ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ РЭУ МОДЕЛИРОВАНИЕМ НА ПЭВМ ОТКАЗОВ ЭЛЕМЕНТОВ

8.1. Цель работы

Цель работы: определение показателей надежности РЭУ моделированием на ПЭВМ отказов элементов.

Для достижения цели необходимо:

- ознакомиться с математическим описанием основных законов распределения времени до отказа элементов;
- исследовать моделированием на ПЭВМ влияние параметров законов распределения времени до отказа элементов на показатели их надежности;
- определить моделированием на ПЭВМ показатели надежности РЭУ при одинаковых и различных законах распределения времени до отказа элементов.

8.2. Теоретические сведения

Продолжительность работы изделия (элемента, устройства и т. д.), измеренную в часах, циклах переключения или других единицах, в технике называют **наработкой.** В радиоэлектронике наработка элементов и устройств в большинстве случаев выражается в часах. Для некоторых элементов (переключатели, реле и др.) наработка может измеряться в циклах переключения или в циклах функционирования.

В теории и практике надежности часто интересуются **наработкой** изделий **до отказа.** В качестве наработки элементов до отказа рассматривается суммарное время (без учета перерывов) с момента начала эксплуатации до момента возникновения отказа. В этом случае наработку до отказа обычно называют временем безотказной работы или временем до отказа.

Известно [1], что отказ элементов РЭУ по своей физической сущности является событием случайным. Случайной величиной, описывающей отказ, является время до отказа. Для математического описания времени до отказа элементов (кратко говорят – описания отказов) наиболее часто используются следующие законы: **экспоненциальный; нормальный; Вейбулла** (табл. 8.1).

Экспоненциальный закон долгое время использовался для описания времени до отказа большинства элементов РЭУ. В последнее время установлено, что время до отказа ряда элементов лучше описывается другими законами – нормальным, Вейбулла, логарифмически нормальным.

При $\beta = 1$ распределение Вейбулла (см. табл. 8.1) превращается в экспоненциальное распределение, при $\beta > 2 \ldots 3$ – приближается к нормальному закону.

Распределение Вейбулла хорошо описывает время до отказа большинства полупроводниковых приборов и интегральных микросхем ($\beta < 1$), а также некоторых механических элементов ($\beta > 1$).

Отказы некоторых типов элементов хорошо описываются **нормальным законом распределения.** Так как наработка до отказа – величина сугубо положительная, то распределение является не чисто нормальным, а усеченным нормальным. Усеченным его называют потому, что область отрицательных значений наработки, как не имеющую физического смысла, отбрасывают (отсекают).

При значении $m/\sigma > 2$, что обычно и имеет место на практике при использовании нормального закона в задачах оценки надёжности, в расчетах пользуются чисто нормальным распределением, не принимая во внимание область отрицательных значений наработки до отказа, лишённую физического смысла.

Нормальный закон распределения характерен для элементов, работа которых сопровождается заметными процессами старения и износа (электронно-лучевые трубки, кинескопы, тумблеры, переключатели и т. п.).

Для элементов, отказ которых происходит в результате усталостного разрушения, наработка до отказа подчинена логарифмически нормальному закону.

Зная плотность распределения времени до отказа *w(t)*, можно определить вероятность безотказной работы элемента для любого заданного интервала времени $t_з$. Из рис. 8.1 видно, что эта вероятность $P(t_з)$ численно равна площади под кривой *w(t)*, лежащей правее точки $t = t_з$ (заштрихованная область), поэтому можно записать:

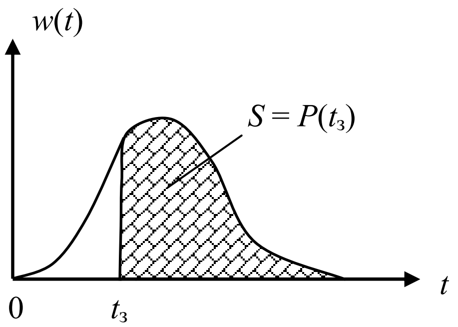


Рис. 8.1. Определение вероятности безотказной работы за время $t_з$

$$P(t_з) = \int_{t_з}^{\infty} w(t)dt\,. \tag{8.1}$$

Применяя выражение (8.1), можно получить формулы для определения $P(t_з)$ для любых законов распределения времени до отказа (см. табл. 8.1).

Среднюю наработку до отказа элемента, определяемую как математическое ожидание наработки до отказа, можно вычислить как

$$T_{ср} = \int_{0}^{\infty} P(t)\,dt\,. \tag{8.2}$$

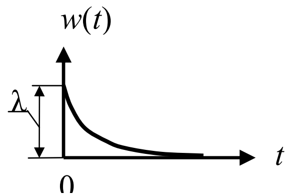
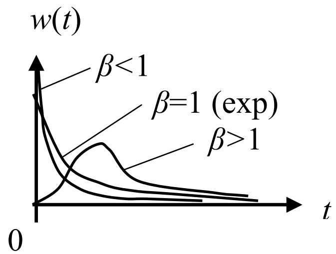
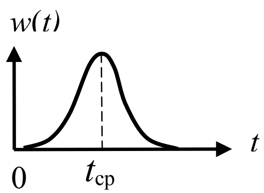
С учетом выражения (8.2) получены формулы для определения $T_{ср}$ для основных законов распределения времени до отказа (см. табл. 8.1).

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ для любого времени t может быть определена как отношение

$$\lambda(t) = \frac{w(t)}{P(t)}. \tag{8.3}$$

При решении практических задач по оценке показателей надежности РЭУ аналитические расчеты могут оказаться весьма трудоемкими либо ими вообще нельзя воспользоваться. В этих случаях поставленные задачи удобно решать моделированием отказов элементов на ПЭВМ.

Таблица 8.1

Закон распределения времени до отказа	Выражение функции плотности распределения и связь параметров закона распределения с числовыми характеристиками времени до отказа: $M(t)$ и $\sigma(t)$	График плотности распределения $w(t)$	Выражение для определения вероятности безотказной работы за заданное время t_3	Выражение для определения средней наработки до отказа $T_{ср}$
Экспоненциальный	$w(t) = \lambda e^{-\lambda t};\ t \ge 0,$ где λ – параметр распределения. $\lambda = \dfrac{1}{M(t)};\ \ \lambda = \dfrac{1}{\sigma(t)}.$ Свойство распределения: $M(t)=\sigma(t)$		$P(t_3) = e^{-\lambda t_3}$	$T_{ср} = \dfrac{1}{\lambda}$
Вейбулла	$w(t) = \rho\beta t^{\beta-1} e^{-\rho t^{\beta}};\ t \ge 0,$ где ρ, β – параметры распределения (β – коэффициент формы)		$P(t_3) = e^{-\rho t_3^{\beta}}$	$T_{ср} = \dfrac{\Gamma\left(\dfrac{1}{\beta}+1\right)}{\rho^{1/\beta}},$ где $\Gamma\left(\dfrac{1}{\beta}+1\right)$ – гамма-функция; $\Gamma\left(\dfrac{1}{\beta}+1\right) = \int_0^{\infty} U^{1/\beta} \cdot e^{-U} dU$
Нормальный	$w(t) = \dfrac{1}{\sigma_t\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{(t-t_{ср})^2}{2\sigma_t^2}\right];\ t \ge 0,$ где $t_{ср}$, σ_t – параметры распределения. $\begin{cases} t_{ср} = M(t) \\ \sigma_t = \sigma(t) \end{cases}$		$P(t_3) = \Phi\left(\dfrac{t_{ср} - t_3}{\sigma_t}\right),$ где $\Phi(\ldots)$ – функция распределения стандартного нормального распределения (m=0, σ=1)	$T_{ср} \approx t_{ср}$

Примечание. Функцию $\Phi(\ldots)$ обычно называют «нормальная функция распределения», для неё численными методами получена таблица значений (см., например [1, с. 296]).

Пусть РЭУ состоит из n элементов. При моделировании значение (реализацию) случайного времени до отказа t_i i-го элемента получают с учётом закона распределения этого времени, используя формулы, приведённые в [1, табл. 9.1, с. 270]. Выполняя моделирование надёжности РЭУ в j-й реализации, для всех n элементов с учетом законов распределения их времени до отказа получают значения случайных наработок до отказа $t_1^{(j)}, t_2^{(j)}, \ldots , t_n^{(j)}$. Считают, что отказ РЭУ в j-й реализации наступает при отказе хотя бы одного из n элементов. Поэтому за отказ всего РЭУ в j-й реализации принимают отказ элемента, имеющего минимальную наработку до отказа:

$$t_j = \min[t_1^{(j)}, t_2^{(j)}, \ldots , t_n^{(j)}],$$

где $t_i^{(j)}$ – наработка до отказа i-го элемента в j-й реализации РЭУ.

Таким способом получают N реализаций РЭУ и, следовательно, N значений времени до отказа РЭУ.

Количественные показатели безотказности РЭУ получают путём статистической обработки всех N значений времени до отказа РЭУ t_j; $j = 1, 2,\ldots, N$.

Среднее время до отказа (среднее время безотказной работы) РЭУ определяют по выражению

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} t_j . \tag{8.4}$$

Вероятность безотказной работы за заданное время t_3 находят как

$$P(t_3) = \frac{N - N(t_3)}{N}, \tag{8.5}$$

где $N(t_3)$ – количество реализаций РЭУ, для которых оказалось $t_j < t_3$.

Для определения γ-процентной наработки до отказа можно использовать следующий алгоритм. Значения t_j ($j = 1, 2, \ldots, N$), полученные при моделировании, располагают по убыванию. В итоге получают массив $T_1 \geq T_2 \geq \ldots \geq T_N$. Элементом под номером $(\gamma /100)N$ этого массива определяется значение γ-процентной наработки до отказа.

В лабораторной работе показатели надёжности (а конкретно – безотказности) РЭУ определяются по результатам моделирования времени до отказа элементов. Со структурной схемой алгоритма моделирования надежности РЭУ на ПЭВМ и пояснением этой схемы можно ознакомиться [1, с. 292 – 293, рис.9.12].

Программа моделирования надёжности РЭУ на ЭВМ позволяет получать случайные значения наработок до отказа, отвечающих следующим законам распределения: экспоненциальному, нормальному, Вейбулла. Для получения последовательности чисел (времени до отказа), распределенных по указанным законам, используются функциональные преобразования последовательности равномерно распределенных случайных чисел в диапазоне (0...1), генерируемых с помощью встроенной функции ***random*** (табл. 8.2).

Таблица 8.2

Закон распределения	Параметры распределения	Алгоритм вычисления случайного числа t [1, с. 270]
Экспоненциальный	λ	$-\frac{1}{\lambda}\ln(1-r)$
Вейбулла	ρ, β	$\left(-\frac{1}{\rho}\ln(1-r)\right)^{1/\beta}$
Нормальный	m, σ	$m+\sigma\left(\sum_{i=1}^{12} r_i - 6\right)$

В табл. 8.2 символом r обозначены случайные стандартные равномерно распределенные числа в диапазоне (0...1).

Для исследования влияния параметров законов распределения на показатели надежности элемента необходимо принять, что в РЭУ содержится всего один элемент.

Для повышения достоверности показателей надёжности, определяемых по результатам моделирования, число реализаций N следует брать не менее 500 – 1000. В то же время лучшая наглядность процесса отказа элементов на экране дисплея обеспечивается при N = 100. Поэтому для наглядной демонстрации процесса моделирования следует использовать значение N = 100.

8.3. Задание на экспериментальную часть лабораторной работы

А. Используя моделирование на ПЭВМ отказов элементов (программа ***lab*8** в папке **ТОКТиН**), получить данные, на основании которых:

1) построить график зависимости показателя $T_{ср}$ от параметра λ экспоненциального распределения времени до отказа элемента; для построения графика использовать 5 – 7 точек;

2) сравнить показатели $P(t_3)$ для времени t_3 = 5000 ч двух элементов, взятых из партий, имеющих нормальные законы распределения времени до отказа, но с различными значениями параметров распределения $t_{ср}$ и σ_t;

3) определить показатели $T_{ср}$, T_γ и $P(t_3)$ для РЭУ в случае, если все элементы имеют экспоненциальный закон распределения времени до отказа;

4) определить показатели $T_{ср}$, T_γ и $P(t_3)$ для РЭУ в случае, если элементы имеют различные законы распределения времени до отказа.

Примечание. При выполнении пп. 1 - 4 следует руководствоваться рекомендациями табл. 8.3 и указаниями программы для ПЭВМ ***lab*8.**

Таблица 8.3

Пункт исследования	Рекомендации по выбору условий моделирования для рабочих условий применения элементов
1	Диапазон λ: $10^{-4}…10^{-2}$ 1/ч
2	Элемент из первой партии: $t_{ср}$ = 10000…12000 ч; σ_t = 4000 ч; элемент из второй партии: $t_{ср}$ = 6000 … 8000 ч; σ_t = 300 ч; t_3 = 5000 ч
3	Число элементов n = 3; диапазон λ: $(1…5)\cdot10^{-5}$ 1/ч; t_3 = 1000 ч; γ = 90 %
4	Число элементов n = 3; t_3 = 1000 ч; γ = 90 % Законы распределения времени до отказа: экспоненциальный, Вейбулла, нормальный. Для экспоненциального закона λ = 10^{-5} 1/ч Для закона Вейбулла $\rho = 10^{-3}$ 1/ч; β = 0,5 Для нормального закона $t_{ср}$ = 9000 ч; σ_t = 4000 ч

Б. Используя один из источников [1, 2], выполнить аналитический расчет показателей надежности $T_{ср}$, T_{γ} и $P(t_З)$ для условий, выбранных по табл. 8.3 для выполнения пп. 3, 4 разде-ла А. В случае нехватки времени этот раздел задания может выполняться во внеурочное время.

В. Написать отчёт по работе.

8.4. Содержание отчета

1. Формулировка цели лабораторной работы.

2. Таблица с координатами экспериментальных точек (по результатам моделирования), используемыми для построения графика зависимости $T_{ср} = f(\lambda)$.

3. График зависимости $T_{ср} = f(\lambda)$, построенный по данным таблицы, приводимой в п.2. При построении графика необходимо на координатную сетку нанести экспериментальные точки и провести **аппроксимирующую линию**, математическое выражение которой должно быть получено по программе ***srkv*5** (папка **ТОКТиН**) и записано на свободном поле координатной сетки.

4. Результаты исследования надёжности (вероятности безотказной работы) двух элементов, имеющих нормальное распределение времени до отказа, но с разными значениями параметров $t_{ср}$ и σ_t, а также **объяснение с помощью геометрической интерпретации (плотностей распределения)** кажущегося парадокса: ***элемент, взятый из партии с меньшим значением среднего времени безотказной работы** ($t_{ср}$) **имеет большую вероятность безотказной работы*** для времени $t_З = 5000$ ч.

5. Сравнительная оценка показателей безотказности $T_{ср}$, T_{γ} и $P(t_З)$, полученных аналитическим способом (расчётом) и найденных с помощью моделирования на ПЭВМ отказов элементов для случая экспоненциального распределения времени до отказа.

1. Сравнительная оценка показателей безотказности $T_{ср}$, T_{γ} и $P(t_З)$, полученных аналитическим способом (расчётом) и найденных с помощью моделирования на ПЭВМ отказов элементов для случая разных законов распределения времени до отказа элементов.

Примечание. Ответы на пп. 5, 6 следует дать в виде табл. 8.4.

Таблица 8.4

<table>
<tr><th rowspan="2">Элемент</th><th rowspan="2">Закон распределения времени до отказа</th><th rowspan="2">Параметры закона распределения</th><th colspan="2">Значение $T_{ср}$ РЭУ, полученное</th><th colspan="2">Значение $T_{\gamma=90\%}$ РЭУ, полученное</th><th colspan="2">Значение $P(t_З)$ РЭУ, полученное</th></tr>
<tr><th>моделированием отказов элементов</th><th>расчётом</th><th>моделированием отказов элементов</th><th>расчётом</th><th>моделированием отказов элементов</th><th>расчётом</th></tr>
<tr><td>1</td><td>…</td><td>…</td><td rowspan="3">…</td><td rowspan="3">…</td><td rowspan="3">…</td><td rowspan="3">…</td><td rowspan="3">…</td><td rowspan="3">…</td></tr>
<tr><td>2</td><td>…</td><td>…</td></tr>
<tr><td>3</td><td>…</td><td>…</td></tr>
</table>

7. Выводы по работе с обязательным объяснением причины расхождения

показателей $T_{ср}$, T_{γ} и $P(t_з)$, полученных аналитическим методом и найденных с использованием моделирования отказов элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боровиков С.М. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности: Учеб. для студ. инж.-техн. спец. вузов. – Мн.: Дизайн ПРО, 1998. – 336 с.

2. Боровиков С.М., Погребняков А.В. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности. Сборник задач: Учеб. пособие для вузов. – Мн.: БГУИР, 2001.– 124 с.

3. Надежность в технике, основные понятия. Термины и определения. ГОСТ 27.002-89. – М.: Издательство стандартов, 1990.