2. ВЕРОЯТНОСТНОЕ ОПИСАНИЕ ПАРАМЕТРОВ

2.1. Расчетные соотношения и формулы

Таблица 2.1

Выражение	Номер	Выражение	Номер
Нормальная модель: $w(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	2.1	Усеченная нормальная модель: $w(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<A;\\ \frac{C}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} & \text{при } A\le x\le B;\\ 0 & \text{при } x>B;\end{cases}$	2.2
$\begin{cases}m=M(x),\\ \sigma=\sigma(x)\end{cases}$	2.3	$\mathrm{F(x)}=\Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)$	2.4
$P(a\le x\le b)=\Phi\left(\frac{b-m}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right)$	2.5	$\sigma(x)\approx\frac{\delta(x)}{3}$	2.6
Равномерная модель: $w(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & \text{если } a\le x\le b;\\ 0, & \text{если } x<a;x>b\end{cases}$	2.7	Логарифмически нормальная модель: $w(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0;\\ \frac{1}{M_1\sigma_x\ x\ \sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(\lg x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} & \text{при } x>0\end{cases}$	2.8
$M(x)=\frac{a+b}{2}$	2.9	$\sigma(x)=\frac{b-a}{2\sqrt{3}}$	2.10
$I_\gamma^{(M)}=\left(M^*(x)-t_\gamma\frac{\sigma^*(x)}{\sqrt{n}};M^*(x)+t_\gamma\frac{\sigma^*(x)}{\sqrt{n}}\right)$			2.11
$n\ge\frac{t_\gamma^2\sigma^2(x)}{\varepsilon^2}$	2.12	$r_{xz}^*=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[x_i-M^*(x)\right]\left[z_i-M^*(z)\right]}{(n-1)\cdot\sigma^*(x)\cdot\sigma^*(z)}$	2.13

Окончание табл. 2.1

Выражение	Номер	Выражение	Номер
$I_\gamma = (r^* - t_\gamma \sigma_r;\ r^* + t_\gamma \sigma_r)$	2.14	$\sigma_r \approx \dfrac{1-(r^*)^2}{\sqrt{n}}$	2.15
$F = \dfrac{1}{2} \ln \dfrac{1+r^*}{1-r^*} = \mathrm{arth}(r^*)$	2.16	$I_\gamma^{(F)} = (F - t_\gamma \sigma_F;\ F + t_\gamma \sigma_F)$	2.17
$\sigma_F = \dfrac{1}{\sqrt{n-3}}$	2.18	$r_{\text{н(в)}} = th(F)$	2.19
$M^*(x) = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i}{n}$	2.20	$\sigma^*(x) = \sqrt{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \left[x_i - M^*(x)\right]^2}{n-1}}$	2.21
$p_i^* = \dfrac{m_i}{n}$	2.22	$U = \chi^2 = n \sum\limits_{i=1}^{k} \dfrac{\left(p_i^* - p_i\right)^2}{p_i} = \sum\limits_{i=1}^{k} \dfrac{\left(m_i - np_i\right)^2}{np_i}$	2.23

2.2. Пояснение параметров

x - символическое обозначение параметра, текущие значения этого параметра;

$w(x)$ - плотность распределения параметра, соответствующая его текущему значению x;

m, σ - параметры нормальной модели (нормального закона распределения);

A, B - пределы изменения параметра x в случае усеченной нормальной модели (усеченного нормального закона распределения) ;

C - нормирующий множитель усеченной нормальной модели;

$M(x)$ - среднее значение (математическое ожидание) параметра x;

$\sigma(x)$ - среднее квадратическое отклонение параметра x ;

$\Phi(\ldots)$ - табличная функция распределения стандартного нормального распределения ($m=0$; $\sigma=1$), определяемая для аргумента, указанного в скобках ;

$F(x)$ - функция распределения параметра, соответствующая его текущему значению x;

$P(a \le x \le b)$ - вероятность того, что значение параметра x будет находиться в диапазоне от a до b ;

$\delta(x)$ - половина поля допуска на параметр x;

a, b - параметры равномерной модели (закона равной вероятности);

m_x, σ_x - параметры логарифмически нормальной модели; $m_x=M(\lg x)$; $\sigma_x=\sigma(\lg x)$;

M_1 - число, равное $1/\lg e = 2{,}303$;

$M^*(x)$, $M^*(z)$ - оценки математических ожиданий (средних значений) параметров x и z;

$\sigma^*(x)$, $\sigma^*(z)$ - оценки средних квадратических отклонений параметров x и z;

x_i, z_i - i-е наблюдаемое значение параметра x и параметра z;

n - количество наблюдений параметра, пар параметров;

$I\gamma^{(M)}$ - доверительный интервал для математического ожидания (среднего значения) параметра, соответствующий доверительной вероятности γ;

t_γ - коэффициент, зависящий от доверительной вероятности γ ;

ε - допустимая ошибка в определении среднего значения параметра по результатам наблюдения этого параметра;

r^*_{xz} - оценка коэффициента парной корреляции между параметрами x и z;

σ_r - среднее квадратическое отклонение коэффициента корреляции;

F - параметр преобразования Фишера, используемый для проверки статистической значимости коэффициента парной корреляции;

$I_\gamma^{(F)}$ - доверительный интервал для величины F, соответствующий доверительной вероятности γ;

σ_F - среднее квадратическое отклонение величины F;

p_i - вероятность попадания параметра в i–й интервал, подсчитанная по теоретическому закону распределения;

m_i - количество наблюдений параметра, приходящихся на i–й интервал;

p_i^* - частота (статистическая вероятность), соответствующая i–му интервалу;

k - количество интервалов, на которое разбивался диапазон наблюдаемых значений параметра;

s – число независимых условий (связей), наложенных на частоты p_i^*(во многих случаях $s=3$);

$U=\chi^2$ – количественная мера расхождения между теоретической и статистической (экспериментальной) функциями распределения исследуемого параметра;

$\delta(\frac{\Delta x}{x})$ – половина поля допуска параметра x, выраженная его относительным отклонением;

$r_{\text{н(в)}}$ – нижняя и верхняя доверительные границы для коэффициента корреляции.

2.3. Типовые примеры и их решение

Пример 2.1. Пусть в паспорте на резистор указано $R = 1\ \text{кОм} \pm 10\%$. Требуется для параметра R на основе анализа получить вероятностное описание, которым можно было бы пользоваться в инженерных расчетах.

Решение. Так как допуск на параметр относительно велик, то оправдано использование гипотезы о нормальном распределении параметра [1]. Допуск является симметричным, поэтому можно записать

$$M(R)=R_{\text{ном}} = 1\ \text{ком}.$$

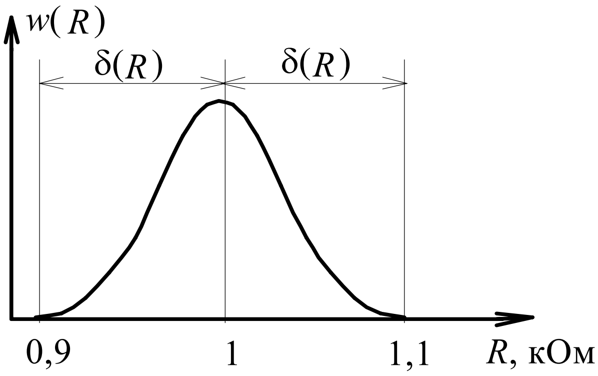

Рис. 2.1. Вероятностное описание сопротивления резистора

С учетом «правила трех сигм» (рис.2.1)

$$\sigma(R)\approx\frac{\delta(R)}{3}.$$

Из рис.2.1 видно, что, δ(R)=0,1кОм, тогда

$$\sigma(R)\approx\frac{0,1}{3}\approx 0,033\text{ кОм} = 33\text{ Ом}.$$

Пример 2.2. Произведено измерение параметра $h_{21Э}$ 10 транзисторов типа КТ602А. Результаты приведены в табл.2.2.

Таблица 2.2

Номер экземпляра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h_{21Э}$	39	32	57	38	44	34	63	46	50	47

Требуется найти точечную оценку математического ожидания величины $h_{21Э}$ и построить доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности $\gamma = 0,95$.

Решение. Пользуясь формулой (2.20), имеем

$$M^*(h_{21Э}) = \frac{39+32+...+47}{10} = 45.$$

Применяя формулу (2.21), вычисляем несмещенную оценку $\sigma^*(h_{21Э})$:

$$\sigma^*(h_{21Э}) = \sqrt{\frac{(39-45)^2+(32-45)^2+...+(47-45)^2}{(10-1)}} \approx 9,85.$$

По таблице значений коэффициента t_γ для $\gamma = 0,95$ находим $t_\gamma = 1,96$ (табл. П.1.8 прил. 1 [1, с.35]).

Доверительные границы находим по выражению (2.11).

$$M_\text{н} = M^*(h_{21Э}) - t_\gamma \frac{\sigma^*(h_{21Э})}{\sqrt{n}} = 45 - 1,96\cdot\frac{9,85}{\sqrt{10}} \approx 38,9;$$

$$M_\text{В} = M^*(h_{21Э}) + t_\gamma \frac{\sigma^*(h_{21Э})}{\sqrt{n}} = 45 + 1,96\cdot\frac{9,85}{\sqrt{10}} \approx 51,1.$$

Следовательно, доверительный интервал (интервальная оценка) для математического ожидания параметра $h_{21Э}$:

$$I_\gamma = (38,9;\ 51,1).$$

Пример 2.3. Требуется определить, какое максимальное число наблюдений надо иметь, чтобы гарантировать среднее значение коэффициента усиления транзистора β с погрешностью не более пяти единиц. По техническим условиям (ТУ) на транзистор данного типа $\beta = 20 \ldots 80$.

Решение. 1. Задаемся доверительной вероятностью, с которой будет гарантироваться среднее значение коэффициента усиления транзистора β. Выбираем $\gamma = 0{,}95$; тогда $t_\gamma = 1{,}96 \approx 2$ (см. табл. П.1.8 прил. 1).

2. Закон распределения величины β не известен. Так как по условию надо определить максимальное число наблюдений, то будем исходить из худшего случая. Поэтому для величины β примем гипотезу о равномерной модели.

Из условия задачи следует $a = 20$, $b = 80$. Определим значение $\sigma(\beta)$. Используя формулу (2.10), получим

$$\sigma(\beta) = \frac{b-a}{2\sqrt{3}} = \frac{80-20}{2\sqrt{3}} \approx 17{,}3 \cdot$$

3. По условию задачи $\varepsilon = 5$. Применяя формулу (2.12), находим

$$n \geq \frac{2^2 \cdot 17{,}3^2}{5^2} \approx 48\,.$$

Пример 2.4. Путем обработки по формуле (2.13) результатов измерений пар параметров $h_{11Э}$ и β шестидесяти транзисторов типа КТ315Б получена точечная оценка коэффициента парной корреляции этих параметров r^*=0,56. Требуется дать ответ на вопрос о статистической значимости коэффициента корреляции при значении доверительной вероятности $\gamma = 0{,}95$.

Решение. 1. По таблице значений коэффициента t_γ для $\gamma = 0{,}95$ находим $t_\gamma = 1{,}96$ (см. табл. П.1.8). Так как число наблюдений пар параметров $n > 50$ и модуль r^* далек от единицы, то оправдана гипотеза о нормальном распределении оценки r^*, поэтому для построения доверительного интервала воспользуемся выражением (2.14).

2. По формуле (2.15) определяем среднее квадратическое отклонение коэффициента корреляции

$$\sigma_r = \frac{1 - 0{,}56^2}{\sqrt{60}} \approx 0{,}09\,.$$

3. Пользуясь выражением (2.14), вычисляем нижнюю $r_Н$ и верхнюю $r_В$ границы доверительного интервала для коэффициента корреляции

$$r_н = r^* - t_\gamma \sigma_r = 0{,}56 - 1{,}96 \cdot 0{,}09 = 0{,}38\,;$$

$$r_в = r^* + t_\gamma \sigma_r = 0{,}56 + 1{,}96 \cdot 0{,}09 = 0{,}74\,.$$

Тогда доверительный интервал

$$I_\gamma^{(r)} = (0{,}38;\ 0{,}74)\,.$$

Так как полученный интервал не содержит точки $r = 0$, то с доверительной вероятностью $\gamma = 0{,}95$ наличие корреляционной зависимости между исследуемыми параметрами считается доказанным и значением коэффициента корреляции $r = 0{,}56$ можно пользоваться в инженерных расчетах.

Пример 2.5. Исследовалось 12 экземпляров транзисторов типа КТ603 и была определена точечная оценка коэффициента линейной корреляции между параметрами $I_{\text{ко}}$ и временем до отказа транзистора $t_{\text{о}}$. Эта оценка приняла значение r^*=-0,66. Требуется выяснить, правомерно ли в дальнейших расчетах пользоваться этой оценкой.

Решение. 1. Так как $n<50$, то необходимо пользоваться преобразованием Фишера (табл. 1.2 прил. 1). Применяя формулу (2.16), получим

$$F = arth(r^*) = arth(-0{,}66) = -0{,}79 .$$

2. Подсчитаем среднее квадратическое отклонение F , используя формулу (2.18):

$$\sigma_F = \frac{1}{\sqrt{n-3}} = \frac{1}{\sqrt{12-3}} \approx 0{,}33 .$$

3. Задаемся значением доверительной вероятности. Выберем $\gamma = 0{,}95$. По таблице значений коэффициента t_γ для $\gamma = 0{,}95$ находим $t_\gamma = 1{,}96$ (см. табл.1.8 прил.1).

4. Используя выражение (2.17), подсчитаем нижнюю доверительную границу величины F :

$$F_{\text{н}} = F - t_\gamma \sigma_F = -0{,}79 - 1{,}96 \cdot 0{,}33 = -1{,}44 .$$

5. Для верхней доверительной границы $F_{\text{в}}$ получим

$$F_{\text{в}} = F + t_\gamma \sigma_F = -0{,}79 + 1{,}96 \cdot 0{,}33 = -0{,}14 .$$

6. Определяем нижнюю и верхнюю доверительные границы для коэффициента корреляции, используя обратное преобразование Фишера, т.е. формулу (2.19).

$$r_{\text{н}} = th(F_{\text{н}}) = th(-1{,}44) \approx -0{,}89 ;$$

$$r_{\text{в}} = th(F_{\text{в}}) = th(-0{,}14) \approx -0{,}14 .$$

7. Проверяем, попадает ли в построенный доверительный интервал для коэффициента корреляции точка со значением $\mathrm{r} = 0$. Легко видеть, что коэффициент корреляции в данном случае значим при доверительной вероятности $\gamma = 0{,}95$. Следовательно, его точечной оценкой $r^* = -0{,}66$ можно пользоваться в дальнейших инженерных расчетах.

Пример 2.6. С целью исследования закона распределения емкости коллекторного перехода $C_{\text{к}}$ транзистора типа КТ812 было измерено значение этого параметра у 100 экземпляров. Результаты измерений представлены в виде статистического ряда (табл.2.3).

Таблица 2.3

Номер интервала	1	2	3	4	5
Границы интервала, пФ	70; 76	76; 82	82; 88	88; 94	94; 100
m_i	5	20	42	27	6
p_i*	0,05	0,20	0,42	0,27	0,06
p_i	0,038	0,212	0,405	0,274	0,064

Получены оценки количественных характеристик величины $C_{\text{к}}$:

M*($C_{\text{К}}$)=85,72 пФ; σ*($C_{\text{К}}$)=5,58 пФ.

Необходимо построить гистограмму и выровнять статистический ряд с помощью нормального закона.

Решение. Так как ширина интервалов одинакова, то в качестве высот прямоугольников гистограммы можно отложить соответствующие значения частот p_i^*. Построенная гистограмма показана на рис.2.2.

Нормальный закон зависит от двух параметров: m и σ (см. выражение (2.1)). Подберем для теоретического закона распределения эти параметры так, чтобы сохранить первые два момента статистического распределения: математическое ожидание $M(x)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$.

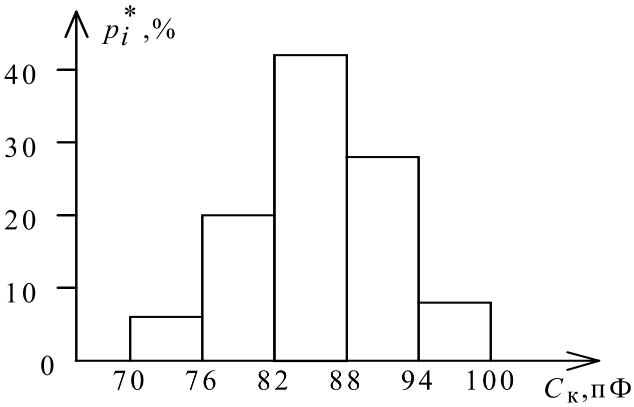

Рис.2.2. Гистограмма распределения емкости коллекторного перехода

Для этого необходимо обеспечить условия

$$m = M^*(x)\,;\ \sigma = \sigma^*(x)\,.$$

Поэтому в нашем случае принимаем

$$m = 85{,}72\,; \quad \sigma = 5{,}58\,.$$

Далее, пользуясь теоретическим нормальным законом распределения с параметрами $m = 85{,}72$; $\sigma = 5{,}58$, находим теоретические значения вероятностей попадания исследуемого параметра $C_К$ в интервалы. Пользуемся формулой (2.5), которая применительно к данной задаче принимает вид

$$p_i = \Phi\left(\frac{C_{i+1} - m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{C_i - m}{\sigma}\right).$$

Рассчитанные по этой формуле с использованием статистической таблицы (табл. П.1.1 прил. 1) значения теоретических вероятностей p_i сведены в табл.2.3.

По формуле (2.23) определяем значение меры расхождения:

$$U = \chi^2 = \sum_{i=1}^{5} \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} \approx 0{,}53\,.$$

Находим число степеней свободы для функции χ^2. В данном случае число наложенных связей $s = 3$, так как на частоты p_i^* накладывается требование

$$\sum_i p_i = 1,$$

и, кроме того, теоретическое распределение подбирается с теми условиями, чтобы совпадали теоретические и статистические средние значения и средние квадратические отклонения. Поэтому

$$f = 5 - 3 = 2.$$

По статистической таблице (табл. П.1.3 прил. 1) для значений $f = 2$ и $\chi^2 = 0{,}53$ находим значение вероятности $P \approx 0{,}77$. Эта вероятность велика ($> 0{,}1$). Поэтому гипотеза, что исследуемый параметр распределен по нормальному закону, не противоречит опытным данным.

Пример 2.7. С помощью вероятностной сетки требуется проверить гипотезу о нормальном распределении емкости коллекторного перехода транзистора. Результаты наблюдений этого параметра в виде статистического ряда приведены в условии примера 2.6 (см. табл. 2.3).

Решение. Из табл. 2.3 видно, что верхними границами интервалов являются значения 76, 82, 88 и 94 пФ. Верхняя граница последнего интервала со значением 100 пФ во внимание не принимается.

Накопленные значения частот, соответствующие указанным верхним границам интервалов, могут быть определены как

$$F(C_{\text{К}} = 76) = p_1^* = 0{,}05;$$

$$F(C_{\text{К}} = 82) = p_1^* + p_2^* = 0{,}05 + 0{,}20 = 0{,}25;$$

$$F(C_{\text{К}} = 88) = p_1^* + p_2^* + p_3^* = 0{,}25 + 0{,}42 = 0{,}67;$$

$$F(C_{\text{К}} = 94) = p_1^* + p_2^* + p_3^* + p_4^* = 0{,}67 + 0{,}27 = 0{,}94.$$

С помощью шаблона (рис. П.3.1 прил.3) получаем шкалу накопленных частот вероятностной бумаги нормального распределения (вертикальную ось), шкалу горизонтальной оси принимаем линейной. На построенную таким способом вероятностную сетку нормального распределения [1, с.317] наносим точки с координатами (76; 0,05); (82; 0,25); (88; 0,67); (94; 0,94).

Вероятностная сетка с нанесенными на нее точками показана на рис.2.3.

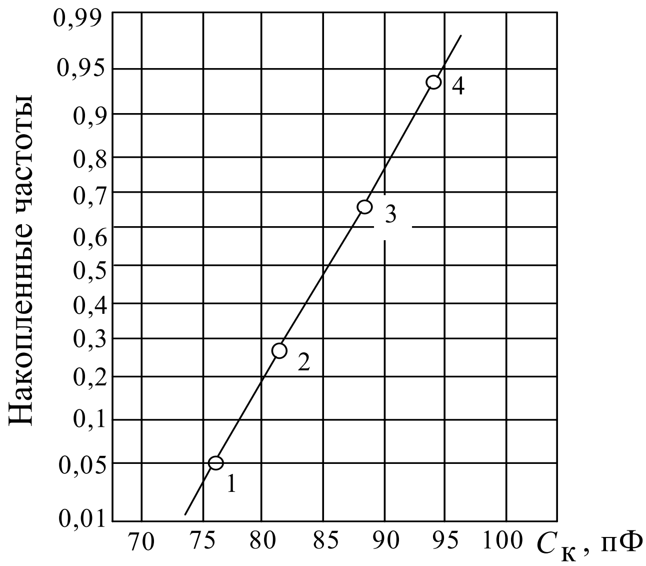

Рис.2.3. Эмпирическая функция распределения, построенная на вероятностной сетке нормального закона

Можно заметить, что точки достаточно хорошо ложатся на прямую, т.е. экспериментальная функция распределения, построенная на вероятностной сетке, приближается к прямой линии. Поэтому гипотеза о нормальном распределении рассматриваемого параметра (емкости $C_{\text{К}}$) принимается.

Заметим, что номера точек на вероятностной сетке соответствуют номерам интервалов в табл. 2.3.

Пример 2.8. В электрической схеме РЭУ предполагается использовать резистор с сопротивлением R=300 Ом ± 10%. Требуется определить среднее квадратическое отклонение величины R и величины $\Delta R/R$ (относительной производственной погрешности) в предположении, что для R оправдана гипотеза о нормальном законе распределения.

Решение. Так как допуск на параметр R симметричный, то его среднее значение (математическое ожидание) совпадает с номинальным. Следовательно,

$$M(R) = R_{\text{ном}} = 300 \text{ Ом}.$$

Используя формулу (2.6), и рассматривая в качестве x параметр R, определим примерное значение его среднего квадратического отклонения. Нетрудно найти

$$\delta(R)=0{,}1\cdot R_{\text{ном}}=0{,}1\cdot 300=30\ \text{Ом}.$$

Следовательно,

$$\sigma(R)\approx\frac{\delta(R)}{3}=\frac{30}{3}=10\ \text{Ом}.$$

Теперь в качестве x рассмотрим величину $\Delta R/R$.

Заметим, что при переходе от R к $\Delta R/R$ вид закона распределения сохраняется, меняются лишь его параметры. Можно убедиться, что в данном случае $M(\frac{\Delta R}{R})=0$.

Найдем значение $\sigma(\frac{\Delta R}{R})$, используя формулу (2.6):

$$\sigma(\frac{\Delta R}{R})\approx\frac{\delta(\frac{\Delta R}{R})}{3}=\left|\begin{matrix}\text{По условию примера}\\ \delta(\frac{\Delta R}{R})=10\%\end{matrix}\right|=\frac{10}{3}\approx 3{,}3\%.$$

В данном случае $\sigma(\frac{\Delta R}{R})$ получена в процентах. Ее можно найти и в относительных единицах

$$\sigma(\frac{\Delta R}{R})=\left|\begin{matrix}\text{По условию примера}\\ \delta(\frac{\Delta R}{R})=0{,}1\end{matrix}\right|=\frac{0{,}1}{3}\approx 0{,}033.$$

Пример 2.9. Определим, какой процент резисторов с разбросом сопротивления не более чем на $\pm5\%$ содержится в партии элементов со значением сопротивления $100\ \text{Ом}\pm10\%$.

Решение. 1. Так как в исходной партии резисторов допуск на сопротивление относительно велик, $\delta(\Delta R/R)=10\%$, то оправдана гипотеза о нормальной модели закона распределения $\Delta R/R$ (рис. 2.4).

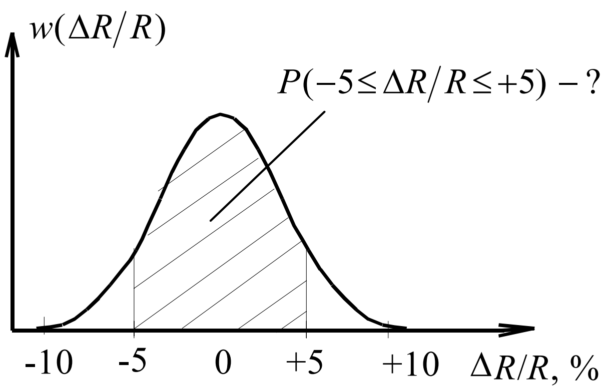

Рис. 2.4. Иллюстрация к примеру 2.9

Искомый процент резисторов определяется вероятностью $P(-5\le\frac{\Delta R}{R}\le+5)$.

Она численно равна заштрихованной площади на рис. 2.4.

Для нахождения интересующей нас вероятности воспользуемся формулой (2.5). Напомним ее вид

$$P(a\le x\le b)=\Phi\left(\frac{b-m}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right).$$

Применительно к рассматриваемому примеру имеем

$$x\to\frac{\Delta R}{R};\quad a=-5\%;\quad b=+5\%.$$

2. Определим значения m и σ, характеризующие исходную партию резисторов.

$$m = M(\frac{\Delta R}{R}) = 0\text{, так как допуск симметричный.}$$

Учитывая, что $\sigma = \sigma(\frac{\Delta R}{R})$, по «правилу трех сигм» найдем значение $\sigma(\frac{\Delta R}{R})$:

$$\sigma(\frac{\Delta R}{R}) \approx \frac{\delta(\frac{\Delta R}{R})}{3} = \left| \begin{array}{c} \text{По условию примера} \\ \delta(\frac{\Delta R}{R}) = 10\% \end{array} \right| = \frac{10}{3} \approx 3{,}3\%\,.$$

3. Используя значение функции $\Phi(x)$ (см. табл. П.1.1 прил. 1), найдем вероятность $P(-5\% \le \Delta R/R \le +5\%)$.

$$P(-5\% \le \Delta R/R \le +5\%) = \Phi\left(\frac{+5-0}{3{,}33}\right) - \Phi\left(\frac{-5-0}{3{,}33}\right) = 0{,}9392 - 0{,}0668 \approx 0{,}87.$$

Таким образом, в исходной партии примерно 87% резисторов будут иметь разброс сопротивления не более чем на $\pm 5\%$ от номинального значения $R_{ном}$ = 100 Ом.

Можно рассчитать, что в исходной партии резисторов с допуском $\pm 10\%$ содержится немалое число элементов с разбросом сопротивления не более чем $\pm 2\%$, $\pm 1\%$ (табл. 2.4).

Таблица 2.4

Максимальный разброс сопротивления резисторов, %	Примерный процент элементов в исходной партии
±5	87
±2	45
±1	24,5

Пример 2.10. Транзистор типа КТ203Б по техническим условиям имеет коэффициент усиления тока базы $h_{21} = 30 - 100$. Для работы в составе РЭУ пригодны лишь экземпляры со значением $h_{21} \ge 50$. Определить, какое примерно число экземпляров пригодно для указанных целей из партии транзисторов объемом 1000 штук.

Решение. 1. Искомое число экземпляров можно определить, зная вероятность вида

$$P(50 \le h_{21} \le 100)\,.$$

2. Примем гипотезу о нормальном распределении параметра h_{21}. Вероятность $P(50 \le h_{21} \le 100)$ численно равна площади, заштрихованной на рис.2.5.

Интересующую вероятность определим по формуле (2.5):

$$P(a \le x \le b) = \Phi\left(\frac{b-m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right).$$

Имеем

$$x \to h_{21};\ a=50;\ b=100;\ m=M(h_{21});\ \sigma=\sigma(h_{21}).$$

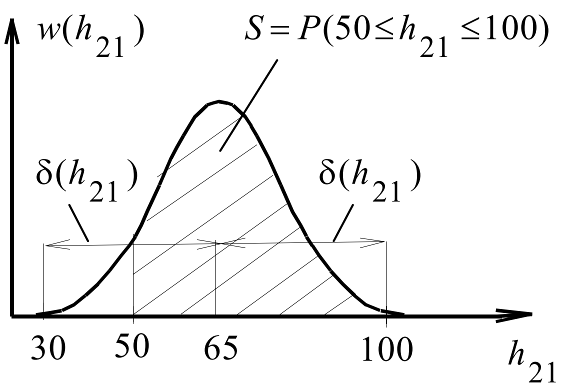

Рис. 2.5 Иллюстрация к примеру 2.10

3. Зная диапазон значений h_{21}, легко найти среднее значение $M(h_{21})$:

$$M(h_{21})=\frac{30+100}{2}=65.$$

Значение $\sigma(h_{21})$ определим по «правилу трех сигм» (см. рис. 2.5).

$$\sigma(h_{21})\approx\frac{\delta(h_{21})}{3}=\frac{100-65}{3}\approx 11{,}67.$$

4. Используя значение функции $\Phi(x)$ (см. табл. П.1.1 прил. 1), находим

$$P(50\le h_{21}\le 100)=\Phi\left(\frac{100-65}{11{,}67}\right)-\Phi\left(\frac{50-65}{11{,}67}\right)\approx 1-\Phi\left(\frac{50-65}{11{,}67}\right)=$$

$$=1-\Phi(-1{,}29)=1-0{,}0985\approx 0{,}9.$$

Таким образом, из партии объемом 1000 транзисторов примерно 90%, т.е. 900 экземпляров, будут пригодны для постановки в РЭУ.

2.4. Задачи для самостоятельного решения

2.1. Для работы в составе измерительного устройства необходимы конденсаторы со значением емкости $C=94...97$ пФ. Требуется определить, с каким значением емкости (91 пФ $\pm 10\%$ или 100 пФ $\pm 10\%$) лучше закупать конденсаторы, чтобы путем отбора получить больший процент элементов, отвечающих заданному требованию.

2.2. Закуплена партия резисторов объемом $n=10$ тыс. шт. Значение сопротивления $R=100$ Ом $\pm 10\%$. Требуется выяснить, какое примерное количество экземпляров в этой партии будет иметь разброс сопротивления не более чем на $\pm 0{,}5\%$ от номинального значения.

2.3. Для условий задачи 2.2 определить, какое примерно количество экземпляров в партии резисторов будет иметь значение сопротивления в диапазоне 98...103 Ом.

2.4. Для устойчивой работы электрической схемы РЭУ требуется, чтобы для транзистора коэффициент усиления β составлял 50…100 единиц. С учетом электрических характеристик могут быть использованы три типа транзисторов (табл. 2.5). Определить, какому из них отдать предпочтение.

Таблица 2.5

Тип транзистора	A	B	C
Значение β по ТУ	$40-150$	$60-200$	$20-80$

2.5. Имеются две равные выборки резисторов со значением сопротивления 100 Ом $\pm 10\%$ и 91 Ом $\pm 10\%$. Из первой выборки был сделан отбор резисторов с относительным отклонением сопротивления не более чем на $\pm 2{,}5\%$. Эти элементы использованы для сборки РЭУ. Далее, для измерительного устройства потребовались резисторы со значением сопротивления в диапазоне 93...98 Ом. Необходимо выяснить, из какой выборки целесообразнее делать отбор: из первой (с учетом, что из нее уже делался отбор резисторов с повышенной точностью сопротивления) или из второй.

2.6. Для транзистора типа КТ3128А параметр $h_{21Э}$ согласно требований ТУ лежит в диапазоне 10 – 150. Требуется определить, какое минимальное количество экземпляров этого типа транзистора надо взять, чтобы по результатам измерения и дальнейшей статистической обработки этого параметра гарантировать среднее значение $h_{21Э}$ с ошибкой, не превышающей: а) ±5 единиц; б) ±10%.

2.7. Для выполнения инженерного анализа точности выходного параметра конструкции РЭУ необходимо знать предельные отклонения параметра $U_{КЭнас}$ транзистора типа КТ940А. Выполнены измерения этого параметра у тридцати экземпляров, подсчитаны выборочные оценки его среднего значения и среднего квадратического отклонения. Получено $M(U_{КЭнас})$=0,95В; $\sigma(U_{КЭнас})$=0,043В. При этом максимальное и минимальное значения параметра, которые имели место при измерениях составляли соответственно 0,87 и 1,06В. Погрешность измерений прибора – (±5%). Требуется определить максимальное и минимальное значения параметра $U_{КЭнас}$, которые могут быть на практике для рассматриваемого типа транзистора.

2.8. Для транзистора типа КТ872 на основании экспериментальных исследований выборки объемом 46 экземпляров дана точечная оценка коэффициенту корреляции между параметрами $h_{21Э}$ и $U_{КБОпроб}$. Ее значение равно $(-0{,}67)$. Требуется выяснить, правомерно ли пользоваться этой оценкой в дальнейших инженерных расчетах.

2.9. Для выборки элементов объемом 2000 экземпляров на ЭВМ моделировались два параметра, которые теоретически являются независимыми. Точечная оценка коэффициента корреляции между этими параметрами , подсчитанная с использованием результатов моделирования, оказалась равной $r^* = -0{,}09$. Выяснить, чем объясняется это значение: а) ограниченным объемом выборки; б) неудачностью алгоритма моделирования, в связи с чем наличие слабой отрицательной корреляции объективно имеет место.

2.10. Используя статистический ряд параметра t (время безотказной работы РЭС), построить гистограмму распределения t . С помощью критерия Пирсона и с использованием вероятностной сетки определить закон распределения, который не противоречит результатам наблюдений параметра t (табл. 2.6).

Таблица 2.6

Номер интервала	1	2	3	4	5	6
Границы параметра t, ч	0… 500	500… 1000	1000… 1500	1500… 2000	2000… 2500	2500… 3000
m_i	108	48	24	11	5	4
p_i^*	0,54	0,24	0,12	0,055	0,025	0,02

Точечные оценки количественных характеристик параметра t: $M^*(t) = 341$ ч, $\sigma^*(t) = 327$ ч.