Глава 9. СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОНСТРУКЦИЙ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

9.1. Статистическое моделирование как метод исследования параметров конструкций и технологических процессов

Как отмечалось ранее, большинство первичных параметров в КиТРЭС являются случайными. По этой причине случайными являются и выходные параметры. Чтобы исследовать поведение конструкций или технологических процессов, надо наблюдать изменение их выходных параметров.

Использование для этих целей реальных конструкций или технологических процессов в большинстве случаев экономически не оправдано или затруднено по техническим и другим соображениям. Эффективным способом решения указанных задач является имитационное (статистическое) моделирование.

При имитационном моделировании получают случайные реализации первичных параметров. Имея эти реализации и зная математическую модель конструкции РЭУ или технологического процесса, можно проследить как изменяется их выходной параметр. Многократно повторяющееся имитационное моделирование может быть названо статистическим, так как об исследуемом выходном параметре получают статистические данные. Используя полученные данные, при необходимости можно оценить основные статистические характеристики выходного параметра — среднее значение и среднее квадратическое отклонение.

Статистическое моделирование параметров должно выполняться с учетом случайности параметров, диапазонов их возможных значений и законов распределения. Ясно, что чем больше реализаций первичных параметров мы получили, тем больше статистических данных будем иметь и о выходном. Следовательно, достовернее будут определены основные характеристики выходного параметра.

При имитационном (статистическом) моделировании имитируются вероятностные характеристики и связи параметров, поэтому такое моделирование называют также вероятностным.

Широкое внедрение ЭВМ создало хорошие предпосылки для статистического моделирования параметров в КиТРЭУ. Наличие в составе математического обеспечения большинства ЭВМ библиотечных программ получения случайных чисел (датчиков случайных чисел) позволяет быстро решать прикладные инженерные задачи.

9.2. Основы моделирования случайных параметров

Значения случайного параметра представляют собой числа. Если случайный параметр является непрерывным, что и имеет место в большинстве случаев, эти числа можно рассматривать как дискретные отсчеты случайного параметра. Статистическое моделирование параметров состоит в генерировании случайных чисел, причем они должны быть получены с учетом характеристик параметров (среднего значения и среднего квадратического отклонения) и законов их распределения.

Получение истинно случайных чисел является достаточно сложной задачей, поэтому в инженерной практике ограничиваются получением псевдослучайных (почти случайных) чисел, которые в основных чертах похожи на истинно случайные.

Алгоритмы и программы позволяют получать чаще всего случайные числа r, равномерно распределенные в интервале (0…1), либо числа $x_{н}$ с нормальным распределением, математическим ожиданием m=0, и средним квадратическим отклонением σ = 1. Графики плотностей и функций распределения для указанных случайных чисел показаны на рис.9.1 и 9.2.

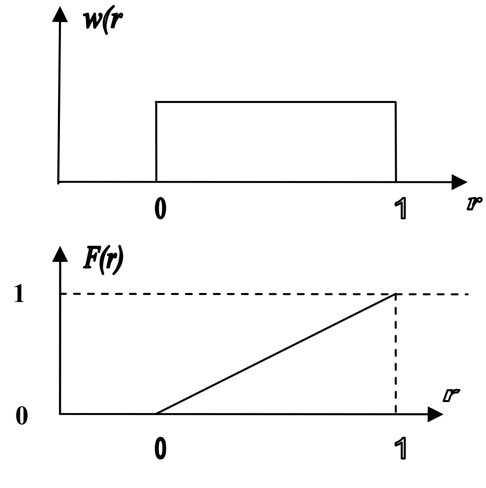

Рис.9.1. Графики плотности распределения и функции распределения для равномерно распределенных случайных чисел в интервале (0…1)

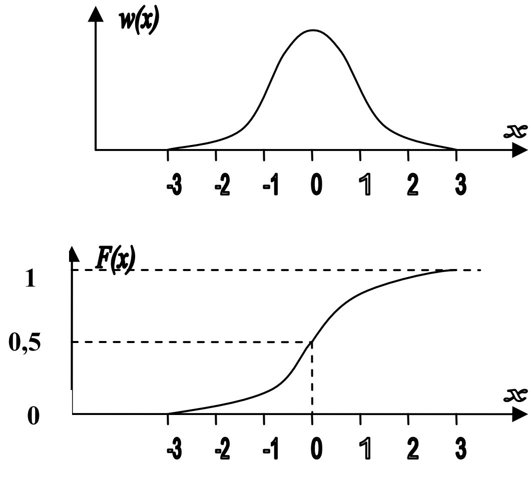

Рис.9.2. Графики плотности распределения и функции распределения для нормально распределенных случайных чисел с параметрами *m*=0, σ=1

Псевдослучайные равномерно распределенные числа в интервале (0…1) на ЭВМ получают обычно с помощью встроенных функций или библиотечных подпрограмм. Например, в Бейсик-интерпретаторе — это функция *RND*, в алгоритмическом языке Паскаль — это функция *random,* в Фортране, ориентированном на ЭВМ ЕС, — подпрограмма *RANDU.*

Вычислительные алгоритмы получения на ЭВМ псевдослучайных равномерно распределенных в интервале (0...1) случайных чисел подробно рассмотрены в работе [35].

Псевдослучайные нормально распределенные случайные числа с параметрами $m = 0$ и $\sigma = 1$ получают из равномерно распределенных, например, по формуле [33]

$$x_н = 0{,}7745967\left(\sum_{i=1}^{20} r_i - 10\right),$$

где r_i — псевдослучайные числа с равномерным законом распределение интервале (0...1).

В вычислительных системах многих ЭВМ нормально распределенные числа с параметрами $m = 0$ и $\sigma = 1$ получают по формуле

$$x_{\text{н}} = \sum_{i=1}^{12} r_i - 6.$$

Случайные числа, распределенные по другим законам, могут быть получены с помощью аналитических преобразований из равномерно распределенных случайных чисел в диапазоне (0...1) или из нормально распределенных случайных чисел с параметрами распределения $m = 0$ и $\sigma = 1$ [33].

9.3. Моделирование случайных чисел с нормальным распределением

Для моделирования чисел с нормальным распределением используют равномерно распределенные случайные числа в диапазоне (0...1). Вычислительные алгоритмы получения чисел с нормальным распределением основаны на реализации прямого метода или методе, использующем центральную предельную теорему.

При прямом методе моделирования используются специальные формулы, позволяющие преобразовывать пару независимых равномерных в диапазоне (0...1) чисел r_1 и r_2 в пару независимых нормальных чисел z_1 и z_2:

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= \sqrt{-2\ln r_1}\cos 2\pi r_2 \\ z_2 &= \sqrt{-2\ln r_1}\sin 2\pi r \end{aligned}\right\}.$$

Получаемые числа z_1 и z_2 являются дискретными представителями непрерывной нормально распределенной случайной величины с математическим ожиданием $M(z)$ - О и средним квадратическим отклонением $\sigma(z)=1$, т.е. случайной величины с параметрами $m = 0$ и $\sigma = 1$, называемой обычно стандартной нормально распределенной случайной величиной.

Метод чувствителен к корреляции чисел r_1 и r_2. Для уверенного исключения возможной корреляции равномерных чисел r_1 и r_2 их целесообразно получать с помощью различных программ.

Нормально распределенную случайную величину x с произвольными параметрами m и σ получают, используя формулу

$$x = \sigma z + m , \tag{9.2}$$

где z — стандартная нормально распределенная случайная величина (m = 0 и σ = 1).

Поясним теперь метод моделирования, использующий центральную предельную теорему. Согласно этой теореме сумма достаточно большого количества одинаково распределенных случайных величин имеет закон распределения, близкий к нормальному.

Рассмотрим сумму n независимых случайных величин r_i (i = 1, ..., n) с равномерным распределением:

$$x = \sum_{i=1}^{n} r_i . \tag{9.3}$$

В соответствии с теоремами о сложении математических ожиданий и дисперсий независимых случайных величин [7] для x можно записать:

$$\left.\begin{aligned} m_x &= \sum_{i=1}^{n} m_{ri} = nm_r \\ \sigma_x^2 &= \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ri}^2 = n\sigma_r^2 \end{aligned}\right\}, \tag{9.4}$$

где m_r и σ — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение равномерно распределенной случайной величины в диапазоне (0...1);

m_x, σ_x — математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение x.

Пронормируем случайную величину x таким образом, чтобы получить стандартную нормально распределенную случайную величину z с параметрами m=0 и σ = 1. Для этого воспользуемся выражением

$$z = \frac{x - m_x}{\sigma_x}. \tag{9.5}$$

Подставим в данную формулу выражение (9.3) и (9.4), получим

$$z = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i - nm_i}{\sqrt{n}\,\sigma_r}. \qquad (9.6)$$

Известно [7], что для равномерного распределения в интервале (0…1)случайной величины

$$m_r = 0{,}5; \quad \sigma_r = \frac{1}{2\sqrt{3}}.$$

С учетом этого получим:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i - n/2}{\sqrt{n/12}}. \qquad (9.7)$$

Чем больше слагаемых в выражении (9.7), тем лучше приближение к нормальному закону с параметрами $m = 0$ и $\sigma = 1$. Исследования показали, что при n=12 метод обеспечивает достаточно хорошее приближение. Формула (9.7) в этом случае принимает вид

$$z = \sum_{i=1}^{12} r_i - 6. \qquad (9.8)$$

Числа x, имеющие нормальное распределение с любыми параметрами m_x и σ_x, получают, как

$$x = \sigma_x z + m_x = \sigma_x (\sum_{i=1}^{12} r_i - 6) + m_x. \qquad (9.9)$$

9.4. Методы получения случайных чисел с любым законом распределения

Основными методами, используемыми на практике, являются следующие:

обратного преобразования;

отбора (исключения);

Неймана;

моделирования с помощью порядковых статистик;

суперпозиции.

Эти методы подробно рассмотрены в [35].

Поясним метод обратного преобразования. Он основан на теореме: если случайная величина x имеет плотность распределения $w(x)$, то распределение случайной величины r

$$r = F(x) = \int_{-\infty}^{x} w(x)dx \qquad (9.10)$$

будет равномерным в интервале (0…1).

Если функция $F(x)$непрерывна, то существует обратная ей функция $F^{-1}(r)$. Поэтому, чтобы получить число, принадлежащее случайной величине с плотностью распределения $w(x)$, нужно решить уравнение (9.10) относительно

$$x= F^{-1}(r). \qquad (9.11)$$

Графическая интерпретация метода обратного преобразования понятна из рис.9.3.

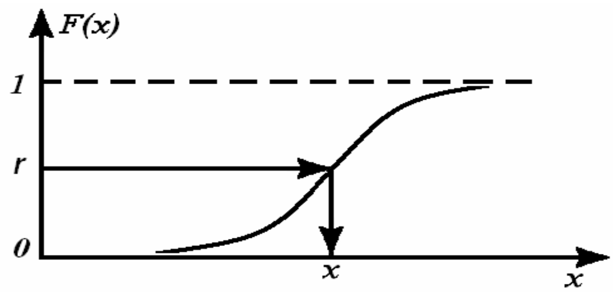

Рис. 9.3 К пояснению метода обратного преобразования

Конкретный способ решения уравнения (9.10) выбирается при рассмотрении свойств функции $w(x)$. Иногда оказывается, что разрешить уравнение (9.10) относительно x не представляется возможным, например, когда интеграл от $w(x)$ не выражается через элементарные функции.

Получить удобные для вычисления формулы позволяет аппроксимация функций $w(x)$ или $F(x)$ многочленами и рядами.

Таким образом, если мы хотим моделировать случайные числа с функцией распределения $F(x)$, то можно поступать так:

1) смоделировать число r, имеющее равномерное распределение в диапазоне (0…1);

2) число с заданным законом распределений получить по формуле обратного преобразования (9.11).

$$x = F^{-1}(r).$$

Пример 9.1. Получить методом обратного преобразования формулу для моделирования случайных чисел с экспоненциальным распределением, плотность распределения для которого

$$w(x) = \lambda e^{-\lambda x}; \quad x \geq 0; \quad \lambda > 0.$$

Решение. 1. По формуле (9.10) получаем

$$r = F(x) = \int_{0}^{x} w(x)dx = \int_{0}^{x} \lambda e^{-\lambda x}dx = 1 - e^{-\lambda x}.$$

2. Решаем полученное уравнение относительно x:

$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - r).$$

Если величина r равномерно распределена в интервале (0...1), то и (1– r) также равномерно распределена в том же интервале. Поэтому для моделирования чисел x с экспоненциальным распределением можно пользоваться более компактным выражением

$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln r.$$

В табл.9.1 приведены вычислительные алгоритмы получения случайных чисел с законами распределения, широко используемыми при проектировании конструкций и технологии РЭУ.

Таблица 9.1

Вычислительные алгоритмы получения случайных чисел [33]

Закон распределения случайных чисел	Математическое выражение плотности распределения	Способ получения случайных чисел
Равномерный в интервале [a, b]	$w(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \le x \le b \\ 0, & x < a \text{ или } x > b \end{cases}$	$x' = (b-a)r + a$
Нормальный с произвольными параметрами m и σ	$w(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	$x' = x_н\sigma + m$
Экспоненциальный с параметром λ	$w(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \ge 0$	$x' = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - r)$
Логарифмически нормальный с параметрами m и σ	$w(x) = \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}}, \quad x > 0$	$x' = e^{\sigma x_н + m}$
Вейбулла с параметрами ρ и β; β – коэффициент формы	$w(x) = \rho\beta\, x^{\beta-1} e^{-\rho x^{\beta}}, \quad x \ge 0$	$x' = [-\frac{1}{\rho}\ln(1-r)]^{1/\beta}$

В табл.9.1 приняты следующие обозначения:

x — текущее значение случайной величины (случайного параметра);

x' — случайное число;

r — равномерно распределенное случайное число в диапазоне (0...1);

$x_в$ — нормально распределенное случайное число с параметрами m = 0 и σ = 1.

9.5. Моделирование дискретных случайных величин

Пусть x случайная дискретная величина, например, количество отказов РЭУ за календарный период. Будем считать, что она принимает значения x_i с вероятностями p_i, $i = 1, \ldots, k\cdot$

Закон распределения случайной дискретной величины может быть представлен рядом распределения (табл.9.2).

Таблица 9.2

Ряд распределения дискретной случайной величины

x_i	x_1	x_2	…	x_k
p_i	p_1	p_2	…	p_k

Здесь $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_k$ — значения, которые принимает x с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_k$ соответственно.

Функция распределения случайной дискретной величины может быть получена как

$$F(x) = 0 \quad \text{при} \quad x \le x_1; \quad F(x_{s+1}) = \sum_{i=1}^{s} p_i; \quad s = 1, \ldots, k.$$

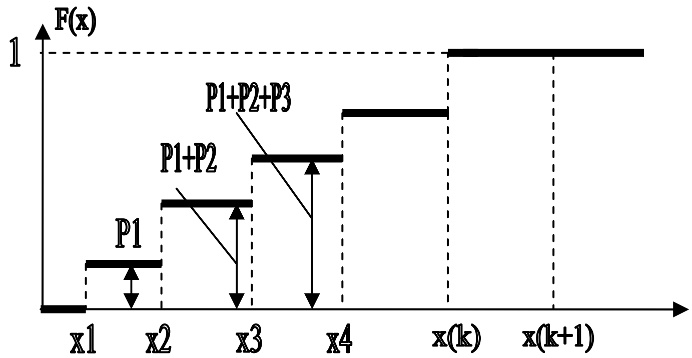

Рис.9.4. Функция распределения дискретной величины

Функция распределения любой дискретной случайной величины есть разрывная ступенчатая функция. Скачки этой функции происходят в точках, соответствующих значениям случайной величины и равны вероятностям этих значений (рис.9.4).

Случайную дискретную величину x с законом распределения $F(x)$ можно смоделировать с помощью обратного преобразования (9.11).

Из формулы (9.11) следует, что число x с законом распределения $F(x)$ равно x_s, где индекс s определяется неравенством

$$\sum_{i=1}^{s-1} p_i \le r \le \sum_{i=1}^{s} p_i \,.$$

Тогда простейший вычислительный алгоритм моделирования случайной дискретной величины имеет следующий вид:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\,\text{если} \quad r < p_1 \to x = x_1,\ \text{иначе} \\ 2.\,\text{если} \quad r < p_1 + p_2 \to x = x_2,\ \text{иначе} \\ \ldots \\ S.\,\text{если} \quad r < \sum\limits_{i=1}^{s} p_i \to x = x_s,\ \text{иначе} \\ k-1.\,\text{если} \quad r < \sum\limits_{i=1}^{k-1} p_i \to x = x_{k-1},\ \text{иначе} \\ k.\, x = x_k. \end{array}\right\} \tag{9.12}$$

9.6. Моделирование случайных чисел с биноминальным распределением

Если производится n независимых опытов, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью p, то вероятность того, что событие A появится ровно m раз, выражается формулой

$$P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m}, \tag{9.13}$$

где $q = 1 - p$.

Эта формула описывает, как распределяются вероятности между возможными значениями некоторой случайной величины — количества появлений события A в n опытах.

В связи с тем, что вероятности $P_{m,n}$ по форме представляют собой члены разложения бинома $(q + p)^n$ распределение вероятностей вида (9.13) называют биноминальным распределением.

Коэффициенты C_n^m подсчитывают по формуле

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}. \tag{9.14}$$

Биноминальное распределение применимо, например, к такой случайной дискретной величине, как количество m отказавших РЭУ при испытании n экземпляров этого устройства.

Для моделирования случайных чисел с биноминальным распределением используют последовательность стандартных равновероятных чисел. Схему независимых испытаний легко моделировать путем имитации последовательности событий A_i:

$$A_i = (r_i < p); \quad i = 1, \ldots, n. \tag{9.15}$$

Если подсчитать количество событий, имевших место при n-кратном использовании выражения (9.15), то получим реализации параметров m с биноминальным распределением.

Указанная процедура моделирования удобна для небольших значений n. Для больших значений n можно использовать нормальную аппроксимацию биноминального закона. При этом параметры нормального закона M_m и σ_m надо принять, как

$$M_m = np; \quad \sigma_m = \sqrt{np(1-p)}\,. \tag{9.16}$$

Если p при больших n имеет порядок, близкий к значению $1/n$, либо $p < 0{,}1$, биноминальное распределение сходится к распределению Пуассона с параметром $\lambda = np$.

9.7. Моделирование случайных чисел с распределением Пуассона

Рассмотрим простейший поток событий. Например, применительно к технологии, — это блоки аппаратуры, сходящие с участка настройки после их диагностирования и регулировки. Выделим произвольный участок длиной τ (рис.9.5).

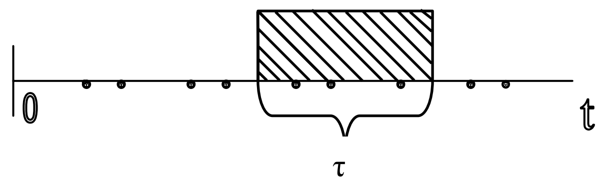

Рис. 9.5. К пояснению распределения Пуассона

На рис.9.5 точками на временной оси показаны моменты выхода с участка настройки блоков. Если поток подчиняется условиям стационарности, ординарности и отсутствия последействия (см. разд.8.2), то число блоков, сошедших с участка настройки на временном интервале τ, распределено по закону Пуассона с математическим ожиданием

$$a = \lambda\tau, \tag{9.17}$$

где λ — плотность потока блоков, выходящих с участка настройки за единицу времени.

Вероятность того, что за время τ сойдет ровно m блоков, равна

$$P_m(\tau) = \frac{(\lambda\tau)}{m!}e^{-\lambda\tau}\,. \tag{9.18}$$

Моделирование случайных чисел, распределённых по закону Пуассона со значением математического ожидания $a = \lambda\tau$, можно выполнить следующим образом. Моделируем последовательность равновероятных на интервале (0...1) чисел. Перемножаем следующие одно за другим числа и проверяем условие:

$$\prod_{i=1}^{N} r_i < e^{-\lambda\tau}. \qquad (9.19)$$

Операцию умножения продолжаем до тех пор, пока указанное условие не будет выполнено. Тогда получим случайное число m, относящееся к распределению Пуассона:

$$m=N-1.$$

9.8. Моделирование коррелированных случайных параметров с нормальными распределениями

При получении реализаций значений двух зависимых параметров например x и z, будем пользоваться гипотезой о нормальном распределении этих параметров и, кроме того, предполагать, что известен коэффициент парной корреляции между ними.

Для моделирования реализаций двух случайных коррелированных между собой параметров в этом случае воспользуемся функцией условной плотности распределения параметра z, которая имеет вид [7]

$$w(z/x)=\frac{1}{\sigma(z)\sqrt{2\pi(1-r_{xz}^2)}}\exp\left\{-\frac{1}{2(1-r_{xz}^2)}\left[\frac{z-M(z)}{\sigma(z)}-r_{xz}\frac{x-M(x)}{\sigma(x)}\right]^2\right\}, \qquad (9.20)$$

где $M(x)$, $M(z)$ — математические ожидания параметров x и z;

$\sigma(x)$, $\sigma(z)$ — средние квадратические отклонения параметров x и z;

r_{xz} — коэффициент парной корреляции между x и z.

Рассматривая функцию условной плотности распределения (9.20), можно увидеть, что это есть функция плотности распределения для нормального закона с параметрами не $M(z)$ и $\sigma(z)$, а с математическим ожиданием

$$M(z/x)=M(z)+r_{xz}\frac{\sigma(z)}{\sigma(x)}\left[x-M(x)\right] \qquad (9.21)$$

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma(z/x)=\sigma(z)\sqrt{1-r_{xz}^2}. \qquad (9.22)$$

Пусть случайное число x, имеющее нормальное распределение с параметрами $m = M(x)$ и $\sigma = \sigma(x)$, уже получено. Тогда для получения случайного числа z, имеющего нормальное распределение с параметрами $m = M(z)$ и $\sigma = \sigma(z)$ и коррелированного с x, необходимо по формулам (9.21) и (9.22) произвести смещение параметров $M(z)$ и $\sigma(z)$ с учетом коэффициента парной корреляции, а затем воспользоваться датчиком (подпрограммой) формирования случайных нормально распределенных чисел с параметрами $m = M(z/x)$ и $\sigma = \sigma(z/x)$.

Формулы (алгоритм) получения с помощью ЭВМ реализации значений двух случайных параметров x и z, распределенных по нормальным законам и коррелированных между собой, могут быть приведены к виду [14]

$$x = 0{,}7745967\ \left(\sum_{i=1}^{20} r_i^{(1)} - 10\right)\sigma(x) + M(x); \tag{9.23}$$

$$z = 0{,}7745967\left(\sum_{i=1}^{20} r_i^{(2)} - 10\right)\sigma(z)\sqrt{1 - r_{xz}^2} + M(z) + r_{xz}\frac{\sigma(z)}{\sigma(x)}[x - M(x)], \tag{9.24}$$

где $r_i^{(1)}$, $r_i^{(2)}$ — последовательности случайных равномерно распределенных чисел в диапазоне (0...1), полученные соответственно в первом и втором циклах.

9.9. Получение коррелированных случайных параметров с любыми законами распределения

Предлагается численный алгоритм получения с помощью ЭВМ коррелированных параметров с любыми законами распределения. Основные принципы, положенные в его основу, были сформулированы в работе [36]. Суть состоит в следующем.

Пусть требуется получить n пар случайных параметров x и z с плотностями распределения $w(x)$, $w(z)$ и коэффициентом парной корреляции r.

Вначале независимо генерируются n значений параметров x и z с плотностями распределения $w(x)$ и $w(z)$, используя для этого приемы, описанные выше и формулы табл.9.1. В результате получают две совокупности случайных чисел, а именно:

$$x_i,\ i = 1, 2, \ldots, n;\ \ z_i,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Подсчитывают, какое значение коэффициента парной корреляции r имеет место между x_i и z_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ за счет чисто случайных причин. Пользуются формулой

$$r_{xz} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)(z_i - m_z)}{(n-1)\sigma_x\sigma_z}, \tag{9.25}$$

где x_i, z_i — i-е значение параметра x и соответствующее ему значение параметра z;

m_x, m_z — математические ожидания x и z;

σ_x, σ_z — средние квадратические отклонения x и z;

n — количество пар x и z.

Предположим, что коэффициент r_{xz} оказался равен значению R. Далее проверяется условие

$$| R - r | \le \varepsilon, \tag{9.26}$$

где ε — выбранная абсолютная ошибка обеспечения заданного значения коэффициента парной корреляции r.

Если условие (9.26) выполняется, то чисто случайно между параметрами x и z обеспечивается заданное значение коэффициента корреляции r. Конечно, вероятность такого события близка к нулю. Если условие (9.26) не выполняется, то поступают следующим образом.

Последовательность (индексацию) значений параметра x в дальнейшем не изменяют. Значения же параметра z случайным образом меняют местами и каждый раз подсчитывают по формуле (9.25) коэффициент парной корреляции r_{xz}.

Перестановки значений параметра z (назовем их итерациями) выполняют до тех пор, пока не будет выполняться условие

$$| r_{xz} - r | \le \varepsilon. \tag{9.27}$$

На первой итерации из ряда целых чисел от единицы до n случайным образом выбирают два числа, например l и m $(l \ne m)$.

Элементы l и m совокупности z_i $(i=1, 2, \ldots, n)$ меняют местами. С учетом этой перестановки подсчитывают значение коэффициента корреляции r_{xz} и проверяют условие (9.27). Если оно выполняется, то поставленная задача решена. При невыполнении условия (9.27) анализируют, приближает ли новое значение коэффициента корреляции r_{xz} к заданному значению r.

Если да, то перестановка l-го и m-го элементов как бы утверждается. Если выполненная перестановка элементов удаляет нас от значения r, то l-й и m-й элементы возвращаются на свои места.

По аналогии с первой итерацией выполняют все последующие. Итерационный процесс заканчивается, как только будет выполнено условие (9.27).

Известно, что максимальное число неповторяющихся перестановок из натуральных чисел 1, 2,..., n равно $n!$. Поэтому итерационный процесс не имеет смысла продолжать для итераций, превышающих значение $n!$. В таких случаях надо признать, что при ограниченном числе пар значений x и z достичь требуемого коэффициента корреляции r при выбранной ошибке ε не представляется возможным.

Укрупненная структурная схема алгоритма реализации описанного алгоритма на ЭВМ приведена на рис.9.6.

Пояснение функциональных частей структурной схемы дано в табл.9.3.

Таблица 9.3

Пояснения функциональных частей схемы алгоритма

Номер функциональной части	Пояснение
1	Ввод заданных значений параметров r, ε и n
2, 3	Независимое генерирование параметров x и z или же их ввод с клавиатуры ЭВМ
4, 8	Организация счета числа итераций
5	Подсчет по формуле (9.25) начального значения коэффициента парной корреляции между x и z
6	Проверка условия вида (9.26)
7	Генерирование двух целых равномерно распределенных чисел l и m из диапазона (1...n), причем $l \neq m$
9	Проверка целесообразности продолжения итерационного процесса
10	Сообщение о невозможности обеспечения заданного значения коэффициента корреляции r с ошибкой ε
11	Перемена мест l-го и m-го элементов совокупности z_i (i = 1, 2 ,..., n)
12	Проверка условия вида (9.27)
13	Уточнение, приближает ли нас значение коэффициента r_{xz} в данной итерации к достижению заданного значения r
14	Возвращение l-го и m-го элементов совокупности z_i (i = 1, 2, ..., n) на свои места
15	Присвоение текущего значения r_{xz} его начальному значению
16	Печать результатов в случае успешного решения поставленной задачи

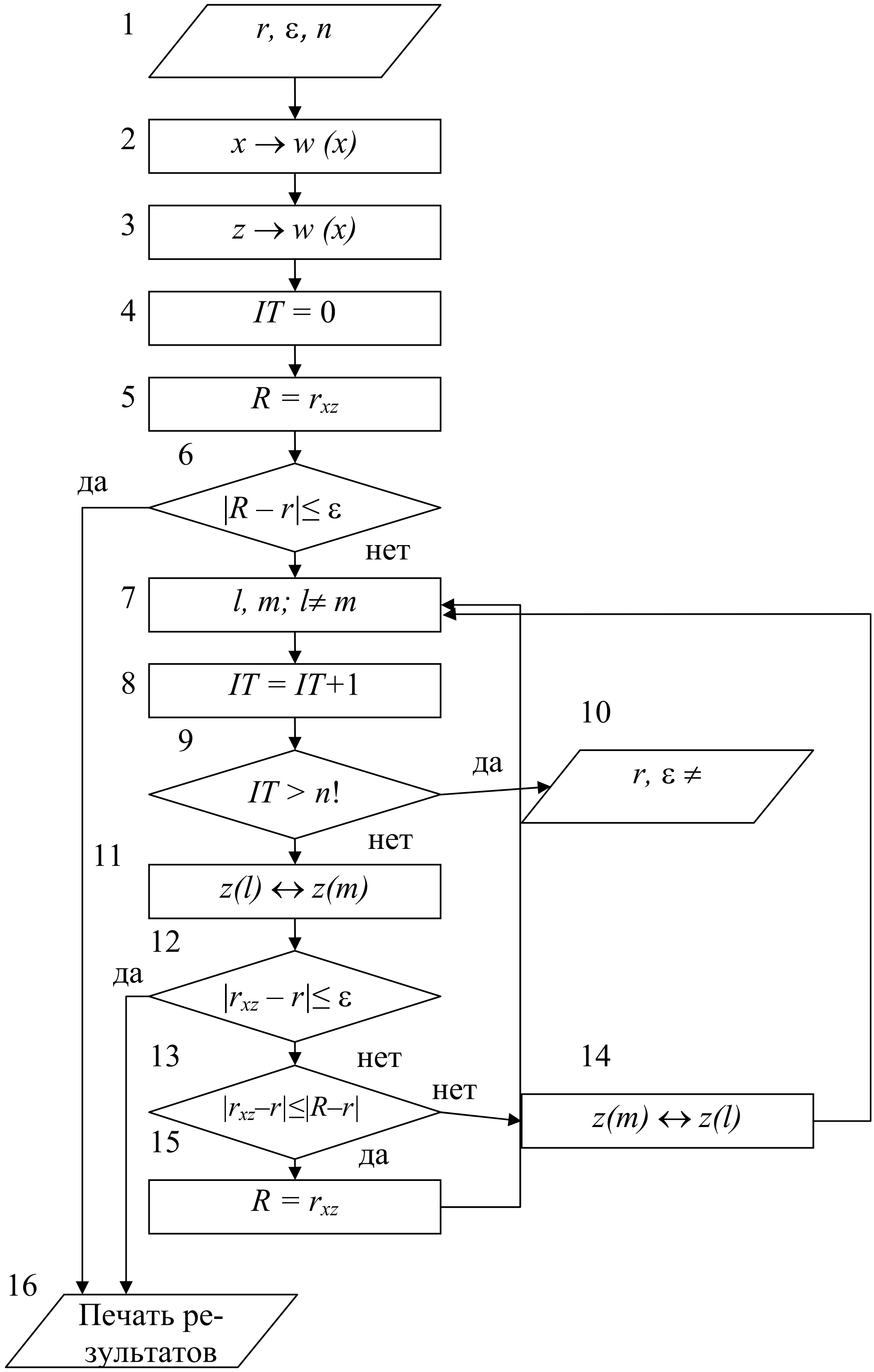

Рис.9.6.Укрупненная структурная схема алгоритма получения коррелированных случайных параметров с любыми законами распределения

Далее приводится программа для ПЭВМ, реализующая описанный алгоритм. Программа написана на языке Бейсик. Для удобства анализа этой программы читателями, в табл.9.4 дан список идентификаторов переменных, участвующих в программе, и их пояснение.

Приведенная программа соответствует случаю ввода переменных *x* и *z* с клавиатуры ЭВМ. Вначале вводятся *n* значений параметра *x,* а затем параметра *z,* причем *i*-му значению *x* ставится в соответствие *i*-е значение *z.*

Программа для моделирования коррелированных параметров
с любыми законами распределения

```
2  INPUT N: DIM X(N), A(N)
3  INPUT RS: INPUT EP
4  FOR I = 1 TO N: INPUT X(I): NEXT I: FOR I = 1 TO N: INPUT
Z(I): NEXT I
6  FOR I = 1 TO N: A(I) = X(I): NEXT I: GOSUB 500: XM = AM:
SX = SIG
7  PRINT XM, SX
8  FOR I = 1 TO N: A(I) = Z(I): NEXT I: GOSUB 600: ZM = AM: SZ
=
SIG
9 PRINT ZM, SZ
11  IT = 0: P = 1: FOR I = 1 TO N: P = P*I: NEXT I: PRINT P
12  GOSUB 520: RR = R: PRINT "R нач. =" RR
13  IF ABS(RR-RS)<=EP THEN RXZ = RR: GOTO 200 20 FOR I = 0
TO N: A = RND(N): NEXT I
22 P = 1: FOR I = 1 TO N: P = P*I: NEXT I: PRINT P
30 L = INT (N*RND(1)+1)
40 M = INT(N*RND(1)+1)
50 IF L = M THEN GOTO 40
60 A = Z(L): B = Z(M): Z(L) = B: Z(M) = A: IT = IT+1
65 IF IT>P THEN 207
70 GOSUB 520: RXZ = R
80 E = ABS(RXZ-RS): IF E <= EP THEN 200
100 DEL = ABS(RR-RS): IF E>=DEL THEN 190
110 PRINT "ИТЕРАЦИЯ" IT;: PRINT "R=" RXZ;: PRINT " —
удача»
111 RR = RXZ: GOTO 30
190 PRINT  "ИТЕРАЦИЯ" IT;:  PRINT "R=" RXZ; PRINT "— не-
удача
195 PRINT "СТАРОЕ" R =" RR: Z(L) = A: Z(M) = B: GOTO 30
200  PRINT  "ИТЕРАЦИЯ"  IT;:  PRINT  "R="  RXZ;:  PRINT
" — успех
```

```
202 PRINT "ВЫВОД КОРРЕЛИРОВАННЫХ ПАРАМЕТРОМ ПОПАРНО" :PRINT " "
205 FOR 1=1 TO N: PRINT I;". ";: PRINT X(I); Z(I): NEXT I: GOTO 210
207 PRINT "Обеспечить заданное R невозможно"
210 END
500 S = 0: FOR I = 1 TO N: S = S+A(I): NEXT I: AM = S/N
510 S = 0: FOR I = 1 TO N: S = S+(A(I)-AM)*(A(I)-AM):NEXT I: SIG=S/(N-1)
512 SIG = SQR(SIG): RETURN
520  S = 0: FOR II = TO N: S = S+(X(II)~XM)*(Z(II)-ZM): NEXT II
521  R = S/(SX*SZ*(N-1))
522 RETURN
```

Таблица 9.4

Пояснения параметров вычислительного алгоритма и программы для ЭВМ

Обозначение параметра		Смысл параметра
в вычислительном алгоритме	в программе ЭВМ	
n	N	Число пар x и z
x_i, z_i	X(I), Z(I)	i-е значение x и соответствующее ему значение параметра z
m_x, σ_x	XM, SX	Среднее значение и среднее квадратическое отклонение x
m_z, σ_z	ZM, SZ	Среднее значение и среднее квадра- тичесное отклонение z
r	RS	Заданное (требуемое) значение коэффициента парной корреляции между x и z
ε	EP	Заданная погрешность (ошибка) обеспечения требуемого r
$n!$	P	Значение $n!$ (n-факториал)
—	IT	Счетчик числа итераций (перестановок элементов совокупности z_i)
l, m	L, M	Номера элементов совокупности z_i (i = 1,…, n), меняемые местами в текущей итерации
R	RR	Начальное значение коэффициента корреляциии между x и z
r_{xz}	RXZ	Значение коэффициента корреляции между x и z в текущей итерации
—	Z(L), Z(M)	l-m и m-$й$ элементы z, меняемые местами в текущий итерации
—	E	Значение $\lvert r_{xz} - r\rvert$

Продолжение табл.9.4

—	DEL	Модуль разности между последним значением коэффициента корреляции r_{xz}, удачным с точки зрения движения к требуемому значению z, и самим значением r
—	A(N)	Массив размерностью n, используемый в подпрограмме определения средних значений и средних квадратических отклонений x и z
—	A(I)	i-е значение массива A
—	AM, SIG	Среднее значение и среднее квадратическое отклонение, найденные по результатам статистической обработки элементов массива A
—	R	Коэффициент корреляции между x и r, подсчитываемый в соответствующей подпрограмме
—	S	Вспомогательная переменная, используемая в подпрограммах

В качестве примера иллюстрации выполнения рассмотренной программы вводилось 10 значений параметров x и z (табл.9.5).

Таблица 9.5

Данные о параметрах x и z до реализации алгоритма

Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	3,45	3,7	4	3,1	3,5	3,9	3,4	3,8	3,2	3
z	1,9	1	1,3	1,45	1,55	2	1,2	1,5	1,1	1,8

Коэффициент парной корреляции между x и z имеет значение $R \approx 0{,}001$, т.е. они в данном случае являются практически некоррелируемыми .

Корреляционное поле параметров для этого случая показано на рис.9.7, *а*.

Ставилась задача с помощью программы для ЭВМ, реализующей предложенный в работе алгоритм, получить для x и z (см. табл.9.5) коэффициент парной корреляции

$$r = 0{,}9$$

с ошибкой ε, не превышающей значения 0,05.

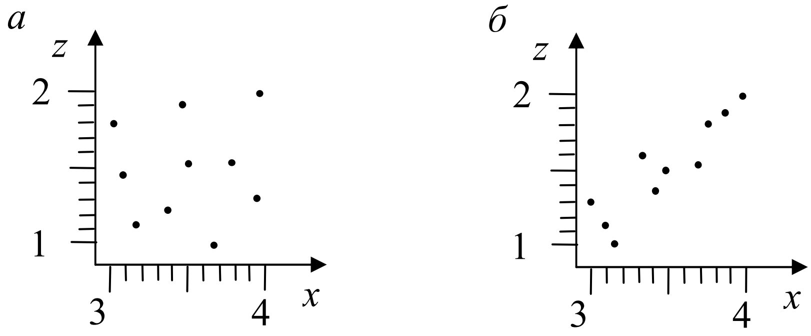

Рис.9.7. Корреляционное поле параметров:
а **– до реализации алгоритма;** ***б*** **– после реализации алгоритма**

Для решения этой задачи на ЭВМ потребовалась 32 итерации. Получено значение коэффициента корреляции между *x* и *z*, равное 0,92. Значения *x* и *z*, соответствующие этому случаю, записаны попарно в табл.9.6.

Таблица 9.6

Значения пар параметров *x* и *z* после реализации алгоритма

Номер пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	3,45	3,7	4	3,1	3,5	3,9	3,4	3,8	3,2	3
z	1,3	1,5	2	1,1	1,45	1,9	1,55	1,8	1	1,2

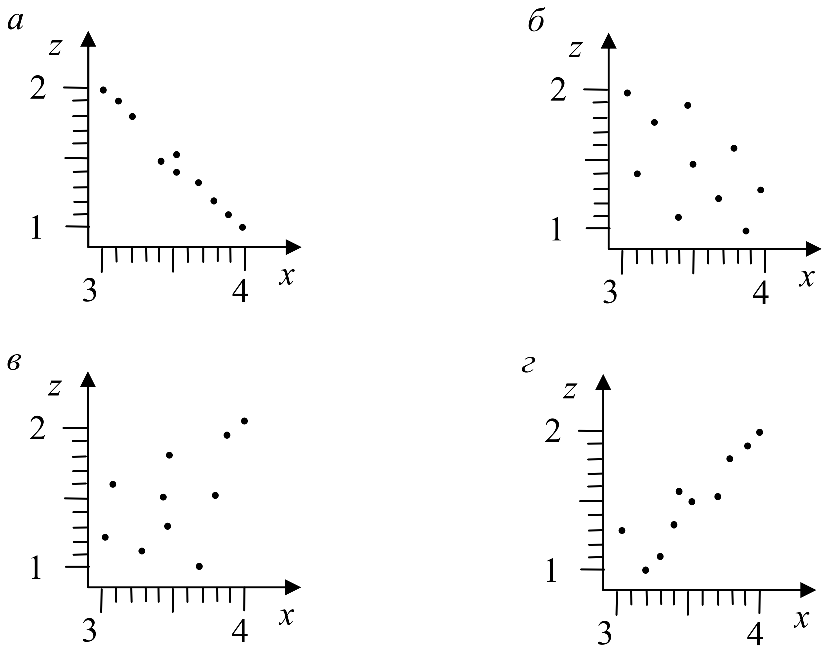

Рис.9.8. Корреляционные поля ***x*** **и** ***z***

Корреляционное поле x и z, построенное по данным табл.9.6, показано на рис.9.7, *б*.

На рис.9.8 показаны корреляционные поля x и z, полученные для других задаваемых значений коэффициентов корреляции.

Задаваемые значения коэффициентов корреляции, погрешности их обеспечения, реально полученные на ЭВМ значения r, число итераций, за которое достигнуто требуемое значение коэффициентов, а также номера рисунков с видами корреляционных полей указаны в табл.9.7.

Таблица 9.7

Результаты использования алгоритма

Требуемое значение r	Ошибка ε	Полученное значение r	Число итераций	Номер рисунка с видом корреляционного поля
-1	0,05	-0,995	42	9.8, *а*
-0,6	0,05	-0,62	15	9.8, *б*
0,6	0,05	0,55	19	9.8, *в*
1	0,05	0,96	76	9.8, *г*

9.10. Исследование выходных параметров РЭУ и технологических процессов методом Монте-Карло

Ранее отмечалось, что к вероятностному моделированию относится метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) с использованием математических моделей РЭУ или технологических процессов.

Предположим, что модель задана математическим выражением в виде функции

$$y = \varphi(x_1, ..., x_n, t), \tag{9.28}$$

где y — выходной параметр;

$x_1, \ldots, x_n$ — первичные параметры;

t — время (в общем случае может также рассматриваться как первичный параметр).

Поставим задачу определить закон распределения выходного параметра y в различные моменты времени t, если известны пределы изменения первичных параметров $x_1, \ldots, x_n$.

Зафиксируем время $t = t_0$. Возьмем по одному случайному значению для каждого из n первичных параметров, получим их случайную комбинацию

$$x_1^{(1)},\ x_2^{(1)},\ ...,\ x_n^{(1)},$$

где верхний индекс означает ее номер. Подставив эту комбинацию в математическую модель вида (9.28), найдем первое значение выходного параметра $y^{(1)}$

Повторив процедуру получения случайных комбинаций первичных параметров и подставив их в выражение (9.28) N раз, получим ряд

$$y^{(1)},\ y^{(2)},\ ...,\ y^{(N)}.$$

Он содержит информацию о среднем значении выходного параметра y, степени его рассеивания относительно среднего значения, а также о законе распределения для момента времени $t = t_0$.

Указанная процедура повторяется для других фиксированных моментов времени $t = t_0 + k\Delta t$, $k = 1, 2...$ с выбранным шагом Δt.

Статистическая обработка результатов моделирования в данном случае состоит в определении для каждого момента времени среднего значения и среднего квадратического отклонения выходного параметра, а также в построении для него гистограммы распределения и подборе подходящей модели закона распределения.

На рис.9.9 приведена укрупненная структурная схема алгоритма решения рассмотренной задачи на ЭВМ. Она разработана в предположении, что первичные параметры являются некоррелированными и подчиняются нормальному закону или закону равной вероятности. Ниже приводятся пояснения основных функциональных частей структурной схемы (табл.9.8).

Достоинство метода Монте-Карло состоит в том, что он дает возможность оперировать законами распределения первичных и выходного параметров. Это позволяет получить результаты, обладающие большей достоверностью по сравнению с методами, которые оперируют числовыми характеристиками параметров — средними значениями и средними квадратическими отклонениями.

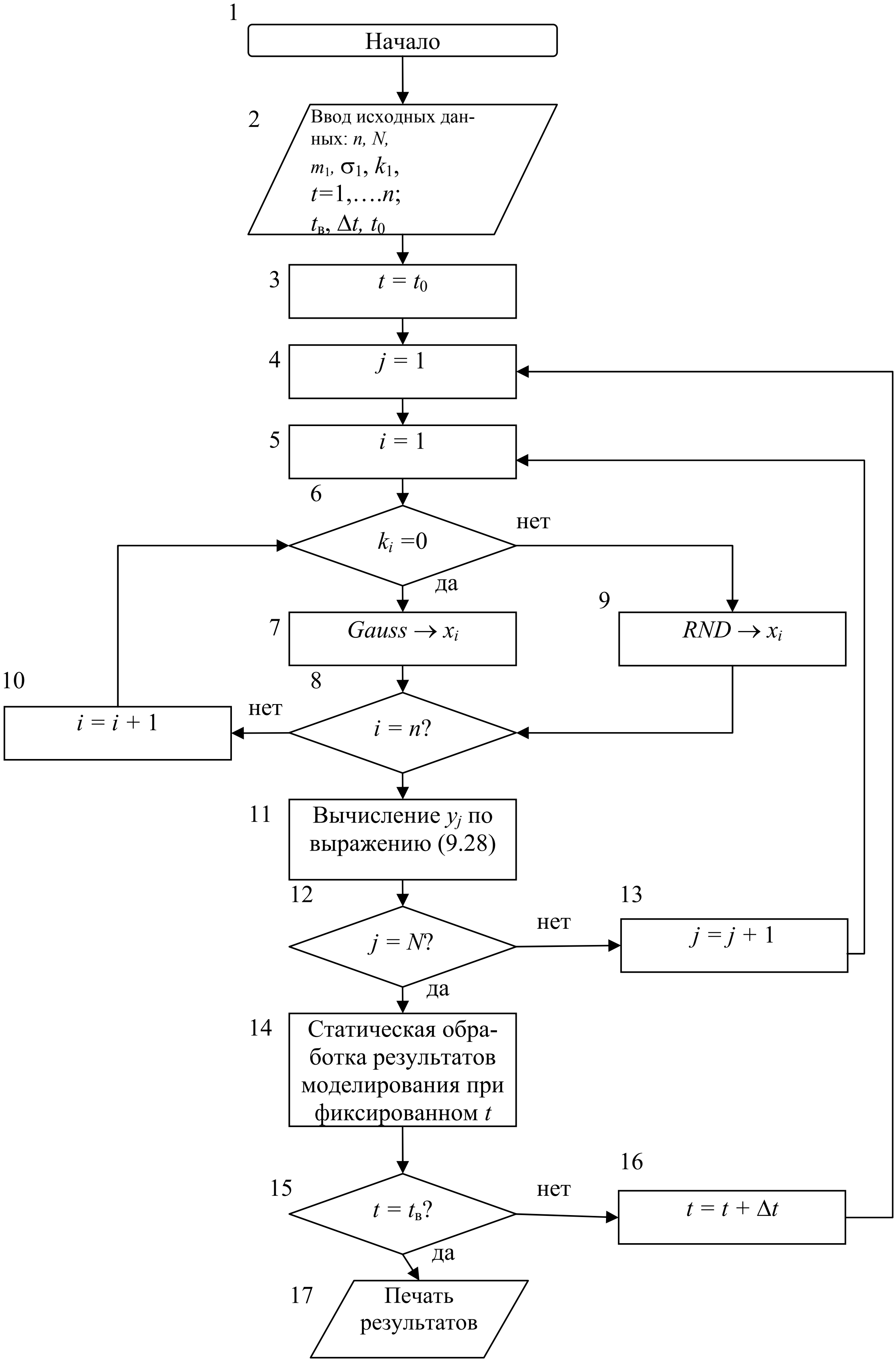

Рис.9.9. Укрупненная структурная схема алгоритма решения задачи на ЭВМ методом Монте-Карло

Таблица 9.8

Пояснения функциональных частей структурной схемы алгоритма решения задачи на ЭВМ методом Монте-Карло

Номер функциональной части	Пояснение
2	Ввод исходных данных: m_i, σ_i и k_i — среднее значение, среднее квадратическое отклонение первичного параметра и код закона его распределения (0 — нормальный закон, 1 — закон равной вероятности); t_0, $t_в$ — начальный и конечный моменты времени, для которых определяют значения параметра y; Δt — выбранный шаг изменение фиксированных моментов времени, (n — количество первичных параметров, N — количество реализаций выходного параметра)
5,8,10	Организация цикла по индексу i. Индексом учитываются первичные параметры x_i, $i = 1,\ldots,n$
4,12,13	Организация цикла по индексу j. Индексом учитываются реализации выходного параметра y
3,15,16	Операторы выбора фиксированных моментов времени
6	Оператор выбора вида закона распределения первичного параметра (0 — нормальный закон, 1 — закон равной вероятности)
7	Обращение к датчику нормально распределенных случайных чисел и формирование случайного числа x_i
9	Обращение к датчику равномерно распределенных случайных чисел и формирование случайного числа x_i
14	Статистическая обработка результатов моделирования выходного параметра при фиксированном значении t

9.11. Моделирование производственных погрешностей параметров РЭУ массового производства

При анализе параметров РЭУ на этапе проектирования можно выделить два этапа.

На первом этапе производится расчет или подбор опытным путем номинальных значений первичных параметров. Выбирают такие, которые обеспечивают требуемые значения основных электрических показателей устройства — выходных параметров. При этом не учитывают возможности отклонения фактически получаемых параметров от их номинальных значений в результате наличия множества технологических (производственных) погрешностей.

На втором этапе анализируют влияние технологических погрешностей параметров элементов на значения выходных параметров. На параметры элементов назначают такие производственные допуски, которые обеспечивают требуемое качество функционирования РЭУ по его выходным параметрам. Одна из задач, которые возникают на этом этапе при подготовке массового производства, состоит в следующем.

Известна математическая модель, которая связывает j-й выходной параметр y_j с параметрами элементов x_1, …, x_n:

$$y_j = \varphi\left(x_1,\ldots,\ x_n\right);\ j = 1,\ldots,\ m, \tag{9.29}$$

где m — число принятых во внимание выходных параметров, характеризующих функционирование РЭУ.

Работа РЭУ рассматривается в этом случае статически в фиксированный момент времени и при определенных значениях входных сигналов.

В качестве исходных данных должны быть известны вероятностные характеристики отклонений фактического значения x_i от его номинального уровня $x_{i\text{ном}}$. В качестве такого отклонения выступает $\Delta x_i = x_i - x_{\text{ном}}$, или $\Delta x_i / x_i$. Указанные характеристики могут быть получены экспериментально, путем контроля больших партий элементов, или на основании теоретических соображений, пользуясь документацией на элементы.

В результате решения нужно найти вероятностные характеристики выходных параметров РЭУ. Одной из таких характеристик является вероятность попадания выходного параметра в заданный диапазон от $y_{j\min}$ до $y_{j\max}$. Эта вероятность определяет процент выхода годных изделий по выходному параметру y_j. Приемлемого для практики значения процента выхода годных изделий можно добиться путем изменения номинальных значений параметров элементов, вида функции (9.29), т.е. структуры РЭУ, характеристик отклонений и допусков параметров элементов. Такие задачи могут быть эффективно решены методом вероятностного моделирования.

Вероятностное моделирование выполняют в соответствии со схемой, фрагмент которой показан на рис.9.10.

При реализации вероятностного моделирования, согласно рис.9.10, математической моделью не учитываются временные изменения характеристик модели (вида математического выражения или ее коэффициентов). Реализация метода включает следующие этапы:

моделирование параметров элементов в соответствии с их законами распределения; если параметры элементов зависимы, то получение их случайных значений должно выполняться согласно условным законам распределения. Эта задача решена и описана в литературе [14] применительно к коррелированным параметрам, распределенным по нормальным законам;

многократное вычисление значений выходного параметра для комбинации случайных значений параметров элементов;

статистическую обработку результатов моделирования, которая позволяет:

1) построить гистограмму и подобрать закон распределения выходного параметра;

2) рассчитать вероятность попадания выходного параметра в заданные границы (допуск);

3) рассчитать отклонения выходного параметра, соответствующие заданной вероятности его попадания в полученный диапазон.

Число необходимых реализаций N выбирается в зависимости от требуемой точности моделирования и может быть определено приемами, указанными в работах [16, 22].

Пример 9.2. Выходной параметр является функцией двух независимых параметров x_1 и x_2 и выражается математической моделью

$$y = x_1 + x_2 + x_1 x_2 , \tag{9.30}$$

где $x_1 = 10\,\text{В} \pm 5\%$ — имеет равномерное распределение в пределах поля допуска;

$x_2 = 30\,\text{В} \pm 10\%$ — имеет нормальное распределение.

Требуется получить математические выражения для моделирования случайных параметров x_1 и x_2 и подсчитать значение y в первой реализации процесса (объекта).

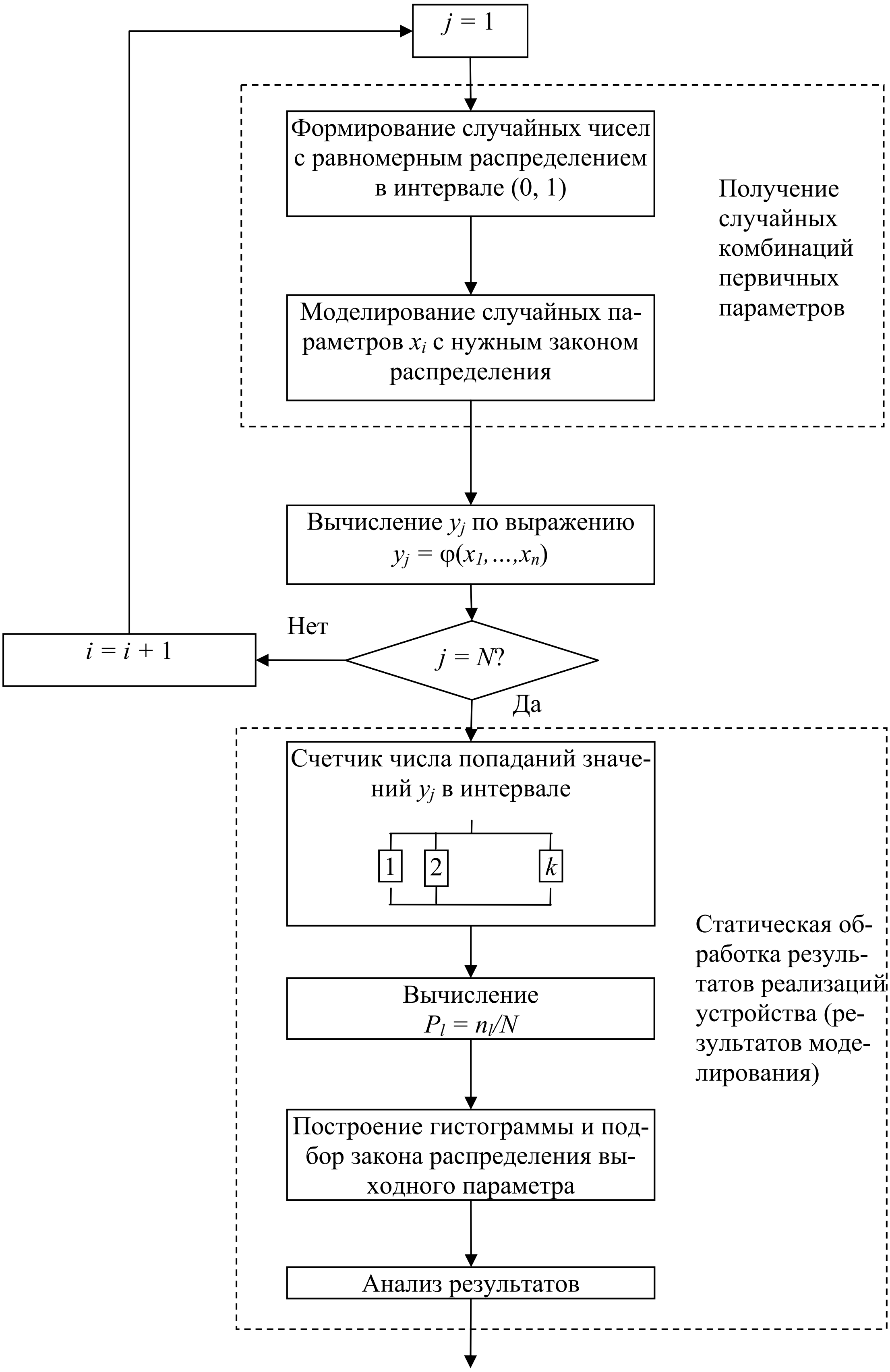

Рис.9.10. Структурная схема вероятностного моделирования

Решение. 1. Определяем предельные граничные значения параметра x_1: нижняя граница $x_{1Н}$ = 9,5В, верхняя — $x_{1В}$ = 10,5В. Моделируем равномерно распределенные значения параметра x_1 , используя формулу, приведенную в табл. 9.1. Получим

$$x_1 = (x_{1в} - x_{1н})r + x_{1н} = r + 9{,}5; \qquad r \in (0...1). \tag{9.31}$$

2. Определяем предельные значения параметра x_2. Нижнее отклонение $x_{2Н}$ = 27В, верхнее предельное отклонение $x_{2В}$ = 33В.

Предполагаем, что все значения x_2 лежат в пределах $\pm 3\sigma(x_2)$ от номинального значения $x_{2ном}$, которое совпадает с математическим ожиданием $M(x_2) = x_{2ном}$.

Тогда математическое ожидание равно $M(x_2)$ = 30В. Пользуясь "правилом трех сигм", вычисляем среднее квадратическое отклонение параметра x_2. Получим

$$\sigma(x_2) \approx \frac{x_{2в} - x_{2ном}}{3} = \frac{33 - 30}{3} = 1 \text{ В}.$$

Моделировать значения параметра x_2 с нормальным распределением в найденных пределах от 27 до 33 В можно по формуле

$$x_2 = x_Н \sigma(x_2) + M(x_2) = x_Н + 30; \quad -3 \le x_Н \le +3, \tag{9.32}$$

где $x_Н$ — реализации нормально распределенных случайных чисел с параметрами m = 0, σ = 1.

3. Предположим, что моделирование первых значений последовательности равномерно распределенных в интервале (0...1) чисел r и нормальных стандартных чисел $x_Н$ дало:

$$r = 0{,}307; \; x_Н = -0{,}460.$$

По этим значениям вычисляем x_1 и x_2, пользуясь выражениями (9.31) и (9.32) соответственно. Получим

$$x_1 = 9{,}807 \text{ В}; \; x_2 = 29{,}54 \text{ В}.$$

Подставляем результаты в модель (9.30) и получаем первое значение выходного параметра $y^{(1)}$= 329,046.

Аналогично могут быть получены значения выходного параметра y для других реализаций процесса (объекта).

В рассматриваемом примере комбинация случайных параметров x_1 и x_2, а также значение выходного параметра y с целью иллюстрации были получены путем ручного расчета. В реальных ситуациях весь процесс моделирования целесообразно проводить с использованием ЭВМ.

9.12. Моделирование надежности РЭУ

При решении практических задач по обеспечению и оценке показателей надежности РЭУ аналитические расчеты оказываются весьма трудоемкими, либо ими вообще нельзя пользоваться. В этих случаях поставленные задачи удобно решать моделированием на ЭВМ.

Будем предполагать, что РЭУ имеет минимальную функционально необходимую структуру (т.е. резервирование отсутствует), а элементы в РЭУ с точки зрения надежности соединены последовательно (рис.9.11).

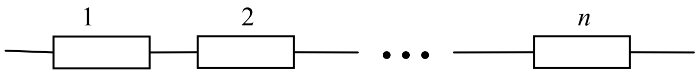

Рис.9.11. Последовательное соединение Элементов в РЭУ (*n* – количество)

При имитационном моделировании в памяти ЭВМ для каждого элемента с учетом его закона распределения времени (наработки) до отказа получают случайное значение времени до отказа t_i, $i = 1, \ldots, n$. С учетом принятой модели (см. рис.9.11) считают, что отказ РЭУ в j-й реализации наступает при отказе хотя бы одного из n элементов. Поэтому за момент (время) отказа всего РЭУ в j-й реализации принимают минимальное случайное время до отказа $t_i^{(j)}$, $i = 1,\ldots, n$, полученное для i-го элемента в j-й реализации РЭУ. Таким путем получают N реализаций РЭУ и, следовательно, N значений времени до отказа РЭУ в целом t_j, $j = 1, 2, \ldots, N$.

Количественные показатели надежности РЭУ определяют путем статистической обработки всех N значений времени до отказа РЭУ t_j, $j = 1,\ldots,N$.

Среднее время до отказа (среднее время безотказной работы) РЭУ определяют, как

$$T_{\text{ср}} = \sum_{j=1}^{N} t_j / N. \tag{9.33}$$

Вероятность безотказной работы за заданное время t_3 вычисляют по выражению

$$P(t_3) = \frac{N - N(t_3)}{N}, \tag{9.34}$$

где $N(t_3)$ — количество РЭУ, отказавших за время t_3 (на интервале времени от $t = 0$ до $t = t_3$).

Для определения $N(t_3)$ необходимо, используя результаты моделирования, подсчитать, сколько экземпляров РЭУ имеют значение времени до отказа t_j меньшее, чем заданное время t_3.

Укрупненная структурная схема алгоритма моделирования надежности РЭУ на ЭВМ приведена на рис.9.12.

Имитационное (статистическое) моделирование надежности РЭУ, для которых справедлива представленная на рис.9.11 модель, можно вычислить с помощью программы для ЭВМ, описанной в [34].

При статистическом моделировании РЭУ, имеющих резервирование, основная трудность состоит в получении модели, по которой выбирается момент отказа РЭУ в целом.

Таблица 9.9

Пояснения функциональных частей структурной схемы алгоритма моделирования надежности РЭУ на ЭВМ

Номер функциональной части	Пояснение
1	Подготовка к работе генератора равномерно распределенных случайных чисел в диапазоне (0...1)
2	Ввод исходных данных (ИД), задающих условия моделирования: количества элементов в составе РЭУ количества реализаций процесса (смоделированных РЭУ); информации о видах законов распределения времени до отказа элементов и параметрах этих законов
3, 10, 11	Организация цикла по переменной j, являющейся счетчиком количества смоделированных РЭУ
4, 6, 7	Организация цикла по переменной i, являющейся счетчиком количества элементов в составе РЭУ
5	Получение случайного значения времени до отказа для i-го элемента в j-й реализации РЭУ
8	Поиск элемента в j-й реализации, имеющего минимальное значение времени до отказа, и присвоение этого значения радиоэлектронному устройству, смоделированному в j-й реализации
9	Вывод на печать (экран дисплея) номера смоделированного РЭУ (номера реализации) и значения его времени до отказа
12	Статистическая обработка результатов моделирования и определение показателей надежности
13	Печать результатов

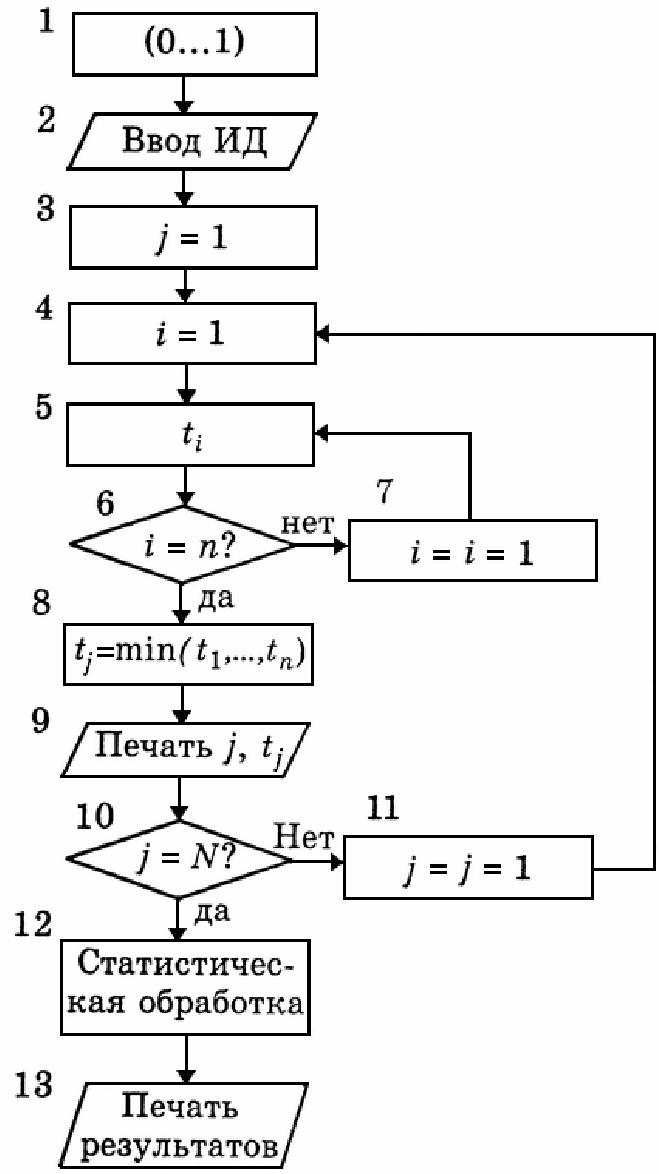

Рис.9.12. Структурная схема алгоритма моделирования надежности РЭУ на ЭВМ

При отсутствии резервирования и справедливости схемы, показанной на рис.9.11, модель определения момента отказа РЭУ выступает в виде выражения

$$t_j = \min\left\{t_1^{(j)}, t_2^{(j)}, ..., t_n^{(j)}\right\}, \qquad (9.35)$$

где $t_i^{(j)}$ – время до отказа i-го элемента, полученное для j-й реализации РЭУ.

Модели определения момента отказа РЭУ в случае наличия резервирования определяются как видом резервирования (постоянное или замещением), так и конкретной структурой РЭУ.

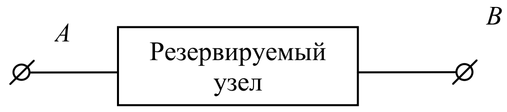

Рис. 9.13. Резервируемый узел

В случае постоянного резервирования, рассмотренного в разд.5.27-5.28, за момент наступления отказа принимается время, когда резервируемый узел не будет обеспечивать наличие заданных свойств (резистивных, емкостных, полупроводящих, усилительных и т.д.) между точками электрической схемы (рис.9.13).

В случае резервирования замещением следует рассматривать конкретную схему расчета надежности и с учетом этой схемы получать модель определения момента отказа РЭУ в целом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перспективы применения в конструировании и технологии РЭУ прикладных математических методов, изучению которых в основном был посвящен учебник, видятся в следующем:

1) использовании и адаптации ранее разработанных математических методов к решению поисковых и проектных задач в конструировании и технологии. Примером этого является использование теории игр и теории статистических решений;

2) разработке математического анализа и синтеза объектов и процессов, ориентированных на численные методы решения прикладных задач; толчком к этому послужило быстрое развитие вычислительной техники и стремительное повышение ее производительности;

3) создании прикладных математических пакетов автоматизированного анализа и синтеза решений на основе существующих и новых математических методов;

4) разработке приемов математического моделирования, отличающихся малой трудоемкостью (числом опытов) экспериментальных исследований и высокой достоверностью описания конструкторско-технологических решений.

Указанные выше направления позволяют в значительной степени совершенствовать новую технологию проектирования конструкций и технологий РЭУ, сущность которой заключается в замене объекта проектировании его математической моделью и ее исследовании с помощью ЭВМ. Здесь физический эксперимент используется лишь для получения математической модели устройства или технологического процесса, а в дальнейшем заменяется вычислительным. Это позволяет на стадии создания РЭУ, используя ЭВМ и ее большие вычислительные возможности, отработать проект с целью повышения его качества и потребительских свойств на этапе эксплуатации.