

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра радиотехнических устройств

А.И.Конойко

ОПТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И
УСТРОЙСТВА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Учебное пособие для студентов специальности 39 01 03 «Радиоинформатика»

Минск 1999г

УДК 681.3.01

Оптические методы и устройства обработки информации (ОМУОИ): Учеб. пособие для студентов специальности Т.09.01.00. В 3-х ч. /А.И.Конойко - Мн.:БГУИР, 1999. - с.

Учебное пособие содержит теоретические сведения об изучаемых устройствах и явлениях, принципы построения оптических схем устройств обработки сигналов, что дает возможность студентам использовать его для самостоятельной работы при изучении данного курса.

Ил. , список лит. - назв.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Оптические методы и устройства обработки информации	4
1.1. Содержание, цели и задачи курса.	4
1.2. Роль и место оптических методов и устройств обработки информации в системе технических наук	5
2. Двумерный оптический сигнал и его информационная структура и законы геометрической оптики.....	7
2.1. Двумерный оптический сигнал и его информационная структура	7
2.2. Законы геометрической оптики.....	9
3. Распространение и дифракция света.....	11
4. Дифракционные формулы френеля и фраунгофера.....	17
4.1. Приближение френеля.....	18
4.2. Приближение фраунгофера	19
4.3. Приближение тени.....	20
5. Оптические системы, выполняющие преобразование фурье.....	22
6. Свойства оптического преобразования фурье	26
6.1. Преобразование фурье и спектры винера некоторых функций	30
7. Преобразование оптического сигнала с помощью линейной пространственно- инвариантной системы	33
8. Интерференция световых пучков. Понятие пространственной и временной когерентности	37
9. Формирование световых потоков с пространственной и временной когерентностью при полностью некогерентном источнике.....	41
10. Физические принципы голографии.....	45
10.1. Основные типы голограмм	47
10.2. Голограммы фраунгофера, френеля и фурье	48
10.3. Ассоциативные свойства голограмм.....	51
11. Обобщенная функциональная схема обработки оптических сигналов.....	53
12. Когерентные оптические системы аналоговой обработки информации.....	55
12.1. Когерентный аналоговый оптический процессор	55
13. Синтез пространственных операционных фильтров.....	61
14. Когерентная оптическая обработка сигналов с использованием обратной связи.....	64
15. Оптоэлектронная гибридная вычислительная система.....	67
16. Работа акустооптического анализатора спектра радиосигналов	70
17. Радиолокационные станции с синтезированной апертурой антенны (рса).....	76
18. Дискретное и аналоговое управление плоскостью поляризации светового пучка	83
18.1. Поляризационная модуляция на базе двулучепреломления светового пучка.....	83
18.2. Дискретное переключение углов наклона произвольно ориентированных плоскостей поляризации светового излучения	84
18.3. Аналоговое управление произвольно ориентированной плоскостью поляризации светового пучка.....	85
19. Дискретизация оптического сигнала.	89
19.1. Теорема выборки котельникова-шенона	89
19.2. Дискретное преобразование фурье	92

1. ОПТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И УСТРОЙСТВА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

1.1. Содержание, цели и задачи курса.

Курс включает 18 лекций, 9 практических занятий, 4 лабораторных работы. На лекциях рассматриваются теоретические вопросы, на практических занятиях - продолжении лекций - изучается элементная база оптоэлектроники и путем опроса выясняется уровень усвоения материала, на лабораторных работах разбираются основы построения, функционирования и исследования устройств оптической обработки сигналов, приобретаются начальные навыки работы с оптическими системами, их настройки.

Задача курса: дать объем знаний и представлений, необходимый в дальнейшем для правильного выбора и оценки оптических устройств. Оптические методы и устройства обработки информации - новая дисциплина для БГУИР и ее появление продиктовано жизнью. Работы по созданию и применению оптических устройств обработки сигналов ведутся во всех ведущих странах. У нас в Белоруссии разработками таких устройств занимаются, в частности, в ЦКБ "Пеленг", НИИ Радиоматериалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свет В.Д. Оптические методы обработки сигналов. М.: "Энергия", 1971.
2. Кондратенков Г.С. Обработка информации когерентными оптическими системами. М.: "Сов.радио", 1972.
3. Престон К. Когерентные оптические вычислительные машины. М.: "Мир", 1974.
4. Юу Ф.Т.С. Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию. М.: "Сов.радио", 1979.
5. Оптическая обработка информации. /Под ред. Д.Кейсесента. М: "Мир", 1980.
6. Парыгин В.Н., Балакший В.И. Оптическая обработка информации М.:Изд-во МГУ, 1987.
7. Оптическая обработка радиосигналов в реальном времени. /Под ред. С.В.Кулакова. М.: "Радио и связь", 1989.
8. Верещагин И.К., Косяченко Л.А., Кокин С.М. Введение в оптоэлектронику. М.: "Высш. шк.", 1991.
9. Акаев А.А., Майоров С.А. Оптические методы обработки информации. М.: "Высш. шк.", 1988.

1.2. Роль и место оптических методов и устройств обработки информации в системе технических наук

Оптическая обработка представляет собой один из трех известных и применяемых в настоящее время методов обработки сигналов: аналоговый, цифровой и оптический.

Аналоговая обработка сигналов - наиболее разработанный и наиболее широко применяемый в настоящее время вид обработки. Его развитие способствовало разработке общей теории обработки сигналов. Хотя аналоговая обработка сигналов все время развивается, существуют объективные ограничения на характеристики аналоговых устройств; создание многоканальных параллельных устройств сопряжено с большими аппаратными затратами, затруднено создание адаптивных устройств.

Цифровые устройства обработки сигналов отличает большая универсальность, высокая точность и высокие возможности при создании адаптивных и многофункциональных устройств. Однако они обладают невысоким быстродействием.

Оптические устройства обработки сигналов наиболее молодой и бурно развивающийся вид устройств обработки сигналов. Первые работы по оптической обработке сигналов были выполнены в пятидесятые годы в Мичиганском университете (США) в результате открытия там аналогии между согласованной электронной фильтрацией в процессе обработки сигналов самолетных радиолокаторов и взаимодействием конической линзы с когерентно освещенной двумерной записью на фотопленке радиолокационных сигналов. Так как эта работа была выполнена еще до появления лазеров, в качестве источника света в ней применялась ртутная лампа.

Наибольший прогресс в области оптической обработки сигналов начался в 60-е годы с изобретением лазеров. С момента их появления специалистов привлекают весьма высокие возможности по производительности и быстродействию обработки (особенно многоканальной), очень простая конструкция при выполнении достаточно сложных операций. Однако, хотя есть весьма впечатляющие примеры успешного их применения при обработке радиолокационных сигналов, сигналов фазированных антенных решеток, многоканального спектрального анализа и др., реальные параметры устройств оптической обработки сигналов еще далеки от теоретических пределов. Этот разрыв в большой степени объясняется несовершенством устройств ввода сигналов в оптическое решеющее устройство (оптический процессор) - пространственно-временных модуляторов света.

Второй существенный недостаток устройств оптической обработки сигналов заключается в их узкой специфичности и отсутствии существенных достижений в создании универсальных или хотя бы перестраиваемых устройств.

Таким образом, все три вида устройств обработки сигналов в настоящее время взаимно дополняют друг друга, причем оптические - это высокопроизводительные специализированные устройства, выполняющие большое число достаточно сложных однотипных операций.

Как уже упоминалось, прогресс в оптической обработке сигналов неразрывно связан с совершенствованием элементной базы оптоэлектроники - отрасли техники, составной частью которой является оптическая обработка сигналов. Оптоэлектроника - научно-техническое направление, основанное на использовании одновременно как оптических, так и электрических методов передачи, обработки, приема, хранения и отображения информации.

2. ДВУМЕРНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ СИГНАЛ И ЕГО ИНФОРМАЦИОННАЯ СТРУКТУРА И ЗАКОНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

2.1. ДВУМЕРНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ СИГНАЛ И ЕГО ИНФОРМАЦИОННАЯ СТРУКТУРА

Оптическим сигналом называют световую волну, несущую определенную информацию. Особенностью световой волны по сравнению с радиоволной является то, что вследствие малой длины волны в ней может быть практически осуществлена передача, прием и обработка сигналов, модулированных не только по времени, но и по пространственным координатам. Это позволяет значительно увеличить объем информации вносимой в оптический сигнал.

Таким образом, оптический сигнал является в общем случае функцией четырех переменных: трех пространственных координат (x, y, z) и времени (t) . Рассмотрим его математическое описание.

Электромагнитная волна представляет собой изменение во времени в каждой точке пространства электрического и магнитного полей, которые связаны между собой по закону индукции. Изменение магнитного поля создает переменное электрическое поле, которое в свою очередь поражает переменное магнитное поле. Электромагнитная волна распространяется от одной точки к другой. Она характеризуется взаимно перпендикулярными векторами напряженностей электрического (E) и магнитного (H) полей, которые изменяются во времени по одному и тому же гармоническому закону:

$$U(x, y, z, t) = \mathbf{P}(x, y, z) U(x, y, z, t) = \mathbf{P}(x, y, z) A(x, y, z) \cos[2\pi\nu t + \varphi(x, y, z)]. \quad (2.1)$$

Световую волну можно представить с помощью электрического либо магнитного поля. В оптике чаще всего для этой цели используют электрическое поле, поскольку оно играет более важную роль чем магнитное, так как магнитная проницаемость подавляющего большинства оптических сред равна единице. Поэтому в дальнейшем будем считать, что выражение (2.1) описывает электрическое поле световой волны, т.е. $U(x, y, z, t) = E(x, y, z, t)$. В этом случае $\mathbf{P}(x, y, z)$ - единичный вектор, определяющий прямую, вдоль которой совершается колебание электрического поля в точке пространства с координатами (x, y, z) и характеризующий плоскость поляризации в данной точке. Функция $U(x, y, z, t) = E(x, y, z, t)$ - скалярная функция координат пространства и времени, численно равная мгновенному значению модуля вектора напряженности электрического поля; $A(x, y, z) = E_0(x, y, z)$ - амплитуда колебания напряженности электрического поля в точке (x, y, z) ; ν - частота

колебаний; $\varphi(x,y,z)$ - фаза световой волны в точке пространства с координатами (x,y,z) . Начальную фазу можно принять равной нулю в любой произвольной точке пространства. Тогда функция координат $\varphi(x,y,z)$ будет характеризовать разность фаз напряженности в этой точке и в точке (x,y,z) . Кроме того, параметры $v = \text{const}$; $\mathbf{P}(x,y,z)$; $\mathbf{A}(x,y,z)$; $\varphi(x,y,z)$ не зависят от времени t , так как рассматриваются только когерентные волны, а модуляция осуществляется по пространственным координатам.

Из (2.1) следует скалярная форма записи световой волны:

$$E(x,y,z,t) = E_0(x,y,z)\cos[2\pi vt + \varphi(x,y,z)]. \quad (2.2)$$

Обычно используют комплексную форму записи, которая является наиболее удобной для выполнения математических операций и преобразований; например, функцию $y = a \cos v$ записывают в виде $y = a \exp(i v)$. Действительная функция y может быть получена из комплексной, потому что согласно формуле Эйлера $\exp(+i v) = \cos v + i \sin v$, т.е.

$$y = a \cos v = \text{Re } y = \text{Re}[a \exp(i v)],$$

где Re - действительная часть комплексной функции. Следовательно, выражение (2.2) можно представить в комплексной форме:

$$E(x,y,z,t) = E_0(x,y,z)\exp\{i[2\pi vt + \varphi(x,y,z)]\} = E(x,y,z)\exp(i 2\pi vt). \quad (2.3)$$

Величину

$$E(x,y,z) = E_0(x,y,z) \exp[i\varphi(x,y,z)] \quad (2.4)$$

называют комплексной амплитудой. Она описывает пространственное распределение амплитуд $E_0(x,y,z)$ и фаз $\varphi(x,y,z)$ световой волны.

Временной множитель $\exp(i 2\pi vt)$, являющийся гармонической функцией времени, обычно опускают, так как $v = \text{const}$. Он может быть введен, если это необходимо, на любом этапе преобразований. Поэтому в дальнейшем оптический сигнал будем представлять в виде (2.4). Таким образом, основными характеристиками световой волны в оптической обработке сигналов являются амплитуда, фаза и поляризация. В оптических системах, как правило, работают с двумерным оптическим сигналом, который описывается распределением комплексной амплитуды, фазы или поляризации световой волны по точкам пространства, лежащим в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Если в рассматриваемую плоскость ввести координаты x, y , то информация, содержащаяся в двумерном сигнале, будет определяться комплексной амплитудой

$$E(x,y) = E_0(x,y) \exp[i\varphi(x,y)] \quad (2.5)$$

и поляризацией $\mathbf{P}(x,y)$, являющимися функциями двух пространственных координат. Следовательно, информация в световую волну может быть введена путем модуляции ее амплитуды, фазы и поляризации по двум пространственным координатам x,y .

2.2. ЗАКОНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В очень большом количестве практических задач о распространении света в различных оптических системах решение может быть получено методами геометрической или лучевой оптики.

В геометрической оптике используется понятие отдельных и независимых один от другого световых лучей, подчиняющихся законам преломления и отражения. Под световым лучом понимают некую геометрическую линию, направление которой определяет направление распространения световой энергии.

Световой луч является абстрактным математическим понятием и не несет точного физического содержания. Геометрическая оптика есть лишь предельный случай волновой оптики, соответствующий бесконечно малой длине волны света. Чем больше отношение диаметра светового пучка к длине световой волны, тем меньше несоответствие законов геометрической оптики природе оптических явлений.

Перечислим кратко эти законы.

Закон прямолинейного распространения света. В однородных оптически прозрачных средах излучение световой энергии осуществляется по прямым линиям.

Закон независимости световых пучков. Отдельные световые лучи распространяются независимо.

Закон отражения. Угол падения луча на поверхность равен по абсолютному значению углу отражения и противоположен ему по знаку, причем падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости.

Закон преломления. При переходе луча из одной изотропной среды в другую изотропную среду падающий и преломленный лучи лежат в одной плоскости и отношения синуса угла падения (i_1) к синусу угла преломления (i_2) есть величина постоянная для данных сред, не зависящая от величин углов и равная показателю преломления второй среды относительно первой:

$$\sin i_1 / \sin i_2 = n_2 / n_1 = n_{21}.$$

Если $\sin i_2 = 1$, то преломленный луч идет по касательной к границе раздела двух сред; соответствующий ему угол падения $i_1 = i_{кр}$ называется критическим углом полного внутреннего отражения и определяется из соотношения

$$\sin i_{кр} = n_2 / n_1.$$

При i большем чем $i_{кр}$ все лучи полностью отражаются от границы раздела. Так как частота излучения не изменяется при переходе из одной среды в другую, то при изменении скорости распространения света изменяется длина волны, т.е. $\lambda = \lambda_0 / n$.

При распространении светового потока в различных средах и на границах сред он претерпевает изменения, которые сводятся к отражению, пропусканию и поглощению. Количественно эти явления могут быть описаны соответствующими коэффициентами ρ , t , α . Очевидно, что в силу закона сохранения энергии $\rho + t + \alpha = 1$. Поэтому интенсивность излучения I , прошедшего в среде расстояние l , равна $I = I_0 t_0 l$.

3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Рассмотрим распространение плоской волны в пространстве. Волну называют плоской, если ее амплитуда и фаза в любой момент времени постоянны по всей плоскости, уравнение которой имеет вид

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = C = \text{const},$$

где \mathbf{n} - единичный вектор, нормальный к рассматриваемой плоскости; \mathbf{r} - радиус-вектор точки $M(x, y, z)$, принадлежащий этой плоскости (рис.3.1).

Плоская волна имеет комплексную амплитуду

$$E(x, y, z) = E_0 \exp(-ik \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}), \quad (3.1)$$

где E_0 - постоянная амплитуда волны.

Пусть имеются две параллельные плоскости P_1 и P_2 , описываемые уравнениями

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1 = C_1 = \text{const}; \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_2 = C_2 = \text{const},$$

где $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ - радиусы-векторы текущих точек плоскостей P_1 и P_2 . Допустим, что $C_2 > C_1$, т.е. плоскость P_2 смещена относительно P_1 по направлению вектора нормали (\mathbf{n}). При $t=t_1$ в плоскости P_1 световая волна согласно (3) и (6) будет иметь фазу $\varphi = 2\pi v t_1 - k \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_1 = 2\pi v t_1 - k C_1$. Определим момент времени $t=t_2$, при котором такая же фаза будет в плоскости P_2 . Для этого запишем аналогичное уравнение относительно t_2 : $\varphi = 2\pi v t_2 - k \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_2 = 2\pi v t_2 - k C_2$. Из двух последних уравнений найдем $t_2 = t_1 + \Delta t$, где $\Delta t = (C_1 - C_2)/v$ больше нуля. Следовательно, t_2 больше t_1 .

Таким образом, плоскости равных фаз с течением времени перемещаются параллельно самим себе, причем направление перемещения совпадает с направлением вектора (\mathbf{n}), т.е. плоская волна, описываемая выражением (3.1), распространяется по направлению вектора нормали плоскости равной фазы.

Комплексная амплитуда плоской световой волны может быть выражена через направляющие косинусы. Тогда выражение (3.1) примет следующий вид:

$$E(x, y, z) = E_0(x, y, z) \exp \left[-2\pi i \left(x \frac{\cos \alpha}{\lambda} + y \frac{\cos \beta}{\lambda} + z \frac{\cos \gamma}{\lambda} \right) \right] =$$

$$= E_0(x, y, z) \exp[-2\pi i(\xi x + \eta y + \zeta z)], \quad (3.2)$$

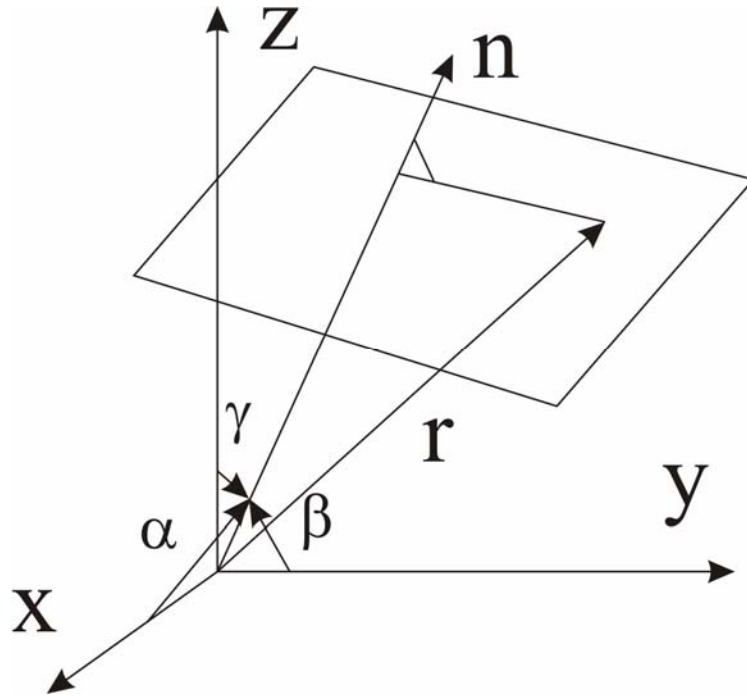


Рис.3.1

где

$$\xi = \frac{\cos \alpha}{\lambda}; \quad \eta = \frac{\cos \beta}{\lambda}; \quad \zeta = \frac{\cos \gamma}{\lambda}. \quad (3.2a)$$

Эти величины называют пространственными частотами, которые обратны периодам волны, измеряемым соответственно по осям x,y,z. Пространственные частоты часто выражают через углы $\alpha_1=90^\circ-\alpha$, $\beta_1=90^\circ-\beta$, $\gamma_1=90^\circ-\gamma$:

$$\xi = \frac{\sin \alpha_1}{\lambda}; \quad \eta = \frac{\sin \beta_1}{\lambda}; \quad \zeta = \frac{\sin \gamma_1}{\lambda}. \quad (3.2б)$$

Поскольку $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$, с учетом (3.2) получим следующее соотношение:

$$\xi^2\lambda^2 + \eta^2\lambda^2 + \zeta^2\lambda^2 = 1. \quad (3.3)$$

Решив данное уравнение относительно ζ , определим

$$\zeta = \pm \frac{1}{\lambda} (1 - \lambda^2\xi^2 - \lambda^2\eta^2)^{1/2}.$$

Подставив это выражение в (3.2), найдем комплексную амплитуду плоской волны:

$$E(x,y,z) = E_0(x,y,0) \exp[-ikz(1 - \lambda^2\xi^2 - \lambda^2\eta^2)^{1/2}]. \quad (3.4)$$

Большой интерес представляют параксиальные волны, для которых направление распространения составляет очень малый угол с осью z . В этом случае выражение для комплексной амплитуды плоской волны будет иметь следующий вид:

$$E(x,y,z) = E_0(x,y,0) \exp(-ikz) \exp[-ik(\alpha_1 x + \beta_1 y)], \quad (3.5)$$

так как $\sin \alpha_1 \approx \alpha_1$; $\sin \beta_1 \approx \beta_1$; $\sin \gamma_1 \approx 1$.

Для расходящейся сферической волны выражение для комплексной амплитуды будет иметь следующий вид:

$$E(x,y,z) = E_0 \frac{\exp(-ikr) \exp[-ik(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}]}{r} = E_0 \frac{\exp[-ik(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}]}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}. \quad (3.6)$$

Параксиальное приближение для сферической волны имеет место в случае, когда $z^2 \gg x^2 + y^2$; при этом $(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = z [1 + (x^2 + y^2)/z^2]^{1/2} \approx z + (x^2 + y^2)/2z$. Поэтому выражение для комплексной амплитуды сферической волны в параксиальном приближении будет иметь следующий вид:

$$E(x,y,z) \approx E_0 \frac{\exp(-ikz) \exp[-ik(x^2 + y^2)/2z]}{z}. \quad (3.7)$$

Проанализируем дифракцию плоской световой волны (E_0) на прозрачном, помещенном в плоскости $z = 0$ и имеющем синусоидальную функцию пропускания $t(x,y)$ вдоль оси y , т.е. $t(x,y) = t_0 - t_1 \cos(2\pi\eta y)$.

При $t_0 \geq t_1 > 0$ прозрачный элемент не вносит фазового сдвига. Непосредственно за прозрачным элементом комплексная амплитуда световой волны будет описываться следующим выражением:

$$E(x,y,0) = E_0 t_0 - E_0 t_1 \cos(2\pi\eta y) = E_0 t_0 + 0,5 E_0 t_1 \exp(i2\pi\eta y) + 0,5 E_0 t_1 \exp(-i2\pi\eta y). \quad (3.8)$$

Первый член данного выражения описывает плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси z , как и падающая волна, второй и третий члены - плоские волны, направления распространения которых с осью z составляют углы Θ_1 и Θ_2 , причем $\Theta_1 = -\Theta_2 = \arcsin(\pi\eta)$ (рис.3.2). Таким образом, в результате дифракции часть падающей на транспарант световой волны отклоняется от первоначального направления распространения.

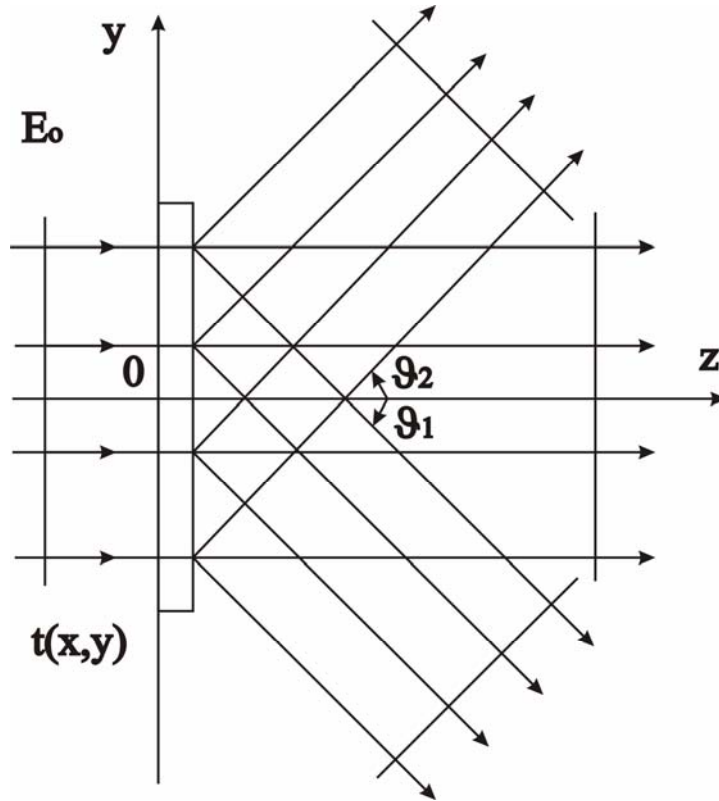


Рис.3.2

При помощи соотношения (3.4), описывающего распространение плоской волны в пространстве, можно определить комплексную амплитуду света при любом удалении от транспаранта, например, при $z = d$:

$$\begin{aligned}
 E(x,y,d) &= E(x,y,0)\exp[-ikd(1 - \lambda^2\xi^2 - \lambda^2\eta^2)^{1/2}] = \\
 &= E_0t_0\exp[-ikd] + 0,5E_0t_1\exp(i2\pi\eta y)\exp[-ikd(1-\lambda^2\eta^2)^{1/2}] + \\
 &+ 0,5E_0t_1\exp(-i2\pi\eta y)\exp[-ikd(1-\lambda^2\eta^2)^{1/2}]. \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

Амплитудное пропускание двумерной дифракционной решетки в общем случае описывается комплексной периодической функцией двух переменных x и y . Однако, его также легко представить в виде суммы простейших синусоидальных функций путем разложения в ряд Фурье:

$$t(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} t_{nm} \exp(-i2\pi\xi_n x) \exp(-i2\pi\eta_m y).$$

В общем случае амплитудное пропускание дифрагирующего объекта является комплексной периодической функцией двух переменных (x,y) , поэтому $t(x,y)$ заменяют интегралом Фурье. Комплексную амплитуду дифрагированной волны в плоскости $z = d$, при этом, также выражают с помощью интеграла

$$E(x,y,d) = E_0 \iint T(\xi,\eta) \exp[-ikd(1-\lambda^2\xi^2-\lambda^2\eta^2)^{1/2}] \exp(-i2\pi\xi x) \times \\ \times \exp(-i2\pi\eta y) \cdot d\xi \cdot d\eta, \quad (3.10)$$

где $T(\xi,\eta)$ - преобразование Фурье от $t(x,y)$, причем интегрирование производят в области, удовлетворяющей неравенству $\xi^2 + \eta^2 \leq 1/\lambda^2$; (вне этой области волны быстро затухают при удалении от транспаранта). Следовательно, можно сделать следующее заключение: если плоская волна с амплитудой E_0 , распространяющаяся в направлении оси z , падает на помещенный в плоскости $z = 0$ транспарант с амплитудной функцией пропускания $t(x,y)$, то спектр комплексной амплитуды в плоскости $z = d$ имеет вид

$$E(\xi, \eta)|_{z=d} = E_0 T(\xi, \eta) \exp[-ikd(1 - \lambda^2\xi^2 - \lambda^2\eta^2)^{1/2}]. \quad (3.11)$$

Для параксиальных волн ($\xi, \eta \ll 1$), поэтому, пользуясь приближением $(1 - \lambda^2\xi^2 - \lambda^2\eta^2)^{1/2} \approx 1 - 0,5\lambda^2(\xi^2 + \eta^2)$, предыдущее выражение можно представить в следующем виде:

$$E(\xi, \eta)|_{z=d} = E_0 T(\xi, \eta) \exp(-ikd)[i\pi\lambda d(\xi^2 + \eta^2)]. \quad (3.12)$$

Ввиду того, что $\phi = \pi\lambda d(\xi^2 + \eta^2)$ является параболической функцией пространственных частот, это приближение называют параболическим. Границы его применимости определяются соотношением вида

$$\xi^4 < 2/\lambda^3 d^3.$$

Решение задачи дифракции можно представить также с помощью интеграла Френеля-Кирхгофа, представляющего собой математическое выражение известного принципа Гюйгенса-Френеля:

$$E(x,y,d) = \frac{i E_0}{\lambda} \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_0, y_0) \frac{\exp(-ikr)}{r} \cos \theta \, dx_0 \, dy_0, \quad (3.13)$$

где, как следует из рис.3.3, $r = [d^2 + (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]^{1/2}$; x_0, y_0 и x, y - координаты точек, принадлежащих плоскостям $z=0$ и $z=d$, $\cos \theta$ - коэффициент наклона. Формулы (3.10) и (3.13) на расстоянии $z = d$ от плоскости дифракции дают один и тот же результат.

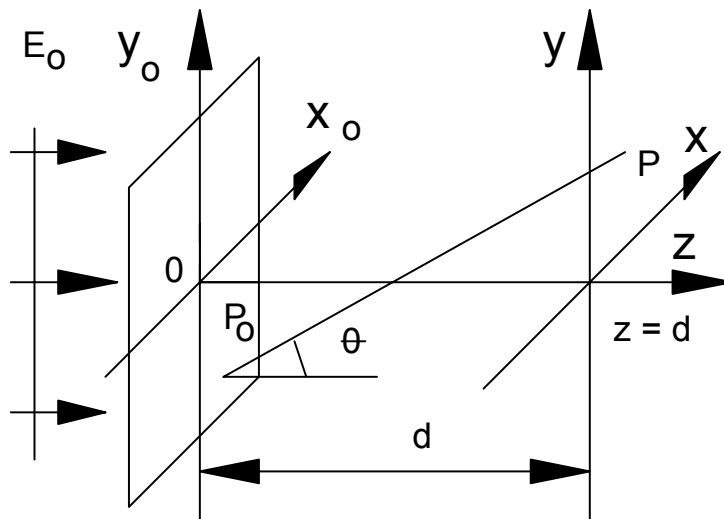


Рис.3.3

4. ДИФРАКЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ФРЕНЕЛЯ И ФРАУНГОФЕРА

Рассмотрим дифракцию света, падающего на непрозрачный экран с отверстием произвольной формы. Отверстие в экране называют апертурой. В зависимости от удаленности источника света и плоскости наблюдения от дифрагирующего экрана различают зоны дифракции Фраунгофера и Френеля. Дифракция Фраунгофера наблюдается в дальней зоне, удаленной от дифрагирующего экрана на расстояние, во много раз превышающее размеры апертуры. Дифракция Френеля имеет место в ближней зоне, распространяющейся до зоны дифракции Фраунгофера, как это показано на рис.4.1. Дифракция Фраунгофера по существу является предельным случаем дифракции Френеля при больших расстояниях от экрана. Надо отметить, что зона дифракции Френеля также начинается на некотором расстоянии от экрана. Непосредственно за апертурой вблизи экрана находится область тени. Здесь и далее будем предполагать, что размеры отверстия на экране велики по сравнению с длиной волны падающего света, а источник света находится на таком расстоянии, что свет, падающий на экран, имеет практически плоский волновой фронт и постоянную амплитуду (E_0).

В общем случае апертура представляет собой транспарант с двумерной функцией пропускания $t(x_0, y_0)$. В частном случае апертура является отверстием с амплитудной функцией пропускания

$$t(x_0, y_0) = \begin{cases} 1 & \text{внутри апертуры;} \\ 0 & \text{в остальной области.} \end{cases} \quad (4.1)$$

Для этого случая мы можем записать интеграл Френеля-Кирхгофа в следующем виде:

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda} \iint_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0, y_0) \frac{\exp(-ikr)}{r} \cos \theta \, dx_0 dy_0, \quad (4.2)$$

где $E_0(x_0, y_0) = E_0 t(x_0, y_0)$; - комплексная амплитуда светового поля непосредственно за экраном;

$$r = [d^2 + (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]^{1/2}.$$

4.1. ПРИБЛИЖЕНИЕ ФРЕНЕЛЯ

Для дифракционного поля в области, удаленной от экрана на расстояние, значительно превышающее максимальный размер апертуры, интеграл Френеля-Кирхгофа (4.2) значительно упростится. Он будет иметь следующий вид:

$$E(x,y,z) = \frac{ik}{2\pi z} e^{-ikz} \iint_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0, y_0) \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\} dx dy, \quad (4.3)$$

так как $|x-x_0| \ll z$; $|y-y_0| \ll z$; вследствие этого можно полагать, что $\cos \theta = 1$ с ошибкой менее 5%, если угол $\theta < 18^\circ$. Расстояние r в знаменателе подынтегрального выражения (4.2) можно заменить координатой z , поскольку

$$r = z \left\{ 1 + \left[\frac{(x-x_0)^2}{z^2} + \frac{(y-y_0)^2}{z^2} \right] \right\}^{1/2} \approx z.$$

Для $\exp(-ikr)$ следует принять более точное приближение, которое будет иметь следующий вид:

$$r \approx z + \frac{(x-x_0)^2}{2z} + \frac{(y-y_0)^2}{2z},$$

так как на экспоненту влияет даже малое изменение r .

Полученное выражение (4.3) называют приближением Френеля, а соответствующее ему поле - дифракционным полем Френеля.

Интегральное преобразование вида

$$\Phi(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp\left[-\frac{i}{2}(\xi-x)^2\right] dx, \quad (4.4a)$$

где

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\xi) \exp\left[-\frac{i}{2}(x-\xi)^2\right] d\xi. \quad (4.4b)$$

называют преобразованиями Френеля. Следовательно, приближение Френеля (4.3) представляет собой двумерное преобразование Френеля, дифрагировавшего на экране светового поля.

Приближение Френеля справедливо в зоне

$$[(a+\rho)^4/\lambda]^{1/3} \leq z \leq L_{\min}^4/\lambda^3, \quad (4.5)$$

где a - максимальный радиус апертуры; ρ - максимальный радиус наблюдения в плоскости z ; L_{\min} - наименьшая неоднородность распределения светового поля $E_0(x_0, y_0)$, связанная с максимальной пространственной частотой поля $\nu_{\max} = 2\pi/L_{\min}$.

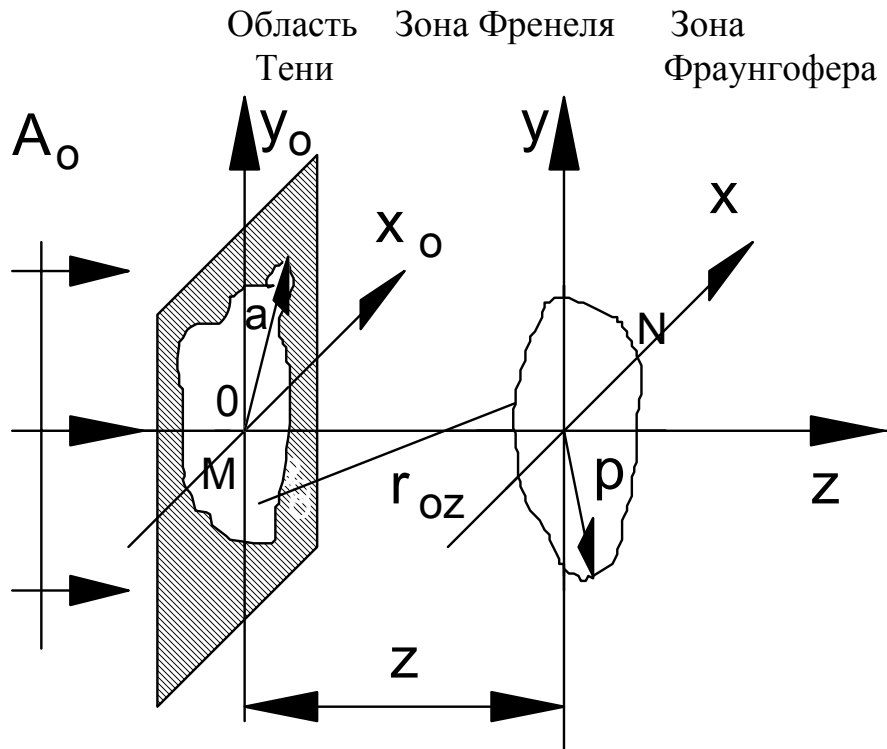


Рис.4.1

4.2.ПРИБЛИЖЕНИЕ ФРАУНГОФЕРА

Ранее отмечалось, что дифракция Фраунгофера является предельным случаем дифракции Френеля при больших значениях z , то есть в дальней зоне. При этом можно принять более жесткое допущение, т.е.

$$(x_0^2 + y_0^2)/\lambda \ll z. \quad (4.6)$$

Следовательно, в приближении Френеля можно принять, что

$$\exp\left[-\frac{ik}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right] \approx 1.$$

Тогда выражение (4.3) еще более упростится:

$$E(x,y,z) = e^{-ikz} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0,y_0) \exp\left[i\frac{k}{z}(xx_0+yy_0)\right] dx_0 dy_0. \quad (4.7)$$

Полученное приближение имеет основной множитель в виде интеграла, являющегося преобразованием Фурье распределения комплексных амплитуд $E_0(x_0, y_0)$ света, дифрагировавшего на экране, и его называют приближением Фраунгофера.

Таким образом, дифракция Фраунгофера представляет собой фурье-образ светового поля, дифрагировавшего на экране, умноженный на квадратичный фазовый множитель.

Если интересующая нас область в плоскости наблюдения дифракции Фраунгофера лежит вблизи оси z , так что выполняется условие

$$(x^2+y^2)/\lambda \leq \rho^2/\lambda \ll z \quad (4.8)$$

или $2\rho \leq (\lambda z)^{1/2}$, то $\exp\left[-\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)\right] \approx 1$.

В последнем случае приближение Фраунгофера упрощается и имеет следующий вид:

$$E(x,y,z) = e^{-ikz} \iint_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0,y_0) \exp\left[i\frac{k}{z}(xx_0+yy_0)\right] dx_0 dy_0. \quad (4.9)$$

Зона дифракции Фраунгофера определяется из условия

$$z > 4a^2 / \lambda. \quad (4.10)$$

4.3. ПРИБЛИЖЕНИЕ ТЕНИ

Если требуется определить световое поле вблизи экрана, то использование приближение тени дает:

$$E(x,y,z) = e^{ikz} E_0(x_0,y_0), \quad (4.11)$$

справедливое при

$$z \leq L^2_{\min}/5\lambda. \tag{4.12}$$

5. ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, ВЫПОЛНЯЮЩИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

С помощью простой сферической линзы можно создавать картину, являющуюся фурье-образом входного изображения. Благодаря этому свойству, а также возможности применения линз для формирования световых пучков требуемой конфигурации они находят широкое применение в оптических системах оптической обработки сигналов.

Рассмотрим простейшую оптическую систему (рис.5.1), состоящую из одной тонкой сферической линзы с фокусным расстоянием f , помещенной в плоскости $z = 0$, и расположенного вплотную к ней транспаранта с комплексным амплитудным пропусканием $t(x_0, y_0)$. Линзу называют тонкой, если луч, входящий в точку с координатами (x_0, y_0) , выходит из нее на противоположной поверхности в точке примерно с теми же координатами. Это означает, что смещением луча внутри линзы можно пренебречь. Линза задерживает фронт падающей волны на значение, пропорциональное толщине линзы в каждой точке. Следовательно, такую линзу можно рассматривать как транспарант, осуществляющий фазовую модуляцию и имеющий функцию пропускания вида $t_L(x, y) = \exp[i\Delta\phi(x, y)]$, где функция $\Delta\phi(x, y)$ пропорциональна толщине линзы в точке с координатами (x, y) . Нетрудно показать, что

$$\Delta\phi(x, y) = \frac{\pi}{\lambda f} (x^2 + y^2). \quad (5.1)$$

Таким образом, комплексное пропускание соответствующее тонкой сферической линзе можно определить из выражения вида:

$$t_L(x, y) = \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda f} (x^2 + y^2)\right] = \exp\left[-\frac{ik}{2f} (x^2 + y^2)\right]. \quad (5.2)$$

Если на рассматриваемую оптическую систему падает плоская световая волна с амплитудой E_0 , распространяющаяся в положительном направлении оси z , то комплексная амплитуда света непосредственно вблизи линзы, справа, равна произведению функций пропускания транспаранта и линзы:

$$E_0(x_0, y_0) = E_0 t(x_0, y_0) t_L(x_0, y_0) = E_0 t(x_0, y_0) \exp\left[-\frac{ik}{2f} (x_0^2 + y_0^2)\right]. \quad (5.3)$$

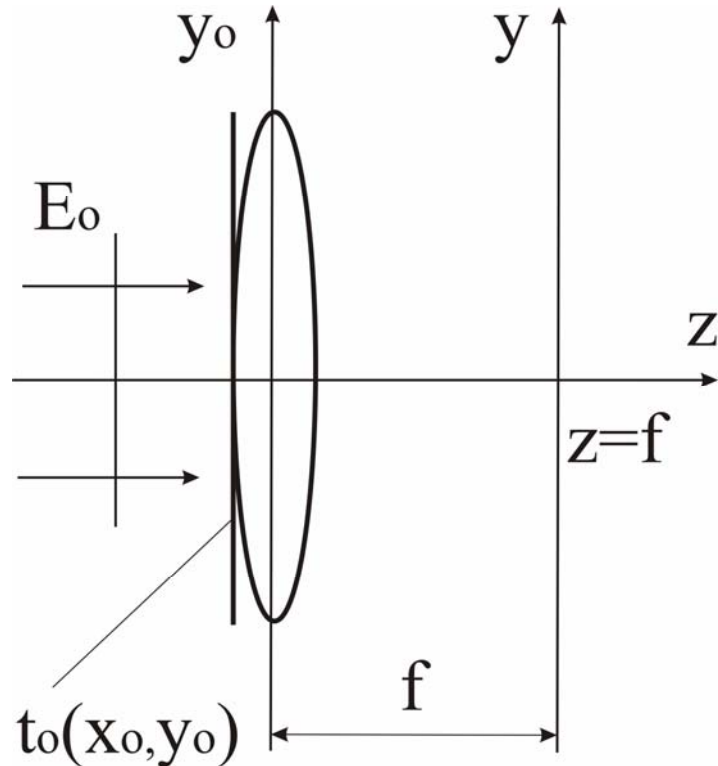


Рис.5.1

Далее волна распространяется в свободном пространстве, поэтому комплексная амплитуда света на любом расстоянии от линзы может быть рассчитана с помощью интеграла Френеля-Кирхгофа. Для расчета распределения комплексных амплитуд света в зоне дифракции Френеля на расстоянии $z=d$ от линзы воспользуемся приближением Френеля (4.3). Тогда

$$E(x,y,d) = \frac{ik}{2\pi d} e^{-ikd} \iint E_0(x_0, y_0) \exp\left\{ \frac{ik}{2d} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] \right\} dx_0 dy_0. \quad (5.4)$$

Интегрирование производят по всей поверхности линзы. Если подставить в (5.4) выражение (5.3), опустив несущественный для дальнейшего анализа постоянный фазовый множитель $\exp(-ikd)$, то получим выражение следующего вида:

$$E(x,y,d) = \frac{ikE_0}{2\pi d} \iint t(x_0, y_0) \exp\left[\frac{ik}{2f} (x_0^2 + y_0^2) \right] \exp\left\{ \frac{ik}{2d} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] \right\} dx_0 dy_0. \quad (5.5)$$

В результате упрощения данного интеграла путем разложения квадратов $(x-x_0)^2$ и $(y-y_0)^2$ получим

$$E(x,y,d) = \frac{ikE_0}{2\pi d} \exp\left[-\frac{ik}{2d}(x^2+y^2)\right] \iint t(x_0,y_0) \exp\left[-\frac{ik}{2}\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{d}\right)(x_0^2+y_0^2)\right] \exp\left[-\frac{ik}{d}(xx_0+yy_0)\right] dx_0 dy_0. \quad (5.6)$$

Если $d = f$, то выражение (5.6) примет следующий вид:

$$E(\xi,\eta) = \frac{ikE_0}{2\pi f} \exp[-i\pi(\xi^2+\eta^2)] \iint t(x,y) \exp[-i2\pi(\xi x+\eta y)] dx dy, \quad (5.7)$$

где $\xi = x/(\lambda f)$; $\eta = y/(\lambda f)$. Интеграл в данном выражении представляет собой двумерное преобразование Фурье функции $t(x,y)$ при условии, что функция $t(x,y)$ тождественно равна нулю за пределами поверхности линзы. Это условие позволяет расширить пределы интегрирования до бесконечности, что и требуется для преобразования Фурье.

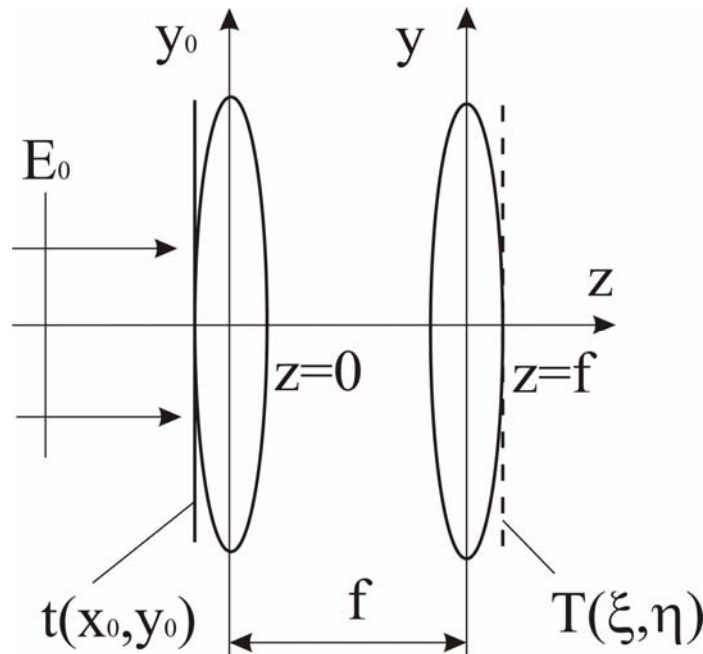


Рис.5.2

Таким образом, если на тонкую сферическую линзу с примыкающим к ней транспарантом падает плоская световая волна, то в задней фокальной плоскости линзы образуется световое поле с распределением комплексных

амплитуд, пропорциональным произведению квадратичного фазового множителя и фурье-образа функции пропускания транспаранта.

В тех случаях, когда важна только интенсивность света, квадратичный фазовый множитель в выражении (5.7) не учитывают. Эффект, обусловленный этим множителем, эквивалентен действию тонкой рассеивающей (вогнутой) линзы с фокусным расстоянием f , помещенной в плоскости $z=f$. Если в плоскость $z=f$ поместить тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием f , то этот фазовый множитель будет компенсирован. В результате получают оптическую систему (рис.5.2), выполняющую точное преобразование Фурье:

$$E(\xi, \eta) = \frac{ikE_0}{2\pi f} \iint_{-\infty}^{\infty} t(x, y) \exp[-i2\pi(\xi x + \eta y)] dx dy. \quad (5.8)$$

6. СВОЙСТВА ОПТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

При рассмотрении свойств оптического преобразования Фурье будем пользоваться следующими обозначениями. Запишем преобразование Фурье в следующем виде:

$$T(x_1, y_1) = F[t(x_0, y_0)], \quad (6.1)$$

где оператор F обозначает преобразование Фурье, $T(x_1, y_1)$ - фурье-образ функции $t(x_0, y_0)$. Численные коэффициенты, определяемые конкретными параметрами оптической системы, опущены. Аналогично обозначается обратное преобразование Фурье:

$$t(x_0, y_0) = F^{-1}[T(x_1, y_1)]. \quad (6.2)$$

Разумеется, свойства оптического преобразования Фурье вытекают и согласуются со свойствами математической операции, задаваемой интегралом Фурье. Здесь мы изложим только наиболее важные свойства для оптической обработки сигналов в понятиях и терминологии, присущих оптической схемотехнике. Так как доказательства аналогичны тем, которые применяются для одномерных функций, мы их не приводим.

ЛИНЕЙНОСТЬ

Любой оптический сигнал можно представить как сумму точечных источников света, а его фурье-образ - как результат интерференции плоских волн.

Это свойство позволяет производить анализ прохождения оптического сигнала в оптической системе, используя простейшие "модельные" функции.

ИЗМЕНЕНИЕ МАСШТАБА

Растяжение или сжатие в каком-либо направлении изображения, зафиксированного на транспаранте и помещенного во входной плоскости, приводит к пропорциональному сжатию или растяжению в том же направлении фурье-образа.

$$F[t(ax_0, by_0)] = \frac{1}{ab} T(x_1/a, y_1/b), \quad (6.3)$$

где a и b - произвольные постоянные.

ТЕОРЕМА СДВИГА (СМЕЩЕНИЯ)

Смещение функции во входной плоскости вызывает линейный фазовый сдвиг фурье-образа.

$$F[t(x_0 - c, y_0 - d)] = T(x_1, y_1) \exp[-i(cx_1, dy_1)]. \quad (6.4)$$

Ясно, что спектр Винера инвариантен к сдвигу сигнала во входной плоскости. Это является важным достоинством оптической системы, выполняющей преобразование Фурье, так как регистрирующая система, расположенная в выходной плоскости, может находиться в фиксированном положении независимо от положения сигнала во входной плоскости. Изменение фазового множителя сказывается только в интерференционной схеме, когда к фурье-образу в выходной плоскости добавляется второй пучок. В таком случае смещение сигнала во входной плоскости вызывает пропорциональное смещение интерференционных полос в выходной плоскости.

Заметим, что ни фурье-образ, ни спектр Винера не обладают инвариантностью к изменению масштаба и повороту изображения во входной плоскости.

ТЕОРЕМЫ О СВЕРТКЕ

Сверткой двумерных функций назовем функцию вида

$$S(\alpha, \beta) = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1(x, y) t_2(\alpha - x, \beta - y) dx dy. \quad (6.5)$$

Введем обозначение операции свертки: $S(\alpha, \beta) = t(x, y) * t(x, y)$.

А. ПРЯМАЯ ТЕОРЕМА. Теорема о свертке записывается в следующем виде:

$$F[t_1(x_0, y_0) * t_2(x_0, y_0)] = T_1(x_1, y_1) T_2(x_1, y_1). \quad (6.6a)$$

То есть преобразование Фурье свертки функций равно произведению фурье-образов этих функций.

Б. ОБРАТНАЯ ТЕОРЕМА.

$$F[t_1(x_0, y_0) t_2(x_0, y_0)] = T_1(x_1, y_1) * T_2(x_1, y_1). \quad (6.6b)$$

Преобразование Фурье произведения функций равно свертке фурье-образов этих функций.

ТЕОРЕМА О ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Функции взаимной корреляции имеют следующий вид:

$$R_{12}(\alpha, \beta) = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1(x+\alpha, y+\beta) t_2^*(x, y) dx dy, \quad (6.7a)$$

$$R_{21}(\alpha, \beta) = \iint_{-\infty}^{\infty} t_1^*(x+\alpha, y+\beta) t_2(x, y) dx dy. \quad (6.7b)$$

Теорема о взаимной корреляции записывается в следующем виде:

$$F[t_1(x_0, y_0) * t_2^*(x_0, y_0)] = T_1(x_1, y_1) T_2^*(x_1, y_1). \quad (6.8a)$$

$$F[t_1^*(x_0, y_0) * t_2(x_0, y_0)] = T_1^*(x_1, y_1) T_2(x_1, y_1). \quad (6.8b)$$

Теоремы о свертке и корреляции имеют исключительно большое значение, так как показывают пути выполнения данных операций обработки сигналов оптическими методами.

ДВОЙНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Последовательное двукратное выполнение оптического преобразования Фурье дает перевернутое входное изображение.

$$F\{F[t(x_0, y_0)]\} = t(-x_2, -y_2). \quad (6.9)$$

Этот факт хорошо известен из геометрической оптики.

РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ

Функция двух независимых переменных называется функцией с разделяющимися переменными, если ее можно записать в виде произведения двух функций, каждая из которых является функцией от одной переменной: $f(x, y) = f_1(x) f_2(y)$. Преобразование Фурье двумерной функции с разделяющимися переменными может быть представлено произведением преобразований Фурье каждой из одномерных функций:

$$F[t_1(x_0)t_2(y_0)] = T_1(x_1)T_2(y_1). \quad (6.10)$$

СВОЙСТВА СИММЕТРИИ

А. Если $t(x_0, y_0)$ - действительная функция, то есть

$$t^*(x_0, y_0) = t(x_0, y_0), \quad (6.11)$$

то

$$T^*(-x_1, -y_1) = T(x_1, y_1), \quad (6.12)$$

$$T^*(x_1, y_1) = T(-x_1, -y_1), \quad (6.13)$$

то есть $\text{Re}[T(x_1, y_1)]$ - четная, а $\text{Im}[T(x_1, y_1)]$ - нечетная функции.

Б. Если $t(x_0, y_0)$ - действительная и четная функция, то есть

$$t(x_0, y_0) = t^*(x_0, y_0) = t^*(-x_0, -y_0), \quad (6.14)$$

то и $T(x_1, y_1)$ - действительная и четная функция.

$$T(x_1, y_1) = T^*(x_1, y_1) = T^*(-x_1, -y_1). \quad (6.15)$$

В. Если $t(x_0, y_0)$ - действительная и нечетная функция, то есть

$$t(x_0, y_0) = t^*(x_0, y_0) = -t(-x_0, -y_0), \quad (6.16)$$

то

$$T(x_1, y_1) = T(-x_1, -y_1) = T^*(-x_1, -y_1), \quad (6.17)$$

то есть $T(x_1, y_1)$ - чисто мнимая нечетная функция.

Очевидно, что спектр Винера во всех рассмотренных здесь случаях - четная функция.

Г. Преобразование Фурье осесимметричной функции.

Осесимметричной будем называть функцию вида

$$t(x_0, y_0) = t(r_0), \quad \text{где} \quad r_0^2 = x_0^2 + y_0^2. \quad (6.18)$$

Ее фурье-образ

$$T(r_1) = 2\pi \int_0^{\infty} t(r_0) J_0(r_0 r_1) r_0 dr_0, \quad (6.19)$$

о

где $r_1^2 = x_1^2 + y_1^2$, J_0 - функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Преобразование Фурье для осесимметричных функций иногда называют преобразованием Фурье-Бесселя или преобразованием Ганкеля. Следует подчеркнуть, что данное преобразование - это не более чем частный случай двумерного преобразования Фурье. Поэтому любое свойство преобразования Фурье можно применить к преобразованию Фурье-Бесселя (Ганкеля).

Свойства симметрии позволяют выбирать наиболее удобные и простые "модельные" функции для анализа работы устройств оптической обработки сигналов.

6.1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ И СПЕКТРЫ ВИНЕРА НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЙ

Ниже приведены фурье-образы и спектры Винера наиболее часто встречающихся двумерных функций, обладающих симметрией и используемых в качестве "модельных".

ФУНКЦИЯ	ФУРЬЕ-ОБРАЗ	СПЕКТР ВИНЕРА
1. <u>Дельта-функция</u>		
$\delta(x, y)$	1	1

Используется в качестве модели точечного источника света.

2. Прямоугольная функция

$$\begin{aligned} \text{rect}(x_0/D)\text{rect}(y_0/C) &= \begin{cases} 1, & |x_0, y_0| \leq 1 \\ 0, & |x_0, y_0| > 1 \end{cases} \\ &= \begin{cases} D \frac{\sin(\pi D x_1)}{\pi D x_1} C \frac{\sin(\pi C y_1)}{\pi C y_1} & \\ & \times D^2 \text{sinc}^2(\pi D x_1) \times \\ & \times C^2 \text{sinc}^2(\pi C y_1). \end{cases} \end{aligned}$$

Функция sinc имеет главный максимум при $x_1 = 0$ и побочные максимумы меньшей амплитуды, разделенные нулями. Выражение для углового расстояния между первыми нулями функции sinc при дифракции Фраунгофера

$$\delta\varphi = \lambda/D \quad (6.20)$$

часто используется для оценки дифракционной расходимости квазиплоской волны с поперечным размером волнового фронта $2D$.

Если преобразование Фурье осуществляется линзой, то аналогичное соотношение будет иметь следующий вид:

$$\delta x = \lambda f/D. \quad (6.21)$$

Используется для оценки размера фокального пятна.

3. Круговая функция

$$\text{circ}\left(\frac{r_0}{\rho}\right) = \begin{cases} 1, & r_0 \leq \rho \\ 0, & r_0 > \rho \end{cases} \quad \begin{matrix} J_1(2\pi r_0) \\ \rho \frac{J_1(2\pi r_0)}{2\pi r_0} \end{matrix} \quad \begin{matrix} J_1^2(2\pi r_0) \\ \rho^2 \frac{J_1^2(2\pi r_0)}{(2\pi r_0)^2} \end{matrix}.$$

Спектр Винера круговой функции реализуется в оптике как результат дифракции плоской световой волны на круглом отверстии в непрозрачном экране и известен под названием диска Эйри.

Соотношения для круговой функции, аналогичные (6.20) и (6.21), отличаются числовым коэффициентом:

$$\delta \varphi = 2,44 \lambda/D, \quad (6.22)$$

$$\delta r = 2,44 \lambda/D. \quad (6.23)$$

Здесь $D = 2\rho$.

4. Гребенчатая функция

$$\text{comb}(\xi x_0, \eta y_0) = \frac{1}{|\xi \eta|} \text{comb}(x_1/\xi, y_1/\eta) \quad \frac{1}{\xi^2 \eta^2} \text{comb}(x_1/\xi, y_1/\eta)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\xi x_0 - n) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\eta y_0 - m).$$

5. Гауссова функция

$$\exp(-\alpha r_0^2) \quad \frac{1}{2\alpha} \exp\left(-\frac{2\pi}{\alpha} r_1^2\right) \quad \frac{1}{4\alpha^2} \exp\left(-\frac{2\pi}{\alpha} r_1^2\right).$$

Заметим, что две последние функции - единственные, чьи фурьеобразы и спектры Винера с точностью до масштабных коэффициентов совпадают с

самими функциями. Функция comb используется при математическом описании дифракционных решеток и других периодических структур. Особенно большое значение имеет функция Гаусса. Распределение интенсивности по сечению луча наиболее совершенного источника света - одномодового лазера - близко к двумерной гауссовой функции. Такие лазеры - наиболее распространенные источники света в устройствах обработки информации.

7. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ИНВАРИАНТНОЙ СИСТЕМЫ

Проанализируем прохождение пространственного оптического сигнала через линейную оптическую систему; в этом случае выражение, описывающее оптический сигнал, будет иметь следующий вид:

$$E(x,y) = E_0(x,y) \exp[i\varphi(x,y)].$$

Как известно, любую линейную систему можно характеризовать линейным математическим оператором, описывающим преобразование входных сигналов в выходные. Если его обозначить буквой L , то зависимость выходного оптического сигнала $E_d(x_d, y_d)$ от входного $E_I(x_I, y_I)$ имеет вид

$$E_d(x_d, y_d) = L E_I(x_I, y_I). \quad (7.1)$$

Линейным системам присуще свойство суперпозиции, т.е.

$$L[k_1 E_{I1}(x_I, y_I) + k_2 E_{I2}(x_I, y_I)] = k_1 L E_{I1}(x_I, y_I) + k_2 L E_{I2}(x_I, y_I). \quad (7.2)$$

Таким образом, отклик линейной системы на произвольный входной сигнал можно представить в виде суперпозиции откликов на определенные стандартные сигналы, на которые можно разложить входной сигнал. В этом заключается важное преимущество линейных систем, которое существенно облегчает их анализ и синтез.

Наиболее простое и удобное разложение в пространственной области можно получить, используя в качестве элементарных сигналов точечные, описываемые δ -функцией Дирака.

Физической интерпретацией точечного сигнала служит точечный источник света. Соответственно любой входной оптический сигнал можно представить в следующем виде:

$$E_I(x_I, y_I) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_I(x_I', y_I') \delta(x_I' - x_I, y_I' - y_I) dx_I' dy_I'. \quad (7.3)$$

Данное соотношение характеризует фильтрующее свойство δ -функции и является желаемым разложением. При этом выражение для отклика системы на входной сигнал будет иметь вид

$$E_d(x_d, y_d) = L \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} E_I(x_I', y_I') \delta(x_I' - x_I, y_I' - y_I) dx_I' dy_I'. \quad (7.4)$$

-∞

Так как L - линейный оператор, то выражение (7.4) можно записать в следующем виде:

$$E_d(x_d, y_d) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_I(x_I', y_I') L[\delta(x_I' - x_I, y_I' - y_I)] dx_I' dy_I'. \quad (7.5)$$

Отклик системы на элементарный входной сигнал, описываемый δ -функцией, называют **импульсным откликом системы h** . Импульсный отклик системы характеризует распределение комплексной амплитуды света в ее выходной плоскости, соответствующее точечному источнику света во входной плоскости. По этой причине отклик h в оптике называют **функцией рассеяния точки**, то есть

$$h(x_d, y_d; x_I', y_I') = L[\delta(x_I' - x_I, y_I' - y_I)]. \quad (7.6)$$

Следовательно, с учетом (7.6) выражение (7.5) примет следующий вид:

$$E_d(x_d, y_d) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_I(x_I, y_I) h(x_d, y_d; x_I, y_I) dx_I dy_I. \quad (7.7)$$

Данное соотношение, известное под названием интеграл суперпозиции, является основным выражением, связывающим вход и выход линейной системы.

Рассмотрим важный класс линейных систем, который принято называть **инвариантным**. Линейную систему называют **инвариантной**, если сдвиг входного сигнала вызывает аналогичный сдвиг выходного сигнала без изменения его структуры. Следовательно, импульсный отклик линейной инвариантной системы должен быть инвариантным к сдвигу координат, то есть

$$h(x_d, y_d; x_I, y_I) = h(x_d - x_I, y_d - y_I). \quad (7.8)$$

Реальные оптические системы, как правило, инвариантны лишь в пределах ограниченных областей (изопланарных участков) входной и выходной плоскостей, окружающих оптическую ось системы. В этом состоит одно из отличий пространственных оптических систем от обычных временных электрических систем, инвариантность которых во времени не ограничена.

Для линейной пространственно-инвариантной оптической системы (7.8) интеграл суперпозиции имеет следующий вид:

$$E_d(x_d, y_d) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_I(x_I, y_I) h(x_d - x_I, y_d - y_I) dx_I dy_I. \quad (7.9)$$

Таким образом, выходной сигнал линейной пространственно-инвариантной системы представляет собой свертку входного сигнала и импульсного отклика системы, то есть $E_d = E_I * h$.

Зависимость выходного сигнала от входного такой системы проще всего определяется в пространственно-частотной области. Применив к выражению (7.9) фурье-преобразование, получим

$$E_d(\xi, \eta) = E_I(\xi, \eta) H(\xi, \eta), \quad (7.10)$$

где

$$E_d(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_d(x, y) \exp[-2\pi i(\xi x + \eta y)] dx dy;$$

$$E_I(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_I(x_I, y_I) \exp[-2\pi i(\xi x_I + \eta y_I)] dx_I dy_I;$$

$$H(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp[-2\pi i(\xi x + \eta y)] dx dy.$$

Здесь использовалась теорема свертки, согласно которой фурье-образ свертки равен произведению фурье-образов свертываемых функций. Фурье-образ импульсного отклика системы $H(\xi, \eta)$ называют **передаточной функцией системы**. Анализ и синтез линейных пространственно-инвариантных оптических систем удобно проводить в пространственно-частотной области, так как трудоемкая операция свертки, которую необходимо выполнить, чтобы найти выходной сигнал системы, заменяется сравнительно простой последовательностью операций нахождения спектров входного сигнала и импульсного отклика системы, их перемножения и обратного преобразования Фурье. Кроме того, фурье-образ входного сигнала в оптических системах обработки сигналов реализуется в виде физически существующего распределения комплексных амплитуд света в определенной плоскости системы, в то время как в электрических системах фурье-образы не соответствуют реальным физическим сигналам. Поэтому необходимость использования преобразования Фурье для анализа и синтеза оптических систем

обусловлена физической сущностью преобразований, осуществляемых оптическими элементами и системами.

Таким образом, для линейных пространственно-инвариантных оптических систем наиболее удобным разложением входных сигналов является представление в виде интеграла Фурье, т.е. разложение на комплексные экспоненциальные функции разных пространственных частот вида

$$E_I(\xi, \eta) \exp[2\pi i(\xi x + \eta y)]. \quad (7.11)$$

Данная функция описывает плоскую световую волну с комплексной амплитудой $E_I(\xi, \eta)$ и с направляющими косинусами $\cos \alpha = \lambda \xi$; $\cos \beta = \lambda \eta$. Следовательно, разложение входного сигнала на комплексные экспоненциальные функции

$$E_I(x_I, y_I) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_I(\xi, \eta) \exp[2\pi i(\xi x_I + \eta y_I)] d\xi d\eta. \quad (7.12)$$

физически можно интерпретировать как представление сложной входной световой волны в виде суммы плоских волн, распространяющихся в различных направлениях. Изменение амплитуды и фазы любой из этих волн при прохождении через оптическую систему определить просто, так как амплитуда волны умножается на $|H(\xi, \eta)|$, фаза сдвигается на $\arg |H(\xi, \eta)|$, где $H(\xi, \eta)$ - передаточная функция системы. Чтобы найти сигнал на выходе системы, нужно сложить все плоские волны с их выходными характеристиками.

8. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ. ПОНЯТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ И ВРЕМЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ

Интерференцией называют процесс взаимодействия нескольких волн, в результате которого образуется новая волна.

Явление интерференции света находит широкое применение в оптической обработке сигналов.

Рассмотрим явление интерференции световых пучков и понятие пространственной, временной когерентности на примере взаимодействия двух плоских монохроматических волн E_1 и E_2 :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{01}(t)\cos[2\pi\nu t - \varphi_1(t)]; \\ E_2 &= E_{02}(t)\cos[2\pi\nu t - \varphi_2(t)]; \end{aligned} \quad (8.1)$$

Результат их сложения является также квазимонохроматическим сигналом, т.е.

$$E = E(t)\cos[2\pi\nu t - \varphi(t)]; \quad (8.2)$$

где

$$E(t) = \{E_{01}(t)^2 + E_{02}(t)^2 + 2E_{01}(t)E_{02}(t)\cos[\varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi\nu(t_1 - t_2)]\}^{1/2}, \quad (8.3)$$

а фаза определяется как

$$\varphi(t) = \operatorname{arctg} \frac{E_{01}(t)\sin(\varphi_1 + 2\pi\nu t_1) + E_{02}(t)\sin(\varphi_2 + 2\pi\nu t_2)}{E_{01}(t)\cos(\varphi_1 + 2\pi\nu t_1) + E_{02}(t)\cos(\varphi_2 + 2\pi\nu t_2)}. \quad (8.4)$$

Зависимость изменения интенсивности света будет иметь следующий вид:

$$I = E^2(t) = E_{01}^2(t) + E_{02}^2(t) + 2E_{01}(t)E_{02}(t)\cos[\varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi\nu(t_1 - t_2)]. \quad (8.5)$$

Если фазы источников волн нескоррелированы между собой, то их разность принимает случайные значения. Поэтому амплитуда и фаза колебаний в произвольной точке наблюдения изменяются во времени быстро и хаотически. Инерционность любого регистрирующего устройства (глаз, фотопленка, фотоприемник) приведет к усреднению мгновенных значений интенсивности света, и мы не зарегистрируем интерференционной картины.

Следовательно, для ее получения необходимы источники с постоянной разностью фаз.

Если фазы скоррелированы, то на выходе мы получаем систему интерференционных полос. Закон распределения интенсивности света, в данном случае выражается следующей зависимостью:

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos[\varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi\nu(t_1 - t_2)]. \quad (8.6)$$

При частичной корреляции фаз интерферирующих волн зависимость распределения интенсивности света можно записать в следующем виде:

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} |\gamma_{12}(t)| \cos[\varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi\nu(t_1 - t_2)], \quad (8.7)$$

где $0 \leq \gamma_{12}(t) \leq 1$; - нормированная функция взаимной когерентности двух волн, принимающая значения от 0 до 1 в зависимости от степени когерентности (корреляции). Значение $|\gamma_{12}(t)| = 1$ соответствует когерентным полям, $|\gamma_{12}(t)| = 0$ - некогерентным и $0 < |\gamma_{12}(t)| < 1$ - частично когерентным полям.

Для квазимонохроматического света нормированная функция взаимной когерентности определяется выражением

$$\gamma_{12}(t) = \frac{\Gamma_{12}(t)}{(I_1 I_2)^{1/2}} = |\gamma_{12}(0)| \exp\{i[\varphi_1 - \varphi_2 + 2\pi\nu(t_1 - t_2)]\}, \quad (8.8)$$

где $\Gamma_{12}(t)$ - взаимокорреляционная функция, которая в классической теории когерентности определяется как взаимокорреляционная функция световых полей в точках 1 и 2.

$$\Gamma_{12}(t) = \lim_{T_N \rightarrow \infty} \frac{1}{T_N} \int_0^{T_N} E_1(t_1) E_2^*(t_2) dt, \quad (8.9)$$

где T_N - время наблюдения.

Поля предполагаются стационарными во времени эргодически случайными процессами, так что Γ_{12} зависит только от $(t_1 - t_2)$. Для одной и той же точки Γ_{11} является автокорреляционной функцией, определяющей наличие когерентности поля во времени, то есть

$$\Gamma_{11}(t) = \overline{E_1(t_1) E_2(t_2)}. \quad (8.10)$$

Функции когерентности имеют размерность интенсивности:

$$\Gamma_{11}(0) = I_1; \quad \Gamma_{22}(0) = I_2. \quad (8.12)$$

Нормировочная функция когерентности двух частично когерентных полей с равной интенсивностью $I_1 = I_2 = I$ определяется огибающей интерференционной картины, то есть

$$|\gamma_{12}(0)| = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (8.13)$$

Величина смещения максимума косинусоиды относительно максимума огибающей $\gamma_{12}(t)$ характеризует фазу функции в взаимной когерентности: $\varphi_{12}(0) = 2\pi\nu\Delta t = \varphi_1(0) - \varphi_2(0)$. Ширина интерференционной картины характеризует время когерентности t_K .

Таким образом, нормированная функция взаимной когерентности дает необходимые характеристики когерентности сигналов в оптической системе обработки. Величина $|\gamma_{12}(0)|$ характеризует пространственную когерентность между двумя точками, а ширина $|\gamma_{12}(t)|$ определяет временную когерентность.

Следовательно, для обеспечения пространственно-временной когерентности световых сигналов в оптической системе обработки предъявляются следующие требования к функции взаимной когерентности.

1. Модуль функции $|\gamma(x,y,t)|$ должен быть по величине близок к 1:

$$|\gamma(x,y,t)| \sim 1.$$

2. Время когерентности t_K должно быть значительно больше максимальной относительной задержки ($\tau = t_1 - t_2$) отдельных частей сигнала в системе обработки:

$$\tau \ll t_K.$$

3. Закон изменения модуля и фазы $\gamma(x,y,t)$ должен быть известен. Обычно стремятся обеспечить независимость этих параметров от координат сигнала (x,y) и величины задержки ($\tau = t_1 - t_2$), то есть

$$\begin{aligned} |\gamma(x,y,t)| &= \text{const}, \\ \varphi(x,y,t) &= \text{const}. \end{aligned}$$

При выполнении этих общих требований обеспечивается когерентность освещения в оптической системе обработки информации. В зависимости от конкретного типа оптического устройства эти требования могут быть значительно снижены.

Степень когерентности поля на входе оптической системы, определяемая функцией взаимной когерентности, зависит как от когерентности источника света, так и от метода формирования светового потока.

В оптических системах обработки используют квазимонохроматические источники света, которые имеют достаточно большую временную когерентность. Так, газоразрядные лампы при достаточно большой интенсивности света дают линейчатый спектр излучения. Ширина спектральной линии $\Delta\nu$ определяет временную когерентность, т.е.

$$1/\Delta\nu \approx t_K.$$

и длину когерентности

$$ct_K = c/\Delta\nu = \lambda^2/\Delta\lambda.$$

Ширина спектра у газоразрядных ламп составляет порядка 10^{10} Гц при несущей $\nu_0 = 10^{15}$ Гц. Лучшие из таких источников при малой интенсивности излучения имеют полосу 10^8 Гц и соответственно время когерентности 10^{-8} сек и длину когерентности 1 м.

Большое преимущество перед тепловыми источниками имеют лазеры. Полоса частот спектра газового лазера непрерывного излучения может составлять величину порядка 100 Гц, соответственно время когерентности может равно 10^{-2} сек и длина когерентности равна 10^3 км. Число фотонов в объеме когерентности достигает 10^{14} , что обеспечивает большую интенсивность когерентного поля.

9. ФОРМИРОВАНИЕ СВЕТОВЫХ ПОТОКОВ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ И ВРЕМЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТЬЮ ПРИ ПОЛНОСТЬЮ НЕКОГЕРЕНТНОМ ИСТОЧНИКЕ

На рис.9.1 показано устройство, которое создает на выходе когерентное в пространстве и некогерентное во времени световое поле. Функции когерентности источника света γ_{11} и γ_{12} имеют вид δ -функции, то есть используется полностью некогерентный источник света. Круглая диафрагма очень малого диаметра образует точечный источник, обеспечивающий на выходе линзы разность хода лучей, гораздо меньшую λ_0 . Точечный источник излучения расположен в фокусе линзы с хорошей коррекцией хроматических aberrаций. В этом случае в каждый момент времени в плоскости (x,y) имеется плоская волна, так что

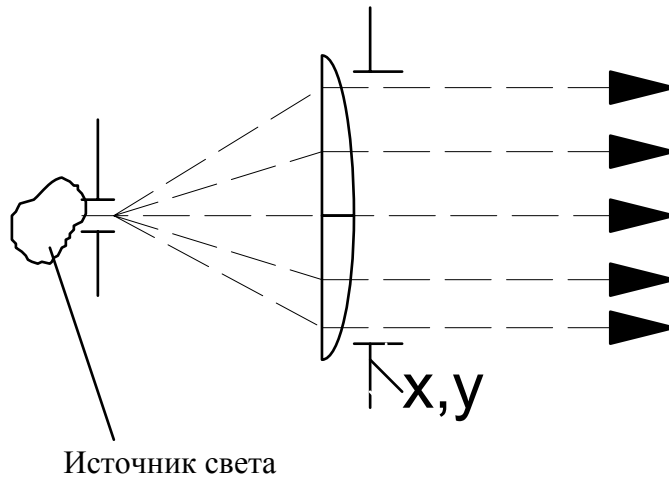


Рис.9.1

$$\gamma(x,y,0) = 1 \quad \text{при } \tau = 0,$$

то есть амплитуда и фаза сигнала по экрану постоянны, но быстро флюктуируют во времени, так что

$$\gamma(x,y,\tau) = 0 \quad \text{при } \tau \neq 0.$$

В случае обеспечения временной когерентности при отсутствии пространственной (рис.9.2) плоский некогерентный источник света расположен вплотную к интерференционному фильтру, пропускающему узкую полосу частот $\Delta\nu$. Время когерентности определяется этой полосой, то есть

$$\gamma_{11}(\tau) = |\gamma_{11}(\tau)| \cos 2\pi\nu\tau,$$

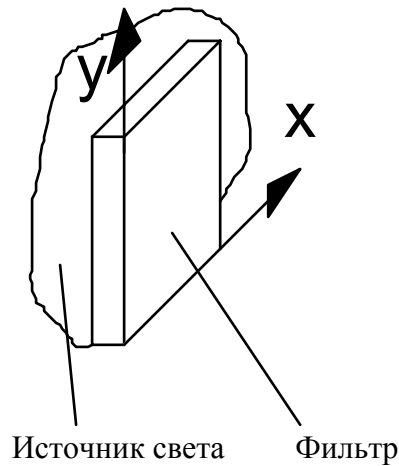


Рис.9.2

где ширина функции равна

$$t_k \sim 1/\Delta\nu.$$

Функция взаимной когерентности равна нулю:

$$\gamma_{12}(\tau) = 0,$$

так как начальные фазы сигналов в двух точках 1,2 в каждом объеме когерентности являются случайными во времени. Поэтому при усреднении за время наблюдения большего времени когерентности интерференции не наблюдается.

Рассмотрим случай обеспечения когерентности одновременно во времени и в пространстве при некогерентном источнике света (рис.9.3).

Известно, что в этом случае функция взаимной когерентности является преобразованием Фурье от распределения интенсивности по источнику света $I(x', y')$:

$$\Gamma(P_1, P_2, \tau) = \frac{\exp[i(\psi - 2\pi\nu\tau)]}{\lambda^2 R^2} \int I(x', y') \exp\left\{ \frac{ik}{R} [(x_2 - x_1)x' + (y_2 - y_1)y'] \right\} \times dx' dy', \quad (9.1)$$

где фаза

$$\psi = \frac{k}{2R} [(x_2^2 + y_2^2) - (x_1^2 + y_1^2)];$$

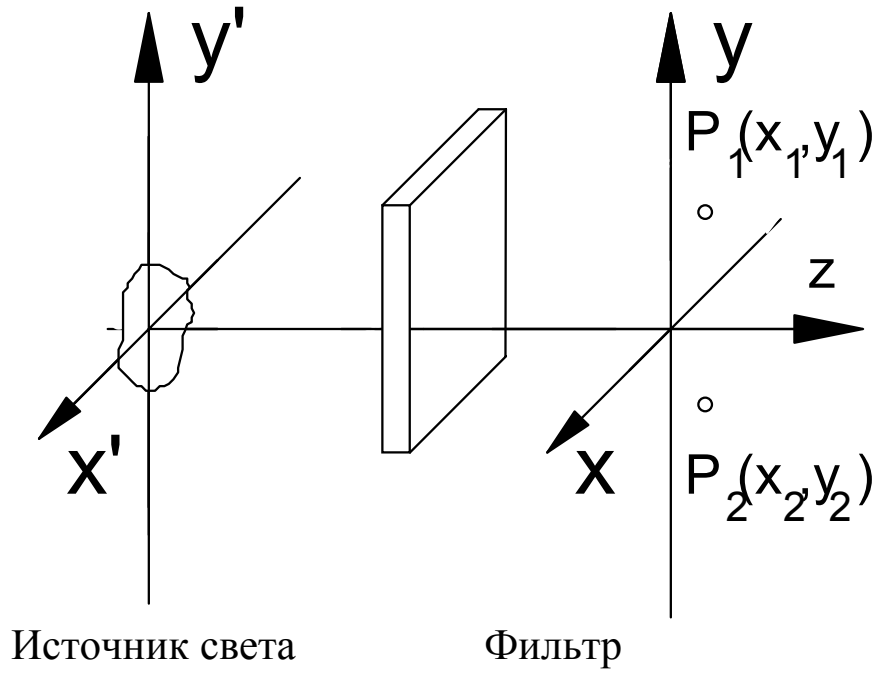


Рис.9.3

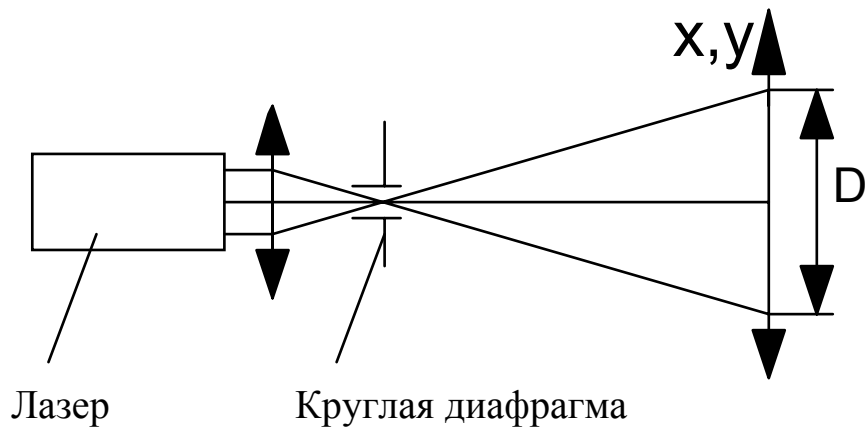


Рис.9.4

R - расстояние между источником света и плоскостью сигнала (x, y) ; δ - площадь источника света.

Для круглого равномерно светящегося источника диаметром d нормированная функция взаимной когерентности согласно (9.1) равна

$$\gamma(P_1, P_2, \tau) = \frac{2J_1(v)}{v} \exp[i(\psi - 2\pi\nu\tau)],$$

где $J_1(v)$ - функция Бесселя;

$$v = \frac{kd}{2R} [(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2]^{1/2}.$$

Если точки P_1 и P_2 расположены на границе круга диаметром D , то $|\gamma_{12}| = 0$ в этих точках при диаметре источника света, равном

$$d_0 = 1,22 \lambda R/D.$$

Таким образом, внутри круга диаметром D обеспечивается пространственная когерентность. Задаваясь допустимым уменьшением $|\gamma_{12}|$, выбирают диаметр источника света, который должен быть меньше d_0 .

Таким образом, чем больше размер обрабатываемого сигнала D , тем меньше должен быть угловой размер d/R источника света для обеспечения пространственной когерентности. Временная когерентность обеспечивается выбором полосы пропускания светофильтра. Иногда роль светофильтра выполняет сам входной сигнал. Так, например, изображение с трехмерной голограммы может быть восстановлено в белом свете, поскольку чередующиеся слои переменной амплитуды по толщине голограммы действуют подобно интерференционному светофильтру.

При использовании в качестве источника света одномодового лазера почти всегда обеспечивается требуемая когерентность. При многомодовом излучении для обеспечения пространственной когерентности используют круглые диафрагмы (рис.9.4). Диаметр отверстия может быть приблизительно оценен так же, как и в случае некогерентного источника света. При использовании в качестве источника света импульсного лазера, условие временной когерентности иногда не удовлетворяется, например в голографии. В этом случае оптическая система строится так, чтобы обеспечивалась минимальная задержка между отдельными частями сигнала, то есть выравнивается разность оптических путей и тем самым снижаются требования временной когерентности.

10. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ГОЛОГРАФИИ

Голография представляет собой способ записи и восстановления волнового поля, основанный на регистрации интерференционной картины (голограммы), которая образована волной, отраженной предметом, освещаемым источником света (объектная волна), и когерентной с ней волной, идущей непосредственно от источника света (опорная волна). Голограмма, освещенная опорной волной, создает такое же амплитуднофазовое пространственное распределение волнового поля, как и при записи у объектной волны (Рис.10.1-10.2).

Голографический метод применим ко всем волнам: электронным, рентгеновским, световым, акустическим и сейсмическим микроволнам, при условии, что они когерентны для создания требуемых интерференционных картин.

Идея голографической записи состоит в том, чтобы кроме волны, которая нас интересует (объектной волны), регистрировать дополнительно опорную волну, когерентную с объектной волной, таким образом, чтобы в результате их интерференции осуществлялось кодирование фазы φ . Введем следующие обозначения: $E_{об} = E_0 \exp[i\varphi_1(x,y)]$ - объектная волна; $E_r = E_{0r} \exp[i\varphi_2(x,y)]$ - опорная волна. Если для записи взять фотопластинку с линейным откликом на интенсивность падающей волны, то она регистрирует распределение интенсивности, описываемое выражением

$$I = |E_{об} + E_r|^2 = |E_{об}|^2 + |E_r|^2 + E_{об} E_r^* + E_{об}^* E_r. \quad (10.1)$$

Ее пропускание после обычной фотохимической обработки будет пропорционально интенсивности света I .

Если осветить эту пластинку опорной волной, то распределение комплексных амплитуд прошедшего сквозь нее света будет иметь следующий вид:

$$E_r I = (|E_{об}|^2 + |E_r|^2) E_r + E_{об} |E_r|^2 + E_{об}^* E_r^2. \quad (10.2)$$

Это выражение - основное уравнение голографии. В нем три слагаемых:

- 1) $(|E_{об}|^2 + |E_r|^2) E_r$ - опорная волна E_r , амплитуда которой модулирована коэффициентом $(|E_{об}|^2 + |E_r|^2)$;
- 2) $E_{об} |E_r|^2 = E_r^2 E_{об} \exp(i\varphi_1)$; - объектная волна $E_{об}$, модулированная коэффициентом E_r^2 ;

3) $E_{об}^* E_r^2 = E_r^2 E_{об} e^{i(2\varphi_2 - \varphi_1)}$ - волна комплексно-сопряженная с объектной. Это слогаемое несет информацию, близкую к информации об объекте, но отличается от объектной волны обратной фазой.

Таким образом, получение фазы и амплитуды объектной волны на

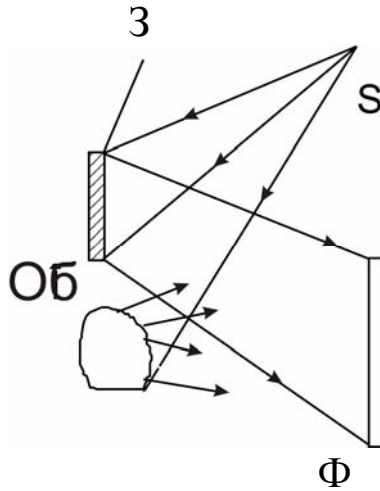


Рис.10.1

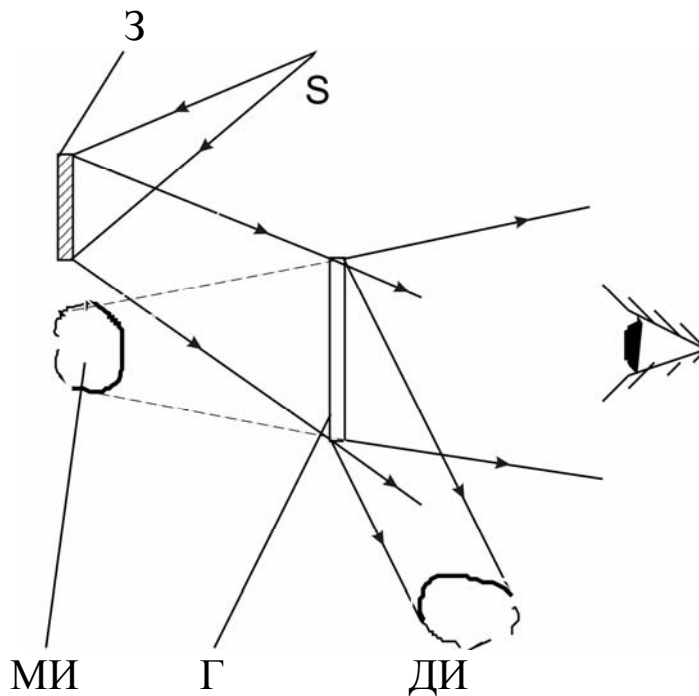


Рис.10.2

этапе восстановления голограммы сопровождается восстановлением двух паразитных волн: опорной, которую ослабили, но не подавили совсем, и сопряженной.

10.1. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ГОЛОГРАММ

Голограмму можно рассматривать как тонкую дифракционную структуру лишь в том случае, когда ее оптическая толщина меньше длины волны. На практике, однако, на характеристики голограммы влияет не отношение ее толщины к длине волны, а соотношение между толщиной и периодом самых тонких полос, записанных на голограмме. Если период тончайших полос больше толщины, то голограмма является двумерной, если же период полос меньше толщины, то трехмерной.

К трехмерным относятся голограммы Денисюка, имеющие период дифракционной структуры d меньше ее толщины h ($d \ll h$) (рис.10.3).

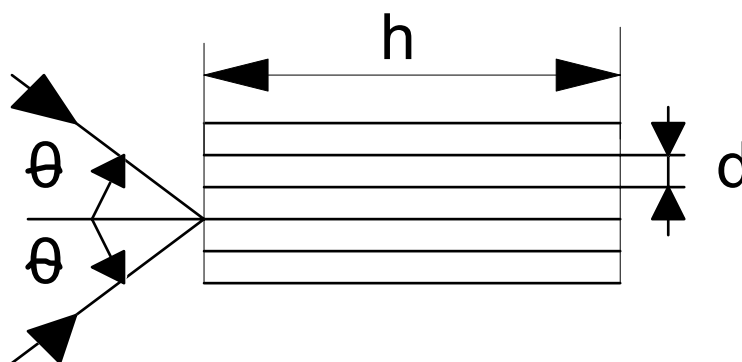


Рис.10.3

Если такую решетку осветить исходной опорной световой волной, то каждый луч до выхода из эмульсии последовательно рассеивается от большого числа периодически расположенных поверхностей максимальной плотности. Чтобы амплитуда результирующей дифрагированной волны была максимальной, волны, рассеянные последовательными слоями, должны быть синфазны. Для этого необходимо, чтобы выполнялось следующее соотношение:

$$2d \sin\theta = \lambda_0/n, \quad (10.3)$$

где λ_0 - длина волны в воздухе; n - средний показатель преломления светочувствительной среды; θ - угол, который освещающая и дифрагированная волны составляют с рассеивающими слоями. Это соотношение называют законом Брэгга. Он определяет угол падения, если длина волны и расстояние между слоями заданы. Если же угол падения и постоянная решетки выбираются независимо, то закон Брэгга определяет длину волны. Поэтому трехмерные голограммы, свойства которых описываются законом Брэгга, являются

селективными относительно освещающего их излучения, а, следовательно, трехмерную голограмму можно восстанавливать источником света, имеющим сплошной спектр излучения. При этом точно воспроизводятся почти все параметры зарегистрированного волнового поля объекта - амплитуда, фаза и спектральный состав.

Голограммная структура может быть зарегистрирована светочувствительным материалом путем: 1) изменения коэффициента пропускания или отражения света (такие голограммы называют амплитудными); 2) изменения коэффициента преломления или толщины (рельефа) (такие голограммы называют фазовыми, так как они производят преимущественно фазовую модуляцию восстанавливающей волны). На практике же, как правило, получаются амплитудно-фазовые голограммы.

10.2. ГОЛОГРАММЫ ФРАУНГОФЕРА, ФРЕНЕЛЯ И ФУРЬЕ

Структура голограммы зависит также от способа формирования объектной и опорной волн. Когда объект O находится достаточно далеко от фотопластинки Φ либо в фокусе линзы L , то каждая его точка посылает на фотопластику параллельную световую волну. При этом связь между амплитудно-фазовыми распределениями объектной волны в плоскости голограммы и в плоскости объекта характеризуется преобразованием Фурье. Комплексную амплитуду объектной волны на фотопластинке называют фурье-образом объекта. Такую голограмму называют голограммой **ФРАУНГОФЕРА**. (Рис.10.4).

Если комплексные амплитуды объектной и опорной волн являются фурье-образами объекта и опорного источника, то полученную голограмму называют голограммой **ФУРЬЕ**. (Рис.10.5).

Голограмма **ФРЕНЕЛЯ** образуется в том случае когда каждая точка объекта посылает на фотопластику сферическую волну. При получении голограмм Френеля фотопластику помещают в области дифракции ближнего поля (область дифракции Френеля) на произвольном расстоянии от источника опорной волны. (Рис.10.6).

ФУРЬЕ-ГОЛОГРАММЫ являются наиболее распространенным и наиболее перспективным видом голограмм в том числе и для применения в области вычислительной техники. Фурье-голограмма образуется как результат интерференции фурье-образа транспаранта с опорной волной (рис.10.7.)

Если транспарант, описываемый функцией $t(x,y)$, установлен в передней фокальной плоскости линзы, то в ее задней фокальной области фурье-образ транспаранта будет описываться выражением вида

$$T(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} t(x,y) \exp[-2\pi i(\xi x + \eta y)] dx dy.$$

-∞

Линза осуществляет частотный анализ функции транспаранта $t(x,y)$, то есть если разложить эту функцию по гармоникам пространственных частот ξ, η , то каждая точка в задней фокальной плоскости линзы отвечает своей пространственной частоте с соответствующей фазой. Для отсчета фаз гармонических составляющих вводят вспомогательную волну, падающую под углом θ на фурье-плоскость. Угол θ определяет несущую частоту записи, модулируемую частотами транспаранта. Таким образом, фурье-голограмма регистрирует спектр пространственных частот входного сигнала $t(x,y)$.

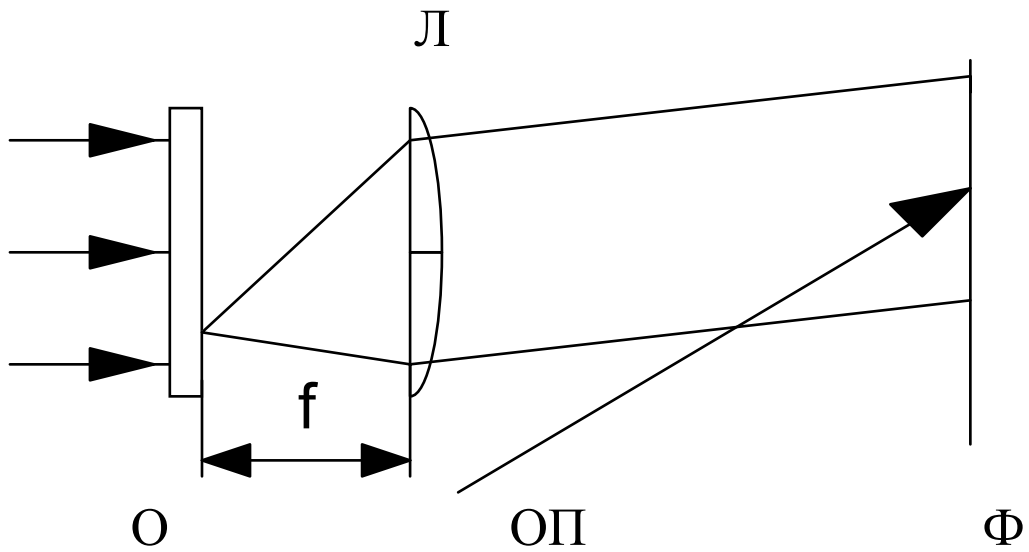


Рис.10.4

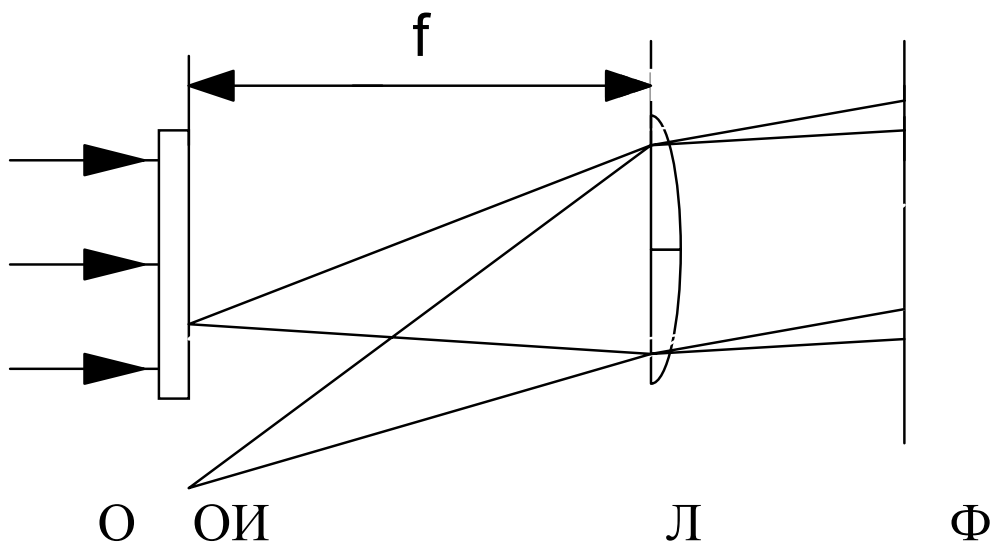


Рис.10.5

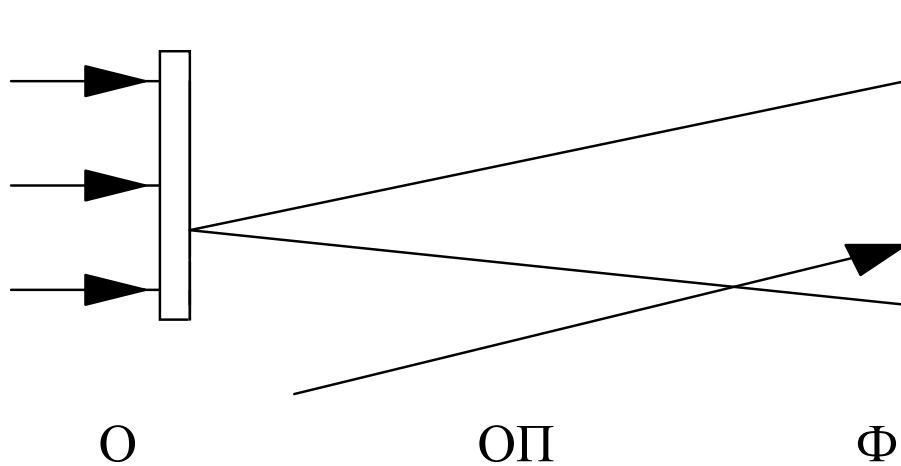


Рис.10.6

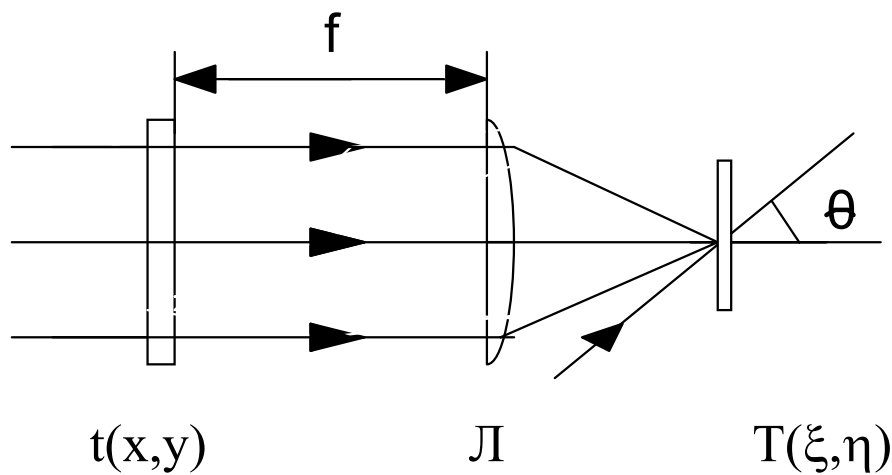


Рис.10.7

На основании свойств фурье-преобразования можно объяснить достоинства фурье-голограмм. Поскольку информация о каждой точке транспаранта распределена по всей пространственно-частотной области, то есть содержится в любой точке фурье-образа транспаранта, то потеря части спектра не приводит к потере всего образа, а лишь несущественно снижает разрешение и яркость его изображения при восстановлении. Этим объясняется высокая надежность и помехоустойчивость получения информации в виде фурье-голограмм.

Такое получение информации обладает инвариантностью к сдвигу. Если транспарант $t(x,y)$ во входной плоскости сдвинуть на (x_0, y_0) , то согласно теореме смещения

$$F[t(x-x_0, y-y_0)] = T(\xi, \eta) \exp[-2\pi i(\xi x_0 + \eta y_0)],$$

то есть сдвиг транспаранта на входе по координатам приводит к появлению постоянных фазовых множителей $\exp(-2\pi i x_0)$ и $\exp(-2\pi i y_0)$, которые не влияют на положение голограммы. Инвариантностью к сдвигу обладает и голограмма, ибо при восстановлении ее осуществляется обратное фурье-преобразование: $t'(x,y) = F^{-1}[T(\xi,\eta)]$. Так как восстановление производят с помощью квадратичных детекторов (фотопластинки, фотопленки и т.п.), голограмма формирует изображение, характеризуемое квадратом модуля амплитуды волны; поэтому фазовые члены исчезают. Это свойство фурье-преобразования является причиной нечувствительности восстановленного изображения к небольшим сдвигам голограммы.

Поскольку линза собирает проходящую световую волну в своей фокальной плоскости на небольшой площади, то в фурье-голограмме информация регистрируется с максимальной плотностью хранения. Такие голограммы имеют меньшие aberrации, чем остальные типы голограмм. Более того, можно получить плоские фурье-голограммы, свободные от aberrаций.

Фурье-голограммы, записанные специальным образом, могут также служить в качестве операционных фильтров в когерентных оптических системах обработки информации, в частности, в системах распознавания и идентификации образов, основанных на принципах пространственно-частотной фильтрации. Благодаря указанным свойствам фурье-голограммы находят широкое применение в системах голографической памяти и оптической обработки информации.

10.3. АССОЦИАТИВНЫЕ СВОЙСТВА ГОЛОГРАММ

Если зарегистрировать на Фурье-голограмме два изображения, которые обозначим символами h и g . А для восстановления голограммы использовать излучение, идущее от одного изображения, например, от изображения h , то на выходе получают изображение g , и наоборот. Здесь надо отметить, что одно из изображений, например h , может быть частью, фрагментом изображения g . Система осуществляет восстановление одного из изображений, если восстанавливаемое изображение смещается параллельно самому себе во входной плоскости, так как для Фурье-голограмм имеет место сдвиговый инвариант (свойство ассоциативности).

На этом принципе может быть построен голографический корреляционный транслятор. Допустим, что изображением h служило слово *holos*, а изображением g – его перевод «целый», голограмма записывалась в Фурье-плоскости. Если голограмму освещать словом «целый» или частью его, то в выходной плоскости получим «*holos*».

Математически описать процесс ассоциативного опознавания изображений можно следующим образом. Если транспарант с изображениями h и g освещается плоской волной единичной амплитуды, то в фокальной

плоскости объектива функции изображений $h(x,y)$ и $g(x,y)$ имеют комплексную амплитуду в виде суммы Фурье-образов $H(\xi,\eta) + G(\xi,\eta)$. Фотопластинка при линейной регистрации имеет пропускание $HH^* + GG^* + HG^* + H^*G$.

Если осветит голограмму волной с комплексной амплитудой H , то четвертый член выражения H^*G характеризует изображение g , так как комплексная амплитуда волны в Фурье-плоскости HH^*G ; в выходной плоскости волна описывается обратным Фурье-преобразованием:

$$F^{-1}(HH^*G) \quad (10.3)$$

Используя свойства Фурье-преобразования, выражение (1) запишем в виде

$$F^{-1}(HH^*G) = F^{-1}\{F[h^*(x_\xi, y_\xi) * h(x_\xi, y_\xi)] F[g(x_\xi, y_\xi)]\} \sim [h^*(x_\xi, y_\xi) * h(x_\xi, y_\xi)] \times g(x_\xi, y_\xi), \quad (10.4)$$

Т.е. комплексная амплитуда выходного сигнала представляет собой свертку $g(x_\xi, y_\xi)$ с функцией автокорреляции изображения $h(x_\xi, y_\xi)$. Если автокорреляционная функция h представляет собой δ -функцию, то получают изображение объекта g в плоскости (x_ξ, y_ξ) . При этом смещение изображения $p(x_1, y_1)$ во входной плоскости не нарушает процесса восстановления сигнала g , так как имеет место инвариантность сдвига.

Ассоциативные свойства голограмм наиболее полно выражены в трехмерных голограммах.

Рассмотренные ассоциативные свойства голограмм можно использовать при поиске информации по смысловым признакам в больших массивах данных голографического запоминающего устройства. Таким образом, по выбранному ключевому слову можно подобрать необходимую информацию.

11.ОБОБЩЕННАЯ ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ОБРАБОТКИ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Использование когерентного светового поля в качестве переносчика информации позволяет создать достаточно гибкую систему обработки информации, способную обрабатывать большой объем данных в очень короткое время.

По характеру выполнения устройством задач оптические системы делятся на два класса: цифровые и аналоговые. В данном курсе мы будем рассматривать только аналоговые системы.

Рассмотрим блок-схему обработки оптических сигналов (ООС), изображенную на рис.11.1.

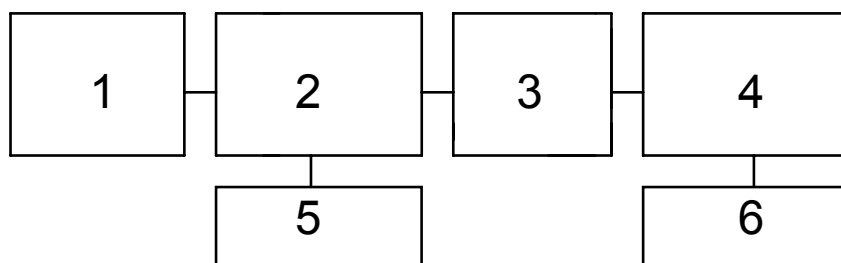


Рис.11.1

где: 1 - источник когерентного света; 2 - преобразователь входных сигналов в когерентные световые сигналы; 3 - оптическая система ООС; 4 - преобразователь выходных данных; 5 - источник входных сигналов; 6 - потребитель выходных сигналов

Источник когерентного света формирует световое поле с постоянной амплитудой (E_0) и фазой (φ) по всей апертуре преобразователя входных сигналов. На выходе преобразователя мы имеем световое поле с распределением комплексной амплитуды $[E(x,y)]$, соответствующим вводимой информации, то есть

$$E(x,y) = E_0 S(x,y).$$

Оптическая система ООС осуществляет заданный алгоритм обработки оптических сигналов так, что в параметрах светового поля на выходе устройства отображается обработанная информация. Преобразователь выходных данных, измеряя параметры светового поля, фиксирует результат обработки информации.

В оптической системе ООС световые сигналы обрабатываются практически мгновенно, так что в следующий момент времени возможна подача на вход и обработка другого светового сигнала. При этом быстрдействие системы определяется практически только скоростями ввода

информации и регистрации выходного сигнала. Если размер сигнала x, y равен $100 \times 100 \text{ мм}^2$ и максимальная пространственная частота равна $f_{x\text{макс}}=f_{y\text{макс}}=500 \text{ пер./мм}$, то сигнал представляет собой $2Xf_{x\text{макс}} \cdot 2Yf_{y\text{макс}}=10^{10}$ элементарных комплексных сигналов. При скорости ввода и регистрации равной, например 10^3 суммарных входных сигналов в секунду, такая оптическая система может обрабатывать 10^{13} комплексных сигналов в секунду. Если учесть также, что входной сигнал может представлять собой сумму сигналов с различной несущей частотой (цветом), то есть

$$E(x, y, t, v) = \sum_n E_n(x, y, t, v_n),$$

то станет очевидным, что потенциальные возможности оптической системы ООС намного превышают возможности существующих электронных систем обработки сигналов.

В качестве источников света в настоящее время используются, как правило, лазеры.

Наиболее сложной задачей в проблеме создания оптической системы обработки сигналов является преобразование входных сигналов в соответствующее распределение светового поля на входной плоскости оптической системы. Для этой цели в настоящее время используется большое количество устройств, созданных на базе различных физических эффектов, например, акустооптическом, электрооптическом, магнитооптическом и т.д., в том числе входные сигналы записываются на фотопленке или фотопластинке.

Во всех случаях преобразователь входных сигналов в когерентные световые сигналы можно представить в виде пространственно-временного модулятора. От источника света на вход модулятора поступает когерентная световая волна, а на его выходе прошедшее световое поле обладает параметрами изменившимися в соответствии с законом изменения входного сигнала.

Иногда источник света и модулятор объединены в одно устройство. В качестве преобразователя выходных данных используются различные фотоприемные устройства как на базе фоторегистрирующих сред, так и фотоэлектрических приборов.

12. КОГЕРЕНТНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ АНАЛОГОВОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

12.1. Когерентный аналоговый оптический процессор

Основными компонентами оптических систем обработки информации, как и систем, формирующих изображения, являются тонкие сферические линзы, выполняющие двумерное преобразование Фурье. Если входная и выходная плоскость системы совпадают с передней и задней фокальными плоскостями линзы, то выходной сигнал такой системы с точностью до постоянного множителя совпадает с фурье-образом входного сигнала. Поэтому выходную плоскость такой системы называют спектральной, или фурье-плоскостью. Пространственно-частотные координаты и в этой плоскости определяются соотношениями (рис.12.1)

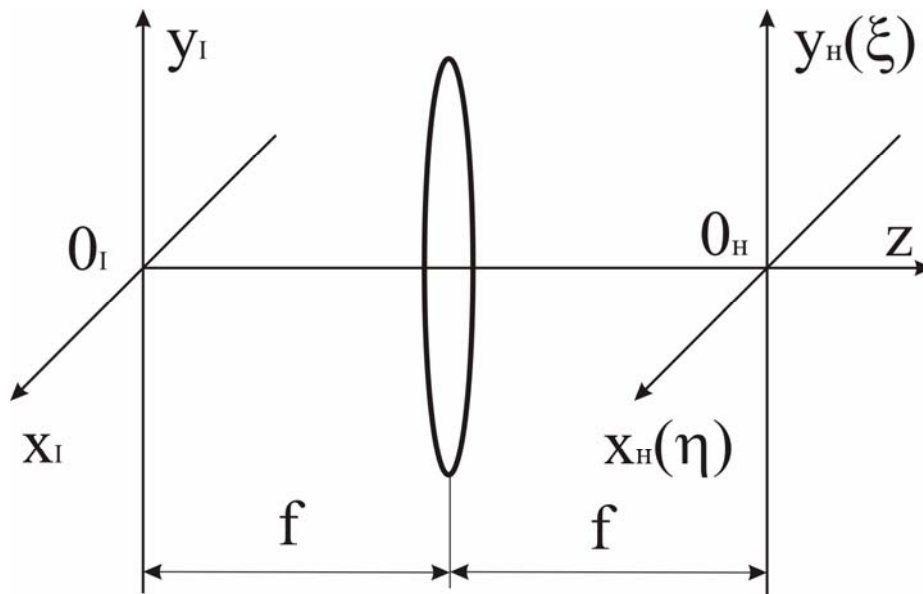


Рис.12.1

$$\xi = x_H / (\lambda f); \quad \eta = y_H / (\lambda f). \quad (12.1)$$

Следует отметить, что фурье-образ входного оптического сигнала существует в виде физически реального распределения комплексных амплитуд света. Благодаря этому когерентные оптические системы могут быть эффективно использованы для решения широкого круга задач, связанных с получением, преобразованием и обработкой фурье-спектров, корреляционных функций и сверток.

Над фурье-образами двумерных оптических сигналов можно производить различные математические операции методами пространственной фильтрации. Оптическая система обработки сигналов методами пространственной фильтрации состоит из следующих компонентов (рис.12.2): источника света (1), устройства ввода информации (2), двух расположенных последовательно простейших систем преобразования Фурье(3,5), пространственного операционного фильтра (4) и детектора выходных сигналов (6). Устройства 2, 4, 6 располагаются соответственно во входной (x_I, y_I), спектральной (x_H, y_H) и выходной (x_d, y_d) плоскостях системы. Заметим, что в этих плоскостях приняты одинаковые масштабы.

Рассмотрим прохождение оптического сигнала через эту систему.

Свет от точечного когерентного источника S коллимируется линзой L_1 и направляется во входную плоскость системы. В результате входная плоскость системы освещается плоской световой волной с амплитудой E_0 . Устройство ввода формирует изображение, соответствующее входной информации $U_I(x_I, y_I)$, так что его можно характеризовать амплитудной функцией пропускания $t_I = k_I U_I(x_I, y_I)$. Следовательно, входной оптический сигнал системы имеет комплексную амплитуду

$$E_I = k_I E_0 U_I(x_I, y_I). \quad (12.2)$$

Линза (3) осуществляет преобразование Фурье, поэтому в спектральной плоскости системы непосредственно перед операционным фильтром распределение комплексных амплитуд света пропорционально фурьеобразу входного сигнала, т.е.

$$E_H^{(-)}(\xi, \eta) = U_I(\xi, \eta) k_I E_0 / i \lambda f. \quad (12.3)$$

Амплитудный коэффициент пропускания операционного фильтра

$$t_H = k_H H(\xi, \eta), \quad (12.4)$$

где k_H - комплексная константа.

Функция $H(\xi, \eta)$ соответствует математической операции, которую необходимо выполнить над входным сигналом, ее называют **передаточной функцией фильтра**. В результате пространственной фильтрации получается сигнал, описываемый распределением комплексных амплитуд, которое имеет следующий вид:

$$E_H^{(+)}(\xi, \eta) = U_I(\xi, \eta) H(\xi, \eta) k_I k_H E_0 / i \lambda f. \quad (12.5)$$

Отфильтрованный сигнал подвергается повторному преобразованию Фурье с помощью линзы (5). В результате в выходной плоскости системы свет будет иметь распределение комплексных амплитуд следующего вида:

$$E_d(x_d, y_d) = k \iint_{-\infty}^{\infty} U_I(\xi, \eta) H(\xi, \eta) \exp [2\pi i(x_d \xi + y_d \eta)] d\xi d\eta, \quad (12.6)$$

где $k = -k_I k_H E_0 / (\lambda f)^2$.

Направления координатных осей в выходной плоскости системы выбраны противоположно направлениям осей координат во входной плоскости для того, чтобы учесть инверсию, которая получается в результате двух последовательных преобразований Фурье и выражается соотношением $F\{F\{U(x, y)\}\} = U(-x, -y)$.

Распределение амплитуды сигнала в выходной плоскости можно записать в виде свертки:

$$\begin{aligned} E_d(x_d, y_d) &= k U_I(x_I, y_I) * h(x, y) = \\ &= k \iint_{-\infty}^{\infty} U_I(x_I, y_I) h(x_I - x_d, y_I - y_d) dx_I dy_I, \end{aligned} \quad (12.7)$$

где $h(x, y)$ - обратное преобразование Фурье передаточной функции фильтра. Таким образом, рассмотренная оптическая система способна выполнять линейные интегральные преобразования типа свертки.

Кроме того, если на вход этой системы подать входной сигнал $U_I(x_I, y_I)$, а в фурье-плоскости сформировать фильтр с передаточной функцией $H(\xi, \eta) = V^*(\xi, \eta)$, то на выходе получится сигнал

$$\begin{aligned} E_d(x_d, y_d) &= F^{-1}[V^*(\xi, \eta)U_I(\xi, \eta)] = \\ &= \iint V^*(x, y)U_I(x_d+x, y_d+y)dx dy = V * U_I, \end{aligned} \quad (12.8)$$

представляющий собой кросскорреляцию сигналов v и U . Если $v=U$, то получают функцию автокорреляции. Операционный фильтр с передаточной функцией $H(\xi, \eta) = V^*(\xi, \eta)$ называют согласованным фильтром, а соответствующую оптическую схему - схемой согласованной фильтрации. Согласованная фильтрация обычно используется при распознавании образов в заданном изображении. Для этого записывают фильтр, согласованный с образом информации, подлежащим опознаванию, после чего осуществляют его взаимную корреляцию с заданным изображением. Если в изображении содержится интересующий образ, то в результате автокорреляции в выходной

плоскости образуется яркое световое пятно, указывающее на наличие опознаваемого образа и его местонахождение в изображении. Благодаря этому можно распознавать отпечатки пальцев, интересные слова на странице текста, специальные объекты на карте местности и т.п. Устройства, осуществляющие такие операции, называют корреляторами. Они нашли широкое применение среди различных типов оптических процессоров.

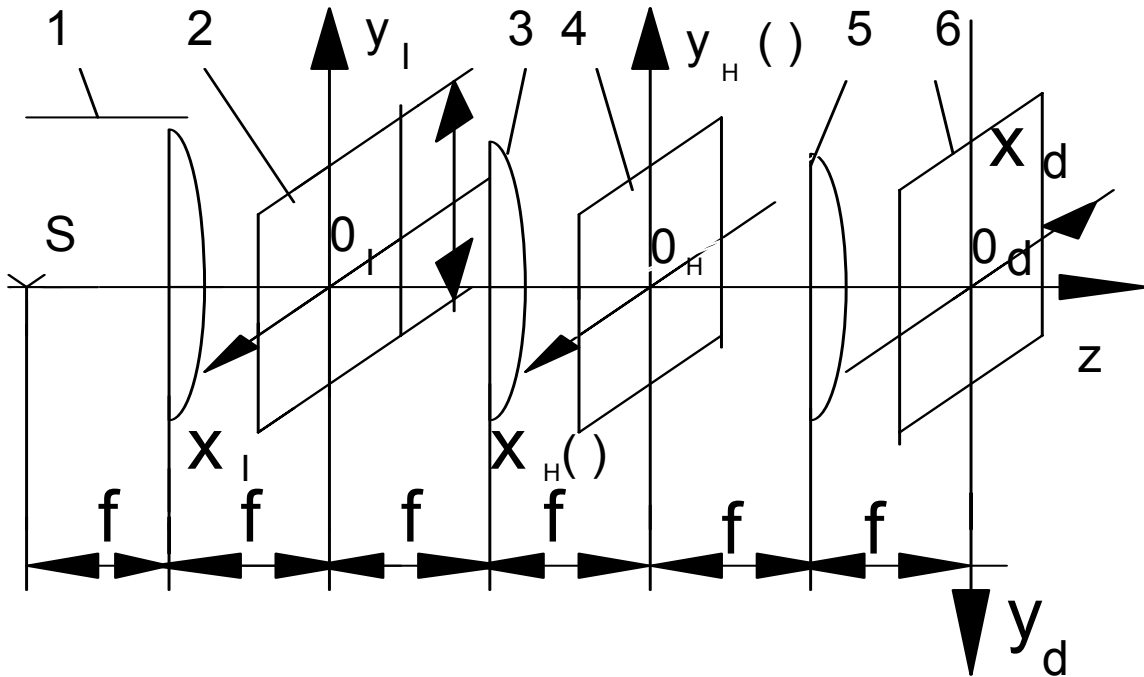


Рис.12.2

Еще одним наиболее часто используемым вариантом оптического коррелятора является коррелятор с одновременным преобразованием (рис.12.3).

В коррелятор с одновременным преобразованием функции $V_1(x,y)$ и $V_2(x,y)$, корреляцию которых требуется получить, вводятся два соответствующие изображения с помощью транспарантов, помещенных рядом во входной плоскости. Допустим, что каждая функция имеет ширину α , а расстояние между центрами функций равно 2α . Тогда амплитудное пропускание транспарантов можно записать в виде

$$E_I(x_I, y_I) = V_1(x_I, y_I - \alpha) + V_2(x_I, y_I + \alpha). \quad (12.9)$$

Распределение комплексных амплитуд света в фурье-плоскости P_H с точностью до постоянного множителя совпадает с фурье-образом амплитудного пропускания транспарантов:

$$E_{IH}(\xi, \eta) \sim V_1(\xi, \eta) \exp(-i2\pi\eta\alpha) + V_2(\xi, \eta) \exp(i2\pi\eta\alpha). \quad (12.10)$$

Поскольку на регистрирующую среду, помещенную в фурье-плоскость P_H , записывается квадрат модуля данного распределения, то, следовательно, амплитудное пропускание полученного фильтра соответствует выражению

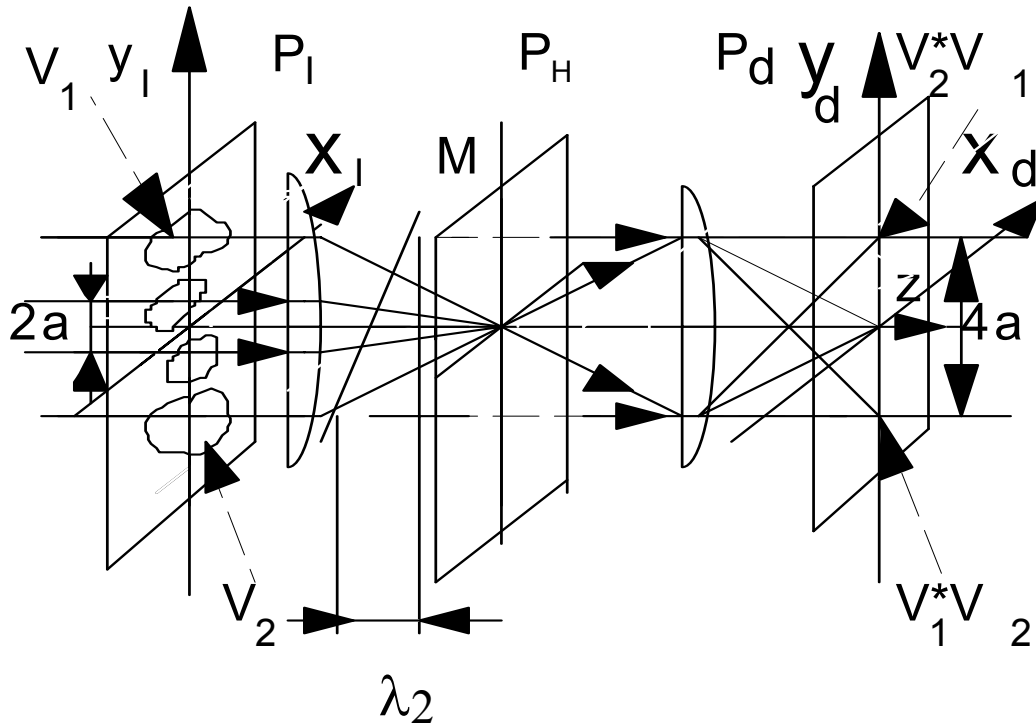


Рис.12.3

$$t_H \sim |V_1|^2 + |V_2|^2 + V_1 V_2^* \exp(-i4\pi\eta\alpha) + V_1^* V_2 \exp(i4\pi\eta\alpha). \quad (12.11)$$

Данный фильтр записывается с помощью когерентного светового излучения с длиной волны λ_1 , по существу он представляет собой голограмму с кодированным опорным пучком.

При освещении этого фильтра плоской световой волной с длиной волны λ_2 , отраженной от светоделителя M , в выходной плоскости P_d получают изображение, описываемое следующим распределением комплексных амплитуд:

$$E_d(x_d, y_d) \sim V_1^* V_2 + V_1 V_2^* \delta(x_d, y_d + 2\alpha) + V_2^* V_1 \delta(x_d, y_d - 2\alpha). \quad (12.12)$$

Таким образом, в выходной плоскости рассмотренной системы формируются кросскорреляции входных функций V_1 и V_2 , которые локализируются вокруг точек с координатами $[0, \pm 2\alpha(\lambda_2 f_2 / \lambda_1 f_1)]$. Нужно отметить, что запись и считывание могут осуществляться на одной длине волны, если это не лимитируется свойствами регистрирующего материала.

Коррелятор с одновременным преобразованием имеет ряд преимуществ перед коррелятором с частотной плоскостью: 1) менее жесткие допуски на

точность установки элементов, поскольку полученный в результате записи фильтр освещается плоской волной; 2) контрастную интерференционную картину и, как следствие этого, хорошую модуляцию всех составляющих в спектре пространственных частот функций V_1 и V_2 . Коррелятор с одновременным преобразованием предпочтительно применять в тех случаях, когда входные функции поступают в реальном масштабе времени.

Следет отметить, что повышение надежности распознавания можно добиться за счет предварительной обработки исходного изображения, например оконтуривания, поскольку контурные линии для большинства изображений обладают наибольшей информативностью.

Для построения описанных когерентных оптических процессоров решающее значение имеет создание оперативных устройств ввода и вывода информации, обработки и вывода данных, необходимо широко использовать методы сжатия информации. Кроме того, необходимы также устройства, способные синтезировать пространственные операционные фильтры в реальном масштабе времени.

13. СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ОПЕРАЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ

Методы синтеза пространственных операционных фильтров с произвольными комплексными передаточными функциями можно разделить по способу их реализации на две группы: 1) методы, требующие оптической записи; 2) цифровые методы синтеза, основанные на использовании ЭВМ. Несмотря на различие в способе реализации все методы синтеза имеют общий подход к проблеме синтеза - построение действительной неотрицательной функции, однозначно связанной с передаточной функцией синтезируемого фильтра и эквивалентной (с определенной точностью) с ней по воздействию на оптический сигнал подлежащий фильтрации. Это является следствием того, что любая регистрирующая среда реагирует только на интенсивность падающего светового поля, т.е. способна зарегистрировать распределения, описываемые только действительными неотрицательными функциями.

Проиллюстрируем это на примере метода Вандер-Люгта. В основе его лежит идея, согласно которой комплексный сигнал с произвольными амплитудными и фазовыми характеристиками можно записать с помощью пространственно-частотной модуляции опорного сигнала с известной амплитудой и фазой. То есть при использовании метода Вандер-Люгта действительная неотрицательная функция получается путем сложения заданной комплексной передаточной функции с известной опорной комплексной функцией.

Оптическая схема устройства, реализующего метод Вандер-Люгта, показана на рис.13.1. Устройство состоит из точечного источника когерентного света S , зеркал 2 и 4, светоделителей 1 и 3; оно представляет собой модификацию хорошо известного интерферометра Маха-Цендера.

В процессе записи комплексного фильтра свет от точечного источника S коллимируется линзой L_1 и поступает в интерферометр. Часть плоского светового пучка с помощью светоделителя 1 и зеркала 2 направляется на входной транспарант I , амплитудный коэффициент пропускания которого соответствует распределению амплитуды импульсного отклика $h(x,y)$, т.е. $t = k_1 h(x,y)$. Линза L_2 осуществляет преобразование Фурье входного сигнала $U_1^{(+)} \sim h(x,y)$. В результате в ее задней фокальной плоскости появится распределение комплексных амплитуд света, пропорциональное фурье-образу $h(x,y)$, т.е. передаточной функции фильтра $H(\xi,\eta)$. Другая часть коллимированного светового пучка направляется с помощью зеркала 3 и светоделителя 4 в плоскость регистрации H (спектральная плоскость) под некоторым углом γ к оптической оси, который регулируется поворотом зеркала 4. Этот световой пучок является опорным. Он создает в плоскости регистрации фильтра H распределение амплитуд с пространственной частотой $\nu_R = \sin \gamma / \lambda$:

$$U_R(\xi, \eta) = R \exp(-2\pi i f_y \eta); \quad f_y = f \sin \gamma.$$

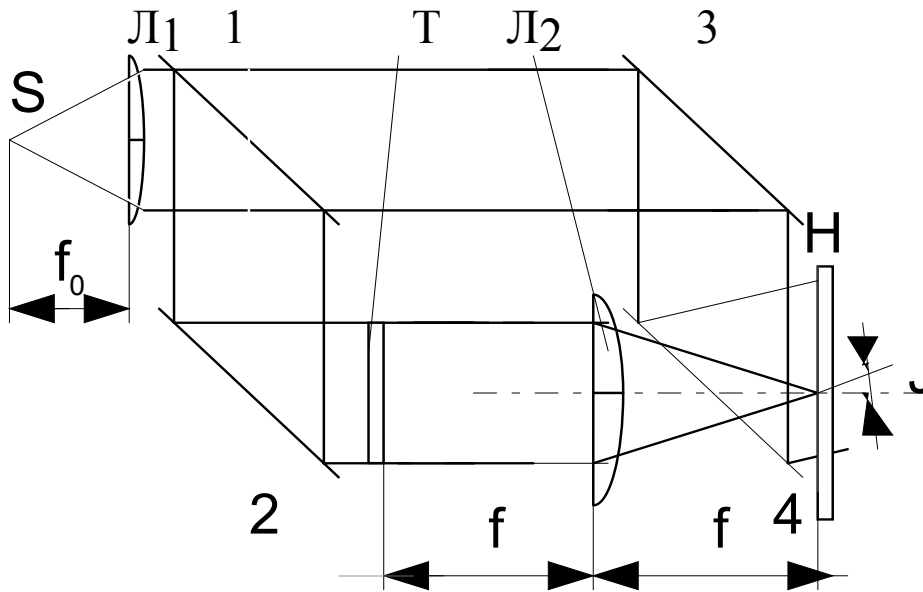


Рис.13.1

Поэтому после интерференции результирующее световое поле будет иметь комплексную амплитуду $U_{\Sigma}(\xi, \eta) \sim R \exp(-2\pi i f_y \eta) + H(\xi, \eta)$. Интенсивность результирующего светового поля будет

$$I(\xi, \eta) \sim R^2 + |H(\xi, \eta)|^2 + RH(\xi, \eta) \exp(2\pi i f_y \eta) + R H^*(\xi, \eta) \exp(-2\pi i f_y \eta).$$

Если в плоскость регистрации H поместить фотографическую пластинку и зарегистрировать полученную интерференционную картину, то после соответствующей обработки получим транспарант с амплитудной функцией пропускания $t_H \sim I(\xi, \eta)$. Данный транспарант может служить в качестве искомого фильтра.

Таким образом, благодаря введению опорного светового пучка требуемая комплексная передаточная функция $H(\xi, \eta)$ записывается с помощью пространственно-частотной модуляции опорной волны. Очевидно, что фильтр Вандер-Люгта представляет собой фурье-голограмму импульсного отклика $h(x, y)$.

Такой фильтр имеет сложную функцию пропускания по амплитуде. И только один из компонентов содержит желаемую передаточную функцию $H(\xi, \eta)$. Покажем, что ее можно выделить и использовать для фильтрации входных сигналов. Для этого этот фильтр поместим в оптическую схему пространственной фильтрации.

Если на вход поступает оптический сигнал, описываемый комплексной функцией $U_I(x_I, y_I)$, то в результате фильтрации получим сигнал с комплексной амплитудой:

$$U_H^{(+)}(\xi, \eta) \sim t_H(\xi, \eta) U_I(\xi, \eta) = R^2 U_I(\xi, \eta) + |H(\xi, \eta)|^2 U_I(\xi, \eta) + R H(\xi, \eta) U_I(\xi, \eta) \times \\ \times \exp(2\pi i f_y \eta) + R H^*(\xi, \eta) U_I(\xi, \eta) \exp(-2\pi i f_y \eta).$$

Соответственно в выходной плоскости возникает световое поле, описываемое следующим распределением комплексных амплитуд:

$$U_d(x_d, y_d) \sim F[U_H^{(+)}(\xi, \eta)] \sim R^2 U_I(x_d, y_d) + U_I(x_d, y_d) * h(x_d, y_d) * h^*(-x_d, y_d) + \\ + R U_I(x_d, y_d) * h(x_d, y_d + f_y) + R U_I(x_d, y_d) * h^*(-x_d, -y_d + f_y).$$

Первый член соответствует изображению входного сигнала, которое образуется в центре выходной плоскости. Изображение, определяемое вторым членом, также возникает в центральной области выходной плоскости и накладывается на изображение входного сигнала. Эти изображения не представляют интереса. Изображения, определяемые двумя последними членами, образуются на расстоянии f_y от начала координат (центра) по разные стороны. Изображение, соответствующее третьему члену, представляет собой свертку входного сигнала с импульсным откликом и является требуемым выходным сигналом. Изображение, описываемое четвертым членом, является взаимной корреляцией входного сигнала с импульсным откликом фильтра. Эти изображения могут быть пространственно отделены от двух первых при определенном выборе угла между опорным пучком и оптической осью в системе записи фильтра, который определяется следующей зависимостью:

$$\sin \gamma = f_y / f.$$

14. КОГЕРЕНТНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

В оптических системах обработки сигналов так же, как и в электронных устройствах, возможно использование обратной связи, что позволяет получить характеристики передачи пространственных частот, которые нельзя определить другими методами. Оптическая обратная связь может быть также эффективно использована при построении нелинейных или пространственно неоднородных систем обработки информации.

Рассмотрим наиболее простой способ введения оптической обратной связи (рис. 14.1). Часть выходного изображения возвращается на вход системы (ее ход показан пунктиром), где объединяется со входным изображением, и вновь поступает в оптическую систему обработки с помощью системы из двух полупрозрачных зеркал M_1 и M_2 . Зеркала M_1 и M_2 симметрично наклонены к оптической оси под малым углом θ , но достаточным, чтобы в плоскости фильтрации $P_H(x_H, y_H)$ получить два пространственно разделенных фурье-образа входного и выходного изображений (для пространственной фильтрации сигнала при прохождении через оптическую систему и цепь обратной связи). Таким образом, в оптической системе с обратной связью применяют два пространственных операционных фильтра: фильтр прямого хода с передаточной функцией $H(\xi, \eta)$ и фильтр обратной связи с передаточной функцией $G(\xi, \eta)$. Входной сигнал формируется в плоскости $P_I(x_I, y_I)$, а выходной (отфильтрованный) сигнал - в плоскости $P_d(x_d, y_d)$.

Поскольку в описанной системе используется когерентный свет, относительный фазовый сдвиг $\Delta\varphi$ между входным изображением и изображением обратной связи в плоскости P_I , где происходит их объединение, определяется длиной оптического пути полного цикла $l \approx 8f$. Эта разность фаз $\Delta\varphi = 2\pi l/\lambda$, как и в электронике, определяет тип обратной связи. При $\Delta\varphi = 2n\pi$ имеет место положительная обратная связь, при $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$ - отрицательная обратная связь. При других значениях $\Delta\varphi$ реализуется комплексная обратная связь. Обычно зеркало M_2 крепится на пьезоэлектрическом приводе, который позволяет достаточно точно регулировать и контролировать длину оптического пути l , а следовательно, и разность фаз $\Delta\varphi$. Поэтому в оптической системе легко может быть реализован любой тип обратной связи. Обычно длина оптического пути l меньше 5 м, так что время полного цикла оптического процессора с обратной связью составляет менее 15 нс. Следовательно, для того чтобы система успевала приходить в стационарное состояние, входное изображение должно изменяться медленно, а именно в микросекундном диапазоне.

Приведем вывод передаточной функции оптической системы с обратной связью. Обозначим коэффициенты отражения зеркал M_1 и M_2 соответственно R_1 и R_2 . Зеркала имеют высокую отражательную способность, так что $R_1=R_2=0,95$ по амплитуде сигнала. Поэтому зеркало M_2 отражает

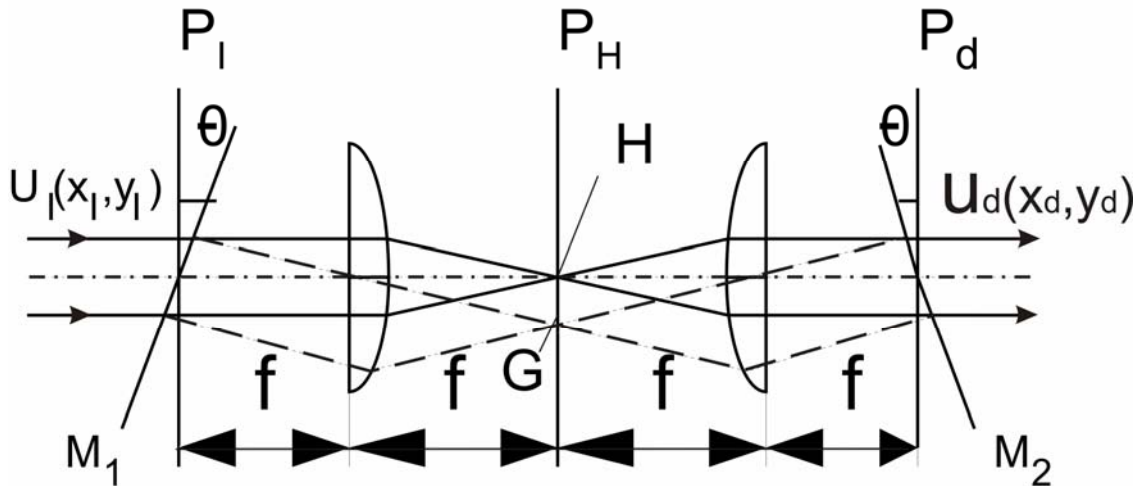


Рис.14.1

основную часть выходного сигнала в тракт обратной связи. Коэффициенты пропускания оптической системы между зеркалами M_1 и M_2 , а также самих зеркал M_1 и M_2 обозначим t_0 , t_1 и t_2 . Коэффициент пропускания оптической системы процессора $t_0 \approx 0,98$; $t_1 = 1-R_1 \approx t_2 \approx 0,02$. В фурье-плоскости оптической системы с обратной связью имеем сигнал $t_1 U_i(\xi, \eta) + R_1 U_F(\xi, \eta)$. Второй член выражения представляет собой фурье-преобразование вклада, даваемого схемой обратной связи. В результате фильтрации получим сигнал

$$H(\xi, \eta) [t_1 U_i(\xi, \eta) + R_1 U_F(\xi, \eta)].$$

Выходной сигнал

$$U_d(x_d, y_d) = F^{-1} \{t_2 H(\xi, \eta) [t_1 U_i(\xi, \eta) + R_1 U_F(\xi, \eta)]\},$$

так что

$$U_d(\xi, \eta) = t_2 H(\xi, \eta) [t_1 U_i(\xi, \eta) + R_1 U_F(\xi, \eta)].$$

Поскольку функция $U_F(\xi, \eta)$ описывает сигнал, идущий по цепи обратной связи через фильтр $G(\xi, \eta)$,

$$U_F(\xi, \eta) = \frac{R_2 t_0}{R_2 t_0} U_d(\xi, \eta) G(\xi, \eta).$$

t_2

Подставив последнее выражение в предыдущее и решив ее относительно $U_d(\xi, \eta) / U_I(\xi, \eta)$, найдем полную передаточную функцию системы:

$$H_f(\xi, \eta) = \frac{U_d(\xi, \eta)}{U_I(\xi, \eta)} = \frac{t_1 t_2 H(\xi, \eta)}{1 - R_1 R_2 t_0 G(\xi, \eta) H(\xi, \eta)}$$

Оптические процессоры с обратной связью впервые были использованы для улучшения качества изображений, регулировки их контраста, а также аналогового решения уравнений в частных производных.

Например, изображение искажено помехой, которая описывается импульсной характеристикой $k(x_I, y_I)$. В этом случае исходное изображение может быть восстановлено в оптической системе с обратной связью, которая обладает следующими характеристиками: $H(\xi, \eta) \equiv 1$; $G(\xi, \eta) = 1 - K(\xi, \eta)$; $\Delta\varphi = 2\pi$. Полная передаточная функция такой системы имеет вид

$$H_f(\xi, \eta) = \frac{t_1 t_2}{1 - R_1 R_2 t_0 + R_1 R_2 t_0 K(\xi, \eta)}$$

Так как $1 - R_1 R_2 t_0 = 0,005$, то $H_f = K^{-1}(\xi, \eta)$, что является необходимым для восстановления изображения передаточной функции. Достоинство системы с обратной связью состоит в том, что фильтр с передаточной функцией $G(\xi, \eta) = 1 - K(\xi, \eta)$ не имеет особенностей в отличие от инверсного фильтра с передаточной функцией $1/K(\xi, \eta)$, он реализуется просто как оптическим путем, так и путем синтеза на ЭВМ.

15.ОПТОЭЛЕКТРОННАЯ ГИБРИДНАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА

Основные достоинства когерентных оптических процессоров в сравнении с электронными обусловлены параллельностью работы и возможностью осуществлять сложные двумерные операции типа комплексного преобразования Фурье, корреляции и свертки, которые лежат в основе методов решения прикладных задач. Аналоговые оптические процессоры особенно эффективны в системах обработки изображений, поскольку для них изображение является естественным двумерным операндом, а основные операции обработки изображений - преобразование Фурье и пространственная фильтрация - осуществляются за один такт работы. Поэтому оптическая обработка изображений находит широкое применение в задачах распознавания и идентификации образов, анализа изображений земной поверхности, полученных при аэрофотосъемке, анализа движения облаков и воздушных масс по изображениям, полученным с метеорологических спутников.

Однако оптические процессоры в настоящее время еще не обладают эффективными логическими средствами и оперативными устройствами ввода-вывода данных. Поэтому техническая реализация оптической обработки информации осуществляется путем создания оптоэлектронных гибридных вычислительных систем (ГВС). В состав такой ГВС входит цифровой электронный процессор, который обеспечивает ввод-вывод данных, программное управление процессом обработки, а также цифровую обработку и когерентный аналоговый оптический процессор, выполняющий основные операции по параллельной обработке двумерного потока данных. Одной из основных функций оптического процессора в ГВС является сжатие информации, благодаря чему существенно облегчается задача согласования скоростей обработки данных в оптическом и электронном процессорах.

Структура оптоэлектронной ГВС представлена на рис15.1. В оптический процессор ГВС информация поступает из видеоканала 13, киноплёнки 10 через преобразователи 11,12 из аналоговой памяти 7, оперативной или внешней цифровой памяти 8 электронного процессора 9. Входная информация загружается через блоки сопряжения 16,17 и канал данных 15 в устройство ввода 2, которое представляет собой матричный пространственный модулятор света. Далее информация вносится в коллимированный световой пучок и поступит в оптическую систему процессора для фильтрации. Операционные фильтры могут быть записаны на обычную фотопластинку или оперативный носитель в виде библиотеки стандартных фильтров, а также синтезированы в процессе обработки информации. Библиотека стандартных фильтров записывается в виде двумерной матрицы подобно матрице Фурье-голограмм ГЗУ.

Спектр входного сигнала направляется на нужный операционный фильтр с помощью дефлектора, управляющего излучением лазера 1. В спектральной области оптического процессора может храниться до 10 и более

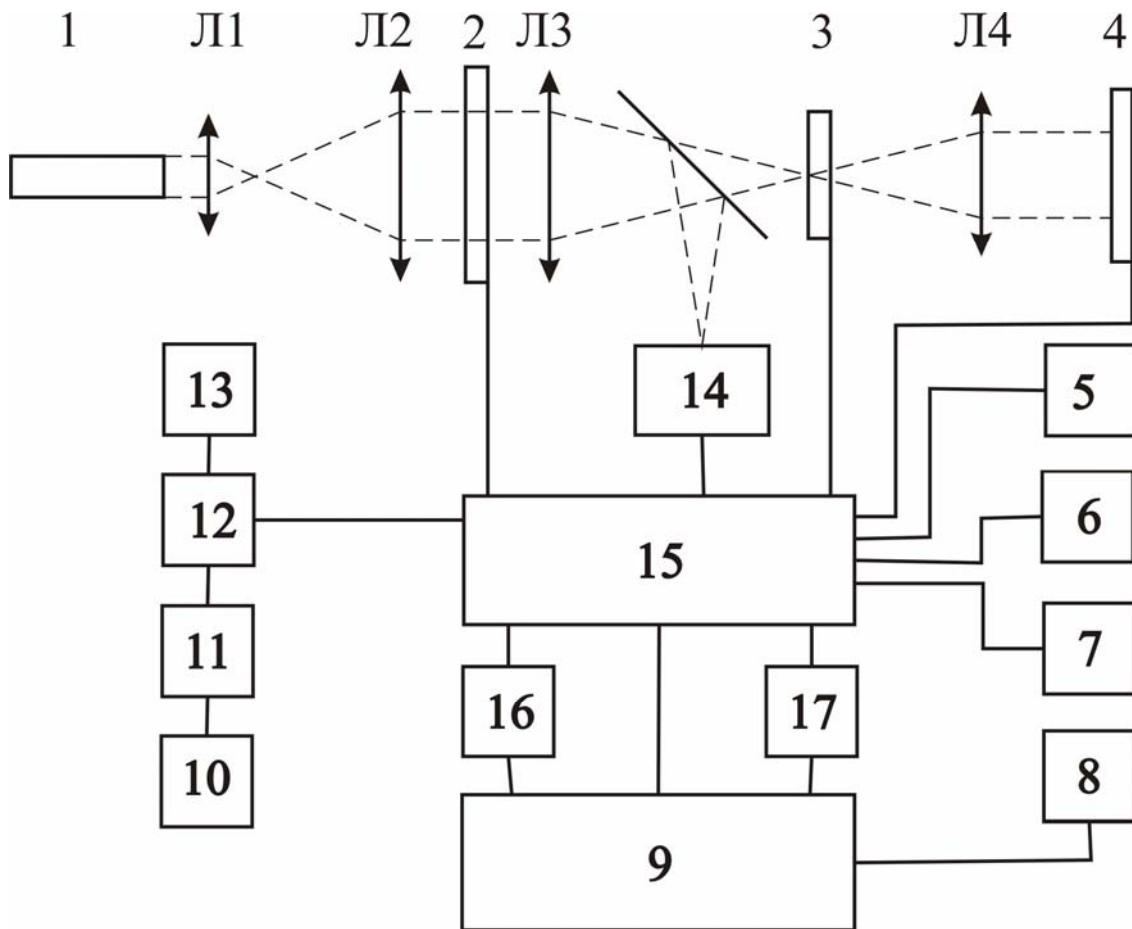


Рис.15.1

операционных фильтров, предназначенных для выполнения стандартных операций. Необходимость синтеза операционного фильтра в реальном масштабе времени возникает часто, например при осуществлении согласованной фильтрации. Поэтому для записи операционных фильтров, синтезируемых электронным процессором, требуются оперативный носитель 3 и устройство, производящее запись в электронном масштабе времени. Вывод информации осуществляется как в выходной, так и в спектральной плоскости оптического процессора. Для этой цели используются интегральные фотоматрицы 4 и 14. Можно воспользоваться также и обычными видиконами. Информация с выхода этих устройств передается на цифровой электронный процессор для логического анализа, выработки дальнейших управляющих сигналов и отображения результатов.

Результаты обработки могут быть переданы в аналоговую или цифровую память для хранения, отображены на дисплее 5 и выведены на печать 6. Необходимо отметить, что выходные детекторы 4 и 14 способны

зарегистрировать только интенсивность падающего на них светового поля. Амплитуду и фазу выходного сигнала следует определять из известных характеристик опорного пучка путем совмещения его с выходным сигналом и детектирования суммарного поля. Амплитуда и фаза выходного сигнала при этом могут быть выделены из суммарного сигнала с помощью цифровых методов восстановления на электронном процессоре.

16. РАБОТА АКУСТООПТИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА СПЕКТРА РАДИОСИГНАЛОВ

В основе работы акустооптических устройств обработки радиосигналов, в том числе анализаторов спектра, лежит явление дифракции света на акустических волнах, которые вследствие эффекта фотоупругости вызывают во времени и пространстве периодические изменения показателя преломления в материале светозвукопровода. Проходящий через акустическое поле свет дифрагирует на неоднородностях показателя преломления как на фазовой дифракционной решетке.

Характер дифракции существенно зависит от соотношения между длиной волны света λ , длиной акустической волны и шириной акустического пучка L . При выполнении условия $Q \ll 1$, где $Q = \lambda L / n \Lambda^2$ - параметр акустооптического взаимодействия, фазовая решетка может рассматриваться как плоская. В этом случае дифракция происходит при любом угле падения света на акустический пучок. Дифракционная картина содержит значительное число максимумов с симметричным относительно нулевого порядка распределением интенсивности света. Такой режим акустооптического взаимодействия носит название дифракции Рамана-Натта.

Существенно иной характер имеет дифракция при $Q \gg 1$. Фазовая решетка в этом случае является принципиально трехмерной. Дифракционная картина возникает лишь при определенном угле падения света (угле Брэгга) и содержит, как правило, лишь один дифракционный максимум. Этот режим акустооптического взаимодействия называется дифракцией Брэгга.

Рассмотрим подробнее задачу о распространении света в изотропной среде, в которой по оси x бежит плоская акустическая волна с частотой Ω и волновым числом K . Упругая волна сопровождается изменением показателя преломления

$$n(x,t) = n_0 + \Delta n \sin(\Omega t - Kx), \quad (16.1)$$

где n_0 - показатель преломления невозмущенной среды, Δn - амплитуда изменения показателя преломления под действием акустической волны.

Пусть на область возмущения, заключенную между плоскостями $z=0$ и $z=L$, падает под углом θ_0 плоская световая волна:

$$E = E_0 \exp[i(\omega t - k_x x \sin \theta_0 - k_z z \cos \theta_0)], \quad (16.2)$$

где E_0 - ее амплитуда, ω - круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число. Проходя через область возмущения, световая волна распадается на сумму плоских волн, которые дают соответствующие дифракционные максимумы.

$$E = E_0 \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p \exp[i(\omega_p t - k_p x \sin\theta_p - k_p z \cos\theta_p)]. \quad (16.3)$$

Углы дифракции θ_p удовлетворяют формуле дифракционной решетки с периодом $\Lambda = 2\pi/K$:

$$k_p \sin\theta_p = k_0 \sin\theta_0 + pK. \quad (16.4)$$

Но в отличие от обычной фазовой решетки, здесь частота дифрагированных волн отличается от частоты падающего света:

$$\omega_p = \omega_0 + p\Omega. \quad (16.5)$$

Сдвиг частоты на $p\Omega$ обусловлен эффектом Доплера вследствие того, что дифракция происходит на движущейся решетке.

Так как $\Omega \ll \omega_0$, то можно пренебречь изменением длины волны света в процессе дифракции и считать для изотропной среды $k_p \approx k_0$. При этом следует иметь в виду, что при смещении волн разных дифракционных порядков (что широко используется в устройствах обработки сигналов), доплеровским сдвигом частоты пренебрегать нельзя, поскольку он приводит к модуляции интенсивности света на разностных частотах.

В акустооптических устройствах используются, как правило, максимумы +1-го и -1-го порядков дифракции, при этом угол отклонения лучей относительно падающего (нулевого порядка) в соответствии с (4) $\theta = \lambda/\Lambda$. Учитывая, что $\Lambda = v/f$, получаем

$$\theta = \lambda f/v. \quad (16.6)$$

Важной характеристикой является дифракционная эффективность, характеризующая долю падающего света, отклоненного в дифракционный порядок $\eta = I_d/I_0$.

В режиме дифракции Рамана-Натта дифракционная эффективность задается функциями Бесселя p -го порядка

$$\eta_p = J_p^2(qL), \quad (16.7)$$

где q - параметр, пропорциональный мощности акустической волны и задающий величину Δn в (1).

В соответствии с (7) максимальная доля света, приходящаяся на какой-либо порядок дифракции в режиме Рамана-Натта, не превышает 33,4% от падающего света.

В режиме Брэгга дифракционная эффективность равна

$$\eta = \sin^2(qL/2). \quad (16.8)$$

Согласно (16.8) максимальная дифракционная эффективность в идеальном случае равна 100%, т.е. вся энергия падающего света перекачивается в дифракционный порядок. На практике максимальная дифракционная эффективность снижается из-за расходимости световых и звуковых пучков, затухания ультразвука, отклонения от режима дифракции Брэгга и пр.. Однако при необходимости несложно получить эффективность дифракции 80-90%.

В акустооптических устройствах в принципе может использоваться как раман-наттовский, так и брэгговский режим дифракции. Но поскольку дифракция Рамана-Натта имеет место на сравнительно низких частотах (до нескольких десятков мегагерц), то создать широкополосные и быстродействующие устройства в этом случае не представляется возможным. Кроме того, раман-наттовский режим дает большие световые потери и меньший динамический диапазон. Недостатком брэгговской дифракции является ее угловая селективность, которая вследствие зависимости угла Брэгга от частоты ультразвука ограничивает рабочий диапазон частот Δf . Поэтому наилучшие характеристики устройств достигаются в промежуточном режиме дифракции, когда диапазон Δf достаточно широк, но паразитные дифракционные максимумы практически отсутствуют.

К настоящему времени предложено и исследовано большое количество акустооптических устройств, отличающихся назначением, принципом действия и конструкцией. Но несмотря на все их разнообразие они имеют много общего, поскольку основу этих устройств составляет одна или несколько акустооптических ячеек.

Акустооптическая ячейка - это светозвукопровод из прозрачного кристаллического или стеклообразного материала (или кювета с жидкостью), в котором с помощью пьезопреобразователя возбуждается упругая волна. Проходящий через ячейку свет дифрагирует в акустическом поле. При этом в дифрагированный пучок переносится информация, содержащаяся как в падающей световой волне, так и в электрическом сигнале, подаваемом на преобразователь.

Принцип работы акустооптического анализатора спектра радиосигнала поясняется с помощью рис.16.1. Анализируемые сигналы усиливаются широкополосным усилителем и подаются на ультразвуковой преобразователь акустооптической ячейки. Излучаемый лазером световой пучок расширяется с помощью коллиматора до диаметра D и падает на акустооптическую ячейку под углом θ . Распространяющиеся в акустооптической ячейке ультразвуковые волны с частотами в диапазоне Δf вызывают периодические изменения показателя преломления среды, в результате чего происходит дифракция

света. Лучи дифрагированного света первого порядка отклоняются в соответствии с (16.6) в диапазоне углов

$$\Delta\theta = \lambda\Delta f/v. \quad (16.9)$$

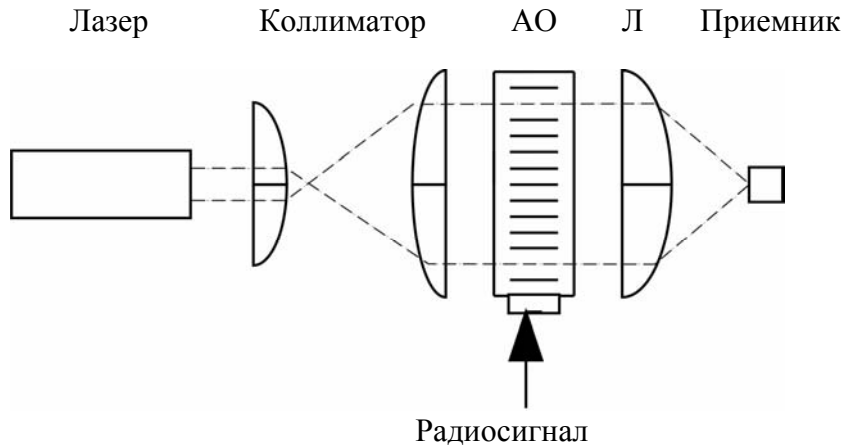


Рис.16.1

Дифрагированные лучи собираются и фокусируются выходным объективом Л на фотоприемник.

Как следует из (16.8) и (16.9), угол отклонения дифрагированных лучей пропорционален частоте анализируемых сигналов. Следовательно, если поместить в фокальной плоскости системы линз L_1-L_2 линейку фотоприемников, электрический отклик на их выходах будет пропорционален амплитуде спектральных составляющих анализируемого сигнала.

Рассмотрим основные характеристики акустооптического анализатора спектра радиосигналов.

А. Разрешающая способность по частоте

Разрешающая способность δf акустооптического анализатора спектра характеризует его способность различить два сигнала с близкими частотами. Она определяется дифракционной расходимостью светового пучка, проходящего через ячейку. Угловая расходимость светового пучка круглого сечения диаметром D равна

$$\delta\theta = 2,44 \lambda/D. \quad (16.10)$$

Сопоставляя (16.6) и (16.10), получим

$$\delta f = 2,44 v/D. \quad (16.11)$$

Отношение D/v равно времени t прохождения акустического сигнала через апертуру акустооптической ячейки и характеризует быстродействие обработки сигнала акустооптическим устройством. Следовательно

$$\delta f = 2,44/t. \quad (16.12)$$

Из (16.12) видно, что частотное разрешение зависит от скорости распространения акустической волны. Поэтому для получения высокого разрешения применяют материалы с относительно высокой скоростью распространения звука. Например, при использовании кристаллов парателурита (TeO_2) с возбуждением медленной сдвиговой волны ($v = 660$ м/с) получено максимально достижимое в настоящее время разрешение, которое составляет около 40 кГц.

Б. Диапазон анализируемых частот.

Рабочий диапазон частот акустооптической ячейки в основном представляется полосой ультразвукового преобразователя и полосой акустооптического взаимодействия. Полоса частот ультразвукового преобразователя зависит от коэффициента электромеханической связи применяемого пьезоэлектрического материала и отношения акустических импедансов преобразователя и акустооптической среды. Конструкция и метод крепления преобразователя к светозвукопроводу непосредственно влияют на эффективность возбуждения звуковой волны и на полосу рабочих частот. В области частот ниже 1 ГГц наиболее широко применяются пластины монокристаллов LiNbO_3 . Особую важность имеет метод крепления преобразователя. На частотах порядка сотен МГц используется диффузная сварка с помощью напыленных слоев индия. После сварки пластины пьезоэлектрика со звукопроводом ее сошлифовывают до толщины, соответствующей половине длины звуковой волны в пьезоэлектрике на центральной частоте акустооптической ячейки. Толщину можно рассчитать с помощью так называемой частотной постоянной. Для ниобата лития, повернутого на 163 Y-среза, применяемого для возбуждения сдвиговых волн, частотная постоянная равна 2280 МГц.мкм.

На частоте выше 1 ГГц толщина преобразователя становится очень малой (порядка долей микрона). В силу технологических трудностей в этом случае применяют напыление тонкой пленки пьезоэлектрического материала.

Обычно стремятся получить полосу акустооптической ячейки величиной в октаву, т.е. $f_B = 2f_H$. Полоса акустооптического взаимодействия определяется по уменьшению на 3 дБ интенсивности дифрагированного света при изменении частоты акустической волны и фиксированном угле падения света. Можно показать, что полоса акустооптического взаимодействия дается выражением

$$\Delta f = 1,8nv^2/\lambda f_0 L, \quad (16.13)$$

где f_0 - центральная частота, для которой выполнено условие Брэгга.

Из выражений (16.11) и (16.13) следует, что одновременное получение высокого разрешения и широкой полосы анализа затруднительно. Поэтому при

создании спектроанализаторов практически достижимо либо высокое разрешение (до 40 кГц), либо большая полоса анализа (от 500 до 1000 МГц) при невысоком разрешении (1000 кГц).

В первом случае обычно используются материалы с относительно низкой скоростью распространения звука. Например, при использовании ячейки на базе кристалла TeO_2 , в котором возбуждается медленная сдвиговая волна распространяющаяся вдоль его оси $[100]$ с $v = 616$ м/с, возможно осуществление анализа спектра с разрешением 37 кГц в полосе анализа 160 МГц.

При использовании того же кристалла, в котором возбуждается быстрая сдвиговая волна, распространяющаяся вдоль его оси $[001]$ с $v = 4200$ м/с, полоса анализа спектра может составить 2000 МГц при разрешении 250 кГц. Отсюда следует целесообразность создания анализатора спектра с двумя трактами, дополняющими друг друга по разрешению и полосе анализа.

17. РАДИОЛОКАЦИОННЫЕ СТАНЦИИ С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ АНТЕННЫ (РСА)

Радиолокаторы с длинной вдольфюзеляжной антенной позволяют получать детальные радиолокационные изображения только на относительно небольших дальностях. При выносе полосы разведки на десятки километров от самолета необходимо использовать антенны длиной в десятки и сотни метров, размещение которых на самолете невозможно.

Для преодоления этого затруднения используется метод синтеза апертуры антенны, заключающийся в запоминании отраженных от целей сигналов на участке траектории полета, длина которого равна требуемой длине антенны. Последующая обработка зарегистрированных сигналов в бортовой или наземной аппаратуре позволяет получить радиолокационное изображение с высокой детальностью.

В настоящее время наибольшее распространение получили оптические системы обработки. В их основе лежит голографический метод, при котором записанные на пленку радиолокационные сигналы (радиоголограммы) используются для формирования радиолокационного изображения.

В РСА принцип голографии используется как при регистрации отраженных радиоволн, так и в оптических устройствах ООС.

Опорная волна, проходя через голограмму, создает изображение объекта точно в том месте, где он находился в момент записи голограммы. Изображение (точки) не будет точечным, а несколько размытым. Размер пятна δx , определяющий детальность создаваемого изображения, можно найти из выражения, имеющего следующий вид:

$$\delta x = \lambda R / X;$$

где λ - длина облучающей волны; R - Расстояние от голограммы до объекта; X - линейный размер голограммы.

Сформулируем основные особенности голографического процесса:

- необходимо наличие когерентных опорной и сигнальной волн;
- в процессе голографирования происходит перекодирование амплитудно-фазового распределения поля сигнальной волны в амплитудное распределение сигнала и регистрация этого сигнала в виде голограммы (интерференционной картины);
- для восстановления изображения необходимо облучить голограмму опорной волной.

Голограммы обладают рядом интересных свойств. Одно из них состоит в возможности изменения масштаба изображения. Если одновременно изменить в одно и то же число раз линейный размер голограммы и длину волны восстанавливающего изображения пучка света, то в соответствующее число раз

изменится и масштаб создаваемого изображения. Если изменения длины волны и масштаба голограммы непропорциональны, то изображение также будет сформировано, однако в нем возникнут масштабные искажения. Во многих практических применениях эти искажения не играют существенной роли.

Это свойство позволяет записывать голограммы на одной длине волны, например в радиодиапазоне, а восстанавливать волновой фронт и наблюдать изображение на другой волне, в оптическом диапазоне.

Рассмотрим радиолокационную систему бокового обзора, установленную на борту самолета, как показано на рис.17.1. Предположим, что последовательность импульсных радиолокационных сигналов направлена на местность от радарной системы на самолете и что отраженные сигналы, зависящие от отражательной способности местности, принимаются с площадки, близлежащей к курсу самолета. Назовем координату радиолокационного изображения, поперечную направлению полета, "дальностью", а совпадающую с трассой полета - "азимут". Удобно также назвать координату, соединяющую траекторию радиолокатора на самолете с любой рассматриваемой целью, "наклонной дальностью". Если используется радиолокационная система обычного типа, то разрешение по азимуту будет иметь величину порядка $\lambda r_1/D$, где λ - длина волны радиолокационных сигналов, r_1 - наклонная дальность, D - размер апертуры антенны вдоль трассы полета. Однако длина волны радиолокационного сигнала на несколько порядков больше оптической волны и, следовательно, для того, чтобы получить угловое разрешение, сравнимое с разрешением системы фоторазведки, требуется очень большая величина апертуры антенны D . Требуемая длина антенны может составлять десятки и даже сотни метров. Очевидно, что на самолете это трудно реализовать.

Однако это затруднение можно преодолеть, применяя метод синтезированной апертуры. Основной принцип синтеза апертуры состоит в том, что различные элементы решетки не обязательно должны существовать одновременно в пространстве. Предположим, что на самолете установлена маленькая антенна бокового обзора и что относительно широкий луч радара сканирует местность за счет движения самолета. Положения самолета, в которых излучаются радиолокационные импульсы, можно рассматривать как элементы линейной антенной решетки. Тогда принимаемый сигнал в каждом из этих положений регистрируется когерентно как функция времени, поскольку на радиолокационный приемник подается опорный сигнал, позволяющий одновременно регистрировать и амплитудную, и фазовую информацию. Затем различные записанные комплексные волны соответствующим образом обрабатываются для синтеза действительной апертуры.

Чтобы изучить более подробно, как реализуется этот метод синтеза антенны, рассмотрим сначала задачу с точечной целью и затем распространим полученные результаты методом суперпозиции на более сложный случай. Предположим, что точечная цель находится в точке x_1 .

Радиолокационный импульс формируется путем периодической прямоугольной модуляции синусоидального сигнала с угловой частотой равной ω .

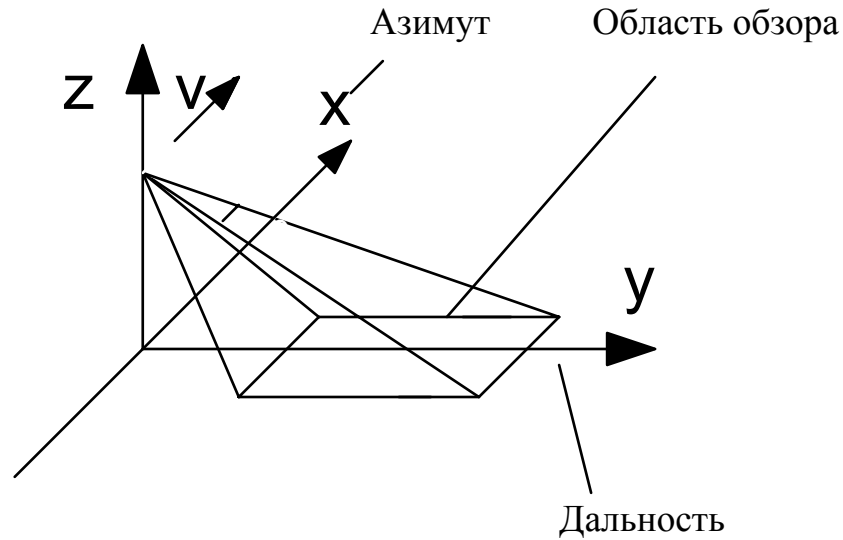


Рис.17.1

Эти периодические импульсы дают информацию о дальности и точное разрешение по азимуту при условии, что расстояние, пролетаемое самолетом между выборками импульсов, меньше чем $\pi\Delta r$, где Δr - пространственная ширина полосы частот отражений от земной поверхности. Тогда сигнал, отраженный от точечной цели, можно записать в виде

$$S_1(t) = A_1 \exp[i\omega(t-2r/c)], \quad (17.1)$$

где A_1 - соответствующая комплексная постоянная. Комплексная величина A_1 включает такие факторы, как излучаемая мощность, отражательная способность цели, фазовый сдвиг и закон распространения (обратно пропорционально четвертой степени мощности). Воспользовавшись параксиальным приближением, дальность r можно записать так:

$$r \approx r_1 + (x-x_1)^2/2r_1. \quad (17.2)$$

Подставляя (17.2) в (17.1), получаем

$$S_1(t) = A_1(x_1, r_1) \exp\{i[\omega t - 2kr_1 - k(x-x_1)^2/r_1]\}, \quad (17.3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$. Выражение (17.3) зависит от t и x , причем пространственные и временные переменные связаны между собой соотношением

$$x = vt, \quad (17.4)$$

где v - скорость самолета. Если теперь предположим, что местность на расстоянии r_1 состоит из набора n точечных целей, то, воспользовавшись методом суперпозиции, запишем полный отраженный сигнал в виде

$$S(t) = \sum_{n=1}^N A_n(x_n, r_1) \exp \{i[\omega t - 2kr_1 - k(vt - x_n)^2 / r_1]\}. \quad (17.5)$$

Если отраженный радиолокационный сигнал, описывается (17.5), демодулируется с помощью синхронного детектора, то демодулированный сигнал можно записать так:

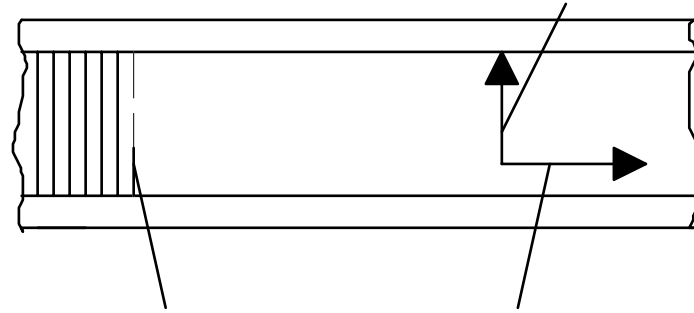
$$S(t) = \sum_{n=1}^N |A_n(x_n, r_1)| \cos[\omega_c t - 2kr_1 - k(vt - x_n)^2 / r_1 + \varphi_n], \quad (17.6)$$

где ω_c - произвольная несущая частота, а φ_n - произвольный фазовый угол.

Для запоминания отраженного радиолокационного сигнала применяют электронно-лучевую трубку. Подаваемый на нее демодулированный сигнал модулирует интенсивность электронного луча, который развертывается в вертикальном направлении синхронно с отраженными радиолокационными импульсами. Если изображение сигнала с экрана трубки спроектировать на фотопленку, которая перемещается в горизонтальном направлении с постоянной скоростью, то будет зарегистрирована последовательность трасс дальности, которые сформируют двумерное изображение (рис.17.2). Вертикальные линии описывают развертку по дальности, а по горизонтали откладываются положения азимута. Таким образом, зарегистрированное изображение представляет собой набор выборок сигнала $S(t)$. Эта выборка осуществляется таким образом, что к моменту окончания записи сигналов на пленке она оказывается существенно неразличимой от первоначального сигнала. При такой регистрации очевидно, что переменные во времени преобразуются в переменные по пространству в значениях расстояния вдоль линии записи. При правильной экспозиции прозрачность регистрирующей пленки представляет изменение отраженного радиолокационного сигнала по азимуту. Таким образом, если рассматривать только данные, зарегистрированные в направлении $y = y_1$, амплитудное пропускание можно представить в виде

$$T(x, y) = K_1 + K_2 \sum_{n=1}^N |A_n(x_n, r_1)| \cos[\omega_x x - 2kr_1 - \frac{k}{r_1} \frac{v}{v_f} (x - x_n)^2 + \varphi_n], \quad (17.7)$$

Дальность (y)



След модулированного Азимут (x)
по яркости электронного луча

Рис.17.2

где K_1 и K_2 - смещение и коэффициент пропорциональности, $x = v_f t$ - координата пленки; v_f - скорость перемещения пленки; $\omega_x = \omega_c / v_f$. Поскольку косинус можно представить в виде суммы двух комплексно-сопряженных экспонент, то сумму в (7.75) можно записать в виде двух сумм T_1 и T_2 :

$$T_1(x, y_1) = \frac{K_2 N}{2} \sum_{n=1}^N |A_n(x_n, r_1)| \exp \left\{ i \left[\omega_x x - 2kr_1 - \frac{k}{r_1} (v/v_f)^2 (x - x_n v_f/v)^2 + \phi_n \right] \right\}, \quad (17.8)$$

$$T_2(x, y_1) = \frac{K_2 N}{2} \sum_{n=1}^N |A_n(x_n, r_1)| \exp \left\{ -i \left[\omega_x x - 2kr_1 - \frac{k}{r_1} (v/v_f)^2 (x - x_n v_f/v)^2 + \phi_n \right] \right\}. \quad (17.9)$$

Для простоты ограничимся задачей для одной цели. Тогда для $n = j$ уравнение (17.8) принимает вид

$$T_1(x, y_1) = C \exp(i\omega_x x) \left[-i \frac{k}{r_1} \frac{v}{v_f} \left(\frac{v}{v_f} \right)^2 (x - x_j v_f/v)^2 \right], \quad (17.10)$$

где C - соответствующая комплексная постоянная. Первая экспонента описывает линейную фазовую функцию, т.е. просто наклон излученной волны. Угол наклона к плоскости пленки определяется выражением

$$\sin \theta = \omega_x / k_1, \quad (17.11)$$

где $k_1 = 2\pi/\lambda_1$, а λ_1 - длина волны освещающего источника света. Из второй экспоненты следует, что искомая передаточная функция равна передаточной функции положительной цилиндрической линзы с центром в точке

$$x = v_j x_j / v, \quad (17.12)$$

и с фокусным расстоянием

$$f = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\lambda_1} (v_f/v)^2 r_1. \quad (17.13)$$

Таким образом, за исключением линейной фазовой функции, (7.76) является суперпозицией N положительных цилиндрических линз, центрированных в точках, определяемых выражением

$$x = v_j x_n / v, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (17.14)$$

Аналогично (17.9) содержит линейный фазовый множитель -0 и описывает суперпозицию N отрицательных цилиндрических линз с центрами, определяемыми (17.14), и с фокусными расстояниями, описываемыми (17.13).

Для восстановления изображения транспарант, соответствующий (17.7), освещают монохроматической плоской волной, как показано на рис.17.3. Тогда можно показать, применяя теорию Френеля-Кирхгофа или принцип Гюйгенса, что действительные изображения, создаваемые $T_1(x, y_1)$, и мнимые изображения, создаваемые $T_2(x, y_1)$, будут восстанавливаться в передней и задней фокальных плоскостях пленки. Относительные положения изображений точечных рассеивателей распределяются вдоль линии фокусов, так как многочисленные центры линзоподобной структуры пленки определяются положением точечных рассеивателей. Однако восстановленное изображение будет размазано в направлении y ; вот почему эта пленка является по существу реализацией одномерной функции вдоль $y = y_1$ и, следовательно, в этом направлении не оказывается никакого фокусирующего действия.

Поскольку нашей целью является восстановление изображения не только в азимутальном направлении, но и в направлении дальности, необходимо отображать координату y непосредственно на фокальной плоскости азимутального изображения. Чтобы выполнить это, необходимо напомнить, что оно прямо пропорционально дальности r_1 . В свою очередь, фокусное расстояние прямо пропорционально рассматриваемой координате y . Таким образом, чтобы создать карту местности, мы должны отобразить координату y передаваемого сигнала на плоскость, положение которой определяется фокусными расстояниями азимутального направления. Это легко осуществить, установив положительную коническую линзу непосредственно за регистрирующей пленкой, как показано на рис.17.4. Очевидно, что если коэффициент пропускания конической линзы равен

$$T_1(x, y_1) = \exp(-ik_1 x^2 / 2f), \quad (17.15)$$

f - линейная функция от r_1 , как показано в (17.13), то можно полностью удалить всю названную плоскость всей мнимой дифракции в бесконечность, при этом оставить коэффициент пропускания в направлении y неизменным. Таким образом, если цилиндрическую линзу поместить на фокусном расстоянии от пленочного транспаранта, мнимое изображение в направлении y получится в бесконечности. Пусть азимутальное изображение и изображение в направлении дальности (т.е. в направлениях x и y) совпадают, но в бесконечно удаленной точке. Их можно перенести обратно на конечное расстояние с помощью сферической линзы. При этой операции действительное изображение координат местности по азимуту и по дальности будет сфокусировано на выходной плоскости системы. Однако на практике желаемое изображение регистрируется через щель в выходной плоскости.

Проявленную вторичную пленку можно рассматривать и дешифровать.

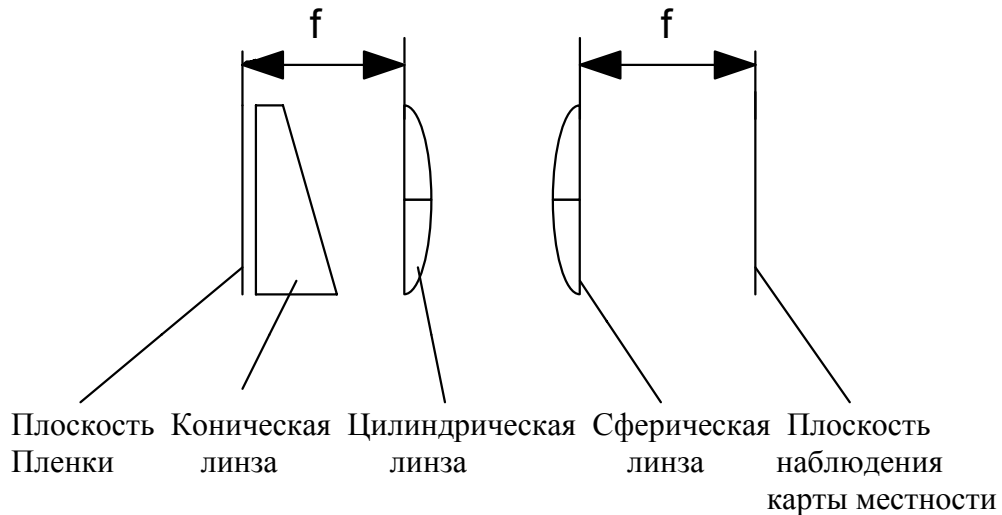


Рис.17.3

18.ДИСКРЕТНОЕ И АНАЛОГОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПЛОСКОСТЬЮ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТОВОГО ПУЧКА

18.1.ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ МОДУЛЯЦИЯ НА БАЗЕ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ СВЕТОВОГО ПУЧКА

Все оптические среды делятся на изотропные и анизотропные.

Изотропными называются среды, в которых свет распространяется во всех направлениях с одинаковой скоростью. Так как показатели преломления вдоль всех осей координат равны между собой, то индикатриса показателей преломления таких сред представляет собой сферу, и преломление световых пучков на границе таких сред подчиняется законам геометрической оптики.

Анизотропными называют оптические среды, в которых скорость световых пучков зависит от направления распространения и ориентации плоскости поляризации, вследствие того, что показатели преломления таких сред не равны между собой. Индикатриса показателей преломления в этом случае будет представлять собой эллипсоид. Если на элемент из такого материала будет падать плоскополяризованная световая волна с электрическим вектором, ориентированным параллельно одной из главных осей эллипса индикатрисы показателей преломления, то после преломления на границе в материале будет распространяться одна плоскополяризованная волна со скоростью, определяемой показателем преломления, соответствующим этой оси. Если же плоскость поляризации падающего светового пучка ориентирована под углом, то при преломлении на границе световая волна разлагается на две ортогонально поляризованные вдоль соответствующих главных осей когерентные световые волны, распространяющиеся с соответствующими скоростями. На выходе такого фазового элемента ортогонально поляризованные волны приобретают оптическую разность хода, определяемую произведением $l\Delta n$, где l - толщина элемента, Δn - разность показателей преломления, соответствующих главным осям индикатрисы показателей преломления. Интерференция между ортогонально поляризованными волнами на выходе элемента и обуславливает поляризацию результирующей волны.

В случае если плоскость поляризации падающей световой волны ориентирована под углом 45° относительно главных осей индикатрисы показателей преломления, то вследствие двулучепреломления она разлагается на две ортогонально поляризованные равные по амплитуде световые волны. Если вносимая элементом оптическая разность хода кратна длине световой

волны λ , то на его выходе будет плоскополяризованная световая волна с плоскостью поляризации, параллельной падающей. Если вносимая оптическая разность хода меньше $\lambda/4$, но больше 0, то на выходе будет эллиптически поляризованная световая волна, причем большая ось будет параллельна плоскости поляризации падающей волны. В случае если вносимая оптическая разность хода равна $\lambda/4$, выходная световая волна будет иметь круговую поляризацию. Если вносимая оптическая разность хода больше $\lambda/4$, но меньше $\lambda/2$, то на выходе будет эллиптически поляризованная световая волна, причем большая ось будет перпендикулярна плоскости поляризации падающей волны. Если вносимая оптическая разность хода кратна $\lambda/2$, то на его выходе будет плоскополяризованная световая волна с плоскостью поляризации, перпендикулярной падающей.

Эти особенности прохождения плоскополяризованной волны через анизотропные среды, в которых возможно изменение индикатрисы показателей преломления, используются для осуществления поляризационной модуляции световых волн. Помещение на выходе такого модулятора поляризационной призмы или пленочного поляризатора позволяет получать амплитудную модуляцию световых потоков.

18.2. ДИСКРЕТНОЕ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ УГЛОВ НАКЛОНА ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Известно, что при пропускании плоскополяризованного светового пучка с углом наклона плоскости поляризации к горизонтальной плоскости, равным α , через фазовый элемент $\lambda/2$, оси оптической индикатрисы показателей преломления которого совпадают с вертикалью и горизонталью, на его выходе наклон плоскости поляризации изменится на угол 2α . Рассмотрим возможность дискретного переключения произвольно ориентированной плоскости поляризации с использованием двух фазовых элементов $\lambda/2$, развернутых друг относительно друга на угол 45° .

На рис.18.1 показана схема последовательного переключения произвольной поляризации на угол 90° . При прохождении светового пучка через первый фазовый элемент $\lambda/2$ вертикально и горизонтально поляризованные компоненты светового пучка изменяют ориентацию своих плоскостей поляризации на ортогональные, поскольку оси индикатрисы показателей преломления первого фазового элемента $\lambda/2$ (x_1, y_1) расположены под углом 45° к горизонтали. Компоненты светового пучка, поляризованные под углом $\pm 45^\circ$ к горизонтали, не изменяют свою поляризацию. Промежуточные компоненты, поляризованные под углом $(\pm 45^\circ \pm \alpha)$, изменяют угол наклона плоскости поляризации на угол $[\pm(-2\alpha)]$, что составит угол $[\pm(45^\circ - \alpha)]$.

Поскольку оси индикатрисы показателей преломления второго фазового элемента $\lambda/2$ (x_2, y_2) совмещены с вертикалью и горизонталью, то вертикально и горизонтально поляризованные компоненты светового пучка не изменят ориентации плоскостей поляризаций. Компоненты пучка, поляризованные под углом $\pm 45^\circ$ к горизонтали, изменят ориентации плоскостей поляризаций

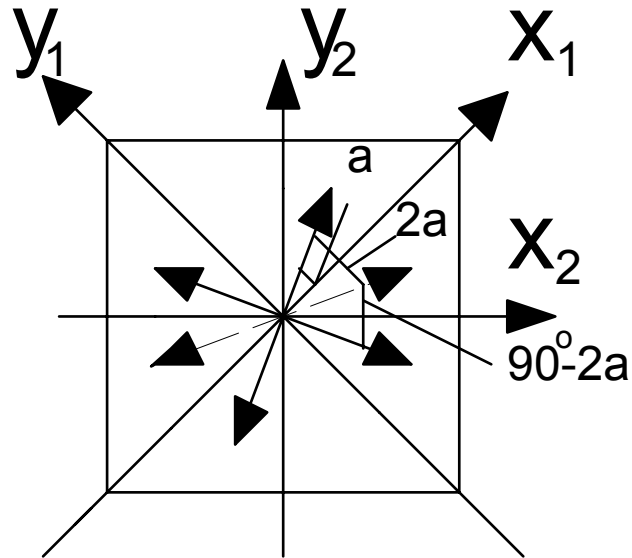


Рис.18.1

на ортогональные. Промежуточные компоненты светового пучка, поляризованные под углом $[\pm(45^\circ - \alpha)]$, изменят ориентацию своей плоскости поляризации на угол $[\pm(-90^\circ + 2\alpha)]$, что в сумме с первым поворотом составит $\pm(-90^\circ)$. Таким образом, все плоскости поляризаций светового пучка изменят свои ориентации на ортогональные.

18.3. АНАЛОГОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ ПЛОСКОСТЬЮ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТОВОГО ПУЧКА

Рассмотрим вопрос управления произвольно ориентированной плоскостью поляризации при помощи фазовых элементов. Пусть на вход оптической системы, изображенной на рис.18.2, где показаны: входной фазовый элемент $\lambda/4$ 1; задающий фазовый элемент 2; выходной фазовый элемент $\lambda/4$ 3; поступает плоскополяризованный световой пучок с произвольным углом ориентации (δ_0) плоскости поляризации вида

$$E_{x'_{вх}} = E_0 \cos \delta_0 \sin[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi)];$$

$$E_{y'_{вх}} = E_0 \sin \delta_0 \sin[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi)],$$

где x', y' - главные оси индикатрисы показателей преломления первого фазового элемента; E_0 - максимальная амплитуда электрического вектора световой волны; ω_0 - круговая частота падающей световой волны; k_0 - волновое число падающей световой волны; t - время существования волны; r - расстояние, пройденное световой волной; φ - постоянная фазовая задержка; и падает на первый фазовый элемент $\lambda/4$, Ox' и Oy' оптической индикатрисы которого лежат соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскостях. При прохождении световой волны через этот фазовый элемент между ортогонально поляризованными компонентами электрического вектора $E_{x'}$ и $E_{y'}$ наводится разность фаз, равная $\pi/2$. Ортогонально поляризованные компоненты на выходе фазового элемента будут иметь вид

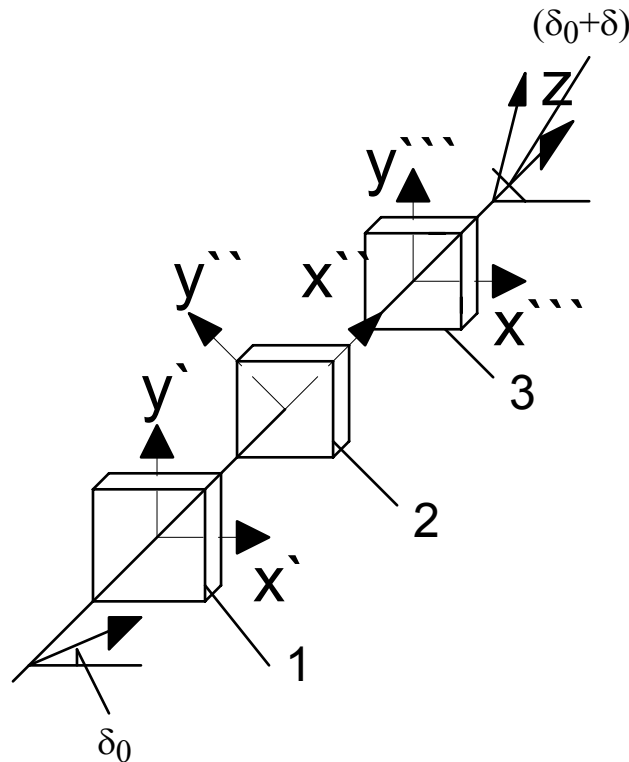


Рис.18.2

$$E_{x'} = E_0 \cos \delta_0 \sin[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi)];$$

$$E_{y'} = E_0 \sin \delta_0 \cos[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi)].$$

При преломлении последних на входной грани задающего фазового элемента, оси индикатрисы показателей преломления которого Ox'' и Oy'' развернуты относительно осей первого фазового элемента $\lambda/4$ на угол 45° , будем иметь две равные по абсолютной величине ортогональные компоненты электрического вектора световой волны, поляризованные вдоль осей Ox'' и Oy'' , которые имеют следующий вид:

$$E_{x'' \text{ вх}} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \sin[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi) + \delta_0];$$

$$E_{y'' \text{ вх}} = - \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \sin[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi) - \delta_0].$$

При прохождении световой волны через задающий фазовый элемент между ортогонально поляризованными компонентами электрического вектора $E_{x''}$ и $E_{y''}$ наводится разность фаз, равная 2δ , где δ - величина угла необходимого поворота плоскостей поляризаций. Ортогонально поляризованные компоненты на выходе задающего фазового элемента будут иметь вид:

$$E_{x''} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \sin[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi) + (\delta_0 + \delta)];$$

$$E_{y''} = - \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \sin[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi) - (\delta_0 + \delta)].$$

При преломлении последних на входной грани второго фазового элемента $\lambda/4$, оси индикатрисы показателей преломления которого OX''' и OY''' развернуты относительно осей задающего фазового элемента на угол 45° , будем иметь две ортогональные компоненты электрического вектора световой волны, поляризованные вдоль осей OX'' и OY'' , которые описываются гармоническими функциями, имеющими одинаковый период и сдвинутыми друг относительно друга на $\lambda/4$, в этом случае имеют вид

$$E_{x''' \text{ вх}} = E_0 \cos(\delta_0 + \delta) \sin[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi)];$$

$$E_{y''' \text{ вх}} = E_0 \sin(\delta_0 + \delta) \cos[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi)].$$

При прохождении световой волны через выходной фазовый элемент между ортогонально поляризованными компонентами электрического вектора $E_{x'''}$ и $E_{y'''}$ наводится разность фаз, равная $\pi/2$. В результате на выходе второго фазового элемента $\lambda/4$ происходит синфазное совмещение ортогонально поляризованных компонент, которые будут иметь в этом случае вид

$$E_{x''''} = E_0 \cos(\delta_0 + \delta) \cos[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi)];$$

$$E_{y''''} = E_0 \sin(\delta_0 + \delta) \cos[\omega_0 t - (k_0 r + \varphi)]; \quad (18.1)$$

Суперпозиция ортогональных компонент (18.1) и дает результирующую плоскополяризованную световую волну, угол наклона плоскости поляризации которой к горизонтали можно получить из отношения амплитуд ортогонально поляризованных компонент на выходе выходного фазового элемента $\lambda/4$:

$$E_{y''''}$$

$$\frac{E_{x''''}}{E_{x''}} = \operatorname{tg}(\delta_0 + \delta) \quad (18.2)$$

Из (18.2) следует, что существует возможность осуществления аналогового управления ориентацией произвольно ориентированных плоскостей поляризации проходящего светового пучка, обуславливающего поворот одновременно всех возможных плоскостей поляризации на любой заданный угол δ .

19.ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА.

19.1.ТЕОРЕМА ВЫБОРКИ КОТЕЛЬНИКОВА-ШЕНОНА

Для анализа и обработки оптического сигнала с помощью ЭВМ функцию $f(x,y)$, описывающую этот сигнал, подвергают дискретизации путем представления ее набором выборочных значений, взятых в дискретной совокупности точек плоскости $xу$. Очевидно, что чем меньше шаги дискретизации (выборки), тем точнее выборочные значения будут представлять функцию $f(x,y)$. Однако для функции с ограниченной шириной спектра можно осуществить точное восстановление, даже если шаги выборки не превышают предельного значения (теорема выборки Котельникова-Шеннона).

Пусть функция $f(x,y)$ подвергается дискретизации с помощью прямоугольной сетки с шагом выборки вдоль осей x и y соответственно Δx и Δy . Тогда дискретное представление функции $f(x,y)$ удобно записать с помощью гребенчатой функции

$$\text{comb}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n) \quad (19.1)$$

в виде

$$f_s(x, y) = \text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{\Delta y}\right) f(x, y). \quad (19.2)$$

Согласно теореме свертки Фурье-образ или спектр выборочной функции будет определяться из следующего выражения:

$$F_s(x, y) = F\left[\text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{\Delta y}\right)\right] * F(\xi, \eta). \quad (19.3)$$

Используя свойства преобразования Фурье и δ -функции, выражение (3) приведем к виду

$$F_s(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} F\left[\left(\xi - \frac{n}{\Delta x}\right); \left(\eta - \frac{m}{\Delta y}\right)\right]. \quad (19.4)$$

Отсюда следует, что спектр выборочной функции $f_s(x,y)$ представляет собой сумму спектров функции $f(x,y)$, построенных возле каждой точки с координатами $[n/(\Delta x), m/(\Delta y)]$. Смещенные друг относительно друга спектры, входящие в сумму (4), в общем случае могут перекрываться.

Допустим что функция $f(x,y)$ имеет ограниченный спектр, определяемый областью D , которая располагается внутри прямоугольника

$$|\xi| \leq \xi_{\max}; \quad |\eta| \leq \eta_{\max} \quad (19.5)$$

так, что

$$F(\xi, \eta) = \begin{cases} \neq 0 & \text{внутри области;} \\ \equiv 0 & \text{вне этой области.} \end{cases}$$

Пусть Δx и Δy выбраны так, что выполняются следующие условия

$$\frac{1}{\Delta x} \geq 2\xi_{\max}; \quad \frac{1}{\Delta y} \geq 2\eta_{\max}. \quad (19.6)$$

В этом случае спектр $F_s(\xi, \eta)$ представляет собой совокупность смещенных друг относительно друга, но не перекрывающихся спектров $F[(\xi-n/\Delta x), (\eta-m/\Delta y)]$.

Таким образом, если Δx и Δy достаточно малы, то расстояния $1/(\Delta x)$, $1/(\Delta y)$ между различными спектральными областями будут достаточно большими для того, чтобы соседние спектры не перекрывались. Максимальные значения шагов дискретизации выборочной сетки, удовлетворяющие этому условию, определяются из равенств

$$\Delta x = \frac{1}{2\xi_{\max}}; \quad \Delta y = \frac{1}{2\eta_{\max}}. \quad (19.7)$$

Для восстановления спектра $F_s(\xi, \eta)$ достаточно пропустить Фурье-образ (19.4) через фильтр, который прозрачен только для слагаемого с номером $n=0$, $m=0$. Такой фильтр представляет собой непрозрачный экран с прямоугольным отверстием со сторонами $2\xi_{\max} \times 2\eta_{\max}$; его передаточная функция имеет следующий вид:

$$H(\xi, \eta) = \text{rect}\left(\frac{\xi}{2\xi_{\max}}\right) \text{rect}\left(\frac{\eta}{2\eta_{\max}}\right). \quad (19.8)$$

Следовательно, спектр функции $f(x,y)$ можно записать в виде

$$F(\xi, \eta) = F_s(\xi, \eta)H(\xi, \eta). \quad (19.9)$$

Обратное преобразование Фурье произведения в правой части данного соотношения определим с помощью операции свертки в координатной области. Учитывая, что $f_s(x,y)=F^{-1}[F_s(\xi,\eta)]$ определяется выражением (19.2), получим

$$f(x,y) = \left[\text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{\Delta y}\right) f(x,y) \right] * h(xy), \quad (19.10)$$

Где $h(x,y) = F^{-1}[H(\xi,\eta)]$

Приняв во внимание выражение (19.8), найдем:

$$\begin{aligned} h(x,y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{\xi}{2\xi_{\max}}\right) \text{rect}\left(\frac{\eta}{2\eta_{\max}}\right) \exp[i2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta = \\ &= 4\xi_{\max}\eta_{\max} \text{sinc}[2\xi_{\max}(x - n\Delta x)] \text{sinc}[2\eta_{\max}(y - m\Delta y)] \end{aligned} \quad (19.11)$$

Поскольку $\text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{\Delta y}\right) f(x,y) = \Delta x \Delta y \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} f(n\Delta x, m\Delta y) \delta(x - n\Delta x, y - m\Delta y)$, то с учетом (19.11) свертку можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} f(x,y) &= 4\xi_{\max}\eta_{\max} \Delta x \Delta y \sum \sum f(n\Delta x, m\Delta y) \times \\ &\times \text{sinc}[2\xi_{\max}(x - n\Delta x)] \text{sinc}[2\eta_{\max}(y - m\Delta y)] \end{aligned}$$

Если вместо Δx и Δy подставить их максимально допустимые значения из (19.7), то последнее выражение можно представить в виде

$$\begin{aligned} f(x,y) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2\xi_{\max}}, \frac{m}{2\eta_{\max}}\right) \text{sinc}\left[2\xi_{\max}\left(x - \frac{n}{2\xi_{\max}}\right)\right] \times \\ &\times \text{sinc}\left[2\eta_{\max}\left(y - \frac{m}{2\eta_{\max}}\right)\right]. \end{aligned} \quad (19.12)$$

Это соотношение является математическим выражением теоремы Котельникова-Шеннона. Теорема может быть сформулирована так: если функция $f(x,y)$ имеет ограниченный спектр, определяемый областью $|\xi| \leq \xi_{\max}$; $|\eta| \leq \eta_{\max}$, то она может быть восстановлена путем интерполяции sinc-функциями по выборочным значениям (отсчетам), взятым с шагами $\Delta x = 1/(2\xi_{\max})$; $\Delta y = 1/(2\eta_{\max})$.

Таким образом, если двумерный оптический сигнал описывается непрерывной функцией с ограниченным спектром, что имеет место для большинства практических задач, то она может быть восстановлена по дискретным отсчетам, взятым с определенными шагами.

19.2 ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Рассмотрим одномерное преобразование Фурье. Фурье-образ одномерной функции имеет следующий вид

$$F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i2\pi\xi x) dx. \quad (19.13)$$

При анализе оптических сигналов с помощью ЭВМ, как правило, вместо непрерывных сигналов располагают набором их дискретных значений (отсчетов). Пусть функция $f(x)$ имеет ограниченный спектр в интервале $-\xi_{\max}$ и ξ_{\max} , задана отсчетами в последовательных точках, которые отстоят друг от друга на расстоянии $\Delta x = 0,5\xi_{\max}$. Тогда, согласно теореме отсчетов (теореме Котельникова-Шеннона), эта функция может быть представлена в виде следующего ряда:

$$f(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{m}{2\xi_{\max}}\right) \operatorname{sinc} \left[2\xi_{\max} \left(x - \frac{m}{2\xi_{\max}} \right) \right]. \quad (19.14)$$

Проанализируем получаемую форму фурье-образа $F(\xi)$, для чего предыдущее выражение (19.14) подставим в (19.13). В результате получим

$$\begin{aligned} F(\xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{m}{2\xi_{\max}}\right) \operatorname{sinc} \left[2\xi_{\max} \left(x - \frac{m}{2\xi_{\max}} \right) \right] \exp(-i2\pi\xi x) dx = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{m}{2\xi_{\max}}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc} \left[2\xi_{\max} \left(x - \frac{m}{2\xi_{\max}} \right) \right] \exp(-i2\pi\xi x) dx = \\ &= \frac{1}{2\xi_{\max}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{m}{2\xi_{\max}}\right) \operatorname{rect} \left(\frac{\xi}{2\xi_{\max}} \right) \exp\left(-i2\pi\xi \frac{m}{2\xi_{\max}}\right) = \\ &= \frac{1}{2\xi_{\max}} \operatorname{rect} \left(\frac{\xi}{2\xi_{\max}} \right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{m}{2\xi_{\max}}\right) \exp\left(-i2\pi\xi \frac{m}{2\xi_{\max}}\right). \end{aligned} \quad (19.15)$$

Это выражение определяет фурье-образ исходной функции, заданной дискретными отсчетами. Действительно из его следует, что в интервале $-\xi_{\max} \leq \xi \leq \xi_{\max}$

$$F(\xi) = \frac{1}{2\xi_{\max}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{m}{2\xi_{\max}}\right) \exp\left(-i2\pi\xi \frac{m}{2\xi_{\max}}\right); \quad (19.16)$$

для всех остальных значений ξ $F(\xi)=0$.

Допустим, что функция $f(x)$ имеет не только ограниченный спектр, но и сама ограничена интервалом $-x_{\max} \leq x \leq x_{\max}$. Такое допущение неверно, так как функция, имеющая ограниченный спектр, не может одновременно быть ограниченной в пространстве. Однако при больших значениях произведения $x_{\max} \xi_{\max}$ погрешность, возникающая из-за этого допущения при вычислении фурье-образа функции, оказывается пренебрежимо малой. Таким образом можно считать, что $f(x)$ ограничена в пространстве интервалом $(-x_{\max}, x_{\max})$. Тогда из теоремы отсчетов следует, что спектр $F(\xi)$ функции $f(x)$ может быть восстановлен по отсчетам, взятым с шагом $\Delta\xi = 1/(2x_{\max})$, с помощью соотношения, аналогичного (19.14). Следовательно, достаточно вычислить значения фурье-образа в выборочных точках, что позволяет сократить объемы необходимой памяти и машинного времени, для расчета и хранения спектра сигнала. Подставив в (19.16) вместо аргумента ξ его дискретные значения в точках выборки $\xi_n = n\Delta\xi = n/(2x_{\max})$, получим следующее выражение:

$$F\left(\frac{n}{2x_{\max}}\right) = \frac{1}{2\xi_{\max}} \sum_{m=-M/2}^{M/2} f\left(\frac{m}{2\xi_{\max}}\right) \exp\left(-i2\pi \frac{mn}{\xi_{\max} x_{\max}}\right). \quad (19.17)$$

Это выражение называется дискретным преобразованием Фурье, которое определяет значение отсчетов фурье-образа $F(\xi)$.

Число отсчетов функции $f(x)$ в интервале $-x_{\max} \leq x \leq x_{\max}$ $M = 2x_{\max}/(\Delta x) = 4x_{\max}\xi_{\max}$. Аналогично число отсчетов фурье-образа в интервале частот $-\xi_{\max} \leq \xi \leq \xi_{\max}$, $N = 2\xi_{\max}/(\Delta\xi) = 4x_{\max}\xi_{\max}$. Следовательно, $M=N=4x_{\max}\xi_{\max}$, т.е. для исходной функции $f(x)$, как и для ее фурье-образа, требуются одинаковые объемы выборки.

Таким же образом можно найти двумерное дискретное преобразование:

$$F\left(\frac{n}{2x_{\max}}, \frac{k}{2y_{\max}}\right) = \frac{1}{4\xi_{\max}\eta_{\max}} \sum_{m=-M/2}^{M/2} \sum_{l=-N/2}^{N/2} f\left(\frac{m}{2\xi_{\max}}, \frac{l}{2\xi_{\max}}\right) \times \exp\left[-i2\pi\left(\frac{mn}{4\xi_{\max}\eta_{\max}} + \frac{kl}{4\xi_{\max}\eta_{\max}}\right)\right]. \quad (19.17)$$

Дадим математическое определение дискретного преобразования Фурье. Пусть функция $f(x)$ задана последовательностью значений f_0, f_1, \dots, f_{N-1} в N равноотстоящих друг от друга точках числовой прямой. Дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) этой последовательности называют последовательность F_0, F_1, \dots, F_{N-1} , определяемую суммой вида

$$F_p = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \exp\left(-i2\pi \frac{pn}{N}\right); \quad p = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (19.18)$$

ДПФ обладает свойством обратимости, то есть

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{p=0}^{N-1} F_p \exp\left(i2\pi \frac{pn}{N}\right); \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (19)$$

Выражение (19.18) и (19.19) представляют одномерные ДПФ: первое характеризует прямое ДПФ, второе – обратное ДПФ. Они отличаются знаком экспоненты.

Аналогичным образом определяются двумерные ДПФ. Если двумерная функция $f(x,y)$ задана матрицей выборочных значений $f(n,m)$ ($n=0,1,2,\dots,N-1$; $m=0,1,2,\dots,M-1$), то соответствующее ей прямое двумерное ДПФ имеет вид

$$F_{p,q} = \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f(n,m) \exp\left[-i2\pi \left(\frac{pn}{N} + \frac{qm}{M}\right)\right]; \quad (19.20)$$

$$p = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad q = 0, 1, 2, \dots, M-1.$$

Преобразование(19.20) также обратимо:

$$f_{n,m} = \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{M-1} F_{p,q} \exp\left[i2\pi \left(\frac{pn}{N} + \frac{qm}{M}\right)\right]; \quad (19.21)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad m = 0, 1, 2, \dots, M-1.$$

Для вычисления значений $F_{p,q}$ по формуле (19.20) даже при небольших значениях N и M потребуется большое количество машинного времени. Например, чтобы рассчитать ДПФ матрицы $N \times M = 1024 \times 1024$, необходимо около 20 секунд машинного времени на ЭВМ, имеющей быстродействие около 10^9 оп/с. Поэтому ДПФ приобрело практическое значение только после изобретения так называемых быстрых алгоритмов (БПФ). Один из таких алгоритмов позволил сократить число операций в $M/\log_2 M$ раз ($M=N$). Для нашего случая при использовании БПФ число операций сократится примерно в 100 раз.

