

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра антенн и устройств СВЧ

***ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ПЕРИОДИЧЕСКИХ И НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ***

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «Теория колебаний и волн»  
для студентов специальности I-38 02 03  
«Техническое обеспечение безопасности»  
всех форм обучения

Минск 2006

УДК 621.371 (075.8)

ББК 22.313 я 73

И 85

С о с т а в и т е л и:

Д.В. Гололобов, В.М. Дашенков

**Исследование** частотных характеристик периодических и непериодических колебаний: Метод. указания к лабораторной работе по дисц. И85 «Теория колебаний и волн» для студ. спец. I-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности» всех форм обуч./ Сост. Д.В. Гололобов, В.М. Дашенков.– Мн.: БГУИР, 2006. –16 с.

В методических указаниях содержатся краткие сведения о гармоническом анализе периодических и непериодических колебаний, порядок выполнения лабораторной работы при использовании компьютерной программы SAS.

**УДК 621.371 (075.8)**

**ББК 22.313 я 73**

© Д.В. Гололобов, В.М. Дашенков,  
составление, 2006

© БГУИР, 2006

## Содержание

1. Цель работы
  2. Краткие теоретические сведения о колебаниях
    - 2.1. Гармонический анализ периодических сигналов
    - 2.2. Гармонический анализ непериодических колебаний
    - 2.3. Свойства преобразования Фурье (теоремы о спектрах)
  3. Порядок выполнения работы
    - 3.1. Ознакомление с возможностями программы ПЭВМ SAS
    - 3.2. Исследование трансформации спектра гармонического колебания
    - 3.3. Исследование спектрального представления сложного периодического колебания
    - 3.4. Исследование спектральных характеристик непериодического колебания
    - 3.5. Компьютерное моделирование теорем о спектрах
  4. Содержание отчёта
  5. Контрольные вопросы
- Литература

## 1. Цель работы

1. Исследовать взаимосвязь амплитудно-временных параметров периодических и непериодических колебаний с их частотными характеристиками.
2. Провести компьютерный синтез (восстановление) колебаний по заданным спектральным характеристикам.

## 2. Краткие теоретические сведения о колебаниях

### 2.1. Гармонический анализ периодических сигналов

Периодически изменяемый во времени процесс, представленный на рис.1, может быть описан как

$$S(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t - \varphi_1) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t \pm \frac{\pi}{2} \mp \varphi_1\right), \quad (1)$$

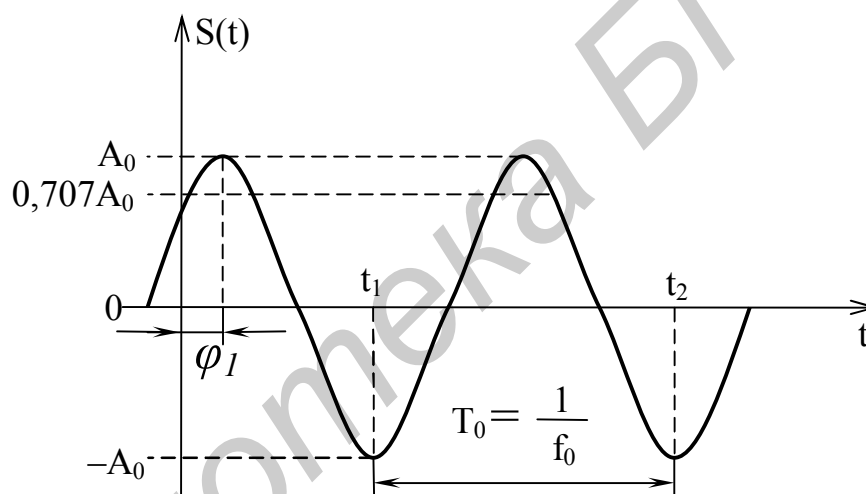


Рис.1

где  $A_0$  – амплитуда,  
 $f_0, T_0$  – частота и период,  
 $\varphi_1$  – начальная фаза колебания.

Амплитудное значение, соответствующее уровню 0,707 от максимального пикового значения  $A_0$ , называется **действующим**  $A_d = 0,707 A_0$ .

Для описания сложных колебаний используется система базисных функций. Важное значение здесь приобретают ортогональные системы функций. Напомним из математики, что система действительных функций

$$\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x) \quad (2)$$

является ортогональной на интервале  $[a, b]$ , если

$$\int_a^b \varphi_n(x) \varphi_m(x) dx = 0 \quad \text{при } n \neq m \quad (3)$$

при условии, что ни одна из этих функций  $\varphi_n(x) \neq 0$ .

$$\int_a^b \varphi_n^2(x) dx = \|\varphi_n\|^2 \quad (4)$$

называется нормой.

Когда  $\varphi_n(x)$  непрерывны, то произвольная кусочно-линейная функция может быть представлена в виде ряда

$$f(x) = C_0 \varphi_0(x) + C_1 \varphi_1(x) + C_2 \varphi_2 + \dots, \quad (5)$$

если коэффициенты этого ряда определяются как

$$C_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_a^b f(x) \varphi_n(x) dx, \quad (6)$$

то ряд (5) называется **обобщенным рядом Фурье**.

Для разложения периодических колебаний в ряд Фурье используются тригонометрические

$$1, \cos \omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 2\omega t, \dots, \cos n\omega t, \sin n\omega t \quad (7)$$

или комплексные функции

$$\dots, e^{-j2\omega t}, e^{-j\omega t}, 1, e^{j\omega t}, e^{j2\omega t}, \dots, \quad (8)$$

где  $\omega = 2\pi/T$  – частота первой гармоники.

Система (7) приводит к тригонометрической форме записи ряда Фурье, а (8) – комплексной.

Воспользуемся сначала системой (8) и перепишем ряд (5) для произвольного периодического колебания  $S(t)$  в виде

$$S(t) = \dots, C_{-2} e^{-j2\omega t} + C_{-1} e^{-j\omega t} + C_0 + C_1 e^{j\omega t} + C_2 e^{j2\omega t} \dots = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega t}. \quad (9)$$

Определим норму функции (8) для периодического колебания

$$\|\varphi_n\|^2 = \int_{-T/2}^{T/2} e^{-jn\omega t} e^{jn\omega t} dt = T,$$

тогда коэффициенты ряда согласно (6) и принятым выше обозначениям определяется как

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) e^{-jn\omega t} dt. \quad (10)$$

Учитывая, что  $e^{-j\alpha} = \cos \alpha - j \sin \alpha$ , преобразуем (10)

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cos n\omega t dt - j \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \sin n\omega t dt = A_n - jB_n, \quad (11)$$

$A_n = A_{-n}$  – чётные,  $B_n = -B_{-n}$  – нечётные по индексу  $n$  составляющие. Это обстоятельство необходимо использовать при анализе произвольного колебания. Очевидно, что (11) можно представить в виде

$$\dot{C}_n = |C_n| e^{-jP_n}, \quad (12)$$

где

$$|C_n| = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad \text{и} \quad P_n = \text{arctg} \frac{B_n}{A_n},$$

тогда ряд Фурье может быть записан в комплексной

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n| e^{j(n\omega t - \varphi_n)} \quad (13)$$

и тригонометрической

$$S(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2C_n \cos(n\omega t - P_n) \quad (14)$$

формах, при этом в (14) считается, что  $C_{-n} = C_n^*$ .

Используются также следующие формы записи ряда Фурье:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t - \varphi_n). \quad (15)$$

Сравнивая (14) и (15), нетрудно заметить, что  $a_n = 2A_n$ ;  $b_n = 2B_n$ ;  $A_n = 2C_n$ . Здесь  $n$  – номер гармоники, под которой будем понимать отдельное гармоническое колебание с частотой  $n\omega$ . Если  $n = 1$ , то гармоника называется **основной** (первой) (период сложного колебания совпадает с периодом  $2\pi/\omega$ ). Гармоники с частотами выше  $\omega$  называются **высшими**.

Поскольку изображение временных зависимостей гармоник на одном графике делает его запутанным и нагроможденным, то совокупность амплитуд с частотами  $\omega_n = n\omega$  изображают на частотной оси. Она является дискретной (линейчатой) и называется **амплитудным спектром (АС)**. АС может изображаться в двухстороннем (рис. 2,а) и одностороннем (рис. 2,б) видах.

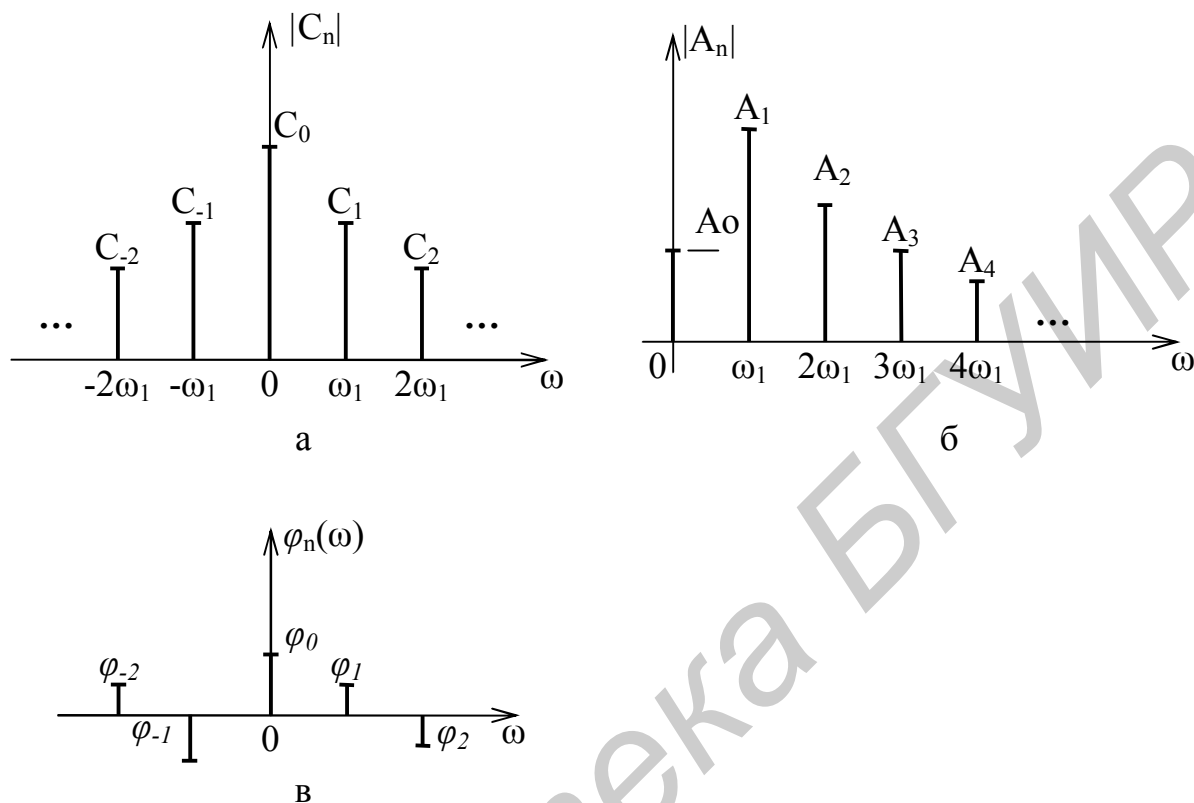


Рис. 2

Зависимость начальных фаз гармоник от частоты носит название **фазового спектра (ФС)** (рис. 2,в).

Распределение мощности в спектре периодического сигнала может быть определено из понятия средней мощности за промежуток времени  $t_2 - t_1 = T$ :

$$P_s = \frac{E}{t_2 - t_1} = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^{\infty} |C_n|^2 \|\varphi_n\|^2 = \frac{1}{T} \sum |C_n|^2 T = \left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n}{2}\right)^2. \quad (16)$$

Отсюда видно, что полная мощность равна сумме средних мощностей постоянной составляющей и отдельных гармоник и не зависит от их фазировки.

## 2.2. Гармонический анализ непериодических колебаний

Пусть имеется периодическое колебание, изображенное на рис. 3. Потребуем, чтобы период  $T \rightarrow \infty$ , тогда периодическое колебание обращается в непериодическое.

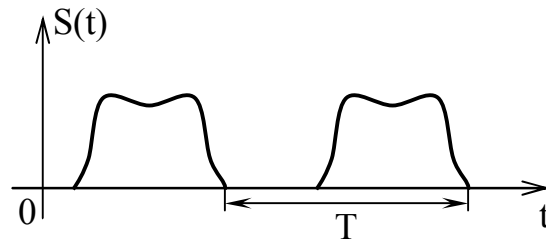


Рис. 3

Подставим в ряд Фурье, записанный в комплексной форме, выражение для коэффициентов  $\dot{C}_n$  с учётом того, что  $\frac{1}{T} = \frac{\omega_1}{2\pi}$ :

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_1}{2\pi} \left( \int_{-T/2}^{T/2} S(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \right) e^{jn\omega_1 t}.$$

Так как  $T \rightarrow \infty$  и  $\omega_1 \rightarrow \Delta\omega$ , то знак суммы обращается в знак интегрирования, а  $n\omega_1$  – в текущее значение частоты  $\omega$ ,  $\Delta\omega \rightarrow d\omega$ , тогда

$$S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{-j\omega t} dt \right) e^{j\omega t} d\omega. \quad (17)$$

Выражение, входящее под скобки, называется **спектральной плотностью сигнала** и обозначается  $S(j\omega)$ . Перепишем (17) в виде системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{-j\omega t} dt, \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \end{array} \right. \quad (19)$$

Эти соотношения называется **парой преобразований Фурье**. Переход от временной области в частотную есть прямое преобразование Фурье, а переход от частотной к временной – обратное преобразование Фурье.

Для спектральной функции  $S(j\omega)$  справедливы известные для функции двух переменных свойства и она может быть представлена в тригонометрической и комплексной формах.

$$\dot{S}(j\omega) = A(\omega) - jB(\omega) = C(\omega) e^{-j\varphi(\omega)}, \quad (20)$$

где  $A(\omega)$  и  $B(\omega)$  – чётная (косинусоидальная) и нечётная (синусоидальная) составляющие спектральной плоскости;

$C(\omega) = \sqrt{A^2 + B^2}$  – амплитудно-частотная характеристика колебания (АЧХК);



$p(\omega) = \text{Arctg} \left[ \frac{B}{A} \right]$  – фазочастотная характеристика колебания (ФЧХ), здесь

$\text{Arctg} X = \arctg X \pm p\pi$ , где  $n$  – целое число.

*Пример.* Определить спектральную плотность и построить графики АЧХ и ФЧХ импульса с амплитудой  $E$  и длительностью  $\tau$  (рис. 4).

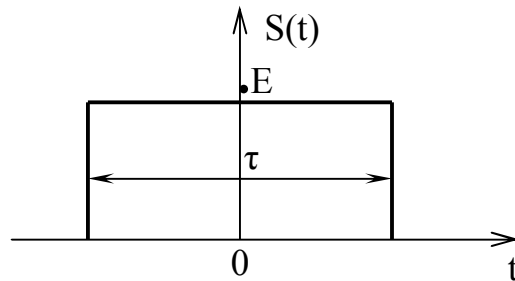


Рис. 4

Используя (18), получим

$$S(j\omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E e^{-j\omega t} dt = \frac{E}{j\omega} \left( e^{-j\frac{\omega\tau}{2}} - e^{j\frac{\omega\tau}{2}} \right) = \frac{2E}{\omega} \sin \frac{\omega\tau}{2} = E \tau \frac{\sin \left( \frac{\omega\tau}{2} \right)}{\left( \frac{\omega\tau}{2} \right)}. \quad (21)$$

Выражение (21) представлено в виде функции  $\frac{\sin(x)}{x}$ , предел от которой при  $x$ , стремящемся к нулю, равен единице (первый замечательный предел).

Построим графики АЧХ и ФЧХ согласно (21). На рис. 5 приведена спектральная характеристика импульсного колебания, а также АЧХ – рис. 6, ФЧХ – рис. 7.

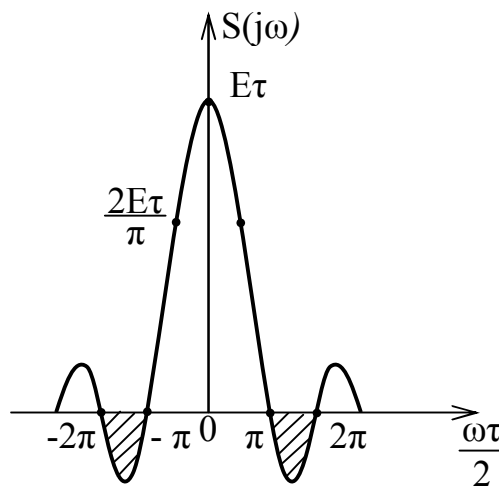


Рис. 5

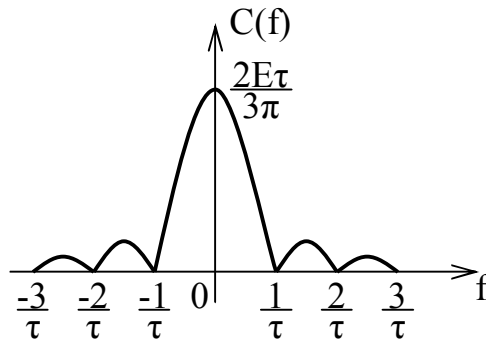


Рис. 6

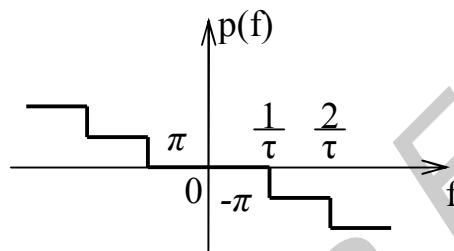


Рис. 7

В сравнении с периодическим колебанием непериодическое имеет плотное расположение спектральных линий, поэтому введено понятие спектральной плотности. Если амплитуда колебания измеряется в вольтах, то спектральная плотность в  $\frac{В}{Гц}$  или  $В \cdot с$ . Первый нуль спектральной плотности приходится на

точку  $\frac{\omega\tau}{2} = \pi$ , откуда несложно получить, что  $\frac{\omega}{2\pi} = f = \frac{1}{\tau}$ .

Анализ распределения энергии такого колебания в частотной области показывает, что 90% приходится на основной лепесток спектральной плотности и лишь 10% занимает энергия затухающих осциллирующих лепестков.

### 2.3. Свойства преобразования Фурье (теоремы о спектрах)

1. *Теорема линейности.* Если известны спектральные функции колебаний  $S_1(t), S_2(t), \dots, S_n(t)$ , то сумме этих колебаний будет соответствовать сумма спектральных плотностей

$$\sum_n S_n(t) \Leftrightarrow \sum_n S_n(j\omega). \quad (22)$$

2. *Теорема запаздывания.* Если известна спектральная плотность  $S(j\omega)$  сигнала  $S(t)$ , то спектр функции  $S(t \pm t_0)$ , где  $t_0$  – время запаздывания, отличается от известной спектральной плотности на множитель  $\exp(\pm j\omega t_0)$ :

$$\sum_n S(t \pm t_0) \Leftrightarrow S(j\omega) \cdot e^{\pm j\omega t_0} = S(\omega) e^{-j\varphi(\omega)} \cdot e^{\mp j\omega t_0}, \quad (23)$$

т.е. изменяется лишь ФЧХК.

3. *Теорема о масштабе.* Если известна спектральная функция  $S_1(j\omega)$  сигнала  $S_1(t)$ , то изменение масштаба колебания по времени в  $\alpha$  раз (сжатие или растяжение), приводит к изменению его спектральной плотности следующим образом

$$S_2(t) = S_1(\alpha t) \Leftrightarrow \frac{1}{|\alpha|} S_1(j\frac{\omega}{\alpha}). \quad (24)$$

Теорема показывает, что для сжатия спектра необходимо растянуть процесс во времени. Это означает, что произведение эффективной ширины спектра, соответствующей отрезку частот, занимаемому главным лепестком, на длительность колебания есть постоянная величина:

$$\Delta\omega \cdot \tau = \text{const}. \quad (25)$$

4. *Теорема смещения.* Если известна спектральная плотность  $S_1(j\omega)$  колебания  $S_1(t)$ , то его домножение на гармоническую функцию  $S_2(t) = S_1(t) \cos(\omega_0 t - \varphi)$  приводит к расщеплению спектра на два с уменьшением их по амплитуде в два раза и смещению на величину частоты гармонического колебания  $\omega_0$ :

$$S_2(j\omega) = \frac{1}{2} S_1(j[\omega_0 - \omega]) e^{-j\varphi} + \frac{1}{2} S_1(j[\omega_0 + \omega]) e^{j\varphi}. \quad (26)$$

5. *Спектры производной и интеграла.* Если известна спектральная плотность  $S_1(j\omega)$  колебания  $S_1(t)$  и при  $t=0$  модуль  $S(\omega) = 0$ , то спектры её производной и интеграла определяются как

$$\frac{dS_1(t)}{dt} \Leftrightarrow j\omega S_1(j\omega); \quad (27)$$

$$\int S(t) dt \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega} S(j\omega). \quad (28)$$

6. *Спектр произведения двух колебаний.* Если известны спектральные функции  $S_1(j\omega)$  и  $S_2(j\omega)$  для колебаний  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ , то для произведения  $S_3(t) = S_1(t) \cdot S_2(t)$ :

$$S_3(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(j\Omega) \cdot S_2(j[\omega - \Omega]) d\Omega. \quad (29)$$

7. *Взаимная заменяемость частоты и времени (теорема дуальности).*

Если задана спектральная плотность  $S(j\omega)$  колебания  $S(t)$ , то замена переменных  $\omega$  на  $t$  и  $t$  на  $\omega$  в преобразованиях Фурье показывает возможность определения формы колебания по известной спектральной плотности и наоборот.

8. *Теорема энергий (Релея или равенство Парсеваля).* Она следует из свойства произведения двух колебаний и позволяет определить энергию по временной  $S(t)$  или частотной  $S(\omega)$  областях:

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} S^2(t) dt = \frac{1}{\pi_0} \int_{-\infty}^{\infty} S^2(\omega) d\omega. \quad (30)$$

При этом единицей измерения энергии является Вт/Гц.

### 3. Порядок выполнения работы

#### 3.1. Ознакомление с возможностями программы ПЭВМ SAS

Используя «Help» ознакомиться с основными опциями и командами программы.

#### 3.2. Исследование трансформации спектра гармонического колебания

3.2.1. Используя команду «F» выбрать из библиотеки колебаний файл «COS». Для этого в строке ВЫЗВАТЬ набрать имя файла и после подсветки МЕНЮ нажать букву «P» (Plot -рисовать).

3.2.2. Зарисовать вид колебания и перемещая курсор зафиксировать его параметры:

–амплитуду – текущее значение отображается во втором от левого края экрана окне Y, в вольтах;

–период – текущее время отображается в первом левом верхнем окне экрана, в микросекундах.

3.2.3. Для просмотра действительной и мнимой частей спектра колебания нажать «A». Зарисовать графики. Перемещая курсор, определить амплитудное значение и частоту. При этом в верхнем правом информационном окне отображаются текущие значения отнормированной амплитуды  $A_n(f)$ ,  $B_n(f)$  и частоты  $f$ . Для определения максимального значения амплитуды, по которому, проведена нормировка, нажать клавишу «F2» и записать  $C_{max}$ . Сделать выводы.

Для просмотра амплитудного  $C_n(f)$  и фазового  $P_n(f)$  спектров колебания используйте «С». Зарисуйте графики. Сделайте выводы.

*Примечание.* Следует помнить о том, что в данном случае используются как тригонометрические, так и показательные представления колебаний:

$$A_n(f) + jB_n(f) = C_n(f) \exp[P_n(f)].$$

3.2.4. Произвести смещение косинусоидального колебания на  $-20V$  относительно начала заданной системы координат. Для этого: перейти во временное окно с помощью «Tab», поместить курсор в начало координат, сместить его вниз на отметку  $+20V$  ( $0$  мкс) и нажать букву «O». Зарисовать тригонометрическое  $A_n(f)$  и  $B_n(f)$  и показательное  $C_n(f)$  и  $P_n(f)$  представления этого колебания. Сделайте выводы.

3.2.5. Произвести смещение заданного косинусоидального колебания по оси абсцисс (ось  $t$ ) на  $60$  мкс. Для этого следует сместить курсор по оси  $t$  на  $60$  мкс нажать букву «O». Зарисовать тригонометрическое и показательное представление колебания. Сделайте выводы.

### 3.3. Исследование спектрального представления сложного периодического колебания

3.3.1. Используя опцию «I» установить с помощью функциональных клавиш  $F1$ ,  $F2$ ,  $F3$  нечётную, периодическую, кусочно-линейную функцию. Для чёткого отображения колебания во временном окне произвести операции:

$F6$  – установка периода –  $500$  мкс;

$F8$  – дискрета во временном окне –  $250$  мкс;

$F7$  – ширина временного окна –  $2000$  мкс.

Зафиксировать во временной полуплоскости узлы  $(0,40V)$ ,  $(250,40V)$ ,  $(500,40V)$ . Зарисовать вид колебания с чётким обозначением амплитуды и периода.

3.3.2. Путём нажатия клавиши «A» и «C» провести оценку комплексного и показательного представления колебания и зарисовать их. Данные о действительной и мнимой составляющих, амплитудного и фазового спектра колебания свести в табл. 1. Сделайте выводы.

Таблица 1

f, кГц					
A(f), В					
B(f), В					
C(f), В					
P(f), град.					

3.3.3. Провести синтез (восстановление) колебания по заданной спектральной характеристике. Для этого, используя опцию «S», установить с помощью функциональной клавиши  $F3$  частоту, соответствующую второй гармонике колебания. При этом, белые полосы во временном и частотном окнах отображают

области, в пределах которых производится синтез колебания. Зарисовать восстановленное по спектру колебание, нанеся на график оригинал заданной временной функции.

Ограничить частотный отрезок восстановления двумя спектральными линиями, для чего установить с помощью  $F3$  частоту, соответствующую четвёртой гармонике заданного колебания. Визуально убедиться в расширении частотного окна синтеза. Нажать клавишу «Ввод». Провести сравнение с результатами предыдущего восстановления колебания.

Установить протяжённость частотного отрезка синтезируемого амплитудного спектра колебания равным ширине частотного окна. Провести синтез колебания. Сделать выводы.

### 3.4. Исследование спектральных характеристик непериодического колебания

3.4.1. Используя опцию «I», установить с помощью функциональных клавиш  $F1$  - произвольную,  $F2$  - непериодическую,  $F3$  - кусочно-линейную функцию. После нажатия клавиши «P» во временном окне «нарисовать» импульс с амплитудой 40 В и длительностью 120 мкс, для чего зафиксировать клавишей «Ввод» узлы (0 В, -60 мкс); (40 В, -60 мкс); (40 В, 60 мкс); (0 В, 60 мкс). Зарисовать колебание с чётким отображением амплитуды и длительности.

3.4.2. Зарисовать комплектную спектральную характеристику колебания после нажатия клавиши «A». Сделать выводы.

3.4.3. Провести анализ амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик колебания путем нажатия клавиши «C». Данные свести в табл. 2.

Таблица 2

Амплитудное значение, $\frac{В}{кГц}$	Номер нуля				
	1	2	3	4	5
Частота, кГц	0				

Сравнить полученные графики с п. 3.4.2. Сделать выводы.

3.4.4. Провести синтез непериодического колебания. Для этого ограничить окно синтеза первым нулём спектральной плотности. Ограничить частотный диапазон синтеза двумя лепестками спектральной плотности.

Полученные данные сравнить с предыдущими результатами.

Установить максимальную частоту синтезируемого участка спектра, соответствующей максимальной частоте ширины частотного окна.

Провести восстановление колебания нажатием клавиши «Ввод».

Сделать выводы.

### 3.5. Компьютерное моделирование теорем о спектрах

3.5.1. *Теорема запаздывания.* Используя начальные данные п. 3.4.1, произвести перевод курсора в точку (0 В, 30 мкс) и нажать букву «О». При этом импульс с амплитудой 40 В и длительностью 120 мкс будет смещён относительно выбранной системы координат на 30 мкс. После нажатия «С» провести сравнение АЧХ и ФЧХ колебания с аналогичными характеристиками, полученными в п. 3.3.2.

3.5.2. *Теорема о масштабе.* Восстановить изначальные данные п. 3.4.1. Провести повторный визуальный анализ АЧХ и ФЧХ заданного колебания. В частотном окне установить курсор на первый ноль спектральной плотности. С помощью специальной клавиши, отображающей изменение длительности процесса во времени –  $K_t$ , уменьшить длительность импульса в 2 раза ( $K_t=0,5$ ). Провести сравнение АЧХ и ФЧХ колебания с предыдущим. Сделать выводы.

3.5.3. *Теорема о производной.* Восстановить изначальные данные п. 3.4.1. Провести повторный визуальный просмотр АЧХ и ФЧХ заданного колебания. В частотном окне установить курсор на первый ноль спектральной плотности. Оставляя курсор в частотном окне, произвести дифференцирование АЧХК и ФЧХК, используя клавишу F8 (подсказки в нижней строчке монитора). Перейдя с помощью клавиши «S» в режим синтеза процесса во времени осуществить восстановление колебания. Сделать выводы.

3.5.4. *Теорема об интегрировании.* Используя финальные условия эксперимента п. 3.5.3. произвести интегрирование спектральной характеристики два раза нажатием клавиши F9 (первое интегрирование возвращает к спектральным характеристикам колебания п. 3.4.1., второе соответствует интегралу от постоянной величины 40 В). После нажатия «Ввод» во временном окне отображается проинтегрированное колебание. Зарисовать полученную эпюру. Сделать выводы.

3.5.5. *Теорема линейности.* Демонстрация теоремы произведена при проведении предыдущих экспериментов. Элементом усвоения теоремы является правильное указание номера пункта настоящей сводки задания.

## 4. Содержание отчёта

1. Цель работы.
2. Результаты исследований.

### **Рекомендации:**

А. Графики спектров располагать рядом справа от колебания, изображённого во временной области.

Б. Строго следить за размерностью по осям абсцисс и ординат, указывая их через запятую, после обозначения соответствующей величины.

В. Фазовые характеристики колебаний располагать строго под их амплитудными, придерживаясь соответствия частотам.

Г. При исследованиях трансформации спектров, связанных с изменениями параметров колебаний, допускается изображать на одном графике несколько отличающихся друг от друга характеристик с ранжированием линий.

### 3. Выводы.

**Рекомендуется** делать выводы после каждого пункта выполнения работы. Выводы должны быть конкретными, с пояснениями проведенных исследований, а не только констатирующими ход и действия выполнения работы.

## 5. Контрольные вопросы

1. Как изменится спектр гармонического колебания  $S(t)=A \cos \omega_0 t$  при его смещении на постоянную величину  $\Delta A$  в выбранной системе отсчета?
2. Чем отличаются спектры гармонического колебания  $S(t)=A \cos \omega_0 t$  и  $S(t)=A \cos (\omega_0 t + \varphi_0)$ ?
3. Приведите формулу ряда Фурье, описывающего сложное колебание, и поясните смысловое значение его коэффициентов.
4. Какие базисные функции используются в спектральном анализе колебаний?
5. Что такое амплитудный спектр периодического колебания?
6. Что такое фазовый спектр периодического колебания?
7. Чем отличаются спектры периодического и непериодического колебаний?
8. Что такое спектральная плотность колебания?
9. В чем заключается смысл прямого преобразования Фурье?
10. В чем заключается смысл обратного преобразования Фурье?
11. Что такое АЧХК?
12. Что такое ФЧХК?
13. Чем отличается АЧХК от спектральной характеристики колебания?
14. Сформулируйте теорему линейности.
15. Как изменится спектр гармонического колебания с амплитудой 10 В и частотой 100 Гц, если к нему прибавить постоянное составляющую 10 В?
16. Изменится ли спектральная характеристика треугольного импульса с заданными амплитудой и длительностью, если его сместить на время  $+ \Delta t$  в выбранной системе отсчета? Повлияет ли это на АЧХК и ФЧХК?
17. Как повлияет на частотные характеристики непериодического колебания уменьшение его длительности во времени?
18. Приведет ли к изменению амплитудного значения спектральной характеристики увеличение длительности колебания во времени?
19. Определите количество спектральных линий в первом лепестке амплитудного спектра последовательности прямоугольных импульсов с амплитудой  $A_0$ , если период равен 100 мкс, а длительность 10 мкс.
20. Сформулируйте теорему масштаба.
21. Сформулируйте теорему смещения в частотной области?
22. Сформулируйте теорему о производной от колебания.



23. Сформулируйте теорему об интеграле колебания.
24. О чем говорит теорема энергий (равенство Парсеваля)?
25. Как определить среднюю мощность периодического колебания при известном амплитудном и фазовом спектрах колебания?
26. Как изменится амплитудный спектр гармонического колебания, если его амплитуду увеличить в 5 раз?
27. Определите амплитуду колебания, если известно, что действительная часть его спектра содержит две спектральные составляющие амплитудой 25 В, а мнимая  $\pm 10$  В на частоте 100 кГц.
28. Чем определяется точность восстановления колебания при его замене рядом Фурье?

### Литература

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. –М.: Сов. радио, 1977.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. –М.: Высш. шк., 2001.
3. Дашенков В.М. Спектральный анализ и синтез сигналов. Ч. 1: Видеосигналы. –Мн.: БГУИР, 2004.

Учебное издание

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРИОДИЧЕСКИХ И НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ**

Методические указания к лабораторной работе  
по дисциплине «Теория колебаний и волн»  
для студентов специальности I-38 02 03  
«Техническое обеспечение безопасности»  
всех форм обучения

Составители:

**Гололобов** Дмитрий Владимирович,  
**Дашенков** Виталий Михайлович

Редактор Т.Н. Крюкова

---

Подписано в печать  
Гарнитура «Таймс».  
Уч.-изд. л. 0,8.

Формат 60x84 1/16.  
Печать ризографическая.  
Тираж 100 экз.

Бумага офсетная.  
Усл. печ. л.  
Заказ № 7.

---

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131518 от 30.04.2004.  
220013, Минск, П. Бровка, 6