6. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ И РЭУ

6.1. Расчетные соотношения и формулы

Таблица 6.1

Выражение	Номер	Выражение	Номер
$y_{пр} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} \alpha_i y_i}{\sum_{i=1}^{N} \alpha_i}$	6.1	$y_{пр} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i$	6.2
		$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$	6.3
$\sum_{i=1}^{k} [y^{(j)}(t_i) - \varphi(t_i)]^2 = \min$			6.4
$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i [y^{(j)}(t_i) - \varphi(t_i)]^2 = \min$			6.5
$\begin{cases} j \in K_1, если F(x_1^{(j)},...,x_k^{(j)}) \ge P_0 \\ j \in K_2, если F(x_1^{(j)},...,x_k^{(j)}) < P_0 \end{cases}$			6.6
$P_{прав} \to \max$ *или* $P_{ош} \to \min$	6.7	$p_{21} \le p_{21доп}$, *а* $p_{12} \to \min$	6.8
$P_{ош} = 1 - P_{прав} = 1 - \dfrac{n_{11} + n_{22}}{n} = \dfrac{n_{21} + n_{12}}{n}$			6.9
$P_{прав} = \dfrac{n_{11} + n_{22}}{n}$	6.10	$n_{11} + n_{22} + n_{21} + n_{12} = n$	6.11
$p_{21} = \dfrac{n(K_2 / решK_1)}{n(решK_1)}$	6.12	$p_{21} = \dfrac{n(K_1 / решK_2)}{n(решK_2)}$	6.13

6.2. Пояснение параметров

$y_{пр}$ – результирующая оценка параметра y, полученная при эвристическом прогнозировании;

y_i – количественная оценка в баллах, сделанная i-м экспертом;

α_i – весовой коэффициент i-го эксперта; вес i-го квадрата разности в формуле (6.5), меняющийся от наблюдения к наблюдению;

N – число экспертов, участвовавших в решении задачи прогнозирования;

$y^{(j)}(t_i)$ – наблюдаемое значение параметра y j-го экземпляра, соответствующее моменту времени t_i;

$\varphi(t_i)$ – значение параметра y, подсчитываемое по математической модели $\varphi(t)$ путем подстановки в нее значения $t=t_i$

k – число точек предыстории (точек наблюдения) параметра y;

j – конкретный (j-й) экземпляр изделия;
K_1 – класс надежных экземпляров;
K_2 – класс ненадежных экземпляров;
$x_1^{(j)},...,x_k^{(j)}$ – значения признаков j-го экземпляра в момент времени t=0 (образ j-го экземпляра);
$F(x_1^{(j)},...,x_k^{(j)})$ – значение решающей функции, подсчитанное для j-го экземпляра;
P_0 – порог разделения классов, определяемый экспериментально, исходя из условия лучшего разделения классов;
$P_{прав}$ – вероятность принятия правильных решений;
$P_{ош}$ – вероятность принятия ошибочных решений;
p_{21} – риск потребителя;
$p_{21доп}$ – допустимое в данной задаче значение риска потребителя;
p_{12} – риск изготовителя;
n – общий объем обучающей выборки;
n_{11} – количество правильно распознанных экземпляров класса K_1 в обу чающей выборке;
n_{22} – количество правильно распознанных экземпляров класса K_2 в обу чающей выборке;
n_{21} – количество в обучающей выборке экземпляров в действительности класса K_2, но по прогнозу ошибочно отнесенные к классу K_1;
n_{12} – количество в обучающей выборке экземпляров в действительности класса K_1, но по прогнозу ошибочно отнесенные к классу K_2;
$n(K_2/решK_1)$ – количество ошибочных решений, заключающихся в отнесении экземпляров класса K_2 в K_1 (то же, что и n_{21});
$n(K_1/решK_2)$ – количество ошибочных решений, заключающихся в отнесении экземпляров класса K_1 в K_2 (то же, что и n_{12});
$n(решK_1)$ – общее число решений, принимаемых об отнесении экземпляров к классу K_1 по прогнозу;
$n(решK_2)$ – общее число решений, принимаемых об отнесении экземпляров к классу K_2 по прогнозу.

6.3. Типовые примеры

Пример 6.1. Для обеспечения уверенной связи с объектом необходимо, чтобы мощность передатчика мобильной радиостанции была не менее 0,5 Вт. Номинальное значение мощности составляет 1,2 Вт. В процессе эксплуатации контролировалась мощность передатчика. В табл. 6.2 указаны значения мощности, соответствующие определенной суммарной наработке.

Таблица 6.2

Наработка t, ч	0	100	150	200	250
Мощность P, Вт	1,25	1,12	1,08	1,05	1,02

Требуется определить прогнозное значение времени потери передатчиком работоспособности.

Решение. Используя данные предыстории (значения P в табл. 6.2), выберем модель прогнозирования. Апробируем две функции, которые предположительно неплохо могут описать изменение параметра P: экспоненциальную и линейную.

$P=a\cdot t+b$ - линейная функция;

$P=b \cdot e^{at}$ - потенциальная (экспоненциальная функция).

Параметры a и b этих функций (моделей) определим с помощью метода наименьших квадратов - критерия (6.4), используя данные табл. 6.2 и приемы, описанные в [1, с.58-64]. Найденные значения коэффициентов a и b приведены в табл. 6.3.

Таблица 6.3

Модель	a	b	S (сумма выражения (6.4))
$P=at+b$	$-9{,}135 \cdot 10^{-4}$	1,231	$1{,}243 \cdot 10^{-3}$
$P=be^{at}$	$-8{,}08 \cdot 10^{-4}$	1,233	$8{,}958 \cdot 10^{-4}$

Из табл. 6.3 видно, что по критерию (6.4) лучшей является модель прогнозирования в виде экспоненциальной функции. Используем ее для определения прогнозного времени потери передатчиком работоспособности. Это время $t_{\text{пр}}$ есть результат решения уравнения

$$P^{*}=b \cdot exp(a \cdot t_{\text{пр}}),$$

где P^{*} – критическое значение мощности передатчика с точки зрения его работоспособности (в данном примере P^{*}=0.5).

Решим это уравнение относительно времени $t_{\text{пр}}$. С учетом найденных коэффициентов a и b экспоненциальной модели (см. табл. 6.3), получим

$$t_{\text{пр}} \approx 1117 \text{ ч.}$$

Пример 6.2. Предположим, что для элемента РЭУ (например транзистора) экспериментально определены два информативных параметра. Обозначим их, как x_1 и x_2. Пусть интересует класс экземпляров на момент времени $t_{\text{пр}}$ =5000 ч.

Будем считать, что был выполнен обучающий эксперимент с использованием ускоренных испытаний в течение времени $t_{\text{у}}$=100 ч, эквивалентных с точки зрения функционирования и возникновения отказов времени $t_{\text{пр}}$=5000 ч.

Результаты обучающего эксперимента представлены в табл. 6.4.

Таблица 6.4

Номер экземпляра обучающей выборки	Значение x_i ($t_{\text{пр}}$=0)		Номер класса при $t=t_{\text{пр}}$	Значение решающей функции F	Номер класса по прогнозу при P_0, равном					
	x_1	x_2			−6	−4	−2	0	2	4
1	1,7	13	1	$1-1=0$	1	1	1	1	2	2
2	1,5	14	1	$-1-2=-3$	1	1	2	2	2	2
3	1,2	12	1	$-4+0=-4$	1	1	2	2	2	2
4	2,0	12	1	$4+0=4$	1	1	1	1	1	1
5	1,6	9	1	$0+3=3$	1	1	1	1	1	2
6	1,1	17	2	$-5-5=-10$	2	2	2	2	2	2
7	1,4	13	2	$-2-1=-3$	1	1	2	2	2	2
8	1,2	12	2	$-4-0=-4$	1	1	2	2	2	2
9	1,0	12	2	$-6-0=-6$	1	2	2	2	2	2
10	1,3	16	2	$-3-4=-7$	2	2	2	2	2	2

Требуется построить прогнозирующее правило, обеспечивающее при индивидуальном прогнозировании максимальное значение вероятности правильных решений.

В рассматриваемом примере для простоты иллюстрации процедуры построения прогнозирующего правила взята обучающая выборка объемом 10 элементов. При решении инженерных задач объем обучающей выборки следует выбирать не менее 20-30 экземпляров.

Решение. Нетрудно убедиться (см. табл. 6.4), что большему значению признака x_1 в среднем соответствует класс K_1, а для признака x_2 – наоборот (рис. 6.1).

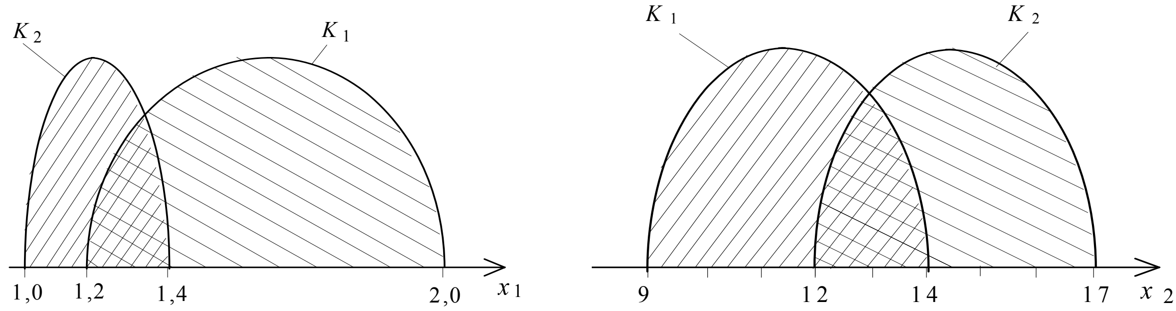

Рис. 6.1. Связь значений признаков с классом

В качестве эвристического алгоритма для решающей функции F выбираем выражение вида

$$F = 10(x_1 - m_1) - (x_2 - m_2), \tag{6.14}$$

где m_1 — среднее значение признака x_1 в классе K_1;

m_2 — среднее значение признака x_2 в классе K_1.

Легко убедиться, что $m_1 = 1{,}6$; $m_2 = 12$.

Функция F в записанном виде характеризует близость экземпляра к классу K_1. Число 10, стоящее перед первым слагаемым, необходимо для того, чтобы примерно уравнять вклад признаков в решающую функцию. Знак минус перед вторым слагаемым в выражении (6.14) появился в связи с тем, что экземплярам класса K_1 в среднем соответствует меньшее значение признака x_2.

Подсчитаем значения решающей функции F для всех экземпляров обучающей выборки, используя выражение (6.14). Эти значения помещены в табл. 6.4.

Нетрудно убедиться, что значения, подсчитанные для экземпляров классов K_1 и K_2, пересекаются (рис. 6.2).

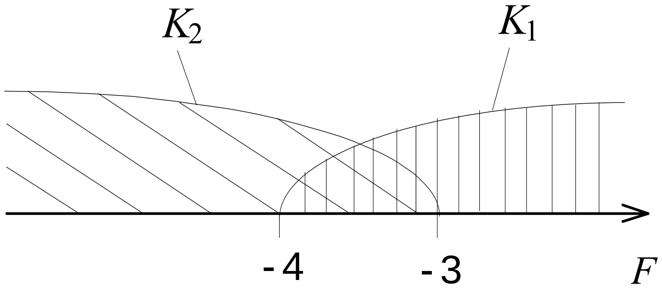

Рис. 6.2. Пересечение значений решающей функции

Теперь определим оптимальное значение порога разделения классов. Для этого зададимся несколькими значениями величины P_0 и для каждого значения P_{0i} определим класс экземпляра обучающей выборки по прогнозу, используя прогнозирующее правило вида

$$\begin{cases} j \in K_1, \text{ если } 10\left[x_1^j - 1{,}6\right] - \left[x_2^j - 12\right] \geq P_{0i}; \\ j \in K_2, \text{ если } 10\left[x_1^j - 1{,}6\right] - \left[x_2^j - 12\right] < P_{0i}. \end{cases}$$

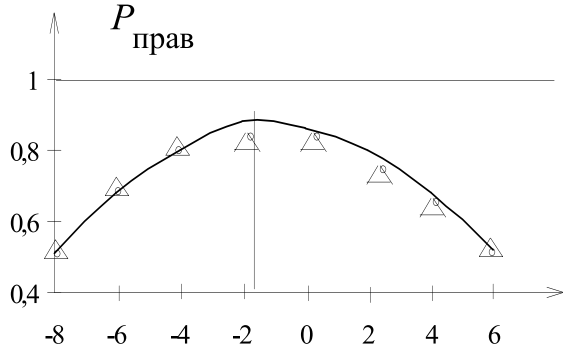

Рис. 6.3. Выбор величины P_0

В данном случае зависимость вероятности правильных решений от величины P_{0i} сложно воспроизвести из-за ограниченности объёма обучающей выборки. Однако, расширив диапазон значений величины P_{0i} влево и вправо, можно выявить тенденцию изменения вероятности правильных решений (рис. 6.3).

Из рис. 6.3 видно, что оптимальное значение порога $P_0 \approx -1{,}5$.

Тогда в окончательном виде прогнозирующее правило запишется как

$$\begin{cases} j \in K_1, \text{ если } 10\left[x_1^j - 1{,}6\right] - \left[x_2^j - 12\right] \geq -1{,}5; \\ j \in K_2, \text{ если } 10\left[x_1^j - 1{,}6\right] - \left[x_2^j - 12\right] < -1{,}5. \end{cases} \qquad (6.15)$$

Применим это правило для индивидуального прогнозирования однотипных экземпляров, не участвовавших в обучающем эксперименте. Предположим, что экземпляры имеют следующие значения признаков:

экземпляр 1: $x_1 = 1{,}4$; $x_2 = 14$; экземпляр 2: $x_1 = 1{,}6$; $x_2 = 13$.

Применяя правило (6.15), можно убедиться, что по прогнозу экземпляр 1 должен быть отнесен к классу K_2, а экземпляр 2 – к классу K_1. Из рис. 6.3 следует, что максимальное значение вероятности правильных решений $P_{\text{прав}}$ составит примерно 0,85. Это означает, что в среднем для 85 процентов экземпляров из каждой партии уровень надежности (класс) будет спрогнозирован верно.

6.4. Задачи для самостоятельного решения

6.1. В процессе эксплуатации передатчика РЛС измерялось значение его импульсной мощности в определённые моменты времени (табл. 6.5).

Таблица 6.5

Время, ч	0	200	400	600	800
Мощность, Вт	800	790	750	730	710

Требуется методом экстраполяции определить точечный прогноз мощности этого экземпляра передатчика для времени $t_{\text{пр}} = 2500$ ч.

При решении задачи апробировать не менее трёх моделей прогнозирования (математических выражений, описывающих предысторию процесса). Лучшую из рассматриваемых моделей выбрать по методу наименьших квадратов – критерию (6.4) табл. 6.1.

6.2. Решить задачу 6.1, используя для выбора лучшей модели прогнозирования метод «взвешенных наименьших квадратов» - критерий (6.5) табл. 6.1.

6.3. Динамика изменения наработки на отказ T_0 радиоэлектронного прибора соответствует данным табл. 6.6.

Таблица 6.6

Год	1988	1990	1992	1994	1996	1998	1999
T_0	800	1200	1500	1900	2100	2100	2200

Требуется дать точечный прогноз значению T_0 на 2010 год, используя критерий (6.4) табл. 6.1.

6.4. Решить задачу 6.3, используя для выбора лучшей модели прогнозирования критерий (6.5) табл. 6.1.

6.5. Используя данные табл. 6.5, определить время потери передатчиком работоспособности. Условие работоспособности передатчика:

$$500 \text{ Вт} \leq P \leq 1200 \text{ Вт}.$$

6.6. Динамика увеличения наработки на отказ T_0 за счёт повышения качества комплектующих элементов соответствует данным табл. 6.6. Требуется определить прогнозное значение года, когда показатель T_0 достигнет значения $T_0 \geq 3000$ ч. При выборе математической модели прогнозирования использовать следующие методы: 1) метод наименьших квадратов – критерий (6.4) табл. 6.1. 2) метод «взвешенных наименьших квадратов» - критерий (6.5) табл. 6.1.

6.7. В табл. 6.7 указан действительный класс экземпляра (элемента РЭУ) на момент времени $t = t_{пр}$, а также подсчитанные для каждого экземпляра значения решающей функции F.

Таблица 6.7

Номер экземпляра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Класс при $t = t_{пр}$	$К_1$	$К_1$	$К_1$	$К_1$	$К_1$	$К_1$	$К_1$	$К_1$	$К_1$	$К_2$	$К_2$	$К_2$	$К_2$	$К_2$	$К_2$	$К_2$	$К_2$
F	5,5	4	5	6	10	7	8	7	6	3	4	2	6	5	4,5	3	3,5

Требуется подсчитать вероятность принятия правильных решений, а также риски потребителя и изготовителя в предположении, что в прогнозирующем правиле порог разделения классов соответствует следующим значениям: 3; 4; 5; 6; 7. Выбрать значение порога разделения классов P_0 для прогнозирующего правила исходя из критериев: 1) $P_{прав} \to \max$; $p_{21} \leq 0{,}1$ при $p_{12} \to \min$.