся в зацеплении двух зубчатых колес их начальные окружности перекатываются одна по другой без скольжения. Начальная окружность диаметром d_w будет расположена между окружностью диаметром d_a , очерчивающей вершины зубьев (*окружность вершин*), и окружностью диаметром d_f , ограничивающей основания впадин (*окружность впадин*). Если окружность вершин находится снаружи окружности впадин, то мы имеем зубчатое колесо с *внешними зубьями*. У зубчатого колеса с *внутренними зубьями* окружность вершин находится внутри окружности впадин.

Начальная окружность делит зуб на две части. Часть зуба высотой h_{wa} , расположенная между начальной окружностью и окружностью вершин, называется *начальной головкой зуба*. Часть зуба высотой h_{wf} , заключенная между начальной окружностью и окружностью впадин, называется *начальной ножкой зуба*. Полная высота зуба h определится выражением $h = h_{wa} + h_{wf}$.

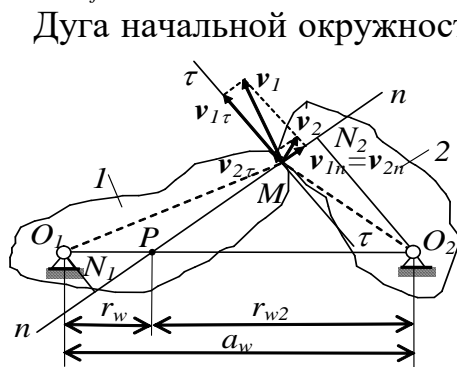


Рис. 2.2

Дуга начальной окружности S_w , вмещающая один зуб (без впадин), носит название *начальной окружной толщины* зуба. Ширина впадины L_w , измеренная по дуге начальной окружности, называется *начальной окружной шириной впадины*. Расстояние p_w между одноименными профилями двух соседних зубьев, измеренное по дуге начальной окружности, называют *начальным окружным шагом* зубьев, определяемым выражением

$$p_w = S_w + L_w . \quad (2.1)$$

Межосевое расстояние зубчатой передачи можно выразить через радиусы или диаметры начальных окружностей:

$$a_w = r_{w2} \pm r_{w1} = (d_{w2} \pm d_{w1})/2, \quad (2.2)$$

где знак плюс относится к внешнему зацеплению, а знак минус – к внутреннему.

Диаметры окружностей вершин и впадин связаны с начальной окружностью следующими выражениями:

$$d_a = d_w \pm 2h_{wa}; \quad d_f = d_w \mp 2h_{wf}, \quad (2.3)$$

где верхний знак относится к зубчатому колесу с внешними зубьями, а нижний – к колесу с внутренними зубьями.

Расстояние c между окружностью вершин одного зубчатого колеса и окружностью впадин другого называется *радиальным зазором* зубчатой передачи. Этот зазор необходим для исключения заклинивания зубчатой передачи вследствие температурных изменений размеров, ошибок ее изготовления и сборки. Радиальный зазор в зубчатой передаче обеспечивается за счет разницы в высотах начальной ножки и начальной головки зуба, равной величине радиального зазора: $c = h_{wf} - h_{wa}$.

Центральный угол τ окружности зубчатого колеса, равный отношению $2\pi/z$, где z – число зубьев, называется *угловым шагом*.

Для обеспечения передачи движения от одного зубчатого колеса к другому начальный окружной шаг этих колес должен быть одинаков, т.е. $p_{w1} = p_{w2} = p_w$. Зубчатые колеса, имеющие одинаковый начальный окружной шаг, называются *сопряженными*, или *парными* колесами.

Если число зубьев двух сопряженных колес равно z_1 и z_2 , а начальный окружной шаг p_w , то для этих колес будут справедливы следующие равенства:

$$\pi d_{w1} = z_1 p_w \quad \text{и} \quad \pi d_{w2} = z_2 p_w. \quad (2.4)$$

Разделив второе равенство на первое, получим следующее соотношение:

$$\frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (2.5)$$

в соответствии с которым отношение диаметров начальных окружностей сопряженных зубчатых колес равно отношению числа зубьев этих колес.

Учитывая, что передаточное отношение для звеньев, образующих высшую кинематическую пару, равно обратному отношению радиусов (диаметров) начальных окружностей, то для пары зубчатых колес передаточное отношение будет равно обратному отношению числа зубьев этих колес

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (2.6)$$

Выражение, аналогичное выражению (2.4), записанному для начальной окружности, можно записать для любой i -й концентрической окружности диаметром d_i зубчатого колеса: $\pi d_i = z p_i$. Тогда

$$d_i = (p_i / \pi) z = m_i z, \quad (2.7)$$

где p_i – окружной шаг зубьев, измеренный по дуге окружности диаметром d_i ; $m_i = p_i / \pi$ называется *окружным модулем зубьев*.

Окружной модуль m_i для различных окружностей имеет разное значение. Однако при проектировании зубчатого колеса его размеры рассчитывают таким образом, что для одной из окружностей модуль соответствует заданному стандартному значению. Эту окружность, которая является базовой для определения элементов зубьев и их размеров, называют *делительной*. Окружной модуль для делительной окружности называется *делительным модулем зубьев m* , или просто *модулем*. Модуль является основным параметром, используемым для расчета размеров зубчатого колеса с заданным числом зубьев, и имеет размерность длины в миллиметрах.

При проектировании зубчатых колес принимают, что делительные окружности совпадают с начальными. Такие совпадения возможны при условии отсутствия погрешностей в изготовлении и сборке зубчатых передач. Необходимо также отметить, что понятие начальных окружностей имеет смысл при рассмотрении кинематики двух контактирующих звеньев, а понятие делительной окружности относится к каждому отдельно взятому зубчатому колесу и связано с его геометрией: делительная окружность делит зуб на головку и ножку.

Расчет геометрических размеров зубчатых передач производят по формулам, в которых используются относительные величины, и параметры зацепления выражаются через модуль m . Относительными величинами являются коэффициенты головки зуба h_a^* и радиального зазора c^* . В частности, высота делительной головки зуба h_a , т.е. расстояние между окружностью вершин и делительной окружностью, и радиальный зазор зубчатой передачи выражаются через модуль по следующим формулам:

$$h_a = h_a^* m; \quad c = c^* m . \quad (2.8)$$

Тогда расстояние между делительной окружностью и окружностью впадин, являющееся высотой делительной ножки зуба, найдется из выражения

$$h_f = h_a + c = (h_a^* + c^*) m , \quad (2.9)$$

а высота зуба h – из выражения

$$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m . \quad (2.10)$$

Выражения для определения диаметров окружностей вершин зубьев (d_a) и впадин (d_f), а также межосевого расстояния a (диаметры делительных окружностей приняты равными диаметрам начальных окружностей) запишутся через модуль и относительные коэффициенты в следующем виде:

$$d_a = d \pm 2h_a = (z \pm 2h_a^*) m ; \quad (2.11)$$

$$d_f = d \mp 2h_f = (z \mp 2(h_a^* + c^*)) m ; \quad (2.12)$$

$$a = (d_2 \pm d_1)/2 = m(z_2 \pm z_1)/2, \quad (2.13)$$

где z_2, z_1 – число зубьев сопряженных зубчатых колес; d, d_2, d_1 – диаметры делительных окружностей; верхний знак в выражениях (2.11, 2.12) для колес с внешними зубьями, нижний – для колес с внутренними зубьями; в выражении (2.13) верхний знак для внешнего зацепления зубчатых колес, нижний – для внутреннего зацепления.

2.3 Эвольвентное зацепление зубчатых колес

Требованиям, предъявляемым к зубчатым передачам, наиболее полно удовлетворяют передачи с эвольвентным профилем зубьев. Поэтому эвольвентное зацепление стандартизировано и получило преимущественное применение в механизмах различного назначения.

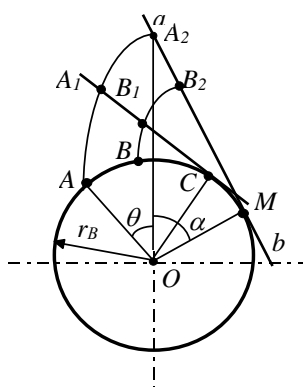


Рис. 2.3

Эвольвентой, или разверткой окружности, называется кривая, которую описывает любая точка прямой ab (рис. 2.3), перекатываемой без скольжения по окружности радиусом r_B . Эта прямая называется *производящей прямой*, а окружность, представляющая собой геометрическое место центров кривизны эвольвенты, называется *основной окружностью*, или *эволютой*. Нормаль к эвольвенте в любой ее точке является касательной к основной окружности.

Из способа образования эвольвенты следует, что, $MA = MA_2$, а $AB = A_1B_1 = A_2B_2$. Форма эвольвенты зависит от радиуса основной окружности r_B .

Из треугольника OMA_2 (рис. 2.3) найдем выражения для радиуса-вектора r точки A_2 и радиуса кривизны ρ эвольвенты в точке A_2 :

$$r = OA_2 = \frac{r_B}{\cos \alpha}; \quad (2.14)$$

$$\rho = MA_2 = MA = r_B \operatorname{tg} \alpha = r_B (\alpha + \theta). \quad (2.15)$$

Из выражения (2.15) определим полярный угол θ (в радианах) наклона радиуса-вектора r , который представляет собой эвольвентную функцию и называется *инволютой*

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha. \quad (2.16)$$

Уравнения (2.14) и (2.16) являются параметрическими уравнениями эвольвенты в полярных координатах. Значения θ приводятся в таблицах и используются при расчетах размеров зубьев колес.

Из способа образования эвольвенты следует, что эта кривая не может существовать внутри основной окружности.

Рассмотрим зацепление двух эвольвентных профилей FE и GH (рис. 2.4), построенных на основных окружностях радиусами r_{B1} и r_{B2} . Пусть центры окружностей занимают положения O_1 и O_2 , а эвольвенты касаются друг друга в некоторой произвольной точке C . Из свойств эвольвенты следует, что нормаль M_1C к профилю FE в точке касания C должна быть касательной к основной окружности радиусом r_{B1} , а нормаль M_2C к профилю GH – касательной к основной окружности радиусом r_{B2} . В соответствии с геометрическим условием существования высшей кинематической пары звенья, образующие эту пару, должны иметь в точке касания профилей общую нормаль. Следовательно, отрезки M_1C и M_2C являются участками этой общей нормали NN . Так как нормаль к эвольвенте является касательной к основной окружности, то общая нормаль NN должна одновременно касаться обеих основных окружностей.

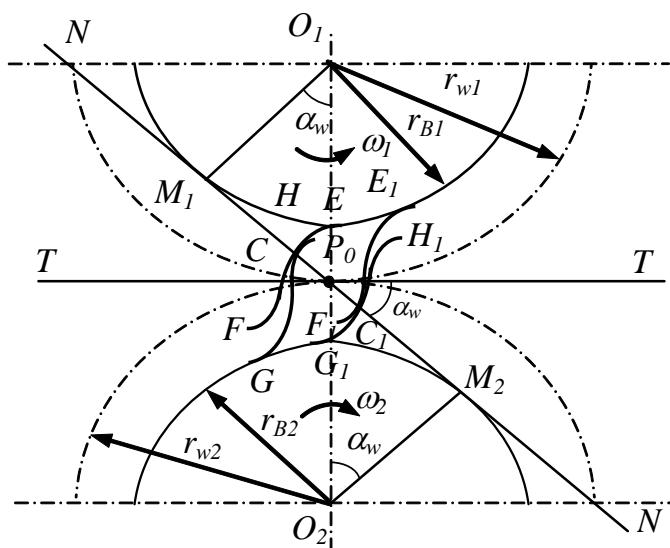


Рис. 2.4

При повороте профиля FE вокруг центра O_1 движение за счет давления будет передаваться профилю GH , который повернется вокруг центра O_2 . При этом точка C контакта профилей будет перемещаться по некоторой линии. Пусть профили заняли положения E_1F_1 и G_1H_1 , а точка контакта переместилась в C_1 .

Для нового положения профилей общая нормаль к ним, проведенная через точку контакта C_1 , будет по-прежнему касательной к обеим основным окружностям. Следовательно, в любом положении двух зацепляющихся эвольвент их общая нормаль занимает неизменное положение в пространстве.

Постоянное положение общей нормали NN обеспечивает и постоянное положение полюса зацепления P_0 на линии центров O_1O_2 . При этом в соответствии с основным законом зацепления передаточное отношение i_{12} от

профиля FE к профилю GH , равное $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2P_0}{O_1P_0} = -\frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}}$, при вращении эвольвентных профилей остается постоянным. Таким образом, эвольвентное зацепление обеспечивает постоянство передаточного отношения, т.е. является кинематически точным.

При зацеплении эвольвентных профилей точка их контакта перемещается по нормали NN в пределах участка M_1M_2 . Отрезок M_1M_2 , являющийся геометрическим местом точек касания зацепляющихся эвольвентных профилей, носит название *линии зацепления*. Прямая линия зацепления характерна только для зацепления эвольвентных профилей. Острый угол α_w между общей нормалью NN и прямой TT , перпендикулярной к линии центров O_1O_2 , называется *углом зацепления*. Для эвольвентного зацепления он постоянен и составляет 20° . Постоянство направления общей нормали к эвольвентным профилям в точке их контакта обеспечивает постоянное направление в пространстве в течение всего периода зацепления передаваемого по общей нормали давления одного эвольвентного профиля на другой, что является одним из достоинств эвольвентного зацепления.

Покажем, что величина передаточного отношения для эвольвентных профилей не зависит ни от угла зацепления, ни от межцентрового расстояния. Из треугольников $\Delta M_1O_1P_0$ и $\Delta M_2O_2P_0$ (рис. 2.4) получим следующие зависимости

$$r_{B1} = r_{w1} \cos \alpha_w; \quad r_{B2} = r_{w2} \cos \alpha_w. \quad (2.17)$$

Выражение для передаточного отношения (2.6) с учетом (2.5) и (2.17) примет вид

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \pm \frac{r_{B2}}{r_{B1}}. \quad (2.18)$$

Из выражения (2.18) следует, что передаточное отношение для эвольвентных профилей зависит только от радиусов основных окружностей. Поэтому изменение межцентрового расстояния, всегда возможное при изготовлении и сборке механизмов, не влияет на кинематическую точность эвольвентного зацепления, так как при этом не меняются значения радиусов основных окружностей.

В заключение сформулируем три указанных выше основных достоинства эвольвентного зацепления:

- является кинематически точным;
- обеспечивает постоянство направления вектора нормального давления профилей;
- не критично к изменениям межцентрового расстояния.

2.4 Кинематическое исследование рядовых и эпициклических зубчатых передач

Кинематическое исследование зубчатых механизмов состоит в определении передаточного отношения, выражаемого через число зубьев колес, входящих в состав механизма. Порядок определения передаточного отношения зависит от вида механизма. Рассмотрим определение передаточного отношения для *рядовых и эпициклических зубчатых передач*.

Рядовыми будем называть передачи, состоящие из серий зубчатых колес, которые крепятся на валах и осях, вращающихся в неподвижных опорах. Такие механизмы применяют для передачи движения между валами, расположенными на значительных расстояниях друг от друга, или при необходимости получения большого передаточного отношения.

Рассмотрим случай передачи движения между далеко расположенными друг от друга валами (рис. 2.5). В этом случае передача движения с помощью только двух зубчатых колес оказывается невыгодной из-за ее больших габаритов (штриховые линии). Применение дополнительных колес, каждое из которых находится в зацеплении с двумя другими, являясь

одновременно ведущим и ведомым, позволяет значительно уменьшить габариты передачи.

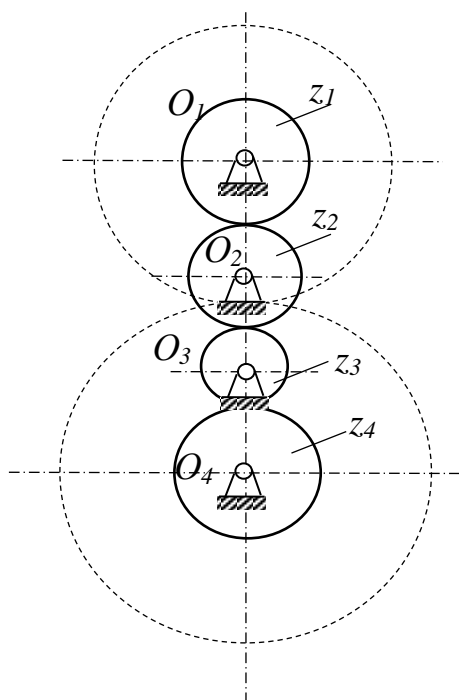


Рис. 2.5

Для определения передаточного отношения механизма, представленного на рис. 2.6, найдем передаточные отношения для каждой пары находящихся в зацеплении зубчатых колес: $i_{12} = \omega_1/\omega_2 = -z_2/z_1$; $i_{23} = \omega_2/\omega_3 = -z_3/z_2$; $i_{34} = \omega_3/\omega_4 = -z_4/z_3$. Знак «минус» в выражениях для передаточных отношений учитывает изменение при внешнем зацеплении зубчатых колес направления вращения ведомого колеса по отношению к ведущему. При внутреннем зацеплении колес направление вращения ведомого колеса соответствует направлению

вращения ведущего.

Перемножив частные передаточные отношения, получим

$$i_{12} i_{23} i_{34} = \omega_1/\omega_4 = -z_4/z_1 = i_{14} .$$

Следовательно, передаточное отношение для зубчатой передачи с промежуточными колесами равно взятому с соответствующим знаком обратному отношению числа зубьев крайних колес. Число зубьев промежуточных колес не влияет на значение передаточного отношения. В технике эти колеса называют паразитными, учитывая, что на их вращение затрачивается определенная энергия.

В общем случае выражение для определения передаточного отношения механизма с паразитными колесами запишется в виде

$$i_{1n} = \omega_1/\omega_n = (-1)^k z_n/z_1, \quad (1.19)$$

где n – количество зубчатых колес в передаче; k – количество внешних зацеплений этих колес.

С помощью одной пары зубчатых колес реализуют, как правило, передаточное отношение не больше 8 ($i_{12} < 8$). Для получения больших передаточных отношений применяют многоступенчатые рядовые передачи, состоящие из нескольких пар зубчатых колес, обеспечивающих последовательную передачу движения.

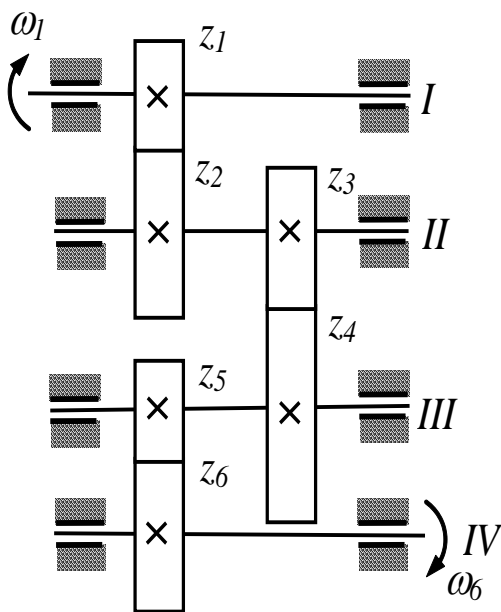


Рис. 2.6

Найдем передаточное отношение для зубчатой передачи, состоящей из трех пар зубчатых колес (рис. 2.6). Все колеса передачи жестко закреплены на четырех валах. В связи с этим колеса z_2 и z_3 будут вращаться с одинаковой угловой скоростью, равной угловой скорости второго вала, т.е. $\omega_2 = \omega_3 = \omega_{II}$, а колеса z_4 и z_5 – равной угловой скорости третьего вала: $\omega_4 = \omega_5 = \omega_{III}$.

Общее передаточное отношение механизма определяется как отношение угловых скоростей входного (z_1) и выходного (z_6) звеньев:

$$i_{16} = \omega_{вх}/\omega_{вых} = \omega_1/\omega_6. \quad (2.20)$$

Считая, что количество зубьев отдельных колес известно, определим передаточные отношения для каждой ступени: $i_{12} = \omega_1/\omega_2 = -z_2/z_1$; $i_{34} = \omega_3/\omega_4 = -z_4/z_3$; $i_{56} = \omega_5/\omega_6 = -z_6/z_5$.

Перемножив правые и левые части этих уравнений и учитывая, что $\omega_2 = \omega_3$ и $\omega_4 = \omega_5$, получим

$$i_{12}i_{34}i_{56} = \frac{\omega_1\omega_3\omega_5}{\omega_2\omega_4\omega_6} = \frac{\omega_1}{\omega_6} = i_{16} = -\frac{z_2z_4z_6}{z_1z_3z_5}. \quad (2.21)$$

Таким образом, передаточное отношение рядовой многоступенчатой зубчатой передачи равно произведению передаточных отношений каждой ступени.

Если в состав передачи входят пары с внешним и внутренним зацеплением, то знак полного передаточного отношения удобно определять выражением $(-1)^k$, где k – количество пар с внешним зацеплением. Тогда для рядовой многоступенчатой зубчатой передачи, состоящей из n зубчатых колес с заданным количеством зубьев, выражение для передаточного отношения будет иметь вид

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^k \frac{z_2 z_4 \dots z_n}{z_1 z_3 \dots z_{n-1}}. \quad (2.22)$$

Эпициклическими называются передачи, в которых присутствуют звенья, имеющие подвижные валы или оси (рис. 2.7, а, б, звено 2). В зависимости от степени подвижности эпициклические передачи делятся на дифференциальные ($W \geq 2$) и планетарные ($W = 1$). На рис. 2.7, а представлен дифференциальный механизм, в котором звенья 1, 3, называемые центральными колесами, вращаются вокруг центральной оси, а звено 2 вращается вокруг собственной оси и вместе со звеном H , к которому крепится его ось, – вокруг центральной оси. Звено 2, совершающее сложное движение, называется сателлитом, а звено H , ответственное за подвижность оси сателлита, – водилом. Обычно на водиле помещают несколько равномерно распределенных сателлитов. Число их не отражается на кинематике механизма, а вводятся они для разгрузки зубьев колес, подшипников и валов от односторонне действующих сил.

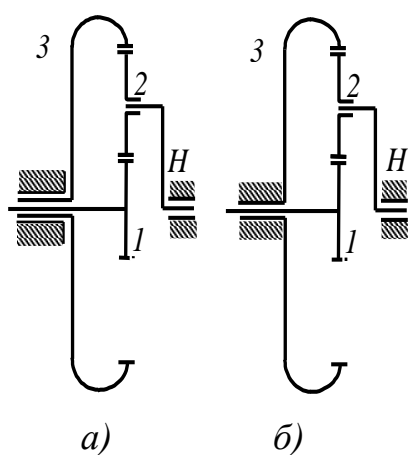


Рис. 2.7

На рис. 2.7, б представлен планетарный механизм, у которого, в отличие от дифференциального механизма, одно из центральных колес неподвижно (колесо 3).

Эпициклические передачи имеют ряд преимуществ перед рядовыми зубчатыми передачами: большие передаточные отношения, достигающие до 100 000 и выше, компактность, возможность получения с одного вала несколько движений с различными скоростями, соосность.

Для определения зависимостей между скоростями всех звеньев эпициклической передачи воспользуемся методом обращения движения, называемым также методом Виллиса. В соответствии с этим методом сообщим всем звеньям механизма угловую скорость, равную угловой скорости вращения водила H (рис. 2.7), но направленную в обратную сторону ($-\omega_H$). Так как оси всех звеньев эпициклического механизма параллельны, то мы имеем коллинеарную систему векторов угловых

скоростей, направленных вдоль осей вращения, и от их векторного сложения можно перейти к алгебраическому.

Если до преобразования угловые скорости звеньев эпициклического механизма были соответственно $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и ω_H , то после преобразования они стали равными $\overline{\omega}_1 = \omega_1 - \omega_H$; $\overline{\omega}_2 = \omega_2 - \omega_H$; $\overline{\omega}_3 = \omega_3 - \omega_H$; $\overline{\omega}_H = \omega_H - \omega_H = 0$. Таким образом, в преобразованном механизме водило, ответственное в эпициклическом механизме за подвижность оси сателлита, стало неподвижным и мы получили обычную рядовую передачу.

Передаточное отношение для преобразованного механизма выражается формулой

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}, \quad (2.23)$$

где верхний индекс « H » в обозначении передаточного отношения свидетельствует об условии неподвижности водила H .

Численное значение передаточного отношения i_{13}^H всегда можно определить, зная числа зубьев зацепляющихся колес в зубчатом механизме и обязательно учитывая знак передаточного отношения.

В общем случае для дифференциального механизма, состоящего из k колес, можно записать следующее выражение для передаточного отношения:

$$i_{1k}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_k - \omega_H}. \quad (2.24)$$

Выражение (2.24) носит название формулы Виллиса для дифференциального механизма.

В случае планетарного механизма (рис. 2.7,б), когда на одно колесо наложена дополнительная кинематическая связь ($\omega_3 = 0$), выражение (2.23) запишется в следующем виде:

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1H}^3.$$

Следовательно,

$$i_{1H}^3 = 1 - i_{13}^H. \quad (2.25)$$

В общем случае передаточное отношение между каким-либо центральным колесом k планетарной передачи и водилом H при неподвижном центральном колесе l определяется выражением

$$i_{kH}^l = 1 - i_{kl}^H. \quad (2.26)$$

Выражение (2.26) определяет передаточное отношение от k -го центрального колеса к водилу H планетарного механизма. Передаточное отношение в обратном направлении, т.е. от водила H к k -му центральному колесу, определится обратным выражением

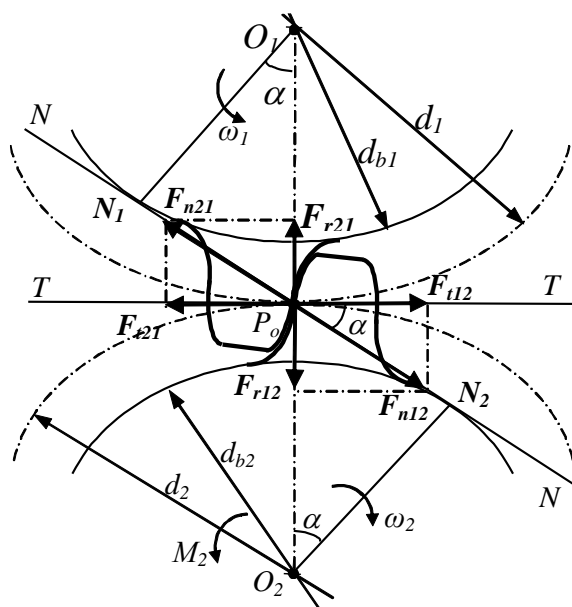
$$i_{Hk}^I = \frac{1}{i_{kH}^I} = \frac{1}{1 - i_{kl}^H}. \quad (2.27)$$

Из последней формулы видно, что с помощью планетарных механизмов можно осуществлять большие передаточные отношения при небольшом количестве колес, для чего нужно, чтобы i_{kl}^H было близко к единице.

2.5 Силы, действующие в зацеплении прямозубых и косозубых цилиндрических колес

Силы, действующие в зацеплении зубчатых колес, учитываются при расчетах валов и осей, на которых крепятся зубчатые колеса, при выборе подшипников качения, при расчетах на прочность зубчатых передач. Исходными данными для определения сил служат результаты кинематического и геометрического расчета зубчатой передачи, а также момент сил полезного сопротивления (нагрузки), приложенный к ведомому колесу. Рассмотрим определение сил, возникающих в эвольвентном зацеплении прямозубых и косозубых цилиндрических колес.

Прямозубая цилиндрическая передача. Предположим, что в силу неточности изготовления колес и сборки передачи в зацеплении находится только одна пара зубьев, точка контакта которых совпадает с полюсом



передачи P_0 (рис. 2.8). Действующие в этом случае на зубья колес нормальные силы F_{n12} и F_{n21} будут наибольшими. Эти силы равны по модулю и направлены по общей нормали $N-N$ к профилям зубьев в точке их контакта.

Разложим нормальные силы F_{n12} и F_{n21} на составляющие: радиальные $F_{r12} = F_{r21}$, направленные по радиусам делительных окружностей зубчатых колес к соответствующим центрам, и окружные $F_{t12} = F_{t21}$, направленные по прямой,

Рис. 2.8

являющейся касательной к делительным окружностям колес и перпендикулярной линии центров $O_1 - O_2$. Выразим силы, действующие в зацеплении прямозубой цилиндрической передачи, через параметры ведомого зубчатого колеса (модуль m , число зубьев z_2 , угол зацепления α) и приложенный к нему момент сил полезного сопротивления M_2 . Учитывая, что силы действия равны силам противодействия, в дальнейшем при обозначении сил не будем ставить индекс, указывающий их направление. Из условия равновесия ведомого колеса ($\sum m_{O_2}(F_i)=0$) найдем выражение для окружной силы

$$F_t = \frac{2M_2}{d_2} = \frac{2M_2}{mz_2}. \quad (2.28)$$

Из треугольника сил, действующих в зацеплении (рис. 2.8), и с учетом (2.28) найдем выражения для радиальной F_r и нормальной F_n силы

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha = \frac{2M_2 \operatorname{tg} \alpha}{mz_2}; \quad (2.29)$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha} = \frac{2M_2}{mz_2 \cos \alpha}. \quad (2.30)$$

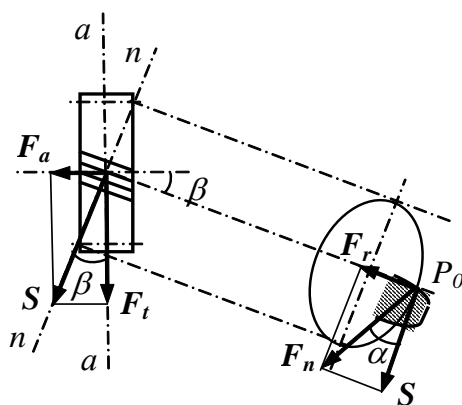


Рис. 2.9

Косозубая цилиндрическая передача. Если у прямозубых колес линия зуба параллельна оси вала, на котором крепится колесо, то у косозубых колес она составляет с осью угол $\beta = 7...15^\circ$ (рис. 2.9). Колеса косозубой передачи, находящиеся в зацеплении, имеют одинаковые углы наклона зубьев β , но разное их направление. Передачи цилиндрическими косозубыми колесами с параллельными осями валов работают с меньшим шумом, чем передачи с прямозубыми колесами,

и могут применяться при более высоких окружных скоростях. Пониженная шумность передач косозубыми колесами обусловлена заменой прямого удара входящих в зацепление зубьев, как это реализуется в прямозубой передаче, на скользящий удар. Косозубые зубчатые передачи обладают большей нагрузочной способностью по сравнению с прямозубыми, так как из-за наклона зубьев увеличивается длина линии контакта зубьев и, как следствие, при прочих равных условиях уменьшается удельное давление в зоне контакта зубьев.

Основные параметры элементов зацепления косозубых колес для нормального сечения зубьев стандартизированы и являются такими же, как и для прямозубых колес. Так, в сечении, нормальном к направлению зуба, в косозубых колесах различают нормальный шаг $p_n = \pi \cdot m_n$ и нормальный модуль m_n . В торцевом сечении (в плоскости вращения колеса) различают торцевой шаг p_t и торцевой модуль m_t , которые связаны с нормальным шагом и нормальным модулем зависимостями: $p_t = p_n / \cos\beta$; $m_t = m_n / \cos\beta$. За расчетный принимают модуль m_n , значение которого должно соответствовать стандартному. Это объясняется тем, что профиль косоугольного зуба в нормальном сечении совпадает с профилем прямого зуба, следовательно, $m_n = m$.

Диаметр делительной окружности косозубого колеса с числом зубьев z определяется выражением

$$d = m_t z = m_n z / \cos\beta. \quad (2.31)$$

Рассмотрим силы, действующие в зацеплении косозубых колес с углом наклона зубьев β , модулем в нормальном сечении m_n и числом зубьев ведомого колеса z_2 (рис. 2.9). Пусть к валу ведомого колеса приложен момент M_2 (на рисунке не показан). Сила нормального давления F_n направлена перпендикулярно к поверхности зуба и лежит в плоскости $n-n$, расположенной под углом β к торцевой плоскости $a-a$. Разложим силу F_n на три составляющие: окружную силу F_t , радиальную F_r и осевую F_a .

Выразим силы, действующие в зацеплении косозубых колес, через крутящий момент M_2 и параметры ведомого зубчатого колеса. Из условия равновесия ведомого колеса найдем выражение для окружной силы F_t , момент которой относительно оси вращения колеса уравнивает момент M_2 (моменты сил F_a и F_r относительно оси колеса равны нулю):

$$F_t = \frac{2M_2}{d_2} = \frac{2M_2}{m_t z_2} = \frac{2M_2 \cos\beta}{m_n z_2}. \quad (2.32)$$

Из представленных на рис. 2.9 разложений сил найдем выражения для осевой F_a , радиальной F_r и нормальной F_n сил. При нахождении выражений сил используем выражение для промежуточной силы S , являющейся векторной суммой осевой и окружной сил.

$$F_a = F_t \operatorname{tg}\beta = \frac{2M_2 \cos\beta}{m_n z_2} \operatorname{tg}\beta. \quad (2.33)$$

$$F_r = S \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{F_t \operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta} = \frac{2M_2}{m_n z_2} \operatorname{tg}\alpha. \quad (2.34)$$

$$F_n = \frac{S}{\cos\alpha} = \frac{F_t}{\cos\alpha \cos\beta} = \frac{2M_2}{m_n z_2 \cos\alpha}. \quad (2.35)$$

На зубья ведущего и ведомого колес действуют одинаковые, но противоположно направленные силы. При определении направления этих сил необходимо учитывать направление вращения колес и направление наклона линии зуба. Присутствие в зацеплении косозубых колес осевой силы приводит к дополнительным нагрузкам на валы и подшипники, что является недостатком косозубых передач по сравнению с прямозубыми.

2.6 Червячные передачи

Червячные передачи, состоящие из червяка и червячного колеса (рис. 2.10) , применяют в механизмах различного назначения для передачи движения между перекрещивающимися валами. Основными достоинствами червячных передач являются:

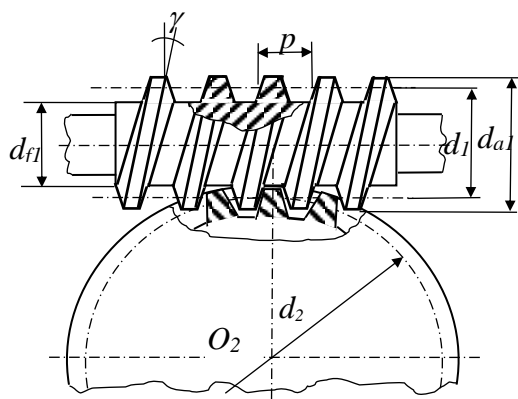


Рис. 2.10

– возможность получения при малых габаритах больших передаточных отношений (до 360 и более);

– бесшумность и плавность работы;

– возможность получения самотормозящей передачи (при выполнении условия $\gamma < \varphi$ передача движения возможна только от червяка к червячному колесу, где γ – угол подъема винтовой линии червяка, φ – угол трения для материала пары червяк–червячное колесо).

К недостаткам червячной передачи

следует отнести:

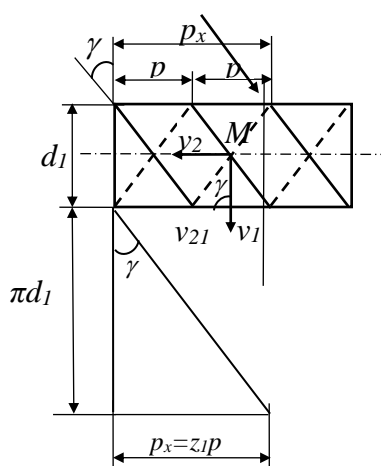


Рис. 2.11

– низкий коэффициент полезного действия ($\eta = 0,5 \dots 0,8$);

– необходимость применения с целью уменьшения потерь на трение высококачественных бронз для изготовления венца червячного колеса;

– высокие требования к точности изготовления и сборки передачи. В осевом сечении витки червяка имеют форму зубчатой рейки (рис. 2.10) со стандартным модулем m , которая находится в зацеплении с зубчатым колесом. Для нормальной работы передачи необходимо, чтобы осевой шаг червяка p_1 и окружной шаг колеса p_2 были равны, т.е. $p_1 = p_2 = p = \pi \cdot m$. Червяки могут

быть одно- и многовитковые. Обычно число витков (заходов) червяка

принимают равным $z_1 = 1 \dots 4$. Для многовитковых червяков определяют также ход линии витка p_x , равный $p_x = p z_1$. Число зубьев колеса следует выбирать из условия $z_2 \geq 26$.

Для нахождения геометрических и кинематических соотношений в червячной передаче рассмотрим развертку винтовой линии червяка с числом заходов z_1 , модулем m , шагом p и углом наклона витков червяка γ . Пусть червяк находится в зацеплении с червячным колесом с числом зубьев z_2 .

На рис. 2.11 изображена развертка винтовой линии червяка с числом заходов $z_1=2$, а также показано положение точки M контакта червяка с червячным колесом и направление скоростей точек контакта, принадлежащих червяку (v_1) и червячному колесу (v_2). Вектор v_{21} – это вектор скорости скольжения точек контактной поверхности колеса относительно контактной поверхности червяка.

Из развертки червяка, представленной на рис. 2.11, получим следующее выражение:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{p_x}{\pi d_1} = \frac{z_1 \pi m}{\pi d_1} = \frac{z_1 m}{d_1}. \quad (2.36)$$

Откуда

$$d_1 = \frac{z_1 m}{\operatorname{tg} \gamma} = m q, \quad (2.37)$$

где $q = d_1/m = z_1/\operatorname{tg} \gamma$ называется коэффициентом диаметра червяка и его численная величина при проектировании передачи выбирается из стандартного ряда значений. При выбранном модуле зацепления m от значения коэффициента диаметра червяка q зависят его габариты.

Выражение для передаточного отношения червячной передачи найдем из соотношения скоростей точек контакта червяка и червячного колеса. Из треугольника векторов скоростей имеем:

$$v_2 = v_1 \operatorname{tg} \gamma \quad \text{или} \quad \omega_2 \frac{d_2}{2} = \omega_1 \frac{d_1}{2} \operatorname{tg} \gamma.$$

Из последнего равенства с учетом (2.17) и (2.37) получим

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (2.38)$$

т.е. для червячной передачи передаточное отношение может быть выражено через отношение числа зубьев червячного колеса к числу заходов червяка. Увеличение числа заходов червяка приводит к увеличению коэффициента полезного действия передачи, однако в этом случае уменьшается значение передаточного отношения. Для сохранения значения передаточного

отношения необходимо увеличивать число зубьев червячного колеса, что, в свою очередь, приведет к увеличению габаритов передачи.

По форме профиля витка червяка передачи бывают с *архимедовыми*, *конволютными* и *эвольвентными* червяками.

Архимедовы червяки в осевом сечении имеют прямолинейный трапецеидальный профиль, а в торцевом – профиль, очерченный по архимедовой спирали.

Конволютные червяки в осевом сечении имеют выпуклый профиль, а в нормальном сечении витка – прямолинейный трапецеидальный.

Эвольвентные червяки в осевом сечении имеют выпуклый профиль косозубых колес с малым числом зубьев и большим углом наклона зубьев β .

В механизмах чаще всего используют червячные передачи с архимедовым червяком, для изготовления которого применяют инструмент с прямолинейным режущим профилем. Для изготовления конволютного и эвольвентного червяков необходим инструмент с более сложным для изготовления режущим профилем, очерченным по кривой.

Для повышения нагрузочной способности червячной передачи зубья колеса имеют вогнутую форму и охватывают червяк по дуге с углом охвата $2\delta = 60 \dots 110^\circ$. При этом получается линейный контакт между зубьями колеса и витками червяка.

Вектор нормального давления в точке контакта червяка с червячным колесом, как и в случае с косозубыми передачами, можно разложить на составляющие: окружную, радиальную и осевую силы. Эти силы, выраженные через момент нагрузки и геометрические параметры передачи, используют при расчете передачи на прочность, при расчете валов и выборе подшипников.

Расчеты червячных передач на прочность основаны на тех же принципах, что и расчеты зубчатых передач. При этом рассчитываются зубья колеса, так как витки стального червяка всегда более прочные.

2.7 Способы изготовления зубчатых колес

Для нарезания зубьев колес используются два принципиально различных метода: *метод копирования* и *метод обкатки*.

Метод копирования. При этом методе профиль инструмента представляет точную копию колеса или некоторой его части, например, одной впадины между соседними зубьями. Так, например, при отливке зубчатого колеса инструментом можно считать форму, которая заполняется жидким металлом. При штамповке инструментом служит штамп, форма которого точно копирует будущее колесо.

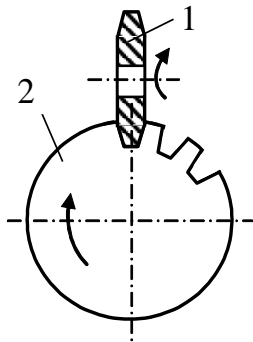


Рис. 2.12

Зубья колес можно нарезать на зубофрезерном или зубострогальном станке. В этом случае фреза или резец в сечении должны иметь профиль, точно соответствующий профилю впадины между двумя зубьями. На рис. 2.12 показана схема изготовления зубчатого колеса с помощью дисковой фрезы 1, имеющей профиль режущих кромок, соответствующий профилю впадины зубчатого колеса. После нарезания впадины заготовка 2 колеса поворачивается на угол $2\pi/z$, равный угловому шагу колеса с числом зубьев z , и нарезается очередная впадина.

Основным недостатком метода копирования является необходимость большого набора инструмента. Даже при производстве нескольких зубчатых колес одинакового модуля m , требуется отдельный инструмент для каждого конкретного числа зубьев. Дело в том, что впадины между соседними зубьями двух колес одного модуля m , но с различными числами зубьев отличаются друг от друга. Эта разница тем больше, чем больше разница между числами зубьев. Однако обычно на производстве необходимо изготавливать колеса не только одного модуля m , а целого ряда модулей.

К значительному уменьшению номенклатуры инструмента приводит использование **метода обкатки**. Представим, что инструментом служит обыкновенное зубчатое колесо 1 (рис. 2.13) модуля m с числом зубьев z_u , а заготовка 2 будущего колеса с числом зубьев z выполнена из мягкого материала. Если создать усилие прижатия, обеспечивающее вдавливание зубьев инструмента в заготовку, и привести во вращение инструмент 1 и заготовку 2 с такими угловыми скоростями ω_u и ω , которые необходимы в передаче с числами зубьев z_u и z , то инструмент выдавит на заготовке профили, точно соответствующие профилям зубьев инструмента.

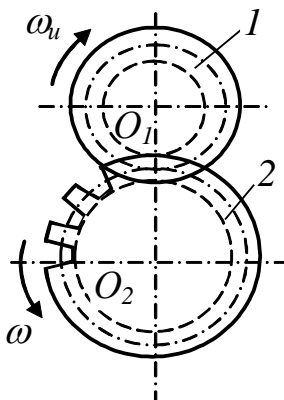


Рис. 2.13

Способ **накатывания**, являющийся разновидностью метода обкатки, можно использовать для изготовления зубчатых колес из мягких материалов. При этом достаточно изменять одну из угловых скоростей, чтобы получать требуемые соотношения, определяемые обратным отношением числа зубьев колеса и инструмента: $\omega_u/\omega = z/z_u$. Этот способ дает возможность изготавливать одним инструментом колеса одинакового модуля с различным числом зубьев.

Способ накатывания применяется довольно редко. Чаще нарезание зубчатых колес по методу обкатки производится при помощи зубчатых долбяков. Зубчатый долбяк 1 (рис. 2.14) по форме аналогичен зубчатому колесу, только в нем зубья имеют режущие кромки. В этом случае инструменту (зубчатому долбяку) сообщается кроме вращательного движения ещё и возвратно-поступательное вдоль оси. Процесс нарезания зубчатого колеса происходит следующим образом: инструмент 1,

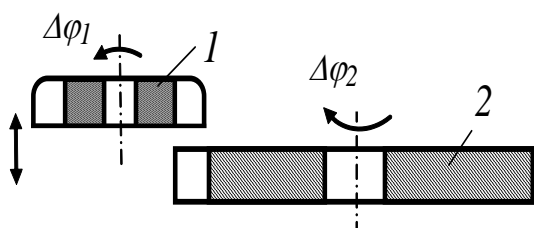


Рис. 2.14

приближают к заготовке 2 с последующим внедрением в нее за счет съема части материала. После внедрения долбяка на глубину впадины, производят поворот инструмента 1 и заготовки 2 на углы $\Delta \varphi_1$ и $\Delta \varphi_2$, величины которых должны удовлетворять соотношению: $\Delta \varphi_1 / \Delta \varphi_2 = z_2 / z_1$.

После поворота долбяк снова совершает возвратно-поступательное движение и т.д. Практически долбление и вращение заготовки и инструмента происходит одновременно, а при обратном проходе долбяка заготовка от него отодвигается.

Для изготовления зубчатых колес способом обкатки используются также долбяки, имеющие форму зубчатой рейки. В этом случае при повороте заготовки колеса на некоторый угол $\Delta \varphi_2$ зубчатая рейка смещается в направлении касательной к делительной окружности колеса на величину ΔS_1 .

При изготовлении методом обкатки зубчатых колес с малым числом зубьев ($z < 17$) происходит подрезание ножек зубьев изготавливаемого колеса головками зубьев инструмента. Рекомендуется назначать число зубьев для меньшего из двух зубчатых колес, находящихся в зацеплении, равным $z = 18 \dots 26$. Для зубчатых колес с укороченными зубьями (корректированных колес) подрезание ножки зуба будет наступать при меньших значениях числа зубьев, чем для нормальных колес.

Глава 3 Фрикционные механизмы

3.1 Назначение, классификация и кинематика фрикционных механизмов

Фрикционными называются механизмы, в которых передача движения от ведущего звена к ведомому осуществляется за счет сил трения (friction), возникающих в зоне контакта звеньев. Фрикционные механизмы широко применяют в приборных устройствах благодаря простоте конструкции и достаточной надежности. Их достоинством является также безударность,

плавность, бесшумность работы, возможность за счет пробуксовки предохранения звеньев механизма от поломок при перегрузках.

К недостаткам фрикционных передач следует отнести: ограничение величины передаваемой мощности; дополнительную нагрузку на валы и опоры; зависимость вследствие упругого и геометрического скольжения передаточного отношения от передаваемых усилий; повышенный износ катков, приводящий к появлению значительного шума.

В зависимости от взаимного расположения осей фрикционные механизмы делятся на передачи:

- с параллельными осями – *цилиндрические* (рис. 3.1,а);
- с пересекающимися осями – *конические* (рис. 3.1,б) или *цилиндрические* (рис. 3.1,в).

Фрикционные механизмы бывают с постоянным (рис.3.1,а,б) и переменным (рис. 3.1,в) передаточным отношением, которые называются *вариаторами*.

При кинематическом исследовании фрикционных передач будем считать, что точка контакта звеньев совпадает с полюсом зацепления P_0 (рис. 3.1,а) и, как следствие, линейные скорости точек контакта ведущего и ведомого звеньев равны, т.е. $v_1 = v_2$. Тогда из равенства $\omega_1 D_1 / 2 = \omega_2 D_2 / 2$ получим выражение для передаточного отношения цилиндрического фрикционного механизма в виде

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D_2}{D_1}, \quad (3.1)$$

т.е. передаточное отношение равно обратному отношению диаметров ведомого и ведущего катков.

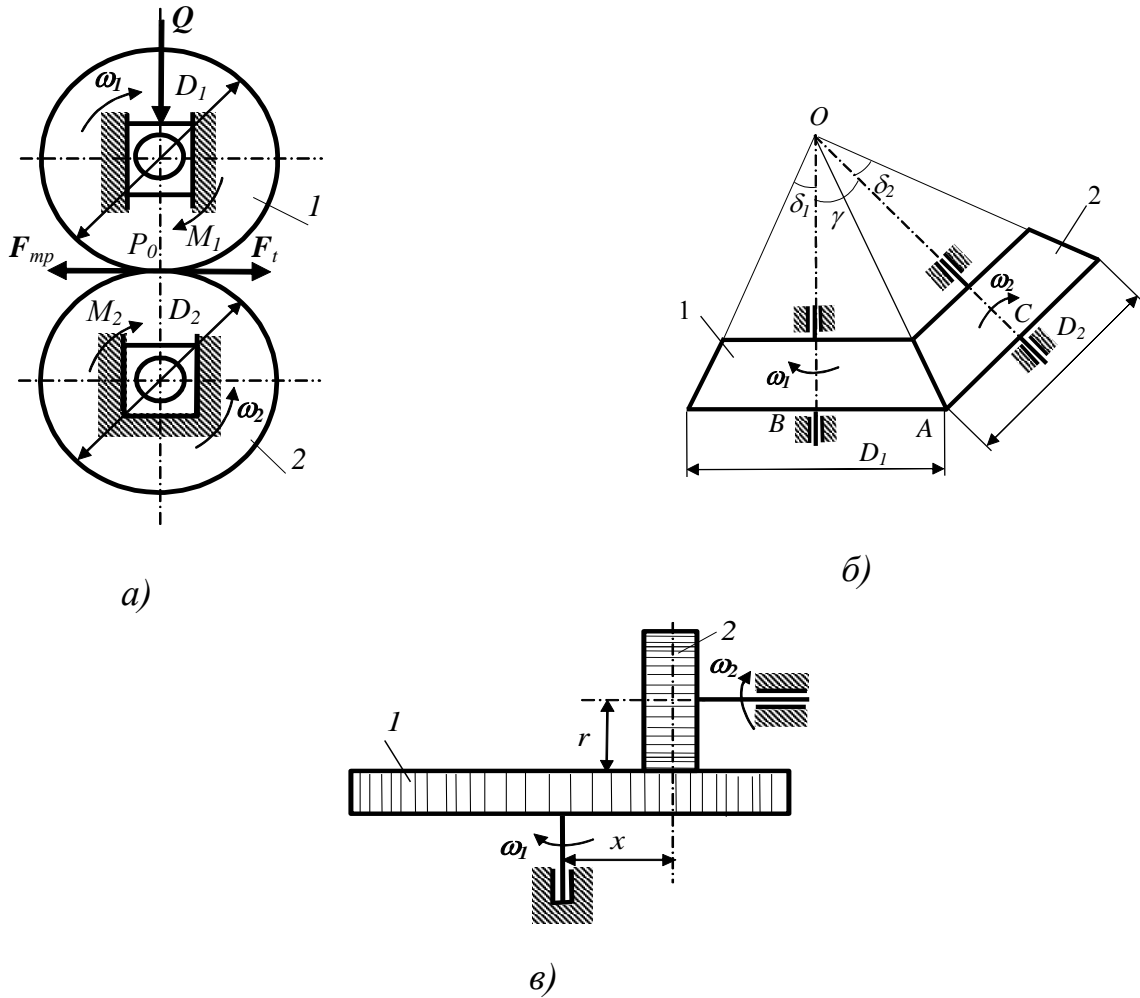


Рис. 3.1

Для конической фрикционной передачи передаточное отношение может быть определено через отношение синусов половинных углов у вершин треугольников, полученных в осевых сечениях конусов (рис. 3.1,б):

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}. \quad (3.2)$$

Последнее соотношение нетрудно получить из рассмотрения прямоугольных треугольников OAC и OAB (рис. 3.1,б). В этих треугольниках OA является общей гипотенузой и определяется через катеты $AB=D_1/2$ и $AC=D_2/2$ выражениями:

$$OA = \frac{D_1}{2 \sin \delta_1} = \frac{D_2}{2 \sin \delta_2}, \quad \text{откуда} \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}.$$

В частном случае, когда угол γ между осями конических катков равен 90° , т.е. $\gamma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$, передаточное отношение определится выражением

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin(90^\circ - \delta_1)}{\sin \delta_1} = \operatorname{ctg} \delta_1 = \operatorname{tg} \delta_2. \quad (3.3)$$

Для фрикционного вариатора (рис. 3.1,в) передаточное отношение зависит от величины смещения x ведомого звена относительно оси вращения ведущего и определяется выражением

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r}{x}. \quad (3.4)$$

Отметим, что во фрикционном вариаторе, представленном на рис. 12.1,в, направление вращения ведомого диска 2 при перемещении его за ось вращения ведущего диска 1 меняется на противоположное. Передачи, в которых возможно изменение направления вращения ведомого звена, при неизменном направлении вращения ведущего, называются *реверсивными*.

В реальных механизмах в связи с наличием упругого и геометрического скольжения окружные скорости v_1 и v_2 точек контакта звеньев, а следовательно, и значения передаточных отношений, отличаются от теоретических значений. Это отличие учитывается коэффициентом скольжения ζ , определяемым выражением

$$\zeta = \frac{v_1 - v_2}{v_1}. \quad (3.5)$$

Выразив в (3.5) окружные скорости v_1, v_2 через угловые скорости ω_1, ω_2 и диаметры D_1, D_2 звеньев, получим выражение для передаточного отношения реального фрикционного механизма:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D_2}{D_1(1-\zeta)}. \quad (3.6)$$

3.2 Условие передачи движения во фрикционном механизме. Упругое и геометрическое скольжение

Условие передачи движения. Для передачи движения от ведущего звена к ведомому необходимо, чтобы сила трения $F_{тр}$, приложенная к ведомому звену в точке контакта звеньев, была не меньше окружной силы F_t ,

обусловленной моментом сил сопротивления M_2 (рис. 3.1,*a*), т.е. должно выполняться условие

$$F_{mp} \geq F_t. \quad (3.7)$$

Величина силы трения при заданном значении коэффициента трения f для пары материалов, из которых изготовлены звенья передачи, будет зависеть от значения усилия прижатия Q : $F_{mp} = f Q$. Окружная сила для ведомого звена диаметром D_2 , к которому приложен момент сил сопротивления M_2 , определяется выражением: $F_t = 2 M_2 / D_2$.

Из (3.7) с учетом выражений для силы трения и окружной силы найдем выражение для усилия прижатия Q , обеспечивающего работу механизма

$$Q = \frac{2kM_2}{fD_2}, \quad (3.8)$$

где k – коэффициент запаса сцепления, необходимого для предотвращения проскальзывания в процессе работы механизма (учитывается износ катков, вибрация и т.д.). Значение коэффициента k выбирают в зависимости от назначения передачи: $k = 1,25 \dots 1,5$ – для силовых передач; $k = 3$ – для передач приборных устройств.

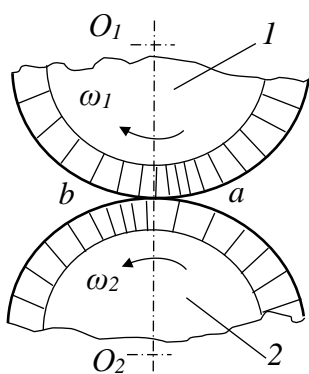


Рис. 3.2

Упругое скольжение. Вследствие прижатия с усилием Q ведущего и ведомого катков фрикционного механизма (рис. 3.1,*a*) образуется зона контакта $a-b$ поверхностей этих катков (рис. 3.2). Размеры этой зоны зависят от упругих свойств материалов контактирующих звеньев и от величины усилия прижатия Q . При передаче окружного усилия участки поверхностей ведущего и ведомого катков деформируются как в самой зоне, так и вблизи зоны контакта: участки поверхности ведущего катка подходят к зоне контакта сжатыми, а участки поверхности ведомого – растянутыми. На выходе из зоны

контакта наблюдается обратное: участки поверхности ведущего катка растягиваются, а ведомого – сжимаются. Переход от деформации сжатия к деформации растяжения для материала ведущего катка и от деформации растяжения к деформации сжатия для материала ведомого катка происходит в пределах зоны контакта $a-b$ (рис. 3.2).

Деформирование поверхностей звеньев фрикционного механизма приводит к удлинению контактной поверхности ведущего и к укорочению контактной поверхности ведомого катков, что вызывает некоторое замедление в движении ведомого катка реального механизма по сравнению с теоретическим механизмом. Замедление в движении ведомого звена реального фрикционного механизма, вызванное упругими деформациями

контактных поверхностей звеньев, называется *упругим скольжением*. Величина упругого скольжения оценивается коэффициентом ζ (3.5) и зависит от упругих свойств материалов катков и величины передаваемого окружного усилия.

Геометрическое скольжение. Во фрикционных механизмах с пересекающимися осями кроме упругого скольжения присутствует скольжение, обусловленное различием линейных скоростей точек контакта ведущего и ведомого звеньев, оно называется *геометрическим скольжением*.

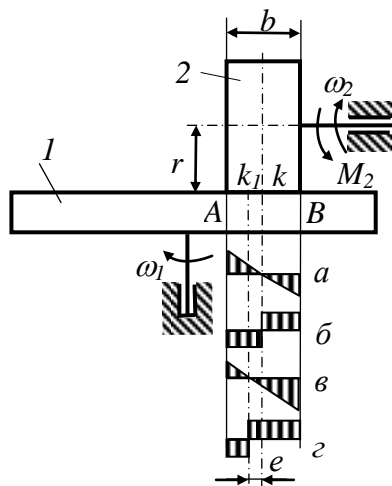


Рис. 3.3

Рассмотрим явление геометрического скольжения на примере фрикционного (лобового) вариатора (рис. 12.3). В реальном фрикционном вариаторе длина зоны контакта AB ведущего 1 и ведомого 2 звеньев зависит от конструкции и размеров ведомого звена (на рис. 12.3 в целях наглядности длина b зоны контакта показана увеличенной).

Если все точки поверхности ведомого звена имеют одинаковые окружные скорости, то контактирующие с ними точки ведущего звена (диска 1) будут иметь различные линейные скорости: чем дальше находится точка от оси диска, тем больше ее линейная скорость. Только

одна пара точек ведущего и ведомого звеньев будет иметь одинаковые линейные скорости. Точка, в которой контактируют имеющие одинаковую линейную скорость точки ведущего и ведомого звеньев, называется *полюсом качения* (точка k на рис. 3.3). В зоне контакта других пар точек звеньев будет присутствовать относительное скольжение. Причем направление векторов относительных скоростей (скоростей скольжения) точек звеньев, расположенных справа и слева от полюса качения k будет противоположным. На рис. 3.3 показано распределение скоростей скольжения точек по длине контакта звеньев лобового вариатора (эпюра a). На эпюре $б$ представлено распределение по длине контакта сил трения скольжения (предполагается, что сила трения не зависит от скорости скольжения).

Положение полюса качения (точки k) будет зависеть от величины момента M_2 сил сопротивления, приложенных к ведомому звену. Действительно, к ведомому звену кроме момента M_2 приложены противоположно направленные моменты сил трения, возникающих в зоне контакта звеньев справа и слева от полюса качения. При $M_2=0$ для выполнения условия равновесия ведомого звена моменты сил трения должны уравновешивать друг друга, т.е. противоположно направленные силы трения должны быть равны. Выполнение этого условия возможно при расположении полюса зацепления в центре зоны контакта звеньев фрикционного вариатора. При действии отличного от нуля момента M_2 условие равновесия ведомого звена будет выполняться за счет перераспределения сил трения, вызванного

смещением полюса качения (точки k) ближе к оси вращения ведущего звена (рис. 3.3, эпюры v , z). В этом случае момент сил трения, направленный противоположно моменту сил сопротивления M_2 , будет превышать на величину M_2 момент сил трения, направленный противоположно. Полюс качения сместится на величину e и займет положение k_1 (рис. 3.3).

Так как окружная скорость точек поверхности ведомого звена, а следовательно, и его угловая скорость вращения, определяется линейной скоростью находящейся в полюсе качения точки ведущего звена, то смещение полюса качения ближе к оси вращения ведущего звена приведет к уменьшению угловой скорости ведомого звена. Явление уменьшения угловой скорости вращения ведомого звена фрикционного вариатора вследствие смещения полюса качения при действии момента сил сопротивления называется *геометрическим скольжением*. Геометрическое скольжение нельзя смешивать с *пробуксовыванием* во фрикционном механизме. Если геометрическое скольжение является сопутствующим работе фрикционных механизмов явлением, то пробуксовывание возникает вследствие нарушения работоспособности механизма.

Найдем зависимость величины смещения e полюса качения от приложенного к ведомому звену момента сил сопротивления M_2 , усилия прижатия Q ведущего и ведомого звеньев, длины b зоны контакта, радиуса r ведомого звена и коэффициента трения f для материалов, из которых изготовлены звенья фрикционного механизма. Пусть при действии момента сил сопротивления M_2 полюс качения сместился относительно середины зоны контакта AB на величину e (рис. 3.3) и находится в точке k_1 . Если принять распределение давления по длине зоны контакта равномерным и равным Q/b , то силы трения, действующие слева (F_{mp1}) и справа (F_{mp2}) от полюса качения, определяются выражениями:

$$F_{mp1} = f \frac{Q}{b} \left(\frac{b}{2} - e \right); \quad F_{mp2} = f \frac{Q}{b} \left(\frac{b}{2} + e \right). \quad (3.9)$$

Запишем условие равновесия для ведомого звена, к которому приложены момент сил сопротивления M_2 и моменты сил трения $M_{mp1} = rF_{mp1}$; $M_{mp2} = rF_{mp2}$:

$$M_2 - M_{mp2} + M_{mp1} = 0. \quad (3.10)$$

С учетом (3.9) выражение (3.10) запишется в виде

$$M_2 - f \frac{Q}{b} \left(\frac{b}{2} + e \right) r + f \frac{Q}{b} \left(\frac{b}{2} - e \right) r. \quad (3.11)$$

Из (3.11) получим выражение для смещения e полюса качения лобового вариатора

$$e = \frac{M_2 b}{2frQ}. \quad (3.12)$$

Таким образом, чем больше передаваемый момент M_2 и длиннее линия контакта b , меньше радиус катка r и сила нажатий Q , тем больше смещение e полюса качения k . Если величина смещения полюса качения будет равна $b/2$, то наступит пробуксовывание ведомого звена и движение передаваться не будет. Для нормальной работы фрикционного вариатора необходимо выполнение следующего условия:

$$\frac{M_2 b}{2frQ} < \frac{b}{2}. \quad (3.13)$$

Из выражения (3.13) получим условие передачи движения во фрикционном вариаторе, аналогичное полученному ранее условию (3.8) для фрикционного механизма с постоянным передаточным отношением:

$$Q > \frac{M_2}{fr}. \quad (3.14)$$

Расчет фрикционной передачи на прочность. При работе фрикционной передачи в зоне контакта катков возникают значительные циклически изменяющиеся контактные напряжения. Явления, происходящие в материале катков в зоне их контакта, усложняются в связи с износом и нагреванием поверхностей при скольжении. Основным видом разрушения поверхностей катков является выкрашивание наружных слоев материала.

Расчет стальных фрикционных пар производят по контактным напряжениям. Величина максимального нормального напряжения в зоне контакта катков определяется по формуле Герца:

$$\sigma_k^{\max} = 0,418 \sqrt{\frac{QE_{np}}{b\rho_{np}}} \leq [\sigma_H], \quad (3.15)$$

где Q – сила прижатия катков; b – длина полосы контакта катков (ширина катков); E_{np} , ρ_{np} – приведенные соответственно модуль упругости и радиус кривизны катков; $[\sigma_H]$ – допускаемое контактное напряжение: для стальных катков при работе их в масле $[\sigma_H] = (2,5 \dots 3)HB$, при работе без смазывания $[\sigma_H] = (1,2 \dots 1,5)HB$.

Из выражения (3.15) можно определить ширину катков b :

$$b \geq \frac{0,175QE_{np}}{\rho_{np}[\sigma]^2}. \quad (3.16)$$

Передачи с неметаллическими рабочими поверхностями рассчитывают по условной удельной нагрузке q , т.е. по нагрузке, приходящейся на единицу длины контакта,

$$q = \frac{Q}{b} \leq [q], \quad (3.17)$$

где $[q]$ – допустимое давление: для текстолита $[q] = 20 \dots 50$ Н/мм; для резины $[q] = 10 \dots 30$ Н/мм.

Глава 4 Передачи с гибкими звеньями

4.1 Назначение, классификация и кинематика механизмов с гибкими звеньями

Механизмы с гибкими звеньями применяются для передачи движения между двумя удаленными валами без преобразования вида движения или с преобразованием вращательного движения в поступательное.

В механизмах в качестве гибких звеньев применяются ремни, шнуры, стальные ленты, цепи, зубчатые ремни и т.п. В зависимости от вида и конструкции применяемого гибкого звена различают передачи *ленточные, клиноременные, цепные и др.*

По способу соединения гибкого звена с ведущим и ведомым звеньями различают три вида передач: с *фрикционным сцеплением, непосредственным соединением и с зацеплением.*

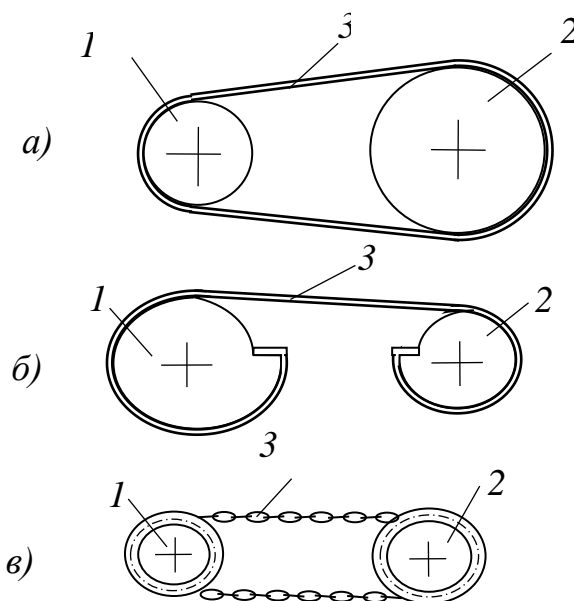


Рис. 4.1

Передачи каждой из этих трех групп имеют свои преимущества и недостатки.

В механизмах с *фрикционным сцеплением* (рис. 4.1,а) передача движения осуществляется за счет сил трения, возникающих между гибким звеном 3, ведущим 1 и ведомым 2 звеньями. Эти передачи просты по конструкции и наиболее распространены, однако их передаточное отношение зависит от нагрузки. Они не обладают высокой точностью и поэтому применяются в качестве приводных.

Передачи с *непосредственным соединением* (рис. 4.1,б) наиболее точны, однако угол поворота

ведущего 1 и ведомого 2 звеньев в таких передачах ограничен. Эти передачи применяются в отсчетных устройствах и в других точных механизмах.

Передачи гибкой связью с *зацеплением* работают без проскальзывания и поэтому применяются в тех случаях, когда необходимо обеспечить точное положение ведомого звена при заданном положении ведущего звена. В механизме, представленном на рис. 4.1,в, гибким звеном является бесконечная цепь 3, а в качестве ведущего 1 и ведомого 2 звеньев используются узкие зубчатые колеса, называемые звездочками. Кроме цепей в механизмах с зацеплением могут использоваться бесконечные ремни с выступами на их внутренней поверхности. Выступы входят в соответствующие впадины на шкивах, благодаря чему устраняется возможность проскальзывания.

Наиболее широко в технике представлены ременные передачи с фрикционным сцеплением. Достоинствами ременных передач являются: плавность и бесшумность работы; простота конструкции и эксплуатации; возможность передачи мощности на большие расстояния (до 15 м); смягчение вибраций, толчков и ударов вследствие упругости ремня; предохранение механизма от перегрузки вследствие возможного проскальзывания ремня.

К недостаткам следует отнести: большие габариты; непостоянство передаточного отношения из-за упругих деформаций ремня; повышенные нагрузки на валы и подшипники от натяжения ремня (нагрузка увеличивается в 2...3 раза по сравнению с зубчатой передачей); низкая долговечность ремней (2000...3000 ч).

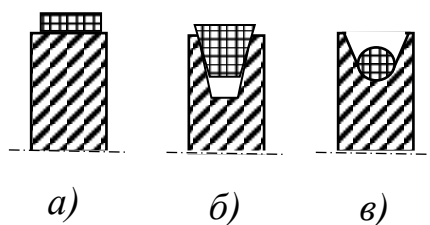


Рис. 4.2

В зависимости от формы поперечного сечения ремня различают *плоскоремennую передачу* (рис. 4.2,а), *клиноремennую передачу* (рис. 4.2,б) и *круглоремennую (шнуровую) передачу* (рис. 4.2,в).

Плоскоремennые передачи в зависимости от расположения и направления вращения ведомого и ведущего звеньев делятся на *плоские открытые* (положительное передаточное отношение) (рис. 4.1,а); *плоские перекрестные* (отрицательное передаточное отношение) (рис. 4.3,а) и *пространственные полуперекрестные* (рис. 4.3,б).

Ременные передачи применяют в основном для быстроходной ступени привода. При больших межосевых расстояниях и высоких скоростях применяют плоскоремennые передачи.

Найдем выражение для передаточного отношения открытой передачи с фрикционным сцеплением (рис. 4.1,а). Будем считать, что между шкивами 1, 2 и ремнем 3 отсутствует пробуксовывание (проскальзывание) и скорость v_3 движения ремня равна окружным скоростям v_1 и v_2 шкивов.

Тогда $v_1 = v_2 = v_3$ или

$$\omega_1 D_1 / 2 = \omega_2 D_2 / 2, \quad (4.1)$$

где D_1, D_2 – диаметры ведущего 1 и ведомого 2 шкивов; ω_1, ω_2 – угловые скорости этих шкивов.

Из (4.1) получим выражение для передаточного отношения i_{12} в виде

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = D_2 / D_1, \quad (4.2)$$

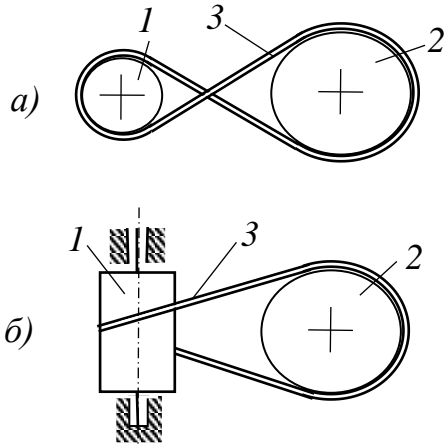


Рис. 4.3

т.е. передаточное отношение i_{12} , определяемое как отношение угловых

скоростей ведущего и ведомого шкивов, равно обратному отношению диаметров этих шкивов.

Рассмотренные выше ременные передачи имеют постоянное передаточное отношение. Однако имеются механизмы с гибкими звеньями, допускающие как ступенчатое (рис. 4.4,а), так и плавное (рис. 4.4,б) изменение передаточного отношения. Такие механизмы называются *вариаторами*.

В механизме, представленном на рис. 4.4,а, ведущее 1 и ведомое 2 звенья выполнены в форме двойных шкивов разного диаметра. Передача движения осуществляется с помощью гибкого звена 3, контактирующего с соответствующими парами шкивов ведущего и ведомого звеньев. Если угловую скорость вращения ведущего звена ω_1 принять постоянной, то угловая скорость ω_2 ведомого звена будет принимать одно из двух значений,

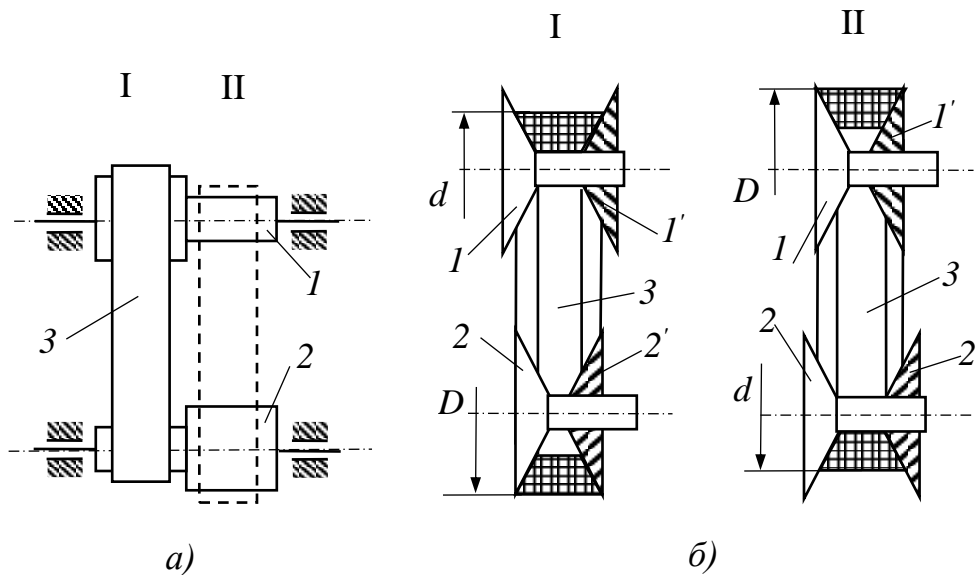


Рис. 4.4

соответствующих положениям гибкого звена. Причем в положении I гибкого

звена угловая скорость ведомого звена в соответствии с (43.2) будет больше угловой скорости ведущего, т.е. $\omega_2 > \omega_1$, а в положении II – наоборот: $\omega_2 < \omega_1$.

В механизме, представленном на рис. 4.4,б, ведущий и ведомый шкивы выполнены из двух частей, соответственно 1, 1' и 2, 2', допускающих плавное относительное перемещение в направлении оси вращения. При относительном перемещении частей шкива изменяется расстояние от его оси до точек гибкого звена, находящихся в данный момент времени в контакте со шкивом. Так, в положении I механизма точки внешней поверхности гибкого звена находятся на расстоянии $d/2$ от оси шкива 1 и на расстоянии $D/2$ от оси шкива 2. Изменение расстояния точек гибкого звена до оси вращения шкива приводит к изменению скорости движения гибкого звена и, как следствие, к изменению передаточного отношения. Значения передаточного отношения для механизма, изображенного на рис. 13.4,б, в положении I и в положении II гибкого звена будут различными.

4.2 Упругое скольжение в передаче с гибким звеном

Для действительных механизмов с гибкими звеньями передаточное отношение вследствие наличия *упругого скольжения* отличается от значения, полученного в соответствии с выражением (4.2). Рассмотрим явление упругого скольжения для плоскоременной передачи (рис. 4.5).

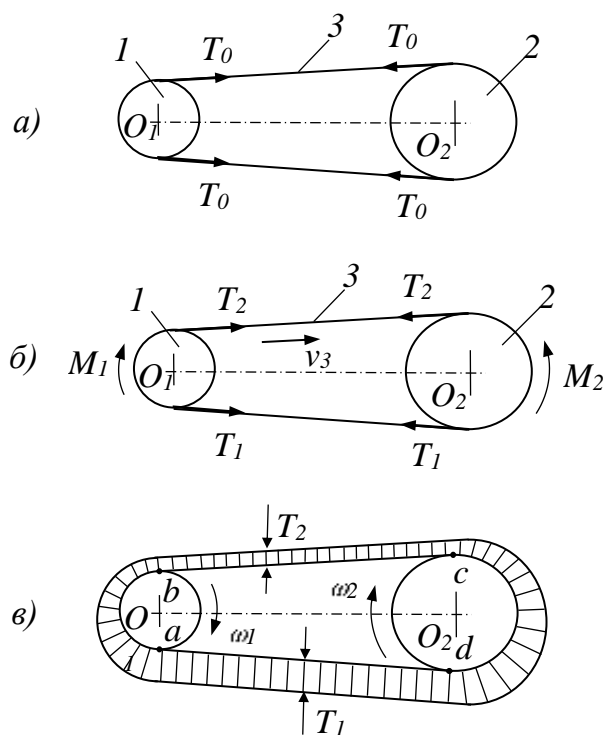


Рис. 4.5

При ненагруженной передаче натяжение обеих ветвей механизма одинаково и равно T_0 (рис. 4.5,а). Если к ведущему шкиву 1 приложить движущий момент M_1 , а к ведомому шкиву – момент сил сопротивления M_2 (рис. 4.5,б), то натяжение ведущей ветви возрастет до T_1 , а ведомой ветви уменьшится до T_2 . При этом должно выполняться условие

$$T_1 + T_2 = 2T_0. \quad (4.3)$$

Разность между натяжениями ведущей и ведомой ветвей передачи равна окружному усилию F_{t2} , которое прикладывается к ободу ведомого шкива диаметром D_2 для преодоления момента сил сопротивления M_2 , т.е.

$$T_1 - T_2 = F_{t2} = 2 M_2 / D_2. \quad (4.4)$$

Из равенств (4.3) и (4.4) получим выражения для определения натяжений ветвей гибкого звена механизма

$$T_1 = T_0 + F_{t2}/2; T_2 = T_0 - F_{t2}/2. \quad (4.5)$$

На рис. 4.5,в представлена эпюра усилий, действующих в материале ремня. Переход от одного значения натяжения к другому происходит плавно по длине ремня в пределах дуг обхвата: дуги ab – для первого и дуги cd – для второго шкивов (рис. 4.5,в). Так как усилие в точке a больше, чем в точке b , то и упругая деформация (удлинение) элемента ремня в точке a будет больше, чем в точке b . Это приведет к тому, что точка a ремня совпадет с точкой b шкива позже, чем точка a шкива, т.е. скорость движения ремня будет меньше окружной скорости шкива вследствие разности величин упругих деформаций ремня. На ведомом шкиве 2 (в пределах дуги cd) будет наблюдаться обратное: шкив отстает от ремня. В итоге окружная скорость ведомого шкива будет меньше скорости ведущего на суммарную величину отставания ремня от ведущего шкива и ведомого шкива от ремня.

Численно упругое скольжение характеризуется коэффициентом упругого скольжения, определяемым выражением

$$\xi = (v_1 - v_2)/v_1, \quad (4.6)$$

где ξ – коэффициент упругого скольжения ($\xi = 0,01 \dots 0,03$); v_1 – значение окружной скорости ведущего шкива; v_2 – фактическая окружная скорость ведомого шкива.

Тогда из (4.6) получим выражение для окружной скорости ведомого звена

$$v_2 = (1 - \xi)v_1. \quad (4.7)$$

Из выражения (4.7) с учетом (4.2) выражение для определения фактического передаточного отношения механизма с гибким звеном запишется в виде

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D_2}{D_1(1-\xi)}. \quad (4.8)$$

Значение коэффициента упругого скольжения не является величиной постоянной для конкретного механизма. Оно зависит от упругих свойств материала гибкого звена и от передаваемого механизмом усилия.

Необходимо отметить, что упругое скольжение возникает при работе механизма под нагрузкой и его нельзя смешивать с явлением пробуксовывания, которое появляется при перегрузке передачи.

4.3 Условие передачи движения во фрикционном механизме с гибким звеном

Передача движения от ведущего шкива к ведомому будет осуществляться при значении силы трения F_{mp} между ремнем и ведомым шкивом, равном значению окружного усилия F_{t2} , которое связано с моментом сил сопротивления M_2 , приложенным к выходному валу, выражением

$$F_{mp} = F_{t2} = 2M_2/D_2. \quad (4.9)$$

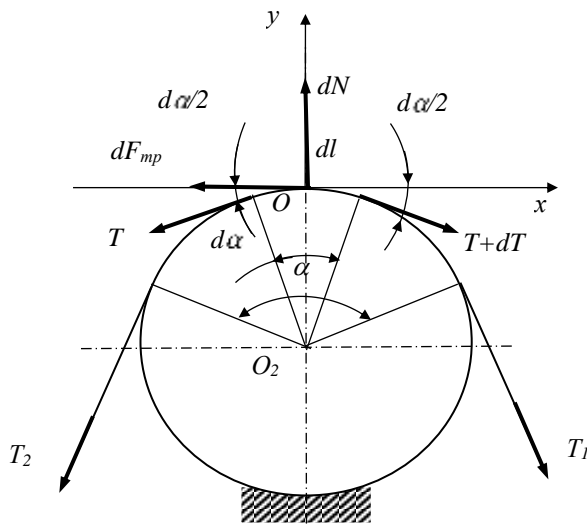


Рис. 4.6

С учетом ранее полученного выражения (4.4) для окружного усилия следует, что сила трения равна разности натяжений ведущей и ведомой ветвей передачи. Для нахождения выражения силы трения рассмотрим движение гибкой нерастяжимой нити, огибающей неподвижный шкив диаметром D_2 с углом обхвата α (рис. 4.6).

Выделим элементарный участок нити длиной dl , для которого угол обхвата равен da . На выделенный участок нити действуют силы натяжения T и $T+dT$, сила трения dF_{mp} и сила нормального давления dN со стороны неподвижного шкива. Запишем условия равновесия указанной системы сил, действующей на элементарный участок нити, в проекциях на оси OX и OY :

$$OX: -T\cos(da/2) - dF_{mp} + (T + dT)\sin(da/2) = 0; \quad (4.10)$$

$$OY: dN - T\sin(da/2) - (T + dT)\sin(da/2) = 0. \quad (4.11)$$

Из уравнения (4.10) с учетом допущения, что $\cos(da/2) \approx 1$, получим выражение для приращения натяжения нити dT :

$$dT = dF_{mp} = \mu dN, \quad (4.12)$$

где μ – коэффициент трения нити о шкив.

Из уравнения (4.11), приняв $\sin(da/2) \approx da/2$ и $dTda/2 \approx 0$, получим, что

$$dN = T d\alpha. \quad (4.13)$$

С учетом (4.13) из уравнения (4.12) получим следующую дифференциальную зависимость:

$$dT/T = \mu d\alpha. \quad (4.14)$$

Проинтегрировав выражение (4.14) в пределах изменения силы натяжения от T_2 до T_1 и угла обхвата от 0 до α при $\mu = const$, получим

$$\ln(T_1/T_2) = \mu\alpha, \quad \text{или } T_1 = T_2 e^{\mu\alpha}. \quad (4.15)$$

Выражение (4.15) называется *формулой Эйлера*, оно позволяет определять силу трения между гибким звеном и шкивом.

С учетом (4.15) и (4.14) выражение (4.9) для силы трения, возникающей в паре шкив – гибкое звено, запишется в виде

$$F_{mp} = T_1 - T_2 = T_2(e^{\mu\alpha} - 1). \quad (4.16)$$

Момент силы трения относительно оси ведомого шкива диаметром D_2 будет определяться выражением

$$M_{mp} = F_{mp} D_2/2 = T_2(e^{\mu\alpha} - 1)D_2/2. \quad (4.17)$$

Передача движения от ведущего шкива к ведомому в механизме с гибким звеном будет происходить при достижении моментом сил трения значения, равного значению момента сил сопротивления, которые приложены к ведомому шкиву. Это значит, что должно выполняться условие

$$M_{mp} = T_2(e^{\mu\alpha} - 1)D_2/2 \geq M_2. \quad (4.18)$$

Для обеспечения надежной работы механизма обычно принимают значение момента сил трения в 1,1...1,5 раз больше момента сил сопротивления, приложенного к ведомому шкиву.

Глава 5 Механизмы прерывистого движения

5.1 Назначение, классификация и конструкции механизмов прерывистого движения

Механизмы прерывистого движения служат для преобразования вращательного или колебательного непрерывного движения ведущего звена

во вращательное или поступательное с периодическими остановками движения ведомого звена.

К этому классу механизмов относят также механизмы, обеспечивающие однонаправленное движение ведомого звена при изменяющемся по направлению движении ведущего звена.

К механизмам прерывистого движения относятся *мальтийские* и *храповые механизмы, передачи с неполными зубчатыми колесами, кулачковые механизмы* и др.

Мальтийские механизмы. Эти механизмы применяются для преобразования обычно равномерного вращательного движения ведущего звена – кривошипа 1 в периодические повороты с остановками определенной продолжительности ведомого звена – креста 2 (рис. 5.1). Коэффициент полезного действия мальтийских механизмов составляет 0,75...0,85.

Мальтийский механизм состоит из двух подвижных звеньев (рис. 5.1): кривошипа 1, на котором закреплены поводок 3 и замок *B* в виде сектора, очерченного окружностью радиусом r_0 , и креста 2, имеющего несколько прорезей и такое же число замков *D*, очерченных радиусом r_0 . В связи с подобием ведомого звена отличительному знаку Мальтийского ордена крестоносцев – кресту, механизм получил название мальтийского механизма.

В положении механизма, показанном на рис. 5.1, крест 2 не может повернуться, так как этому мешают замки *B* и *D*, соприкасающиеся по окружности радиусом r_0 . При дальнейшем вращении звена 1 поводок 3 входит в прорезь креста 2 и в этот же момент замок *B* освобождает крест и начинается вращение последнего.

Крест 2 вращается в направлении, противоположном направлению вращения ведущего звена 1. В момент выхода поводка 3 из прорези замки *B* и *D* входят в соприкосновение и снова запирают крест. Крест остается неподвижным до тех пор, пока поводок не войдет в следующую прорезь.

Отношение времени $t_{\text{дв}}$, в течение которого крест движется, ко времени одного оборота ведущего звена 1 называется коэффициентом движения τ мальтийского механизма. При равномерном вращении ведущего звена отношение времен можно заменить отношением углов поворота:

$$\tau = \frac{t_{\text{дв}}}{T} = \frac{\varphi_{\text{дв}}}{2\pi}, \quad (5.1)$$

где $\varphi_{\text{дв}}$ – угол поворота ведущего звена 1, соответствующий движению ведомого звена 2.

Значение коэффициента движения τ зависит от числа прорезей креста и количества поводков на ведущем звене.

На рис. 5.1 показан одноповодковый мальтийский механизм с внешним зацеплением. Конструктивно возможно выполнение мальтийского механизма

с внутренним зацеплением. В таком механизме ведущее и ведомое звено будут вращаться в одном направлении.

Механизмы с мальтийским крестом работают плавно, почти без ударов в начале и конце поворота ведомого звена и применяются при средних и малых угловых скоростях ведущего звена. Исключение жесткого удара при входе в зацепление ведущего и ведомого звеньев механизма достигается за счет того, что вектор скорости центра поводка (точки A) в момент его входа в прорезь направлен вдоль оси прорези.

Храповые механизмы. Храповые механизмы используются для преобразования колебательного движения ведущего звена во вращательное или поступательное движение с остановками ведомого звена. Кроме этого, они применяются как механизмы, препятствующие движению ведомых звеньев в одном направлении и допускающие свободное движение их в противоположном направлении.

Храповые механизмы используются в шаговых искателях, реле времени, часовых механизмах, самопишущих и других приборах различного назначения.

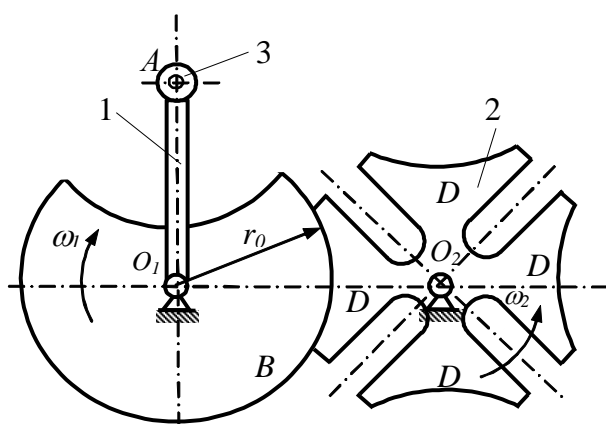


Рис. 5.1

По конструкции и принципу работы храповые механизмы делятся на следующие виды:

- зубчатые механизмы с внешним (рис. 5.2,а), торцевым (рис.5.2,б) и внутренним зацеплением;
- фрикционные с шариками или роликами (рис. 5.2,в);
- фрикционные с эксцентриками (рис. 5.2,г).

В зубчатом храповом механизме, представленном на рис. 5.2,а, ведущее звено 1, называемое собачкой, совершает колебательное движение и поочередно входит в зацепление с зубьями ведомого (храпового) колеса 2, обеспечивая ему одностороннее прерывистое движение. Угол поворота φ_2 храпового колеса за один период движения собачки (рабочий угол) определяется выражением

$$\varphi_2 = \frac{2\pi z_p}{z_2}, \quad (5.2)$$

где z_2 – число зубьев храпового колеса; z_p – число зубьев, которые проходит собачка при обратном (холостом) ходе, т.е. расположенных в пределах рабочего угла. Если собачка входит в зацепление с каждым зубом, то тогда $z_p = 1$.

В момент входа собачки в зацепление с зубом храпового колеса возникают ударные нагрузки, величина которых зависит от скорости движения собачки. Поэтому для избегания больших ударных нагрузок зубчатые храповые механизмы применяют при малых скоростях.

Во *фрикционных храповых механизмах* (рис. 5.2, в, г) передача движения от ведущего звена 1 к ведомому 2 происходит за счет сил трения, возникающих между звеньями и промежуточным звеном 3. В качестве промежуточного звена могут использоваться ролики (рис. 5.2, в) или эксцентрики (рис. 5.2, г). Эти механизмы обеспечивают передачу движения только в одном направлении.

В механизме, показанном на рис. 5.2, в, ролики 3 находятся в сужающихся зазорах между ведущим 1 и ведомым 2 звеньями. При вращении ведущего звена в направлении, указанном на рисунке стрелкой, ролики за счет сил трения перемещаются в зазоре до тех пор, пока размер зазора не станет

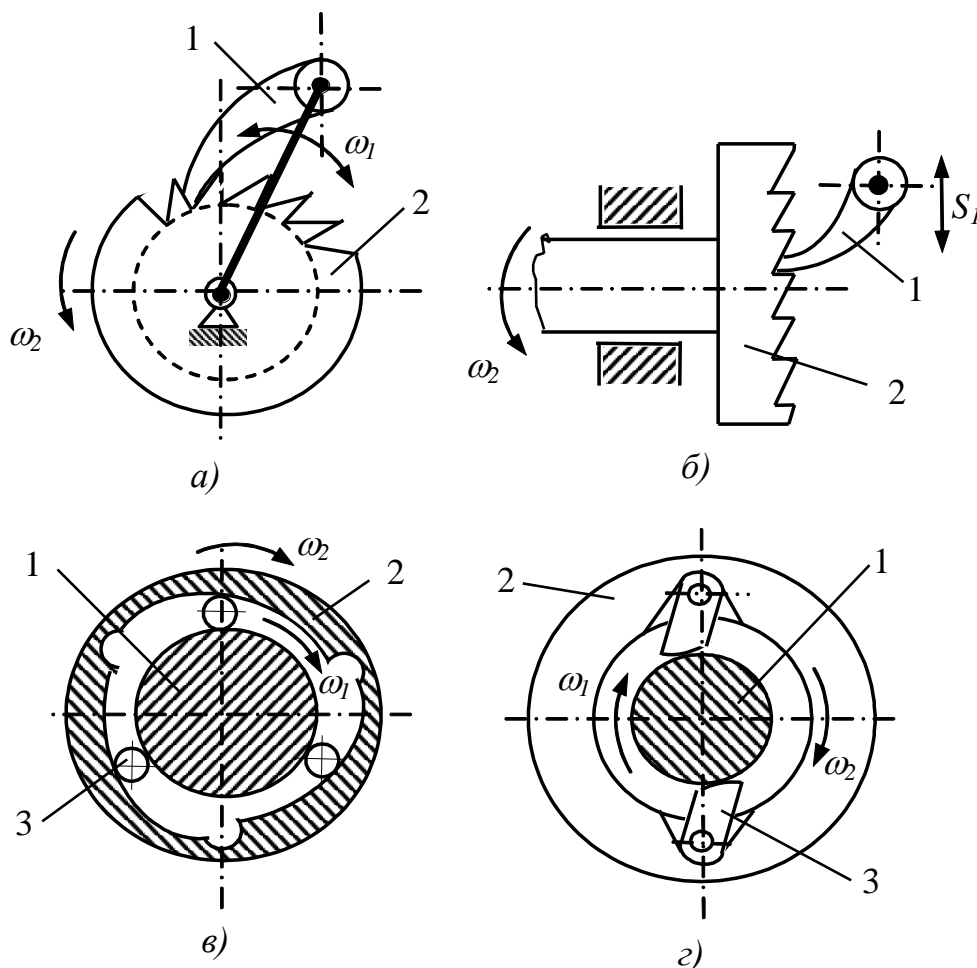


Рис. 5.2

равным размеру диаметра ролика. В этом случае произойдет заклинивание ролика в зазоре между поверхностями ведущего и ведомого звеньев и ведомое звено начнет вращаться в том же направлении, что и ведущее. При изменении направления вращения ведущего звена ролики за счет сил трения перемещаются в ту часть зазора, где его размер больше размера диаметра ролика, и движение от ведущего звена к ведомому не передается.

В механизме на рис. 5.2,2 промежуточное звено 3 – эксцентрик – имеет рабочую поверхность, точки которой находятся на разном удалении от оси, закрепленной на ведомом звене 2. При вращении ведущего звена 1 в направлении, указанном на рисунке, эксцентрики за счет сил трения поворачиваются относительно своих осей до тех пор, пока расстояние между осью и поверхностью эксцентрика не станет равным расстоянию между осью и поверхностью ведущего звена. В этом случае происходит заклинивание эксцентриков и передача движения ведомому звену 2. При изменении направления вращения ведущего звена эксцентрики поворачиваются в обратном направлении, что исключает их заклинивание, и движение к ведомому звену не передается.

Фрикционные храповые механизмы могут применяться при средних и больших угловых скоростях ведущего звена, так как в них за счет скольжения смягчаются толчки при включении и выключении ведомого звена.

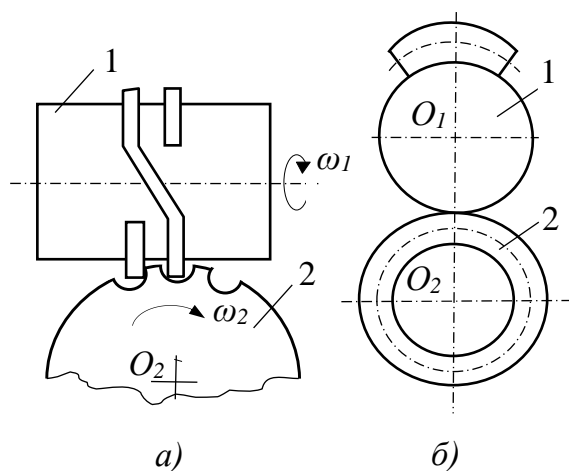


Рис. 5.3

Кулачковые механизмы прерывистого движения (рис. 5.3,а) применяются при скрещивающихся осях валов и работают почти без ударов, что позволяет их использовать при средних и высоких скоростях вращения звеньев. За один оборот кулачка 1 ведомый диск 2 поворачивается на угол, соответствующий одному шагу. Соотношение времени движения и времени остановки диска зависит от формы профиля кулачка.

Механизмы с неполными зубчатыми колесами состоят из ведущего звена – зубчатого сектора 1 – и ведомого зубчатого колеса 2 (рис. 5.3,б). Эти механизмы работают с толчками и ударами в начале и конце поворота ведомого звена, поэтому используются только при малых угловых скоростях ведущего звена. Применяются в счетчиках цифровых приборов, в устройствах прерывистого перемещения, в ограничителях движения и др.

Коэффициент движения τ , определяемый как отношение времени движения ведомого звена ко времени полного оборота ведущего звена, для механизма с неполными зубчатыми колесами можно определить через

отношение числа зубьев сектора z_c ведущего колеса к числу зубьев полного колеса z_1 :

$$\tau = z_c / z_1. \quad (5.3)$$

Как видно из (5.3), коэффициент движения для механизмов с неполными зубчатыми колесами может изменяться в широком диапазоне значений.

5.2 Расчет мальтийских и храповых механизмов

Расчет мальтийских механизмов. Для определения коэффициента движения τ мальтийского механизма заметим, что поводок входит в прорезь креста и выходит из неё в моменты, когда линии OA и AC (рис. 5.4) взаимно перпендикулярны. Если ведущее звено имеет один поводок, то угол φ_0 будет образован линиями OA и OA' . Пусть прорези равномерно распределены по кресту и их число равно z . Тогда угол θ между осями двух соседних прорезей будет равен $\theta = 2\pi/z$.

Из рис. 5.4 видно, что угол φ_0 определяется выражением

$$\varphi_0 = \pi - \theta = \pi - \frac{2\pi}{z} = \frac{\pi(z-2)}{z}. \quad (5.4)$$

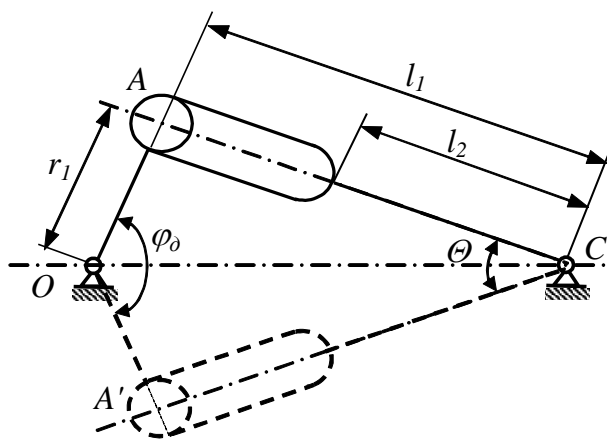


Рис. 5.4

С учетом (5.4) выражение (5.1) для коэффициента движения τ одноповодкового мальтийского механизма с z прорезями креста примет вид

$$\tau = \frac{z-2}{2z}. \quad (5.5)$$

Очевидно, что число прорезей креста z может быть любым, начиная с $z=3$. Из выражения (5.5) видно, что значение коэффициента τ в рассмотренном механизме никогда не может достигнуть

значения 0,5 ($\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-2}{2z} = 0,5$). Поэтому движение креста всегда продолжается меньше время, чем его покой.

Для получения $\tau > 0,5$ ведущее звено мальтийского механизма снабжают несколькими поводками. Если число поводков равно k и они равномерно распределены по окружности, то в выражении (5.1) для коэффициента движения τ вместо времени T одного оборота ведущего звена

надо подставить время T/k и, соответственно, вместо угла 2π – угол $2\pi/k$. Тогда выражение для коэффициента движения примет вид

$$\tau = \frac{k(z-2)}{2z}. \quad (5.6)$$

Учитывая, что значение коэффициента τ не может быть больше единицы, получим следующее соотношение между числом поводков k ведущего звена и числом прорезей z креста:

$$k < \frac{2z}{z-2}. \quad (5.7)$$

Из (5.7) следует, что при $z = 3$ число поводков можно брать от 1 до 5, при $z = 4$ – от 1 до 3 и т.д.

Основные размеры мальтийского механизма с одним поводком и z прорезями можно определить следующим образом. Если задано расстояние a между центрами ведущего и ведомого звеньев, то r_1 и l_1 (рис. 5.4) определяются выражениями

$$r_1 = a \sin(\theta/2); \quad l_1 = a \cos(\theta/2) = r_{2max}, \quad (5.8)$$

где $\theta = 2\pi/z$; r_{2max} – максимальное удаление от центра вращения креста его точки, совпадающей с точкой A ведущего звена.

Для определения значения расстояния l_2 необходимо рассмотреть положение механизма, при котором точки O , A и C находятся на одной прямой линии. Тогда получим выражение

$$l_2 = a - r_1 - r_{нов} = r_{2min} - r_{нов} = a(1 - \sin(\theta/2)) - r_{нов}, \quad (5.9)$$

где $r_{нов}$ – радиус поводка; r_{2min} – минимальное удаление от центра вращения креста его точки, совпадающей с точкой A ведущего звена.

Зависимости угловой скорости ω_2 и углового ускорения ε_2 креста от угла поворота φ_1 ведущего звена могут быть определены по формулам для рычажного механизма с качающейся кулисой. Отметим, что наибольшая угловая скорость креста ω_{2max} соответствует положению механизма, при котором центр A поводка (рис. 5.4) находится на линии OC . При этом линейные скорости точек ведущего и ведомого звеньев, совпадающие с точкой A , будут равны, т.е. $v_{A1} = v_{A2}$, или $\omega_1 r_1 = \omega_{2max} r_{2min}$.

Учитывая, что $r_{2min} = a(1 - \sin(\theta/2))$, получим выражение для ω_{2max} в следующем виде:

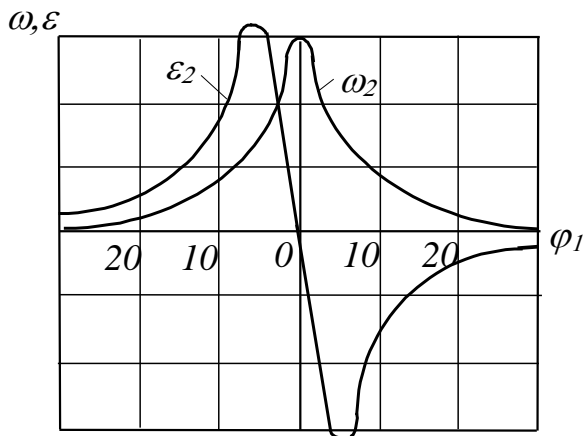


Рис. 5.5

$$\omega_{2\max} = \omega_1 \frac{\sin(\theta/2)}{1 - \sin(\theta/2)}. \quad (5.10)$$

На рис. 5.5 приведены графики изменения угловой скорости ω_2 и углового ускорения ε_2 креста в зависимости от положения кривошипа (угла φ_1) для мальтийского механизма с внешним зацеплением при $z = 4$. За начало отсчета угла φ_1 принято положение кривошипа (точки A) по линии центров OC (рис. 5.4).

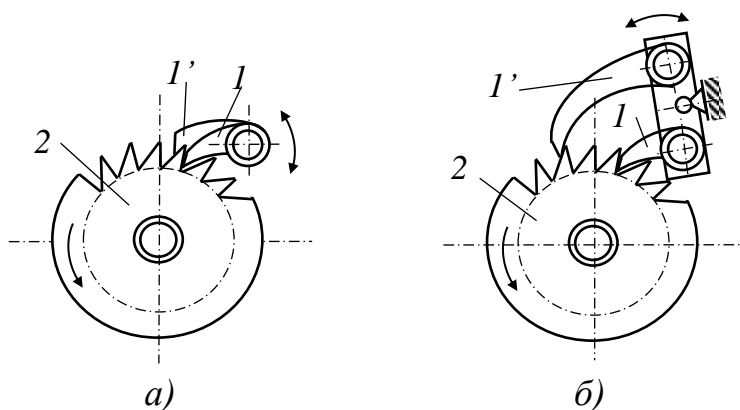


Рис. 5.6

Расчет зубчатых храповых механизмов. Число зубьев z храпового колеса зависит от наименьшего угла поворота колеса φ_0 за один ход собачки и определяется выражением: $z = 2\pi/\varphi_0$. Если наружный диаметр d храпового колеса задан, тогда, зная число зубьев, можем определить шаг t колеса: $t = \pi d/z$.

При заданном минимальном угле поворота храпового колеса возможно уменьшение числа зубьев за счет применения расположенных на одной оси двух или трех собачек разной длины с рабочими гранями, смещенными на $1/2$ или $1/3$ шага t (рис. 5.6,а). В этом случае собачки 1 и 1' поочередно входят в контакт с одним и тем же зубом колеса, обеспечивая заданный кинематический режим работы механизма. Необходимо отметить, что уменьшение числа зубьев храпового колеса повышает его нагрузочную способность, так как увеличивается окружная ширина зуба.

В случае, когда требуется получить почти непрерывное пульсирующее движение ведомого звена с остановкой очень малой продолжительности, на ведущем звене устанавливаются две собачки 1 и 1' (рис. 5.6,б), которые

поочередно входят в зацепление с зубьями храпового колеса, обеспечивая ему пульсирующий режим работы.

Для обеспечения силового замыкания собачки и храпового колеса обычно применяют пружины. В отдельных механизмах силовое замыкание достигается за счет собственного веса собачки.

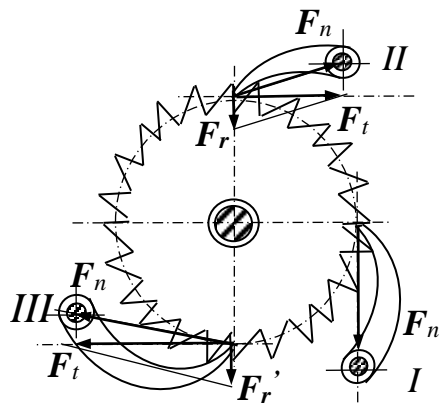


Рис. 5.7

Для надежной работы храпового механизма большое значение имеет расположение оси собачки относительно касательной, проведенной к средней окружности зубьев храпового колеса (рис. 5.7). Возможны три варианта расположения оси: на касательной (рис. 5.7, I), вне касательной (II) и внутри касательной (III). Ось собачки располагают на касательной при больших окружных силах F_t . При расположении оси собачки вне касательной возникает радиальная составляющая окружной силы – сила F_r , направленная к

центру колеса и обеспечивающая дополнительное прижатие собачки. Этот вариант расположения оси реализуется при малых значениях окружных сил для более надежного прижатия собачки к колесу. Если ось собачки располагается внутри касательной, то возникает радиальная составляющая F_r' окружной силы, направленная от центра колеса и выводящая собачку из зацепления. Последний вариант расположения оси собачки на практике не применяется.

Расчет храповых механизмов на прочность заключается в проверке на изгиб оси собачки и в ограничении удельного давления на поверхностях контакта собачки с осью и зубьями храпового колеса.

Материалы храпового колеса и собачки выбирают в зависимости от величины и характера нагрузки, режима работы механизма. В малонагруженных механизмах приборов храповые колеса и собачки выполняют из латуни или бронзы. При значительных нагрузках для их изготовления применяют качественные стали.

Глава 6 Кулачковые механизмы

По широте применения в механизмах различных устройств кулачковые механизмы уступают только зубчатым передачам. Их используют в качестве передаточных механизмов, обеспечивающих практически любой закон движения исполнительного звена. Кроме этого, достоинствами кулачковых механизмов являются простота конструкции, надежность, компактность, относительно высокий коэффициент полезного действия.

К недостаткам кулачковых механизмов следует отнести: сравнительно большой износ соприкасающихся поверхностей высшей кинематической

пары, возникающий из-за больших удельных давлений и высоких скоростей; ограниченность применения при больших скоростях из-за возникновения больших динамических нагрузок; трудности при изготовлении кулачков сложного профиля.

Кулачковый механизм чаще всего состоит из двух подвижных звеньев (рис.6.1): ведущего кулачка 1 и ведомого толкателя 2. В некоторых конструкциях кулачковых механизмов для замены трения скольжения трением качения вводят третье подвижное звено – ролик 3 (рис. 6.1,б), что способствует уменьшению износа звеньев.

Классифицируются кулачковые механизмы по ряду признаков. Так, в зависимости от вида траекторий точек звеньев различают *плоские* и *пространственные* кулачковые механизмы. *Плоскими* считаются кулачковые механизмы, точки звеньев которых перемещаются в параллельных плоскостях, т.е. описывают плоские кривые (рис. 6.1,а,б,г). Если точки звеньев описывают пространственные кривые, либо кривые, лежащие в пересекающихся плоскостях, то кулачковый механизм будет *пространственным* (рис. 6.1,в).

По характеру движения кулачка различают механизмы с *вращающимся* (рис. 6.1,а,б,в) и *поступательно движущимся* (рис. 6.1,г) кулачком.

В зависимости от характера движения ведомого звена различают кулачковые механизмы с *поступательно движущимся* толкателем (рис. 6.1,а,в,г) и с *качающимся* толкателем (коромыслом) (рис. 6.1,б). Конструктивно контактная поверхность толкателей может выполняться конической, как это представлено на рис. 6.1,а,г, плоской, сферической или роликовой (рис. 6.1,б,в).

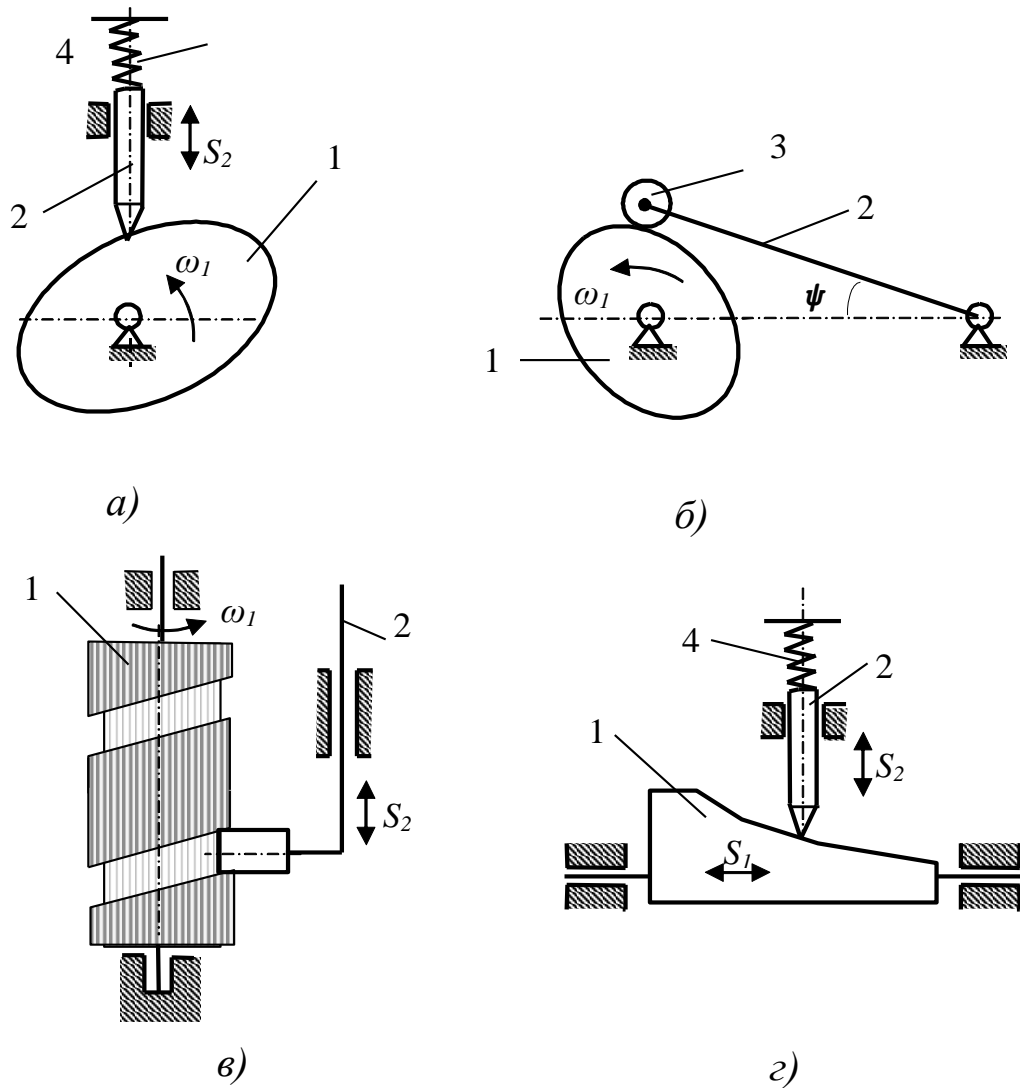


Рис. 6.1

Одной из особенностей кулачковых механизмов является возможность появления во время работы значительных инерционных нагрузок, направленных на отрыв толкателя от рабочей поверхности кулачка. Исключение отрыва толкателя от кулачка достигается *силовым* или *геометрическим замыканием* звеньев. В механизмах, представленных на рис. 6.1, а, г, силовое замыкание звеньев обеспечивается упругим элементом 4, а на рис. 6.1, в – силой тяжести коромысла 2. Геометрическое замыкание звеньев применено в механизме с пазовым кулачком 1, представленном на рис. 6.1, в. При вращении кулачка ролик толкателя соприкасается с боковыми поверхностями паза, представляющими собой два рабочих профиля кулачка, которые обеспечивают перемещение толкателя в обоих направлениях.

Рассмотрим геометрические характеристики кулачка. Сечение

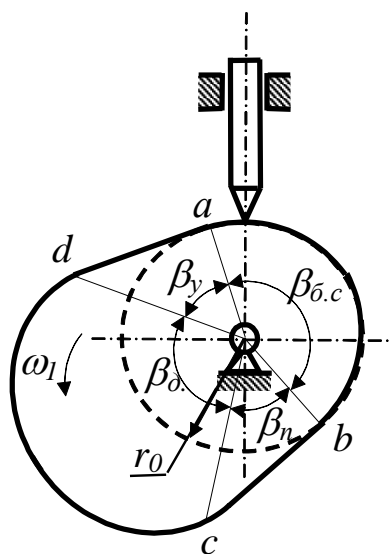


Рис. 6.2

цилиндрической поверхности кулачка плоскостью, параллельной плоскости движения механизма, дает кривую, называемую *действительным (практическим) профилем кулачка* (рис. 6.2). На действительном профиле кулачка можно выделить четыре участка, отделяемые друг от друга узловыми точками a , b , c , d и соответствующие четырем фазам движения (положения) толкателя:

– участок $a - b$: профиль ближнего стояния (фаза наименьшего удаления толкателя от центра кулачка). Радиус r_0 профиля ближнего стояния еще называется радиусом основной шайбы кулачка;

– участок $b - c$: профиль удаления (фаза удаления толкателя от центра кулачка);

– участок $c - d$: профиль дальнего стояния (фаза наибольшего удаления толкателя от центра кулачка);

– участок $d - a$: профиль приближения (фаза приближения толкателя к центру кулачка).

Указанным участкам профиля соответствуют центральные профильные углы кулачка (рис. 6.2): $\beta_{b.c}$ – угол ближнего стояния; β_y – угол удаления; $\beta_{d.c}$ – угол дальнего стояния; β_n – угол приближения. Полный угол поворота кулачка можно представить как сумму углов, называемых углом удаления (φ_y), углом дальнего стояния ($\varphi_{d.c}$), углом приближения (φ_n) и углом ближнего стояния ($\varphi_{b.c}$). Угол $\varphi_p = \varphi_y + \varphi_{d.c} + \varphi_n$ называется рабочим углом поворота кулачка.

Одним из параметров, определяющих работоспособность кулачкового механизма, является *угол давления* θ , определяемый как угол между нормалью к профилю кулачка, проведенной в точке контакта с толкателем, и направлением перемещения толкателя. Значение угла давления не должно превышать предельно допустимого значения $[\theta]$, т.е. должно выполняться условие $\theta < [\theta]$. В противном случае произойдет заклинивание (самоторможение) кулачкового механизма. Значение $[\theta]$ зависит от конструкции механизма и коэффициента трения для пары материалов кулачка и толкателя, для большинства кулачковых механизмов $[\theta]$ не превышает 30° .

Глава 7 Винтовые механизмы

7.1 Назначение, классификация и конструкции винтовых механизмов

Винтовые механизмы используются для преобразования вращательного движения в поступательное. Для преобразования поступательного движения во вращательное эти механизмы используются редко (механизм перемещения пленки в фотоаппарате).

Достоинствами таких механизмов являются высокая точность и плавность поступательного перемещения, простота конструкции и изготовления, компактность, надежность в работе, возможности получения самотормозящей передачи и создания значительных усилий при малых перемещениях. Недостатки механизмов «винт – гайка» – большие потери на трение в винтовой паре, что обуславливает низкий КПД и повышенный износ.

Механизмы «винт – гайка» применяют для перемещения магнитных и оптических головок считывания и записи информации в дисководах ПЭВМ; перемещения координатных столов технологического оборудования при изготовлении полупроводниковых и электронных приборов; настройки волноводов; фокусировки окуляров и объективов; перемещения кареток и суппортов станков; измерительных и регулировочных устройств; рабочих органов роботов, испытательных машин и т.д.

Основными элементами механизмов «винт – гайка» являются винт 1 и гайка 2 (рис. 7.1,а). Материалы винта и гайки должны обладать низким коэффициентом трения, высокой износостойкостью и хорошо обрабатываться.

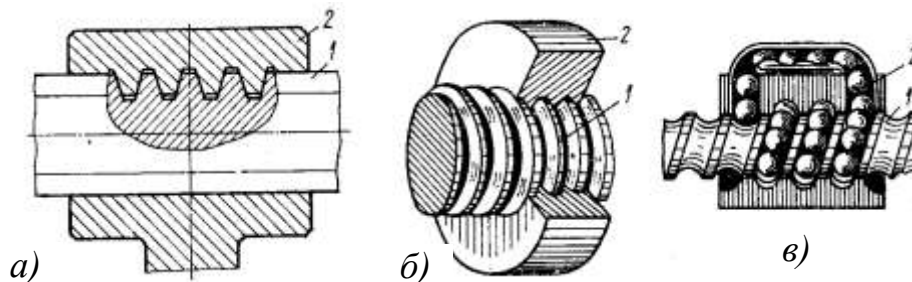


Рис. 7.1

Винт представляет собой цилиндр, на части которого нарезана резьба. Изготавливают винты обычно из сталей 45 и 50. Гайка представляет собой втулку или корпус с резьбой в отверстии (рис. 7.1,б). Для уменьшения трения скольжения гайки изготавливают из пластмасс, оловянистых бронз типа БрОЦС 6-6-3, латуни Л60 ... 62. С целью уменьшения потерь на трение применяют механизмы «винт – гайка» с трением качения (рис. 7.1,в). В этой более сложной конструкции резьба заменена винтовыми канавками кругового профиля. Канавки на винте и гайке образуют замкнутую винтовую

поверхность, ограничивающую полость, в которую помещаются шарики. Контакт между винтом и гайкой осуществляется посредством шариков. При вращении винта шарики увлекаются в направлении его поступательного движения, попадают в отводной канал в гайке и снова возвращаются в полость между винтом и гайкой. Коэффициент полезного действия шариковинтовых механизмов достигает значения 0,98.

Простейшие винтовые механизмы могут состоять из двух и трех звеньев. Наибольшее распространение получили трехзвенные схемы, состоящие из винта, гайки и неподвижной стойки. В зависимости от характера движения винта 1 и гайки 2 относительно стойки 3 можно выделить следующие пять основных типов винтовых механизмов (рис. 7.2, а–д):

а) винт вращается (φ_1) и движется поступательно (S_1), гайка неподвижна относительно стойки. В связи с высокой точностью перемещений винта данный тип механизма применяется в измерительных микрометрах, механизмах настройки. Применяется также в зажимах и прессах, обеспечивая значительные усилия при малых перемещениях;

б) винт вращается (φ_1), обеспечивая линейное перемещение (S_2) гайки. Данная схема винтового механизма применяется для перемещения координатных столов технологического оборудования, в качестве ограничителей чисел оборотов вращающихся деталей приборов;

в) при неподвижном винте гайка вращается (φ_2) и движется поступательно (S_2). Механизмы, в которых реализуется такая кинематическая схема, используют в устройствах, обеспечивающих грубые установочные перемещения;

г) гайка вращается (φ_2), обеспечивая поступательное перемещение (S_1) винта. Данная схема механизма применяется для обеспечения предварительных установочных перемещений;

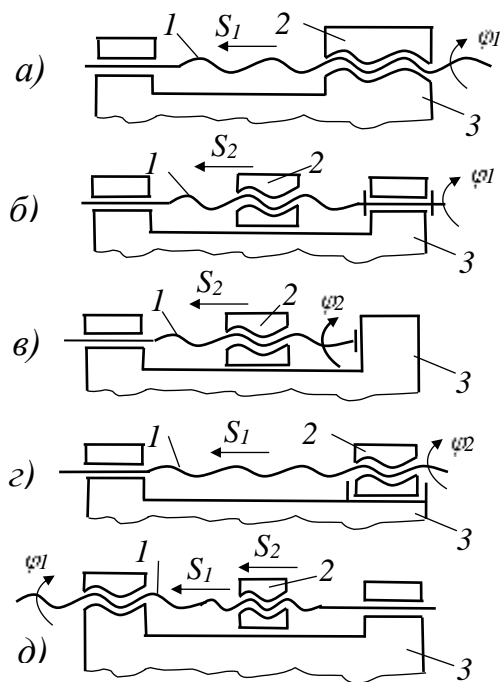


Рис. 7.2

д) винт имеет два участка с различным шагом резьбы. При вращении винта за счет разности его ходов в стойке и в гайке можно получить незначительные линейные перемещения последней. Механизмы такого типа называются дифференциальными. При получении точных перемещений применение дифференциальной винтовой передачи может быть предпочтительнее, чем уменьшение шага резьбы.

В механизмах «винт – гайка» с трением скольжения резьба нанесена непосредственно на детали винтовой пары. Характеризуется резьба винта

(гайки) следующими геометрическими параметрами (рис. 7.3): $d(D)$ – наружный диаметр резьбы; $d_1(D_1)$ – внутренний диаметр резьбы; $d_2(D_2)$ – средний диаметр резьбы; p – шаг резьбы – расстояние, измеренное вдоль оси резьбы, между параллельными сторонами соседних витков; p_h – ход резьбы, для однозаходной $p_h = p$, а для многозаходной – $p_h = zp$, где z – число заходов; h – рабочая высота профиля; α – угол профиля, угол между смежными боковыми сторонами резьбы в плоскости осевого сечения; γ – угол подъема резьбы, образованный касательной к винтовой линии в точке на среднем диаметре резьбы и плоскостью, перпендикулярной к оси резьбы.

На рис. 7.4 показана развертка винтовой линии винта с числом заходов $z=2$. Из рисунка следует, что угол γ подъема винтовой линии определяется из выражения

$$\operatorname{tg} \gamma = z p / \pi d_2. \quad (7.1)$$

В винтовых механизмах используют цилиндрические резьбы с треугольным (метрическая), трапецидальным и прямоугольным профилем.

Треугольная (метрическая) резьба (рис. 16.3,а) имеет профиль равностороннего треугольника с углом профиля $\alpha = 60^\circ$. Для уменьшения концентрации напряжений вершины и впадины резьбы притуплены по прямой или по дуге. Радиальный зазор в резьбе делает ее негерметичной. Метрические резьбы делятся на резьбы с крупным (основным) и мелким шагом. Метрическая резьба обеспечивает лучшее направление винта или гайки в винтовых механизмах из-за малого радиального смещения по сравнению с трапецидальной резьбой. В механизмах «винт – гайка» с шагами резьбы до 1 мм применяют только метрические резьбы из-за сложности изготовления с такими шагами ходовых резьб трапецидального и прямоугольного профилей.

Трапецидальная резьба (рис. 7.3,б) – основная резьба в механизмах «винт – гайка». Ее профиль – равнобокая трапеция с углом $\alpha = 30^\circ$. Резьба имеет меньшие по сравнению с резьбой треугольного профиля потери на трение, больший КПД, обеспечивает высокую точность осевого перемещения ведомого звена. Широко применяется для реверсивных передач «винт – гайка».

Прямоугольная резьба (рис. 7.3,в) с профилем в форме квадрата имеет самый высокий КПД, так как угол профиля резьбы $\alpha = 0$. Резьба обладает пониженной прочностью. При износе образуются осевые зазоры, которые трудно устранить. Резьба применяется в малонагруженных передачах «винт – гайка» (перемещение головок записи и считывания информации в дисководах).

Упорная резьба (рис. 7.3,г) имеет профиль неравнобокой трапеции с углом $\alpha = 30^\circ$. Рабочая сторона профиля имеет угол наклона 3° , КПД этой резьбы выше, чем КПД трапецидальной резьбы. Рекомендуются применять эту резьбу в механизмах «винт – гайка» при значительных односторонних осевых нагрузках.

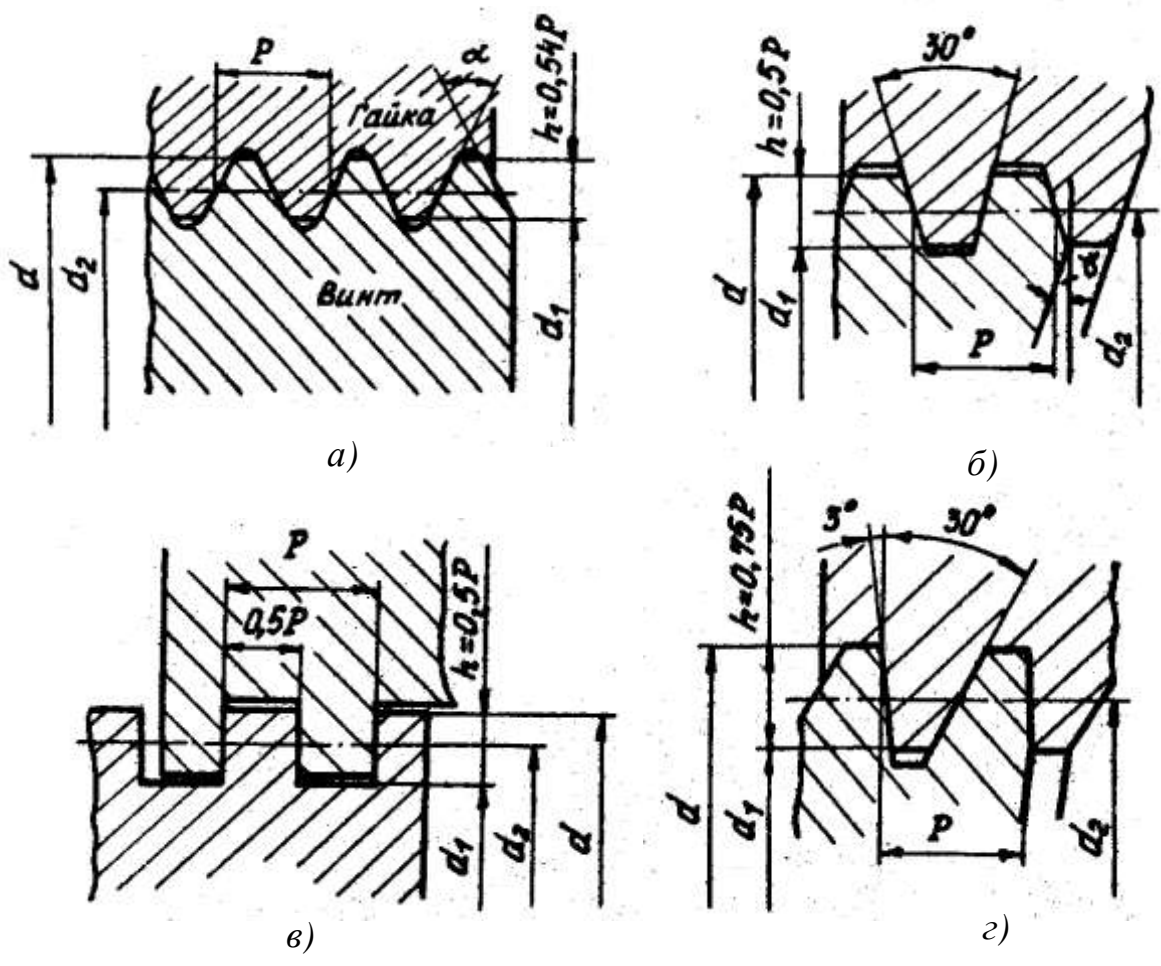


Рис. 7.3

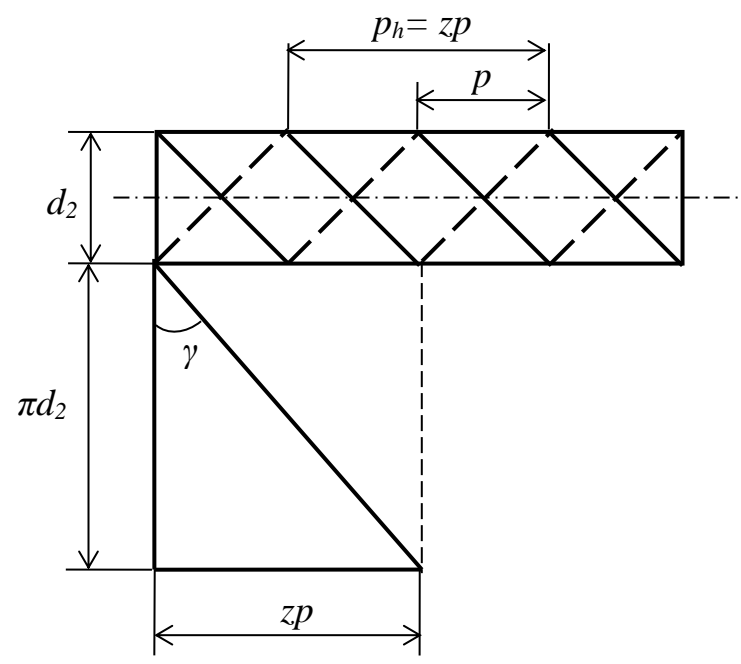


Рис. 7.4

Наибольшее применение в винтовых механизмах получили прямоугольные, трапецидальные и метрические резьбы. Прямоугольную и

трапецеидальную резьбы рекомендуют применять с шагом $p > 1,0$ мм, метрическую – в механизмах с мелкими шагами ($p \leq 1,0$ мм).

7.2 Силовые соотношения в винтовом механизме

Рассмотрим силовые соотношения и КПД винтовой пары. Осевая сила Q (рис. 7.5) вызывает между витками винта и гайки нормальные к боковой поверхности профиля резьбы силы взаимодействия N_1 (рис. 7.5,а – треугольная резьба) и N_2 (рис. 7.5,б – прямоугольная резьба). Считая условно эти силы сосредоточенными, получим выражение для суммарной окружной силы трения в резьбе (без учета угла подъема):

для прямоугольной резьбы: $F_2 = 2(N_2/2)\mu = \mu Q$;

для треугольной резьбы: $F_1 = 2(N_1/2)\mu = \mu Q / \cos(\alpha/2) = \mu' Q$, где μ' – приведенный коэффициент трения в резьбе.

$$\mu' = \mu / \cos(\alpha/2). \quad (7.2)$$

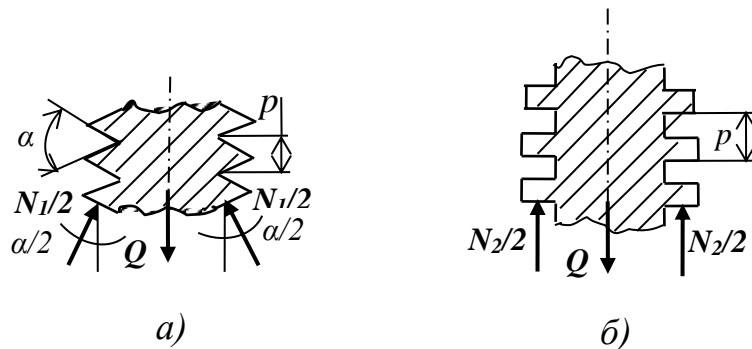


Рис. 7.5

Так как для треугольной резьбы $\alpha = 60^\circ$, а для трапецеидальной $\alpha = 30^\circ$, то при одинаковых осевых силах сила трения в этих резьбах больше, чем в прямоугольной, соответственно на 15 и 4%. Кроме того, треугольная резьба прочнее, так как поверхность среза витка соответствует шагу резьбы p по сравнению с $0,5p$ у прямоугольной резьбы.

Для нахождения силовых соотношений в винтовой паре развернем виток прямоугольной резьбы (рис. 7.6,а) по среднему диаметру, в результате чего получим наклонную плоскость с углом подъема γ , равным углу подъема резьбы (рис. 7.6,б). При вращении винта будет происходить подъем гайки с грузом общим весом Q .

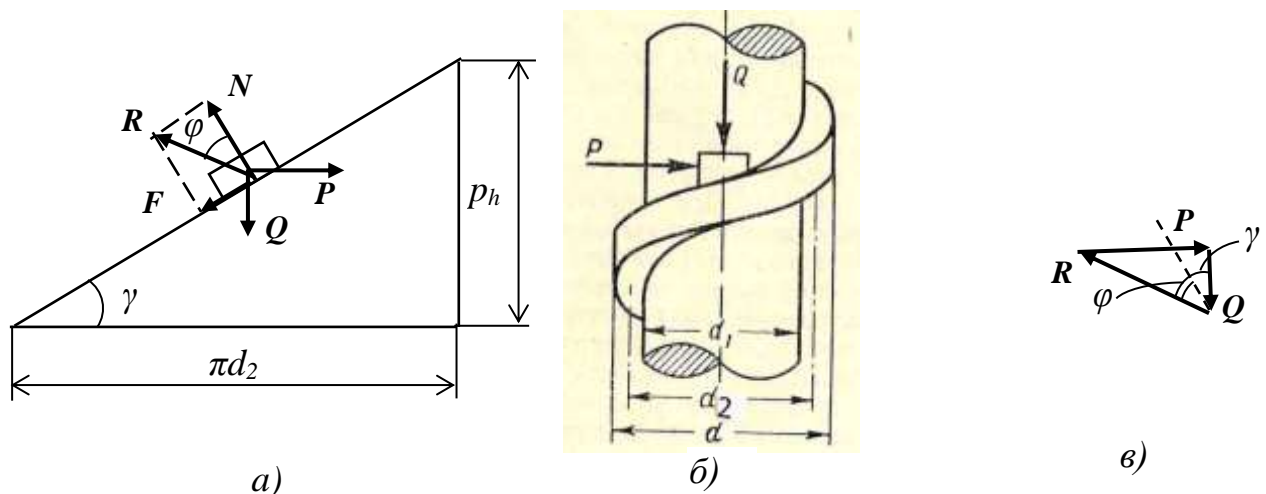


Рис. 7.6

На гайку кроме силы Q будет действовать движущая сила P и полная реакция R винтовой (наклонной) поверхности, которая является векторной суммой нормальной реакции поверхности N и силы трения F . Будем считать, что под действием указанных сил гайка равномерно перемещается по винтовой поверхности, т.е. система сил, действующих на гайку, находится в равновесии: $Q + P + R = 0$. Решая это уравнение графически (рис. 7.6, в), найдем выражение для необходимой движущей силы в виде

$$P = Q \operatorname{tg}(\gamma + \varphi), \quad (7.3)$$

где φ – угол между полной реакцией R винтовой поверхности на гайку и ее нормальной составляющей N , называемый *углом трения*. Момент, вращающий гайку или винт, будет

$$T = P \frac{d_2}{2} = Q \operatorname{tg}(\gamma + \varphi) \frac{d_2}{2}, \quad (7.4)$$

где d_2 – средний диаметр резьбы.

Если изменить направление вращения винта на обратное, т.е. гайку с грузом опускать, то сила трения F изменит свое направление на противоположное. Тогда для случая движения груза Q с равномерной скоростью вниз по наклонной плоскости определим, что

$$P = Q \operatorname{tg}(\gamma - \varphi). \quad (7.5)$$

Так как направление силы P не менялось, а направление движения изменилось, то сила P является уже не движущей, а удерживающей груз силой.

Самоторможением винт будет обладать тогда, когда спуск груза с равномерной скоростью будет происходить при отсутствии удерживающей

силы P или когда для спуска потребуется сила противоположного направления, которая должна быть уже не удерживающей, а движущей силой. Из рис. 16.6, в видно, что при $P = 0$, равномерное движение груза возможно при $\gamma = \varphi$, т.е. когда угол наклона винтовой плоскости γ будет равен углу трения φ . Если же выполняется условие $\varphi > \gamma$, то самодвижение груза невозможно.

Таким образом, винт будет самотормозящим только в том случае, если угол подъема винтовой линии меньше угла трения или равен ему.

Коэффициент полезного действия η винтового механизма определяется отношением работы сил полезного сопротивления ($A_{пол}$) к работе движущих сил ($A_{дв}$). За один оборот винта полезной будет работа по поднятию груза Q на высоту p_h (рис. 16.6, б), а работа движущих сил определится как работа, совершаемая силой P на перемещении πd_2 . Тогда для коэффициента полезного действия получим выражение

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{дв}} = \frac{Qp_h}{P\pi d_2} = \frac{Qtg\gamma}{P}.$$

С учетом выражения для P (16.3) окончательно получаем:

$$\eta = \frac{tg\gamma}{tg(\gamma + \varphi)}. \quad (7.6)$$

Эта формула выражает КПД винтового механизма при подъеме груза Q по наклонной плоскости, и учитывает потери на трение в резьбе. При опускании груза КПД винтовой пары с учетом того, что движущей силой является груз Q , а тормозящая сила P играет роль полезного сопротивления, определится с учетом (7.5) зависимостью

$$\eta = \frac{tg(\gamma - \varphi)}{tg\gamma}. \quad (7.7)$$

Выражения (7.6) и (7.7) получены для винтовой пары с прямоугольной резьбой. В выражениях КПД для других типов резьбы (треугольная, трапецеидальная) необходимо брать вместо угла трения φ приведенный угол трения φ' , определяемый выражением

$$\varphi' = arctg \mu', \quad (7.8)$$

где μ' – приведенный коэффициент трения, связанный с коэффициентом трения μ выражением (7.2)

Как следует из выражений (7.6) и (7.7), КПД, прежде всего, определяется углом γ подъема винтовой линии. Учитывая зависимость (7.1), угол подъема связан с шагом p , числом z заходов и со средним диаметром d_2

резьбы. При увеличении шага, числа заходов резьбы КПД механизма повышается. Средний диаметр d_2 (в миллиметрах) для трапецеидальной резьбы (рис. 7.3, б) равен

$$d_2 = d - 0,5p, \quad (7.9)$$

где d – наружный диаметр резьбы; p – шаг резьбы.

Выражения для момента T , вращающего гайку или винт (7.4), и для коэффициентов полезного действия (7.6), (7.7) получены для случая действия осевой нагрузки. Найдем соответствующие выражения для случая действия эксцентричной нагрузки, направленной параллельно оси винта и приложенной к гайке на расстоянии a от оси (рис. 7.7).

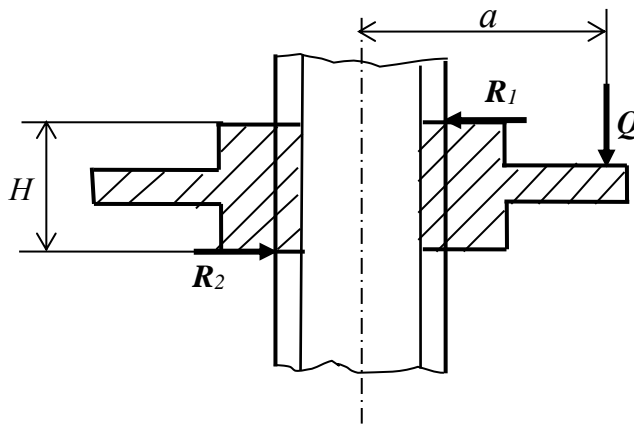


Рис. 7.7

При действии на гайку эксцентричной нагрузки Q в паре винт – гайка возникает дополнительное давление на поверхность резьбы, направленное перпендикулярно оси винта (рис. 7.7). Исходя из условия равновесия гайки, к которой приложены кроме нагрузки Q силы R_1 и R_2 , найдем выражение для давления R :

$$R = R_1 = R_2 = Qa/H, \quad (7.10)$$

где a – величина смещения нагрузки относительно оси винта, H – высота гайки.

Это давление вызовет в винтовой паре дополнительную силу трения и соответственно дополнительный, к ранее полученному моменту сил трения от действия центральной нагрузки Q (7.4), момент сил трения, определяемый выражением

$$T_{дон} = \mu R 0,5d_2 = 0,5 d_2 \mu Qa/H, \quad (7.11)$$

где μ – коэффициент трения, d_2 – средний диаметр резьбы.

С учетом (7.4) и (7.11) выражение для момента сил трения при эксцентричном приложении нагрузки к гайке запишется в виде

$$T = 0,5d_2Q \left[\operatorname{tg}(\gamma + \varphi) + \mu \frac{a}{H} \right]. \quad (7.12)$$

При эксцентричной нагрузке Q , действующей параллельно оси винта и приложенной к гайке на расстоянии a от оси (рис. 7.7), КПД вычисляют по формуле

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi) + \mu a / H}. \quad (7.13)$$

7.3 Расчет винтовых механизмов

Кинематику винтовых механизмов рассмотрим на примере схемы, предусматривающей все возможные варианты движения звеньев механизма (рис. 7.8). Пусть винт 1 вращается относительно стойки 3 с угловой скоростью ω_{13} , а гайка 2 имеет угловую скорость вращения ω_{23} относительно стойки и угловую скорость ω_{21} во вращательном движении относительно винта. Тогда скорость относительно стойки ведомого звена винтового механизма – гайки определится следующим выражением:

$$\omega_{23} = \omega_{13} + \omega_{21}. \quad (7.14)$$

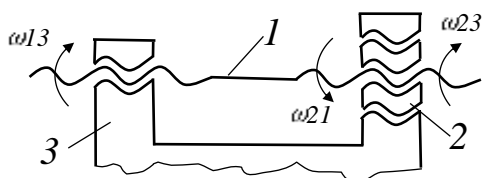


Рис. 7.8

Угловые скорости, входящие в выражение (7.14), являются векторными величинами. Однако учитывая, что это коллинеарные векторы, так как вращение винта и гайки происходит относительно общей оси, зависимость (7.14) можно

рассматривать как алгебраическое выражение.

Для линейных перемещений гайки и винта справедлива аналогичная (7.14) зависимость:

$$S_{23} = S_{13} + S_{21}, \quad (7.15)$$

где S_{13} и S_{23} – перемещения соответственно винта 1 и гайки 2 относительно стойки 3; S_{21} – перемещение гайки относительно винта.

Перемещение S звена, имеющего ход резьбы h , связано с углом поворота φ соотношением $S = h\varphi/2\pi$. Для равномерно вращающегося звена с угловой

скоростью ω угол поворота зависит от времени t : $\varphi = \omega t$. Тогда перемещение S будет определяться выражением $S = h \omega t / 2\pi$.

С учетом выражения для перемещения S уравнение (7.15) запишется в виде

$$h_{23} \omega_{23} = h_{13} \omega_{13} + h_{21} \omega_{21}. \quad (7.16)$$

Из выражения (7.16) с учетом (7.14) получим соотношение между угловыми скоростями винта и гайки винтового механизма, представленного на рис. 7.8, в следующем виде:

$$\omega_{23} = \frac{h_{13} - h_{21}}{h_{23} - h_{21}} \omega_{13}. \quad (7.17)$$

Тогда передаточное отношение i_{12} для этого механизма можно выразить через ход резьбы его звеньев в виде

$$i_{12} = \frac{\omega_{13}}{\omega_{23}} = \frac{h_{23} - h_{21}}{h_{12} - h_{21}}, \quad (7.18)$$

а осевое перемещение S_{23} ведомого звена – гайки – выражением

$$S_{23} = \frac{h_{23} \omega_{23} t}{2\pi} = h_{23} \frac{h_{13} - h_{21}}{h_{23} - h_{21}} \frac{\varphi_{13}}{2\pi}. \quad (7.19)$$

Из (7.19) можно получить как частные случаи выражения для перемещений гайки других схем винтовых механизмов. Так, для механизма, представленного на рис. 6.2,а, в выражении (16.19) необходимо принять $h_{13}=0$, $h_{23} = \infty$. Тогда перемещение S_{23} гайки определится выражением

$$S_{23} = -h_{21} \frac{\varphi_{13}}{2\pi}. \quad (16.20)$$

Для механизма, представленного на рис. 16.2,д, $h_{23} = \infty$ и выражение для S_{23} можно записать как

$$S_{23} = (h_{13} - h_{21}) \frac{\varphi_{13}}{2\pi}. \quad (16.21)$$

Винтовые механизмы с трением скольжения чаще всего выходят из строя из-за повышенного износа резьбы. Износостойкость винтовой пары обеспечивают выбором соответствующих материалов винта и гайки, а также допустимого удельного давления q на резьбе, определяемого по формуле

$$q = \frac{4Fh}{\pi(d^2 - d_1^2)H} \leq [q], \quad (16.22)$$

где F – осевое усилие, действующее на винт; d , d_1 – соответственно наружный и внутренний диаметры резьбы; h – шаг резьбы (ход винтовой линии); H – высота гайки (обычно $H = (2...3)d$).

Винты изготавливаются из сталей 45 и 50. С целью уменьшения потерь на трение в винтовой паре гайки изготавливают обычно из оловянистых бронз Бр.ОФ10-1, ОЦС6-6-3, а также из пластмасс.

Полочки винтов встречаются редко, и поэтому расчет на прочность проводится только для сильно нагруженных винтов.

При работе винта с внутренним диаметром резьбы d_1 на кручение и растяжение определяется эквивалентное напряжение, которое не должно превышать предельно допустимое напряжение $[\sigma]$ для материала винта:

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{4F}{\pi d_1^2}\right)^2 + \left(\frac{T}{0,2d_1^3}\right)^2} \leq [\sigma], \quad (16.23)$$

где σ_3 , F и T – соответственно эквивалентное напряжение, осевая сила и крутящий момент в опасном сечении винта.

Крутящий момент T , действующий в сечениях винта, равен моменту сил трения M_{mp} в винтовой паре, который определяется по формуле

$$M_{mp} = F \frac{d - d_1}{4} \operatorname{tg}(\lambda + \varphi), \quad (16.24)$$

где λ – угол наклона винтовой линии; φ – угол трения в резьбе.

Необходимую высоту H гайки винтового механизма определяют из условия прочности резьбы на срез:

$$H \geq \frac{Fh}{\pi d_1 t z [\tau]}, \quad (16.25)$$

где t – рабочая высота профиля резьбы; z – число заходов резьбы; $[\tau]$ – допускаемое напряжение среза для материала гайки.

Литература

- 1 *Артоболевский И.И.* Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. М.: Наука, 1998.
- 2 *Ванторин В.Д.* Механизмы приборных и вычислительных систем / В.Д. Ванторин. М.: Высш. шк., 1985.
- 3 *Вопилкин Е.А.* Расчет и конструирование механизмов приборов и систем /Е.А. Вопилкин. М.: Высш. шк., 1980.
- 4 *Вышинский Н.В.* Техническая механика. Мн.: ИВЦ Минфина, 2006.-251с.
- 5 *Вышинский Н.В.* Техническая механика: Курсовое проектирование / Н.В. Вышинский. Мн.: Бестпринт, 2001.
- 6 *Красковский Е.Я.* Расчет и конструирование механизмов приборов и вычислительных систем / Е.Я. Красковский, Ю.А. Дружинин, Е.М. Филатова. М.: Высш. шк., 1991.
- 7 Прикладная механика / А.Т. Скойбеда, А.А. Миклашевич, Е.Н. Левковский и др.; Под ред. А.Т. Скойбеда. Мн.: Выш. шк., 1997.
- 8 Прикладная механика / В.М. Осецкий, Б.Г. Горбачев, Г.А. Доброборский и др.; Под ред. В.М.Осецкого. М.: Машиностроение, 1977.
- 9 Прикладная механика / К.И. Заблонский, М.С. Беляев, И.Я. Телис и др.; Под ред. К.И. Заблонского. Киев: Вища шк., 1984.
- 10 *Сурин В.М.* Прикладная механика / В.М. Сурин. Мн.: Новое знание, 2005.