

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра антенн и устройств СВЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЪЕМНОГО РЕЗОНАТОРА

Методические указания
к лабораторной работе №4 по дисциплинам «Электродинамика
и распространение радиоволн», «Электромагнитные поля и волны»,
«Основы проектирования СВЧ интегральных схем»,
«Теория колебаний и волн», «Техника СВЧ и УВЧ в медицинских приборах»

Минск 2007

УДК 621.372.834 (075.8)
ББК 32.845.7 я 73
И 88

С о с т а в и т е л и:

Д. В. Гололобов, И. Н. Кижлай, В. Б. Кирильчук,
А. В. Кухарев, А. А. Тамело, Н. А. Чмырев, О. А. Юрцев

И 88 **Исследование** объемного резонатора : метод. указ. к лаб. раб. №4 по дисц. «Электродинамика и распространение радиоволн», «Электромагнитные поля и волны», «Основы проектирования СВЧ интегральных схем», «Теория колебания и волн», «Техника СВЧ и УВЧ в медицинских приборах» / сост. Д. В. Гололобов [и др.]. – Минск : БГУИР, 2007. – 38 с. : ил.

Содержатся теоретические сведения о полых объемных резонаторах, выполненных на отрезках линий передачи, и рассмотрены различные их типы. Приведены расчетные соотношения для определения резонансных частот и собственной добротности. Даны иллюстрации структур поля для наиболее распространенных на практике типов колебаний. Изложены методики экспериментального определения нагруженной добротности и собственных чисел в цилиндрическом объемном резонаторе. Приведены контрольные вопросы, методика выполнения лабораторной работы и оформления отчета.

Материал рекомендован для студентов специальностей I-45 00 01, I-41 01 02, I-41 01 03, I-45 01 01, I-45 01 02, I-39 01 01, I-39 01 02, I-39 01 03, I-39 02 01.

УДК 621.372.834 (075.8)
ББК 32.845.7 я 73

1. Цель работы

Экспериментальное исследование структур полей различных типов колебаний в цилиндрическом резонаторе, определение собственной, нагруженной и внешней добротностей резонатора.

2. Общие сведения

2.1. Назначение и разновидности резонаторов

Резонаторы относятся к частотным избирательным устройствам и широко используются в различных узлах радиоэлектронной аппаратуры: для стабилизации частоты генераторов, в качестве элементов частотных фильтров и датчиков в измерителях параметров материалов и других приложениях.

Практическая реализация резонансных структур во многом зависит от требуемых геометрических и электрических параметров и в значительной мере определяется рабочим диапазоном частот. В области низких, средних и высоких частот электромагнитные резонаторы выполняются, как правило, на сосредоточенных реактивных элементах (катушки индуктивности и конденсаторы). На пьезоэлектрическом эффекте в кристалле кварца изготавливаются резонаторы, которые находят применение вплоть до диапазона метровых волн. В СВЧ-диапазоне широко используются резонаторы, выполненные на основе короткозамкнутых отрезков закрытых линий передачи, так называемые полые объемные резонаторы, а также диэлектрические резонаторы, изготавливаемые из керамики или ферритового материала (например, железо-иттриевого граната – YIG). В миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн находят применение открытые квазиоптические резонаторы.

2.2. Явление резонанса

Резонатор является структурой, имеющей собственную частоту осцилляций. Схема простейшего электромагнитного резонатора, состоящая из катушки индуктивности и конденсатора, представлена на рисунке 2.1. В начальный момент времени (ключ открыт) конденсатор заряжен до напряжения V . Энергия электрического поля, запасенная в конденсаторе емкостью C , составляет $W_e = CV^2/2$. После замыкания ключа конденсатор начинает разряжаться протекающим через катушку индуктивности током. В момент окончания разряда конденсатора, когда ток в цепи достигает максимального значения I , в катушке индуктивности накапливается энергия магнитного поля $W_m = LI^2/2$, где L – индуктивность катушки. Далее протекающий в контуре ток вновь заряжает конденсатор, но теперь полярность напряжения на конденсаторе меняется на противоположную.

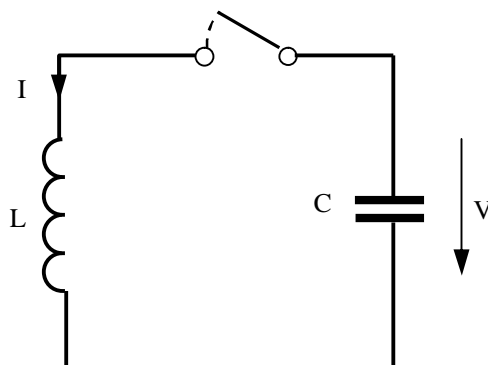


Рис. 2.1. Резонатор, образованный катушкой индуктивности и конденсатором

Таким образом, явление возникновения в контуре колебаний тока и напряжения, связанное с преобразованием (перекачкой) энергии электрического и магнитного полей, называется **электромагнитным резонансом**. При резонансе средняя энергия электрического поля $CV^2/4$ равняется средней энергии магнитного поля $LI^2/4$, а **резонансная частота** цепи полностью определяется реактивными параметрами контура L и C :

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (2.1)$$

Если к данной цепи подводится энергия на частоте резонанса от какого-либо внешнего источника электромагнитного поля, то в контуре будет происходить накопление энергии. Тем не менее, из-за потерь в цепях контура энергия в нем не может возрасти неограниченно.

Потери в резонансном контуре моделируются в виде проводимости G при параллельной схеме резонансной цепи и сопротивления R при последовательной схеме (рис. 2.2).

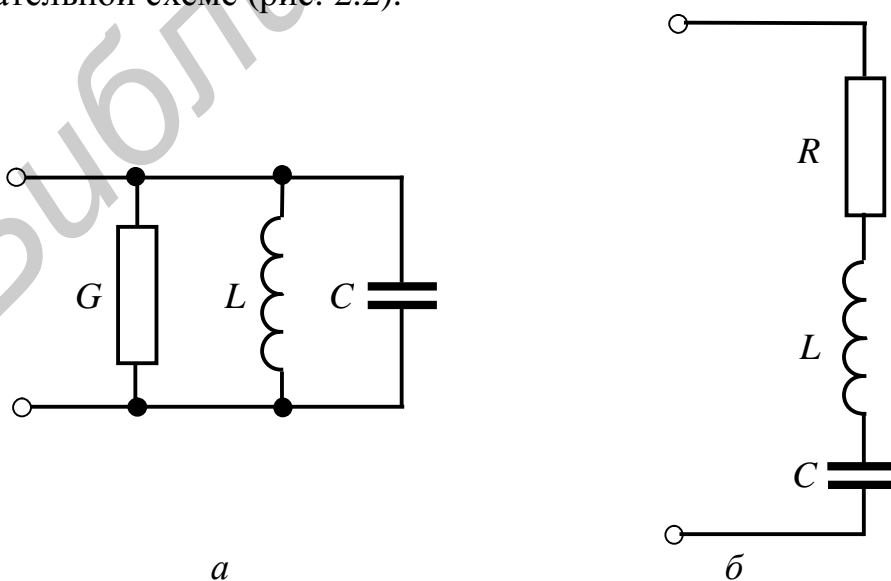


Рис. 2.2. Эквивалентные схемы резонатора: *a* – параллельная; *б* – последовательная

Резонаторы, выполненные на основе отрезков различных линий передачи, также могут быть представлены эквивалентной схемой на сосредоточенных элементах, однако, как будет показано далее, параметры L и C будут зависеть от типа колебаний.

2.3. Добротность резонансной цепи

Добротность резонатора есть умноженное на $2p$ отношение энергии, запасенной в резонаторе, к мощности потерь в нем за один период колебаний:

$$Q = \frac{w_r W}{P_l} = 2p f_r \frac{W}{P_l} = 2p \frac{W}{P_l T_r}, \quad (2.2)$$

где $w_r = 2p f_r$ – угловая резонансная частота;

W – энергия, накопленная (запасенная) в резонаторе;

P_l – мощность потерь в резонаторе;

$T_r = \frac{1}{f_r}$ – период колебаний на резонансной частоте.

В отсутствие внешнего источника электромагнитного поля, запасенная в контуре энергия W_0 начинает экспоненциально убывать по закону $W(t) = W_0 e^{-jdt}$. Декремент затухания $d = w_r / (2Q)$ характеризует скорость затухания энергии в резонаторе. И наоборот, когда энергетический источник подключен к резонатору, энергия возрастает от нуля до своей конечной величины W_0 по закону $W(t) = W_0 (1 - e^{-jdt})$. Следовательно, чем больше добротность, тем большее время необходимо для накачки или разгрузки резонатора.

Для определения добротности резонатора через эквивалентные параметры колебательного контура можно пользоваться как параллельной, так и последовательной схемами (рис. 2.2). Воспользуемся параллельной схемой (рис. 2.2, а). При анализе последовательной резонансной цепи необходимо произвести следующие замены: G на R , C на L , **входной адмитанс** (комплексная проводимость) Y_{in} на входной импеданс (сопротивление) Z_{in} , а также заменить источник тока источником напряжения.

Для параллельной резонансной цепи на резонансной частоте добротность зависит от мощности потерь $P_l = GV^2/2$ и может быть определена по формуле

$$Q = \frac{w_r W}{P_l} = \frac{w_r C V^2 / 2}{G V^2 / 2} = \frac{w_r C}{G} = \frac{1}{G w_r L}. \quad (2.3)$$

Входной адмитанс для этой же цепи представим в виде

$$Y_{in} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}. \quad (2.4)$$

На резонансной частоте реактивная составляющая входной проводимости равна нулю, и поэтому адмитанс является чисто действительной величиной $Y_{in} = G$.

На частотах, близких к резонансной частоте, адмитанс можно приближенно определить по формуле

$$Y_{in} \approx G + j\Delta\omega 2C = G \left(1 + j2Q \frac{\Delta\omega}{w_r} \right) = G + jB, \quad (2.5)$$

где $\Delta\omega = \omega - \omega_r$ ($|\Delta\omega| = \omega_r$).

Следовательно, при изменении частоты на диаграмме полных сопротивлений Смита входной импеданс лежит на окружности постоянного значения проводимости. Вблизи резонансной частоты реактивная составляющая B прямо пропорциональна отклонению частоты $\Delta f = \Delta\omega / (2\pi)$ от частоты резонанса f_r .

На резонансной частоте $B = 0$ ток протекает через проводимость G и потери в резонаторе имеют максимальное значение. Чем больше частота внешних колебаний отличается от f_r , тем больше величина B и меньше ток через G . Так как $\Delta\omega = \pm\Delta\omega_{3dB} = \pm w_r / (2Q)$, то действительная и мнимая части входного полного сопротивления равны, модуль входного адмитанса равен $\sqrt{2}G$, а его фаза имеет значение $\pm\pi/4$. При этом мощность потерь на этих частотах будет составлять половину от мощности потерь на резонансной частоте.

Таким образом, **добротность резонатора может быть определена также на основе частот, на которых мощность потерь в резонаторе уменьшается в два раза** (рис. 2.3):

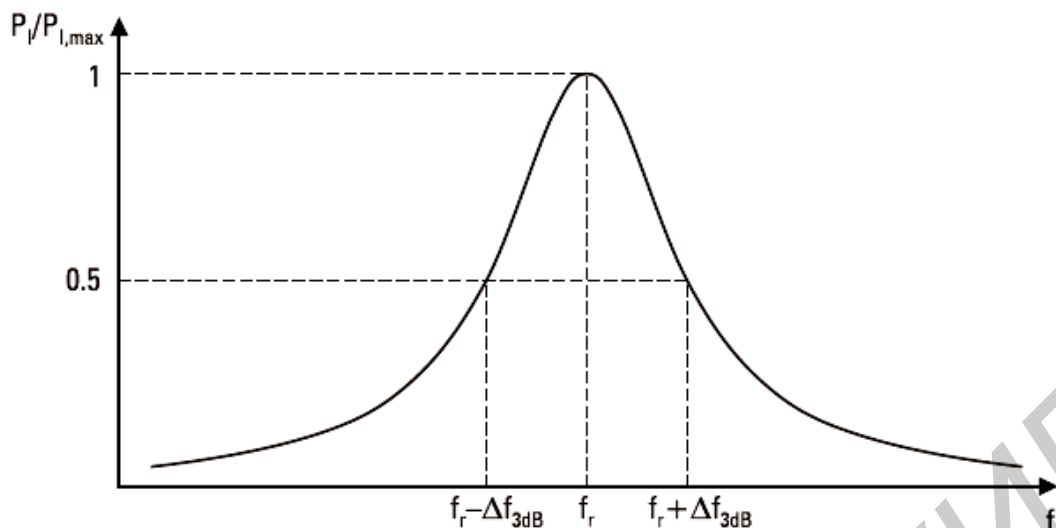


Рис. 2.3. Потери мощности в резонаторе при изменении частоты

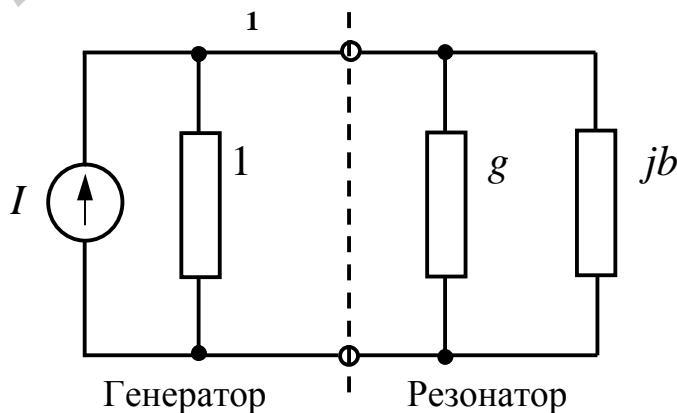
$$Q = \frac{w_r}{2\Delta w_{3dB}} = \frac{f_r}{2\Delta f_{3dB}}. \quad (2.6)$$

При этом **величина** $2\Delta f_{3dB} = [f + \Delta f_{3dB}] - [f - \Delta f_{3dB}]$ **называется полосой частот резонатора**. Другими словами, добротность резонатора является мерой частотной избирательности. Более высокое значение добротности соответствует более узкой полосе частот.

2.4. Добротность связанной резонансной цепи

С внешними цепями резонатор может иметь одну, две, или большее число электромагнитных связей.

В качестве примера на рис. 2.4 показаны нормированные эквивалентные цепи резонатора, содержащие одну (рис. 2.4, а) и две (рис. 2.4, б) связи.



а

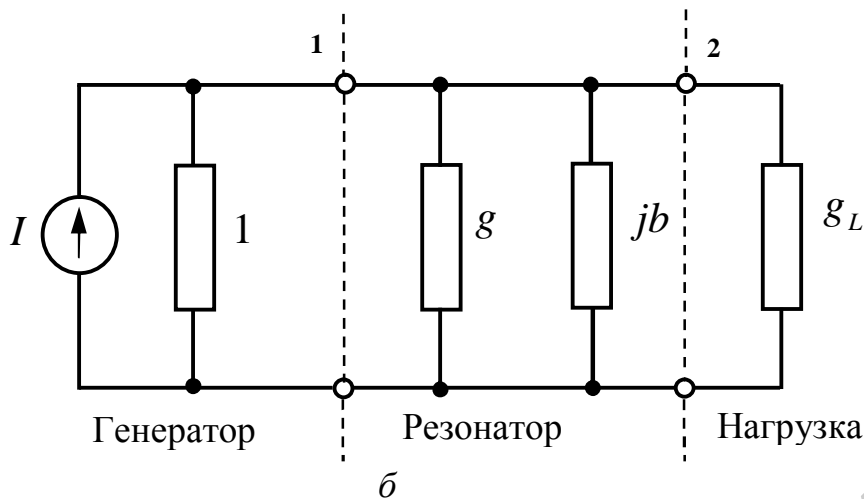


Рис. 2.4. Эквивалентные цепи резонатора: *a* – с одной связью;
б – с двумя связями

В односвязной цепи (см. рис. 2.4, *a*), генератор характеризуется нормированным выходным адмитансом, равным 1, и подключается к порту 1 резонатора с комплексной нормированной проводимостью:

$$y_{in} = g + jb. \quad (2.7)$$

В двухсвязной цепи (см. рис. 2.4, *б*), нагрузка резонатора подключается к порту 2 и характеризуется нормированной проводимостью g_L .

Для односвязной цепи (см. рис. 2.4, *a*) в сечении порта 1 суммарная проводимость будет равна $1 + g$, и поэтому резонансная характеристика (см. рис. 2.3) станет более полой, т. е. полоса пропускания резонатора при наличии внешней связи увеличится в $(1 + g)/g$ раз.

Потери энергии в связанной цепи можно условно разделить на две составные части, каждая из которых будет характеризоваться своей добротностью.

Собственная (незагруженная) добротность Q_0 связана с потерями энергии собственно в цепях резонатора. Потери мощности в резонаторе состоят из диссипативных потерь мощности в металлической и диэлектрической средах, образующих резонансную структуру, а также потерь мощности на излучение в окружающее резонатор пространство. Значение собственной добротности Q_0 определяется по формуле:

$$Q_0 = \frac{f_r}{2\Delta f_0}, \quad (2.8)$$

где частоты $f_r \pm \Delta f_0$, на которых выполняется условие $g = b$.

Внешняя добротность Q_e характеризует потери мощности во

внешней цепи. Учитывая, что условие $1=b$ выполняется на частотах $f_r \pm \Delta f_e$, внешняя добротность определяется по формуле:

$$Q_e = \frac{f_r}{2\Delta f_e}. \quad (2.9)$$

Нагруженная добротность, характеризующая потери энергии в связанной цепи, определяется по формуле:

$$Q_L = \frac{f_r}{2\Delta f_L}, \quad (2.10)$$

где частоты $f_r \pm \Delta f_L$ находятся из условия $1+g=b$.

Учитывая, что потери мощности обратно пропорциональны соответствующим добротностям, можно записать:

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e}. \quad (2.11)$$

Таким образом, **общие потери в связанной резонансной цепи складываются из потерь собственно в резонаторе и потерь во внешней, связанной с резонатором цепи.**

На рис. 2.5 показано, как добротность может быть определена с помощью частотной зависимости входного нормированного адмитанса $y_{in}(f)$ на круговой диаграмме Смита. Точки пересечения $y_{in}(f)$ с линиями $b=g$, $b=1$ и $b=1+g$ соответствуют значениям отклонения частот Δf_0 , Δf_e и Δf_L , на основе которых с помощью (2.8) – (2.10) определяются Q_0 , Q_e и Q_L .

Если в односвязной цепи (см. рис. 2.4, а) $Q_e > Q_0$ ($1 < g$), то потери в резонаторе на резонансной частоте больше, чем потери во внешней цепи; поэтому связь резонатора с внешней цепью называется **слабой**. При **сильной** связи резонатора с внешней цепью $Q_e < Q_0$ ($1 > g$) и потери в нем меньше, чем потери во внешней цепи. Связь называется **критической**, когда $Q_e = Q_0$. При этом на резонансной частоте резонатор оказывается согласованным с генератором.

Для резонатора, имеющего две внешние связи (рис. 2.4, б), можно определить две внешние добротности: Q_{e1} – для порта 1 и Q_{e2} – для порта 2.

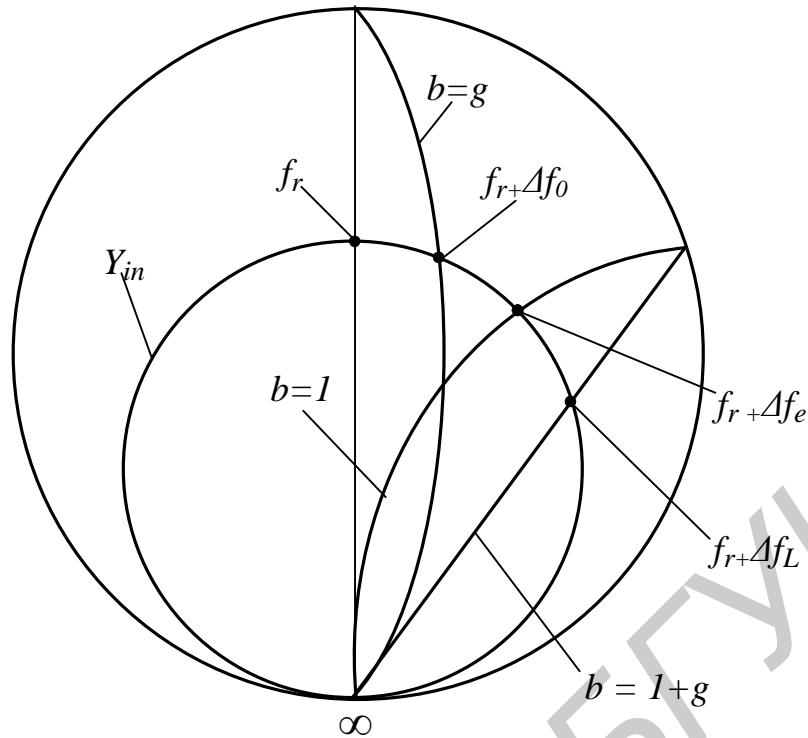


Рис. 2.5. Определение добротности резонатора с помощью круговой диаграммы Смита для частотной зависимости входного адмитанса

Если известны добротности внешних цепей и собственная добротность резонатора, то параметры элементов эквивалентных схем (см. рис. 2.4) можно определить как: $g = Q_{e1} / Q_0$, $g_L = Q_{e1} / Q_{e2}$ и $b = gQ_0 2\Delta f / f_r = Q_{e1} 2\Delta f / f_r$.

Потери преобразования мощности в связанной цепи резонатора определяются как

$$L = \frac{P_a}{P_L} = \frac{(1 + g + gL)^2 + b^2}{4gL} = \frac{Q_{e1}Q_{e2}}{4Q_L^2} \left[1 + Q_L^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_r} \right)^2 \right], \quad (2.12)$$

где $P_a = I^2 / 4$ – мощность источника тока (генератора);

P_L – мощность, выделяющаяся в нагрузке.

2.5. Резонатор на основе отрезка линии передачи

Рассмотрим отрезок короткозамкнутой линии передачи (ЛП) длиной l (рис. 2.6, а) и его эквивалентную схему в виде последовательной резонансной цепи (рис. 2.6, б), характеризуемой погонными параметрами R' , L' и C' . Для воздушной линии параллельной электропроводностью можно пренебречь. Тогда входное полное сопротивление линии можно представить в виде

$$Z_{in} = Z_0 \operatorname{th}(jbl + al) = Z_0 \frac{\operatorname{th}(al) + j \operatorname{tg}(bl)}{1 + j \operatorname{tg}(bl) \operatorname{th}(al)}, \quad (2.13)$$

где $b = 2p/l$ – коэффициент фазы;
 a – коэффициент затухания;
 λ – длина волны в линии передачи

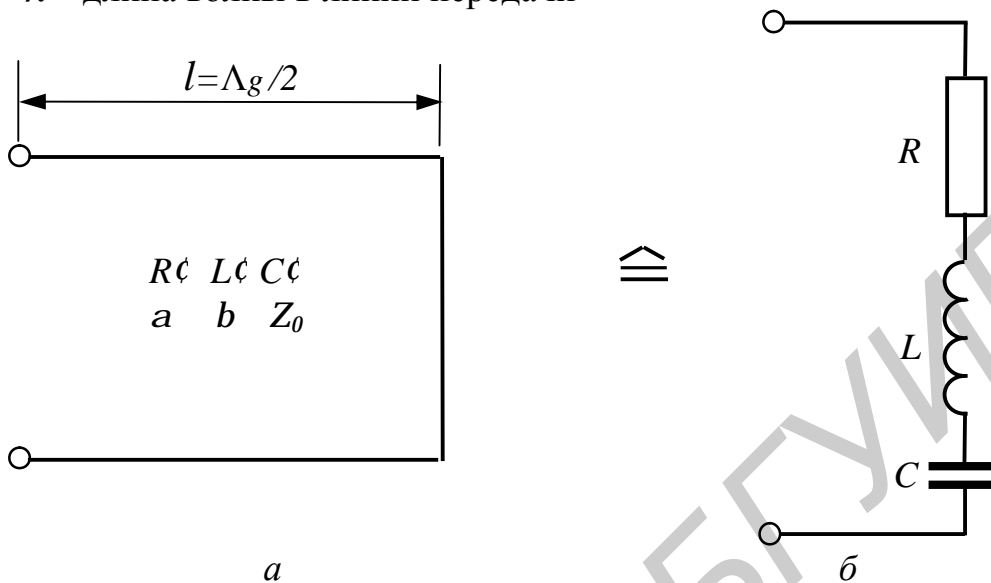


Рис. 2.6. Короткозамкнутый отрезок ЛП и его эквивалентная схема

Полагая, что коэффициент затухания в ЛП мал ($a \approx 0$), так что $\text{th}(al) \approx al$, и вблизи резонансной частоты f_r , на которой $l = l_g/2$, можем записать $\text{tg}bl = \text{tg}(p + p\Delta f/f_r) = \text{tg}(p\Delta f/f_r) \approx p\Delta f/f_r$. В результате (2.13) примет упрощенный вид

$$Z_{in} \approx Z_0 (al + jp\Delta f/f_r). \quad (2.14)$$

Из выражения (2.14) следует, что активная составляющая входного импеданса для $l = \text{const}$ является постоянной величиной, тогда как его реактивная часть прямо пропорционально зависит от отклонения частоты Δf .

Таким образом, полуволновой отрезок короткозамкнутой длинной ЛП по частотным свойствам подобен последовательной резонансной цепи.

Поскольку $Z_0 = \sqrt{L'/C'}$, $a = (R'/2)\sqrt{C'/L'}$ и $bl = w_r l \sqrt{L'C'} = p$, то

$$Z_{in} \approx R'l/2 + jL'l\Delta f. \quad (2.15)$$

С другой стороны, вблизи резонансной частоты входной импеданс для последовательной резонансной цепи можно выразить через ее сосредоточенные параметры:

$$Z_{in} \approx R + j2L\Delta f. \quad (2.16)$$

Приравнивая правые части выражений (2.15) и (2.16), несложно определить параметры эквивалентной резонансной цепи: $R = R'l/2$, $L = L'l/2$ и $C = 1/(w_r^2 L) = 1/(w_r^2 Z_0^2 C'l/2)$.

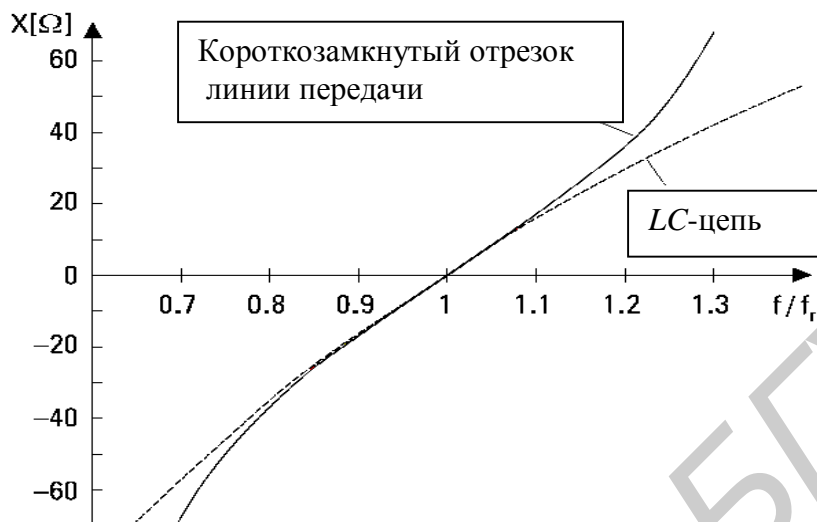


Рис. 2.7 Частотные зависимости реактивной составляющей входного импеданса для короткозамкнутого полуволнового отрезка ЛП и последовательного резонансного контура с эквивалентными параметрами.

На рис. 2.7 представлены зависимости реактивной составляющей входного импеданса для резонансного полуволнового отрезка ЛП с волновым сопротивлением $Z_0 = 50$ Ом и последовательного резонансного контура с эквивалентными параметрами. Из представленных зависимостей видно, что при отстройке частоты на 10...15 % от резонансной частоты частотные характеристики достаточно хорошо совпадают друг с другом.

Добротность резонатора, изготовленного из отрезка ЛП, определяется как

$$Q = \frac{w_r L}{R} = \frac{w_r L'}{R'} = \frac{b}{2a}. \quad (2.17)$$

2.6. Полые резонаторы

В диапазонах СВЧ и КВЧ в качестве резонаторов применяются металлические полые резонаторы. Полые резонаторы имеют закрытую структуру, за исключением связей с внешними цепями, и поэтому потери энергии на излучение отсутствуют. Добротность таких резонаторов может превышать несколько тысяч. Основное применение ОР нашли в качестве всевозможных колебательных контуров диапазона СВЧ (например, в электронных генераторах – клистронных, магнетронных, ламповых, твердотельных и т.д.). Высокодобротные ОР ($Q_N = 10^4$) служат волномерами

средней точности и эталонами частоты (в системах стабилизации частоты СВЧ-генераторов). ОР умеренной добротности ($Q_N = 100 \dots 1000$) применяются в качестве полосовых и избирательных фильтров для получения высокой избирательности, в полосовых СВЧ-фильтрах применяют связанные колебательные контуры, образованные либо из нескольких последовательно включенных ОР, либо из так называемого многорезонансного ОР, т.е. ОР, в котором одновременно возбуждаются 2–3 типа колебаний, частоты которых близки друг к другу, а амплитуды – равны, так что в целом данная колебательная система имеет частотную характеристику, близкую к прямоугольной.

В большинстве случаев практического применения ОР, особенно служащих эталонами частоты, важна температурная стабильность резонансной частоты, поэтому корпус таких ОР часто делают из материала с малым температурным коэффициентом расширения (инвар, суперинвар) и предусматривают меры температурной компенсации изменения объема ОР.

ОР описанных типов применимы для частот 1...100 ГГц. Для более высоких частот длина волны возбуждаемых в ОР колебаний становится сравнимой с размерами неизбежных шероховатостей в стенках ОР, что приводит к рассеиванию электромагнитной энергии. Эти недостатки устраняются в открытых резонаторах, представляющих собой систему зеркал.

В диапазоне сантиметровых и более коротких волн полые резонаторы выполняются на основе отрезков полых волноводов, короткозамкнутых с обоих концов (рис. 2.8), а в диапазонах метровых и дециметровых волн из короткозамкнутых или разомкнутых отрезков коаксиальной линии передачи.

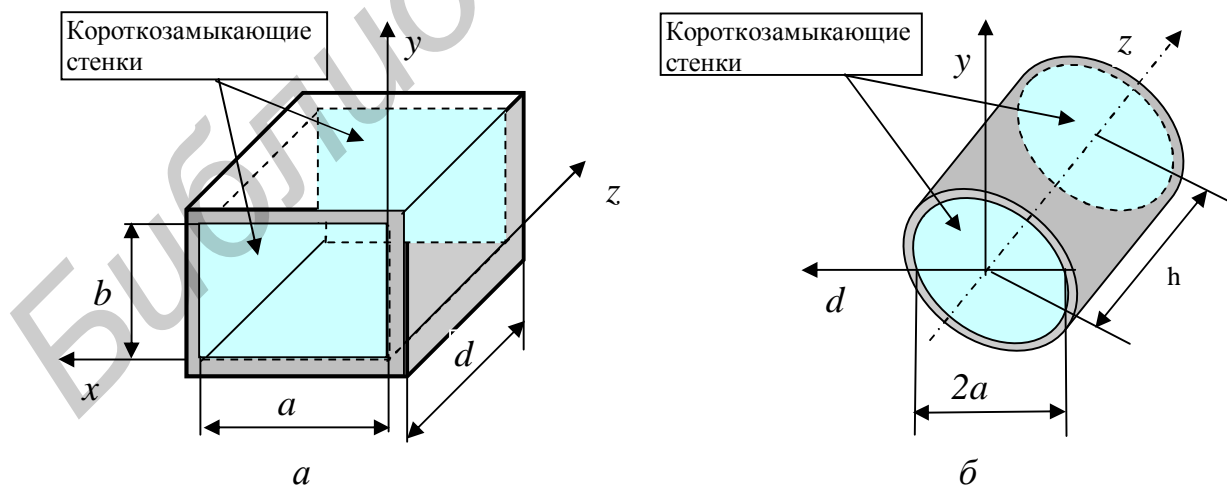


Рис. 2.8. Разновидности полых резонаторов:
 a – призматический; b – цилиндрический

Таким образом, *полый или объемный резонатор (ОР) представляет собой колебательную систему, геометрические размеры которой во всех измерениях могут быть соизмеримы с длиной волны или превосходить*

ее. В общем случае это полость, т. е. замкнутая со всех сторон часть пространства, ограниченная хорошо проводящей металлической поверхностью. В этой полости при известных условиях можно создать высокочастотное электромагнитное поле типа пространственных стоячих волн. Любой полый резонатор, как и длинная линия, является системой с бесконечным числом степеней свободы и может возбуждаться при бесконечном множестве частот, соответствующих различным видам его собственных колебаний, т. е. различным конфигурациям высокочастотного поля в нем, удовлетворяющим определенным граничным условиям. Переход к колебательной системе типа полого резонатора можно осуществить различными способами:

1) отпавляясь от сосредоточенного контура простейшей формы, состоящего из одного витка индуктивности и двух пластин конденсатора (рис. 2.9, а, б), можно с целью увеличения высокочастотной мощности в данной системе и уменьшения индуктивности увеличить токонесущую поверхность системы путем параллельного включения нескольких витков одинаковой формы (штриховые линии). При этом достигается также и увеличение добротности системы. Включая все новые и новые витки, мы получим в пределе своего рода «тело вращения», представляющее собой некоторый объем, ограниченный проводящей оболочкой (рис. 2.9, в, г). Как видно из этого рисунка, подобный «пределный переход» приводит нас к полым резонаторам довольно сложной формы, в данном случае – к различным видоизменениям «тороидального резонатора»;

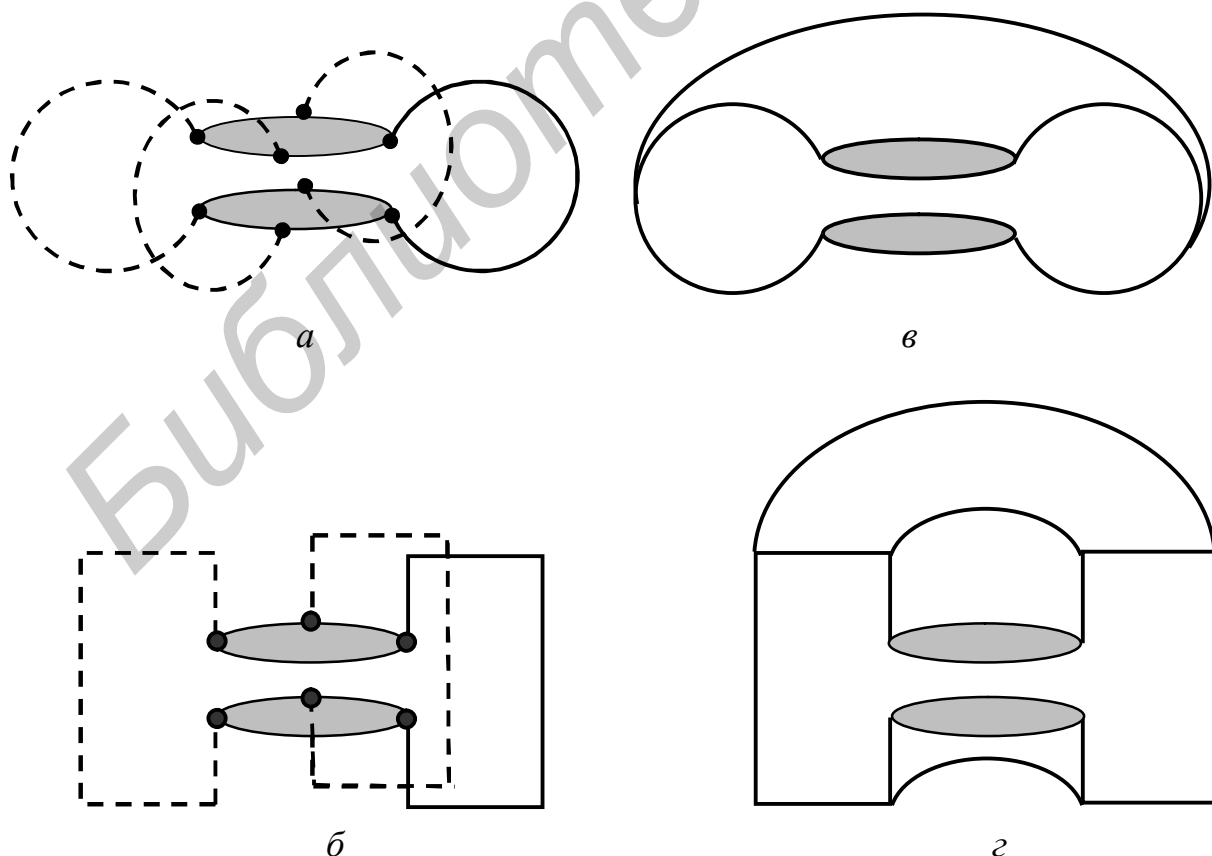


Рис. 2.9. Формирование объемного резонатора из элементов

с сосредоточенными параметрами

2) если исходить из замкнутого на конце отрезка длиной линии (рис. 2.10, *a*) и мысленно представить его вращающимся вокруг оси, проходящей через начальную емкость C_0 , то тело вращения образует полый резонатор в виде низкой цилиндрической коробки большого диаметра с углублением в середине (рис. 2.10, *б, з*). Если $C_0 = 0$, т. е. линия в начале разомкнута, то получится просто круглая цилиндрическая полость, высота которой мала по сравнению с диаметром (рис. 2.10, *в, д*);

3) наконец, полый резонатор простой геометрической формы можно представить как секцию волновода: отрезок длиной линии, в котором благодаря полному отражению на конце создается режим стоячих волн, приобретает резонансные свойства. Если, ограничив некоторый отрезок волновода проводящими стенками, расположенными перпендикулярно к оси Oz , создать в нем стоячие волны вдоль этой оси, получим систему, обладающую резонансными свойствами (рис. 2.8).

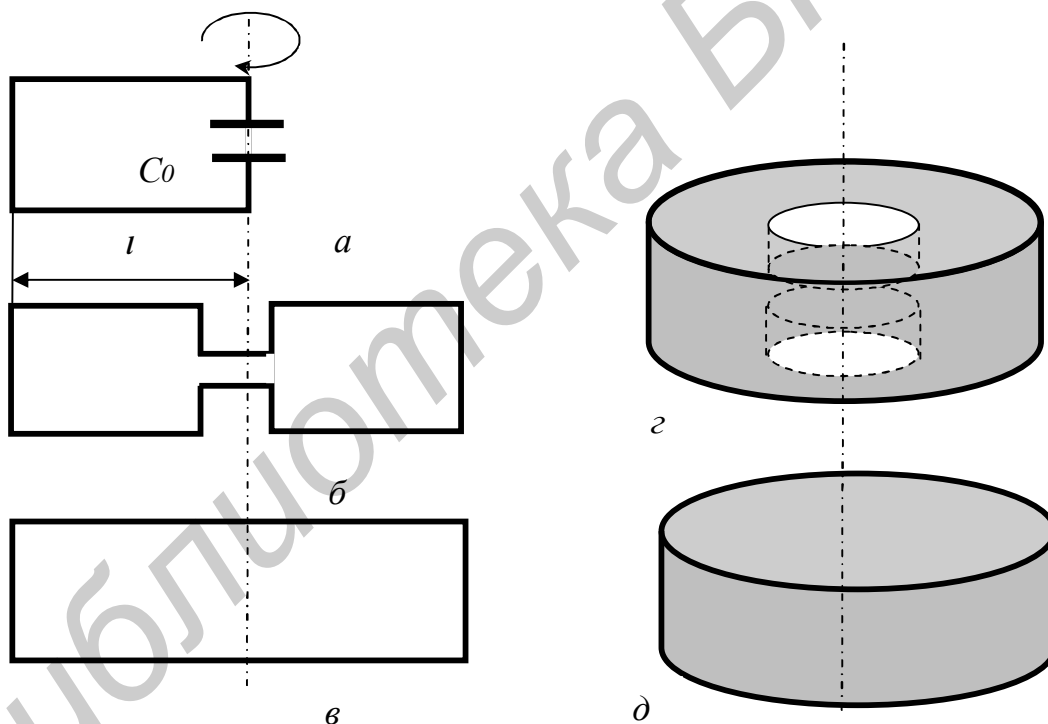


Рис. 2.10. Формирование объемного резонатора из отрезка линии передачи

Любой излом линии передачи, образующей резонансную цепь, увеличивает эквивалентную индуктивность L и активное сопротивление R (см. рис. 2.6, *б*), что в свою очередь ведет к понижению резонансной частоты и уменьшению собственной добротности резонатора. Следовательно, *чем сложнее форма поперечного сечения резонатора при равных внутренних объемах, тем ниже его резонансная частота и собственная добротность.*

На резонансе в полости резонатора формируется стоячая волна,

являющаяся результатом многократных отражений волн от стенок резонатора.

Резонаторы, выполненные из отрезков линий передачи, могут быть представлены эквивалентной последовательной резонансной цепью, если длина отрезка кратна нечетному количеству четвертей длины волны в разомкнутой на конце ЛП, и параллельной резонансной цепью для закороченной на конце ЛП. Если длина отрезка ЛП кратна целому числу половолн, то для разомкнутой на конце ЛП эквивалентная схема соответствует параллельной резонансной цепи, а для закороченной на конце – последовательной резонансной цепи.

Таким образом, для возникновения резонанса в полном резонаторе, представляющем собой с позиции длинных линий короткозамкнутый отрезок волновода, необходимо чтобы его длина была кратной половине длины волны хотя бы в одном из измерений резонатора. ***В отличие от резонансной цепи, выполненной на основе сосредоточенных элементов, полые резонаторы характеризуются произвольным количеством резонансных частот, определяемых волновыми размерами резонатора.***

Формально задача определения составляющих поля (структуры поля) в объемных резонаторах сводится к отысканию решений уравнений Максвелла, удовлетворяющих граничным условиям на стенках.

В случае закрытых резонаторов без потерь задача сводится к решению трехмерного векторного волнового уравнения для вектора Герца:

$$\nabla^2 \dot{\Gamma} + k^2 \dot{\Gamma} = 0, \quad (2.18)$$

где $\dot{\Gamma} = \mathbf{e}_z \Gamma_m$ – электрический или магнитный вектор Герца, направленный параллельно продольной оси z резонатора,

здесь $\Gamma_m = A_m \Psi_{\perp} f(z) f(t)$ – амплитудное значение электрического или магнитного вектора Герца: Ψ_{\perp} – функция поперечного распределения поля; $f(z)$ – функция продольного распределения поля; $f(t) = \exp(j\omega t)$ – функция временной зависимости поля;

$k = w \sqrt{\epsilon_a m_a}$ – волновое число: $w = 2\pi f$ – круговая частота поля; $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей резонатор; $m_a = m_0 m$ – абсолютная магнитная проницаемость среды, заполняющей резонатор;

ϵ, m – относительная диэлектрическая и магнитная проницаемости среды соответственно;

$\epsilon_0 = (1/36\pi) 10^{-9} \text{ Ф/м}$ – электрическая постоянная вакуума;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная вакуума.

В полном резонаторе могут существовать два типа колебаний: магнитный – ***H-mun***, или поперечный электрический ***TE-mun***, и электрический – ***E-mun***, или поперечный магнитный ***TM-mun***.

Колебания, у которых отсутствуют продольные составляющие напряженности электрического поля ($E_z = 0, H_z \neq 0$), называются магнитными типами, а колебания, у которых отсутствуют продольные составляющие напряженности магнитного поля ($H_z = 0, E_z \neq 0$), называются электрическими типами.

Согласно данному определению, волновое уравнение (2.18) может быть представлено в двух формах: для электрических типов колебаний через электрический вектор Герца $\dot{\Gamma}_э \neq 0$ ($\dot{\Gamma}_м = 0$) и для магнитных типов колебаний через магнитный вектор Герца $\dot{\Gamma}_м \neq 0$ ($\dot{\Gamma}_э = 0$). Таким образом, электрический вектор Герца пропорционален распределению в системе координат резонатора продольной составляющей вектора напряженности электрического поля $\dot{\Gamma}_э \cong \dot{E}_z$, а магнитный вектор Герца – продольной составляющей вектора напряженности магнитного поля $\dot{\Gamma}_м \cong \dot{H}_z$.

Вектор Герца должен удовлетворять граничным условиям на боковых и торцевых стенках резонатора.

Для электрических типов колебаний (***E-тип*** колебаний) граничные условия имеют вид

$$\dot{\Gamma}_э|_{S_{бок}} = 0; \quad \frac{\partial \dot{\Gamma}_э}{\partial z}|_{S_{тор}} = 0, \quad (2.19)$$

а для магнитных типов колебаний (***H-тип*** колебаний)

$$\frac{\partial \dot{\Gamma}_м}{\partial n}|_{S_{бок}} = 0; \quad \dot{\Gamma}_м|_{S_{тор}} = 0, \quad (2.20)$$

где $\dot{\Gamma}_э$ и $\dot{\Gamma}_м$ – электрический и магнитный векторы Герца соответственно, $S_{бок}$ и $S_{тор}$ – внутренняя боковая и торцевая поверхности резонатора соответственно.

Уравнение (2.18) имеет бесконечное число различных решений, каждому из которых соответствует определенное значение резонансной частоты W_{mnl} и соответствующая структура поля (мода). Так как в резонаторе возможно возбуждение электрических и магнитных типов волн, то для их идентификации вводятся соответствующие обозначения: для магнитных типов волн – H_{mnl} , для электрических – E_{mnl} . Физический смысл собственных чисел m, n, l зависит от типа резонатора и будет определен далее при рассмотрении конкретных типов резонаторов.

Колебание, которому соответствует минимальная резонансная частота W_{mnl} , называется низшим или основным типом колебаний (модой).

Наряду с резонансной частотой W_{mnl} вводится понятие резонансной

ДЛИНЫ ВОЛНЫ

$$l_{mnl} = \frac{2pc}{w_{mnl}} \quad (2.21)$$

И ВОЛНОВОГО ЧИСЛА

$$k_{mnl} = \frac{2p}{l_{mnl}} = \sqrt{k_{\perp}^2 + k_z^2}, \quad (2.22)$$

где c – скорость света в среде, заполняющей внутреннее пространство резонатора;

k_{\perp} , k_z – поперечное и продольное волновые числа соответственно.

Решение волнового уравнения (2.18) показывает, что для электрических и магнитных типов волн при определенных значениях собственных чисел m , n , l в резонаторе могут возбуждаться два собственных колебания с одной и той же резонансной частотой, но с различной структурой поля. **Типы колебаний, характеризуемые одинаковыми резонансными частотами, но отличающиеся структурой поля, называются вырожденными.** Даже при небольшом искажении формы внутренней полости ОР между вырожденными колебаниями возникает связь, искажающая их резонансные характеристики.

Электромагнитные колебания принципиально могут существовать в любом замкнутом объеме, образованном проводящими стенками, если его размеры достаточно велики по сравнению с длиной волны колебания. В технике СВЧ широкое применение нашло сравнительно небольшое количество ОР различных форм. Самыми распространенными формами ОР являются призматическая, цилиндрическая, сферическая, коаксиальная и тороидальная.

Собственная добротность Q_0 полого резонатора без диэлектрического заполнения определяется потерями энергии в стенках его внутренней поверхности, обусловленных протеканием поверхностных токов, и поэтому Q_0 тем больше, чем больше отношение объема резонатора к его поверхности. Порядок величин Q_0 можно определить из соотношения

$$Q_0 = \frac{2}{d} \cdot \frac{V}{m_M \cdot S}, \quad (2.23)$$

где $d = \sqrt{2/wsm_{ам}}$ – глубина проникновения;

S – удельная проводимость стенок резонатора;

$m_{ам} = m_0 m_M$, m_M – абсолютная и относительная магнитная проницаемость стенок.

Последнее выражение показывает, что добротность полого резонатора можно, при всех прочих равных условиях, считать

пропорциональной отношению объема резонатора к его внутренней поверхности. С точки зрения достижения максимальных значений добротности, наиболее выгодной формой поверхности резонатора является сферическая.

2.6.1. Призматический резонатор

Призматический ОР представляет собой короткозамкнутый в сечениях $z = 0$ и $z = d$ отрезок волновода прямоугольного сечения (см. рис. 2.8, а).

Решение уравнения (2.18) в декартовой системе координат позволяет определить комплексную амплитуду вектора Герца для магнитных типов колебаний (H_{mnl}):

$$H_{mnl}^{\Pi} = C_M \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right) \quad (2.24)$$

и для электрических типов колебаний (E_{mnl}):

$$E_{mnl}^{\Pi} = C_{\mathcal{E}} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \quad (2.25)$$

где $C_M = C_m^M e^{j\omega t}$, $C_{\mathcal{E}} = C_m^{\mathcal{E}} e^{j\omega t}$ – комплексные амплитудные множители, зависящие от способа возбуждения и типа колебаний в резонаторе; $m, n, l = 0, 1, 2, 3, \dots$ – собственные числа резонатора, соответствующие числу стоячих полуволн вдоль стенок a, b и d соответственно.

Волновое число для заданного типа колебаний (моды) в призматическом резонаторе определяется соотношением

$$k_0^{\Pi} = k_{nml}^{\Pi} = \sqrt{\left(\frac{np}{a}\right)^2 + \left(\frac{mp}{b}\right)^2 + \left(\frac{lp}{d}\right)^2}. \quad (2.26)$$

Используя (2.26) для любого дискретного значения волнового числа k_{nml} , несложно определить **резонансную частоту**:

$$f_{nml}^{\Pi} = \frac{ck_{nml}^{\Pi}}{2p} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}, \quad (2.27)$$

где c – скорость света в среде, заполняющей резонатор.

Формулы (2.26) и (2.27) справедливы для любых видов распределения электрического и магнитного полей в прямоугольных резонаторах.

Для электрических типов колебаний в соответствии с (2.25) составляющие электромагнитного поля в резонаторе характеризуются следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned}
 E_x &= E_{0x} \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 E_y &= E_{0y} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 E_z &= E_{0z} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 H_x &= H_{0x} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 H_y &= H_{0y} \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 H_z &= 0,
 \end{aligned} \right\} (2.28)$$

где E_{0x} , E_{0y}, \dots , H_{0y} – амплитудные значения соответствующих компонент.

Очевидно, что в резонаторе могут возбуждаться только такие E -типы колебаний, для которых $m \neq 0$ и $n \neq 0$, тогда как последний индекс может принимать значение $l = 0$. Следовательно, низшим E -типом колебаний в призматическом резонаторе является колебание E_{110} , а ближайшим высшим типом – E_{111} . Структуры поля для колебаний типа E_{111} и E_{110} представлены на рисунках 2.11, а и 2.11, б соответственно.

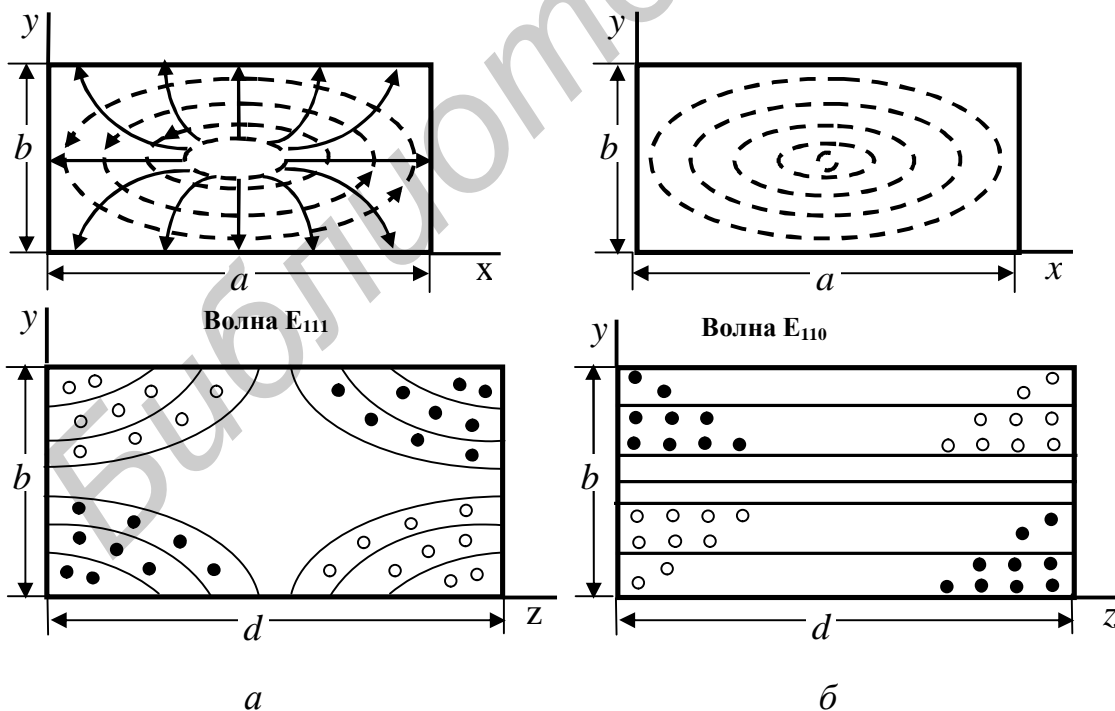


Рис. 2.11. Структуры поля для простейших электрических типов колебаний

Составляющие электромагнитного поля в призматическом резонаторе для магнитных типов колебаний в соответствии с (2.24) характеризуются

следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right), \\ E_y &= E_{0y} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right), \\ E_z &= 0, \\ H_x &= H_{0x} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \\ H_y &= H_{0y} \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \\ H_z &= H_{0z} \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right). \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Очевидно, что в резонаторе могут возбуждаться только такие **H-типы** колебаний, для которых $l \neq 0$, тогда как одно из собственных чисел (либо m , либо n), может принимать значение, равное нулю. Следовательно, низшим **H-**типом колебаний в призматическом резонаторе является одна из мод: либо H_{011} , либо H_{101} . В соответствии выражением (2.27) колебания типа H_{011} , H_{101} и E_{110} представляют собой низшие типы вырожденных колебаний в призматическом резонаторе с компонентами

$$H_{011} \begin{Bmatrix} E_x \\ H_y \\ H_z \end{Bmatrix}, \quad H_{101} \begin{Bmatrix} E_y \\ H_x \\ H_z \end{Bmatrix}, \quad E_{110} \begin{Bmatrix} E_z \\ H_x \\ H_y \end{Bmatrix}$$

и являются лишь различными вариантами одной и той же структуры поля, которая характеризуется единственной компонентой электрического поля, т.е. прямолинейными электрическими силовыми линиями и плоскими кривыми магнитных силовых линий. Различаются эти три варианта только ориентацией относительно координатных осей. В любом из них собственная волна резонатора не зависит от размера, вдоль которого направлены электрические силовые линии (иначе говоря, индекс которого равен нулю).

Сравнивая между собой выражения (2.28) и (2.29) и приняв во внимание полное равноправие направлений, определяемых координатными осями, можно объединить все выражения компонент поля в одну группу уравнений, которая и будет определять структуру полей в призматическом резонаторе при любом виде его колебаний:

$$\left. \begin{aligned}
 E_x &= E_{0x} \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 E_y &= E_{0y} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 E_z &= E_{0z} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 H_x &= H_{0x} \sin\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 H_y &= H_{0y} \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \sin\left(\frac{np}{b}y\right) \cos\left(\frac{lp}{d}z\right), \\
 H_z &= H_{0z} \cos\left(\frac{mp}{a}x\right) \cos\left(\frac{np}{b}y\right) \sin\left(\frac{lp}{d}z\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Добротность призматического резонатора может быть определена по формуле

$$Q = \frac{w_r W}{P_l} = \frac{ph}{4R_s} \left[\frac{2b(a^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}{ad(a^2 + d^2) + 2b(a^3 + d^3)} \right], \quad (2.31)$$

где $R_s = \sqrt{wm_0 / (2s)}$ – поверхностное сопротивление внутренней металлической поверхности резонатора (для меди $s = 5.8 \times 10^7$ Сим/м;

h – характеристическое сопротивление среды, заполняющей внутреннее пространство резонатора (для полого резонатора $h = 120p$ Ом).

Если резонатор имеет форму куба ($a = b = d$), собственную добротность можно рассчитать с помощью выражения

$$Q = \frac{\sqrt{2}p}{6} \frac{h}{R_s} = 0.742 \frac{h}{R_s}. \quad (2.32)$$

Если резонатор заполнен диэлектриком с потерями, характеризующимися относительной комплексной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon' - \epsilon''$, то добротность диэлектрика определяется по формуле

$$Q_d = \frac{\epsilon'}{\epsilon''}. \quad (2.33)$$

Для заданной резонансной частоты при возбуждении резонатора на модах высших типов требуется увеличивать размеры резонатора. Увеличение размеров резонатора, в свою очередь, ведет к увеличению отношения объема резонатора к его внутренней поверхности, что, согласно (2.23), соответствует повышению добротности. При этом резонансные частоты для различных

типов возбуждаемых колебаний приближаются друг к другу, что затрудняет их разделение с помощью устройств связи. Поэтому наиболее часто используемыми на практике типами колебаний являются моды H_{10l} . Призматические ОР на практике применяются сравнительно редко, за исключением резонаторов со специальным видом диэлектрического заполнения (например, кварцевых).

2.6.2. Цилиндрический резонатор

Цилиндрический объемный резонатор (ЦОР) представляет собой отрезок волновода круглого сечения с радиусом a и проводящими поперечными перегородками, установленными в сечениях $z = 0$ и $z = h$ (рис. 2.8, б).

Решение уравнения (2.18) в цилиндрической системе координат позволяет определить комплексную амплитуду вектора Герца для магнитных типов колебаний (H_{mnl}):

$$\mathbf{H}_m^u = C_M J_m \left(\frac{n_{mn} r}{a} \right) \cos(mj) \sin\left(\frac{lp}{h} z\right) \quad (2.34)$$

и для электрических типов колебаний (E_{mnl}):

$$\mathbf{H}_e^u = C_E J_m \left(\frac{m_{mn} r}{a} \right) \cos(mj) \cos\left(\frac{lp}{h} z\right), \quad (2.35)$$

где $J_m(c)$ – функция Бесселя m -го порядка;

$$c = \frac{n_{mn}}{a} r \text{ – для электрических волн;}$$

$$c = \frac{m_{mn}}{a} r \text{ – для магнитных волн.}$$

Для того чтобы не нарушить граничных условий на «крышках» резонатора, длина h отрезка трубы выбирается равной целому числу половин в волноводе:

$$h = \frac{1}{2} l \Lambda, \quad (2.36)$$

где $\Lambda = \frac{l}{\sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_{mn}}\right)^2}}$ – длина волны в волноводе для соответствующего типа

колебаний (H_{mn} или E_{mn});

l_{mn} – критические длины волн для H_{mn} -волн или E_{mn} -волн.

Критические длины волн для электрических и магнитных типов колебаний для цилиндрического волновода, из которого изготовлен резонатор, определяются по формулам:

$$l_{mn}^E = \frac{2pa}{n_{mn}}, \quad l_{mn}^H = \frac{2pa}{m_{mn}}, \quad (2.37)$$

где n_{mn} – n -й корень уравнения $J_m(c) = 0$, а m_{mn} – n -й корень уравнения $J_m'(c) = 0$.

Значения корней функций Бесселя n_{mn} и корней производной функции Бесселя m_{mn} определяются из табл. 2.1 и 2.2 соответственно.

Таблица 2.1

m	n		
	1	2	3
0	2.40	5.52	8.65
1	3.83	7.01	10.17
2	5.13	8.41	11.62

Таблица 2.2

m	n		
	1	2	3
0	3.83	7.01	10.10
1	1.84	5.33	8.53
2	3.05	6.70	9.96

Волновое число для заданной моды E -типа в ЦОР круглого сечения определяется соотношением:

$$k_0^{ЦЭ} = k_{nml}^{ЦЭ} = \sqrt{\left(\frac{lp}{h}\right)^2 + \left(\frac{n_{mn}}{a}\right)^2}, \quad (2.38)$$

а для H -типов колебаний:

$$k_0^{ЦМ} = k_{nml}^{ЦМ} = \sqrt{\left(\frac{lp}{h}\right)^2 + \left(\frac{m_{mn}}{a}\right)^2}. \quad (2.39)$$

Физический смысл собственных чисел в ЦОР имеет следующую интерпретацию. Для колебаний типа H_{mnl} и E_{mnl} индекс m соответствует числу полных периодов стоячих волн поля, укладываемых по окружности резонатора, индекс n характеризует число полупериодов стоячей волны поля, укладываемых по радиусу a , а индекс l соответствует числу полупериодов поля стоячей волны, укладываемых на длине резонатора h . Резонансные частоты ЦОР определяются с помощью следующих выражений:

$$f_{nml}^{ЦЭ} = \frac{ck_{nml}^{ЦЭ}}{2p} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_{mn}}{pa}\right)^2 + \left(\frac{l}{h}\right)^2} - \text{для колебаний типа } E_{mnl}; \quad (2.40)$$

$$f_{nml}^{ЦМ} = \frac{ck_{nml}^{ЦМ}}{2p} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m_{mn}}{pa}\right)^2 + \left(\frac{l}{h}\right)^2} - \text{для колебаний типа } H_{mnl}. \quad (2.41)$$

Если длина резонатора велика ($h/a > 2$), то основным типом колебаний является мода типа H_{111} , а для «коротких» резонаторов ($h/a < 2$) – колебание типа H_{011} . Мода H_{011} в цилиндрическом ОР обладает особым свойством: для

нее не требуется наличие контакта между цилиндрической и торцевыми стенками (силовые линии магнитного поля направлены таким образом, что в стенках ОР возбуждаются только токи, текущие по окружности цилиндра). Благодаря этому свойству, между боковыми и торцевыми стенками ОР может существовать небольшой зазор, что подавляет колебание E_{111} (резонансная длина волны которого та же, что и у моды H_{011}), так как зазор является препятствием для продольных токов волны E_{111} .

Для колебаний поперечно-магнитного, или *E-мода*, компоненты электрического и магнитного полей имеют выражения такого вида:

$$\left. \begin{aligned} E_r &= E_{0r} \cdot J'_n\left(\frac{n_{mn}}{a} r\right) \cos mj \sin\left(\frac{lp}{h} z\right), \\ E_j &= \frac{E_{0j}}{r} \cdot J_n\left(\frac{n_{mn}}{a} r\right) \sin mj \cdot \sin\left(\frac{lp}{h} z\right), \\ E_z &= E_{0z} \cdot J_n\left(\frac{n_{mn}}{a} r\right) \cos mj \cdot \cos\left(\frac{lp}{h} z\right), \\ H_r &= \frac{H_{0r}}{r} \cdot J_n\left(\frac{n_{mn}}{a} r\right) \sin mj \cdot \cos\left(\frac{lp}{h} z\right), \\ H_j &= H_{0j} \cdot J'_n\left(\frac{n_{mn}}{a} r\right) \cos mj \cdot \cos\left(\frac{lp}{h} z\right), \\ H_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Анализ выражений (2.42) показывает, что простейшим видом E-колебаний является такой, которому соответствует $m=0$, $n=1$, $l=0$.

В этом случае электрическое поле характеризуется компонентой E_z , а магнитное — компонентой H_j . Картина силовых линий E_{010} -колебаний представлена на рис. 2.12, а.

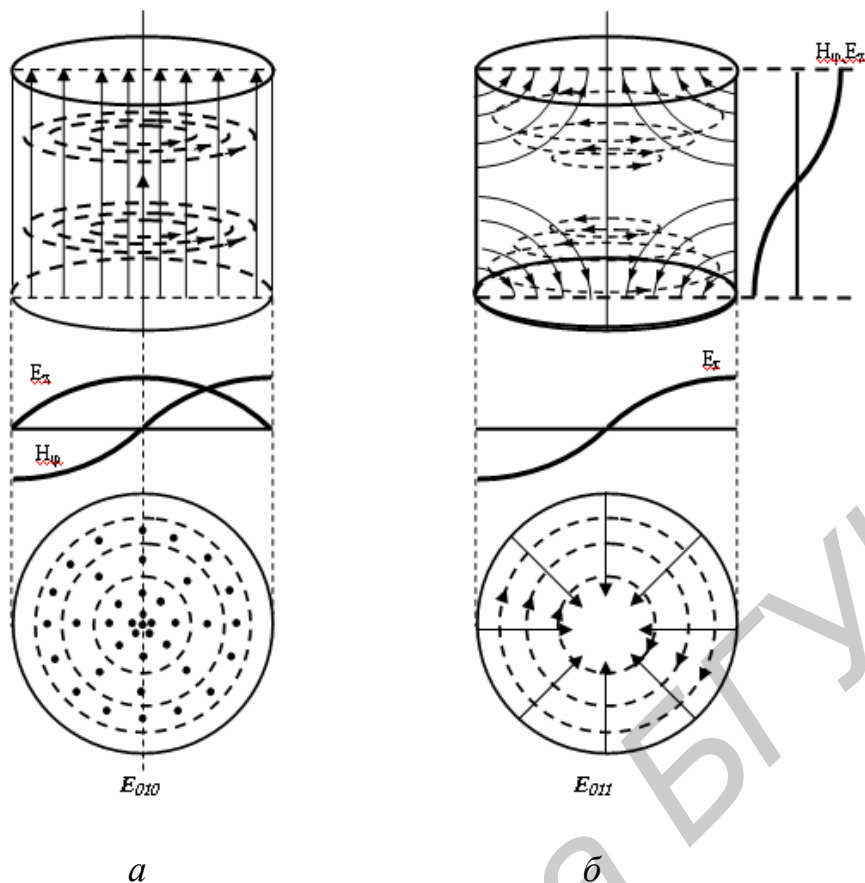


Рис. 2.12. Структуры поля в ЦОР: a – мода E_{010} , b – мода E_{011} .

При этом собственная длина волны не зависит от протяженности цилиндра вдоль оси Oz и совпадает со значением критической длины волны типа E_{01} в волноводе такого же радиуса:

$$l_0 = \frac{2pa}{n_{01}} = 2,615 a. \quad (2.43)$$

Независимость собственной волны от длины ЦОР для моды E_{010} имеет немалый практический интерес: с увеличением h растет добротность Q . Поэтому для волны E_{010} изменение добротности резонатора достигается изменением его продольных размеров. При этом резонансная частота остается фиксированной величиной. На рис. 2.12, b приведена картина поля для моды типа E_{011} .

На рис. 2.13 представлены картины полей для волн типа E_{012} (рис. 2.13, a) и моды E_{021} (рис. 2.13, b).

Обратимся теперь к колебаниям поперечно-электрического, или ***H-типа***, в круглых цилиндрических резонаторах.

Эти колебания уже по определению характеризуются отсутствием E_z -компоненты. Компоненты электрического и магнитного полей в данном случае определяются следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned}
 E_r &= \frac{E_{0r}}{r} \cdot J_n\left(\frac{m_{mn}}{a} r\right) \sin mj \cdot \sin\left(\frac{lp}{h} z\right), \\
 E_j &= E_{0j} \cdot J'_n\left(\frac{m_{mn}}{a} r\right) \cos mj \cdot \sin\left(\frac{lp}{h} z\right), \\
 E_z &= 0, \\
 H_r &= H_{0r} \cdot J'_n\left(\frac{m_{mn}}{a} r\right) \cos mj \cdot \cos\left(\frac{lp}{h} z\right), \\
 H_j &= \frac{H_{0j}}{r} \cdot J_n\left(\frac{m_{mn}}{a} r\right) \sin mj \cdot \cos\left(\frac{lp}{h} z\right), \\
 H_z &= H_{0z} \cdot J_n\left(\frac{m_{mn}}{a} r\right) \cos mj \cdot \sin\left(\frac{lp}{h} z\right).
 \end{aligned} \right\} (2.44)$$

Из формул (2.44) видно, что простейшая структура поля получается при $m=0$, $n=1$, $l=1$. На рис. 2.13, в представлена картина такой простейшей структуры поля – мода H_{011} . В силу того, что величина l не может обратиться в нуль, длина волны H_{011} -колебаний обязательно зависит как от радиуса, так и от высоты цилиндрического резонатора. Это обстоятельство широко используется для настройки резонатора, работающего на модах H_{01l} . Настройка может производиться перемещением хорошо пригнанного к стенкам поршня, изменяющего высоту цилиндра.

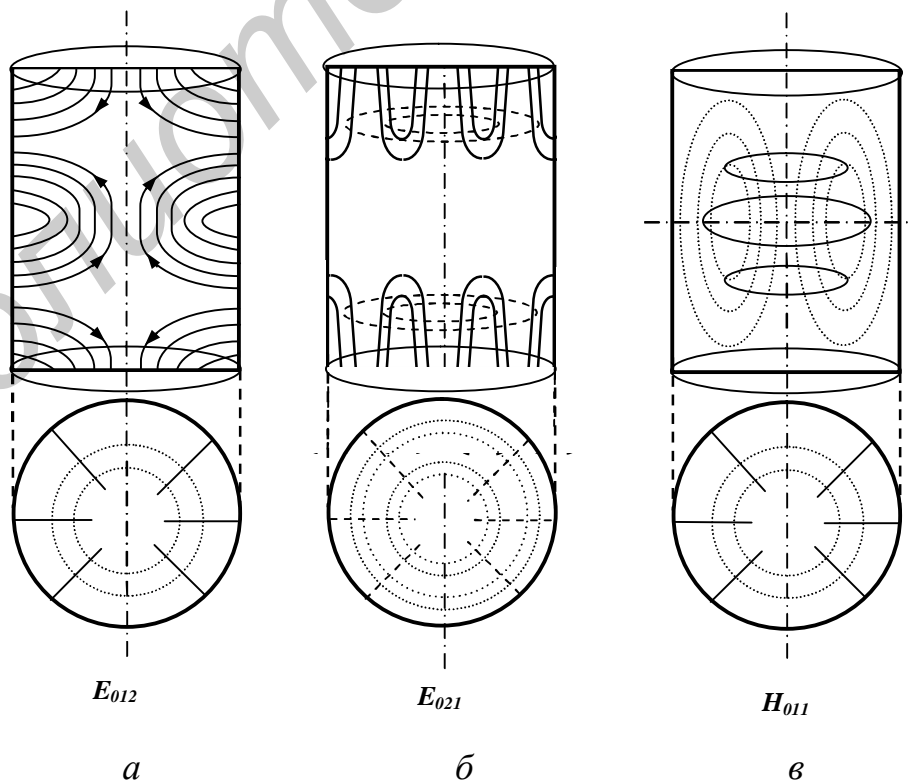


Рис. 2.13. Структуры поля в ЦОР: а – мода E_{012} , б – мода E_{021} , в – H_{011}

Для поперечно-магнитных (TM или E) колебаний и $l \neq 0$ добротность ЦОР можно рассчитать по формуле

$$Q_{mnl} = \frac{a}{d_{mnl} \left(1 + 2 \frac{a}{h}\right)}, \quad (2.45)$$

где d_{mnl} – глубина скин-слоя для резонансной частоты колебания E_{mnl} .

Если последний индекс равен нулю $l=0$, то расчет может быть проведен по формуле

$$Q_{mn0} = \frac{a}{d_{mn0} \left(1 + \frac{a}{h}\right)}. \quad (2.46)$$

Если высота цилиндра равна его диаметру $2a = h$, то Q_{mn0} выразится так:

$$Q_{mn0} = \frac{2}{3} \frac{a}{d_{ni0}}. \quad (2.47)$$

Расчет добротности резонаторов, работающих на магнитных типах колебаний, производится по более сложному выражению:

$$Q_{mnl} = \frac{a}{d_{mnl}} \cdot \frac{\left[\left(\frac{m_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{lp}{h}\right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{m}{m_{mn}}\right)^2 \right]}{\left(\frac{m_{mn}}{a}\right)^2 + \frac{2l^2 p^2 a}{h^2} + \frac{m^2 l^2 p^2}{m_{mn} h^2} \left(1 - \frac{2a}{h}\right)}. \quad (2.48)$$

Для ЦОР, у которого $2a = h$, последнее выражение сводится к виду

$$Q_{mnl} = \frac{a}{d_{mnl}} \left[1 - \left(\frac{m}{m_{mn}}\right)^2 \right]. \quad (2.49)$$

Анализ приведенных выражений для расчета добротностей показывает, что при равных объемах величина добротности в ЦОР превышает значение добротности для призматического ОР.

2.6.3. Сферический полый резонатор

Объем, ограниченный сферической проводящей оболочкой, называется сферическим объемным резонатором (СОР) и является наилучшим по добротности полым резонатором, так как обеспечивает максимальное отношение объема к поверхности, его ограничивающей.

Шарообразные резонаторы не нашли широкого применения в технике сверхвысоких частот. Это объясняется как трудностью их конструктивного оформления, так и своеобразной геометрией получающихся в них полей. В

СОР так же, как в призматических и цилиндрических резонаторах, возможно возбуждение колебаний $E(TM)$ -типа (радиальная составляющая $H_z = 0$) и $H(TE)$ -типа (радиальная составляющая $E_z = 0$). Электрические типы мод в сферических резонаторах характеризуются тем, что электрические силовые линии простейших видов колебаний этого типа лежат в меридианальных плоскостях (рис. 2.14, *а*, *б*, изображающий поля двух простейших видов E -колебаний в сферическом резонаторе).

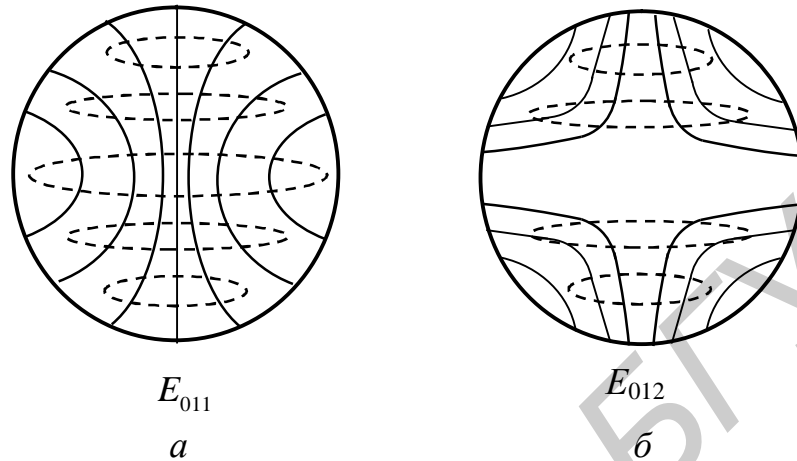


Рис. 2.14. Структуры электрического поля в СОР:
а – мода E_{011} , *б* – мода E_{012}

Модам H -типа свойственны меридианальное расположение магнитных силовых линий и наличие замкнутых электрических линий, расположенных в экваториальной и параллельных ей плоскостях. Представление о двух простых видах H -колебаний в сфере дает рис. 2.15, *а*, *б*.

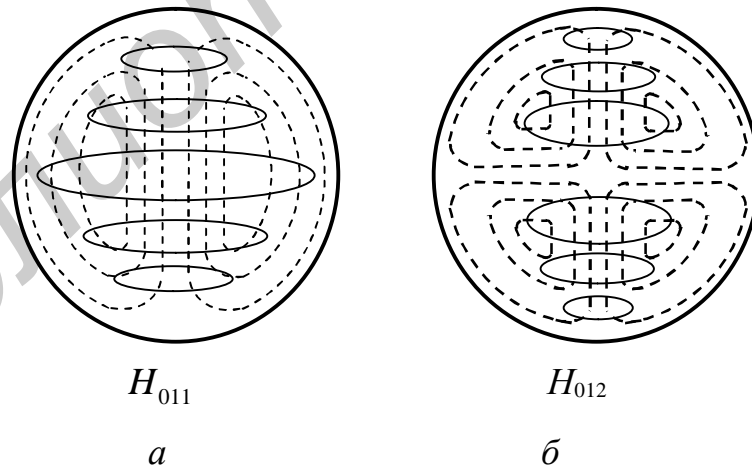


Рис. 2.15. Структуры магнитного поля в СОР:
а – мода H_{011} , *б* – мода H_{012}

Расчет собственных длин волн и добротности сферического резонатора радиусом a (считая, что материалом его стенок служит медь) приводит в случае простейших видов колебаний E_{011} и H_{011} к следующему:

$$\begin{array}{ll}
E_{011} & H_{011} \\
l = 2,29a & l = 1,40a \\
Q = 8530\sqrt{l} = 12900\sqrt{a} & Q = 19000\sqrt{l} = 22500\sqrt{a}.
\end{array}$$

2.6.4. Коаксиальный и тороидальный резонаторы

Коаксиальный ОР выполняется из отрезка коаксиальной линии передачи (рис. 2.16). Основным типом волны в коаксиальном резонаторе является поперечная мода T_1 (T или TEM -колебания характеризуются отсутствием продольных составляющих поля: $E_z = 0$, $H_z = 0$). Эта мода возбуждается в короткозамкнутом отрезке коаксиальной линии передачи, длина которого кратна целому числу полуволн (при этом величина зазора $d = 0$).

Для уменьшения геометрической длины резонатора используется характерная особенность поперечной волны: способность распространяться только в многосвязной системе. Поэтому, если удалить одну из поперечных проводящих стенок, в оставшейся части резонатора удастся сохранить режим стоячей волны, однако при этом длина резонатора l должна быть кратной нечетному числу четвертей волны. Минимальная длина такого резонатора равна четверти длины волны в коаксиальной линии передачи, из которой выполнен резонатор. Поэтому такие резонаторы называют четвертьволновыми. Для уменьшения излучения разомкнутым концом резонатора используют искусственно созданный емкостной зазор d между центральным проводником коаксиального резонатора и торцевой стенкой, в котором обеспечивается повышенная концентрация электрического поля (четвертьволновой резонатор с укорачивающей емкостью). Регулировкой величины зазора d достигают требуемой резонансной частоты резонатора.

Кроме основных колебаний T_p -*типа* (аксиальных) при выполнении определенных условий в резонаторе может возникнуть соответственно E - или H -*тип* колебаний. Если длина резонатора удовлетворяет условию $p(R_1 + R_2) > L > (R_1 - R_2)$, возбуждается мода E_{011} , если же $L < (R_1 - R_2)$, существует только низший тип электрических колебаний (радиальных) E_{010} . При изменении длины резонатора до величины $L > p(R_1 + R_2)$ появляется низший тип магнитных колебаний – H_{111} .

Поперечные размеры коаксиального ОР выбираются в соответствии с условием, обеспечивающим отсутствие резонансов высших типов колебаний:

$$R_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) < \frac{l}{p}, \quad (2.50)$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутреннего и внешнего проводника коаксиальной линии соответственно.

Резонансная длина волны для **TEM**-типа колебаний определяется

$$l_{рез} = \frac{2 \cdot l}{p}, \quad (2.51)$$

где p – число стоячих полуволн, укладываемых вдоль резонатора.

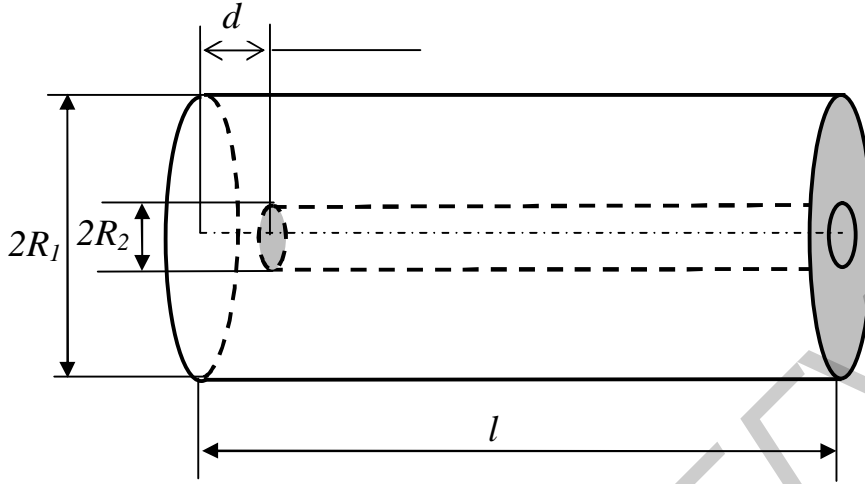


Рис. 2.16. Конструкция коаксиального резонатора

Широкое применение находят также ОР тороидальной формы с емкостным зазором (рис. 2.17), которые можно рассматривать как систему, состоящую из последовательно включенных секций четвертьволновых коаксиальных резонаторов. Особенностью основного типа колебаний такого ОР является пространственное разделение электрического и магнитного полей. Резонансная длина волны в тороидальном резонаторе определяется следующим соотношением:

$$l_{рез} = p \cdot r_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot a}{d} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (2.52)$$

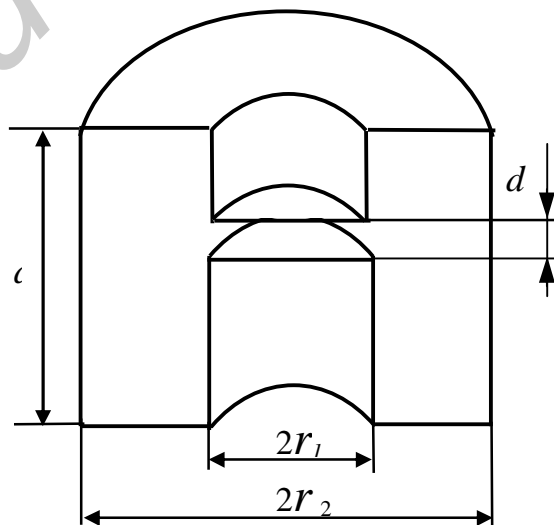


Рис. 2.17. Конструкция тороидального резонатора

Резонансная частота объемного резонатора может перестраиваться в достаточно широких пределах путем изменения его объема или путем

введения реактивных штырей, плунжеров или диафрагм.

2.7. Возбуждение резонаторов

Для поддержания в резонаторе незатухающих колебаний требуется внешнее периодическое воздействие. Если частота внешних колебаний совпадает с одной из собственных частот ω_s резонатора, возникает резонанс, при этом средние значения электрической и магнитной энергии одинаковы и через устройства связи от внешнего источника поступает сравнительно небольшое количество энергии для компенсаций тепловых потерь. Возбуждающие устройства имеют весьма разнообразную конструкцию (рис. 2.18): штыри – модификация электрического вибратора, петли и отверстия связи – магнитного вибратора, и являются по функциональному назначению носителями сторонних источников токов, зарядов, полей.

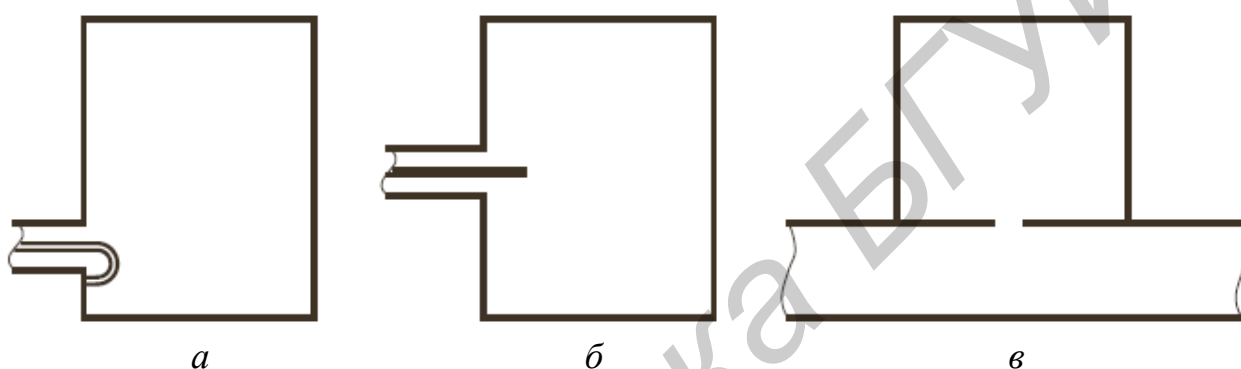
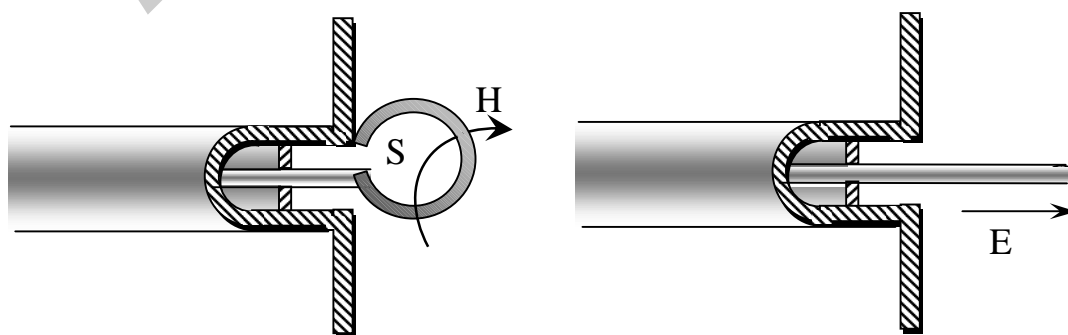


Рис. 2.18. Разновидности связей резонатора с внешней цепью:
a – с помощью петли или рамки; *б* – с помощью штыря или зонда;
в – с помощью отверстия связи

Если вводимому в резонатор проводнику придать форму петли, по которой протекает высокочастотный ток от возбуждающего генератора (рис. 2.19, *a*), то внутри резонатора будет создаваться высокочастотное магнитное поле. Очевидно, петля должна быть ориентирована в плоскости, перпендикулярной к магнитным силовым линиям возбуждаемого вида колебаний, и расположена в том месте объема резонатора, где магнитное поле максимально. Форма петли не играет существенной роли. Интенсивность возбуждения определяется площадью петли и магнитным потоком, ею образуемым.



a

б

Рис. 2.19. Конструкции возбуждающих устройств: *a* – петли, *б* – штыря

Другая форма возбуждающего проводника – «штырь» или «электрический зонд» (рис. 2.19, *б*) – обеспечивает создание в резонаторе электрического поля, направление силовых линий которого приблизительно параллельно зонду. Для оптимальной интенсивности возбуждения зонд необходимо поместить вблизи пучности электрического поля возбуждаемого типа колебаний.

Эффективная связь с резонатором может быть достигнута в том случае, если составляющие поля на резонансной моде (типе колебаний) будут иметь подобные составляющие поля, формируемые устройствами связи. Следовательно, петля должна располагаться в максимуме распределения магнитного поля, а плоскость рамки при этом должна быть перпендикулярна силовой линии магнитного поля. В случае связи по электрическому полю (с помощью штыря) зонд необходимо размещать в пучности силовых линий электрического поля. Для возбуждения резонатора с помощью отверстия связи необходимо его расположить таким образом, чтобы силовые линии поверхностных токов, возбуждаемые тангенциальными составляющими к стенкам резонатора магнитного поля, прерывались бы ими.

Изменяя размеры или расположение устройства возбуждения относительно максимума распределения поля в резонаторе, можно осуществлять регулировку степени связи. Поэтому для того, чтобы корректно возбуждать резонатор с необходимой степенью связи, необходимо, в первую очередь, знать структуру поля для заданного типа колебаний.

Так как в резонаторе на одной резонансной частоте могут возбуждаться различные типы колебаний, отличающиеся структурой поля, то возбуждение необходимой моды может быть обеспечено корректным расположением устройства возбуждения или их системой относительно пучностей магнитных и электрических составляющих полей, определяемых структурой поля. Определенное расположение возбуждающих проводников в соответствующих местах резонатора позволяет с большей уверенностью получить нужный вид колебаний возбуждаемой полости. На рис. 2.20, *a* изображен призматический резонатор, в котором возбуждаются колебания вида E_{111} .

Электрические зонды Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 можно ввести через любую стенку, на которой оканчиваются электрические силовые линии, и поместить их для обеспечения оптимальных условий возбуждения в области максимального значения вектора E . Петли же, которые можно назвать магнитными зондами, могут быть расположены в зонах максимальных значений вектора H , как это имеет место для петель P_1 и P_2 .

Аналогичная картина дана на рис. 2.20, *б*, поясняющем возможные способы возбуждения моды E_{010} в цилиндрическом резонаторе с

помощью электрических и магнитных зондов.

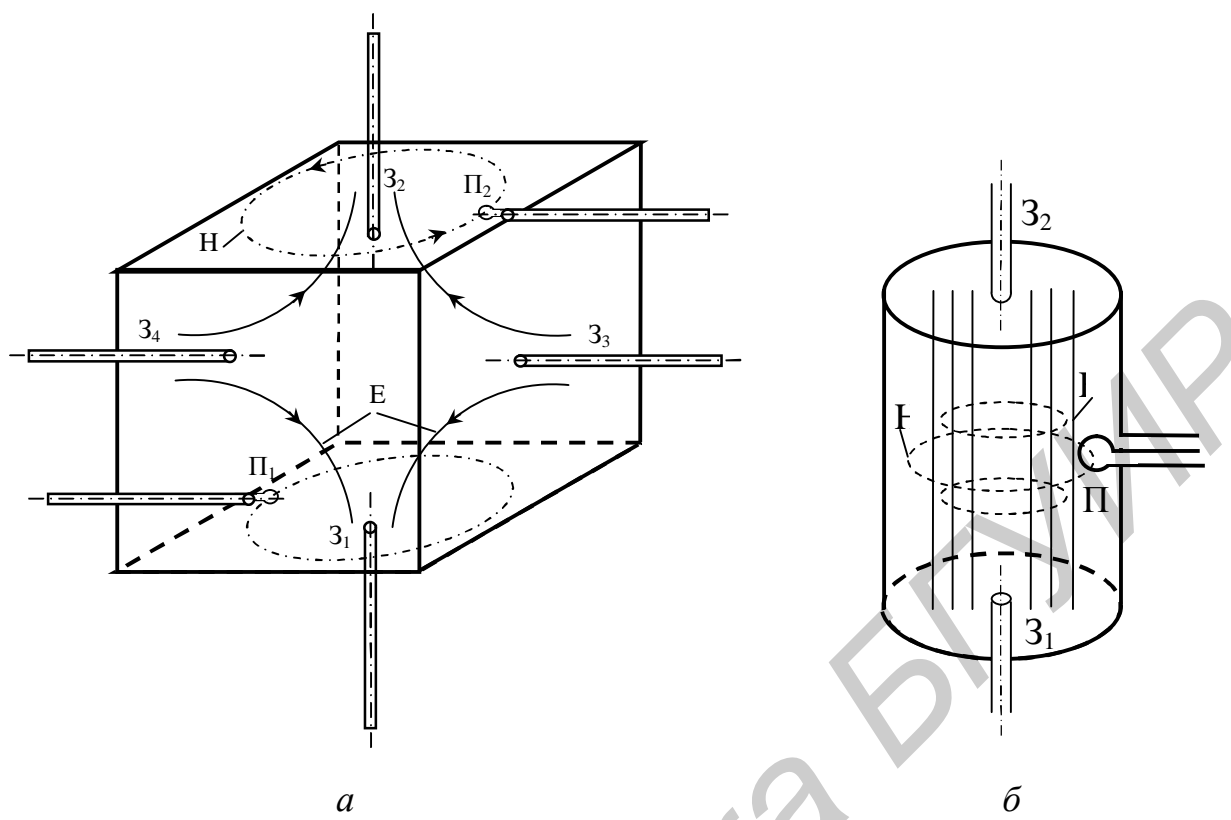


Рис. 2.20. Возбуждение резонаторов системой зондов:
а – призматического; *б* – цилиндрического

Проще всего дело обстоит в резонаторах таких форм, где электрическое и магнитное поля достаточно четко разделены пространственно, например в тороидальных резонаторах. Из рис. 2.21 видно, что магнитный зонд-петлю *П* имеет смысл вводить только в «индуктивную» зону *S₁*, а электрический *З* – только в «емкостную» зону *S₂*.

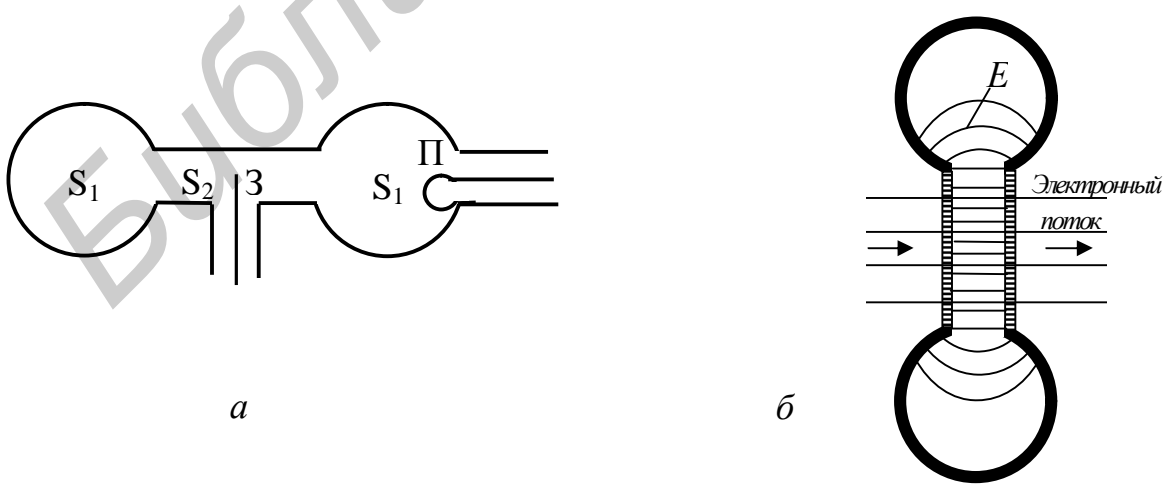


Рис. 2.21. Способы возбуждения тороидального резонатора:
а – комбинированный; *б* – с помощью электронного потока

Третий способ связи с полым резонатором и возбуждения его с помощью электронного потока, обладающего переменной составляющей плотности тока, получил особенно широкое распространение в технике сверхвысоких частот при конструировании электровакуумных приборов. Обычно электронный поток пропускается через резонатор в местах максимального электрического поля в направлении электрических силовых линий для обеспечения наиболее благоприятного взаимодействия электрического высокочастотного поля с зарядами потока. В этом отношении электронный поток можно уподобить электрическому зонду. Чтобы устранить значительные искажения поля отверстиями, через которые проходит электронный поток, последние закрывают очень тонкими стенками, свободно пропускающими электроны, но позволяющими сохранить конфигурацию электрического поля резонатора. Схема взаимодействия потока электронов с резонатором приведена на рис. 2.21, б.

3. Измерительная установка

Структурная схема экспериментальной установки для исследования цилиндрического ОР приведена на рис. 3.1.

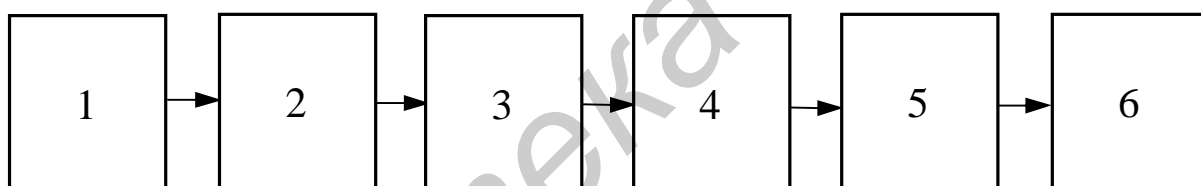


Рис. 3.1. Структурная схема экспериментальной установки

Сигнал от высокочастотного генератора 1 через коаксиальный кабель поступает на возбуждающее резонатор устройство 2 (петлю или штырь) и обеспечивает возбуждение в резонаторе 3 определенного типа колебаний (**Е**- или **Н**-тип). Распределение составляющих поля в резонаторе исследуется с помощью зонда 4 (конструктивное исполнение показано на рис. 2.18, б) через контрольные отверстия связи в ЦОР (рис. 3.2, а). При введении в одно из контрольных отверстий связи зонда 4 (см. рис. 3.1) в нем возбуждается СВЧ-ток, который по отрезку тонкого коаксиального кабеля поступает на детекторную секцию 5. В детекторной секции осуществляется преобразование переменной составляющей тока зонда в постоянный ток, среднеквадратическое значение которого измеряется микроамперметром 6.

Исследуемый резонатор представляет собой отрезок стальной цилиндрической трубы с закороченными торцевыми стенками (см. рис. 3.2).

Для ввода внешней энергии конструкция резонатора предусматривает возможность подключать к отверстиям связи (см. рис. 3.2, б) возбудителей в виде петли или штыря. Измерение амплитуд составляющих поля в различных точках боковой и торцевой стенок позволяет однозначно

определить тип исследуемого вида колебаний.

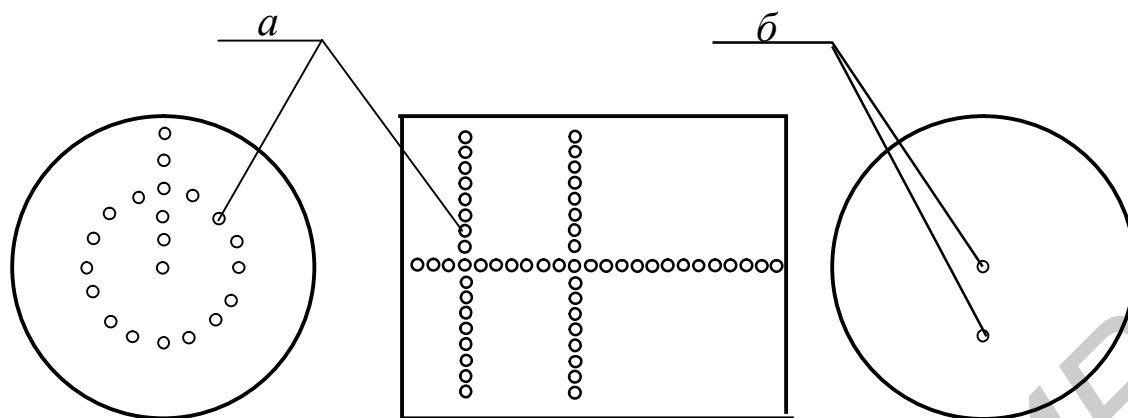


Рис. 3.2. Расположение отверстий связи на поверхности ЦОР:
a – контрольные отверстия, *б* – отверстия возбуждения

4. Порядок выполнения работы

В лаборатории:

4.1. Ознакомиться со структурной схемой, аппаратурой и элементами измерительной установки, описанием приборов и инструкцией по эксплуатации СВЧ-генератора.

4.2. Возбуждающий элемент (петлю или штырь) установить в одном из положений (см. рис. 3.2, *б*), для того чтобы обеспечить условие пространственного резонанса.

4.3. Проверить правильность соединения блоков установки, включить генератор и дать ему прогреться в течение 2...3 минут.

4.4. Установить зонд в одно из контрольных отверстий связи (см. рис. 3.2, *a*) и, перестраивая плавно частоту генератора (при этом необходимо следить за показаниями микроамперметра), по максимумам показаний микроамперметра определить значения 3...4 резонансных частот.

4.5. Установить частоту генератора, равную одной из резонансных частот, определенных в п. 4.4.

4.6. Последовательно перемещая зонд по контрольным отверстиям связи (см. рис. 3.2, *a*), снять амплитудное распределение составляющих поля в резонаторе и определить собственные числа m, n, l для исследуемого типа колебаний, для чего:

4.6.1. снять зависимость $I_z(r) : E_z(r)$, перемещая зонд по радиально расположенным отверстиям связи (по количеству максимумов определяется число n);

4.6.2. снять зависимость $I_z(\varphi) : E_z(\varphi)$, перемещая зонд по азимутально расположенным отверстиям связи (по количеству половинного значения максимумов определяется число m). Если величины измеряемых токов отклоняются не более, чем на 15...20 %, то значение m принимается равным нулю;

4.6.3. снять зависимость $I_r(z): E_r(z)$, перемещая зонд по продольно расположенным отверстиям связи (по количеству максимумов определяется число l).

4.7. Снять частотную характеристику резонатора в окрестности резонансной частоты $I(f)$ (изменение частоты генератора должно составлять не менее 10 % в обе стороны относительно резонансной частоты), для чего по данным пункта 4.4 выбрать характерное контрольное отверстие связи (область слабой или средней величины связи для исследуемого типа колебаний).

При домашней подготовке:

4.8. По данным экспериментальных измерений пункта 4.6 построить распределения составляющих поля по координатам r, j, z .

4.9. По результатам экспериментальных измерений пункта 4.7 построить частотную характеристику нагруженного резонатора для исследованного типа колебаний (вид такой характеристики представлен на рис. 2.3). При этом на оси ординат необходимо представить нормированные значения тока $I(f)/I(f)_{\max}$, где $I(f)_{\max}$ – максимальное значение тока микроамперметра, наблюдаемое на резонансной частоте f_r .

4.10. С помощью построенной в пункте 4.9 кривой определить значения частот $f + \Delta f_{3dB}$ и $f - \Delta f_{3dB}$, которые на нормированной характеристике тока соответствуют значениям $I(f)/I(f)_{\max} = 0,5$, и определить полосу частот резонатора $2\Delta f_{3dB} = [f + \Delta f_{3dB}] - [f - \Delta f_{3dB}]$.

4.11. С помощью формулы (2.10) рассчитать нагруженную добротность резонатора, полагая, что $2\Delta f_L = 2\Delta f_{3dB}$.

4.12. По формуле (2.23) рассчитать собственную добротность резонатора, полагая, что резонатор изготовлен из стали с параметрами: $\sigma = 8.25 \times 10^5$ Сим/м; $\mu_m = 10$.

4.13. При помощи формулы (2.11) определить добротность внешней цепи.

4.14. Для определенных в пункте 4.6. собственных чисел m, n, l рассчитать с помощью формул (2.40) или (2.41) значение резонансной частоты и сравнить полученное значение с экспериментальной величиной.

4.15. Построить структуру поля для исследованного типа колебаний и отметить на ней положение возбуждающего устройства связи.

5. Содержание отчета

5.1. Результаты экспериментальных и расчетных данных амплитудного распределения, составляющих поля по координатам резонатора, представленные в виде таблиц и графиков.

5.2. Результаты экспериментального исследования частотной характеристики резонатора, представленные в графическом виде.

5.3. Результаты расчета собственной, нагруженной и внешней

добротностей резонатора для исследуемого типа колебаний.

5.4. Результаты расчета резонансной частоты для исследованного типа колебаний.

5.5. Структура поля для исследованного типа колебаний.

5.6. Выводы, которые можно сделать в результате сравнения теоретических и экспериментальных исследований резонатора (сделать анализ причин расхождения теоретических и экспериментальных результатов).

6. Контрольные вопросы

1. Дайте определение собственной, нагруженной и внешней добротности резонатора.

2. Влияет ли характер и степень связи резонатора с линией передачи на резонансную частоту?

3. Для заданного типа колебаний изобразите структуру поля в резонаторе.

4. Покажите, как можно осуществить возбуждение резонатора с помощью петли или штыря (см. лабораторную работу) заданного типа колебаний.

5. В чем состоит явление пространственного резонанса и как оно практически реализуется?

6. Изобразите по координатным осям амплитудное распределение составляющих поля в резонаторе для заданного типа колебаний.

7. Назовите области применения объемных резонаторов в технике СВЧ.

8. Объясните, почему объемный резонатор обладает таким высоким значением добротности.

9. Какой из видов ОР при равных объемах и одинаковых материалах изготовления обладает наибольшей добротностью и почему?

10. Что такое вырожденные моды в ОР и как они определяются?

11. Какие резонаторы могут быть реализованы на поперечных электромагнитных волнах?

12. Назовите основные способы возбуждения резонаторов.

13. Поясните, как с помощью круговой диаграммы Смита определить полосу резонатора.

14. В чем состоит разница между электрическими, магнитными и поперечными волнами в ОР?

15. Для каких целей используются многозондовые возбуждающие устройства?

Литература

1. Гололобов, Д. В. Распространение радиоволн и антенно-фидерные устройства Ч. 2. Фидерные устройства / Д. В. Гололобов, В. Б. Кирильчук. – Минск : БГУИР, 2005.

2. Кураев, А. А. Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Сеницын. – Минск : Бестпринт, 2004.

3. Вольман, В. Н. Техническая электродинамика / В. Н. Вольман, Ю. В. Пименов, А. Д. Муравцов. – М. : Радио и связь, 2002.

4. Фальковский, О. И. Техническая электродинамика / О. И. Фальковский. – М. : Связь, 1978.

5. Лебедев, И. В. Техника и приборы СВЧ / И. В. Лебедев. – М. : Высшая школа, 1970.

6. Ширман, Я. Д. Радиоволноводы и объемные резонаторы / Я. Д. Ширман. – М. : Связьиздат, 1959.

Библиотека БГУИР

Учебное издание

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЪЕМНОГО РЕЗОНАТОРА

Методические указания
к лабораторной работе №4 по дисциплинам «Электродинамика
и распространение радиоволн», «Электромагнитные поля и волны»,
«Основы проектирования СВЧ интегральных схем»,
«Теория колебаний и волн», «Техника СВЧ и УВЧ в медицинских приборах»

С о с т а в и т е л и:

Гололобов Дмитрий Владимирович
Кижлай Игорь Николаевич
Кирильчук Валерий Борисович и др.

Редактор Т. Н. Крюкова
Корректор М. В. Тезина

Подписано в печать
Гарнитура «Таймс».
Уч.-изд. л. 1,9.

Формат 60x84 1/16.
Печать ризографическая.
Тираж 200 экз.

Бумага офсетная.
Усл. печ. л.
Заказ 492.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6