ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ОПИСАНИЯ ПАРАМЕТРОВ

1.1. Цель работы

Цель работы: экспериментальное определение вероятностного описания параметров элементов с учётом их производственных отклонений.

Для достижения цели необходимо:

- получить (путём измерения) статистические данные о двух параметрах;
- определить на ПЭВМ числовые характеристики параметров (математические ожидание и средние квадратические отклонения), построить гистограммы распределения, выбрать и проверить гипотезы о законах распределения;
- выяснить наличие или отсутствие корреляции между параметрами.

1.2. Теоретические сведения

При изготовлении изделий (элементов, устройств и т.п.) в условиях производства всегда имеют место некоторые отклонения их параметров относительно средних (номинальных) значений, то есть параметры по сути являются случайными. Указанные отклонения называются производственными, иначе – технологическими, а иногда – начальными отклонениями или погрешностями.

При проектировании РЭУ для учета влияния производственных погрешностей параметров элементов пользуются их вероятностным описанием.

Под вероятностным описанием первичного параметра будем понимать такие его числовые характеристики, которые дают представление о среднем значении параметра, степени разброса (рассеивания) его значений относительно среднего, характере группировки значений параметра в пределах диапазона его изменения.

Для вероятностного описания параметра используют следующие характеристики **(здесь и далее буквой *x* будем обозначать символически как сам параметр, так и его текущие значения в случае, если рассматриваемая характеристика параметра является функцией):**

- математическое ожидание, иначе – среднее значение $M(x)$; при симметричном допуске соответствует номинальному значению параметра;
- среднее квадратическое отклонение (СКО) $\sigma(x)$ или дисперсию $D(x)$; эти характеристики связаны соотношением $D(x) = [\sigma(x)]^2$;
- закон распределения параметра в пределах его поля допуска.

Для решения многих практических задач достаточно было бы знать числовые характеристики $M(x)$ и $\sigma(x)$. Однако информация о производственных погрешностях параметров обычно задается в виде значения половины поля допуска $\delta(x)$. Для определения же значения $\sigma(x)$ или $D(x)$ необходимо располагать законом распределения параметра.

Закон распределения случайного параметра может быть задан плотностью распределения $w(x)$, иначе – плотностью вероятности или же функцией распределения $F(x)$. График плотности распределения $w(x)$ показывает, как плотно группируются значения параметра на том или ином участке диапазона его возможных значений (рис. 1.1). Из рис. 1.1 следует, что значения параметра вблизи точки $x_{ном}$ будут встречаться чаще, нежели вблизи границ поля допуска $x_{ном}$ – 10 % и $x_{ном}$ + 10 %.

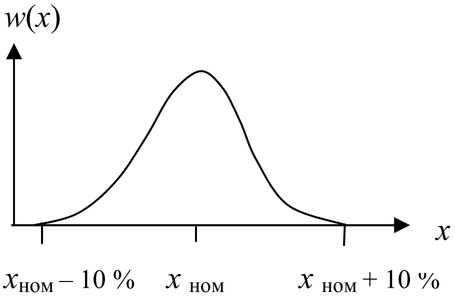


Рис. 1.1. Кривая плотности распределения параметра *x*

Функция распределения $F(x)$ для точки $x = a$ показывает, какова вероятность того, что случайный параметр примет значение меньшее, чем текущее значение $x = a$. Функции $w(x)$ и $F(x)$ по сути несут одну и ту же информацию о случайном параметре, но в разной форме.

Зная функцию $w(x)$ или $F(x)$, можно дать ответ на вопрос: какова вероятность того, что параметр примет значение, заключенное в некоторых пределах, например от a до b [1, с. 19; формулы (2.2), (2.3); рис. 2.3].

Во многих случаях при инженерном проектировании пользуются функцией плотности распределения не самого параметра x, а функцией плотности распределения его относительной ($\Delta x/x$) погрешности. Переход от функции $w(x)$ к функции $w(\Delta x/x)$ применительно к параметру R = 300 Ом ± 10 % иллюстрируется рис. 1.2. Вид кривой распределения сохраняется, меняются лишь параметры закона распределения (в случае нормального закона – параметры $m = M(x)$ и $\sigma = \sigma(x)$, то есть математическое ожидание и СКО). Аналогично в ряде случаев при расчетах удобнее пользоваться не характеристиками $M(x)$ и $\sigma(x)$, а характеристиками $M(\Delta x/x)$, $\sigma(\Delta x/x)$; сказанное относится и к половине поля допуска δ.

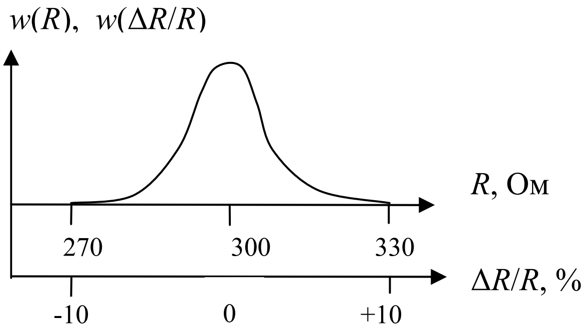


Рис. 1.2. Плотность распределения параметра *R* и его относительной погрешности Δ*R*/*R*

Законы распределения параметров

Особый интерес на практике представляют нормальное, равномерное и экспоненциальное распределения (см. табл. 1.1).

Инженера нередко интересует вопрос: какова вероятность того, что значение параметра x, распределенного по нормальному закону, отстоит не далее, чем на значение $n\,\sigma$ от среднего значения m, где n – определенное целое число (n = 1, 2, …).

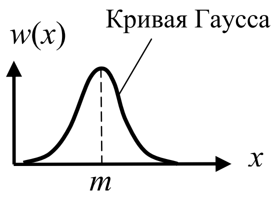
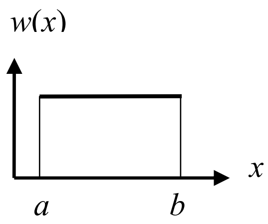
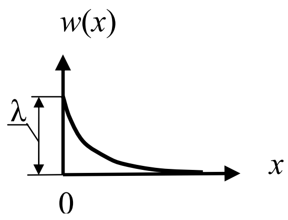
Пользуясь табличной нормальной функцией распределения $\Phi(x)$ (приложение, [1, с. 296]) для чисел n = 1, 2, 3 по формуле (1.2), приведённой в табл. 1.1, можно получить значения вероятностей, указанные в табл. 1.2.

Таблица 1.2

n	1	2	3
$P(m - n\sigma \le x \le m + n\sigma)$	0,68	0,95	0,9973

Из табл. 1.2 видно, что при значении n = 3 вероятность выхода параметра x за пределы ± 3σ очень мала (примерно 0,27 %), что означает: при нормальном законе распределения всё рассеивание параметра (с ошибкой до долей процента) укладывается на участке $m \pm 3\sigma$. Это позволяет, зная СКО и математическое ожидание (номинальное значение) параметра, ориентировочно указать диапазон его

Таблица 1.1

Закон распределения случайного параметра x	Выражение функции плотности распределения и связь параметров закона распределения с числовыми характеристиками $M(x)$ и $\sigma(x)$	График плотности распределения $w(x)$	Выражение функции распределения $F(x)$	Способ определения теоретической вероятности попадания параметра в заданный интервал (p_i)
Нормальный (распределение Лапласа – Гаусса)	$w(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right];$ $-\infty < x < +\infty,$ где m, σ – параметры распределения; $\begin{cases} m = M(x) \\ \sigma = \sigma(x) \end{cases}$ (1.1)		$F(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\frac{x-m}{\sigma}} e^{-t^2/2} dt =$ $= \Phi\left(\dfrac{x-m}{\sigma}\right)$	$p_i = P(a \le x \le b) =$ $= \Phi\left(\dfrac{b-m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\dfrac{a-m}{\sigma}\right),$ (1.2) где a – нижняя граница; b – верхняя граница; $\Phi(\ldots)$ – функция распределения стандартного нормального распределения ($m = 0$, $\sigma = 1$)
Равной вероятности (равномерное распределение, прямоугольное распределение)	$w(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, \text{ если } a \le x \le b; \\ 0, \text{ если } x < a \text{ и } x > b, \end{cases}$ где a, b – параметры распределения; $\left\{ M(x) = \dfrac{a+b}{2};\ \sigma(x) = \dfrac{b-a}{2\sqrt{3}} \right.$ (1.3)		$F(x) = \dfrac{x-a}{b-a}$	$P(\alpha \le x \le \beta) = F(\beta) - F(\alpha),$ (1.4) где α – нижняя граница; β – верхняя граница. Параметры a и b закона распределения находят, решая систему равенств (1.3)
Экспоненциальный	$w(x) = \lambda e^{-\lambda x};\ x \ge 0,$ где λ – параметр распределения; $\lambda = \dfrac{1}{M(x)};\ \lambda = \dfrac{1}{\sigma(x)}.$ Свойство распределения: $M(x)=\sigma(x)$		$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$	$P(a \le x \le b) = F(b) - F(a),$ (1.5) где a – нижняя граница; b – верхняя граница. Параметр λ определяют как $\lambda = \dfrac{1}{M(x)}$ (1.6)

Примечание. Функцию $\Phi(\ldots)$ обычно называют «нормальная функция распределения», для неё численными методами получена таблица значений (см., например [1, с. 296]).

практически возможных значений (рис. 1.3). Такой способ оценки диапазона возможных значений параметра широко используется в инженерной практике (и математической статистике вообще) и носит название “правила трех сигм”. С учётом этого в технике половина поля допуска на параметр часто устанавливается в виде значения

$$\delta(x) = 3\,\sigma(x),$$

где $\delta(x)$ – половина поля допуска на параметр x, записываемая в техническую документацию;

$\sigma(x)$ – СКО параметра x, подсчитанное по результатам измерений параметра x.

Из “правила трех сигм” вытекает ориентировочный способ определения СКО параметра:

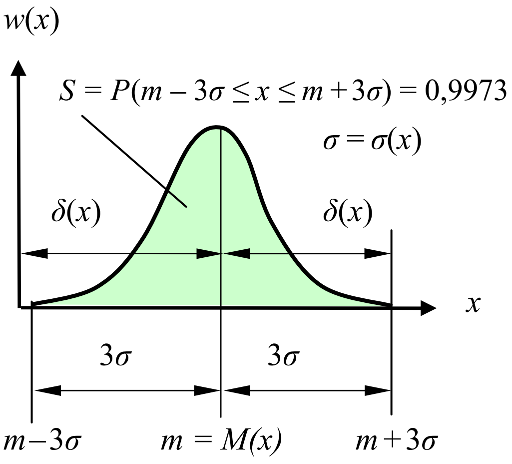


Рис. 1.3. Пояснение к «правилу трёх сигм»

$$\sigma(x) \approx \frac{\delta(x)_{\text{ТУ}}}{3}, \tag{1.7}$$

где $\delta(x)_{\text{ТУ}}$ – половина поля допуска на параметр, указанная в нормативно-технической документации – технических условиях (ТУ).

Если параметр x распределен по закону равной вероятности и известно значение половины поля допуска $\delta(x)$, то СКО $\sigma(x)$ определяется выражением

$$\sigma(x) = \frac{\delta(x)_{\text{ТУ}}}{\sqrt{3}}.$$

Появление равномерного распределения – чаще всего следствие вмешательства человека. Равномерное распределение характерно для резисторов и конденсаторов с малым допуском на параметры ($\leq \pm$ 5%), так как высокая точность достигалась скорее всего путём отбора.

Определение закона распределения параметра на основе опытных данных

Вначале получают статистическую совокупность из n наблюдений интересующего параметра (обозначим его через x). Для этого у n экземпляров – выборки объёмом n однотипных элементов или устройств измеряют значение x. Желательно, чтобы $n \geq 50 - 100$. Далее, обрабатывая статистическую совокупность, определяют оценки математического ожидания $M(x)$ и СКО $\sigma(x)$.

Затем строят статистический ряд. Для этого диапазон наблюдаемых значений параметра x разбивают на k интервалов и для каждого i-го (i = 1, 2, ..., k) интервала определяют величину

$$p_i^* = \frac{m_i}{n}, \tag{1.8}$$

где p_i^* – относительная частота (далее кратко – частота), соответствующая i-му интервалу;

m_i – число наблюдений параметра x, приходящихся на i-й интервал [1].

[1] В литературе по применению математической статистики в экономике и некоторых научных областях величины m_i называют частотами.

При $n \le 100$ примерное число интервалов можно определить как значение $n/10$. Сумма частот p_i^* всех интервалов должна быть равна единице.

Строят таблицу, в которой приводят интервалы (значения x) в порядке их расположения на оси абсцисс и соответствующие частоты p_i^* (табл. 1.3).

Таблица 1.3

Интервал, I_i	x_1, x_2	x_2, x_3	…	x_k, x_{k+1}
p_i^*	p_1^*	p_2^*	…	p_k^*

Полученную таблицу называют статистическим рядом. В ней: I_i – обозначение i-го интервала; x_i, x_{i+1} – границы i-го интервала; $i = 1, 2, \ldots, k$.

Далее строят гистограмму. Если до наблюдения параметра известен вид закона распределения, построение гистограммы можно не выполнять. Гистограмма строится следующим образом. По оси абсцисс откладываются интервалы и на каждом из них, как на основании, строится прямоугольник, высота которого

$$h_i = \frac{p_i^*}{x_{i+1} - x_i},$$

где $(x_{i+1} - x_i)$ – ширина i-го интервала.

Удобно выбирать равные интервалы. В этом случае высоты прямоугольников h_i пропорциональны соответствующим значениям p_i^* и m_i (рис. 1.4).

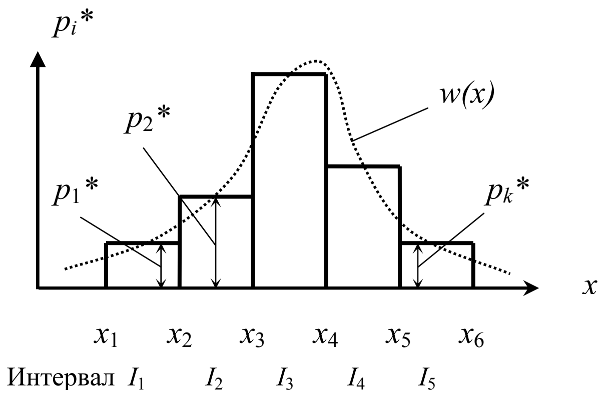


Рис. 1.4. Гистограмма распределения параметра

Огибающую ступенчатую линию гистограммы можно рассматривать как статистический аналог плотности распределения $w(x)$. Пользуясь данными статистического ряда (см. табл. 1.3), можно приближённо построить и статистическую функцию распределения параметра. Её строят по нескольким точкам, в качестве которых по оси параметра используют границы интервалов x_1, x_2, …, x_k, x_{k+1}, а в качестве координат по оси функции распределения берут значения, определяемые с помощью табл. 1.4. Соединяя полученные точки линией, получают приближенный график статистической функции распределения (рис. 1.5).

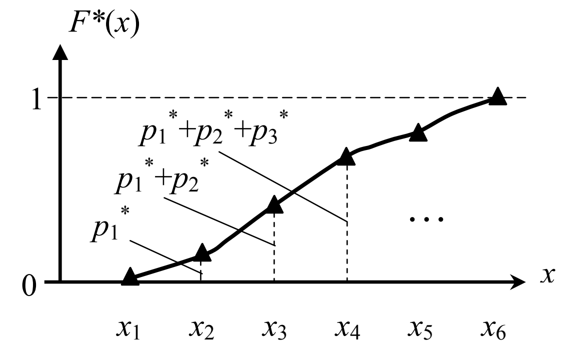


Рис. 1.5. Статистическая функция распределения параметра

Таблица 1.4

Значение параметра x_i	$F^*(x_i)$
x_1	0
x_2	p_1^*
x_3	$p_1^* + p_2^*$
x_k	$p_1^* + p_2^* + p_3^*$
…	…
x_k	$\sum_{i=1}^{k-1} p_i^*$
x_{k+1}	$\sum_{i=1}^{k} p_i^* = 1$

На практике возникает вопрос, как для статистического распределения подобрать теоретическую кривую, выражающую лишь существенные черты статистического материала, а не случайности, связанные с ограниченным объемом экспериментальных данных. Эту задачу называют задачей сглаживания статистических рядов [1].

В некоторых случаях вид теоретической кривой выбирается заранее на основе анализа сущности задачи, в других случаях – по внешнему виду статистического распределения. Обычно в последнем случае пользуются гистограммой: по графику статистической функции распределения (см. рис. 1.5) в большинстве случаев трудно сказать что-то определенное о законе распределения.

Аналитическое выражение выбранного распределения зависит от некоторых параметров этого распределения. Задача выравнивания статистического ряда переходит в задачу рационального выбора таких значений параметров распределения, при которых соответствие между теоретическим и статистическим распределением оказывается наилучшим. Одним из методов решения этой задачи является так называемый метод моментов [1].

Согласно методу моментов, параметры теоретического распределения выбирают так, чтобы важнейшие числовые характеристики (моменты) теоретического распределения были равны соответствующим статистическим характеристикам. Параметры распределения выбирают так, чтобы $M(x)$ и $\sigma(x)$ теоретического распределения совпадали с соответствующими статистическими характеристиками $M^*(x)$ и $\sigma^*(x)$.

С учётом этого **при выравнивании статистического распределения нормальным законом параметры m и σ надо принять с учётом равенств (1.1), параметры a и b теоретического закона равной вероятности должны быть определены путём решения уравнений (1.3), а параметр λ экспоненциального распределения – по выражению (1.6),** согласно табл. 1.1.

Как бы хорошо не была подобрана теоретическая функция, например $F(x)$, между нею и статистическим распределением неизбежны некоторые расхождения. Возникает вопрос: чем объясняются эти расхождения – ограниченным числом наблюдений или неудачным подбором функции? Для ответа на такой вопрос служат так называемые “критерии согласия”.

При применении критериев согласия чаще проверяются гипотезы о функции распределения $F(x)$. Широкое применение находит критерий согласия χ^2 (критерий Пирсона). Схема его применения следующая.

1. Определяется мера расхождения U по формуле

$$U = \chi^2 = n\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(p_i^* - p_i\right)^2}{p_i} = \sum_{i=1}^{k}\frac{\left(m_i - np_i\right)^2}{np_i}, \tag{1.9}$$

где p_i – вероятность попадания параметра в i-й интервал, подсчитанная по теоретическому закону распределения.

В выражении (1.9) отношения n/p_i представляют собой веса, с которыми учитываются квадраты разностей $(p_i^* - p_i)$. Пирсон показал, что при больших n закон распределения величины U практически не зависит от теоретической функции $F(x)$ и числа наблюдений n, а зависит только от числа интервалов k.

При увеличении n этот закон приближается к распределению χ^2. Поэтому мера расхождения U обозначается как χ^2.

2. Определяется число степеней свободы распределения χ^2:

$$f = k - s,$$

где s – число независимых условий (связей), наложенных на частоты p_i^*, а следовательно, и на распределение параметра.

Обычно $s = 3$, так как теоретическое распределение подбирается с учётом следующих требований:

- $\sum_i p_i^* = 1$;
- совпадение теоретического и статистического средних значений: $M(x) = M^*(x)$;
- совпадение теоретического и статистического средних квадратических отклонений – СКО: $\sigma(x) = \sigma^*(x)$.

3. По значениям f и χ^2 с помощью специальных таблиц (табл. П.1.2 приложения), составленным для функции χ^2, находится вероятность того, что величина U, имеющая распределение χ^2 с f степенями свободы, превзойдет данное значение. Если эта вероятность мала, гипотеза отбрасывается как неправдоподобная. Если эта вероятность относительно велика ($P > 0{,}7\ldots0{,}8$), гипотезу можно принять как не противоречащую опытным данным.

С примером выбора закона распределения параметра на основе опытных данных можно ознакомиться в [1, с. 45 – 46; 2, с. 16 – 18].

Корреляция параметров

На практике во многих случаях приходится иметь дело с зависимыми параметрами. При этом зависимость между параметрами является не функциональной, а вероятностной или “стохастической”. Вероятностный характер зависимости между двумя параметрами, например параметрами $h_{11Э}$ и β биполярного транзисторов, означает, что с изменением одного из параметров второй параметр имеет лишь тенденцию изменятся (убывать или возрастать). Эта тенденция соблюдается в среднем, в общих чертах, и в каждом отдельном случае от нее возможны отступления (рис. 1.6).

Вероятностная зависимость может быть более или менее тесной. По мере увеличения тесноты вероятностная зависимость приближается к предельному случаю – функциональной зависимости. Другой предельный случай – полная независимость параметров.

Возникает вопрос, как на практике учесть вероятностную зависимость между первичными параметрами.

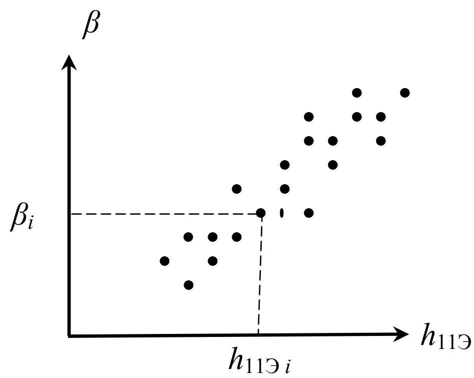


Рис. 1.6. Корреляционное поле параметров – диаграмма разброса

Для учета взаимозависимости между параметрами пользуются понятием корреляции параметров. В качестве количественной меры корреляции используют характеристику, называемую коэффициентом корреляции. При решении практических задач пользуются коэффициентом, показывающим близость зависимости параметров к линейной функциональной зависимости. Его выборочное значение, то есть значение, полученное на основе ограниченного числа наблюдений, между параметрами x и z определяют с помощью выражения

$$r_{x,z} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)(z_i - m_z)}{(n-1)\sigma_x\sigma_z}, \tag{1.10}$$

где x_i, z_i – значения параметра x в i-м измерении и соответствующее ему значение параметра z;

m_x, m_z – оценки математических ожиданий параметров x и z;

σ_x, σ_z – оценки СКО параметров x и z;

n – общее число наблюдений пар параметров x и z.

Если коэффициент корреляции, определяемый по формуле (1.10), отличен от нуля, то говорят, что параметры x и z коррелированны между собой.

Коэффициент корреляции, определяемый выражением (1.10), называют также коэффициентом линейной корреляции, а взаимозависимость между параметрами – линейной корреляционной зависимостью.

В общем случае коэффициент корреляции лежит в интервале от –1 до +1. В случае $r_{x,z} > 0$ говорят о положительной, а при $r_{x,z} < 0$ – об отрицательной корреляции параметров x и z. Положительная корреляция означает, что с увеличением одного из параметров другой имеет тенденцию в среднем возрастать. При отрицательной корреляции с возрастанием одного из параметров другой имеет тенденцию в среднем убывать. При $r_{x,z} = 0$ параметры не коррелированны. Если параметры x и z связаны точной линейной функциональной зависимостью, то $r_{x,z} = \pm 1$.

Если коэффициент корреляции имеет значение $|r_{x,z}| \to 0{,}9\ldots0{,}95$, то параметры можно считать связанными линейной функциональной зависимостью. При $|r_{x,z}| \to 0{,}25\ldots0{,}35$ корреляцией можно пренебречь.

В случаях, когда число первичных параметров более двух и все они или их часть из них связаны между собой, определяют коэффициенты корреляции между каждой парой рассматриваемых параметров. Корреляцию параметров представляют в виде корреляционной матрицы. Такой матрицей можно представить, например взаимозависимость h-параметров транзистора [1, с. 30].

При определении коэффициента корреляции число наблюдений пар параметров ограничено, поэтому возникает вопрос, насколько правомерно в дальнейших расчетах пользоваться рассчитанным значением коэффициента корреляции. Для ответа на этот вопрос выполняют проверку статистической значимости, иногда говорят – надежности этого коэффициента. Проверка статистической значимости означает выяснение того, является ли отличие от нуля коэффициента корреляции, подсчитанного по формуле (1.10), следствием корреляции параметров или же это отличие объясняется ограниченным числом наблюдений n пар значений исследуемых параметров.

Проверка статистической значимости коэффициента корреляции r выполняется путём построения доверительного интервала, который определяют по-разному в зависимости от числа наблюдений n и значения оценки r.

При числе наблюдений пар исследуемых параметров $n > 50$ используется классический подход, основанный на гипотезе о нормальном законе распределения оценки r. С примером можно ознакомиться в [1, с. 39; 2, с. 15 – 16].

При $n \leq 50$, а также при значениях оценки r, близкой к ± 1, следует пользоваться преобразованием Фишера. С примером можно ознакомиться в [1, с. 40; 2, с. 16].

При использовании любого из рассмотренных подходов считается, что выборочный коэффициент корреляции r, найденный по формуле (1.10), статистически значим, если при выбранной доверительной вероятности γ (обычно 0,95) построенный доверительный интервал для величины r не содержит точку со значением $r = 0$. В таких случаях полученным выборочным значением коэффициента корреляции можно пользоваться в дальнейших расчетах.

1.3. Описание лабораторного макета

Лабораторный макет представляет собой устройство, содержащее выборку однотипных элементов (не менее 50-ти экземпляров). Измерение параметров выполняется либо встроенным, либо внешним измерительным прибором.

Предлагаемые лабораторные макеты позволяют получить статистические данные о двух параметрах, для которых необходимо выбрать подходящий закон распределения и определить корреляцию. При необходимости метод измерения параметров поясняется схемой, приведенной на передней панели макета.

1.4. Задание на экспериментальную часть лабораторной работы

При выполнении исследований в лабораторной работе необходимо:

1. Используя лабораторный макет, выполнить измерения двух указанных преподавателем параметров у всех экземпляров выборки элементов.

При измерении исследуемых параметров и последующем вводе в ПЭВМ их значений для обработки необходимо заботиться о том, чтобы первому из параметров в i-м наблюдении ставилось в соответствие значение второго параметра в этом же i-м наблюдении.

2. Обработать опытные данные на ПЭВМ: для каждого параметра получить основные числовые характеристики (средние значения, СКО) и рисунок гистограммы.

Программа, используемая для обработки результатов измерений, находится в папке **ТОКТиН**, имя программы ***lab*1**. Из нескольких гистограмм, полученных при сопоставимом числе интервалов, лучшей является та, которая имеет меньшее число инверсий (кроме равномерного распределения). Инверсией считают смену закономерности изменения высот прямоугольников гистограммы.

3. На основе анализа физической сущности параметра и (или) вида гистограммы выбрать гипотезу о теоретическом законе его распределения и, пользуясь формулами (1.1) – (1.6) табл. 1.1, определить теоретическую вероятность p_i попадания параметра в i-й интервал; $i = 1, 2, \ldots, k$.

4. Используя ПЭВМ, выполнить подсчёт меры расхождения $U=\chi^2$ между полученным статистическим и выбранным теоретическим распределениями.

5. Подсчитать число степеней свободы f для меры расхождения $U = \chi^2$ и по этим значениям (f и χ^2) с помощью статистической таблицы (см. табл. П.1.2 приложения) найти значение вероятности P, принять решение о согласованности теоретического и статистического распределений.

При определении законов распределения исследуемые параметры должны анализироваться последовательно. Учебной программой для ПЭВМ ***lab*1** предусмотрена возможность подсчета меры расхождения между экспериментальным и одним из следующих теоретических распределений: нормальным, равномерным и экспоненциальным. Программа ***lab*1** постоянно совершенствуется, поэтому могут рассматриваться и другие законы.

6. Используя программу для ПЭВМ ***lab*1**, построить корреляционное поле (диаграмму разброса) исследуемых параметров. По виду корреляционного поля определить характер корреляции (положительная, отрицательная, независимые параметры), а также примерное значение оценки коэффициента корреляции. Ввести в ПЭВМ запрашиваемую информацию.

7. С помощью программы ***lab*1** рассчитать оценку коэффициента корреляции между исследуемыми параметрами и сравнить её со значением оценки этого коэффициента, сделанной по виду корреляционного поля.

8. Проверить статистическую значимость рассчитанного коэффициента корреляции. Этот пункт может выполняться во внеурочное время.

9. Написать отчёт по лабораторной работе.

1.5. Содержание отчета

1. Цель работы.

2. Результаты измерений исследуемых параметров в виде таблицы с указанием номера элемента (наблюдения) и значений его параметров.

3. Результаты статистической обработки опытных данных:

- статистический ряд исследуемого параметра в виде таблицы с указанием номеров и границ интервалов, количества значений параметра, попавших в i-й интервал (m_i), значений относительных частот p_i^* и теоретических (для выбранного теоретического закона распределения) вероятностей p_i, соответствующих i-му интервалу; $i = 1, 2, \ldots, k$;
- основные числовые характеристики параметра в виде табл.1.5.

Таблица 1.5

Параметр	Основные числовые характеристики		Коэффициент корреляции, $r_{1,2}$
	$M(x_i)$	$\sigma(x_i)$	
x_1			
x_2			

4. Гистограмма распределения

параметра с указанием на горизонтальной оси его значений, соответствующих границам интервалов, на вертикальной оси – относительных частот p_i^* (статистических вероятностей) в долях единицы или процентах.

5. График функции распределения $F^*(x)$, построенный по точкам.

6. Значение меры расхождения $U = \chi^2$ и заключение о согласованности статистического и теоретического распределений.

7. Корреляционное поле исследуемых параметров, построенное на миллиметровой бумаге.

8. Рассчитанное значение коэффициента корреляции и результаты проверки статистической значимости коэффициента: значение выбранной доверительной вероятности, нижней и верхней доверительных границ, заключение о значимости коэффициента.

9. Выводы: полученные характеристики вероятностного описания параметров и возможность их использования на практике.

Примечание. Пп. 3 – 6 приводятся по каждому из исследуемых параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боровиков С.М. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности: Учеб. для студ. инж.-техн. спец. вузов. – Мн.: Дизайн ПРО, 1998. – 336 с.

2. Боровиков С.М., Погребняков А.В. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности. Сборник задач: Учеб. пособие для вузов. – Мн.: БГУИР, 2001. – 124 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Таблица П.1.1

Значения нормальной функции распределения $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
-3,2	0,0007	-2,1	0,0179	-1,0	0,1587	0,1	0,5398	1,2	0,8849	2,3	0,9892
-3,1	0,0010	-2,0	0,0228	-0,9	0,1841	0,2	0,5793	1,3	0,9032	2,4	0,9918
-3,0	0,0014	-1,9	0,0288	-0,8	0,2119	0,3	0,6179	1,4	0,9192	2,5	0,9937
-2,9	0,0019	-1,8	0,0359	-0,7	0,2420	0,4	0,6554	1,5	0,9332	2,6	0,9953
-2,8	0,0026	-1,7	0,0446	-0,6	0,2743	0,5	0,6915	1,6	0,9452	2,7	0,9965
-2,7	0,0035	-1,6	0,0548	-0,5	0,3085	0,6	0,7257	1,7	0,9554	2,8	0,9974
-2,6	0,0047	-1,5	0,0668	-0,4	0,3446	0,7	0,7580	1,8	0,9641	2,9	0,9981
-2,5	0,0063	-1,4	0,0808	-0,3	0,3821	0,8	0,7881	1,9	0,9713	3,0	0,9986
-2,4	0,0082	-1,3	0,0968	-0,2	0,4207	0,9	0,8159	2,0	0,9772	3,1	0,9990
-2,3	0,0108	-1,2	0,1151	-0,1	0,4602	1,0	0,8413	2,1	0,9821	3,2	0,9993
-2,2	0,0139	-1,1	0,1357	0,0	0,5000	1,1	0,8643	2,2	0,9861	3,3	0,9995

Таблица П.1.2

Значения χ^2 в зависимости от f и P

f	Вероятность P							
	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,10	0,05
1	0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,07	2,71	3,84
2	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41	4,60	5,99
3	0,352	0,584	1,005	1,424	2,37	3,66	6,25	7,82
4	0,711	1,064	1,649	2,20	3,36	4,88	7,78	9,49
5	1,145	1,610	2,34	3,00	4,35	6,06	9,24	11,07
6	1,635	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	10,64	12,59
7	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	12,02	14,07
8	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	13,36	15,51
9	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,66	14,68	16,92
10	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	15,99	18,31
11	4,58	5,58	6,99	8,15	10,34	12,90	17,28	19,68
12	5,23	6,30	7,81	9,03	11,34	14,01	18,55	21,00