

ЗАДАЧА

Имеются n пунктов производства и m пунктов распределения продукции. Стоимость перевозки единицы продукции с i -го пункта производства в j -центр распределения c_{ij} приведены в таблице, где под строкой понимается пункт производства, а под столбцом – пункт распределения. Кроме того, в этой таблице в i -той строке указан объем производства в i -м пункте производства, а в j -м столбце указан спрос в j -м центре распределения. Необходимо составить план перевозок по доставке требуемой продукции в пункты распределения, минимизирующий суммарные транспортные расходы.

	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем производства
	9	4	8	8	21
	9	5	7	7	12
	9	8	9	9	18
	7	6	7	6	20
	6	9	9	5	15
Объем потребления	18	20	19	22	

Пояснение

Данная задача является несбалансированной, т.к. суммарный объем запасов выше суммарного объема потребности в ней ($21+12+18+20+15 > 18+20+19+22$). Поэтому на предприятиях останется 7 единиц продукции. Для решения задачи сверх имеющихся n пунктов потребления введем еще один, фиктивный, дополнительный пункт потребления $n+1$, которому припишем фиктивную заявку, равную избытку запасов над заявками. Стоимость перевозок из всех пунктов отправления в фиктивный пункт потребления будем считать равным нулю. Введением фиктивного пункта потребления с его заявкой мы сравняли баланс транспортной задачи и теперь ее можно решать как обычную транспортную задачу с правильным балансом.

Решение задачи средствами Excel

Создаем таблицы, как показано на рис. 1. Для ячеек вводим следующие формулы:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q		
1		Пункт потр-я 1	Пункт потр-я 2	Пункт потр-я 3	Пункт потр-я 4	Доп. пункт потр-я		a_i	Матрица X										
2	Пункт пр-ва 1	9	4	8	8	0		21									x_1	=СУММ(J2:N2)	
3	Пункт пр-ва 2	9	5	7	7	0		12									x_2	=СУММ(J3:N3)	
4	Пункт пр-ва 3	9	8	9	9	0		18									x_3	=СУММ(J4:N4)	
5	Пункт пр-ва 4	7	6	7	6	0		20									x_4	=СУММ(J5:N5)	
6	Пункт пр-ва 5	6	9	9	5	0		15									x_5	=СУММ(J6:N6)	
7																			
8		18	20	19	22	7	b_j			=СУММ(J2:J6)	=СУММ(K2:K6)	=СУММ(L2:L6)	=СУММ(M2:M6)	=СУММ(N2:N6)					
9																			
10		=B2*J2	=C2*K2	=D2*L2	=E2*M2	=F2*N2		=СУММ(B10:F10)											
11		=B3*J3	=C3*K3	=D3*L3	=E3*M3	=F3*N3		=СУММ(B11:F11)											
12		=B4*J4	=C4*K4	=D4*L4	=E4*M4	=F4*N4		=СУММ(B12:F12)											
13		=B5*J5	=C5*K5	=D5*L5	=E5*M5	=F5*N5		=СУММ(B13:F13)											
14		=B6*J6	=C6*K6	=D6*L6	=E6*M6	=F6*N6		=СУММ(B14:F14)											
15		Значение функции $f(x)$						=СУММПРОИЗВ(B2:F6;J2:N6)											

Рис. 1. Создание формы для расчета транспортной задачи
Результат на рис. 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
1		Пункт потр-я 1	Пункт потр-я 2	Пункт потр-я 3	Пункт потр-я 4	Доп. пункт потр-я		ai		Матрица X								
2	Пункт пр-ва 1	9	4	8	8	0		21								x1i	0	
3	Пункт пр-ва 2	9	5	7	7	0		12								x2i	0	
4	Пункт пр-ва 3	9	8	9	9	0		18								x3i	0	
5	Пункт пр-ва 4	7	6	7	6	0		20								x4i	0	
6	Пункт пр-ва 5	6	9	9	5	0		15								x5i	0	
7																		
8		18	20	19	22	7	bj			0	0	0	0	0				
9																		
10		0	0	0	0	0		0										
11		0	0	0	0	0		0										
12		0	0	0	0	0		0										
13		0	0	0	0	0		0										
14		0	0	0	0	0		0										
15		Значение функции f(x)						0										

Рис. 2. Форма для расчета транспортной задачи

Выполнить команду **Сервис** → **Поиск решения...** Заполняем вызванное окно в соответствии с рис. 3.

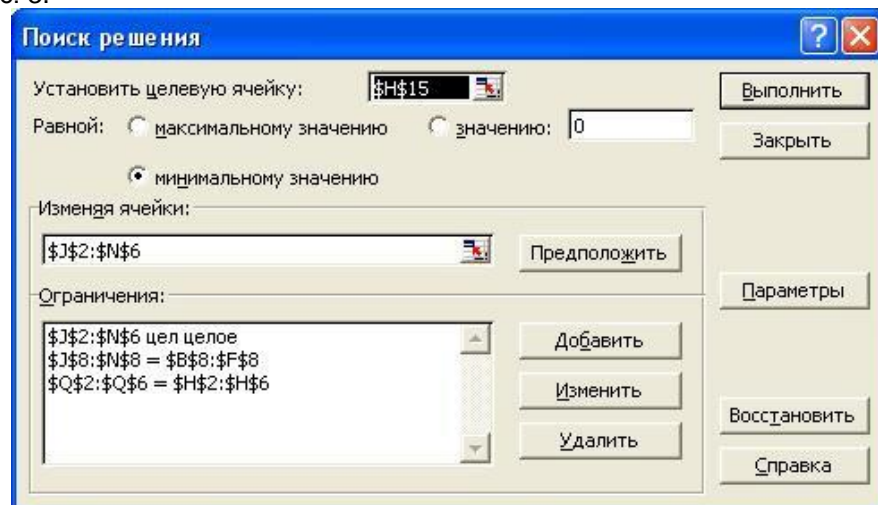


Рис. 3. Окно Поиска решения для транспортной задачи

После заполнения окна **Поиск решения** переходим по кнопке **Параметры** в окно **Параметры поиска решений** (рис. 4.) и устанавливаем флажки напротив полей **Линейная модель** и **Неотрицательные значения**. Далее выполняем команду **ОК** и нажимаем кнопку **Выполнить** в окне **Поиск решения**.

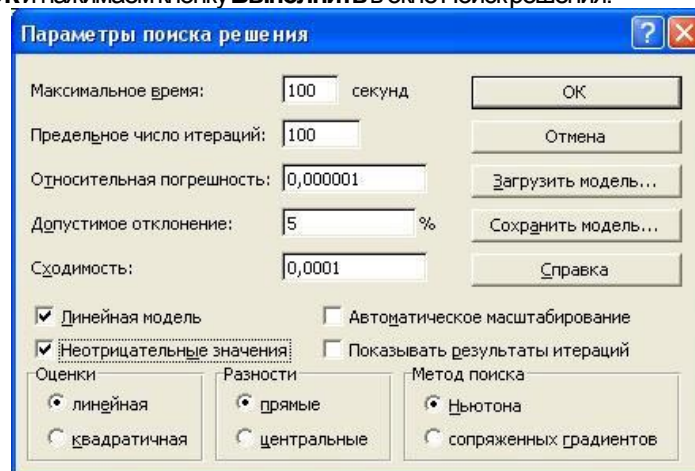


Рис. 4. Окно Параметры поиска решения

В результате выполнения получаем следующий результат, представленный на рис. 5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
1		Пункт потр-я 1	Пункт потр-я 2	Пункт потр-я 3	Пункт потр-я 4	Доп. пункт потр-я		ai		Матрица X								
2	Пункт пр-ва 1	9	4	8	8	0		21		0	20	1	0	0		x1i	21	
3	Пункт пр-ва 2	9	5	7	7	0		12		0	0	12	0	0		x2i	12	
4	Пункт пр-ва 3	9	8	9	9	0		18		11	0	0	0	7		x3i	18	
5	Пункт пр-ва 4	7	6	7	6	0		20		0	0	6	14	0		x4i	20	
6	Пункт пр-ва 5	6	9	9	5	0		15		7	0	0	8	0		x5i	15	
7																		
8		18	20	19	22	7		bj		18	20	19	22	7				
9																		
10		0	80	8	0	0		88										
11		0	0	84	0	0		84										
12		99	0	0	0	0		99										
13		0	0	42	84	0		126										
14		42	0	0	40	0		82										
15		Значение функции f(x)						479										

Рис. 5. Результат решения транспортной задачи

Решение задачи средствами MathCAD

Специальной переменной ORIGIN присваивается значение 1. Задаем начальные значения x_i , общую стоимость перевозок $F(x)$, условия. Используя встроенную функцию Minimize, находим минимальные значения $x_1..x_{25}$. Находим минимальную стоимость перевозки. Результат решения задачи на рис. 6.:

```

ORIGIN := 1
i := 1..25
x1 := 1

F(x) := 9 · x1 + 4 · x2 + 8 · x3 + 8 · x4 + 0 · x5 + 9 · x6 + 5 · x7 + 7 · x8 + 7 · x9 + 0 · x10 +
+ 9 · x11 + 8 · x12 + 9 · x13 + 9 · x14 + 0 · x15 + 7 · x16 + 6 · x17 + 7 · x18 + 6 · x19 + 0 · x20 +
+ 6 · x21 + 9 · x22 + 9 · x23 + 5 · x24 + 0 · x25

Given
x1 + x2 + x3 + x4 + x5 = 21
x6 + x7 + x8 + x9 + x10 = 12
x11 + x12 + x13 + x14 + x15 = 18
x16 + x17 + x18 + x19 + x20 = 20
x21 + x22 + x23 + x24 + x25 = 15
x1 + x6 + x11 + x16 + x21 = 18
x2 + x7 + x12 + x17 + x22 = 20
x3 + x8 + x13 + x18 + x23 = 19
x4 + x9 + x14 + x19 + x24 = 22
x5 + x10 + x15 + x20 + x25 = 7
x1 ≥ 0 x6 ≥ 0 x11 ≥ 0 x16 ≥ 0 x21 ≥ 0
x2 ≥ 0 x7 ≥ 0 x12 ≥ 0 x17 ≥ 0 x22 ≥ 0
x3 ≥ 0 x8 ≥ 0 x13 ≥ 0 x18 ≥ 0 x23 ≥ 0
x4 ≥ 0 x9 ≥ 0 x14 ≥ 0 x19 ≥ 0 x24 ≥ 0
x5 ≥ 0 x10 ≥ 0 x15 ≥ 0 x20 ≥ 0 x25 ≥ 0

z := Minimize(F, x)

x :=  $\begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \\ z_6 & z_7 & z_8 & z_9 & z_{10} \\ z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} & z_{15} \\ z_{16} & z_{17} & z_{18} & z_{19} & z_{20} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} & z_{25} \end{pmatrix}$ 
x =  $\begin{pmatrix} 0 & 20 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 6 & 14 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$ 

F(z) = 479

```

Рис. 6. Решение транспортной задачи средствами MathCAD