3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

3.1. Расчетные соотнощения и формулы

Таблица 3.1

Выражение	Номер	Выражение	Номер
$\sum_{i=1}^{n}(y_{эi}-y_{тi})^2=\sum_{i=1}^{n}(\Delta y_i)^2\to\min$	3.1	$y=a\cdot x+b$	3.2
$a=\dfrac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}$	3.3	$b=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2\sum_{i=1}^{n}y_i-\sum_{i=1}^{n}x_iy_i\sum_{i=1}^{n}x_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}$	3.4
$n\ge\dfrac{(1-r_{\min}^2)^2}{\sigma_r^2}$	3.5	$\sigma_r=\dfrac{\lvert r_{\min}\rvert}{t_\gamma}$	3.6
$y=\beta_0+\beta_1x_1+\ldots+\beta_jx_j+\beta_{12}x_1x_2+\ldots$			3.7
$y=b_0+b_1\hat{x}_1+\ldots+b_k\hat{x}_k$	3.8	$\hat{x}_j=\dfrac{x_j-x_{j0}}{\lambda_j}$	3.9
$M(y_i)=\dfrac{\sum_{u=1}^{n}(y_i)_u}{n}$	3.10	$D(y_i)=\dfrac{\sum_{u=1}^{n}[(y_i)_u-M(y_i)]^2}{n-1}$	3.11
$G_{расч}=\dfrac{D(y)_{\max}}{\sum_{i=1}^{N}D(y_i)}$	3.12	$D(y)=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}D(y_i)$	3.13
$b_0=\dfrac{\sum_{i=1}^{N}M(y_i)}{N}$	3.14	$b_j=\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(\hat{x}_j)_i\cdot M(y_i)}{N}$	3.15
$b_{jl}=\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(\hat{x}_j)_i\cdot(\hat{x}_l)_i\cdot M(y_i)}{N}; \quad j,l=1,\ldots,k; \quad j\ne l$			3.16

Окончание табл. 3.1

Выражение	Номер	Выражение	Номер
$I_\gamma = \left(b^* - \Delta b;\quad b^* + \Delta b\right)$	3.17	$\Delta b = t_\gamma \cdot \sqrt{\dfrac{D(y)}{N\cdot(n-1)}}$	3.18
$D_{\text{ад}}(y) = \dfrac{\sum_{i=1}^{N}(\Delta y_i)^2}{N-d} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N}[y_{i\,\text{расч}} - M(y_i)]^2}{N-d}$			3.19
$F_{\text{расч}} = \dfrac{D_{\text{ад}}(y)}{D(y)}$	3.20		

3.2. Пояснения параметров

n – в выражениях (3.1), (3.3) и (3.4) - число экспериментальных точек (точек корреляционного поля) двух параметров; в выражении (3.5) - число опытов пассивного факторного эксперимента; в выражениях (3.10), (3.11) и (3.18) - число серий параллельных опытов;

$y_{\text{Э}i}$ – экспериментальное значение y в i-й точке;

$y_{\text{Т}i}$ – теоретическое значение y в i-й точке, т.е. значение, полученное путем подстановки в модель (функцию) значения аргумента x_i;

Δy_i – в выражении (3.1) разность между $y_{\text{Э}i}$ и $y_{\text{Т}i}$; в выражении (3.19) разность между значением y, рассчитанным для i-го опыта (строки матрицы плана) по построенной модели, и экспериментальным значением y в этом опыте;

x_i, y_i – значение параметра x в i-м наблюдении (точке) и соответствующее этому наблюдению значение параметра y;

a, b – коэффициенты линейной модели вида $y=a\cdot x + b$, определяемые по критерию (3.1);

$r_{\min}$ – минимальное значение коэффициента парной корреляции между первичным параметром (фактором) и выходным параметром (функцией), считаемое еще существенным (значимым); обычно $|r_{\min}| = 0{,}2...0{,}3$;

σ_r – среднее квадратическое отклонение коэффициента корреляции;

t_γ – коэффициент, зависящий от доверительной вероятности γ; в формуле (3.18) – табличное значение коэффициента Стьюдента при доверительной вероятности γ и числе степеней свободы $f = N(n\text{-}1)$;

y – выходной параметр (отклик, функция отклика) объекта или процесса, выражаемый в своей размерности;

$\beta_0, \beta_1, ..., \beta_k, \beta_{12}$ – коэффициенты размерного полинома (полинома, в который факторы подставляются в своей размерности;

$x_1, ..., x_k$ – натуральные (в своей размерности) значения факторов;

$\hat{x}_1, ..., \hat{x}_k$ – кодированные безразмерные значения факторов;

$b_0, b_1, ..., b_k$ – коэффициенты безразмерного полинома (полинома, в который подставляются кодированные значения факторов), определяемые из эксперимента;

k – число рассматриваемых факторов;

j – номер фактора;

x_j – натуральное текущее значение j–го фактора;

x_{j0} – натуральное значение нулевого уровня j–го фактора;

λ_j – половина размаха варьирования j–го фактора ;

N – число неповторяющихся опытов активного факторного эксперимента (число строк матрицы плана эксперимента);

$M(y_i)$ – среднее значение (математическое ожидание) отклика y в i-м опыте (строке матрицы плана);

$D(y_i)$ – дисперсия отклика y в i-м опыте (строке матрицы плана);

$(y_i)_u$ – значение отклика в i–м опыте u–й серии опытов;

$(\hat{x}_j)_i, (\hat{x}_l)_i$ – кодированные безразмерные значения соответственно j–го и l–го факторов в i–м опыте (строке матрицы плана);

$G_{расч}$ – расчетное значение критерия Кохрена;

$D(y_i)_{max}$ – максимальное значение дисперсии в опытах (строках плана);

$D(y)$ – дисперсия воспроизводимости опытов (отклика);

b_0, b_j – оценки коэффициентов линейного полинома; j=1,...,k;

b_{jl} – оценки коэффициентов при произведении (взаимодействии) j-го и l-го факторов; j,l =1,..., k; $j \neq l$;

b * – оценка коэффициента модели (общее обозначение);

Δb – возможная ошибка, возникающая от замены истинного значения коэффициента b его оценкой b* ;

$D_{ад}(y)$ – дисперсия адекватности отклика y ;

d – число значимых коэффициентов построенной модели;

$y_{i\ расч}$ – значение отклика в i–м опыте (строке матрицы плана), рассчитанное по построенной модели ;

$F_{расч}$ – расчетное значение критерия Фишера.

3.3. Типовые примеры

Пример 3.1. В процессе работы передатчика радиолокационной станции (РЛС) измерялось значение его импульсной мощности в определенные моменты суммарной наработки (суммарного времени использования передатчика по назначению), табл. 3.2.

Таблица 3.2

Наработка, ч	0	150	300	450	600
Мощность, Вт	800	790	750	730	710

Требуется методом наименьших квадратов подобрать функцию, которая описывала бы изменение мощности передатчика P на интервале наблюдений от t_1=0 до t_k = 200 ч.

Решение. Анализируя физику процессов, происходящих в элементах передатчика РЛС, предположим, что мощность P падает с течением времени t по экспоненциальному закону, т.е.

$$P(t) = P_0 e^{-at},$$

где P_0 — значение мощности в начальный момент времени;

a — коэффициент, подлежащий определению.

В качестве значения P_0 можно принять

$$P_0 = P(t=0) = 800.$$

Рис. 3.1. Сглаживание экспериментальной зависимости теоретической кривой

Тогда задача подбора теоретической функции сводится к нахождению по экспериментальным данным лучшего коэффициента a (рис. 3.1). Его найдем, используя критерий (3.1). Для этого определим примерное значение (порядок) коэффициента a. Далее зададимся несколькими значениями этого коэффициента в диапазоне его возможного изменения и для каждого a просчитаем значение величины

$$S = \sum_{i=1}^{n} (P_i - 800 \cdot e^{-a t_i})^2 .$$

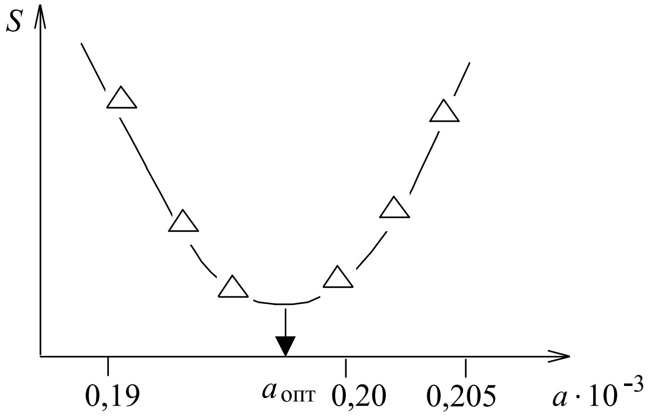

Рис. 3.2. К определению коэффициента a теоретической функции

Затем построим график изменения указанной суммы от значения коэффициента a. Лучшим с точки зрения метода наименьших квадратов, т. е. критерия (3.1) будет такое значение a, при котором записанная выше сумма будет минимальна (рис.3.2).

Из рис.3.2 видно, что

$$a_{опт} \approx 0{,}000198 .$$

При использовании графика, показанного на рис. 3.2, необходимо, чтобы искомое значение коэффициента a попало в «вилку». В противном случае процесс построения графика нужно продолжить в сторону уменьшения или увеличения S, пока искомое значение коэффициента a не попадет в «вилку».

Пример 3.2. Требуется определить, какое число опытов пассивного эксперимента необходимо провести для случая, когда принято значение $|r_{min}| \approx 0{,}3$. Доверительная вероятность $\gamma = 0{,}95$.

Решение. По таблице значений коэффициента t_γ для вероятности $\gamma = 0,95$ находим $t_\gamma = 1,96$ (см. табл. П.1.8 прил. 1). По формуле (3.6) вычисляем значение σ_r :

$$\sigma_r = \frac{0,3}{1,96} \approx 0,153.$$

Используя выражение (3.5) , определим требуемое число опытов:

$$n \geq \frac{(1 - 0,3^2)^2}{0,153^2} \geq 36.$$

Нетрудно убедиться, что для $|r_{\min}| = 0,2$ число опытов $n \geq 89$.

Пример 3.3. При значении $k = 4$ спланировать полный факторный эксперимент (ПФЭ), предназначенный для получения линейной модели объекта.

Решение. Для получения модели вида

$$y = b_0 + b_1 \hat{x}_1 + \ldots + b_k \hat{x}_k$$

достаточно факторами варьировать на двух уровнях (-1; +1). Общее число опытов ПФЭ при $k = 4$ определится как $N = 2^4 = 16$. Запишем в таблицу числа от нуля до значения $(2^4 - 1 = 15)$ в двоичной системе счисления (табл.3.3, а).

Таблица 3.3

Получение матрицы плана ПФЭ с помощью записи чисел в двоичной системе счисления

а

Число 0 ... $(N-1)$	Разряд для фактора			
	x_1	x_2	x_3	x_4
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

б

Номер опыта	x_1	x_2	x_3	x_4
1	−	−	−	−
2	−	−	−	+
3	−	−	+	−
4	−	−	+	+
5	−	+	−	−
6	−	+	−	+
7	−	+	+	−
8	−	+	+	+
9	+	−	−	−
10	+	−	−	+
11	+	−	+	−
12	+	−	+	+
13	+	+	−	−
14	+	+	−	+
15	+	+	+	−
16	+	+	+	+

Заменив в полученной таблице (табл.3.3, а) цифру «нуль» знаком «минус», а цифру «единица» – знаком «плюс», получим требуемую матрицу ПФЭ (табл.3.3, б).

Пример 3.4. Для исследования влияния на выходной параметр технологического процесса двух факторов (x_1 и x_2) используется ПФЭ типа «2^2» (табл. 3.4). Так как опыты трудоемки, принято решение провести три серии параллельных опытов. Необходимо рандомизировать опыты каждой серии.

Решение . В таблице случайных чисел (табл. П.1.4 прил. 1) просмотрим однозначные случайные числа, принимая во внимание значения от 1 до 4 (так как в матрице всего четыре опыта). Просмотр начнем, например, с начала 1-й строки таблицы и будем двигаться по строкам. Нетрудно убедиться, что в первой серии опыт под номером 2 в матрице ПФЭ должен выполняться первым. Аналогичным образом определяют очередность остальных опытов первой серии, затем переходят к рандомизации опытов второй серии и т.д.

Полученная очередность опытов каждой серии с учетом рандомизации приведена в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Условия и очередность выполнения опытов ПФЭ типа «2^k» при $k=2$

Номер опыта	$\hat{x}_1$	$\hat{x}_2$	Очередность выполнения опытов		
			серия 1	серия 2	серия 3
1	-	-	2	1	4
2	-	+	1	3	3
3	+	-	4	4	2
4	+	+	3	2	1

Пример 3.5. Для исследования выходного параметра технологического процесса при числе первичных параметров $k=2$ был спланирован ПФЭ типа 2^k и выполнено 3 серии параллельных опытов. Использовались следующие значения нулевых уровней и интервалов варьирования факторов (в условных единицах):

$$x_{10}=2{,}8;\ \lambda_1=0{,}25; \qquad x_{20}=30;\ \lambda_2=5.$$

Результаты эксперимента представлены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Номер опыта, i	$\hat{x}_1$	$\hat{x}_2$	Результаты параллельных опытов			$M(y_i)$	$D(y_i)$
			$(y_i)_1$	$(y_i)_2$	$(y_i)_3$		
1	–	–	8	7	9	8	1
2	–	+	20	22	18	20	4
3	+	–	17	16	15	16	1
4	+	+	30	34	32	32	4

Требуется построить модель, описывающую выходной параметр технологического процесса, проверить ее пригодность для практики и осуществить переход к размерному полиному.

Решение. По формулам (3.10) и (3.11) подсчитываем среднее значение и дисперсии отклика y в каждом опыте матрицы. Например, для опыта номер 1 имеем

$$M(y_1)=\frac{8+7+9}{3}=8; \qquad D(y_1)=\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(9-8)^2}{3-1}=1.$$

Результаты расчетов величин $M(y_i)$ и $D(y_i)$ внесены в табл. 3.5. Рассчитав по формуле (3.12) критерий Кохрена, нетрудно убедиться, что опыты воспроизводимы, так как при $\gamma=0{,}95$

$$G_{\text{расч}}=0{,}4<G_{\text{кр}}=0{,}68\ ,$$

где $G_{\text{расч}}$ – критическое табличное значение критерия Кохрена (табл. П.1.5 прил. 1) . По формуле (3.13) находим дисперсию воспроизводимости опытов:

$$D(y)=2{,}5.$$

Для иллюстрации, используя формулы (3.14) – (3.16), определим коэффициенты как для линейных эффектов (b_0, b_j), так и для эффекта взаимодействия (b_{12}).

Имеем $b_0=\dfrac{8+20+16+32}{4}=19$; $b_1=\dfrac{(-1)\cdot 8+(-1)\cdot 20+(+1)\cdot 16+(+1)\cdot 32}{4}=5$.

Аналогично получаем $b_2=7$ и

$$b_{12}=\frac{(-1)(-1)\cdot 8+(-1)(+1)\cdot 20+(+1)(-1)\cdot 16+(+1)(+1)\cdot 32}{4}=1.$$

Проверяем значимость коэффициентов. По таблице значений критерия Стьюдента при $\gamma=0{,}95$ и числе степеней свободы $f=N(n-1)=4\cdot 2=8$ находим $t_\gamma\approx 2{,}31$ (табл. П.1.6 прил. 1).

По формуле (3.18) определяем Δb доверительного интервала (3.17):

$$\Delta b=2{,}31\cdot\sqrt{\frac{2{,}5}{4\cdot(3-1)}}\approx 1{,}29\,.$$

Легко убедиться, что коэффициенты b_0, b_1 и b_2 значимы, а коэффициент b_{12} незначим, так для него доверительный интервал вида (3.17) $I_\gamma=\{-0{,}29;\ 2{,}29\}$ содержит точку со значением нуль.

Линейная модель запишется в виде

$$y=19+5\hat{x}_1+7\hat{x}_2\,. \tag{3.21}$$

Проверим адекватность этой модели. По формуле (3.19) подсчитаем дисперсию адекватности. Для получения значений $y_{i\,\text{расч}}$, используемых в этой формуле, в построенную модель (3.21) подставляем кодированные значения факторов $\hat{x}_j$ согласно матрице плана (табл. 3.5). Например, для первого опыта (строки матрицы) имеем

$$y_{1\,\text{расч}}=19+5(-1)+7(-1)=7\,.$$

Аналогично находим

$$y_{2\,расч}=21; \qquad y_{3\,расч}=17; \qquad y_{4\,расч}=31.$$

Определяем значение дисперсии адекватности, используя формулу (3.19).1

$$D_{ад}(y)=\frac{(7-8)^2+(21-20)^2+(17-16)^2+(31-32)^2}{4-3}=4.$$

Расчетное значение критерия Фишера, определяемое по отношению (3.20),

$$F_{расч}=4/2{,}5=1{,}6.$$

По статистической таблице (табл. П.1.7 прил. 1) для доверительной вероятности $\gamma=0{,}95$ по значениям числа степеней свободы $f_1=N-d=1$ и $f_2=N(n-1)=8$ находим критическое значение критерия Фишера: $F_{кр}\approx 5{,}32$.

Так $F_{расч}<F_{кр}$ $(1{,}6<5{,}32)$, то линейная модель вида (3.21) адекватна результатам эксперимента и её можно было бы использовать на практике. Однако более удобно пользоваться размерным полиномом. Осуществляем переход к нему, используя соотношения вида (3.9), а также значения x_{j0} и λ_j, $j=1;\ 2$.

Получаем

$$y=19+5\cdot\left(\frac{x_1-2{,}8}{0{,}25}\right)+7\cdot\left(\frac{x_2-30}{5}\right)=-79+20x_1+1{,}4x_2.$$

Пример 3.6. Необходимо построить план дробного факторного эксперимента (ДФЭ) для исследования влияния на выходной параметр технологического процесса пяти факторов. Информация о силе эффектов взаимодействия факторов отсутствует.

Решение . Построим план ДФЭ применительно к получению линейной модели процесса. Определим минимальное число опытов исходного плана ПФЭ, который будет использоваться для получения искомого плана ДФЭ. Так как $k+2=7$, то оно равно восьми. Значит, в качестве исходного нужно выбрать план типа «2^3», ибо для него число опытов матрицы плана равно восьми, а для его построения использовать три фактора.

Информация о силе влияния факторов на выходной параметр технологического процесса отсутствует, поэтому выбираем любые три фактора и строим план ПФЭ типа «2^3» (табл. 3.6 столбцы $\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$, $\hat{x}_3$). При наличии информации следовало бы выбрать наиболее существенно влияющие факторы.

Таблица 3.6

Номер опыта	$\hat{x}_1$	$\hat{x}_2$	$\hat{x}_3$	$\hat{x}_1\hat{x}_2\hat{x}_3\rightarrow\hat{x}_4$	$\hat{x}_1\hat{x}_2\rightarrow\hat{x}_5$
1	-	-	-	-	+
2	-	-	+	+	+
3	-	+	—	+	-
4	-	+	+	-	-

Окончание табл. 3.6

Номер опыта	$\hat{x}_1$	$\hat{x}_2$	$\hat{x}_3$	$\hat{x}_1\hat{x}_2\hat{x}_3 \to \hat{x}_4$	$\hat{x}_1\hat{x}_2 \to \hat{x}_5$
5	+	-	-	+	-
6	+	-	+	-	-
7	+	+	-	-	+
8	+	+	+	+	+

Вместо эффектов взаимодействий (произведений) осталось ввести в исходный план ПФЭ два фактора ($\hat{x}_4$, $\hat{x}_5$). Так как информация о силе взаимодействия факторов отсутствует, то один из факторов, например $\hat{x}_4$, вводим за счет взаимодействия высшего порядка, построенного из факторов в исходном плане ПФЭ, т.е. вместо произведения $\hat{x}_1\hat{x}_2\hat{x}_3$. Второй фактор ($\hat{x}_5$) вводим вместо одного из произведений $\hat{x}_1\hat{x}_2$, $\hat{x}_1\hat{x}_3$, $\hat{x}_2\hat{x}_3$, например, вместо произведения $\hat{x}_1\hat{x}_2$.

Знаки столбцов $\hat{x}_4$ и $\hat{x}_5$ (см. табл. 3.6) необходимо проставить с учетом знаков произведений, вместо которых были введены эти факторы.

3.4. Задачи для самостоятельного решения

3.1. В процессе эксплуатации передатчика РЛС значение его импульсной мощности уменьшалось (табл. 3.7).

Таблица 3.7

Время, ч	0	200	400	600	800
Мощность, Вт	400	395	375	365	305

Требуется методом наименьших квадратов подобрать математическую модель, которая неплохо описывала бы изменение мощности на интервале времени от $t_1 = 0$ до t_k.= 200 ч. Опробовать минимум три модели.

3.2. Среднее время безотказной работы РЭУ $T_{ср}$ в течение 1994 - 1999 гг. увеличивалось за счет повышения надежности используемой элементной базы (табл. 3.8).

Таблица 3.8

Год	1994	1995	1996	1997	1998	1999
$T_{ср}$, ч	800	800	1100	1300	1300	1400

Требуется методом наименьших квадратов подобрать математическую модель, описывающую изменение $T_{ср}$ за период с 1994 по 1999 гг. Опробовать минимум две модели.

3.3. Функциональный параметр y в процессе работы РЭУ изменялся (табл. 3.9). Требуется выяснить, какая математическая модель (линейная, показательная или гиперболическая) лучше описывает изменение y за время работы.

Таблица 3.9

Время, ч	0	250	500	750	1000	1250	1500	1750
y	100	90	70	60	58	55	55	54

3.4. Статистическая обработка результатов ДФЭ типа 2^{k-3} (при $k = 6$) дала следующие оценки коэффициентов линейной модели:

$b_0 = 2{,}5$; $b_1 = -0{,}3$; $b_2 = 1{,}5$; $b_3 = -0{,}8$; $b_4 = 3{,}7$; $b_5 = -1{,}2$; $b_6 = 3{,}7$.

Известно, что параллельные опыты не проводились, ибо априорно удалось оценить дисперсию воспроизводимости (повторяемости) опытов $D(y) = 0{,}5$. Требуется выяснить, какие из указанных коэффициентов значимы, и записать уравнение регрессии (математическую модель) для выходного параметра.

3.5. С использованием ДФЭ исследовалось влияние на отклик y – процент выхода с конвейера годных к эксплуатации устройств, следующих факторов: времени выполнения на конвейере единичной технологической операции (x_1), числа каналов (рабочих мест) для регулировки ФУ №1 (x_2), числа каналов для регулировки ФУ №2 (x_3) и наличия или отсутствия сплошного входного контроля комплектующих изделий (x_4 – качественный фактор; 1 – контроль осуществлялся; (–1) – контроль отсутствовал). При этом использовались следующие значения нулевых уровней и размаха варьирования факторами: (табл. 3.10).

Таблица 3.10

Фактор x_j	x_1, мин	x_2, каналов	x_3, каналов	x_4
x_{j0}	3,0	6	8	–
λ_j	0,5	2	3	–

Получено следующее уравнение для отклика y :

$$y = 85 + 2\hat{x}_1 + 0{,}5\hat{x}_2 + 0{,}25\,\hat{x}_3 + 4{,}75\,\hat{x}_4\,.$$

Требуется сделать переход к уравнению, в котором значения факторов должны подставляться в своей размерности.

3.6. На выходной параметр существенное влияние оказывают восемь первичных параметров $x_1 - x_8$. Причем чем меньше номер (индекс) параметра, тем больше его влияние. Известно также, что следующие взаимодействия (произведения) факторов весьма значимы: x_1x_2, x_2x_3, $x_1x_2x_3$, $x_1x_2x_4$, $x_1x_2x_5$, $x_2x_3x_6$, $x_2x_3x_7$, $x_1x_2x_3x_8$. Требуется спланировать ДФЭ, имеющий минимальное количество опытов, но достаточное для получения линейной математической модели технологического процесса.

3.7. Была выполнена статистическая обработка результатов ДФЭ типа 2^{k-1} (при $k = 4$) и получены точечные оценки следующих коэффициентов: b_0, $b_1 - b_4$, b_{12}, b_{23}, b_{13}, b_{14}, b_{24}, b_{34}, b_{123}, b_{124}, b_{234}, b_{134} и b_{1234}. Фактор x_4 вводился в план эксперимента вместо малозначимого произведения (взаимодействия) x_2x_3. Требуется выяснить характер смешивания коэффициентов и дать ответ на вопрос, какие из указанных коэффициентов следует включить в математическую модель в следующих случаях: 1) все коэффициенты значимы; 2) значимы все коэффициенты, кроме b_{123}, b_{124}, b_{234}; 3) значимы все коэффициенты, кроме b_0, b_{1234}; 4) значимы все коэффициенты, кроме b_1, b_4, b_{124}, b_{1234}.

3.8. Решить задачу 3.7 в предположении, что в качестве генерирующего соотношения для фактора x_4 использовано произведение $x_1x_2x_3$.