Глава 6. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ И РЭУ

6.1. Понятие прогнозирования и его классификация

Рассмотренные ранее методы оценки показателей надежности дают удовлетворительные для практики результаты при рассмотрении большого числа изделий. Например, вероятность безотказной работы телевизора $P(t)$ = 0,95 для времени t = 500 ч означает, что в среднем 5 телевизоров из каждой сотни откажут раньше момента времени t = 500 ч. Покупая телевизор, каждый из нас не хотел бы оказаться владельцем одного из пяти неудачных экземпляров.

Роль прогнозирования в настоящее время возрастает в связи с созданием уникальных радиоэлектронных комплексов, обычно в очень малом количестве, а также в связи с повышением требований к надежности РЭУ (космическая аппаратура, аппаратура военной техники и т.п.).

Прогнозировать — значит предсказывать будущее состояние объекта или поведение процесса на основе рассмотрения факторов и явлений, как-то связанных с объектом или процессом.

Результат прогнозирования кратко называют прогнозом. В самом общем случае прогнозирование можно разделить на два вида: эвристическое и математическое.

При эвристическом прогнозировании прогноз получают на основе субъективного взвешивания совокупности факторов, большая часть из которых может носить качественный характер. Результат прогнозирования в данном случае во многом зависит от опыта и интуиции инженера.

При математическом прогнозировании результат формируется на основе получения информации об объекте или процессе с последующей обработкой ее формализованными (математическими) методами. Здесь результат во многом зависит от тех параметров, которые контролируются или измеряются у объекта или процесса, а также от математических методов обработки этой информации.

В литературе приводятся различные схемы классификации методов прогнозирования. Одна из возможных схем классификации методов прогнозирования показана на рис.6.1.

Групповое прогнозирование – это такое прогнозирование, при котором прогноз в равной степени относится к любому экземпляру рассматриваемой выборки. В инженерной практике результат прогнозирования часто получают в виде вероятности того, что

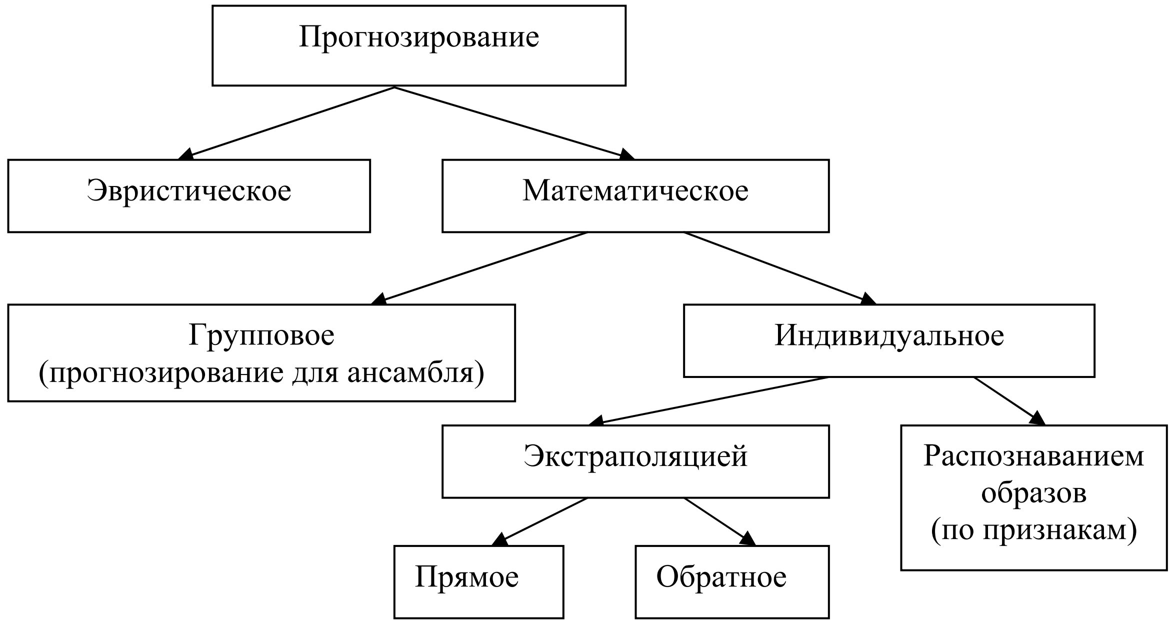

Рис.6.1. Схема классификации методов прогнозирования

основной функциональный параметр объекта или процесса будет находиться в заданном диапазоне, т.е. в виде вероятности

$$P(y_{\min} \le y \le y_{\max}),$$

где y – основной функциональный параметр объекта или процесса;

$y_{\min},\ y_{\max}$ – границы диапазона.

При ***индивидуальном прогнозировании*** контролируются определенные параметры конкретного экземпляра изделия или реализации процесса, и по результатам математической обработки контролируемых параметров принимают решение об уровне качества или будущего технического состояния этого экземпляра изделия или процесса. Естественно, результат прогнозирования в данном случае относится к тому экземпляру, параметры которого контролировались и обрабатывались. В дальнейшем конкретный экземпляр будем называть (обозначать) как j-й экземпляр.

6.2. Приемы выполнения эвристического прогнозирования

Одним из приемов эвристического прогнозирования являются методы экспертных оценок. Суть методов состоит в следующем.

Предположим, что надо сделать эвристическое прогнозирование какой либо характеристики элемента, например интенсивности отказов элемента λ, которая будет иметь место в момент времени t = 2010 год. В нашем распоряжении имеется множество факторов об интересующем типе элемента и его характеристике λ. Часть из них носит количественный характер, например, значения λ в 1970, 1975, … годах, а часть – качественный (экономическое состояние предприятий отрасли, перспективы появления новых технологий и т.п.).

Для получения эвристического прогноза формируется группа специалистов-экспертов в количестве n человек из числа разработчиков элемента и его технологии, специалистов предприятий – изготовителей элементов, специалистов по надежности, лиц, эксплуатирующих элементы в составе аппаратуры, специалистов ремонтных организаций и т.д. Сформированной группе экспертов предлагается дать количественную оценку интенсивности отказов λ на основе имеющейся количественной и качественной информации, причем оценка должна быть дана каждым экспертом независимо от других экспертов. Результирующую оценку $\lambda_{\text{пр}}$ характеристики λ далее получают путем усреднения оценок, сделанных разными экспертами. Неплохие результаты дает усреднение с учетом квалификации, опыта и интуиции экспертов. В этом случае пользуются выражением

$$\lambda_{\text{пр}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \lambda_i}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i}, \qquad (6.1)$$

где λ_i — количественная оценка характеристики λ, сделанная i-м экспертом;

α_i — весовой коэффициент i-го эксперта, устанавливаемый для него в зависимости от квалификации, опыта, интуиции и т.п.

Определение весовых коэффициентов α_i является ответственной и непростой задачей. Обычно их устанавливают так, чтобы выполнялось условие

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1.$$

В этом случае выражение (6.1) упрощается и принимает вид

$$\lambda_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \lambda_i .$$

6.3. Характеристика индивидуального прогнозирования с использованием методов экстраполяции

При использовании методов экстраполяции начальное состояние j-го экземпляра объекта или реализации процесса задается значениями основного функционального параметра y этого объекта или процесса, полученными в какие-то начальные моменты времени от t_1 до t_k (рис.6.2).

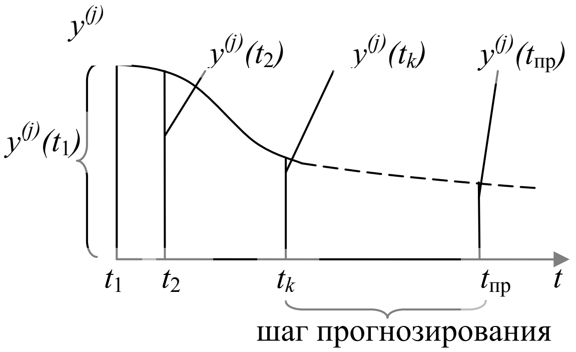

Рис.6.2. К вопросу об индивидуальном прогнозировании методом экстраполяции

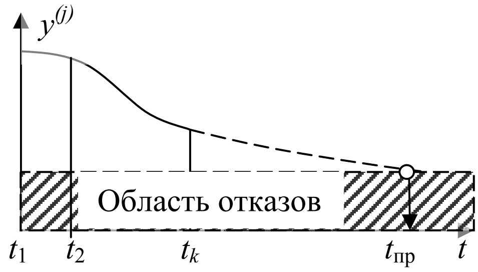

Рис.6.3. К вопросу об обратном прогнозировании

При этом должно выполняться условие

$$t_1<t_2<\ldots<t_k<<t_{пр},$$

где t_i – i-й момент времени, в который произведено наблюдение функционального параметра j-го экземпляра; i=1, …,k;

$y^{(j)}(t_i)$ – наблюдаемое значение функционального параметра y j-го экземпляра, соответствующее моменту времени t_i;

k – количество дискретных отсчетов (наблюдений) функционального параметра j-го экземпляра;

$t_{пр}$ – заданное время прогнозирования, т.е. момент времени, для которого интересуются состоянием объекта или процесса.

Значения функционального параметра $y^{(j)}$, полученные в моменты времени t_1, … t_k, будем называть ***предысторией*** процесса или предысторией функционального параметра j-го экземпляра.

Техническое состояние объекта или процесса в будущий момент времени $t_{пр}$ описывается значением функционального параметра $y^{(j)}(t_{пр})$, соответствующим этому моменту времени.

Цель рассматриваемого прогнозирования состоит в том, чтобы по предыстории j-го экземпляра объекта или процесса указать значение его функционального параметра, которое будет соответствовать моменту времени $t_{пр}$.

Иногда при таком прогнозировании интересуются не значением $y^{(j)}(t_{пр})$, а моментом времени $t_{цр} = t_{зам}$, когда функциональный параметр y j-го экземпляра достигнет определенного критического уровня $y_{кр}$ (рис.6.3).

Тогда, не дожидаясь отказа, используя результаты прогнозирования, заблаговременно, еще до момента времени $t_{зам}$ можно заменить устройство другим экземпляром. В таких случаях говорят об обратном прогнозировании.

При прогнозировании методами экстраполяции на промежутке от от t_1 до t_k вырабатывается рабочий ресурс РЭУ, поэтому его целесообразно выполнять на этапе эксплуатации устройств.

6.4. Приемы решения задач индивидуального прогнозирования с использованием методов экстраполяции

Решение рассматриваемых задач прогнозирования можно разбить на два этапа.

1. Выбор модели прогнозирования. В качестве моделей прогнозирования используют математические выражения, с помощью которых будут определяться прогнозные значения функционального параметра j-го экземпляра.

2. Экстраполяция процесса. Состоит в предположении, что за пределами предыстории функционального параметра y он будет изменяться по такому же закону, как и на участке предыстории. Заканчивается экстраполяция расчетом с помощью выбранной модели прогнозирования прогнозного значения y для j-экземпляра. При необходимости оценивается точность прогнозирования, обычно находится доверительный интервал для величины $y^{(j)}(t_{пр})$, т.е. кроме точечного указывают также интервальный прогноз.

Основными требованиями, предъявляемыми к модели прогнозирования, являются следующие:

а) точность описания параметра y для j-го экземпляра на участке предыстории;

б) простота математической записи;

в) несложность получения на практике.

В качестве моделей прогнозирования обычно выбирают элементарные функции или полиномы. Они во многом отвечают указанным требованиям.

Выбор модели прогнозирования осуществляют следующим образом. Наблюдаемые значения параметра y соединяют плавной кривой линией и по ее виду выдвигают предположение о наиболее удачной модели. Если на основе анализа физических особенностей параметра y удается выявить закон его изменения, то эти данные необходимо в первую очередь использовать при выборе модели прогнозирования. При отсутствии физических представлений о механизме изменения y и неопределенности вида кривой необходимо проверить для участка предыстории несколько моделей. Лучшей из числа проверяемых считается та модель прогнозирования $\varphi(t)$, для которой выполняется условие

$$\sum_{i=1}^{k}\left[y^{(j)}(t_i)-\varphi(t_i)\right]^2 \to \min, \tag{6.2}$$

где $\varphi(t_i)$ — значение функционального параметра y, подсчитываемое по модели $\varphi(t)$ путем подстановки в нее значения $t = t_i$.

С помощью записанного критерия (6.2) в рамках конкретной модели прогнозирования определяются также лучшие значения коэффициентов модели $\varphi(t)$.

В ряде случаев лучшие результаты дает подход, при котором различные наблюдения имеют разный вес: например, более ранние наблюдения могут использоваться с меньшим весом, чем новые. В этом случае метод наименьших квадратов трансформируется в метод "взвешенных наименьших квадратов", являющийся более общим методом. Неизвестные коэффициенты математической модели прогнозирования находят, исходя из условия

$$\sum_{i=1}^{k}\alpha_i\left[y^{(j)}(t_i)-\varphi(t_i)\right]^2 \to \min, \tag{6.3}$$

где α_i — вес i-го квадрата разности, меняющейся от наблюдения к наблюдению, обычно по определенному закону.

При прогнозировании критерий (6.3) широко используется в случаях, когда вес наблюдаемых значений убывает по геометрической прогрессии. По этому вопросу адресуем читателя к работе [29].

Точность и достоверность прогнозирования с использованием методов экстраполяции зависит от длительности предыстории, шага прогнозирования, т.е. интервала (t_k, $t_{\text{пр}}$), а также от вида модели прогнозирования.

О том, насколько можно доверять прогнозному значению, судят по величине доверительного интервала, соответствующего заданной доверительной вероятности γ. Определяя доверительный интервал для величины $y^{(j)}(t_{\text{пр}})$, получают интервальный прогноз

$$I_\gamma^{(y)} = \left[y^{(j)}(t_{\text{пр}}) - \Delta y^{(j)};\quad y^{(j)}(t_{\text{пр}}) + \Delta y^{(j)}\right], \tag{6.4}$$

где $y^{(j)}(t_{\text{пр}})$ — точечный прогноз, получаемый для j-экземпляра по модели прогнозирования путем подстановки в нее значения $t = t_{\text{пр}}$;

$\Delta y^{(j)}$ — возможная ошибка в определении $y^{(j)}(t_{\text{пр}})$, т.е. расхождение между точечной оценкой $y^{(j)}(t_{\text{пр}})$ и истинным значением в момент времени $t = t_{\text{пр}}$.

Как отмечается в литературе, доверительный интервал вида (6.4) может быть найден в случае использования линейных моделей прогнозирования и моделей, приводимых к линейной — экспоненциальных, показательных, логарифмических и т.п. [29].

6.5. Общая характеристика индивидуального прогнозирования распознаванием образов

Это прогнозирование основано на использовании, так называемых, информативных параметров. Под информативным параметром понимают такой электрофизический параметр изделия, значение которого в момент времени $t = 0$ несет информацию о техническом состоянии или качестве изделия в будущем, т.е. при $t = t_{\text{пр}}$, где $t_{\text{пр}}$ — заданное время прогнозирования.

Для изделий РЭС использование лишь одного информативного параметра может привести к заметным ошибкам, поэтому на практике используют совокупность информативных параметров, кратко называемых признаками.

Совокупность признаков, измеренная для j-го экземпляра в момент времени $t = 0$, образует как бы образ этого экземпляра. Задача индивидуального прогнозирования состоит в том, чтобы правильно распознать этот образ, т.е. правильно указать техническое состояние или уровень надежности данного экземпляра для будущего момента времени $t = t_{\text{пр}}$. Отсюда понятно и название — индивидуальное прогнозирование распознаванием образов.

При этом виде прогнозирования решение о техническом состоянии изделия принимают путем отнесения его на момент времени $t = t_{\text{пр}}$ к одному из классов по уровню надежности.

В практических приложениях находят широкое применение разновидности методов индивидуального прогнозирования, при которых РЭУ или элементы относят к одному из двух классов:

K_1 — класс надежных экземпляров;
K_2 — класс ненадежных (дефектных) экземпляров.

Следует иметь ввиду, что класс экземпляров соответствует моменту времени $t = t_{\text{пр}}$.

Для принятия решения о классе экземпляра на момент времени $t = t_{\text{пр}}$ надо располагать так называемым прогнозирующим правилом. Это правило должно показывать, как по численным значениям признаков j-го экземпляра, измеренным в момент времени $t = 0$, принимать решение о классе этого экземпляра в момент времени $t = t_{пр}$.

Прогнозируемое правило ищут в виде

$$\begin{cases} j \in K_1, \text{ если } F\left(x_1^{(j)},..., x_k^{(j)}\right) \geq P_0; \\ j \in K_2, \text{ если } F\left(x_1^{(j)},..., x_k^{(j)}\right) < P_0, \end{cases} \tag{6.5}$$

где $x_1^{(j)},..., x_k^{(j)}$ — значения признаков j-го экземпляра в момент времени $t = 0$;

$F\left(x_1^{(j)},..., x_k^{(j)}\right)$ — значение решающей функции, подсчитанное для j-го экземпляра;

k — количество признаков, используемых при решении задачи индивидуального прогнозирования;

P_0 — порог (говорят также критерий) разделения классов, определяемый экспериментально, исходя из условия лучшего разделения классов.

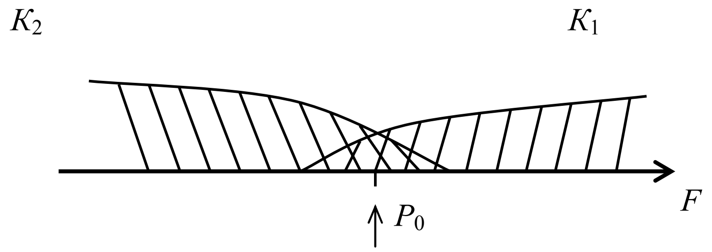

Рис. 6.4.Соответствие решающей функции *F* классам

Прогнозирующие правило записано в предположении, что лучшему техническому состоянию изделий, т.е. экземплярам класса K_1 в среднем будут соответствовать большие значения решающей функции F, а экземплярам класса K_2 — меньшие значения (рис.6.4). Решающая функция показывает, какие математические или логические операции надо выполнить со значениями признаков данного экземпляра изделия, и может не иметь конкретного физического смысла.

В результате подстановки значений признаков j-го экземпляра в решающую функцию F получим какое-то число, которое сравнивается со значением порога P_0. В зависимости от результатов этого сравнения и принимают решение о классе j-го экземпляра.

Для получения прогнозирующего правила нужны предварительные исследования интересующего нас вида изделия. Эти исследования обязательно включают испытания на надежность определенной выборки изделий в течение времени $t = t_{пр}$.

6.6. Характеристики ошибок прогнозирования в методах индивидуального прогнозирования распознаванием образов

При использовании методов индивидуального прогнозирования распознаванием образов возможны ошибки следующих видов:

а) отнесение по результатам прогнозирования в действительности дефектного экземпляра (класс K_2 к классу надежных экземпляров (класс K_1). Эти ошибки оцениваются вероятностью p_{21}, характеризующей значение риска потребителя. Это значение на практике стремятся свести к минимуму, так как ошибки, связанные с ним, могут вызвать у потребителя массу проблем;

б) отнесение по результатам прогнозирования в действительности надежного экземпляра (класс K_1) к классу ненадежных экземпляров (класс K_2). Эти ошибки характеризуются вероятностью p_{12}, называемой риском изготовителя.

При решении задач прогнозирования пользуются также таким понятием, как вероятность ошибочных решений по результатам прогнозирования $P_{\text{ош}}$. Иногда вместо вероятности ошибочных решений пользуются вероятностью принятия правильных решений $P_{\text{прав}}$, определяемой как

$$P_{\text{прав}} = 1 - P_{\text{ош}} .$$

6.7. Этапы решения задач индивидуального прогнозирования распознаванием образов

6.7.1. Обучающий эксперимент и обучение

Будем предполагать, что с помощью предварительных исследований получены информативные параметры (признаки) РЭУ или элемента. Тогда, чтобы решить задачу индивидуального прогнозирования применительно к этому виду изделий, необходимо выполнить ряд действий, последовательность которых иллюстрируется схемой, показанной на рис.6.5.

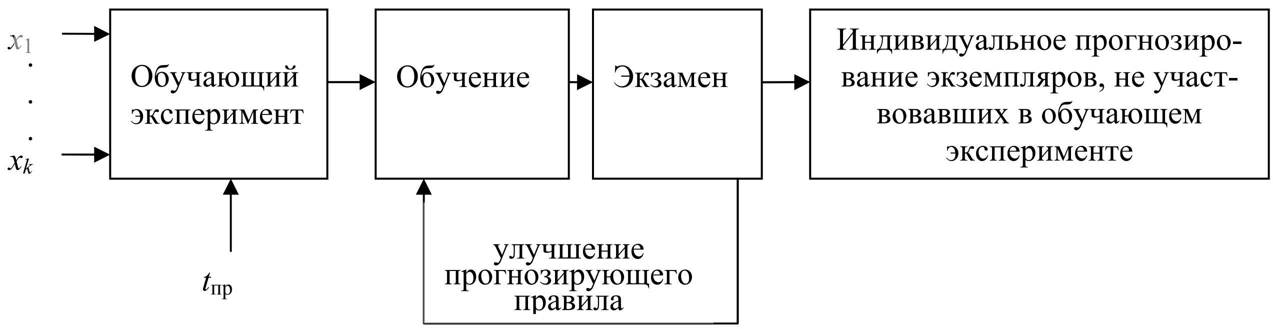

Рис.6.5. Этапы решения задач прогнозирования

Обучающий эксперимент представляет собой испытание на надежность определенной выборки интересующего вида изделий в течение времени $t = t_{\text{пр}}$ в том режиме и условиях работы, которые будут иметь место при реальной их эксплуатации. Результаты обучающего эксперимента обычно представляют в виде табл.6.1.

Таблица 6.1

Рекомендуемая форма записи результатов обучающего экспериментов

Номер экземпляра обучающей выборки	Значения признаков при $t = 0$			Класс экземпляра к моменту времени $t = t_{\text{пр}}$
	x_1	…	x_k	
1	$x_1^{(1)}$	…	$x_k^{(1)}$	$K_s^{(1)}$
…	…	…	…	…
n	$x_1^{(n)}$	…	$x_k^{(n)}$	$K_s^{(n)}$

Перед проведением испытаний экземпляры обучающей выборки необходимо пометить. После этого следует произвести контроль значений признаков $x_1, \ldots, x_k$ каждого экземпляра и лишь тогда приступить к испытаниям обучающей выборки на надежность. По истечении времени $t = t_{\text{пр}}$ выясняют класс (K_1 или K_2) каждого экземпляра с целью получения информации о соответствии того или иного класса тем или иным значениям признаков.

Если к моменту времени $t = t_{\text{пр}}$ экземпляр не отказал, то его относят к экземплярам класса K_1, если отказал, то класса K_2.

Время $t_{\text{пр}}$ может быть достаточно большим (тысячи и даже десятки тысяч часов). Поэтому с целью сокращения времени испытаний используют ускоренные, обычно форсированные, испытания в течение времени $t_y << t_{\text{пр}}$, но эквивалентном с точки зрения функционирования и возникновения отказов времени $t_{\text{пр}}$.

Результаты обучающего эксперимента используются на следующем этапе — обучения. Цель этого этапа выбрать метод построения прогнозирующего правила и для каждого экземпляра обучающей выборки подсчитать значение решающей функции F. Распределение значений решающей функции в зависимости от класса экземпляра (K_1 или K_2) будет соответствовать рис.6.4.

Результаты этапа обучения в виде значений решающей функции, подсчитанных для каждого экземпляра обучающей выборки, используют на этапе экзамена (см. рис.6.5).

6.7.2. Выбор порога разделения классов (экзамен)

Основная цель этого этапа состоит в определении порога разделения классов P_0, исходя из условия обеспечения наилучших результатов прогнозирования в предположении, что прогнозирующее правило применяется к экземплярам обучающей выборки.

На практике могут использоваться следующие критерии выбора P_0:

а) $P_{\text{прав}} \to \max$ или $P_{\text{ош}} \to \min;$ (6.6)

б) $p_{21} \le p_{21\text{доп}}$, а $p_{12} \to \min,$ (6.7)

где p_{21} — риск потребителя;
p_{12} — риск изготовителя;
$p_{21\text{доп}}$ — допустимое в данной задаче значение риска потребителя.

Критерий (6.6) иногда называют критерием Байеса, а критерий (6.7) — критерием Неймана-Пирсона.

При решении практических задач значение $p_{21\text{доп}}$ выбирается достаточно малым (единицы и десятые доли процента). Для выбора P_0 используются результаты предыдущего этапа в виде значений решающей функции F, подсчитанных для каждого экземпляра обучающей выборки.

Последовательность выбора P_0 с учетом критерия (6.5) такова. Задаются несколькими значениями P_0 в зоне перекрытия решающей функции двух классов и вблизи ее (см. рис.6.4). Для каждой выбранной точки P_{0i} подсчитывают вероятность правильных решений $P_{\text{прав}}$. Для этого надо в прогнозирующем правиле вида (6.5) положить $P_0 = P_{0i}$ и применить его для оценки класса экземпляров обучающей выборки. Сопоставляя класс экземпляров по прогнозу при значении порога P_{0i} с действительным классом, можно оценить ошибки прогнозирования и подсчитать значение вероятности правильных решений $P_{\text{прав}}$, соответствующее выбранному порогу P_{0i} , табл.6.2.

Таблица 6.2

Форма записи результатов обучающего эксперимента, обучения и экзамена

Номер экземпляра обучающей выборки	x_i при $t = 0$			Класс при $t = t_{пр}$	Значение решающей функции F	Класс экземпляра по прогнозу при значении P_0, равном:		
	x_1	…	x_k			P_{01}	P_{02}	…
1				$K_s^{(1)}$	$F^{(1)}$			
2				$K_s^{(2)}$	$F^{(2)}$			
…				…	…			
n				$K_s^{(n)}$	$F^{(n)}$			

Описанную процедуру повторяют для остальных точек P_{0i}. В результате этих действий будут получены данные, которые позволят по расчетным точкам построить график зависимости величины $P_{прав}$ от значения P_{0i}, показанный на рис.6.6.

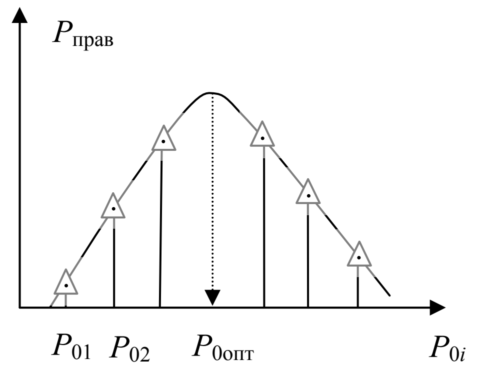

Рис.6.6. К вопросу о выборе порога P_0

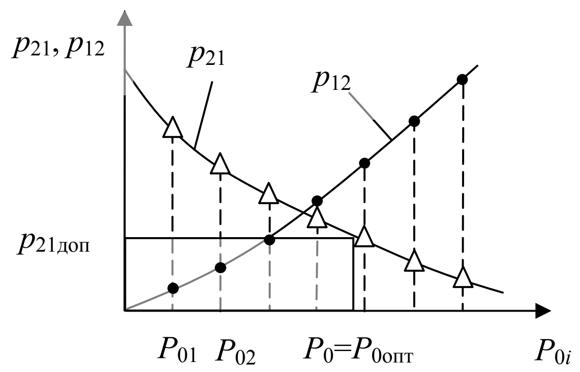

Рис.6.7. Выбор порога P_0 с использованием риска потребителя p_{21} и риска изготовителя p_{12}

Лучшим значением порога P_0 считается такое, при котором вероятность правильных решений $P_{прав}$ принимает максимальное значение. В случае критерия вида (6.7) поступают аналогично, однако по результатам сравнения класса экземпляра по прогнозу с действительным классом подсчитывают значение риска потребителя и риска изготовителя, а далее оптимальное значение P_0 выбирают с помощью графика (рис.6.7). На нем обозначены расчетные точки, полученные соответственно для рисков потребителя p_{21} и изготовителя p_{12} путем сравнений классов экземпляров обучающей выборки по прогнозу (при P_0=P_{0i}) с действительным классом экземпляров.

6.7.3. Оценка вероятностей правильных и ошибочных решений

Эта оценка выполняется с использованием экземпляров обучающей выборки путем сравнения класса экземпляров по прогнозу с действительным классом.

Для оценки вероятности правильных решений используют выражение

$$P_{\text{прав}} = \frac{n_{11} + n_{22}}{n}, \tag{6.8}$$

где n_{11}, n_{22} — количество правильно распознанных экземпляров соответственно классов K_1 и K_2 в обучающей выборке;

n — объем обучающей выборки.

Иногда вместо вероятности правильных решений $P_{\text{прав}}$ выполняют оценку вероятности ошибочных решений $P_{\text{ош}}$. Эта оценка может быть дана с использованием выражения

$$P_{\text{ош}} = 1 - P_{\text{прав}} = 1 - \frac{n_{11} + n_{22}}{n} = \frac{n_{21} + n_{12}}{n}, \tag{6.9}$$

где n_{21}, n_{12} — количество неправильно распознанных экземпляров соответственно класса K_2 и класса K_1 в обучающей выборке.

Нетрудно понять, что для изделий обучающей выборки должно выполняться равенство

$$n_{11} + n_{22} + n_{12} + n_{21} = n. \tag{6.10}$$

Риски потребителя p_{21} и изготовителя p_{12} могут быть подсчитаны по выражениям

$$p_{21} = \frac{n(K_2 / \text{реш}K_1)}{n(\text{реш}K_1)}; \tag{6.11}$$

$$p_{12} = \frac{n(K_1 / \text{реш}K_2)}{n(\text{реш}K_2)}, \tag{6.12}$$

где $n(K_2 / \text{реш}K_1)$— количество экземпляров обучающей выборке класса K_2, которые ошибочно отнесены к классу K_1;

$n(K_1 / \text{реш}K_2)$ — количество экземпляров в действительности класса K_1, но ошибочно отнесенных к классу K_2;

$n(\text{реш}K_S)$ — общее количество решений о классе K_S (S = 1; 2).

Определив значения характеристик p_{21}, p_{12}, $P_{прав}$ или $P_{ош}$ для экземпляров обучающей выборки, считают, что примерно такие же значения этих характеристик будут иметь место и для выборки (партии) однотипных изделий, не участвовавших в обучающем эксперименте.

6.7.4. Прогнозирование однотипных изделий, не участвовавших в обучающем эксперименте

Экземпляры обучающей выборки использовались для получения прогнозирующего правила. Рабочий ресурс этих экземпляров выработан либо находится на пределе. Поэтому они не могут быть использованы дальше по назначению.

Полученное прогнозирующее правило применяют для индивидуального прогнозирования других однотипных экземпляров изделия исследуемого типа. Применение включает следующее:

1) измерение у j-го экземпляра значений признаков до использования его по назначению, т.е. в момент времени $t = 0$;

2) подстановку полученных величин в прогнозирующее правило и подсчет значения решающей функции $F^{(j)}$ соответствующей рассматриваемому экземпляру;

3) сравнение значения функции $F^{(j)}$ с порогом P_0 и принятие решения о классе данного экземпляра (получение прогноза).

Вероятностные характеристики достоверности прогнозирования для новых однотипных экземпляров будут примерно такими же, как подсчитанные для экземпляров обучающей выборки.

6.8. Рекомендации по выбору информативных параметров (признаков) для элементов РЭУ

Успех в решении задачи индивидуального прогнозирования во многом зависит от удачности выбора информативных параметров. По результатам исследований, выполненных применительно к элементам РЭУ, можно рекомендовать в качестве признаков электрические параметры, указанные ниже:

а) для резисторов постоянного сопротивления — уровень 3-й гармоники при подаче на резистор синусоидального напряжения U; э.д.с. шумов;

б) для транзисторов в усилительном режиме — коэффициент усиления тока базы в режиме малого сигнала в схеме с общим эмиттером $h_{21э}$; обратный ток коллектора $I_{К0}$; тангенс угла наклона вольтамперной характеристики p-n переходов;

в) для транзисторов в режиме переключения — коэффициент усиления тока базы в режиме большого сигнала в схеме с общим эмиттером $h_{21Э}$; напряжения насыщения перехода база-эмиттер $U_{БЭнас}$ и перехода коллектор-эмиттер $U_{КЭнас}$; ток транзисторов в закрытом (запертом) состоянии; емкости *p-n* переходов;

г) для полупроводниковых диодов — соотношение между сопротивлением в прямом и обратном направлении; тангенсы углов наклона прямой и обратной ветвей ВАХ *p-n* перехода.

6.9. Методы построения прогнозирующих правил

Метод построения прогнозирующего правила показывает, в каком виде формировать решающую функцию *F*. Иногда, с учетом метода ее построения, называют сам метод прогнозирования.

Методы построения прогнозирующих правил можно разбить на две группы: параметрические и непараметрические.

Параметрические методы основаны на использовании классических положений теории статистических решений. В этих методах для интересующего экземпляра подсчитывают так называемое отношение правдоподобия в виде

$$\lambda^{(j)} = \frac{w\left(x_1^{(j)},\dots,\ x_k^{(j)} / K_1\right)}{w\left(x_1^{(j)},\dots,\ x_k^{(j)} / K_2\right)}, \qquad (6.13)$$

где $w\left(x_1^{(j)},\dots,x_k^{(j)} / K_1\right)$ — плотность распределения признаков *j*-го экземпляра, подсчитанная для класса K_1;

$w\left(x_1^{(j)},\dots,x_k^{(j)} / K_2\right)$ — плотность распределения признаков *j*-го экземпляра, подсчитанная для класса K_2.

Отношение правдоподобия характеризует степень приближения признаков *j*-го экземпляра к классам K_1 или K_2(рис. 6.8).

Из рис.6.8 понятен смысл λ в случае одного признака.

Применение параметрических методов на практике сопряжено со сложностями вычислительного характера и обычно требует применения средств вычислительной техники.

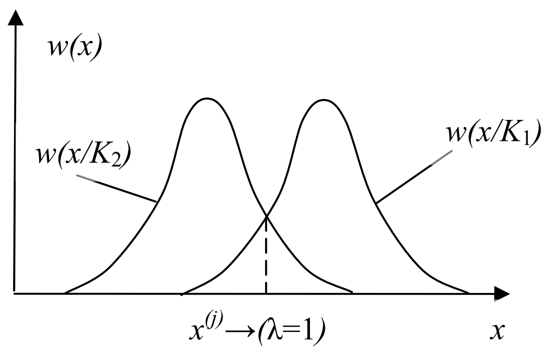

Рис.6.8. К понятию отношения правдоподобия

Непараметрические методы основаны на использовании эвристических алгоритмов формирования решающей функции. На практике находят широкое применение следующие методы, использующие эвристические алгоритмы [6, 14]:

1) потенциальных функций;
2) дискриминантных функций;
3) обобщенного портрета;
4) построения эллипса рассеивания;
5) стохастической аппроксимации.

В методах, основанных на использовании эвристических алгоритмов, решающая функция F обычно не имеет четкого физического смысла. Эта функция является математическим выражением, построенным из информативных параметров с учетом коэффициентов, рассчитанных по результатам обучающего эксперимента.

6.10. Прогнозирование методом пороговой логики

Хорошо разработанные и широко используемые в практике методы прогнозирования по признакам, такие, как методы статистических решений и потенциальных функций при числе признаков $k > 2$ связаны с громоздкими математическими вычислениями. Это целесообразно лишь на основе применения ЭВМ и в условиях производства не всегда оправдано. Другие же, более простые методы в ряде случаев не обеспечивают допустимых ошибок прогнозирования.

Простым, и в то же время эффективным является метод индивидуального прогнозирования, основанный на принципах пороговой (мажоритарной) логики [31].

Суть метода пороговой логики состоит в преобразовании признаков, измеренных для j-го экземпляра, в двоичные числа (сигналы) и принятии решения о классе экземпляра по набору (комбинации) двоичных сигналов.

При k признаках, используемых для прогнозирования, количество возможных наборов двоичных сигналов T определяется выражением

$$T = 2^k . \qquad (6.14)$$

Поэтому прогнозирующее правило для этого метода может быть представлено простой логической таблицей с числом строк не более T. Таблица может использоваться непосредственно в наглядной форме или храниться в запоминающих устройствах.

Преобразование значений признаков $x_1, ..., x_k$ в двоичные сигналы $z_1, ..., z_k$ (нуль или единицу) выполняется по соотношениям

$$\left.\begin{aligned} z_i &= 1, \text{ если } x_i \ge x_{i0} \\ z_i &= 0, \text{ если } x_i < x_{i0} \end{aligned}\right\} \text{ при } m_{i1} > m_{i2}; \qquad (6.15)$$

$$\left.\begin{aligned} z_i &= 1, \text{ если } x_i \le x_{i0} \\ z_i &= 0, \text{ если } x_i > x_{i0} \end{aligned}\right\} \text{ при } m_{i1} < m_{i2}, \qquad (6.16)$$

где x_{i0} — пороговое значение i-го признака;

m_{iS} — среднее значение i-го признака в классе K_S $(S = 1; 2)$.

Прогнозирующее правило для данного метода прогнозирования задается соотношением [31]

$$R = \begin{cases} 1, \text{ если } \sum\limits_{i=1}^{k} \alpha(z_i) \ge P_0; \\ 0, \text{ если } \sum\limits_{i=1}^{k} \alpha(z_i) < P_0. \end{cases} \qquad (6.17)$$

где R — выходной двоичный сигнал (пороговая функция), равный единице для класса K_1 и нулю для класса K_2;

$\alpha(z_i)$ — вес i-го двоичного сигнала;

P_0 — порог (критерий) разделения классов, вещественное число.

Вес $\alpha(z_i)$ i-го двоичного сигнала, характеризует ценность сигнала z_i для процедуры прогнозирования и определяется соотношением

$$\alpha(z_i) = \begin{cases} P(K_1 / z_i = 1), \text{ если } z_i = 1; \\ P(K_1 / z_i = 0), \text{ если } z_i = 0, \end{cases} \qquad (6.18)$$

где $P(K_1 / z_i = \xi)$ — оценка вероятности того, что изделие принадлежит к классу K_1 при условии, что двоичный сигнал z принял значение $z_i = \xi$; $\xi = 1, 2$.

Оценку вероятностей $P(K_1 / z_i = 1)$ и $P(K_1 / z_i = 0)$ получают из результатов испытаний изделий обучающий выборки, используя следующие выражения:

$$P(K_1 / z_i = 1) = \frac{n(K_1 / z_i = 1)}{n(z_i = 1)}; \qquad (6.19)$$

$$P(K_1 / z_i = 0) = \frac{n(K_1 / z_i = 0)}{n(z_i = 0)}, \qquad (6.20)$$

где $n(K_1 / z_i = \xi)$ – количество изделий класса K_1 в обучающей выборке, для которых двоичный сигнал z_i принял значение $z_i = \xi$; $\xi = 1, 2$;

$n(z_i = \xi)$ – общее количество изделий в обучающей выборке, для которых двоичный сигнал z_i принял значение $z_i = \xi$; $\xi = 1; 2$.

При использовании метода пороговой логики рекомендуется следующий порядок операций при выполнении обучения, оценки его результатов (экзамена) и прогнозирования однотипных изделий, не участвовавших в обучающем эксперименте:

определение пороговых значений, необходимых для преобразования признаков в двоичные сигналы;

преобразование признаков каждого изделия обучающей выборки в двоичный сигнал;

определение весов двоичных сигналов;

подсчет значения решающей функции для каждого экземпляра обучающей выборки;

построение решающего правила и определение значения порога разделения классов;

представление решающего правила логической таблицей, используемой для выполнения прогнозирования;

прогнозирование однотипных изделий, не участвовавших в обучающем эксперименте.

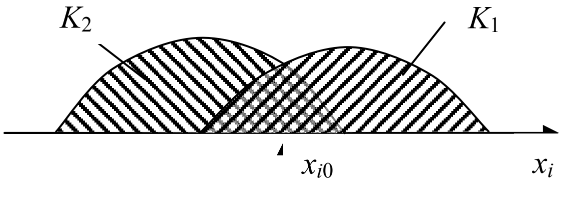

Рис.6.9. Выбор значения величины x_{i0}

Для определения порогового значения i-го признака возможны различные подходы. Простейший способ — выбор в качестве значения величины x_{i0} средней точки зоны перекрытия классов по признаку x_i (рис.6.9). Преобразование признаков $x_1, ..., x_k$ изделий обучающей выборки в двоичные сигналы $z_1, ..., z_k$ выполняется по выражениям (6.15) или (6.16).

Для определения веса $\alpha(z_i)$ i-го двоичного сигнала с учетом выбранного порогового значения x_i подсчитываются по соотношениям (6.19) и (6.20) оценки вероятностей $P(K_1 / z_i = 1)$ и $P(K_1 / z_i = 0)$. Эти оценки в соответствии с выражением (6.18) принимаются в качестве веса $\alpha(z_i)$.

Значения решающей функции $F\left(z_1^{(j)}, \, ... \, , z_k^{(j)}\right)$ j-го экземпляра обучающей выборки определяются по формуле

$$F\left(z_1^{(j)},..., z_k^{(j)}\right)= \sum_{i=1}^{k} \alpha\left(z_i^{(j)}\right), \qquad (6.21)$$

где $\alpha\left(z_i^{(j)}\right)$ – значение веса i-го двоичного сигнала z_i взятое для j-го экземпляра.

Для определения порога разделения классов P_0 задаются несколькими точками из области определения решающей функции $F\left(z_1^{(j)}, \, ... \, , z_k^{(j)}\right)$ для изделий обучающей выборки. Для каждой выбранной точки, пользуясь правилом, задаваемым соотношением (6.17) подсчитывают по формуле (6.8) вероятность правильных решений $P_{\text{прав}}$. В качестве искомого порога разделения классов P_0 берут такое значение, которое отвечает условию (6.6), т.е.

$$P_{\text{прав}} \to \max .$$

Выбор значения величины P_0 может выполняться также и по условию (6.7), т.е.

$$p_{12} \to \min \text{ при } p_{21} \le p_{21\text{доп}} .$$

Представление прогнозирующего правила логической таблицей, используемой для прогнозирования, осуществляется следующим образом. Для всех теоретически возможных наборов (комбинаций) двоичных сигналов $z_1, \, z_2, \, \dots, \, z_k$ подсчитываются по выражению (6.21) значения решающей функции $F\left(z_1^{(j)}, \, ... \, , z_k^{(j)}\right)$. Используя построенное прогнозирующее правило вида (6.17), определяют, какому классу соответствует тот или иной набор двоичных сигналов. Логическая таблица для прогнозирования оформляется в виде, приведенном на рис.6.10.

Номер набора (комбинации)	Двоичные сигналы			Значение решающей функции, $\sum\alpha(z_i)$	Класс изделия по прогнозу
	z_1	…	z_k		
1	$z_1^{(1)}$	…	$z_k^{(1)}$		$K_S^{(1)}$
2	$z_1^{(2)}$	…	$z_k^{(2)}$		$K_S^{(2)}$
…	…	…	…		…

Рис.6.10. Общий вид логической таблицы

С целью уменьшения строк таблицы рекомендуется включать в нее наборы лишь для одного из классов.

Прогнозирование однотипных новых изделий, не участвовавших в обучающем эксперименте, выполняется в следующем порядке:

а) измерение значений признаков l-го экземпляра;

б) преобразование признаков l-го экземпляра $x_1^{(l)}, x_2^{(l)},..., x_k^{(l)}$ по выражениям (6.15) и (6.16) в двоичные сигналы $z_1^{(l)}, z_2^{(l)}, ..., z_k^{(l)}$;

в) поиск в логической таблице набора, соответствующего l-му экземпляру, и принятие решения о классе этого экземпляра.

6.11. Пример построения прогнозирующего правила

Предположим, что для элемента РЭУ (например, транзистора) экспериментально получены информативные параметры, например, x_1 и x_2. Пусть интересует класс экземпляров на момент времени $t_{пр}$ = 5000 ч.

Будем считать, что был выполнен обучающий эксперимент с использованием ускоренных испытаний в течение времени $t_у$ = 100 ч, эквивалентных с точки зрения функционирования и возникновения отказов времени $t_{пр}$ = 5000 ч.

Результаты обучающего эксперимента представлены в табл.6.3.

Таблица 6.3

Результаты обучающего эксперимента, значения решающей функции F и влияние порога P_0 на класс экземпляра по прогнозу

Номер экземпляра обучающей выборки	Значение x_i		Класс при $t=t_{пр}$	Значение решающей функции F	Класс по прогнозу при P_0, равном					
	x_1	x_2			-6	-4	-2	0	2	4
1	1.7	13	K_1	1-1 = 0	1	1	1	1	2	2
2	1,5	14	K_1	-1 - 2 = -3	1	1	2	2	2	2
3	1,2	12	K_1	-4 + 0 = -4	1	1	2	2	2	2
4	2,0	12	K_1	4 + 0 = 4	1	1	1	1	1	1
5	1.6	9	K_1	0 + 3 = 3	1	1	1	1	1	2
6	1,1	17	K_2	-5 .- 5 = -10	2	2	2	2	2	2
7	1.4	13	K_2	-2 - 1 = -3	1	1	2	2	2	2
8	1,2	12	K_2	-4 - 0 = -4	1	1	2	2	2	2
9	1.0	12	K_2	-6 - 0 = -6	1	2	2	2	2	2
10	1,3	16	K_2	-3 - 4 = -7	2	2	2	2	2	2

Требуется построить прогнозирующее правило, обеспечивающее при индивидуальном прогнозировании максимальное значение вероятности принятия правильных решений.

В рассматриваемом примере для простоты иллюстрации процедуры построения прогнозирующего правила взята обучающая выборка объемом 10 элементов. При решении инженерных задач объем обучающей выборки следует выбирать не менее 30-50 экземпляров.

Решение. Нетрудно убедиться (см. табл.6.3), что большему значению признака x_1 в среднем соответствует класс K_1, а для признака x_2 наоборот (рис.6.11).

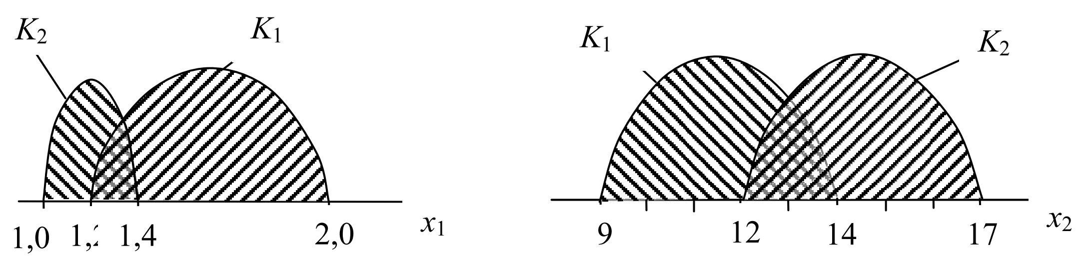

Рис.6.11. Связь значений признаков с классом

В качестве эвристического алгоритма для решающей функции F выбираем выражение вида

$$F = 10(x_1 - m_1) - (x_2 - m_2), \qquad (6.22)$$

где m_1 — среднее значение признака x_1 в классе K_1;
m_2 — среднее значение признака x_2 в классе K_2.

Легко убедиться, что $m_1 = 1{,}6$; $m_2 = 12$.

Функция F в записанном виде характеризует близость экземпляра к классу K_1. Число 10, стоящее перед первым слагаемым, необходимо для того, чтобы примерно уравнять вклад признаков в решающую функцию. Знак минус перед вторым слагаемым в выражении (6.22) появился в связи с тем, что экземплярам класса K_1 в среднем соответствует меньшее значение признака x_2.

Подсчитаем значения решающей функции F для всех экземпляров обучающей выборки, используя выражение (6.22). Эти значения помещены в табл.6.3.

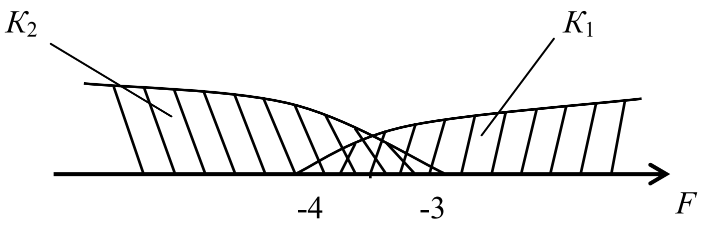

Рис.6.12. Пересечение значений решающей функции

Нетрудно убедиться, что значения, подсчитанные для экземпляров классов K_1 и K_2, пересекаются (рис.6.12).

Теперь определим оптимальное значение порога разделения классов. Для этого зададимся пятью значениями величины P_0 и для каждого значения P_0 определим класс экземпляра обучающей выборки по прогнозу, используя прогнозирующее правило вида

$$\left.\begin{aligned} j \in K_1, \text{если}\ \ 10\left[x_1^{(j)} - 1{,}6\right] - \left[x_2^{(j)} - 12\right] \geq P_{0i} \\ j \in K_2, \text{если}\ \ 10\left[x_1^{(j)} - 1{,}6\right] - \left[x_2^{(j)} - 12\right] < P_{0i} \end{aligned}\right\} \qquad (6.23)$$

В данном случае зависимость вероятности правильных решений от значений величины P_{0i}. сложно воспроизвести из-за ограниченности объема обучающей выборки. Однако, расширив диапазон значений величины P_{0i} влево и вправо, можно выявить тенденцию изменения вероятности принятия правильных решений (рис.6.13).

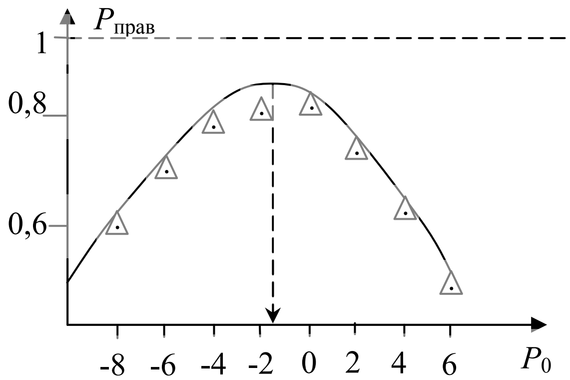

Рис. 6.13 Выбор величины

Из рис.6.13 видно, что в качестве оптимального значения порога можно взять

$$P_0 \approx -1{,}5.$$

Тогда в окончательном виде прогнозирующее правило запишется как

$$\left.\begin{aligned} j \in K_1,\ \ 10\left[x_1^{(j)} - 1{,}6\right] - \left[x_2^{(j)} - 12\right] \geq -1{,}5 \\ j \in K_2,\ \ 10\left[x_1^{(j)} - 1{,}6\right] - \left[x_2^{(j)} - 12\right] < -1{,}5 \end{aligned}\right\} \qquad (6.24)$$

Применим это правило для индивидуального прогнозирования однотипных экземпляров, не участвовавших в обучающем эксперименте. Предположим, что экземпляры имеют следующие значения признаков:

Экземпляр 1: $x_1 = 1{,}4$; $x_2 = 14$;

Экземпляр 2: $x_1 = 1{,}6$; $x_2 = 13$.

Применяя правило (6.24), можно убедиться, что по прогнозу экземпляр 1 должен быть отнесен к классу K_2, а экземпляр 2 — к классу K_1. Из рис.6.13 следует, что максимальное значение вероятности правильных решений $P_{\text{прав}}$ составляет примерно 0,85. Это означает, что в среднем для 85 процентов экземпляров из каждой партии уровень надежности (класс) будет спрогнозирован верно.