

**Министерство образования Республики Беларусь**  
**Учреждение образования**  
**«Белорусский государственный университет информатики**  
**и радиоэлектроники»**

**Институт информационных технологий**

**Кафедра систем управления**

**Н.И. Сорока**

# **ОБМЕН ИНФОРМАЦИЕЙ БОТОВЫХ СИСТЕМ**

**Конспект лекций**

для студентов специальности  
I-36 04 02 «Промышленная электроника»

Минск 2006

# ВВЕДЕНИЕ

## В.1. Основные функции бортовой системы обработки данных

Бортовые системы обработки данных (БСОД) нашли широкое применение в бортовых информационно-управляющих системах (БИУС) на подвижных объектах различного назначения: наземных транспортных средствах, аэрокосмических летательных аппаратах, надводных и подводных кораблях. В общем случае с помощью БСОД на объектах управления решается следующая группа основных задач [18]: обработка данных о собственных параметрах объекта; выдача обобщенной информации экипажу или центральным командным пунктам управления движением объекта по линиям связи; обработка данных о состоянии среды, окружающей объект управления; контроль состояния аппаратуры и экипажа; локализация неисправностей; выдача рекомендаций в аварийных ситуациях; управление движением объекта в целом и его отдельных подсистем, непосредственно не связанных с управлением движения.

БСОД коммутируют и обрабатывают потоки информации, поступающие в основном от трех источников: протекающего процесса или объекта, обслуживающего персонала или датчиков БИУС и БСОД более высокого уровня, диспетчирующей работу данного БСОД в иерархической структуре всего комплекса вычислительных средств, как бортовых, так и принадлежащих центральным командным пунктам. Указанные информационные связи и дополнительная информация о помехах объекта управления показана на рис. В.1.

БСОД состоит из двух крупных составляющих – бортовой вычислительной машины (БВМ) и бортовой системы обработки информации (БСОИ).

## В.2. Основные функции БСОИ

Исходя из задач, решаемых БСОД в составе БИУС можно определить следующие основные функции БСОИ:

- электрическое сопряжение БВМ с датчиками и приемниками (исполнительными устройствами) – абонентами БИУС;
- согласование во времени различных форм представления информации;
- передача данных (организация обмена) абонентов БИУС для их обработки в БВМ или реализации управляющих воздействий;
- предварительная обработка данных до их использования в БВМ для улучшения временных и надежности характеристик всей БИУС;
- сопряжение БВМ и отдельных частей БИУС с информационными и командными линиями связи объекта командного пункта или другого звена иерархического комплекса управления;
- обеспечение при необходимости распределенной обработки данных в интегрированных системах.

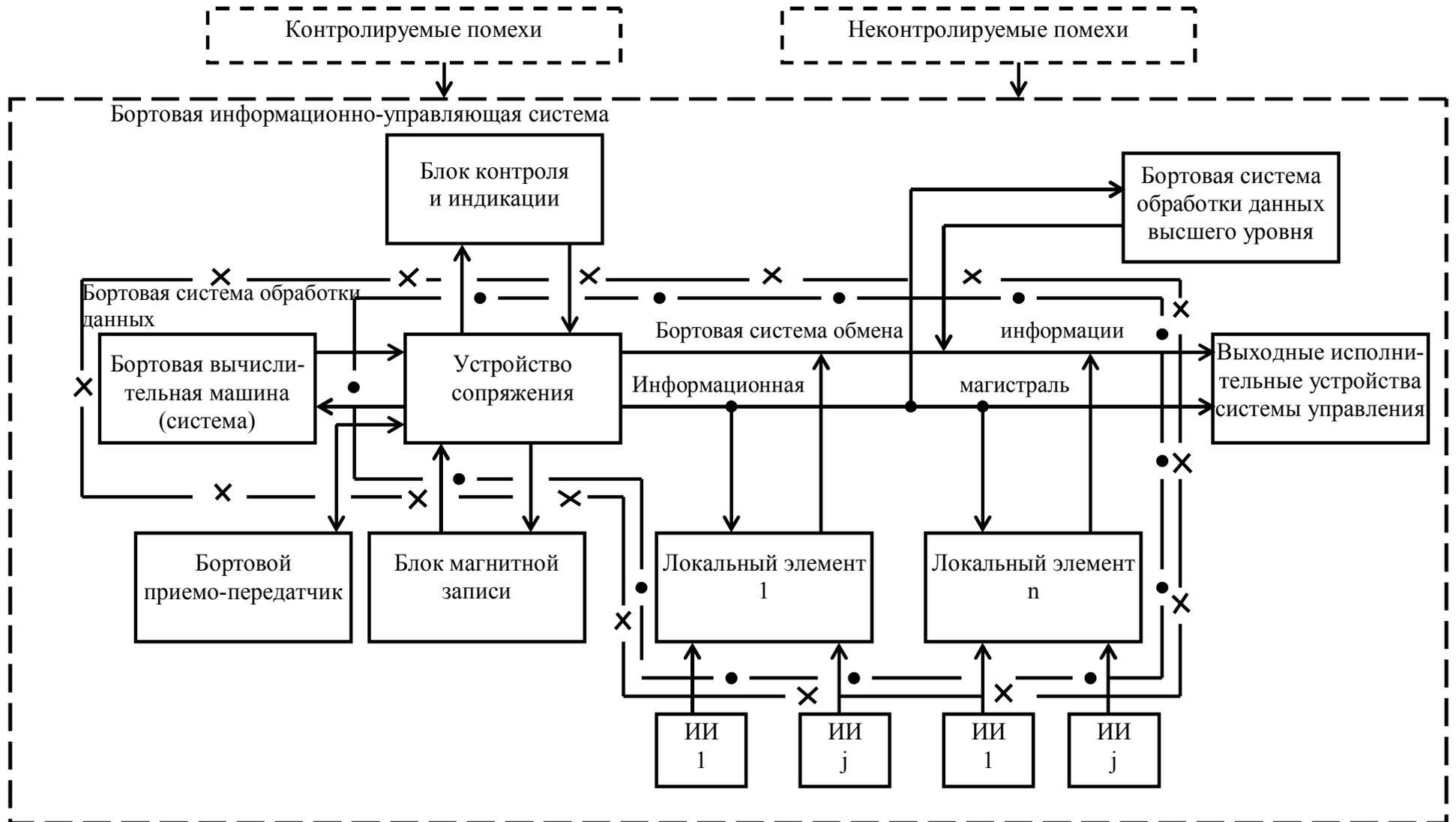


Рис. В.1. Структурная схема бортовой системы управления

Поясним отмеченные функции БСОИ подробнее. Электрическое сопряжение БВМ и абонентов (датчиков) необходимо, так как электрические сигналы весьма разнообразны, но стандартизированы различными ГОСТами, где четко регламентированы амплитуды, длительности, полярности и прочие характеристики сигналов постоянного, переменного и импульсного тока. Поскольку сигналы абонентов различны по своим характеристикам, то для увязки в единую БИУС всех абонентов, БВМ и других элементов системы управления необходимо сопряжение сигналов по их электрическим параметрам в составе БСОИ.

Сигналы могут быть представлены в различной форме – непрерывной, дискретной, в виде сигналов типа «да–нет». Такое разнообразие форм представления сигналов всех элементов системы управления предопределяет наличие в структуре БСОИ так называемых «преобразователей информации», а именно аналого-цифровых, цифро-аналоговых и цифро-цифровых.

Скорости передачи информации в БИУС находятся в весьма широком диапазоне – от долей герц до единиц – десятков мегагерц. Это обстоятельство требует согласования скоростей потоков данных и управляющих сигналов в БСОИ.

Передача данных в систему управления и БВМ является главной функцией БСОИ, обеспечивающей в конечном счете нормальное функционирование объекта в целом.

Разнообразие абонентов, их большое число (десятки – сотни) и разнообразие возможностей («интеллект» абонента) требуют четкой организации обмена в различных режимах. Реализация функций передачи данных в основном определяет архитектуру БСОИ, т.е. организацию ее структуры и программного обеспечения (ПО).

Задачи, решаемые в БСОД, конечные и часто весьма ограниченные характеристики БВМ, а также стремление проектировщиков БИУС непрерывно наращивать количество выполняемых функций и повысить качество систем приводит к необходимости создания в БСОИ возможностей предварительной обработки информации до ее окончательной переработки в БВМ. В первую очередь это касается реализации в БСОИ операций упаковки, сортировки, сжатия, синхронизации поступающих данных. Это существенно разгружает центральный процессор БВМ и повышает производительность всей БСОД. Наилучшим решением следует считать полную разгрузку процессора БВМ от организации операций обмена путем передачи этих функций специализированному процессору БСОИ.

Сопряжение соответствующих элементов БСОД и системы управления с каналами радиосвязи необходимо для передачи и приема как информационных сигналов, так и управляющих другим объектом.

В зависимости от задач БИУС и ее структуры реализация всех указанных выше функций в каждой конкретной системе обмена необязательна. Но в развитых современных БСОД все отмеченные функции присущи архитектуре БСОИ.

Рассмотрим общие принципы построения БИУС на базе систем, используемых на летательных аппаратах.

### **В.3. Принципы построения БИУС**

Бортовые радиоэлектронные системы, используемые в настоящее время на летательных аппаратах различных типов, характеризуются высокой сложностью. Это объясняется тем, что резко возросла сложность задач, решаемых бортовыми радиоэлектронными средствами современных летательных аппаратов. Как для беспилотных, так и для пилотируемых летательных аппаратов характерно то, что такие задачи, как управление полетом, наведения, навигация, контроль состояния бортовых систем и управление ими, которые ранее решались на Земле или с ее участием, выполняются непосредственно на борту различными радиоэлектронными системами.

Успешное выполнение задач, стоящих перед бортовыми радиоэлектронными системами летательных аппаратов, возможно при наличии соответствующей БСОД, которая предназначена для сбора и представления разнообразной информации в процессе полета и ее распределения между подсистемами летательного аппарата, подготовки необходимой информации для передачи на Землю и, если это требуется, для отображения экипажу. При этом число разнообразных источников сообщений, информация с которых контролируется информационно-телеметрической системой, может достигать десятков тысяч, причем эти источники распределены во всем объеме, занимаемом летательным аппаратом.

Большое количество и рассредоточенность источников сообщений и бортовых подсистем по всему объему летательного аппарата исключают возможность использования отдельных проводных или кабельных связей для каждого источника и соответствующего потребителя информации, прежде всего потому, что объем и вес требуемой кабельной сети становится непомерно большим. Кроме того, применение индивидуальных линий связи в каждой подсистеме затрудняет организацию их взаимодействия, монтаж, отладку и возможную модернизацию оборудования, создает большие трудности в наращивании информационно-телеметрической системы. Поэтому современные БСОД летательных аппаратов строятся по магистрально-модульному принципу. Он состоит в том, что в бортовой части используется единая информационная магистраль (или несколько магистралей), по которой производится необходимый обмен информацией посредством уплотнения каналов (мультиплексирования) этой магистрали. При этом элементы БСОД выполняются в виде отдельных модулей, что позволяет упростить их монтаж, отладку, модернизацию и обеспечить легкость наращивания системы. Использование единой информационной магистрали придает гибкость структуре БСОД, упрощает организацию взаимодействия подсистем, позволяет резко уменьшить вес, количество и сум-

марную длину проводных соединений. Другим важным принципом, используемым в современных БСОД, является иерархический принцип. В соответствии с ним отдельные блоки системы объединяются на нескольких (обычно на трех-четырех) уровнях иерархии, причем один блок более высокого уровня иерархии управляет несколькими блоками нижестоящего уровня, собирает от них и передает им необходимую информацию.

Использование иерархического принципа организации преследует несколько целей. Они состоят в том, чтобы наилучшим образом распределить ресурсы системы, обеспечив наименьшую ее сложность, быстродействие и емкость памяти, и вместе с тем обеспечить необходимую оперативность и точность анализа всей собираемой информации. Объем информации, собираемой на борту летательного аппарата БИУС, весьма велик, и его непосредственная обработка, необходимая для формирования на борту соответствующих управляющих сигналов, не может быть осуществлена. Однако собираемая информация в значительной степени избыточна. Избыточность имеет как статистический, так и программный характер.

Статистическая избыточность вызвана тем, что сообщения, собираемые в процессе полета БИУС, в большинстве своем нестационарны, и их информативность меняется во времени в довольно широких пределах. Поскольку изменение во времени этой информативности априорно неизвестно, то частота опроса источников сообщений выбирается исходя из их максимальной информативности, что и приводит к появлению статистической избыточности. Программная избыточность возникает тогда, когда информация от какого-либо источника совсем не требуется на данной фазе полета летательного аппарата, но, тем не менее, используемая программа опроса составлена так, что этот источник опрашивается.

В современных БИУС используются разнообразные методы уменьшения статистической избыточности, называемые методами сжатия данных, такие, как полиномиальное предсказание и интерполяция, адаптивная коммутация и др. В частности, для многих технических параметров, контролируемых на борту летательного аппарата, достаточно осуществлять только текущий допускосый контроль, при котором посредством сравнения текущего значения параметра с его верхним и нижним допуском выносится решение о том, «в норме» или «не в норме» этот параметр. Программная избыточность устраняется соответствующим подбором программ коммутации источников.

Использование иерархического принципа построения БИУС позволяет осуществить устранение указанной выше избыточности непосредственно в местах сбора информации, не загружая информационную магистраль и подсистемы, расположенные на более высоких иерархических уровнях, избыточной информацией. Для этого локальная группа источников, собирающих информацию с какого-либо агрегата или подсистемы летательного аппарата, объединяется в унифицированный блок – локальный элемент (см. рис. В.1). В локальном элементе осуществляется представление информации, собираемой источника-

ми, в стандартной цифровой форме, сокращение статистической и программной избыточности и уплотнение сообщений, собранных от обслуживаемых источников. Для устранения программной избыточности в блоке памяти локального элемента могут храниться несколько различных программ опроса обслуживаемых источников, предусматривающих различные частоты опроса и различный состав обслуживаемых источников. Выбор той или иной программы опроса может осуществляться по команде от более высокого иерархического уровня либо по команде с Земли. В памяти локального элемента хранятся также различные константы, необходимые для обеспечения его функционирования, такие, как допуски на параметры, подвергаемые допусковому контролю, значения апертур на параметры, подвергаемые полиномиальному статистическому сжатию, и т.п.

Как правило, в современных БИУС используется временное уплотнение с незакрепленными каналами, т.е. временное разделение каналов с кодовым признаком. Для осуществления ВРК – КП необходимо разравнивание во времени нерегулярного потока собираемой информации, т.е. буферизация данных, для чего в составе локального элемента имеется соответствующее буферное запоминающее устройство. Кроме того, необходимо датирование собранной информации, для чего в локальном элементе генерируются соответствующие метки времени, обеспечивающие требуемую точность временной привязки собранной информации.

В локальном элементе может также осуществляться помехоустойчивое кодирование собранной информации, обеспечивающее ее защиту от внутрисистемных помех и возможных сбоев в работе аппаратуры. При этом обычно используются простейшие методы кодирования, позволяющие обнаруживать ошибки посредством контроля кодовых слов на четность (нечетность).

Связь локальных элементов между собой и с вышестоящим иерархическим уровнем осуществляется посредством информационной магистрали. Однотипные источники информации, обслуживаемые одним локальным элементом, могут быть объединены в несколько групп, каждая из которых составляет каналный элемент. Канальные элементы связаны между собой внутри локального элемента местной информационной магистралью. Технической основой для построения локальных элементов в настоящее время являются однородные или унифицированные вычислительные элементы, реализуемые с использованием микропроцессоров.

Таким образом, локальные элементы составляют второй уровень иерархии в БИУС, на котором осуществляется отбор и представление информации, собираемой на первом уровне иерархии – уровне источников информации. При этом объем информации, поступающей с локального элемента на более высокий иерархический уровень, существенно меньше объема поступающей на него информации с низшего иерархического уровня. Тем самым освобождаются ресурсы более высокого иерархического уровня для решения более ответственных задач. На высшем уровне иерархии БИУС находится БВМ. На основе

анализа данных о состоянии контролируемых подсистем и информации, получаемой от экипажа или наземного пункта управления, БВМ управляет информационным потоком в информационной магистрали и организует работу локальных элементов путем задания порядка обмена информацией и программ опроса источников в локальных элементах. В большинстве случаев в БВМ используются 16-разрядные (реже 32-разрядные) бортовые цифровые вычислительные машины. При этом кроме задач информационного обеспечения БВМ выполняет и другие задачи, например, задачи управления полетом, наведения, навигации, диагностики бортовых подсистем и др. По типу организации вычислений бортовые вычислительные системы могут быть централизованными и децентрализованными. Первый тип организации бортовой вычислительной системы предполагает централизацию всех вычислительных функций в одной достаточно мощной бортовой вычислительной машине. Подобная централизация позволяет с максимальной эффективностью использовать имеющиеся вычислительные ресурсы, однако в случае модификации или расширения функций системы требуется радикальный пересмотр используемого математического обеспечения, что сопряжено с большими затратами времени и средств. Поэтому централизованные бортовые вычислительные системы применяют, в основном, там, где предполагается одноразовое использование математического обеспечения без модификаций в процессе эксплуатации, например в бортовых системах космических аппаратов.

При организации бортовой вычислительной системы по децентрализованному типу вычислительные функции распределяются между несколькими бортовыми вычислительными машинами, предназначенными для решения вполне определенных задач и работающими независимо. Это позволяет разрабатывать, отлаживать и модифицировать отдельные вычислительные машины одновременно и независимо друг от друга. Распределение задач по машинам производится с учетом свойств задач и требуемой вычислительной мощности, и обычно одной машине поручается ограниченный круг однотипных задач, что позволяет существенно упростить и снизить затраты на математическое обеспечение. Следует отметить, что затраты на математическое обеспечение могут в несколько раз превышать стоимость самих вычислительных машин, поэтому последнее обстоятельство является весьма важным. Кроме того, в децентрализованных бортовых вычислительных системах можно использовать различные методы увеличения надежности и различные кратности резервирования отдельных машин с учетом важности решаемых ими задач. Кроме того, при выходе из строя одной или нескольких бортовых вычислительных машин их функции полностью или частично могут выполнить другие машины, что обеспечивает меньшую уязвимость бортовой вычислительной системы.

Структурная схема, поясняющая рассматриваемую структуру бортовой информационно-телеметрической системы, представлена на рис. В.1.

Кроме рассмотренных выше локальных элементов (ЛЭ) и бортовой вычислительной системы (БВС) в ее состав входит блок магнитной записи (БМЗ), в

котором, в частности, записывается информация, предназначенная для передачи на Землю во время отсутствия радиосвязи летательного аппарата с наземным пунктом управления.

В случае пилотируемого летательного аппарата в состав БИУС входит также блок контроля и индикации (БКИ), который обеспечивает экипажу наблюдение и управление работой отдельных подсистем летательного аппарата, а также проведение необходимых экспериментальных исследований. В современных БИУС летательных аппаратов блок контроля и индикации выполняется на многофункциональных дисплеях, что позволяет в значительной степени решить проблему ограниченности объема кабины экипажа и уменьшить нагрузку на экипаж, освобождая его от наблюдения за многими однофункциональными индикаторами. На экраны дисплеев от бортовой вычислительной системы выводится только та информация, которая имеет существенное значение или необходима в данной полетной ситуации, в частности, сигнальная информация о нарушении нормального функционирования отдельных подсистем и информация о наступлении важных событий в процессе полета. Используя органы управления дисплеями, экипаж имеет возможность связаться с любой из подсистем летательного аппарата, ввести в нее информацию, меняющую режим работы данной подсистемы, или вызвать на экран дисплея любую интересующую его информацию.

Устройство сопряжения обеспечивает совместимость всех подсистем, входящих в состав БИУС, а именно: совместимость форматов данных, обрабатываемых в каждой подсистеме, синхронизацию, таймирование и координацию всех переключений.

Таким образом, для выполнения задач информационного обеспечения летательных аппаратов совместно используются аппаратные и программные средства. При этом, несмотря на значительную стоимость математического обеспечения, программная реализация часто оказывается более дешевой, чем оборудование, которое понадобилось бы для решения аналогичных задач.

Система информационного обеспечения является одной из важнейших систем летательного аппарата, надежная и безошибочная работа которой является необходимым условием для выполнения полетных задач и обеспечения безопасности экипажа. Поэтому обеспечение высокой надежности системы информационного обеспечения представляет важнейшую проблему. Поскольку несмотря на весьма высокую надежность элементов, всегда существует ненулевая вероятность отказа или сбоя в системе, то система информационного обеспечения должна быть построена таким образом, чтобы она была в достаточной мере нечувствительна к неизбежным отказам и сбоям, или, как говорят, система должна быть толерантной.

Для обеспечения толерантности системы используют разнообразные методы введения в нее избыточности, которую можно классифицировать как аппаратную, программную и временную. При аппаратных методах в аппаратуру вводятся дополнительные элементы, блоки или устройства. К этим методам

относятся, например, помехоустойчивое кодирование используемых в системе сигналов, внутрисхемное кодирование, позволяющее реализовать самокорректирующиеся устройства, методы резервирования на различных уровнях (уровне элементов, блоков, устройств и систем), осуществляемое посредством их дублирования, троирования и т.п. Экономически наиболее целесообразно применять, возможно, более низкий уровень введения избыточности, поэтому при создании толерантных систем информационного обеспечения часто используют резервирование на уровне отдельных модулей и троирование модулей с вынесением решения по большинству, т.е. с мажоритарной логикой.

Введение программной избыточности осуществляется дублированием в памяти особенно важных данных и программ, применением различных тестовых и диагностических программ.

Введение временной избыточности осуществляется повторением решения некоторых программ или их части, использованием решающей обратной связи, подтверждающей правильность принимаемой и обрабатываемой информации.

#### **В.4. Методы организации обмена информации**

Процесс организации обмена информации между БВМ и абонентами системы управления базируется на использовании в различных сочетаниях типов, видов и режимов обмена с учетом требуемых временных соотношений и приоритетов данных.

Тип обмена характеризует временную организацию с абонентами, вид обмена – способ управления процедурой обмена, режим обмена – последовательность опроса абонентов с соответствующей скоростью.

Различают три варианта организации обмена: синхронный, асинхронный и смешанный (синхронно-асинхронный). При синхронном обмене используется жесткая пространственно-временная организация связи с абонентами. Это предусматривает или постоянную готовность абонентов к обмену, или если время подготовки абонента меньше длительности элементарной операции обмена в данном режиме. Такая организация обмена не требует выработки специальных подготовительных команд, запоминания входных сигналов, согласования данных по скорости их поступления, т.е. является простейшей.

Прием информации при синхронном методе осуществляется на регистры интерфейсных схем и поэтому при больших объемах данных нецелесообразен из-за необходимости большего объема аппаратуры.

Асинхронный обмен предусматривает прерывание вычислений или хода основной программы при управлении от БВМ и учет приоритетов данных. В порядке поступления запросов от программы и с учетом приоритета возможен случайный выбор абонента. Применяют несколько вариантов приоритетного обслуживания: циклическое с последовательным опросом абонентов (динами-

ческий приоритет), без прерывания текущего обслуживания (относительный приоритет) и с прерыванием текущего обслуживания (абсолютный приоритет).

Наибольшее распространение получило использование относительных приоритетов, при этом обеспечивается приемлемое время обслуживания, а сами приоритеты могут быть изменены программистом при необходимости.

Смешанный тип обмена предполагает либо организацию с частью абонентов синхронного обмена, а с другой частью – асинхронного, либо изменение указанных типов обмена в процессе решения задачи. Этот тип обмена, с одной стороны, представляет дополнительные возможности организации обмена, но, с другой стороны, имеет ограничения по пропускной способности, связанные с жесткой временной синхронизацией опроса абонентов.

Развитая организация процесса обмена информацией предполагает наличие двух видов обмена: программно-управляемого и группового. При программно-управляемом обмене происходит обмен словом или байтом между абонентами системы управления и памятью канала или БВМ под действием управляющей команды. Указанный вид обмена непригоден для больших массивов данных, так как при этом процессор БВМ будет полностью выполнять только команды обмена.

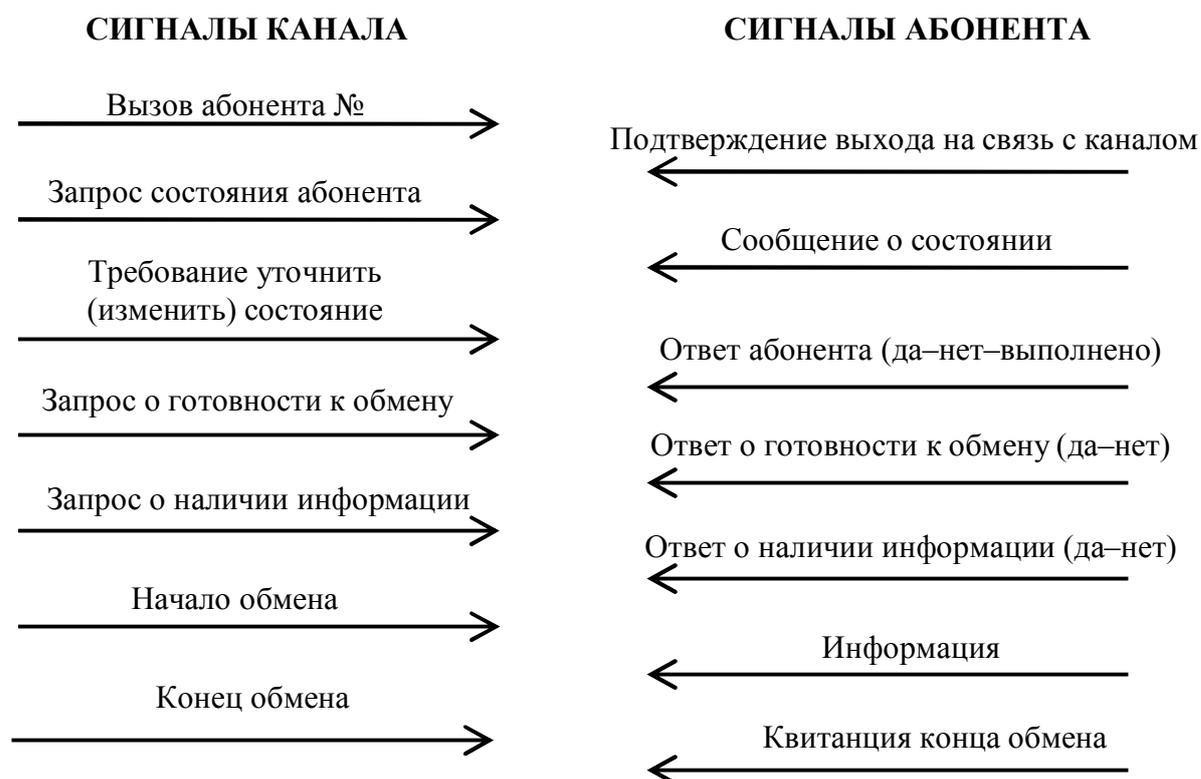
Групповой обмен осуществляется между абонентами системы управления и памятью БВМ при обязательном использовании БСОИ. Причем на весь период обмена или для обмена одним словом приостанавливаются другие операции, что определяется значением признаков команды, организующей обмен. Групповой обмен более эффективен при передаче больших массивов информации через канал, так как это позволяет существенно или полностью разгрузить БВМ.

Различают три основных режима работы БСОИ: селекторный, мультиплексный и монопольный. Селекторный режим – это двухсторонняя быстрая связь канала или процессора БВМ с одним абонентом. Мультиплексный режим реализует связь канала или БВМ с рядом абонентов последовательно, произвольным образом или по программе с использованием одной шины (магистрали). Монопольный режим – это разновидность селекторного режима.

## **В.5. Диалог абонентов с системой обмена**

Возможность ведения диалога может быть реализована в различных конкретных формах, но в общем случае БСОИ обращается к абоненту путем послышки кодовых инструкций типа «Опрос состояния абонента», «Готовность информации», «Готовность к обмену» и т.п.

Например, диалог с абонентом можно организовать, использовав следующие сигналы:



## В.6. Линии связи

В качестве линий связи на объектах применяются отдельные провода, витые пары, шины и кабели. Наиболее перспективны магистральные мультиплексные шины – волоконно-оптические линии связи (ВОЛС). Линии связи не только увеличивают массу объекта, но, что для нас важнее, искажают передаваемый сигнал за счет прямого затухания и влияния многочисленных помех. Эти проблемы решаются для магистралей информации с помощью передачи данных по ВОЛС.

Специфика состава абонентов и линий связи непосредственно влияет на все компоненты БСОИ, а именно:

- используемая элементная база должна обеспечивать требуемые скоростные, точностные, надежностные и эксплуатационные характеристики сигналов абонентов и соответствующие параметры линий связи;

- структура системы обмена должна включать: блоки интерфейсов, соответствующие абонентам и связям; устройства преобразования формы представления сигналов (аналог – код, код – аналог, код – код); устройства связи с магистральями, мультиплексоры, модемы, а также блоки организации диалога с «интеллектуальными» абонентами и блоки согласования скорости передачи информации со скоростными возможностями управляющей БВМ при решении задач системы управления;

- программное обеспечение БСОИ должно организовывать работу всего канала в соответствии с используемыми методами обмена, алгоритмами управ-

ления, с учетом характеристик абонентов, выдающих исходные данные и обрабатывающих результаты вычислений БВМ;

– в конструкции БСОИ должны быть предусмотрены необходимые коммутационно-установочные элементы, сопряженные с используемыми линиями связи и обеспечивающие требования по защите от помех.

### **В.7. Требования, предъявляемые к БСОИ**

Использование микропроцессоров позволяет наиболее просто реализовать применение в БВМ систем обмена информации сложных структур с автономным процессором и местной памятью вплоть до применения специализированных процессоров обмена. При такой реализации удастся удовлетворить следующие требования к БСОИ:

- высокую надежность функционирования (0Б97–0Б98 часов);
- автоматизированный поиск и локацию неисправностей;
- автономность всех типов, видов и режимов обмена;
- возможность принимать решения при изменении ситуации для управления ресурсами;
- высокую степень интеграции архитектуры, ее модульность, адаптивность, перестраиваемость и наращиваемость;
- возможность работы на все виды внешней связи, в том числе на речевую связь, видеосвязь, связь с помощью специальных кодов;
- развитое программное обеспечение на стандартных языках высокого уровня.
- тестируемость аппаратуры;
- высокую степень применения стандартов по структуре, связям, сигналам, конструкции, а также по организации контроля и ремонта.

Удовлетворение всех перечисленных требований позволяет создать бортовые системы, отвечающие все возрастающим по сложности задачам БИУС, установленных на борту перспективных объектов специальной техники.

### **В.8. Особенности алгоритма функционирования БСОИ**

Под алгоритмом функционирования понимается пространственно-временная детерминированная (жестко или по программе) последовательность действий канала передачи информации.

Канал передачи информации – это совокупность аппаратных средств, функциональных структур, системы стандартного подключения и гибких универсальных связей, а также соответствующего программного обеспечения для совместной с центральным процессором БВМ реализации всех видов, режимов и типов обмена.

Взаимосвязанные особенности алгоритма функционирования, архитектуры БСОИ и определяющие их основные факторы показаны на рис. В.2. На этом рисунке приведены также дополнительные факторы, косвенно влияющие на разработку БСОИ.

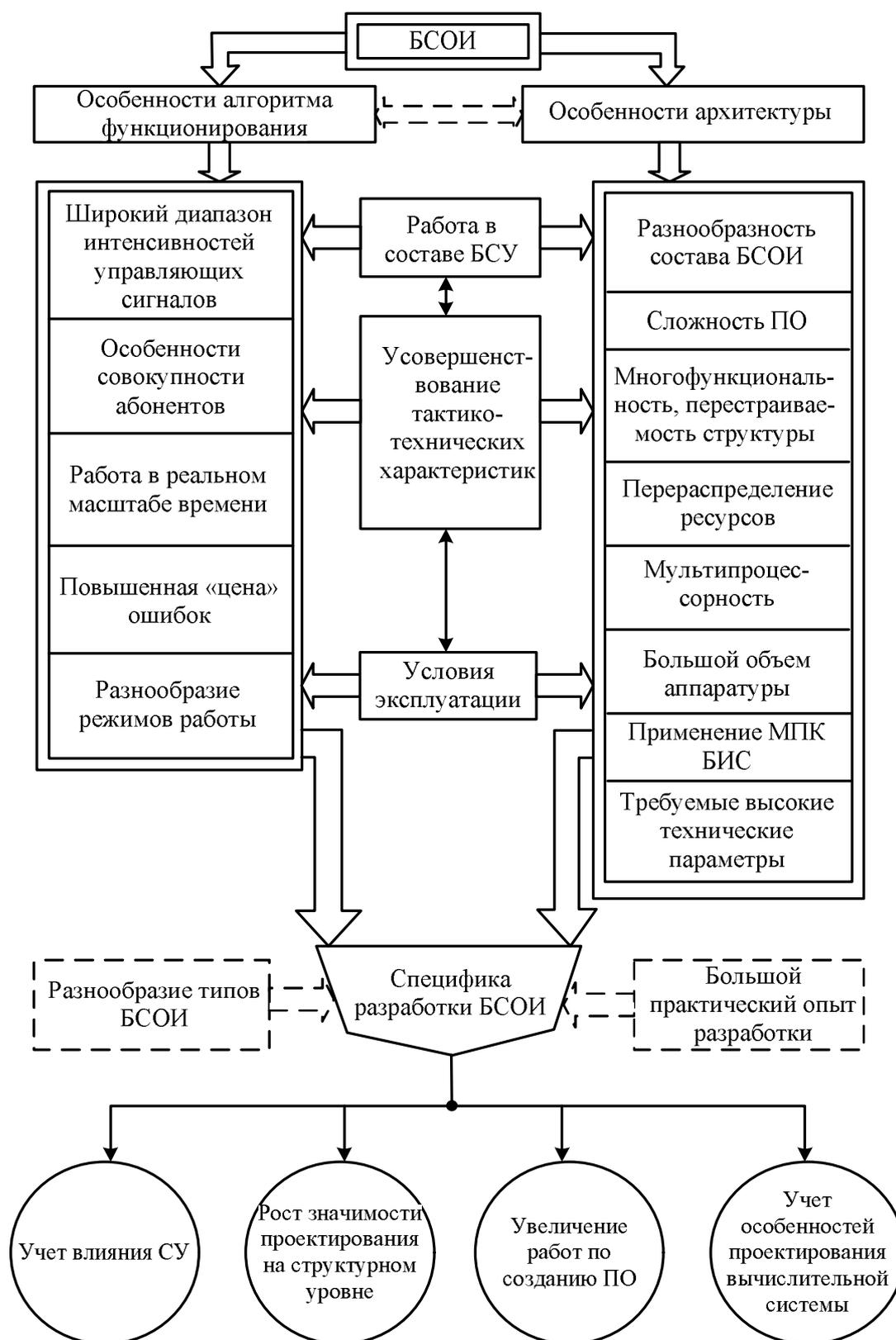


Рис. В.2. Особенности алгоритма функционирования и архитектуры БСОИ

В заключение следует отметить, что в соответствии с основными функциями в бортовых системах осуществляются процессы: модуляции, кодирования, расширения спектра частот передаваемых сообщений, формирования требуемого энергетического спектра, выбора режима передачи данных, выбора линии связи, криптографического закрытия информации, повышение качества передачи информации, сжатия сообщений, воздействия помех и обеспечения помехоустойчивости передачи цифровых сообщений. Этим и другим вопросам построения бортовых информационно-управляющих систем будет посвящен дальнейший материал конспекта лекций.

## 1. ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ МОДУЛЯЦИИ

### 1.1. Общие сведения

Центральной проблемой при построении любой системы связи является выбор и техническая реализация способов введения передаваемой информации в физический переносчик в точке передачи и выделения этой информации в точке приема. Эта наиболее тонкая задача известна как проблема модуляции и демодуляции.

Практически во всех современных системах связи используются методы цифровой модуляции и цифровая обработка сигналов при демодуляции. Такие системы принято называть **цифровыми системами передачи** в отличие от аналоговых систем, в которых реализованы аналоговая модуляция и аналоговая демодуляция. Современные достижения радиоэлектроники обеспечивают возможность реализовать в передатчике и приемнике системы связи достаточно сложные алгоритмы цифровой обработки электрических сигналов. В результате качество передачи практически любых сообщений в цифровых системах оказывается выше, чем качество передачи этих сообщений с помощью аналоговых систем связи. Например, оказалось **возможным** передавать **сообщения** в присутствии шума и помех с большей точностью или передавать больше сообщений при прочих равных условиях.

Цифровые системы передачи обладают двумя важнейшими особенностями:

– любые сообщения представляются в цифровой форме, т.е. в виде последовательностей битов  $\{a_i, i = \dots, -1, 0, +1, \dots\}$ ; при любом значении индекса  $i$  символ  $a_i$  принимает значения из алфавита  $\{0, 1\}$ ;

– до формирования канальных символов подлежащие передаче биты обычно сначала преобразуются в последовательность положительных и отрицательных электрических импульсов длительностью  $T_c$  прямоугольной формы, для которой принимаем обозначение  $v(t)$ ; последовательность полученных таким способом импульсов называют **модулирующим сигналом**. Преобразование последовательности битов в последовательность электрических импульсов

осуществляется по следующему правилу:  $0 \Rightarrow bv(t)$ ,  $1 \Rightarrow -bv(t)$ , где  $b > 0$  – амплитуда импульса. При этом модулирующий сигнал

$$u(t) = \sum_i b_i v(t - iT_c). \quad (1.1)$$

В этом равенстве суммирование осуществляется по всем возможным значениям индекса  $i$ , а множитель  $b_i$  может принимать значения  $+b$  или  $-b$ .

На рис. 1.1 представлены примеры реализаций сигналов при цифровой модуляции: последовательность переданных битов  $\{a_i\}$ , последовательность электрических импульсов модулятора прямоугольной формы и разной полярности  $\{b_i\}$ , восстановленная в приемнике последовательность электрических импульсов демодулятора  $\{\hat{b}_i\}$  и, наконец, последовательность принятых битов  $\{\hat{a}_i\}$ . Здесь не представлены каналные символы. Угловой скобкой над символами обозначены их оценки. Неверно принятый бит отмечен серым фоном.

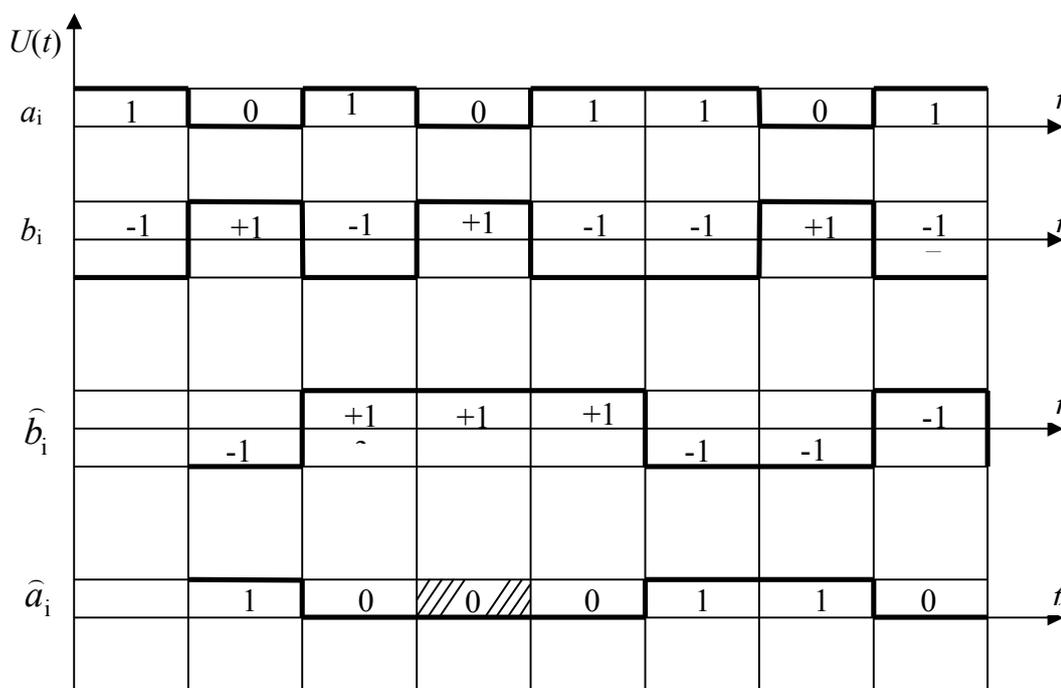


Рис. 1.1. Временные диаграммы сигналов в устройствах цифровой системы передачи

**Модуляция** – это процесс кодирования информации, получаемой от источника информации, в форму, наиболее удобную для передачи по каналу связи. В общем случае этот процесс предусматривает перенос основной полосы частот модулирующего сигнала  $\Delta F$  в область высоких частот. Получающийся в результате модуляции **радиосигнал**  $s[t; u(t)]$  занимает радиополосу шириной  $2\Delta F$ , центральная частота которой  $f_0$  намного выше верхней граничной частоты  $f_B$  спектра модулирующего сигнала. Как правило, в качестве переносчика информации используется гармоническое колебание  $s(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$ , ос-

новными параметрами которого, доступными для модуляции, являются амплитуда  $A$ , частота  $f_0$  и фаза  $\varphi$ .

На практике наибольшее применение нашли  $M$ -ичные системы модуляции, которым будет уделено большое внимание. Это связано с максимальной скоростью передачи информации.

Найквист вывел формулу, определяющую зависимость максимальной скорости передачи информации (данных)  $C$  [бит/с] от ширины полосы пропускания  $B$  без учета шума в канале:

$$C = 2B \log_2 M, \quad (1.2)$$

где  $M$  – число различных состояний информативного параметра сигнала.

Если сигнал имеет два состояния, то пропускная способность равна удвоенному значению ширины полосы пропускания линии связи. Если же передатчик использует более чем два устойчивых состояния сигнала для кодирования данных, то пропускная способность линии повышается, так как за один такт работы передатчик передает несколько бит исходных данных.

**Пример.** Модем в телефонной сети общего пользования применяет метод квадратурной амплитудной модуляции с 8-ю уровнями (четыре значения фазы умножить на два значения амплитуды для каждой фазы) на каждый сигнальный элемент. Если полоса пропускания телефонной сети равна 3100 Гц, то согласно формуле Найквиста максимальная скорость передачи данных будет равна:

$$C = 2B \log_2 M = 2 \cdot 3100 \cdot \log_2 8 = 18600 \text{ бит/с.}$$

Хотя формула Найквиста явно не учитывает наличие шума, косвенно его влияние отражается в выборе числа состояний информативного параметра сигнала. Для повышения пропускной способности канала хотелось бы увеличить это число до значительной величины, но на практике этого сделать нельзя из-за шума на линии. Поэтому число возможных состояний сигнала фактически ограничивается соотношением мощности сигнала и шума, а формула Найквиста определяет предельную скорость передачи данных в том случае, когда количество состояний уже выбрано с учетом возможностей устойчивого распознавания приемником.

## 1.2. Фазовая модуляция

**1.2.1.  $M$ -ичные системы модуляции.** При фазовой модуляции мгновенное значение фазы радиосигнала отклоняется от фазы немодулированного несущего колебания на величину, зависящую от мгновенного значения модулирующего сигнала:

$$s[t, u(t)] = A \cos \{2\pi f_0 t + \varphi[u(t)]\} = \operatorname{Re}[A \exp \{j\varphi[u(t)]\} \exp \{j2\pi f_0 t\}]. \quad (1.3)$$

Из этого выражения следует, что передаваемая информация, содержащаяся в модулирующем сигнале  $u(t)$ , закодирована в **комплексной огибающей**

$$\dot{A}(t) = A \exp\{j\varphi[u(t)]\} \quad (1.4)$$

передаваемого сигнала  $s[t, u(t)]$ . Понятие комплексной огибающей является очень важным как для теории, так и для техники цифровой связи и будет играть существенную роль в последующем изложении.

При цифровой фазовой модуляции фаза переносчика может отличаться от текущей фазы немодулированного несущего колебания на **конечное число** разных значений. В простейшем случае **двоичной фазовой манипуляции** (ФМ-2) в качестве таких значений обычно выбирают  $0^\circ$  и  $180^\circ$ . В современных системах часто используют большие наборы фазовых углов, чтобы представлять в одном канальном символе сразу несколько битов передаваемых данных. Например, можно использовать четыре разных фазовых угла:  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $-135^\circ$  для представления возможных значений последовательности из двух битов (ФМ-4). Возможные значения трёхбитового слова можно представить группой из восьми разных фазовых углов (ФМ-8), четырехбитового слова – группой из 16 фазовых углов (ФМ-16) и т.д.

**1.2.2. Двоичная фазовая манипуляция.** Простейшей формой цифровой фазовой модуляции является ФМ-2. Этот способ часто используется в системах с прямым расширением спектров, в которых модулирующий сигнал является псевдослучайной двоичной последовательностью. При ФМ-2 в зависимости от значения модулирующего сигнала отклонение фазы сигнала от фазы модулированного несущего колебания равно либо  $0^\circ$ , либо  $180^\circ$ . Так, если для **фазомодулированного сигнала** (ФМ сигнала) принять общее описание (1.3), (1.4), то для ФМ-2 сигнала должны выполняться равенства:

$$\varphi[u(t)] \equiv 0 \text{ при } u(t) \equiv 1, \quad \varphi[u(t)] \equiv \pi \text{ при } u(t) \equiv -1; \quad 0 \leq t \leq T_C.$$

Комплексная огибающая этого сигнала не изменяется на указанном интервале времени и может принимать следующие два значения:

$$\dot{A}(t) \equiv A \text{ при } u(t) \equiv 1, \quad \dot{A}(t) \equiv -A \text{ при } u(t) \equiv -1; \quad 0 \leq t \leq T_C. \quad (1.5)$$

Полезным и наглядным оказывается графическое представление возможных значений этой огибающей на комплексной плоскости. Для рассматриваемого здесь сигнала комплексная огибающая принимает всего два значения, указанные на рис. 1.2. Такое изображение обычно называют **сигнальным созвездием**.

На рис. 1.3 представлены временные диаграммы модулирующего сигнала и радиосигнала. Основная особенность радиосигнала здесь состоит в том, что его текущая фаза имеет разрывы в моменты изменения полярности модулирующего сигнала.



Рис. 1.2. Сигнальное созвездие ФМ-2 сигнала

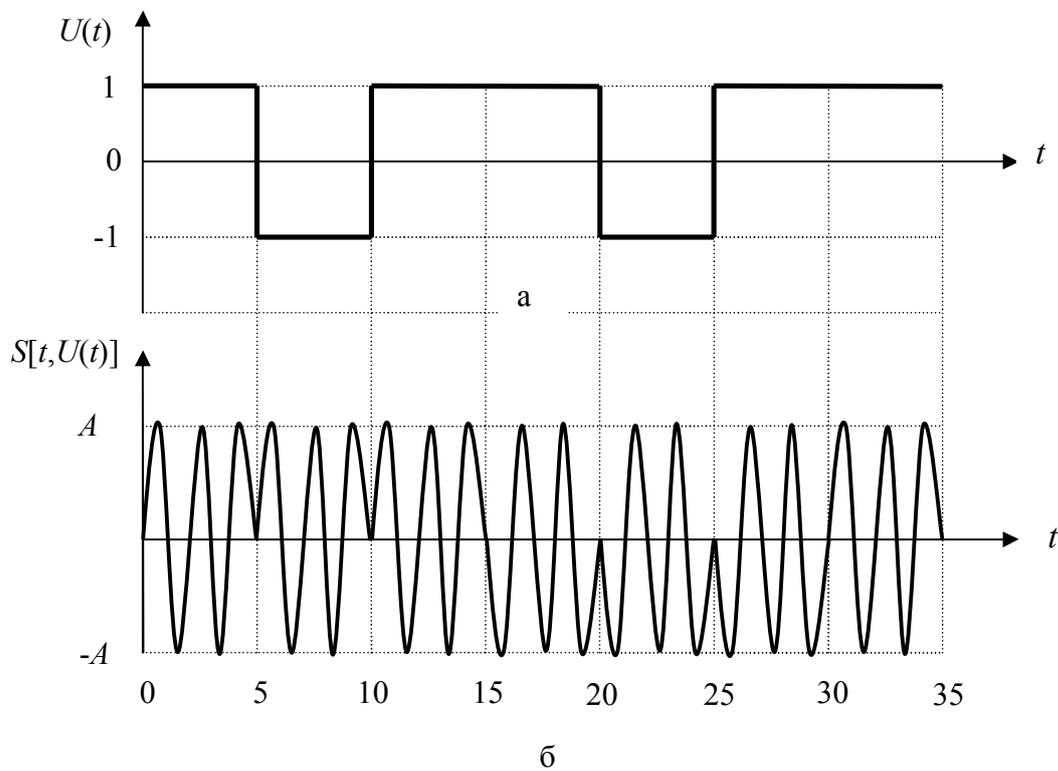


Рис. 1.3. Временные диаграммы модулирующего сигнала (а) и ФМ-2 радиосигнала (б)

Эти «скачки» фазы на  $180^\circ$  являются основной причиной того, что **спектральная плотность мощности** ФМ-2 сигнала в радиоканале оказывается существенно отличной от нуля в недопустимо широкой полосе частот. Поэтому в таком виде ФМ-2 сигналы практически не используются. Для уменьшения занимаемой ими полосы частот они подвергаются фильтрации.

Трудно осуществить фильтрацию этих сигналов после модулятора на высокой частоте, поскольку потребовались бы узкополосные высокочастотные фильтры для каждой частоты несущего колебания. Число таких частот в современных цифровых системах связи с подвижными объектами может достигать нескольких десятков. Поэтому операция фильтрации практически всегда выполняется над модулирующим сигналом до модуляции. Соответствующий фильтр является низкочастотным и единственным, хотя обычно и достаточно сложным. Однако современные достижения радиоэлектроники обеспечивают его реализацию, а большое число частотных каналов в этом случае можно получить, если использовать несущее колебание с набором соответствующих частот. Такой фильтр будем называть **фильтром основной полосы**.

Однако при уменьшении полосы частот, занимаемой радиосигналом, путем фильтрации приходится учитывать возникающую при этом проблему межсимвольной интерференции, которая будет обсуждаться позднее.

На рис. 1.4 представлена упрощенная функциональная схема передатчика, формирующего ФМ-2 радиосигнал.

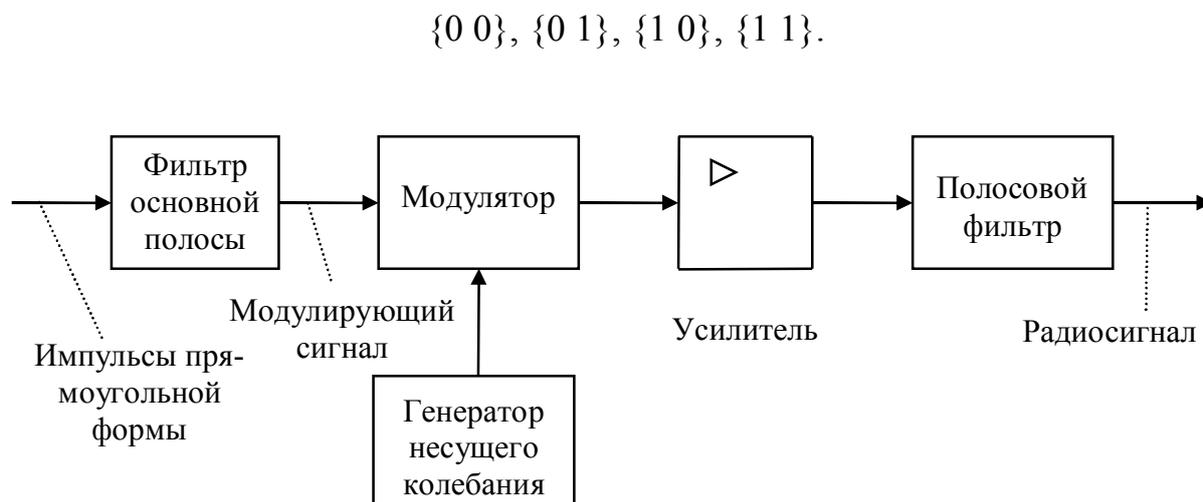


Рис. 1.4. Функциональная схема устройства формирования ФМ-2 радиосигнала

Здесь после модулятора добавлены усилитель мощности радиосигнала и узкополосный высокочастотный фильтр. Основное назначение фильтра состоит в том, чтобы ослабить излучение передатчика на частотах, кратных основной частоте несущего колебания; опасность таких излучений обусловлена нелинейными эффектами в усилителе мощности, которые, как правило, имеют место и усиливаются при попытке увеличения эффективности этого усилителя. Часто данный фильтр используется одновременно и для приемника – он подавляет сильные сторонние сигналы вне полосы частот полезных радиосигналов до преобразования частоты «вниз».

**1.2.3. Квадратурная фазовая модуляция.** При ФМ-2 один канальный символ переносит один передаваемый бит. Однако, как уже отмечалось выше,

один канальный символ может переносить большее число информационных бит. Например, пара следующих друг за другом битов может принимать четыре значения:

Если для передачи каждой пары использовать один канальный символ, то потребуется четыре канальных символа, скажем  $\{s_0(t), s_1(t), s_2(t), s_3(t)\}$ , так что  $M = 4$ . При этом скорость передачи символов в канале связи оказывается в два раза ниже, чем скорость поступления информационных битов на вход модулятора и, следовательно, каждый канальный символ теперь может занимать временной интервал длительностью  $T_{\text{КС}} = 2T_c$ . В частности, при фазовой модуляции в качестве канальных символов можно выбрать следующие радиосигналы:

$$s_i(t) = s[t, \varphi_i(t)] = A \cos[2\pi f_0 t + \varphi_i(t)] = \text{Re}[A \exp\{j\varphi_i(t)\} \exp\{j2\pi f_0 t\}], \\ 0 \leq t \leq 2T_c,$$

где  $\varphi_i(t) \equiv \frac{\pi(2i+1)}{4}$  – отклонение фазы радиосигнала с номером  $i$  от фазы немодулированного несущего колебания;

$\dot{A}_i(t) = A \exp\{j\varphi_i(t)\}$  – комплексная амплитуда этого сигнала на интервале времени  $[0, 2T_c]$  для  $i = 0, 1, 2, 3$ .

В дальнейшем вместо четырех канальных символов или четырех радиосигналов будем говорить о единственном радиосигнале, комплексная амплитуда которого может принимать четыре указанных значения, представленных на рис. 1.5 в виде сигнального созвездия.

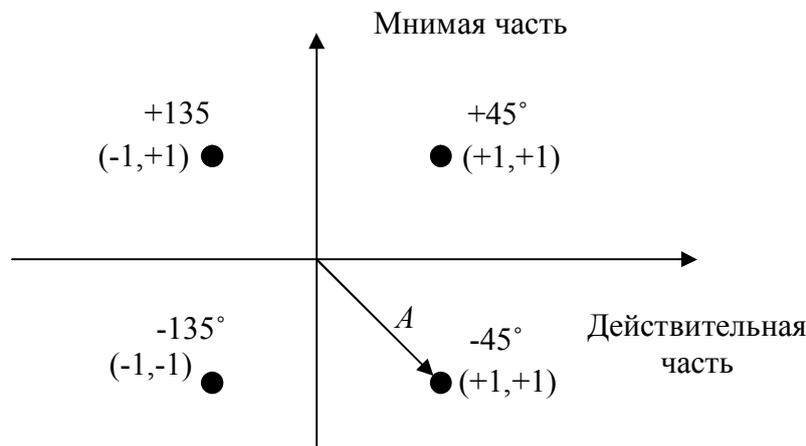


Рис. 1.5. Сигнальное созвездие ФМ-4 радиосигнала

Каждая группа из двух битов представляется соответствующим фазовым углом, все фазовые углы отстоят друг от друга на  $90^\circ$ . Можно отметить, что каждая сигнальная точка отстоит от действительной или мнимой оси на  $45^\circ$ .

Данный способ модуляции может быть реализован следующим образом. Последовательность передаваемых битов 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, ... разбивается на две подпоследовательности нечетных 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, ... и четных 1, 0, 1, 1, 1, 0, ... битов.

Биты с одинаковыми номерами в этих подпоследовательностях образуют пары, которые удобно рассматривать как комплексные биты; действительная часть комплексного бита есть бит нечетной подпоследовательности, а мнимая часть – бит четной подпоследовательности. Полученные таким способом комплексные биты преобразуются в комплексную последовательность прямоугольных электрических импульсов длительностью  $2T_c$  со значениями +1 или -1 их действительной и мнимой частей, которые используются для модуляции несущего колебания  $\exp\{j2\pi f_0 t\}$ . В результате получается ФМ-4 радиосигнал.

Рассмотрим один комплексный бит. Обозначим символом  $I$  значение электрического импульса, полученное из действительной части этого бита (это значение бита нечетной подпоследовательности), а символом  $Q$  – значение электрического импульса, полученное из мнимой части этого же комплексного бита (это значение соответствующего бита четной подпоследовательности). Отметим, что  $I$  и  $Q$  могут принимать значения +1 или -1. Очевидно, что можно записать следующие равенства:

$$I \cos(2\pi f_0 t) = I \left[ \frac{\exp\{j2\pi f_0 t\} + \exp\{-j2\pi f_0 t\}}{2} \right],$$

$$Q \sin(2\pi f_0 t) = Q \left[ \frac{\exp\{j2\pi f_0 t\} - \exp\{-j2\pi f_0 t\}}{2j} \right].$$

Тогда можно сформировать сигнал

$$s(t) = I \cos(2\pi f_0 t) + Q \sin(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2} [(I - jQ) \exp\{j2\pi f_0 t\} + (I + jQ) \exp\{-j2\pi f_0 t\}].$$

Если теперь ввести обозначения

$$I + jQ = \sqrt{I^2 + Q^2} e^{j\varphi}, \quad I - jQ = \sqrt{I^2 + Q^2} e^{-j\varphi}, \quad \varphi = \arctg(Q/I),$$

то

$$s(t) = (I^2 + Q^2) \left[ \frac{\exp(j2\pi f_0 t) + \exp(-j2\pi f_0 t + \varphi)}{2} \right] = (I^2 + Q^2) \cos(2\pi f_0 t - \varphi). \quad (1.6)$$

Таким образом, меняя значения  $I$  и  $Q$ , можно получить амплитудную и фазовую модуляцию. В частности, если принять, что  $I$  и  $Q$  могут принимать значения +1 или -1, то амплитуда этого сигнала постоянна и равна  $\sqrt{2}$ , а фаза  $\varphi$  принимает значения  $+45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $+135^\circ$ ,  $-135^\circ$ . В результате для комплексной амплитуды высокочастотного сигнала с такой модуляцией можно записать

$$\dot{A}(t) = \sqrt{2}A \exp\left[j \frac{\pi}{4} (2i + 1)\right], \quad i = 0, 1, 2, 3 \text{ на интервале } 0 \leq t \leq 2T_C. \quad (1.7)$$

Приведенные выше равенства позволяют формировать сигналы ФМ-4 с помощью устройства, функциональная схема которого приведена на рис. 1.6.

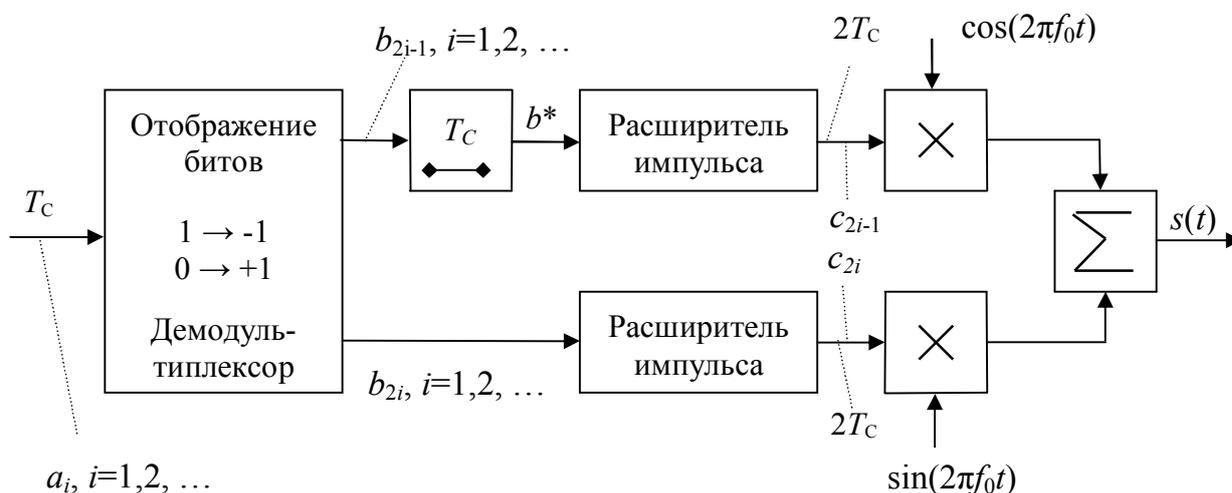


Рис. 1.6. Функциональная схема устройства формирования ФМ-4 радиосигнала

На вход первого блока поступают информационные биты, которые преобразуются в последовательность прямоугольных импульсов положительной и отрицательной полярности длительностью  $T_C$ . Эта последовательность в демультимплексоре разбивается на две подпоследовательности импульсов с нечетными и четными фазами, которые направляются в **синфазную и квадратурную** ветви соответственно (рис. 1.7).

Импульсы с нечетными номерами в синфазной ветви задерживаются на время  $T_C$ . Далее длительность импульсов каждой подпоследовательности увеличивается до значения  $2T_C$ , после чего осуществляется перенос на частоту  $f_0$  в каждой ветви. Сложение результатов перемножений завершает процесс формирования ФМ-4 радиосигнала.

Для характеристики некоторых свойств модулированных сигналов часто используют так называемые **диаграммы фазовых переходов**, которые представляют собой графические изображения траекторий перемещений сигнальных точек в сигнальном созвездии при переходе от одного передаваемого канального символа к другому. Для ФМ-4 сигнала такая диаграмма представлена на рис. 1.8.

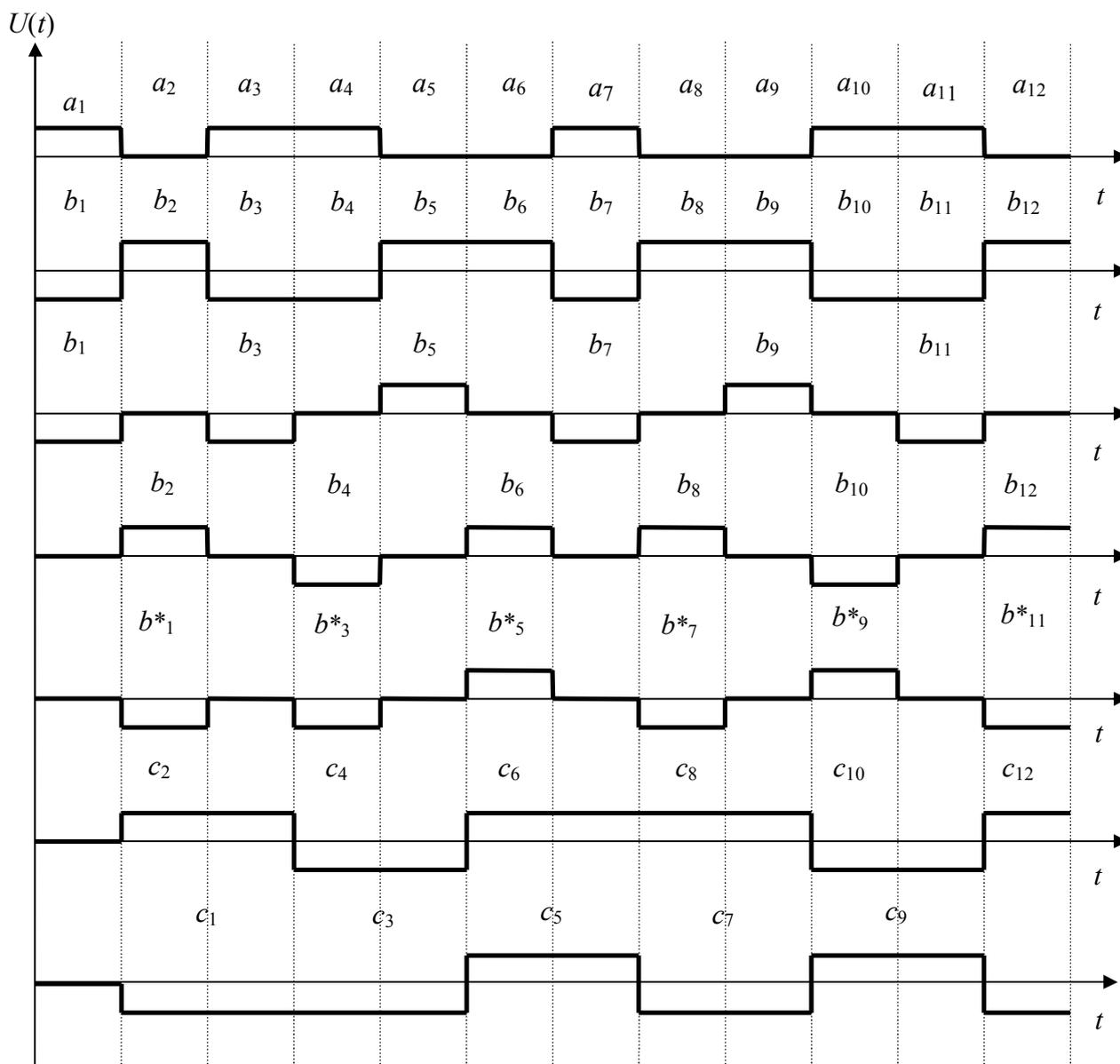


Рис. 1.7. Временные диаграммы при формировании ФМ-4 радиосигнала

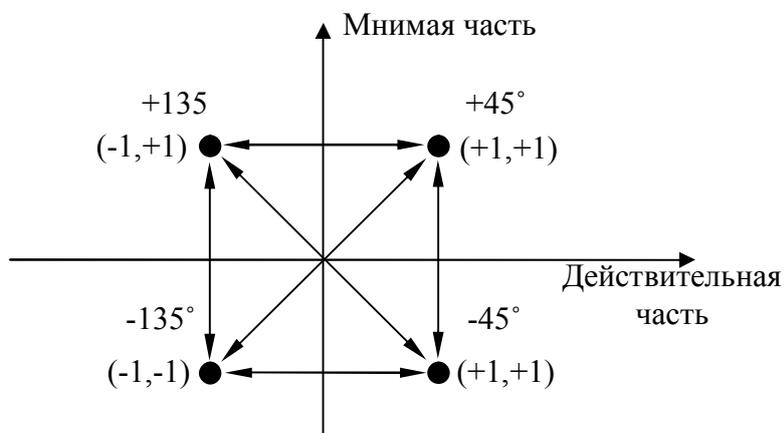


Рис. 1.8. Диаграмма фазовых переходов для ФМ-4 радиосигнала

На этой диаграмме сигнальная точка с координатами  $(+1, +1)$  расположена на линии, образующей угол  $+45^\circ$  с осями координат, и соответствует передаче символов  $+1$  и  $+1$  в квадратурных каналах модулятора. Если следующей парой символов будет  $(-1, +1)$ , которой соответствует угол  $+135^\circ$ , то из точки  $(+1, +1)$  к точке  $(-1, +1)$  можно провести стрелку, характеризующую переход фазы радиосигнала от значения  $+45^\circ$  к значению  $+135^\circ$ .

Полезность этой диаграммы можно проиллюстрировать на следующем примере. Из рис. 1.8 следует, что четыре фазовые траектории проходят через начало координат. Например, переход из точки сигнального созвездия  $(+1, +1)$  в точку  $(-1, -1)$  означает изменение мгновенной фазы высокочастотного несущего колебания на  $180^\circ$ . Поскольку на выходе модулятора обычно устанавливают узкополосный высокочастотный фильтр, то такое изменение фазы сигнала сопровождается существенным изменением значений огибающей сигнала на выходе этого фильтра и, следовательно, во всей линии передачи. Непостоянство значений огибающей радиосигнала по многим причинам является нежелательным в цифровых системах передачи.

**1.2.4. Квадратурная фазовая модуляция со смещением.** Уже отмечалось, что при фазовой модуляции возможны изменения мгновенных значений фазы высокочастотного несущего колебания на  $+180^\circ$ , в результате чего могут возникнуть значительные изменения значений огибающей радиосигнала. Эти изменения оказываются не столь значительными для сигналов с квадратурной фазовой модуляцией со смещением. Функциональная схема устройства формирования такого радиосигнала изображена на рис. 1.9. Этот способ формирования сигнала практически полностью аналогичен квадратурному способу формирования ФМ сигнала, однако с той лишь разницей, что подпоследовательность в квадратурной ветви сдвигается во времени (задерживается) на время  $T_C$  или, что эквивалентно, на половину длительности канального символа. Для реализации этого способа достаточно незначительно модифицировать функциональную схему, представленную на рис. 1.6, так, как это показано на рис. 1.9, необходимо удалить элемент задержки на время  $T_C$  в синфазной ветви. При таком изменении квадратурная подпоследовательность канальных символов окажется задержанной на время  $T_C$  относительно синфазной подпоследовательности.

На рис. 1.10 представлены временные диаграммы последовательностей информационных битов и соответствующих канальных символов для этой функциональной схемы. Основное отличие этих диаграмм от аналогичных диаграмм (см. рис. 1.7) в функциональной схеме рис. 1.6 состоит в том, что теперь изменения уровней сигнала в квадратурных каналах на выходе расширителей не могут происходить одновременно. В результате на диаграмме фазовых переходов для данного метода модуляции отсутствуют траектории, проходящие через начало координат. Это означает, что мгновенная фаза радиосигнала не имеет скачков на  $+180^\circ$  и, следовательно, огибающая этого сигнала не имеет глубоких провалов, как это имело место при квадратурной ФМ-4.

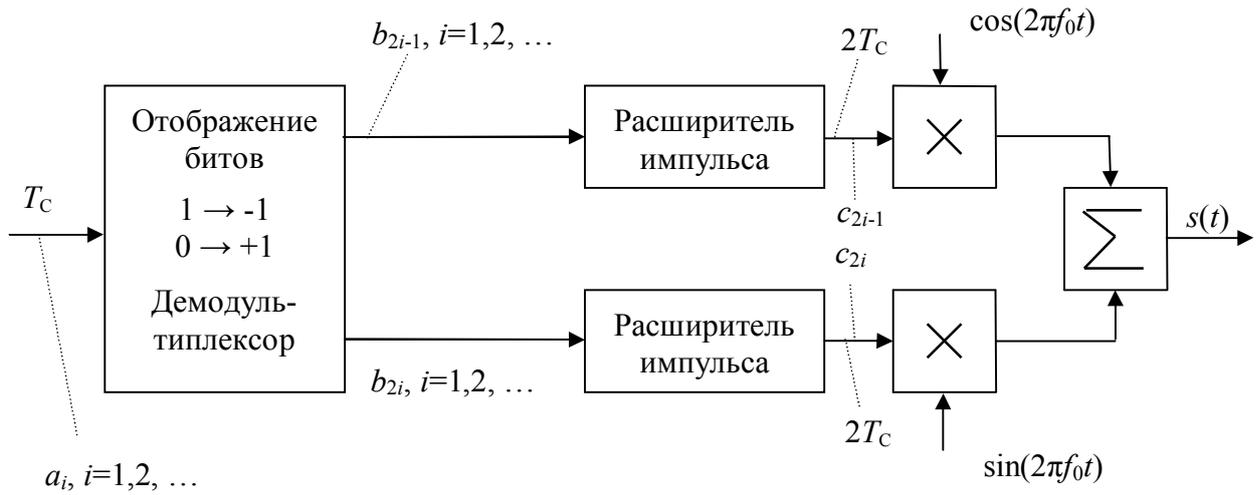


Рис. 1.9. Функциональная схема устройства формирования ФМ-4 радиосигнала со смещением

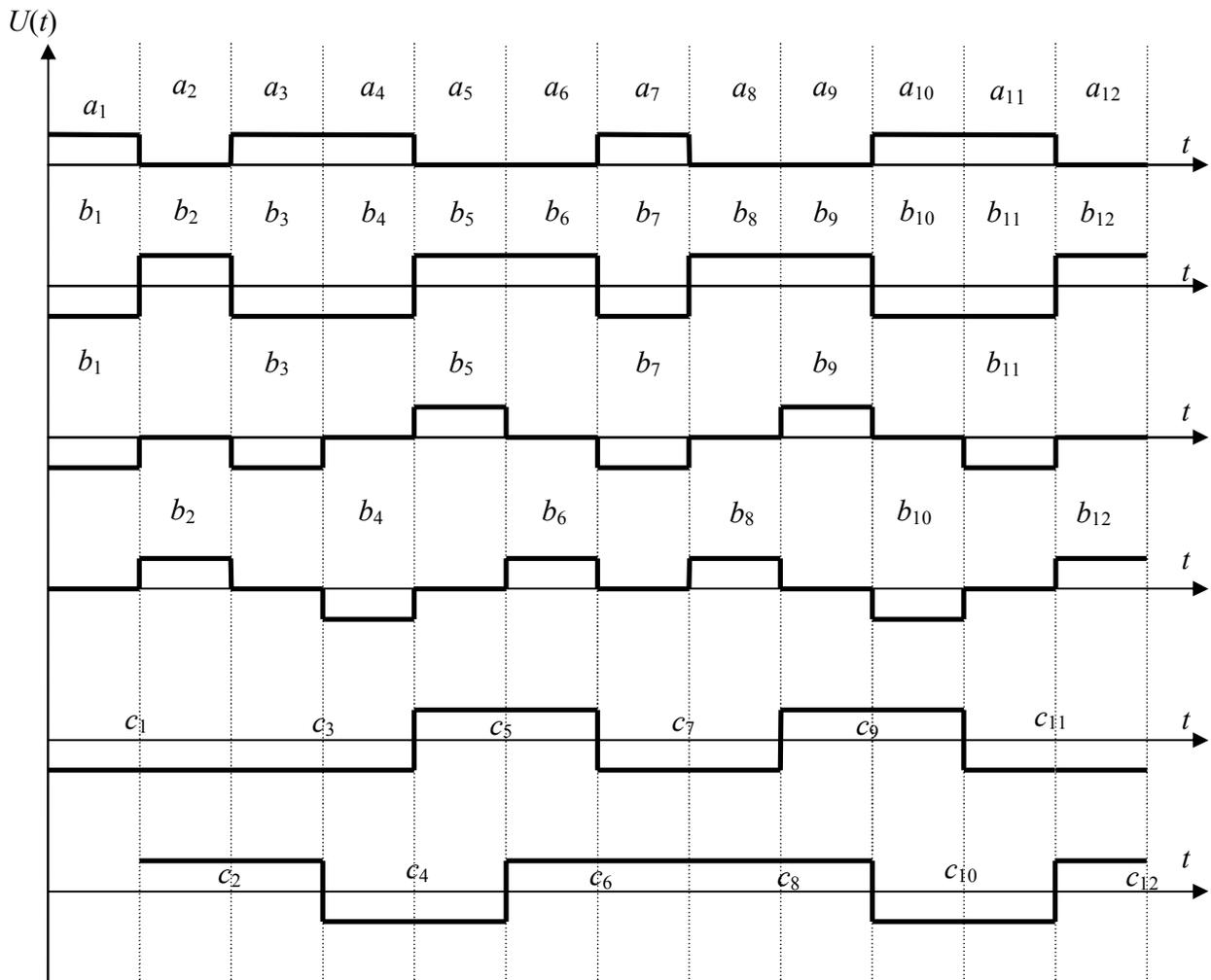


Рис. 1.10. Временные диаграммы при формировании ФМ-4 радиосигнала со смещением

Диаграмма фазовых переходов ФМ-4 радиосигнала со смещением представлена на рис. 1.11.

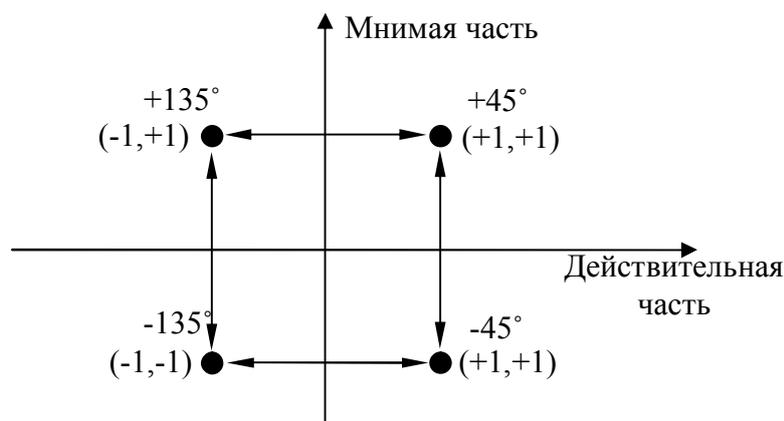


Рис. 1.11. Диаграмма фазовых переходов ФМ-4 радиосигнала со смещением

**1.2.5. ФМ-8 сигналы.** Поток информационных битов, поступающих на вход модулятора, можно разбивать на группы по 3, 4 бита и т.д., формируя затем ФМ-8, ФМ-16 сигналы и т.д. На рис. 1.12 изображено сигнальное созвездие для ФМ-8 радиосигнала.

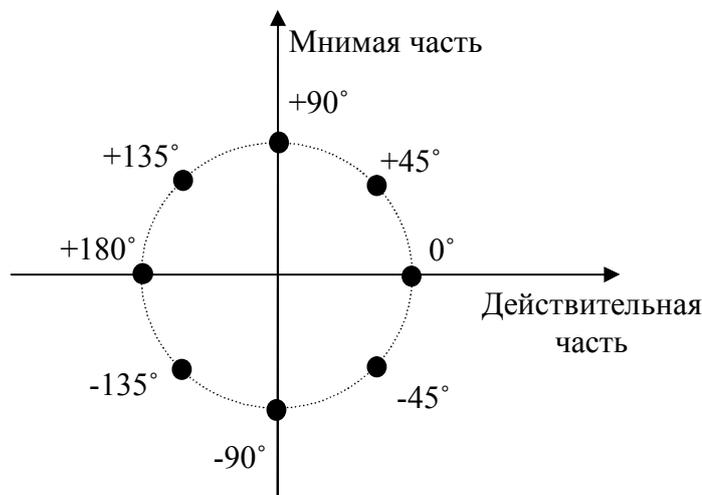


Рис. 1.12. Сигнальное созвездие для ФМ-8 радиосигнала

Для этого способа модуляции необходимо иметь восемь канальных символов, начальные фазы которых отличаются от мгновенной фазы немодулированного несущего колебания на угол, кратный  $45^\circ$ . Если амплитуды всех канальных символов одинаковы, то сигнальные точки располагаются на окружности. Возможные значения вещественных и мнимых частей комплексных амплитуд этих символов при этом пропорциональны коэффициентам  $I$  и  $Q$ , принимающим значения из множества

$$\left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, -1, 0, +1, +\frac{\sqrt{2}}{2} \right\}. \quad (1.8)$$

Не совсем простым является вопрос об установлении соответствий между точками сигнального созвездия и тройками информационных битов. Этот процесс обычно называют **сигнальным кодированием**. В табл. 1.1 приведён пример такого соответствия, который является возможным, но не наилучшим, поскольку для установления наилучшего соответствия необходимо сначала определить способ демодуляции такого сигнала в присутствии помехи, а затем вычислить вероятность ошибки при приеме либо одного канального символа, либо одного информационного бита. Наилучшим можно назвать тот способ сигнального кодирования, при котором вероятность ошибки оказывается наименьшей.

Таблица 1.1

Значения начальной фазы при ФМ-8	Значения коэффициентов		Группы из трех информационных символов (битов)
	I	Q	
0°	1	0	0 1 1
+45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	0 0 1
+90°	0	1	0 0 0
+135°	$-\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1 0 0
+180°	-1	0	1 0 1
-135°	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	1 1 1
-90°	0	-1	1 1 0
-45°	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	0 1 0

На рис. 1.13 приведена функциональная схема устройства формирования ФМ-8 радиосигнала.

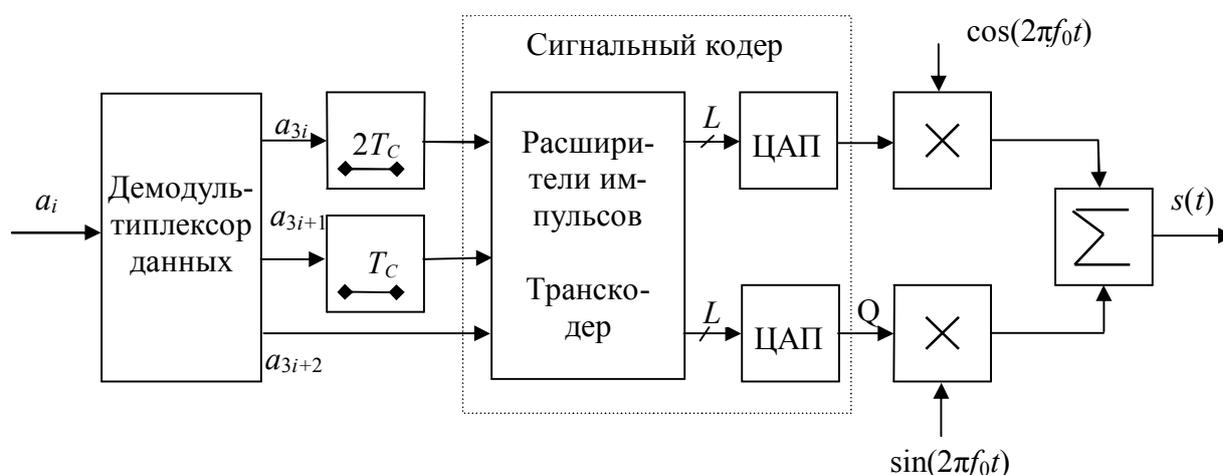


Рис. 1.13. Функциональная схема устройства формирования ФМ-8 радиосигнала

Основными здесь являются устройства, аналогичные соответствующим устройствам уже рассмотренных ранее модуляторов: демультиплексор распределяет входной поток информационных битов длительностью  $T_C$  на три подпоследовательности, элементы задержек выравнивают во времени эти подпоследовательности, расширители увеличивают длительность каждого символа до значения длительности канального символа  $T_{KC} = 3T_C$ . Сигнальное кодирование в этом случае сводится к вычислению значений синфазной и квадратурной компонент комплексной огибающей ФМ-8 радиосигнала. Эта операция выполняется сигнальным кодером, в состав которого входит транскодер, имеющий два цифровых выхода с  $L$ -битовыми словами, которые в цифро-аналоговых преобразователях (ЦАП) преобразуются в аналоговые величины с требуемыми значениями (1.8).

**1.2.6.  $\pi/4$  – квадратурная относительная фазовая модуляция.** При квадратурной ФМ-4 и ФМ-4 со смещением максимальное изменение мгновенной фазы радиосигнала равно  $180^\circ$  и  $90^\circ$  соответственно. В настоящее время достаточно широко используется  **$\pi/4$ –квадратурная относительная фазовая модуляция**, при которой максимальный скачок фазы равен  $135^\circ$ , а все возможные значения мгновенной фазы радиосигнала кратны значению  $\pi/4$ . Ни одна траектория фазовых переходов для этого способа модуляции не проходит через начало координат. В результате огибающая радиосигнала имеет меньшие провалы по сравнению с квадратурной фазовой модуляцией. Функциональная схема устройства формирования такого радиосигнала представлена на рис. 1.14.

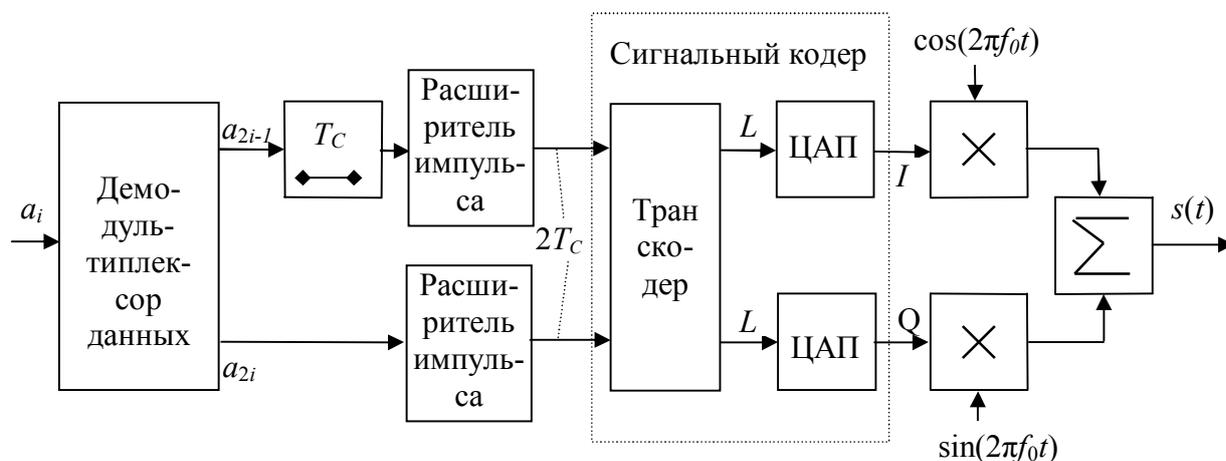


Рис. 1.14. Функциональная схема устройства формирования радиосигнала с  $\pi/4$ -квадратурной относительной фазовой модуляцией

Последовательность информационных битов  $\{a_i, i = 1, 2, \dots\}$  разбивается на две подпоследовательности: нечётных  $\{a_{2i-1}, i = 1, 2, \dots\}$  и чётных  $\{a_{2i}, i = 1, 2, \dots\}$  битов, из которых биты выбираются парами. Каждая новая пара таких битов определяет **приращение фазы** несущего колебания на величину  $\Delta\varphi_i$  в соответствии с табл. 1.2.

Значения информационных битов		Приращение фазы несущего колебания ( $\Delta\varphi_i$ )
$a_{2i-1}$	$a_{2i}$	
0	0	$\pi/4$
1	0	$3\pi/4$
1	1	$-3\pi/4$
0	1	$-\pi/4$

Если ввести обозначение  $\varphi_i$  для отклонения фазы радиосигнала от фазы немодулированного несущего колебания на предыдущем интервале, то новые значения отклонения фазы этого сигнала и комплексной амплитуды на текущем интервале определяются равенствами:

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \Delta\varphi_i, \quad \dot{A}_i = A e^{j\varphi_i}.$$

В результате значения вещественной и мнимой частей комплексной огибающей этого сигнала на текущем интервале времени длительностью  $2T_c$  оказываются равными:

$$\begin{aligned} I_i &= A \cos(\varphi_i) = A \cos(\varphi_{i-1} + \Delta\varphi_i) = \\ &= A \cos(\varphi_{i-1}) \cos(\Delta\varphi_i) - A \sin(\varphi_{i-1}) \sin(\Delta\varphi_i) = \\ &= I_{i-1} \cos(\Delta\varphi_i) - Q_{i-1} \sin(\Delta\varphi_i); \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} Q_i &= A \sin(\varphi_i) = A \sin(\varphi_{i-1} + \Delta\varphi_i) = \\ &= A \sin(\varphi_{i-1}) \cos(\Delta\varphi_i) + A \cos(\varphi_{i-1}) \sin(\Delta\varphi_i) = \\ &= Q_{i-1} \cos(\Delta\varphi_i) + I_{i-1} \sin(\Delta\varphi_i). \end{aligned} \quad (1.10)$$

Равенства (1.9), (1.10) можно записать в более наглядной форме для значений комплексных амплитуд канальных символов на двух соседних интервалах с номерами  $(i-1)$  и  $i$ :

$$\begin{aligned} \dot{A}_i &= A \exp\{j\varphi_i\} = A \exp\{j[\varphi_{i-1} + \Delta\varphi_i]\} = \\ &= A \exp\{j\varphi_{i-1}\} \exp\{j\Delta\varphi_i\} = \dot{A}_{i-1} \exp\{j\Delta\varphi_i\}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Из последнего равенства следует, что возможные значения фазы на интервале с номером  $i$  зависят от значения фазы радиосигнала на интервале с номером  $(i-1)$ . В соответствии с табл. 1.2 новые значения кратны  $\pi/2$ .

На рис. 1.15, а изображено созвездие возможных сигнальных точек для интервала с номером  $i$ , если  $\varphi_{i-1} = k\pi/2$ ; аналогичное созвездие для случая, когда  $\varphi_{i-1} = k\pi/2 + \pi/4$ , представлено на рис. 1.15, б. Общее созвездие сигнальных точек для данного способа модуляции изображено на рис. 1.15, в и получается путем наложения рис. 1.15, а, б друг на друга. На рис. 1.15, в не ука-

заны стрелками направления переходов, поскольку для каждого перехода возможны направления в обе стороны.

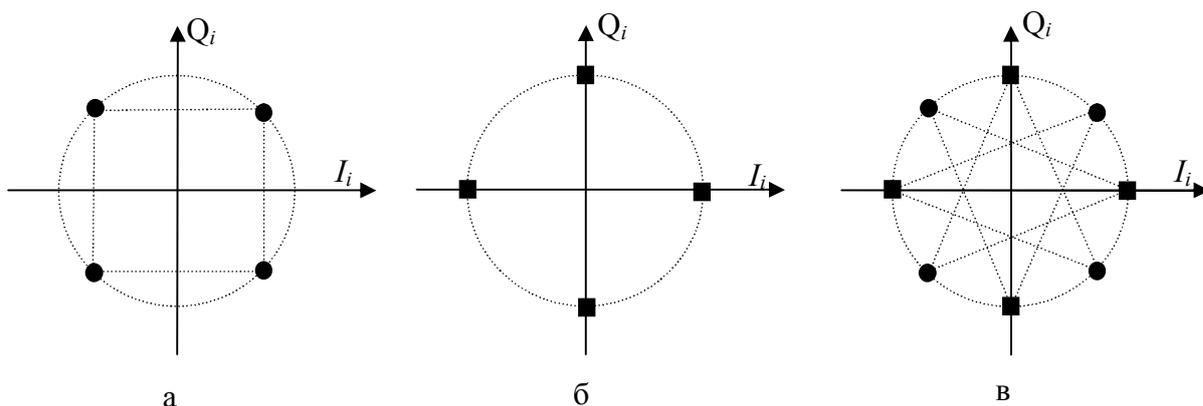


Рис. 1.15. Сигнальные созвездия радиосигнала с  $\pi/4$ -квадратурной относительной модуляцией

Важно также подчеркнуть, что при данном способе модуляции каждая новая пара информационных битов определяет не полную фазу несущего колебания, а лишь приращение этой фазы для интервала с номером  $i$  относительно полной фазы комплексной огибающей на интервале с номером  $(i-1)$ . Такие методы модуляции называются **относительными**.

### 1.3. Частотная модуляция

**1.3.1. Сигналы с постоянной огибающей.** Ранее рассматривались методы модуляции, в которых фаза несущего колебания изменялась скачком от одного возможного значения к другому в соответствии с изменением значения модулирующего сигнала. Отмечалось, что при таких изменениях фазы возможны значительные изменения амплитуды радиосигнала, которые приводят к заметному снижению как средней мощности радиосигнала, так и спектральной эффективности системы связи. Следует также отметить, что находят применение многопозиционные методы модуляции, в которых отдельные значения мгновенной фазы представляют группы информационных битов, что позволяет снизить скорость передачи канальных символов.

Вместо разбиения интервала возможных значений мгновенной фазы несущего колебания на небольшие интервалы и переходов между ними скачками можно переходить от одного значения фазы к другому плавно по какому-либо закону. Если это сделать таким образом, чтобы сигнальная точка оставалась на окружности радиусом единица, то можно получить радиосигнал с постоянным значением амплитуды.

Многие современные системы связи с подвижными объектами используют методы модуляции, которые обеспечивают формирование радиосигнала с постоянным значением амплитуды несущего колебания при меняющихся значе-

ниях модулирующего сигнала. Известно несколько таких методов модуляции, которые обеспечивают системам связи ряд следующих положительных свойств:

– возможность использования усилителей мощности класса  $C$  без риска расширения полосы занимаемых частот в радиоканале; известно, что усилители этого класса являются наиболее экономичными с точки зрения потребляемой энергии при прочих равных характеристиках;

– низкий уровень внеполосных излучений» достигающий значений от -60 до -70 дБ, что позволяет уменьшить защитный частотный интервал между соседними частотными каналами;

– возможность использования простых устройств демодуляции, содержащих устройства ограничения уровня принимаемого сигнала, что упрощает проектирование приемных устройств и обеспечивает устойчивый прием в условиях значительных замираний принимаемого сигнала.

Для методов модуляции с постоянным уровнем несущего колебания, при всех их достоинствах, все же необходима большая полоса частот в радиоканале по сравнению с линейными методами модуляции. Поэтому эти методы следует использовать в тех случаях, когда энергетическая эффективность системы связи более важна, чем спектральная.

Напомним, что мгновенная частота любого узкополосного колебания

$$s(t) = A(t) \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)]$$

может быть определена как производная по времени полной мгновенной фазы:

$$\frac{d}{dt}[2\pi f_0 t + \varphi(t)] = 2\pi f_0 + \frac{d}{dt}\varphi(t) = \omega_0(t) = \omega_0 + \Omega(t).$$

Поэтому фазовую модуляцию с непрерывным гладким изменением фазы можно рассматривать как частотную модуляцию. В этом случае частота несущего колебания является параметром, значение которого должно изменяться в зависимости от значения модулирующего сигнала.

**1.3.2. Двоичная частотная манипуляция.** При двоичной частотной манипуляции частота несущего колебания с постоянной амплитудой может иметь два возможных значения и изменяется скачками в соответствии со значениями модулирующего сигнала [2]. В зависимости от того, каким образом изменения частоты вводятся в передаваемое высокочастотное колебание, получающийся частотно-модулированный сигнал (ЧМ сигнал) будет иметь либо разрывную, либо непрерывно изменяющуюся мгновенную фазу между двумя соседними битами. В общем случае ЧМ сигнал можно представить следующим образом:

$$s(t) = A \cos[(2\pi f_0 + 2\pi \Delta f)t], \quad 0 \leq t \leq T_C \quad (\text{при передаче } 1),$$

$$s(t) = A \cos[(2\pi f_0 - 2\pi \Delta f)t], \quad 0 \leq t \leq T_C \quad (\text{при передаче } 0),$$

где  $2\pi \Delta f$  определяет смещение частоты от её номинального значения.

Очевидный способ формирования ЧМ сигнала состоит в том, чтобы коммутировать выходные сигналы двух независимых генераторов двух гармонических колебаний в соответствии со значениями модулирующего сигнала (рис. 1.16). В этом случае формируемый радиосигнал будет иметь разрывную фазу в момент переключения; такие сигналы обычно называют ЧМ сигналами с разрывной фазой, которые можно представить следующими выражениями:

$$s(t) = A \cos[(2\pi f_g + \varphi_1)], 0 \leq t \leq T_C \quad (\text{при передаче } 1), \quad (1.12)$$

$$s(t) = A \cos[(2\pi f_n + \varphi_2)], 0 \leq t \leq T_C \quad (\text{при передаче } 0). \quad (1.13)$$

Разрывность фазы здесь является нежелательным свойством радиосигнала, приводящим к расширению спектра в радиоканале. Поэтому такой способ модуляции не используется в современных системах связи с подвижными объектами.

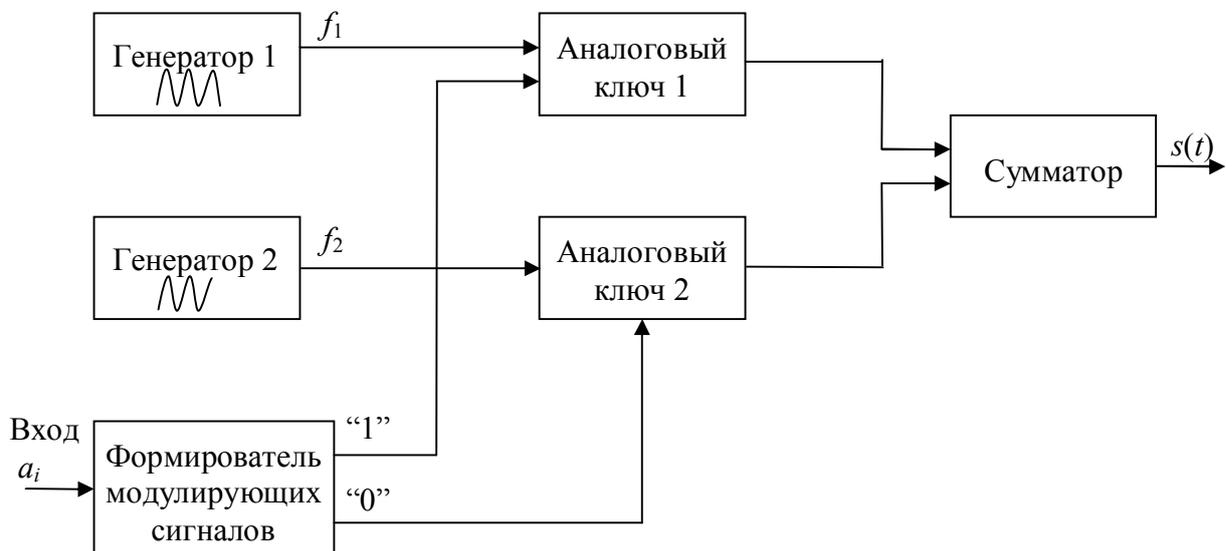


Рис. 1.16. Структурная схема частотного манипулятора с разрывом фазы

Более общий метод формирования ЧМ сигнала заключается в том, что используется один генератор несущего колебания, мгновенная частота которого изменяется в соответствии с изменениями модулирующего сигнала. Этот способ модуляции аналогичен методу формирования ЧМ сигнала при аналоговом модулирующем сигнале, однако в этом случае модулирующий сигнал является цифровым и принимает всего два возможных значения. Для такого радиосигнала можно записать

$$s[t; u(t)] = A \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)] = A \cos[2\pi f_0 t + k_f \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau]. \quad (1.14)$$

Важно отметить, что при разрывном модулирующем сигнале  $u(t)$  отклонение фазы  $\varphi(t)$  от фазы несущего колебания пропорционально интегралу от  $u(t)$  и, следовательно, является непрерывной функцией.

На рис. 1.17 представлена функциональная схема устройства формирования ЧМ сигнала при двоичном модулирующем сигнале. Основным элементом этого модулятора является генератор гармонического несущего колебания, частота которого может управляться напряжением модулирующего сигнала (ГУН – генератор, управляемый напряжением).

Поток информационных битов сначала преобразуется в модулирующий сигнал  $u(t)$  – последовательность прямоугольных импульсов положительной и отрицательной полярности, амплитуды которых выбираются такими, чтобы обеспечить требуемое значение индекса частотной модуляции

$$m_{\text{ЧМ}} = \frac{f_B - f_H}{F_C}, \quad (1.15)$$

где  $F_C = 1/T_C$  обычно называют **частотой манипуляции**.



Рис. 1.17. Функциональная схема устройства формирования ЧМ сигнала с непрерывной фазой

Начальная фаза несущего колебания в каждом канальном символе в данном случае не определена; поэтому данный модулятор формирует некогерентный ЧМ сигнал. Полосовой фильтр ослабляет возможные внеполосные гармонические колебания, которые могут появиться из-за нелинейности динамической характеристики усилителя.

На рис. 1.18 тонкими линиями изображена **фазовая решетка** ЧМ сигнала с непрерывной фазой. Жирной ломаной линией здесь представлена возможная фазовая **траектория** – отклонения мгновенной фазы сигнала от текущей фазы немодулированного несущего колебания. Эта траектория соответствует последовательности импульсов положительной и отрицательной полярности модулирующего сигнала, указанной на этом же рисунке вдоль оси времени.

Отрезки траектории с положительным значением производной этой траектории по времени соответствуют более высокой частоте несущего колебания  $f_B = f_0 + \Delta f$ , а отрезки с отрицательным значением производной – более низкой частоте  $f_H = f_0 - \Delta f$  по сравнению с частотой немодулированного несущего

щего колебания. Можно найти и значение этого смещения, поскольку для такого сигнала можно записать следующее представление:

$$s[t; u(t)] = A \cos[2\pi f_0 t + 2\pi k_f \int_0^t u(\tau) d\tau] = A \cos[2\pi f_0 t + 2\pi k_f b_1 t], \quad 0 < t \leq T_C,$$

где  $b_1$  является значением модулирующего сигнала на первом временном интервале длительностью  $T_C$  и может принимать значения  $+1$  или  $-1$ .

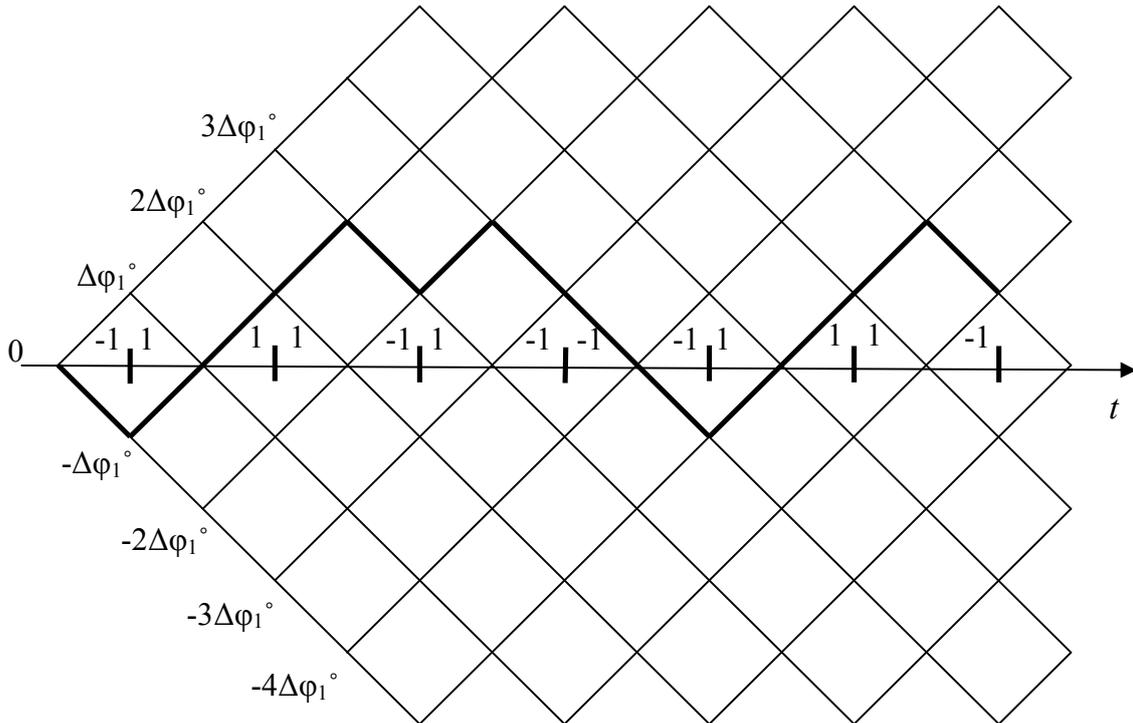


Рис. 1.18. Фазовые решётка и фазовая траектория ЧМ сигнала с непрерывной фазой

Вычисляя производную по времени от текущей фазы сигнала, получаем

$$\frac{d}{dt}[2\pi f_0 t + 2\pi k_f b_1 t] = 2\pi(f_0 + k_f b_1),$$

так что сдвиг частоты  $\Delta f = k_f b_1$ . При  $b_1 = +1$  частота несущего колебания равна  $f_B = f_0 + k_f |b_1|$ ; при  $b_1 = -1$  имеем  $f_B = f_0 - k_f |b_1|$ . В результате  $f_B - f_H = 2k_f b_1$  и индекс частотной модуляции

$$m_{\text{ЧМ}} = \frac{f_B - f_H}{F_C} = \frac{2k_f |b_1|}{F_C}. \quad (1.16)$$

В момент времени  $t = T_C$  отклонение фазы радиосигнала от фазы немодулированного несущего колебания  $\Delta\varphi_1 = 2\pi k f_1 b_1 T_C$ ; в результате ЧМ сигнал с непрерывной фазой на втором интервале  $T_C < t < 2T_C$  можно записать следующим образом:

$$s(t) = A \cos[2\pi f_0 t + 2\pi k_f b_1 T_C + 2\pi k_f b_2 (t - T_C)], \quad T_C < t \leq 2T_C .$$

Теперь очевидно, что на  $i$ -м интервале этот сигнал можно представить выражением

$$s(t) = A \cos \left\{ 2\pi f_0 t + 2\pi k_f T_C \left[ \sum_{k=1}^{i-1} b_k + b_i \frac{[t - (i-1)T_C]}{T_C} \right] \right\}, \quad (i-1)T_C < t \leq iT_C, \quad (1.17)$$

для  $i = 1, 2, 3, \dots$

**1.3.3. Частотная манипуляция с минимальным сдвигом.** Манипуляция с минимальным сдвигом (ММС) может рассматриваться как фазовая или как частотная модуляция с непрерывной фазой. Основная особенность этого способа модуляции состоит в том, что приращение фазы несущего колебания на интервале времени, равном длительности  $T_C$  одного символа, всегда равно  $+90^\circ$  или  $-90^\circ$  в зависимости от знаков символов модулирующего сигнала. Например, фаза несущего колебания в начале очередного импульса модулирующего сигнала равна  $\varphi_0$ ; далее, фаза несущего колебания, линейно нарастая к концу этого импульса, достигает значения  $\varphi_0 + 90^\circ$ , или, линейно убывая, к концу импульса достигает значения  $\varphi_0 - 90^\circ$ . Поскольку на интервале каждого очередного импульса модулирующего сигнала мгновенная фаза несущего колебания, отклоняясь от фазы немодулированного гармонического колебания, изменяется линейно, увеличиваясь или уменьшаясь, то мгновенная частота такого радиосигнала будет изменяться скачками. Таким образом, ММС сигнал является частным случаем ЧМ сигнала с непрерывной фазой.

Сигнал с ММС может быть сформирован с помощью квадратурной схемы, которая лишь незначительно отличается от приведенных в предыдущих разделах. Последовательность символов  $\{b_i, i = 1, 2, \dots\}$ , принимающих значения  $+1$  или  $-1$ , разбивается на две подпоследовательности нечётных  $\{b_{2i-1}, i = 1, 2, \dots\}$  и чётных  $\{b_{2i}, i = 1, 2, \dots\}$  символов. Из этих подпоследовательностей формируются квадратурные компоненты модулирующего сигнала

$$u_I(t) = \sum_i b_{2i-1} v[t - (2i-1)T_C], \quad u_Q(t) = \sum_i b_{2i} v[t - (2i)T_C], \quad (1.18)$$

где

$$v(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq 2T_C, \\ 0, & \text{вне этого интервала.} \end{cases} \quad (1.19)$$

Теперь сформируем сигнал в соответствии со следующим представлением:

$$s(t) = A[u_I(t) \cos\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right) \cos(2\pi f_0 t) + u_Q(t) \sin\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right) \sin(2\pi f_0 t)]. \quad (1.20)$$

Здесь  $f_0$  – частота несущего колебания; функции  $\cos\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right)$  и  $\sin\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right)$  на интервале длительностью  $2T_C$  имеют полуволну и фактически сглаживают прямоугольную форму импульсов квадратурных компонентов модулирующего сигнала.

Покажем, что сигнал (1.20) является ЧМ сигналом с постоянной огибающей и непрерывной фазой. Действительно, так как слагаемые в правой части равенства (1.20) являются квадратурными компонентами с несущими колебаниями  $\cos(2\pi f_0 t)$  и  $\sin(2\pi f_0 t)$ , то значение огибающей этого сигнала в произвольный момент времени можно определить равенством

$$A_S(t) = \sqrt{A^2 u_I^2(t) \cos^2\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right) + A^2 u_Q^2(t) \sin^2\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right)} = A,$$

поскольку в соответствии с (1.18) и (1.19) для любого момента времени

$$u_I^2(t) = u_Q^2(t) = 1.$$

Отклонение фазы сигнала (1.20) от фазы несущего колебания на любом интервале времени длительностью  $T_C$  является линейным, приращение фазы на этом интервале равно  $90^\circ$ . Чтобы убедиться в этом, достаточно определить общую фазу этого сигнала на произвольном интервале времени  $(i-1)T_C < t < iT_C$ . Учитывая постоянство огибающей, узкополосный сигнал (1.20) можно записать следующим образом:

$$s(t) = A \cos[2\pi f_0 t + \Phi(t)]. \quad (1.21)$$

В этом случае для отклонения фазы  $\Phi(t)$  на первом интервале на основании (1.20) имеем

$$\Phi(t) = \operatorname{arctg}\left[\frac{A u_Q(t) \sin\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right)}{A u_I(t) \cos\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right)}\right] = \operatorname{arctg}[u_I(t) u_Q(t) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi t}{2T_C}\right)], \quad 0 < t \leq T_C. \quad (1.22)$$

Из (1.18) следует, что произведение  $u_I(t) u_Q(t)$  для любого момента времени на рассматриваемом интервале имеет постоянное значение, равное либо +1, либо -1. Поэтому можно записать для первого интервала

$$\Phi(t) = \begin{cases} \frac{\pi t}{2T_C} & \text{для } u_1(t)u_Q(t) = b_{-1}b_0 + 1, \\ -\frac{\pi t}{2T_C} & \text{для } u_1(t)u_Q(t) = b_{-1}b_0 - 1. \end{cases} \quad (1.23)$$

В зависимости от значения произведения символов  $b_{-1}b_0$  при  $t = T_C$  значение приращения фазы будет равно либо  $+90^\circ$ , либо  $-90^\circ$ .

Поэтому для сигнала (1.20) на первом интервале можно использовать следующее представление:

$$s(t) = A \cos\left[2\pi f_0 t + b_{-1}b_0 \frac{\pi t}{2T_C}\right], \quad 0 < t \leq T_C.$$

Эти рассуждения можно повторить для второго интервала времени, получив аналогичное представление

$$s(t) = A \cos\left[2\pi f_0 t + b_{-1}b_0 \frac{\pi}{2} + b_0b_1 \frac{\pi(t - T_C)}{2T_C}\right], \quad T_C < t \leq 2T_C. \quad (1.24)$$

Из (1.24) становится очевидным рекуррентное соотношение между представлениями сигнала (1.20) на последовательности временных интервалов длительностью  $T_C$ , что позволяет сразу записать общее представление этого сигнала на произвольном интервале:

$$s(t) = A \cos\left\{2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^{i-2} b_{k-1}b_k + b_{i-2}b_{i-1} \frac{\pi[t - (i-1)T_C]}{2T_C}\right\}, \quad (i-1)T_C < t \leq iT_C. \quad (1.25)$$

Это представление аналогично представлению (1.17); следовательно, сигнал (1.20) действительно является ЧМ сигналом с непрерывной фазой.

Из (1.25) следует, что ММС сигнал, сформированный квадратурным модулятором, обладает следующей особенностью: знак приращения фазы на очередном временном интервале определяется не только очередным символом, передаваемым на этом интервале, но и значением предшествующего символа. Поэтому при демодуляции такого сигнала в приемнике необходимо учитывать эту взаимосвязь между соседними канальными символами.

На рис. 1.19 представлена функциональная схема устройства, обеспечивающего формирование ММС сигнала в соответствии с его представлением (1.25). Поток информационных битов поступает на вход демультиплексора, в котором разбивается на две подпоследовательности – нечетных и четных битов. Каждая подпоследовательность преобразуется в последовательность положительных или отрицательных прямоугольных импульсов. Далее импульсы обеих подпоследовательностей расширяются до длительностей  $2T_C$ , переме-

жаются на гармонические полуволны квадратурных каналов и переносятся на высокую частоту.

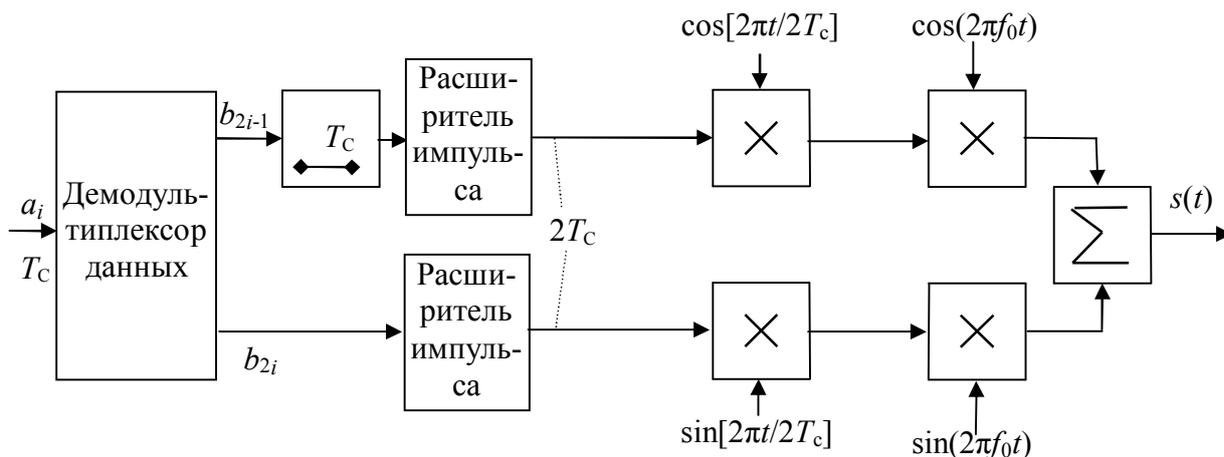


Рис. 1.19. Функциональная схема устройства формирования ММС сигнала (1.25)

На практике часто используется несколько иной способ формирования ММС сигнала; соответствующая функциональная схема представлена на рис. 1.20. Перемножение несущего гармонического колебания с  $\cos[\pi t/(2T_c)]$  приводит к двум гармоническим сигналам с частотами  $f_0+1/(4T_c)$  и  $f_0-1/(4T_c)$  и связанными фазами. Эти сигналы разделяются узкополосными фильтрами и комбинируются так, чтобы сформировать соответственно синфазную и квадратурную компоненты несущего колебания, которые далее перемножаются с подпоследовательностями  $u_I(t)$  нечётных и  $u_Q(t)$  чётных символов.

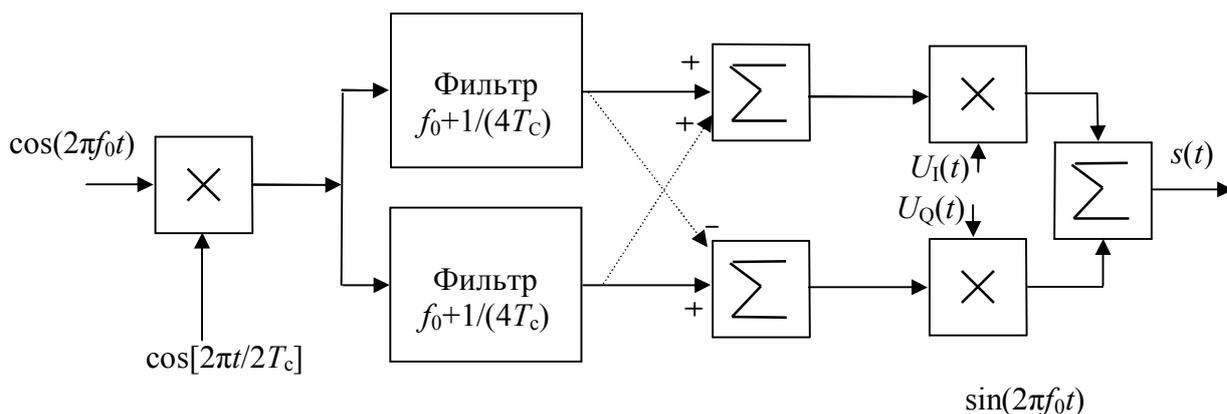


Рис. 1.20. Функциональная схема устройства формирования ММС сигнала

Сигналы с ММС применяются в настоящее время в спутниковой связи, в военных системах связи и управления и в диапазоне очень низких частот для гидроакустической связи. Поскольку длительность импульсов в квадратурных каналах увеличена в два раза, то спектральная плотность мощности этих сиг-

налов занимает значительно меньшую полосу частот, в результате чего эти сигналы обладают хорошей спектральной эффективностью.

### 1.3.4. Гауссовская частотная модуляция с минимальным сдвигом.

ММС сигнал имеет постоянную огибающую и занимает меньшую полосу частот, чем сигнал с обычной частотной манипуляцией. Однако для многих приложений спектр ММС сигнала все еще остается достаточно широким. Основная причина этого состоит в том, что его фазовые траектории хотя и непрерывны, но являются ломаными линиями, так что их первая производная по времени оказывается разрывной. Сглаживание этих фазовых траекторий является одним из возможных путей дальнейшего уменьшения ширины спектра ММС сигнала. Достигается данный эффект использованием дополнительной фильтрации модулирующего сигнала до его переноса на высокую частоту.

На рис. 1.21 представлена функциональная схема устройства формирования сигнала с гауссовской модуляцией с минимальным сдвигом (ГММС сигнал).

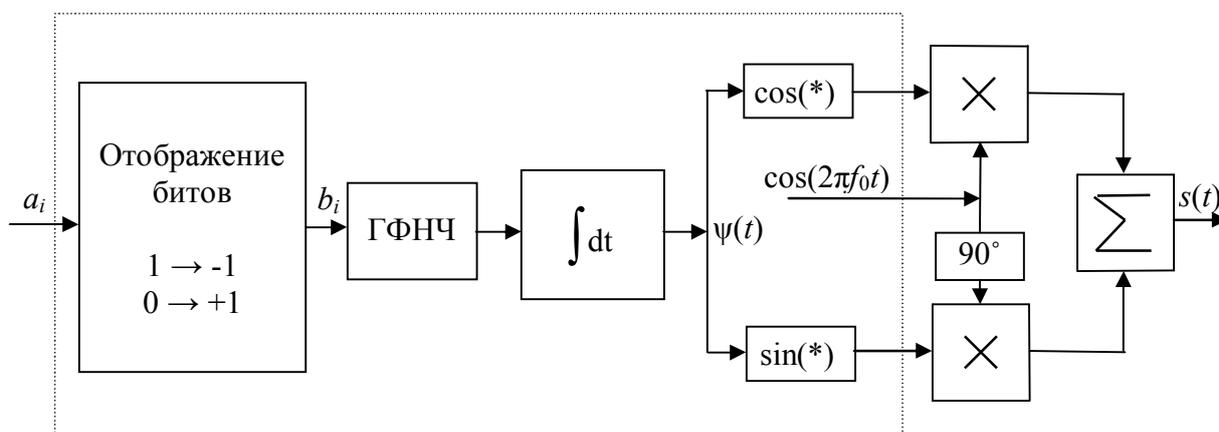


Рис. 1.21. Функциональная схема устройства формирования ГММС сигнала

Новым элементом в данной схеме является гауссовский фильтр низкой частоты (ГФНЧ) с импульсным откликом и амплитудно-частотной характеристикой, определяемыми следующими равенствами:

$$g(t) = B \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} \exp\left\{-\frac{2\pi^2 B^2}{\ln 2} t^2\right\}, \quad (1.26)$$

$$G(f) = \exp\left\{-\left(\frac{f}{B}\right)^2 \frac{\ln 2}{2}\right\}, \quad (1.27)$$

где  $B$  – ширина полосы пропускания фильтра на уровне -3 дБ.

На выходе ГФНЧ отклик на каждый импульс подпоследовательности определяется как свертка прямоугольного импульса на входе и импульсной характеристики фильтра:

$$r(t) = v(t) * g(t) = \int_t^{t+T_C} g\{\tau\}d\tau = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left[ -\frac{2}{\ln 2} \pi B t \right] + \operatorname{erf} \left[ \frac{2}{\ln 2} \pi B (t + T_C) \right] \right\}. \quad (1.28)$$

Здесь

$$\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\pi_0} \int_0^t \exp\{-\tau^2\}d\tau. \quad (1.29)$$

При  $BT_C = 1$  длительность импульсного отклика фильтра примерно равна длительности одного импульса на входе фильтра и сглаживание формы импульса оказывается незначительным. При уменьшении полосы пропускания  $B$  отклик на одиночный импульс приближается к гауссовской кривой и имеет более компактный спектр; в результате фазовые траектории не имеют изломов. Если полоса  $B$  неограниченно увеличивается, то форма отклика приближается к форме одиночного импульса. В пределе при  $BT_C = \infty$  можно считать, что фильтр отсутствует, а схема формирует ММС сигнал.

При практическом построении устройства формирования ГММС сигнала основные операции формирования сигнала могут быть выполнены с помощью цифровых элементов, которые на рис. 1.21 обведены пунктирной линией; только преобразование частоты выполняется аналоговыми устройствами. Наиболее сложным элементом этой схемы является гауссовский фильтр низкой частоты. Обычно он реализуется как цифровой фильтр с конечной импульсной характеристикой. Значительная доля операций при этом может быть выполнена специализированным процессором.

Гауссовская ММС обеспечивает достаточно высокую спектральную эффективность системы связи и широко используется в современных системах связи с подвижными объектами. В частности, в системах сотовой связи стандарта GSM при  $BT_C = 0,3$  и в системах цифровой бесшнуровой связи европейского стандарта DECT при  $BT_C = 0,5$ . Эта функциональная схема устройства формирования ГММС сигнала используется также в системах связи стандарта PCS-1900.

На рис. 1.22 более детально представлены некоторые элементы данного устройства. Пунктирной линией обведены аналоговые устройства.

В современных системах связи предусматриваются серьезные меры для обеспечения устойчивой связи в сложных условиях распространения радиоволн (движение передатчика и приемника, препятствия на пути распространения радиоволн). К таким мерам в первую очередь следует отнести медленные скачки по частоте в течение сеанса связи и управление мощностью, излучаемой передатчиками. Способы реализации этих мер можно проиллюстрировать, если ввести незначительные изменения в схему, представленную на рис. 1.21. Эти изменения показаны на рис. 1.23.

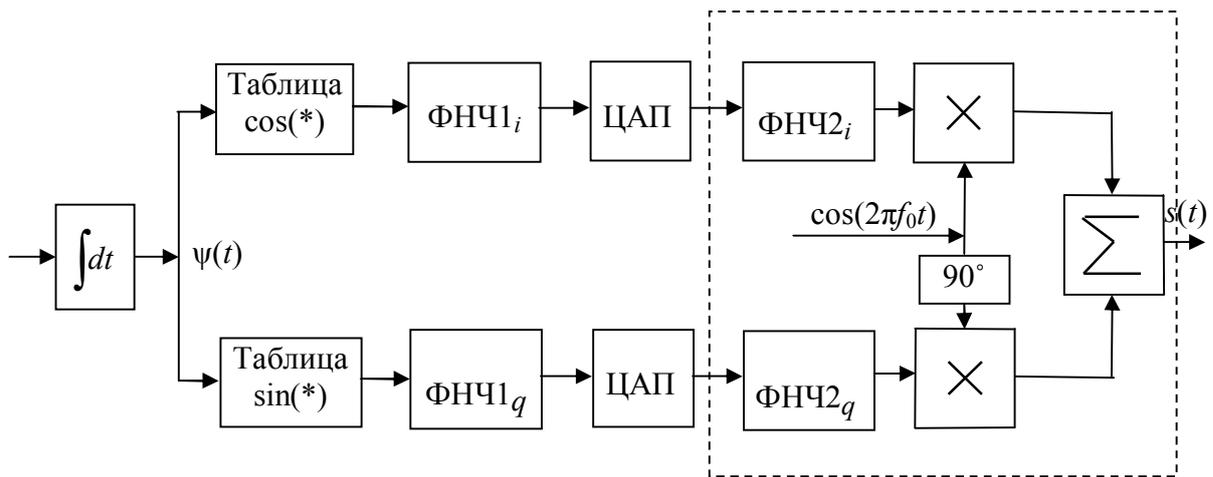


Рис. 1.22. Элементы устройства формирования ГММС сигнала

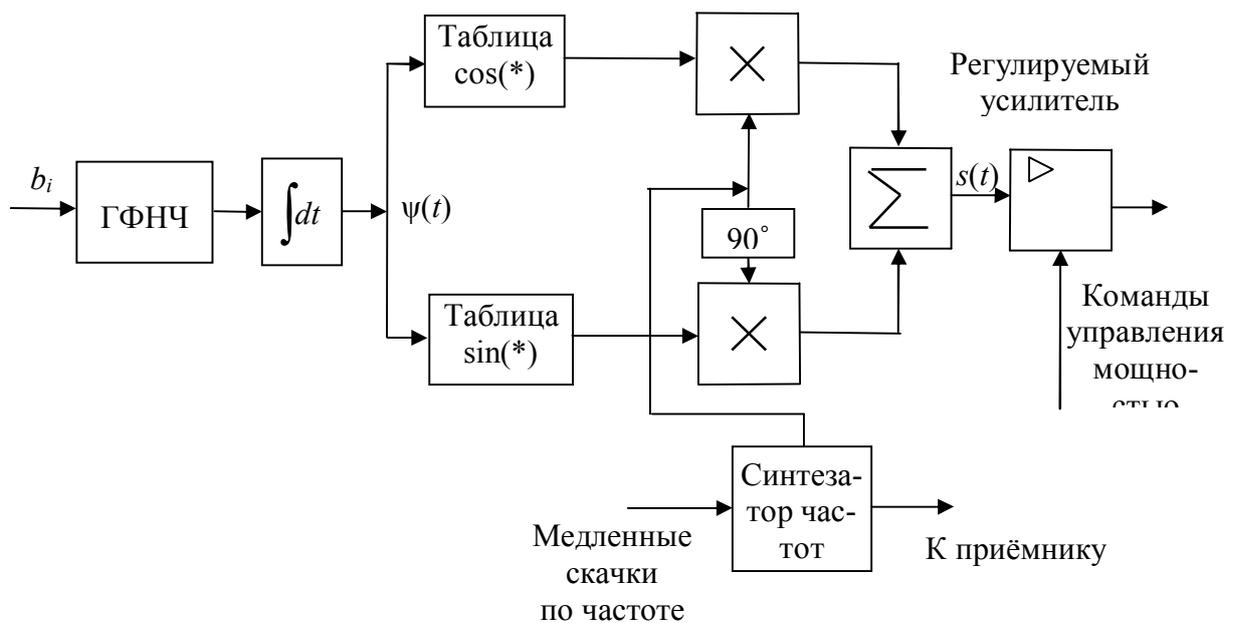


Рис. 1.23. Функциональная схема устройства формирования ГММС сигнала, включающая элементы управления излучаемой мощностью и частотой несущего колебания

Команды управления мощностью формируются специальной системой, которая контролирует уровень сигнала на входе приемника. Медленные скачки по частоте осуществляются с частотой в несколько сотен герц. Для стандарта GSM эта частота равна 217 Гц.

## 1.4. Амплитудная модуляция

При амплитудной модуляции в соответствии с символами передаваемого сообщения изменяется амплитуда передаваемого сигнала, поэтому АМ сигнал можно записать в следующем виде:

$$s(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t), \quad (1.30)$$

где

$$A(t) = \sum_{k=0}^{k-1} d_k U_{T_S}(t - kT_S), \quad (1.31)$$

$d_k$  – случайные величины, принимающие значения из множества  $\{a_i, i = \overline{1, M}\}$ , элементы которого

$$a_i = (2i - 1 - M) \frac{d}{2}, \quad i = \overline{1, M}; \quad (1.32)$$

$M = 2^m$  – количество возможных двоичных последовательностей, создаваемых источником дискретных сообщений,

$U_{T_S}(t)$  – импульс прямоугольной формы длительностью  $T_S$  и единичной энергией.

На рис. 1.24 дана геометрическая иллюстрация формируемого ансамбля АМ сигналов для  $M = 4$ ,  $M = 8$ ,  $d = 2$ .

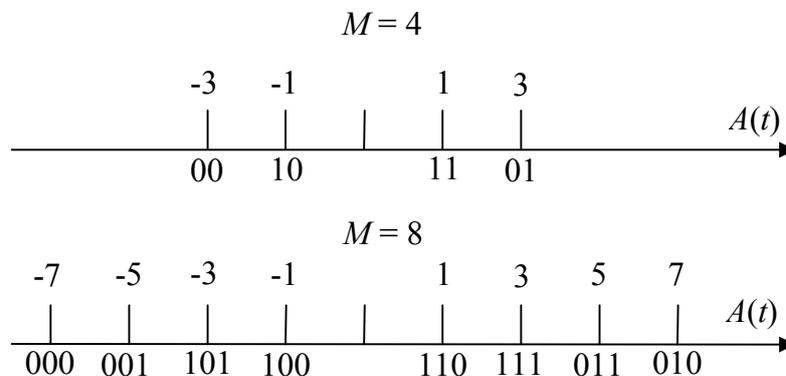


Рис. 1.24. Геометрическое представление ансамбля АМ сигналов

## 1.5. Комбинированные методы модуляции

**1.5.1. Квадратурная амплитудная модуляция.** При  $M$ -ичной фазовой модуляции, рассмотренной в § 1.2, амплитуда и частота несущего колебания в течение сеанса связи остаются постоянными. Изменяется только начальная фаза каждого канального символа.

При квадратурной амплитудной модуляции (КАМ) изменяются значения амплитуды и начальной фазы каждого канального символа. Если число возможных значений этих параметров дискретно и конечно, то этот тип модуляции также является цифровым. Один канальный символ сигнала при таком способе модуляции можно представить следующим равенством:

$$s_m(t) = A_m \cos(2\pi f_0 t + \Phi_m) = \operatorname{Re}[A_m \exp\{j\Phi_m\} \exp\{2\pi f_0 t\}], \quad (1.33)$$

$$(i-1)T_C < t \leq iT_C,$$

в котором  $\dot{A}_m = A_m \exp\{j\Phi_m\}$  является комплексной амплитудой этого канального символа,  $m = 1, 2, \dots, M$ . При построении сигнального созвездия этого сигнала удобнее использовать вещественную и мнимую части комплексной амплитуды:

$$s_m(t) = A_m \cos(2\pi f_0 t + \Phi_m) = A_m \cos(\Phi_m) \cos(2\pi f_0 t) + A_m \sin(\Phi_m) \times$$

$$\times \sin(2\pi f_0 t) = a_m \cos(2\pi f_0 t) + b_m \sin(2\pi f_0 t), \quad (i-1) < t \leq iT_C,$$
(1.34)

где  $a_m$  и  $b_m$  – координаты  $m$ -й точки сигнального созвездия КАМ сигнала.

На рис. 1.25 показана структурная схема модулятора и на рис. 1.26 сигнальное созвездие для случая, когда  $a(t)$  и  $b(t)$  принимают значения  $\pm 1, \pm 3$  (4-уровневая КАМ).

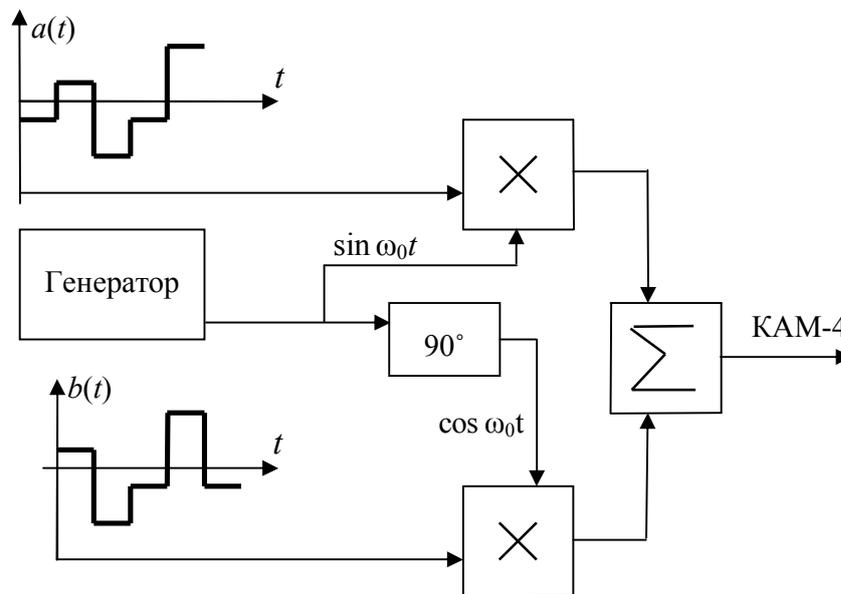


Рис. 1.25. Структурная схема модулятора КАМ-16

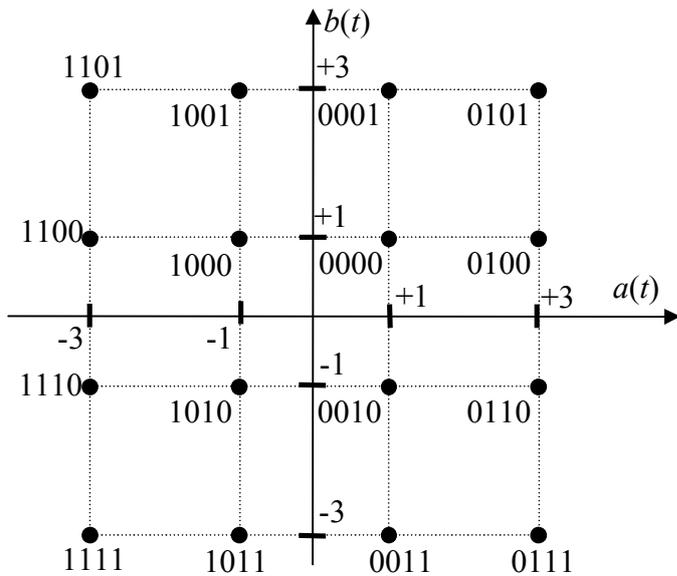


Рис. 1.26. Сигнальная диаграмма КАМ-16

Величины  $\pm 1$ ,  $\pm 3$  определяют уровни модуляции и имеют относительный характер. Созвездие содержит 16 сигнальных точек, каждая из которых соответствует четырём передаваемым информационным битам. Существует несколько способов практической реализации 4-уровневой КАМ, наиболее распространённым из которых является так называемый **способ модуляции наложением**. В схеме, реализующей данный способ, используются два одинаковых четырехфазных модулятора.

Структурная схема такого модулятора приведена на рис. 1.27, а диаграммы, поясняющие его работу, приведены на рис. 1.28.

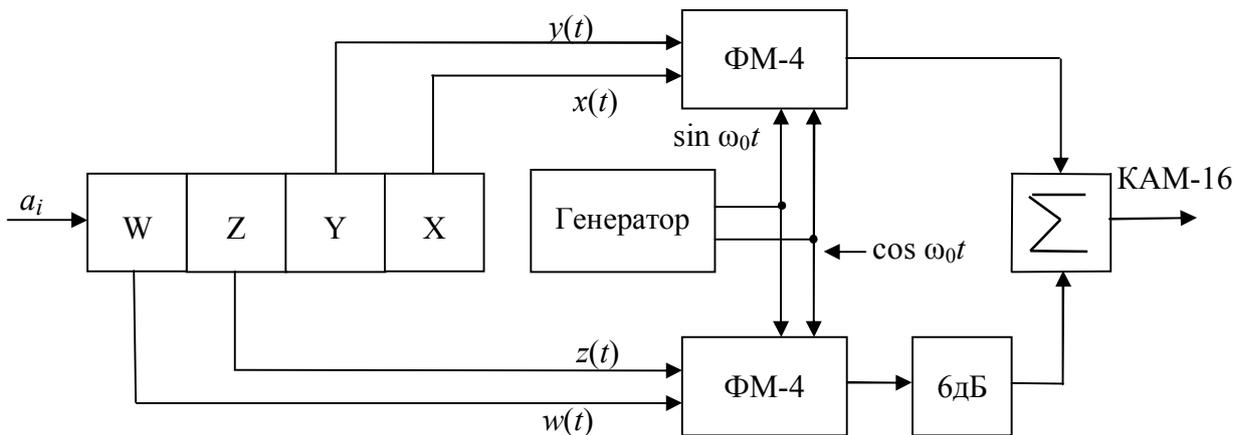


Рис. 1.27. Структурная схема модулятора КАМ-16, использующего способ модуляции наложением

Необходимо отметить, что разные каналные символы этого сигнала имеют разную энергию; расстояние между разными сигнальными точками также оказывается различным. В результате вероятность перепутывания символов в приемнике для разных символов оказывается разной.

Один каналный символ такого сигнала может переносить  $m = \log_2 M$  информационных битов. В частности, при  $M = 16$  имеем  $m = 4$ . Поэтому если по-прежнему считать, что длительность одного бита равна  $T_c$  то длительность одного каналного символа КАМ сигнала равна  $T_{KC} = mT_c$ . Следовательно, при

формировании этого сигнала поток информационных битов должен группироваться в блоки по  $t$  битов. Каждому блоку должен быть поставлен в соответствие один канальный символ. Установление такого соответствия называется сигнальным кодированием.

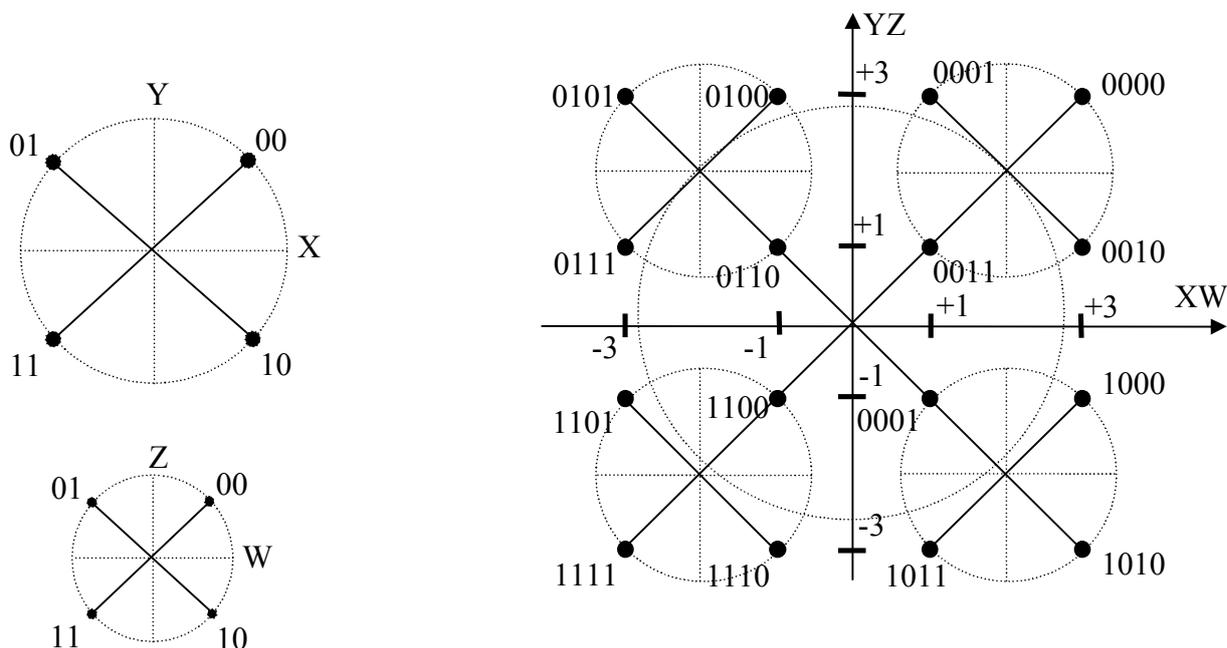


Рис. 1.28. Диаграммы модулятора КАМ-16, использующего способ модуляции наложением

На рис. 1.26 сигнальное созвездие имеет форму квадрата или квадратной решетки, в узлах которой располагаются сигнальные точки. Это не единственно возможная форма сигнального созвездия и не всегда лучшая. Сигнальные созвездия могут иметь форму, например, креста, круга, что часто оказывается необходимым при больших значениях  $M$ . В современных системах связи значения этого параметра могут превышать 1024.

При больших значениях  $M$  задавать множества возможных координат сигнальных точек проще с помощью целых чисел, нумеруя сигнальные точки от начала координат. Например, для квадратной сигнальной решетки, изображенной на рис. 1.26, можно ввести обозначения  $a_{\min}$  и  $b_{\min}$  для координат точек ближайших к началу координат. Тогда если все соседние точки имеют одинаковые расстояния между собой вдоль каждой оси, то координаты остальных точек можно выразить через значения координат ближайших точек с помощью соотношений:

$$a_k = \pm k a_{\min}, \quad b_l = \pm l b_{\min}, \quad (1.35)$$

где индексы  $k$  и  $l$  принимают целочисленные значения.

Например, для созвездия рис. 1.26 значения индексов принадлежат множеству  $\{-3, -1, +1, +3\}$ . Совокупность всех точек этого сигнального созвездия может быть задана с помощью матрицы

$$\{k, l\} = \begin{bmatrix} (-3,+3) & (-1,+3) & (+1,+3) & (3,+3) \\ (-3,+1) & (-1,+1) & (+1,+1) & (3,+1) \\ (-3,-1) & (-1,-1) & (+1,-1) & (3,-1) \\ (-3,-3) & (-1,-3) & (+1,-3) & (3,-3) \end{bmatrix}. \quad (1.36)$$

Из теории связи известно, что при равном числе точек в сигнальном созвездии спектр сигналов КАМ идентичен спектру сигналов ФМ. Однако помехоустойчивость систем ФМ и КАМ различна. При большом числе точек сигналы системы КАМ имеют лучшие характеристики, чем системы ФМ. Основная причина этого состоит в том, что расстояние между сигнальными точками в системе ФМ меньше расстояния между сигнальными точками в системе КАМ. Расстояние  $d$  между соседними точками сигнального созвездия в системе КАМ (рис. 1.29) с  $L$  уровнями модуляции определяется выражением:  $d = \sqrt{2} / (L - 1)$ .

Аналогично для ФМ:  $d = 2 \sin(\pi / M)$ , где  $M$  – число фаз.

Из приведённых выражений следует, что при увеличении значения  $M$  и одном и том же уровне мощности системы КАМ предпочтительнее систем ФМ. Например, при  $M = 16$  ( $L=4$ )  $d_{\text{КАМ}} = 0,471$  и  $d_{\text{ФМ}} = 0,390$ , а при  $M = 32$  ( $L = 6$ )  $d_{\text{КАМ}} = 0,283$ ,  $d_{\text{ФМ}} = 0,196$ .

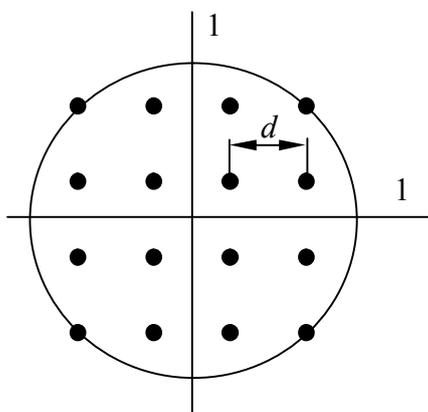


Рис. 1.29. Сигнальное созвездие КАМ-16

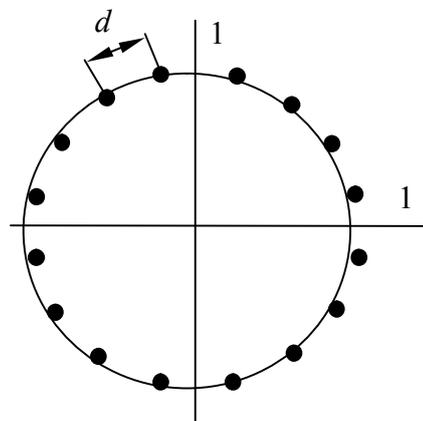


Рис. 1.30. Сигнальное созвездие ФМ-16

**1.5.2. М-ичная частотная модуляция.** Для  $M$ -ичной частотной модуляции передаваемые каналные символы определяются выражениями

$$s_m(t) = A \cos \left[ \frac{\pi}{T_C} (n_0 + m)t \right], \quad (i-1)T_C < t \leq iT_C, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (1.37)$$

где  $f_0 = n_0 / (2T_C)$  для некоторого целого числа  $n_0$ .  $M$  передаваемых канальных символов имеют одинаковую энергию и одинаковую длительность; частоты символов отстоят друг от друга на  $1/(2T_C)$  Гц, что обеспечивает попарную ортогональность всех символов.

Один символ  $M$ -ичного ЧМ сигнала может переносить  $M = \log_2 M$  информационных битов. Структурная схема соответствующего устройства представлена на рис. 1.31.

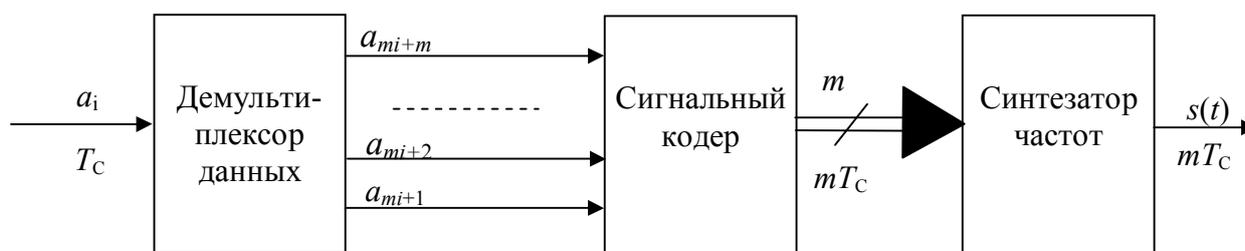


Рис. 1.31. Структурная схема устройства формирования  $M$ -ичного ЧМ сигнала

**1.5.3. CAP-модуляция.** Амплитудно-фазовая модуляция с подавлением несущей (CAP – Carrier less Amplitude modulation/Phase modulation) является одним из широко используемых в настоящее время на DSL линиях способов модуляции. CAP-модуляция представляет собой одну из разновидностей КАМ, её особенность заключается в специальной обработке модулированного информационного сигнала перед отправкой его в линию. В процессе этой обработки из спектра модулированного сигнала исключается составляющая, которая соответствует частоте несущего колебания КАМ. После того, как приёмник принимает переданный информационный сигнал, он сначала восстанавливает частоту несущего колебания, а уже после этого восстанавливает информационный сигнал. Такие манипуляции со спектром выполняются для того, чтобы уменьшить долю неинформативной составляющей в спектре передаваемого информационного сигнала. Это в свою очередь делается для обеспечения большей энергетика сигнала и уменьшения уровня перекрёстных помех у сигналов, которые передаются одновременно.

Основные принципы формирования выходного CAP-модулированного сигнала соответствует принципам формирования КАМ-сигнала. Отличия указанных методов заключаются в наличии дополнительных процедур, необходимых для формирования и восстановления спектра CAP-модулированного сигнала.

Одна из возможных функциональных схем формирования сигнала, модулированного в соответствии с принципами метода CAP, представлена на рис. 1.32.

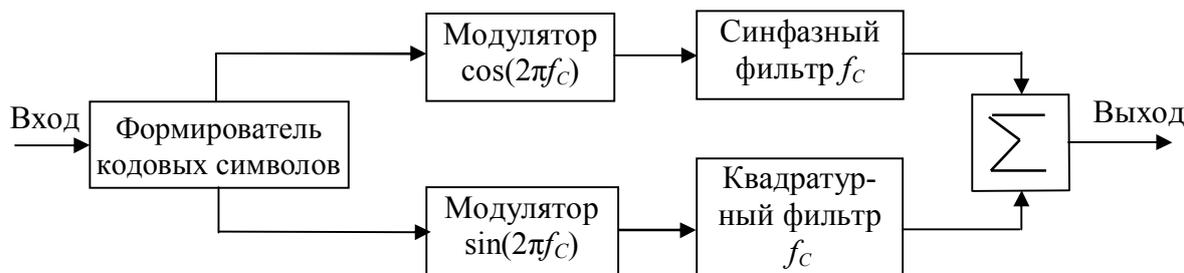


Рис. 1.32. Схема формирования CAP-модулированного сигнала

Для подавления гармоник несущего колебания используется синфазный и квадратурный фильтры. Для адекватного восстановления сформированного таким образом сигнала на приёмной стороне должны быть выполнены операции по восстановлению несущего колебания. После восстановления несущей приёмник выполняет те же операции, что и приёмник КАМ. Поэтому, по крайней мере, теоретически приёмник CAP может взаимодействовать с передатчиком КАМ. CAP-модуляция может быть использована для формирования сигналов в различных технологиях xDSL.

Требуемое соотношение сигнал/шум находится в следующей зависимости от конкретного используемого способа CAP:

Способ CAP	Требуемое отношение сигнал/шум, дБ
CAP-4	14,5
CAP-8	18,0
CAP-16	21,5
CAP-32	24,5
CAP-64	27,7
CAP-128	30,6
CAP-256	33,8

В соответствии с определением значение относительного соотношения сигнал/шум соответствует уровню помехи, при которой вероятность искажения бита на приемной стороне не будет превышать значения  $10^{-7}$ . Как и в случае КАМ, помехоустойчивость метода модуляции уменьшается при повышении его спектральной эффективности.

Поскольку амплитудно-фазовая модуляция с подавлением несущей являются, по сути, квадратурно-амплитудной модуляцией, ей свойственны все положительные качества, которые присущи этому классу способов – относительная простота реализации и высокая спектральная эффективность. Несомненным достоинством собственно CAP-модуляции является высокая энергетическая эффективность формируемого сигнала. Именно этот способ модуляции теоретически способен обеспечить максимальные значения соотношения сигнал/шум. Все эти полезные качества CAP-модуляции позволяют применять ее для построения эффективных и экономичных приёмо-передающих устройств широкого спектра технологий DSL.

**1.5.4. DMT-модуляция.** Многочастотный способ модуляции (DMT – Discrete Multi Tone) не является принципиально новым. Формирование сигналов согласно DMT принципиально иное, чем у представленных выше. В отличие от КАМ-модуляции, в данном случае используется не одна, группа частот несущих колебаний. Применительно к конкретике xDSL-технологий весь расчётный частотный диапазон делится на несколько участков шириной по 4,3125 кГц. Каждый из этих участков используется для организации независимого канала передачи данных. На этапе вхождения в связь, а именно на этапе проверки качества линии, передатчик, исходя из уровня помех в частотном диапазоне участка, для каждого из отдельных каналов выбирает подходящую схему модуляции. На «чистых» частотных участках с малым уровнем шумов могут быть использованы методы с большими значениями спектральной плотности, например, КАМ-64. Очевидно, что использование такого принципа регулирования скорости передачи данных позволяет наиболее точно согласовывать параметры модулированного сигнала с параметрами линии, по которой он будет передаваться. При передаче данных информация распределяется между независимыми каналами пропорционально их пропускной способности, приёмник выполняет операцию демультимплексирования и восстанавливает исходный информационный поток. Рис. 1.33 и 1.34 иллюстрируют описанный процесс адаптации.

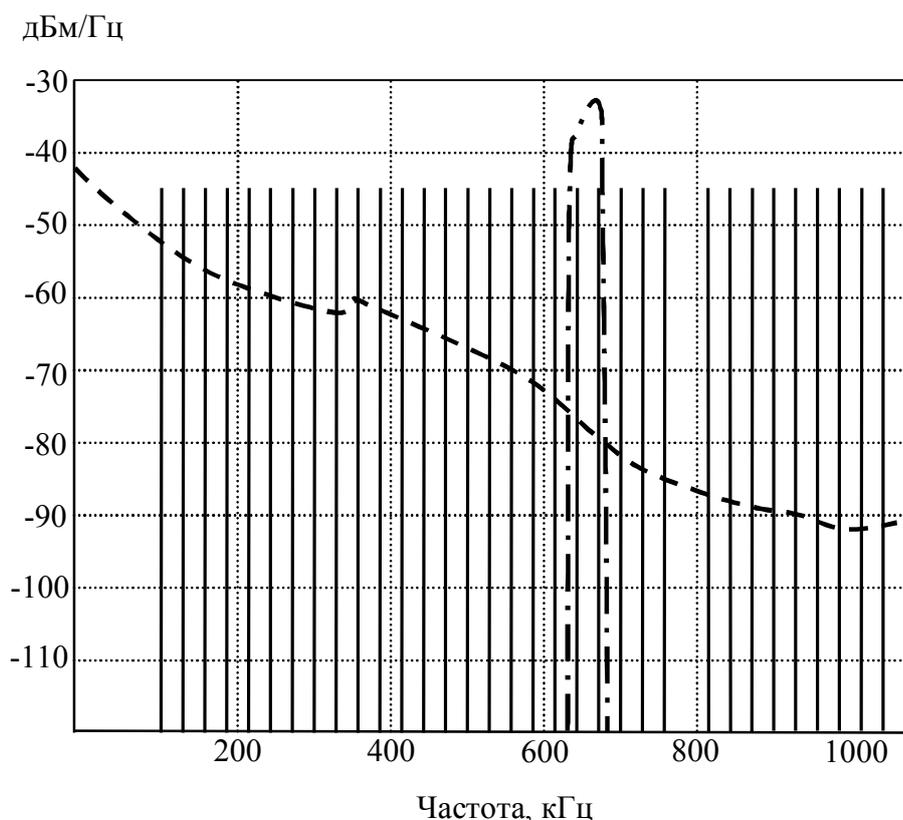


Рис. 1.33. Пример условий адаптации DMT-передатчика

На рис. 1.33 сплошной линией обозначена неадаптированная частотная характеристика передаваемого DMT-сигнала. Пунктиром выделена кривая зависимости затухания в линии от частоты передаваемого сигнала. Штрихпунктирной линией обозначена частотная помеха, которая постоянно действует на сравнительно небольшом участке в пределах рабочего диапазона частот передатчика. После выполнения операций согласования пропускной способности элементарных каналов с приведенными частотными характеристиками линии, зависимость скоростей передачи данных от частотного номера элементарного канала приведена на рис. 1.34.

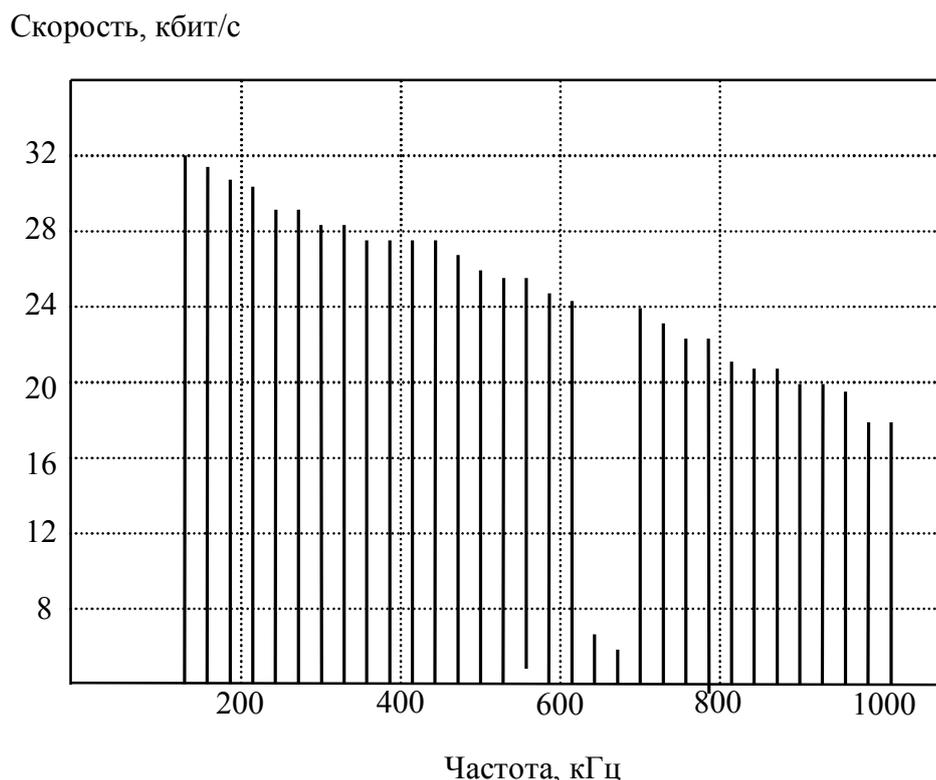


Рис. 1.34. Результат адаптации при использовании DTM-модуляции

Способ DMT-модуляции это дальнейшее развитие идеи, составляющей основу КАМ. Этот способ может обеспечить высокую скорость и надежность передачи данных. К дополнительным достоинствам также относятся возможность оперативной и точной адаптации приемопередающих устройств к характеристикам конкретной линии. Не последним положительным фактором выступает практически повсеместное признание этого алгоритма стандартизирующими организациями.

Недостатками DMT-модуляции можно считать его громоздкость и недостаточную технологичность.

**1.5.5. OFDM-модуляция.** Способ OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) является упрощенным вариантом DMT. В отличие от DMT, OFDM-модуляция использует единое значение спектральной эффективности

для всех частотных каналов. Основные принципы формирования OFDM-модулированного сигнала соответствуют принципам формирования DMT-сигнала. Единственное, но существенное, отличие этих двух методов заключается в способе управления пропускной способностью отдельных элементарных каналов. Значения пропускной способности элементарных частотных каналов, которые формируются согласно DMT, могут отличаться в различных частотных диапазонах. Способ OFDM использует одно значение пропускной способности и скорости передачи данных для элементарных каналов всего частотного диапазона.

К достоинствам многочастотных способов модуляции относятся обеспечение высоких скоростей передачи данных и способность нивелировать воздействие на сигнал помех, которые возникают в линии. Несомненным достоинством также является наличие для них стандартов ИТУ. По сложности реализации способ OFDM занимает промежуточную позицию между CAP и DMT, что делает возможным его применение в малосерийных приложениях.

Недостатком способа OFDM можно считать невозможность избирательной адаптации пропускной способности элементарных каналов к частотным характеристикам всего частотного канала. Элементарные частотные каналы OFDM должны быть разделены технологическими заградительными интервалами. Чем больше будет число элементарных частотных каналов, тем шире будет совокупная длина частотного интервала, который не может быть использован непосредственно для передачи данных. Следствием этого является меньшая эффективность использования полосы пропускания линии.

## 1.6. Треллис-модуляция

Применение многопозиционной КАМ в чистом виде сопряжено с проблемой недостаточной помехоустойчивостью. Поэтому во всех современных высокоскоростных протоколах КАМ используется совместно с решетчатым кодированием – специальным видом сверточного кодирования. В результате появился новый способ модуляции, называемый **треллис-модуляцией** (TSM – Trellis Coded Modulation). Выбранная определённым образом комбинация конкретной КАМ и помехоустойчивого кода в отечественной технической литературе носит название **сигнально-кодовой конструкции** (СКК), которая позволяет повысить помехозащищённость передачи информации наряду со снижением требований к отношению сигнал/шум в канале на 3 – 6 дБ. При этом число сигнальных точек увеличивается вдвое за счёт добавления к информационным битам одного избыточного, образованного путём сверточного кодирования. Расширенный таким образом блок битов подвергается всё той же КАМ. В процессе демодуляции принятый сигнал декодируется по алгоритму Витерби. Именно этот алгоритм за счёт использования введённой избыточности и знания предыстории процесса приёма позволяет по критерию максимального правдоподобия выбрать из сигнального пространства наиболее достоверную эталонную точку.

Выбор способов модуляции и кодирования сводится к поиску такого заполнения сигнального пространства, при котором обеспечивается высокая скорость и высокая помехоустойчивость. Комбинирование различных ансамблей многопозиционных сигналов и помехоустойчивых кодов порождает множество вариантов сигнальных конструкций. Согласованные определенным образом варианты, обеспечивающие улучшение энергетической и частотной эффективности, и являются сигнально-кодowymi конструкциями. Все применяемые сегодня СКК используют свёрточное кодирование.

При осуществлении треллис-кодирования поток данных вначале разбивается на группы, состоящие из четырех последовательно идущих битов. Затем первые два бита каждой группы,  $Q_{1n}$  и  $Q_{2n}$ , подвергаются дифференциальному кодированию и преобразуются в биты  $Y_{1n}$  и  $Y_{2n}$ .

В табл. 1.3 приведены наборы битов, которые применяются при дифференциальном кодировании, используемом вместе с альтернативным треллис-кодированием в модемах серии V.32, которые поддерживают скорость 9600 бит/с.

Таблица 1.3.

Наборы битов, применяемые при дифференциальном кодировании и альтернативном треллис-кодировании

Биты на входе		Биты предыдущей группы на выходе		Биты на выходе	
$Q_{1n}$	$Q_{2n}$	$Y_{1n-1}$	$Y_{2n-1}$	$Y_{1n}$	$Y_{2n}$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1

Далее биты  $Y_{1n}$  и  $Y_{2n}$  подаются на вход блока, выполняющего свёрточное кодирование и генерирующего избыточный бит  $Y_{0n}$ . Затем этот бит и четыре информационных бита –  $Y_{1n}$ ,  $Y_{2n}$ ,  $Q_{3n}$  и  $Q_{4n}$  – преобразовываются в передаваемый сигнал, состояние которого (фаза-амплитуда) соответствует одному из двух наборов координат, приведенных в табл. 1.4.

Два набора состояний сигналов, которые используются  
в модемах серии V.32

Кодированные биты на входе					Безызбыточное кодирование		Треллис-кодирование	
(Y0)	Y1	Y2	Y3	Y4	Действительное	Мнимое	Действительное	Мнимое
0	0	0	0	0	-1	-1	-4	1
	0	0	0	1	-3	-1	0	-3
	0	0	1	0	-1	-3	0	1
	0	0	1	1	-3	-3	4	1
	0	1	0	0	1	-1	4	-1
	0	1	0	1	1	-3	0	3
	0	1	1	0	3	-1	0	-1
	0	1	1	1	3	-3	-4	-1
	1	0	0	0	-1	1	-2	3
	1	0	0	1	-1	3	-2	-1
	1	0	1	0	-3	1	2	3
	1	0	1	1	-3	3	2	-1
	1	1	0	0	1	1	2	-3
	1	1	0	1	3	1	2	1
	1	1	1	1	1	3	-2	-3
	1	1	1	1	3	3	-2	1
1	0	0	0	0		-3	-2	
	0	0	0	1		1	-2	
	0	0	1	0		-3	2	
	0	0	1	1		1	2	
	0	1	0	0		3	2	
	0	1	0	1		-1	2	
	0	1	1	0		3	-2	
	0	1	1	1		-1	-2	
	1	0	0	0		1	4	
	1	0	0	1		-3	0	
	1	0	1	0		1	0	
	1	0	1	1		1	-4	
	1	1	0	0		-1	-4	
	1	1	0	1		3	0	
	1	1	1	0		-1	0	
	1	1	1	1		-1	4	

Такие наборы координат применяются для представления состояния сигналов в модемах серии V.32, работающих со скоростью 9600 бит/с, причем один из наборов применяется при безызбыточном кодировании, а второй – при треллис-кодировании. Если каждое из возможных состояний сигналов (фаза-амплитуда), используемых при треллис-кодировании представить в виде точки в двухмерной системе координат, получится 32-точечное созвездие, показанное на рис. 1.35 (состояния А, В, С и D применяются при тренинге модема для работы со скоростью 4800 бит/с).

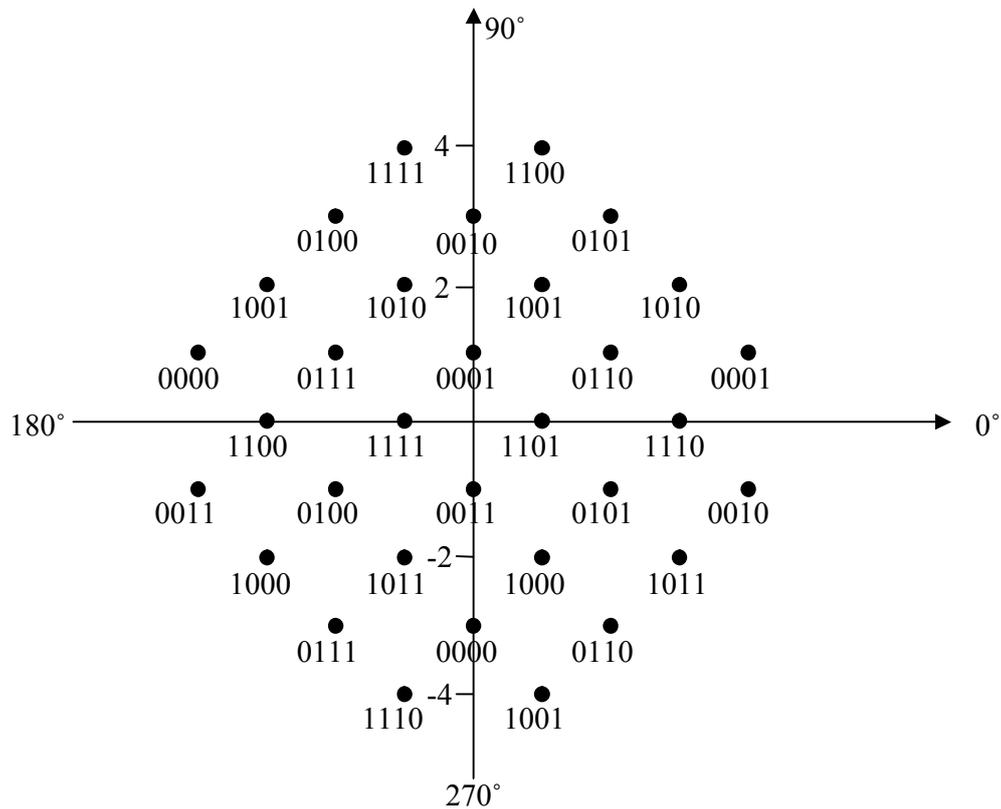


Рис. 1.35. Представленные в виде 32-точечного сигнального созвездия состояния сигналов при использовании треллис-модуляции

С помощью дополнительного бита, генерируемого в процессе треллис-кодирования, принимающий модем может обнаружить сигналы, состояния которых не соответствуют сигнальному созвездию, и исправить большинство возникающих при передаче ошибок. А это означает, что в случае выполнения треллис-кодирования количество неисправленных ошибок на порядок меньше, чем при выборе другого метода кодирования. Поэтому почти во всех модемах серии V.32, поддерживающих как треллис-кодирование, так и безызбыточное кодирование, в основном используется первый метод.

## 2. ШИРОКОПОЛОСНЫЕ СИГНАЛЫ

### 2.1. Основные термины и определения

Широкополосные сигналы первоначально нашли применение в военных и специальных системах связи, для которых характерны низкая вероятность перехвата и повышенная помехозащищенность [3]. Эти методы лежат в основе так называемой технологии расширения спектра сигналов, которая в последнее время начинает широко использоваться в коммерческих системах связи [1].

Технология расширения спектра сигналов заключается в преднамеренном увеличении в передатчике полосы частот, занимаемой сигналом-переносчиком сообщений и существенно превышающей ту, которая необходима при передаче с требуемыми скоростью и уровнем искажений, и обратном ее уменьшении до информационной полосы частот в приемнике системы связи.

Тогда полоса частот, занимаемая полезным сообщением будет  $\Delta F_b = 1/\tau_0$ , а полоса частот широкополосного сигнала  $\Delta F_s = 1/\Delta\tau_0$ . Так как  $\Delta\tau_0 < \tau_0$ , то и  $\Delta F_s > \Delta F_b$ .

Поясним сказанное с помощью рис. 2.1. Процесс расширения спектра полезного сообщения заключается в том, что элемент передаваемого сообщения  $U_b(t)$  длительностью  $\tau_0$  заменяется случайной последовательностью  $U_s(t)$ , где каждый элемент имеет длительность  $\Delta\tau_0$ .

В результате выполнения операции расширения спектра происходит уменьшение уровня спектральной плотности передаваемого сигнала, что затрудняет обнаружение факта работы системы связи и перехват передаваемых сообщений.

Благодаря низкому уровню спектральной плотности излучаемых сигналов с расширенным спектром системы связи могут использовать занятые участки радиочастотных диапазонов, не создавая существенных помех другим системам связи и службам.

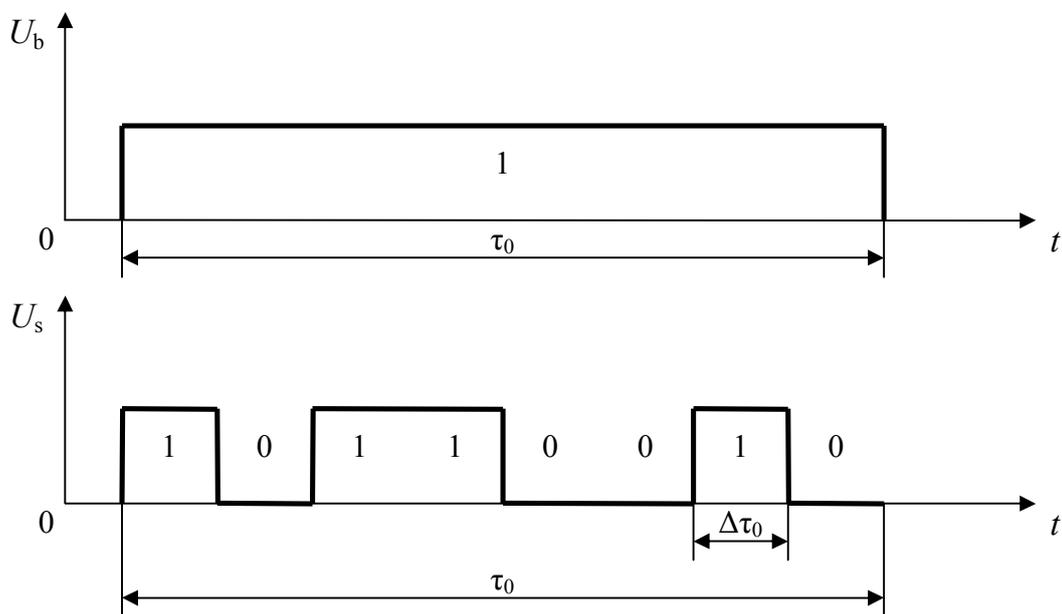


Рис. 2.1. Процесс замены одного бита сложным сигналом

При обратной операции сжатия спектра происходит восстановление первоначального спектра сигнала-переносчика сообщений и расширение, «размазывание» спектра сигналов преднамеренных и непреднамеренных помех. А поскольку в информационную полосу попадает лишь часть энергии сигналов,

«размытой» в широкой полосе частот, то в результате обеспечивается увеличение отношения мощностей сигнала и помехи (отношение сигнал/помеха), определяемое соотношением полос до и после сжатия спектра сигнала. Процесс ослабления помехи при обработке сигналов с расширенным спектром условно показан на рис. 2.2, б.

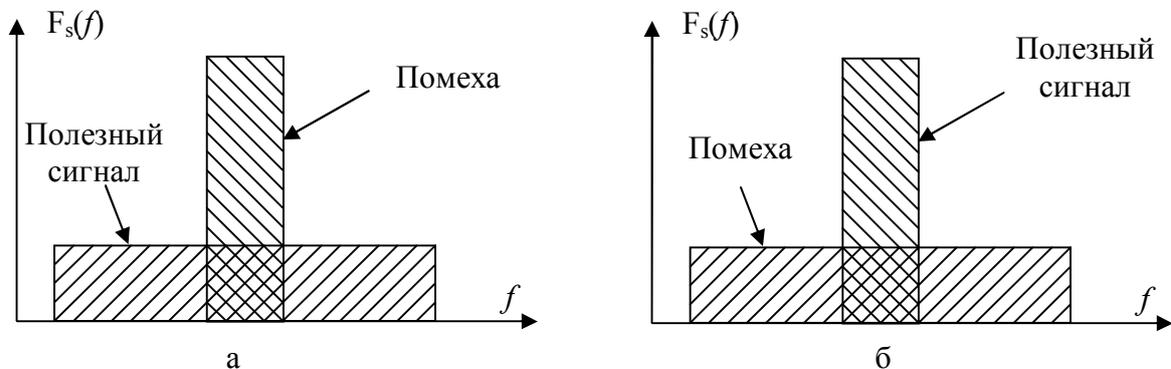


Рис. 2.2. Спектры сигнала и помехи при обработке сигналов с расширенным спектром: а – в канале связи; б – на выходе приёмника

Широкополосными сигналами (ШПС) называют такие сигналы, у которых произведение ширины спектра  $\Delta F_S$  на длительность  $\tau_0$  много больше единицы. Это произведение называется базой сигнала и обозначается  $B$ , т.е.

$$B = \Delta F_S \tau_0. \quad (2.1)$$

У ШПС  $B \gg 1$ . Широкополосные сигналы иногда называют сложными, псевдослучайными, шумоподобными, составными, многомерными.

В цифровых системах, передающих информацию в виде двоичных символов, длительность ШПС и скорость передачи информации  $R_b$  связаны соотношением  $\tau_0 = 1/R_b$ . Поэтому база ШПС

$$B = \Delta F_S / R_b \quad (2.2)$$

характеризует расширение спектра ШПС относительно спектра сообщения. В аналоговых системах связи, у которых частота сообщения равна  $F_m$  и частота дискретизации равна  $2F_m$ ,

$$B = \Delta F_S / 2F_m. \quad (2.3)$$

И если  $B \gg 1$ , то  $\Delta F_S \gg R_b$  и  $\Delta F_S \gg 2F_m$ . Именно поэтому системы с ШПС в зарубежной литературе получили название систем с расширенным (или распределенным) спектром, а в отечественной литературе – широкополосные системы.

Известны несколько методов модуляции с расширением спектра сигнала, которые можно классифицировать в соответствии с тем, по какому из четырех основных параметров радиосигнала: амплитуде, фазе, частоте или временному положению (задержке) осуществляется модуляция сигналом, расширяющим спектр.

Поскольку для обеспечения высокого КПД выходных каскадов передатчика амплитуду желательно сохранять постоянной, то к настоящему времени наибольшее распространение получили методы расширения спектра сигналов: основанные на изменении их фазы, частоты и временного положения (задержки) в соответствии с некоторым законом. Среди этих методов можно выделить следующие базовые:

- непосредственная модуляция несущей частоты псевдослучайной последовательностью (ПСП), иначе псевдослучайная частотная или фазовая манипуляция; в результате формируется так называемый сигнал с прямым расширением спектра;

- программная перестройка рабочей частоты (ППРЧ), приводящая к формированию сигнала со скачкообразным изменением несущей частоты;

- программная перестройка временного положения импульсных сигналов или псевдослучайная времяимпульсная модуляция (ПВИМ). В итоге получаются импульсные сигналы со скачкообразным изменением временного положения;

- частотная модуляция по линейному закону (ЛЧМ); в этом случае мгновенная частота радиосигнала в течение интервала времени, равного длительности сигнала  $T_s$ , либо нарастает, либо убывает по линейному закону и в результате формируются ЛЧМ сигналы с различными законами изменения частоты.

Рассмотрим систему связи, в которой осуществляется передача дискретных сообщений со скоростью  $R_b$ , бит/с. После модуляции с расширением спектра полоса передаваемого сигнала увеличивается до  $\Delta F_s$  Гц, причем  $\Delta F_s \gg R_b$ . Величину  $\Delta F_s$  будем называть шириной полосы сигнала с расширенным спектром. Предположим, что в канале связи действует помеха мощностью  $P_{\Pi}$ , которая распределена в пределах полосы  $\Delta F_{\Pi}$ . После сжатия спектра ширина полосы полезного сигнала снова становится равной  $R_b$ , а спектральная плотность помехи – равной  $P_0 = P_{\Pi} / \Delta F_s$ . Отношение энергии сигнала, приходящейся на бит сообщения, к спектральной плотности эквивалентного шума определяется выражением

$$\frac{E_b}{P_0} = \frac{P_s / R_b}{P_{\Pi} / \Delta F_s} = \frac{P_s \cdot \Delta F_s}{P_{\Pi} \cdot R_b} = \frac{P_s}{P_{\Pi}} B, \quad (2.3)$$

где  $\frac{P_s}{P_{\Pi}}$  – отношение мощностей полезного сигнала и помехи,

а  $\frac{\Delta F_s}{R_b} = B$  – база сигнала или выигрыш при обработке сигналов системы.

Так как при оптимальной демодуляции сигналов вероятность ошибки зависит только от значения отношения  $E_b/P_0$ , то максимально допустимое превышение мощности помехи над мощностью сигнала полностью определяется значением выигрыша при обработке  $B$ . Если учесть возможные энергетические потери  $L_S$  при реализации системы связи, то максимально допустимое превышение мощности помехи над мощностью сигнала, выраженное в децибелах будет определяться так называемым коэффициентом помехозащищенности

$$Q = B - L_S - E_b/P_0. \quad (2.4)$$

Например, при  $R_b = 5$  кбит/с,  $\Delta F_S = 20$  МГц,  $E_b/P_0 = 20$  и  $L_S = 2$  коэффициент помехозащищенности  $Q = 36$  дБ - 13 дБ - 3 дБ = 20 дБ, т.е. мощность помехи может превышать мощность сигнала в 100 раз.

## 2.2. Методы расширения спектра частот передаваемых сообщений

**2.2.1. Прямое расширение спектра.** Обобщенная структурная схема системы связи, использующей сигналы с прямым расширением спектра, изображена на рис. 2.3. Она содержит источник дискретных сообщений, модулятор первой ступени, модулятор второй ступени, синтезатор частот, преобразователь частоты вверх, усилитель мощности, передающую и приемную антенны, преселектор, малошумящий усилитель, преобразователь частоты вниз, синтезатор частот, демодулятор второй ступени, демодулятор первой ступени, блоки поиска и синхронизации.

В модуляторе первой ступени осуществляется модуляция сигнала, как правило, промежуточной частоты сигналом передаваемого дискретного сообщения  $d(t)$ . На первой ступени модуляции могут быть использованы все рассмотренные ранее традиционные и нетрадиционные виды модуляции: фазовая (ФМ), частотная (ЧМ) и спектрально-эффективные: квадратурная, фазовая, квадратурная фазовая со сдвигом, квадратурная фазовая с фазовым сдвигом  $\pi/4$ , частотная с минимальным частотным сдвигом и частотная с минимальным частотным сдвигом и гауссовской предмодуляционной фильтрацией. В результате формируется сигнал

$$s_1(t) = \text{Re} \{ A_1 \exp [ j(2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0(t)) ] \}, \quad (2.5)$$

где  $A_1$  – амплитуда сигнала;

$f_1$  – частота модулируемого гармонического колебания;

$Q(t)$  – изменения фазы, обусловленные передаваемым сообщением и зависящие от вида используемой модуляции;

$\Theta_0(t)$  – случайная начальная фаза.

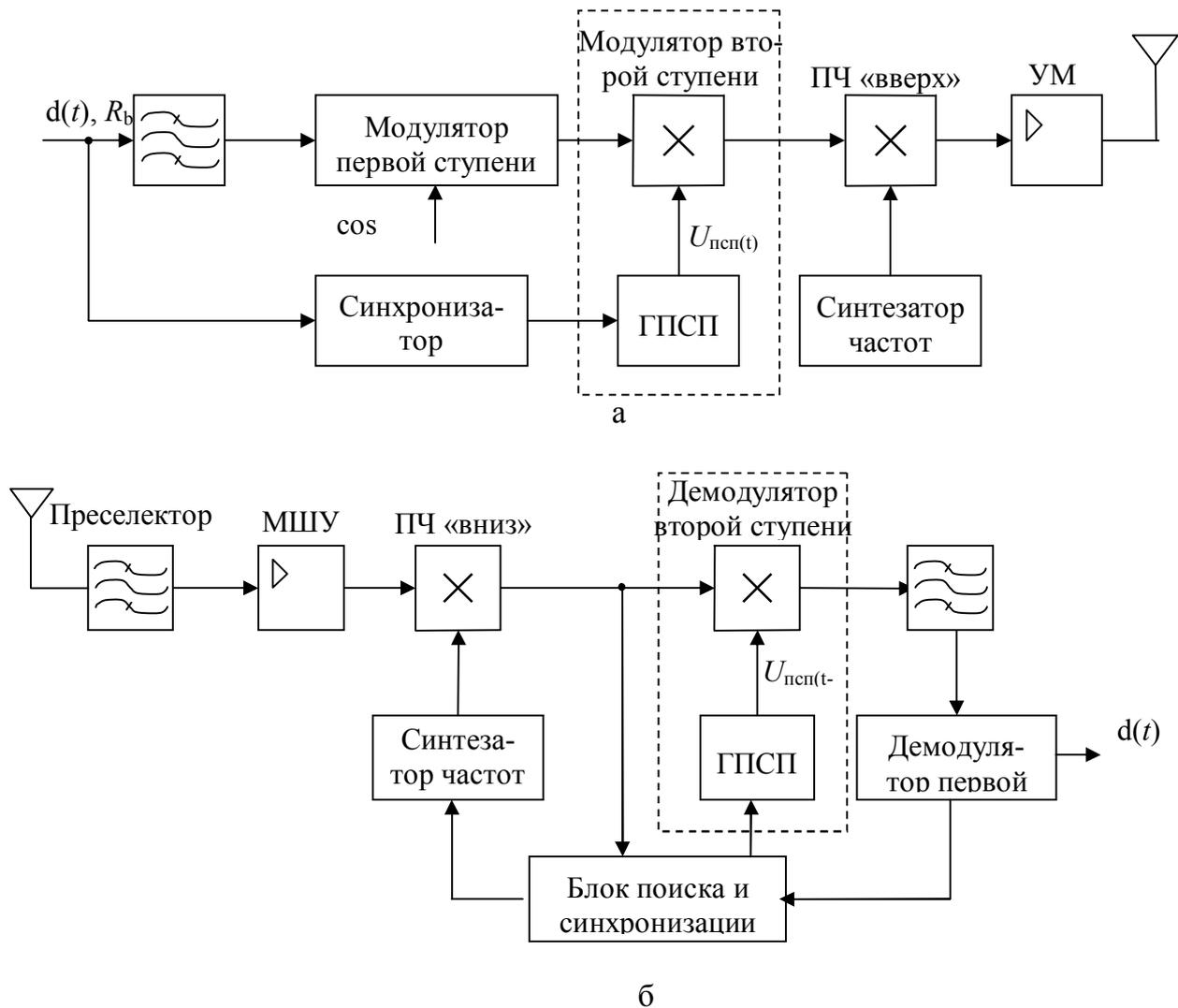


Рис. 2.3. Структурная схема системы связи, использующая сигналы с прямым расширением спектра:  
 а – передающая часть; б – приёмная часть

В модуляторе второй ступени осуществляется расширение спектра сигнала путем балансной модуляции сигналом расширения спектра в виде двоичной псевдослучайной последовательности (ПСП), формируемой генератором (ГПСП). На выходе модулятора второй ступени формируется сигнал с расширенным спектром

$$s_2(t) = \text{Re} \{ A_2 U_{\text{ПСП}} \exp [ j ( 2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0(t) ) ] \}, \quad (2.6)$$

где

$$U_{\text{ПСП}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n U_{T_0}(t - nT_0);$$

$C_n$  – элементы ПСП, принимающие значения  $\pm 1$ ;

$U_{T_0}(t)$  – функция, описывающая форму одиночного импульса сигнала ПСП.

После переноса на частоту излучения  $f_0$  и усиления передается сигнал

$$s(t) = \operatorname{Re}\{AU_{\text{ПСП}} \exp[j(2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0)]\}. \quad (2.7)$$

В приемнике после предварительной селекции и усиления принимаемый сигнал переносится на промежуточную частоту для последующей обработки. В демодуляторе второй ступени осуществляется сжатие спектра входного сигнала путем его перемножения с опорной ПСП и последующей полосовой фильтрации. В результате на выходе полосового фильтра формируется сигнал

$$\hat{s}_2(t) = \operatorname{Re}\{KA_2 \overline{U_{\text{ПСП}}(t-\tau)U_{\text{ПСП}}(t-\hat{\tau})} \exp[j(2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0(t))]\}, \quad (2.8)$$

где  $K$  – коэффициент передачи приемопередающего тракта и среды распространения, черта сверху – символ временного усреднения;

$\tau$  и  $\hat{\tau}$  – соответственно задержка модулирующей ПСП в точке приема и ее оценка, формируемая в блоке поиска и синхронизации.

При  $\tau = \hat{\tau}$  модуляция, расширяющая спектр сигнала, полностью устраняется и получается сигнал

$$s_1(t) = \operatorname{Re}\{KA_2 \exp[j(2\pi f_1 t + \theta(t) + \theta_0(t))]\}, \quad (2.9)$$

который поступает на вход демодулятора первой ступени, где осуществляется выделение передаваемого сообщения  $\hat{d}(t)$ .

Таким образом, необходимым условием сжатия спектра входного сигнала является наличие «жесткой» временной синхронизации модулирующей и опорной ПСП. Она обеспечивается блоком поиска и синхронизации и осуществляется в два этапа: на первом – устраняется начальная неопределенность в результате выполнения процедуры поиска с точностью до длительности  $\Delta\tau_0$  элемента ПСП, на втором – точная синхронизация. За счет работы следящей системы (системы слежения за задержкой) ошибки синхронизации уменьшаются до значений, не превышающих  $(0,05 \dots 0,1)\Delta\tau_0$  [4].

Поиск осуществляется, например, путем последовательного временного сдвига на величину  $0,5\Delta\tau_0$  опорной ПСП через интервалы времени  $T_a$  и проверки наличия синхронизации модулирующей и опорной ПСП с помощью коррелятора и решающего устройства. Если сигнал на выходе коррелятора превышает пороговое значение, устанавливаемое в соответствии с выбранным критерием обнаружения, то поиск прекращается и включается система слежения за задержкой.

Система слежения за задержкой содержит временной дискриминатор, сглаживающий фильтр, перестраиваемый генератор тактовых импульсов и генератор опорных ПСП. Временной дискриминатор формирует управляющее напряжение, под воздействием которого изменяется задержка тактовых им-

пульсов и опорных ПСП до тех пор, пока управляющее напряжение не станет равным или близким нулю.

Трудности синхронизации генератора опорных ПСП с точностью до нескольких наносекунд ограничивают частоту следования символов ПСП значениями порядка десятков мегасимволов на секунду. Это означает, что ширина спектра  $\Delta F_S$  сигнала при таком методе расширения спектра не может превышать нескольких десятков мегагерц.

Определим значение выигрыша при обработке, обеспечиваемого сигналом с прямым расширением спектра, полагая, что для передачи символов сообщения используется двоичная фазовая манипуляция, а для расширения спектра – случайная двоичная последовательность импульсов прямоугольной формы длительностью  $\Delta\tau_0$  и равновероятным появлением значений амплитуды  $+A$  и  $-A$ .

Спектральная плотность такой последовательности определяется следующим выражением:

$$F_S(f) = A^2 \Delta\tau_0 \frac{\sin^2(\pi f \Delta\tau_0)}{(\pi f \Delta\tau_0)^2} = \frac{A^2 \tau_0}{B} \frac{\sin^2(\pi f \tau_0 / B)}{(\pi f \tau_0 / B)}, \quad (2.10)$$

где  $\tau_0$  – длительность двоичного символа сообщения (бита);

$B = \tau_0 / \Delta\tau_0$  – отношение длительности двоичных символов передаваемого сообщения и последовательности, используемой для расширения спектра.

График спектральной плотности сигналов с прямым расширением спектра, построенный для положительных частот, изображен на рис. 2.4. Там же показан график спектральной плотности обычного сигнала с двоичной фазовой манипуляцией. При его построении учтено соотношение длительностей импульсов модулирующих сигналов.

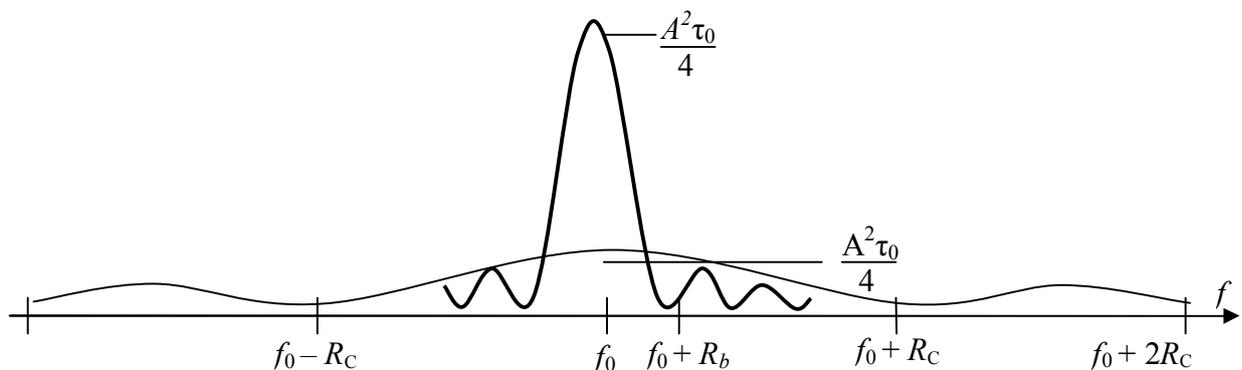


Рис. 2.4. Спектральные плотности сигнала с прямым расширением спектра и обычного сигнала с двоичной фазовой манипуляцией

Если ширину полосы частот сигналов определить по первым нулям спектральной плотности, то выигрыш при обработке, обеспечиваемый сигналом с прямым расширением спектра, будет определяться следующим выражением:

$$B = \frac{\Delta F_s}{\Delta F_d} = \frac{2\tau_0}{\Delta\tau_0} = \frac{2R_C}{R_b}, \quad (2.11)$$

где  $R_C$  – частота следования символов последовательности, используемой для расширения спектра,

$\Delta F_d$  – ширина полосы сигнала передаваемого сообщения.

Например, при  $R_C = 48$  Мсимв/с,  $R_b = 4,8$  Кбит/с имеем  $B = 210^4$  или 43 дБ.

Перечислим некоторые свойства сигналов с прямым расширением спектра, наиболее важные с точки зрения организации множественного доступа в системах связи с подвижными объектами.

– **Множественный доступ.** Если одновременно несколько абонентов используют канал передачи, то в канале одновременно присутствуют несколько сигналов с прямым расширением спектра. Каждый из этих сигналов занимает всю полосу канала. В приемнике сигнала конкретного абонента осуществляется обратная операция – свертывание сигнала этого абонента путем использования того же псевдослучайного сигнала, который был использован в передатчике этого абонента. Эта операция концентрирует мощность принимаемого широкополосного сигнала снова в узкой полосе частот, равной ширине спектра информационных символов. Если взаимная корреляционная функция между псевдослучайными сигналами данного абонента и других абонентов достаточно мала, то при когерентном приеме в информационную полосу приемника абонента попадет лишь незначительная доля мощности сигналов остальных абонентов. Сигнал конкретного абонента будет принят верно.

– **Многолучевая интерференция.** Если псевдослучайный сигнал, используемый для расширения спектра, имеет идеальную автокорреляционную функцию, значения которой вне интервала  $[-\tau_0, \tau_0]$  равны нулю, и если принимаемый сигнал и копия этого сигнала в другом луче сдвинуты во времени на величину, большую  $2\tau_0$ , то при сворачивании сигнала его копия может рассматриваться как мешающая интерференция, вносящая лишь малую долю мощности в информационную полосу.

– **Узкополосная помеха.** При когерентном приеме в приемнике осуществляется умножение принятого сигнала на копию псевдослучайного сигнала, используемого для расширения спектра в передатчике. Следовательно, в приемнике будет осуществляться операция расширения спектра узкополосной помехи, аналогичная той, которая выполнялась с информационным сигналом в передатчике. Следовательно, спектр узкополосной помехи в приемнике будет расширен в  $B$  раз, где  $B$  – коэффициент расширения, так что в информационную полосу частот попадет лишь малая доля мощности помехи, в  $B$  раз меньше исходной мощности помехи.

– **Вероятность перехвата.** Так как сигнал с прямым расширением спектра занимает всю полосу частот системы в течение всего времени передачи, то его излучаемая мощность, приходящаяся на 1 Гц полосы, будет иметь очень малые значения. Следовательно, обнаружение такого сигнала является очень трудной задачей.

Кроме перечисленных свойств, эти сигналы имеют и другие специфические свойства, одни из которых можно считать достоинствами (+), а другие – недостатками (–).

(+) Генерирование необходимых псевдослучайных сигналов может быть обеспечено простыми устройствами (регистрами сдвига).

(+) Операция расширения спектра может быть реализована простым умножением или сложением цифровых сигналов по модулю два.

(+) Генератор несущего колебания является простым, так как необходимо генерировать гармоническое несущее колебание только с одной частотой.

(+) Может быть реализован когерентный прием сигнала с прямым расширением спектра.

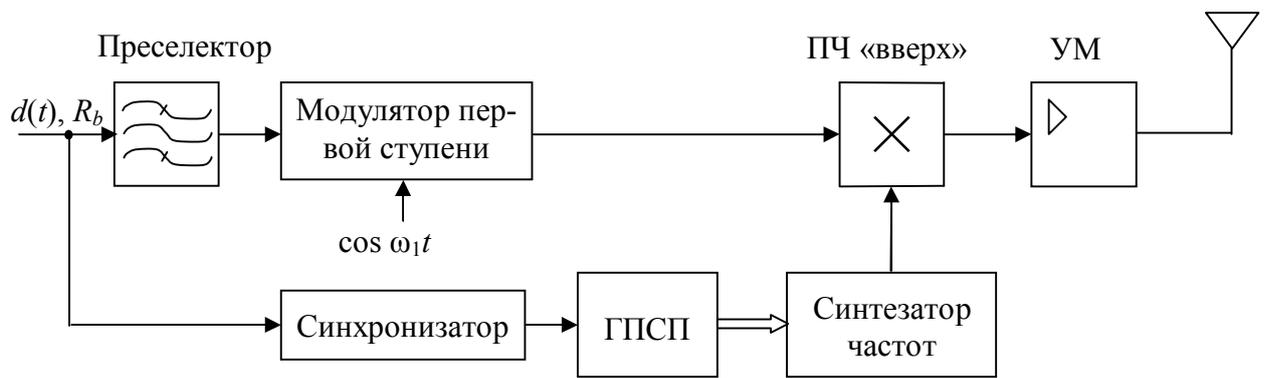
(+) Нет необходимости обеспечивать синхронизацию между абонентами системы.

(–) Выравнивание и поддержание синхронизации между генерируемым в приемнике и содержащимся в принимаемом сигнале псевдослучайными кодами является трудной задачей. Синхронизация должна поддерживаться с точностью до малой доли длительности элементарного символа,

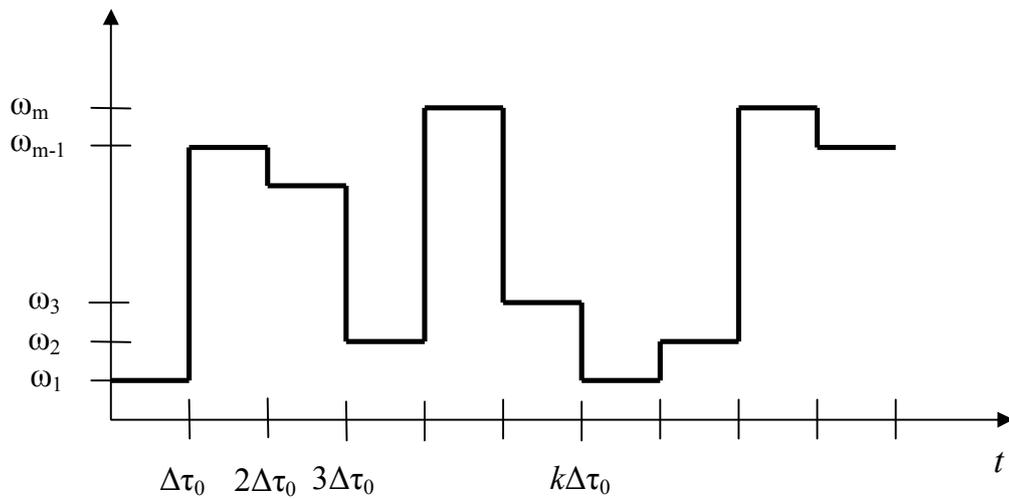
(–) Правильный прием информации обеспечивается только при высокой точности временной синхронизации, когда ошибка составляет малую долю длительности элементарного символа, что ограничивает возможность уменьшения длительности этого символа и, следовательно, возможность расширения полосы лишь до 10 – 20 МГц. Таким образом, существует ограничение на увеличение коэффициента расширения спектра.

(–) Мощность сигнала, принимаемого от близких к БС абонентов, намного превышает мощность сигнала далеких абонентов. Следовательно «близкий» абонент постоянно создает очень мощную помеху «далекому» абоненту, часто делая прием его сигнала невозможным. Эта проблема «близкий – далекий» может быть решена применением системы управления мощностью, излучаемой АС; цель управления – обеспечить одинаковую среднюю мощность сигналов разных пользователей на входе приемника БС. Однако обеспечение такого управления оказывается очень трудной задачей из-за задержек во времени в петле обратной связи, неточности оценивания уровней принимаемых сигналов, ошибок при передаче команд управления, снижения скорости передачи информации.

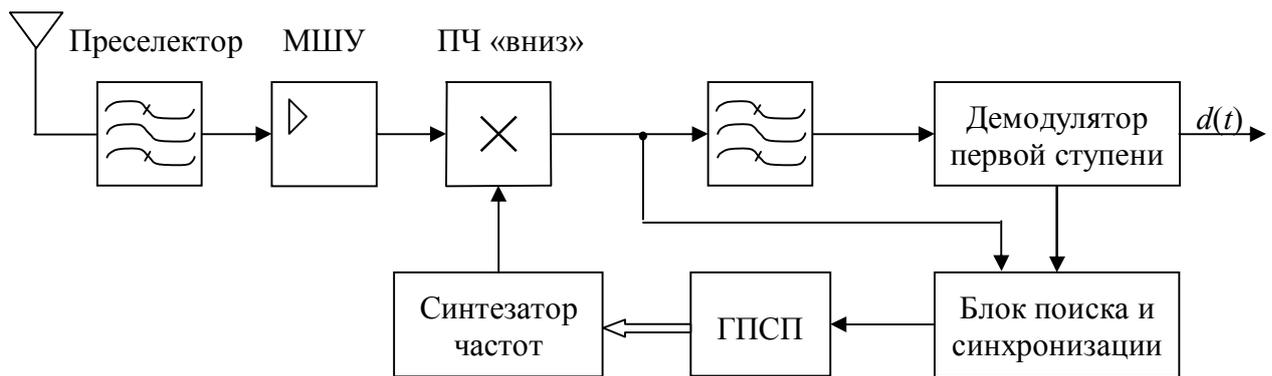
**2.2.2. Программная перестройка рабочей частоты.** Обобщённая схема системы связи, использующей сигналы с программной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ сигналы), изображена на рис. 2.5.



а



б



в

Рис. 2.5. Структурная схема системы связи, использующей сигналы с программной перестройкой рабочей частоты:

а – передающая часть; б – закон изменения частоты несущей; в – приёмная часть

В основном она содержит те же элементы, что и система, показанная на рис. 2.3. Отличие состоит в том, что цифровые синтезаторы частот в преобразователях частот «вверх» и «вниз» являются программно-перестраиваемыми по псевдослучайному закону. Здесь в явном виде отсутствуют модулятор и демодулятор второй ступени, а их функции выполняют преобразователи частот «вверх» и «вниз».

На выходе преобразователя частоты «вверх» формируется сигнал

$$s_2(t) = \operatorname{Re} \{ A_2 c(t) \exp [j(2\pi f_0 t + \theta(t))] \}, \quad (2.12)$$

где

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{\Delta\tau_0}(t - n\Delta\tau_0) \exp \{ j(2\pi f_n + \theta_n) \}; \quad (2.13)$$

$U_{\Delta\tau_0}$  – функция, описывающая форму одиночного импульса длительностью  $\Delta\tau_0$ ;

$\{\Theta_n\}$  – последовательность случайных фаз, возникающих при перестройке частоты на  $n$ -м интервале времени длительностью  $\Delta\tau_0$ ;

$\{f_n\}$  – псевдослучайная последовательность частотных сдвигов;

$\Theta(t)$  – изменения фазы, обусловленные модуляцией сигналом передаваемого сообщения.

Традиционно программная перестройка рабочей частоты используется в сочетании с двоичной многопозиционной частотной манипуляцией сигналом передаваемого сообщения. Перестройка частоты осуществляется путем непосредственного управления синтезатора сегментами ПСП, содержащими  $k$  символов. В результате диапазон изменения частоты несущей содержит  $2^k$  различных частот. При достаточно широком диапазоне и высокой скорости перестройки трудно сохранить непрерывность фазы несущей (фазовую когерентность). Этим объясняется включение последовательности  $\{\Theta_n\}$  в модель сигнала (2.13).

Если рассматривать кратковременный спектр сигнала с ППРЧ, например, при усреднении за длительность интервала перестройки  $\Delta\tau_0$ , то ширина полосы будет почти такой же, как и обычного ЧМ сигнала. При длительном усреднении спектр и соответственно ширина полосы частот сигнала с ППРЧ будет определяться диапазоном перестройки частот синтезатора, которая может достигать нескольких гигагерц. Это значительно превышает значения, получаемые при прямом расширении спектра.

В преобразователе частоты «вниз» приемника частота опорного сигнала отличается от частоты принимаемого сигнала на значение промежуточной частоты  $f_1$ . Поэтому на выходе преобразователя частоты «вниз»

$$\hat{s}_2(t) = \operatorname{Re} \{ K A_2 \exp [j2\pi f_1 t + f_0(t - \tau) + \theta(t)] \}. \quad (2.14)$$

При  $\hat{\tau} = \tau$  изменение частоты по закону ПСП полностью устраняется, спектр входного сигнала сжимается и получается сигнал

$$\hat{s}_2(t) = \text{Re}\{KA_2 \exp[j((2\pi f_1 t - \theta(t) - \theta_0))]\}, \quad (2.15)$$

который поступает на вход демодулятора, осуществляющего выделение сигнала передаваемого сообщения  $\hat{d}(t)$ .

Таким образом, необходимым условием сжатия спектра является совпадение по форме управляющих сигналов  $c(t)$  и  $\hat{c}(t)$ , определяющих изменение частоты соответственно входного и опорного сигналов. Выполнение этого условия обеспечивается блоком поиска и синхронизации в результате реализации процедур поиска и слежения, аналогичных тем, которые были рассмотрены выше.

В зависимости от соотношения между длительностями модулирующего  $\tau_0$  и управляющего перестройкой частоты  $\Delta\tau_0$  сигналов различают медленную (МППРЧ) и быструю (БППРЧ) программную перестройку рабочей частоты. В первом случае в течение интервала перестройки  $\Delta\tau_0$  может передаваться несколько символов сообщения, а во втором – один и тот же символ сообщения многократно передается на нескольких несущих частотах. Поэтому выполняются следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\tau_0 &= N\tau_0 \\ R_C &= R_b / N \end{aligned} \right\} \text{ для медленной ППРЧ;} \quad (2.16)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\tau_0 &= \tau_0 / N \\ R_C &= NR_b \end{aligned} \right\} \text{ для быстрой ППРЧ.} \quad (2.17)$$

Таким образом, скорость передачи элементов сигнала (скорость манипуляции) здесь определяется максимальной из двух величин  $R_b = 1/\tau_0$  и  $R_C = 1/\Delta\tau_0$  и равна тактовой частоте.

Шаг перестройки, или расстояние между соседними частотами, определяется скоростью манипуляции, т.е. видом ППРЧ. В частности, при  $R_b = R_C$  и использовании ППРЧ в сочетании с многопозиционной частотной манипуляцией шаг перестройки равен расстоянию между соседними частотами сигнала с многопозиционной частотной манипуляцией. В случае некогерентной демодуляции, а именно этот алгоритм чаще всего используется в системах ППРЧ/МЧМ для соблюдения условия ортогональности сигналов в усиленном смысле, расстояние между соседними частотами выбирается кратным  $R_b$ . При минимальном частотном разnose  $R_b$  в пределах всей полосы частот  $\Delta F_S$  размещаются  $M = \Delta F_S / R_b$  рабочих частот или частотных каналов с равномерным шагом. Эти рабочие частоты в одном из вариантов можно разбить на  $M_C$  неперекрывающихся частотных групп, каждая из которых занимает полосу шириной  $mR_b = mR_C$  ( $m$  – кратность частотной манипуляции). Пусть частоты, отображающие символы передаваемого сообщения, располагаются симметрично от-

носителем текущей частоты несущей. Тогда центральные частоты  $M_C = 2^k$  частотных групп будут определять множество программно перестраиваемых рабочих частот. Перестройка осуществляется с помощью цифрового синтезатора частот, управляемого  $k$ -разрядными сегментами ПСП, формируемой генератором ПСП. Частота передаваемого сигнала в интервале времени  $\tau_0$  определяется комбинацией текущей частоты несущей и частоты, отображающей символ передаваемого сообщения. В другом варианте допускается перекрытие соседних частотных групп, содержащих  $m$  частот, при минимальном расстоянии между ними равном  $R_C$ .

Пусть, как и в предыдущем варианте, центральные частоты частотных групп определяют множество программно перестраиваемых рабочих частот. Количество частот в множестве в этом случае увеличивается с  $M_C = M/m$  до  $M-(m-1)$ , т.е.  $M \gg m$  (приблизительно в  $m$  раз). Определим значение выигрыша при обработке, обеспечиваемого сигналом с программной перестройкой рабочей частоты.

Если в синтезаторе формируется  $M$  частот с шагом  $\Delta f$ , то занимаемая сигналом с программной перестройкой рабочей частоты ширина полосы частот

$$\begin{aligned} \Delta F_S &= M\Delta f + 2R_b \quad (\text{медленная ППРЧ}), \\ \Delta F_C &= M\Delta f + 2R_C \quad (\text{быстрая ППРЧ}). \end{aligned} \quad (2.18)$$

В случае медленной перестройки  $\Delta f = R_b$  и  $\Delta F_C = R_b$ , поэтому

$$G_{\text{МППРЧ}} = \Delta F_S / \Delta F_C = (MR_b + 2R_b) / R_b = (M + 2) \approx M. \quad (2.19)$$

В случае быстрой перестройки один и тот же символ сообщения передается на  $N$  различных частотах (кратность повторения равна  $N$ ), поэтому  $\Delta f = R_C = R_b N$  и выигрыш

$$G_{\text{БППРЧ}} = \Delta F_S / \Delta F_C = (MR_b + 2R_b N) / R_b = (MN + 2N) \approx MN. \quad (2.20)$$

Таким образом, для сигналов с быстрой ППРЧ выигрыш при обработке определяется не только количеством используемых частот  $M$ , но и кратностью повторения.

Следует подчеркнуть, что в случае быстрой ППРЧ при определении коэффициента помехозащищенности необходимо учитывать дополнительные энергетические потери, связанные с некогерентным сложением  $N = R_C/R_b$  элементов сигнала, передаваемых на различных частотах. Это сложение осуществляется при формировании статистики, по которой производится оценка символа передаваемого сообщения в демодуляторе.

В заключение отметим, что линейную частотную модуляцию сигнала несущей в пределах длительности  $\tau_0$  элемента сигнала можно рассматривать как частный случай ППРЧ. Поэтому структурная схема системы связи с использованием ЛЧМ сигналов имеет структурную схему, подобную изображенной на рис. 2.5.

Охарактеризуем теперь некоторые свойства сигналов с расширенным спектром скачками по частоте с точки зрения их использования в системах с множественным доступом.

– **Множественный доступ.** При быстрых скачках частоты один информационный символ передается на нескольких частотах. Если большая часть частот из множества  $I_f$  используется для передачи информации единственному абоненту, то принимаемая мощность полезного сигнала будет намного больше помех на этих частотах и соответствующих им временных интервалах и сигнал будет принят верно. При медленных скачках несколько информационных символов передаются на одной частоте. Если вероятность передачи в той же полосе сигналов другим абонентам достаточно мала, сигнал рассматриваемого абонента будет принят верно на большей части временных интервалов скачков частоты. На интервалах, в которых передаются сигналы другим абонентам, можно использовать корректирующие коды, чтобы восстановить данные на этих интервалах времени.

– **Многолучевая интерференция.** При быстрых скачках частоты частота несущего колебания изменяется несколько раз за время передачи одного информационного символа. Эффекты многолучевости на разных частотах часто можно считать независимыми. Поэтому можно ожидать, что на одних частотах уровень принимаемого сигнала может возрастать, в то время как на других частотах могут оказаться глубокие замирания, и наоборот. В приемнике отклики на разных частотах усредняются, что обеспечивает уменьшение влияния многолучевых замираний. При этом обычно используется некогерентное сложение сигналов с разных частот, что дает некоторое улучшение качества приема.

– **Узкополосная помеха.** Предположим, что узкополосный мешающий сигнал попал в одну из мгновенных полос сигнала с расширенным спектром. Если множество  $I_f$  содержит  $N_f$  частот, то рассматриваемый абонент будет использовать занятую помехой полосу в среднем  $1/N_f$  процентов времени. Следовательно, такая помеха будет подавлена примерно в  $N_f$  раз.

– **Низкая вероятность перехвата.** При передаче сигнала с быстрыми скачками частоты используется та же плотность мощности на 1 Гц занимаемой полосы, что и при узкополосной передаче без скачков частоты. Но частота, на которой будет передана очередная доля энергии сигнала, неизвестна, а длительность передачи на одной частоте очень мала. Следовательно, хотя такой сигнал легче обнаруживается, чем сигнал с прямым расширением, все же его прием по-прежнему остается трудной задачей.

Кроме перечисленных выше свойств, сигнал с расширением спектра скачками частоты имеет ряд других специфических свойств, которые можно рассматривать либо как преимущества (+), либо как недостатки (–).

(+) Синхронизация для таких сигналов заметно проще, чем для сигналов с прямым расширением спектра. Обычно расширение спектра скачками частоты достигается не за счет высокой частоты скачков, а за счет использования достаточно большого их числа (большого множества  $I_f$ ) при относительно больших значениях периода скачков  $T_f$ , который обычно намного больше дли-

тельности  $\tau_0$  элементарного символа сигнала с прямым расширением. Следовательно, система со скачками частоты допускает большие значения ошибок синхронизации.

(+) Различные мгновенные полосы частот, которые могут быть заняты элементами сигнала с прыгающей частотой, не обязательно должны быть соприкасающимися, поскольку не возникает никаких проблем при построении синтезатора частот, обеспечивающего быстрый переход от одной частоты к другой, не обязательно принадлежащей соседней полосе. С учетом более устойчивой синхронизации это свойство обеспечивает возможность использования сигналов со значительно большим расширением спектра.

(+) Вероятность передачи многими пользователями одновременно в одной и той же полосе мала. Сигнал, излучаемый АС, находящейся далеко от БС, тем не менее будет принят одновременно с сигналом от другой близкой к БС абонентской станции, так как их сигналы с большой вероятностью будут передаваться на разных частотах. Следовательно, проблема «близкий–далёкий» для данных систем решается намного лучше, чем для систем с прямым расширением.

(+) Поскольку системы с быстрыми скачками частоты допускают большой коэффициент расширения спектра, то подавление узкополосных помех в таких системах оказывается более эффективным, чем в системах с прямым расширением спектра.

(–) Необходимо синтезировать довольно сложный синтезатор частот.

(–) Быстрые изменения уровня сигнала при переключении частоты приводят к увеличению мгновенной полосы частот. Чтобы избежать этого, приходится уровень сигнала уменьшать перед и увеличивать после переключения.

(–) Требуется усиление когерентная демодуляция сигнала, поскольку трудно сохранить необходимые фазовые соотношения при переключениях частот.

**2.2.3. Программная перестройка временного положения импульсных сигналов.** Характерной особенностью системы связи с программной перестройкой временного положения сигналов, изображенной на рис. 2.6, является импульсный режим передачи. Поэтому для непрерывных источников дискретных сообщений передача осуществляется после предварительного преобразования в пакеты длительностью  $T_P$  в пределах цикла длительностью  $T_F$ . Пакет занимает определенный временной интервал (слот) в пределах цикла, а номер временного интервала определяется сегментом псевдослучайной последовательности, формируемой ГПСЧ. Устройство формирования пакетов осуществляет временное сжатие последовательностей символов передаваемого сообщения (трансформацию скорости). При этом скорость передачи по отношению к исходной увеличивается пропорционально коэффициенту сжатия. Отношение  $T_F/T_P$  характеризует скважность передачи. Для сохранения энергетического потенциала радиолинии неизменным приходится увеличивать излучаемую мощность пропорционально скважности.

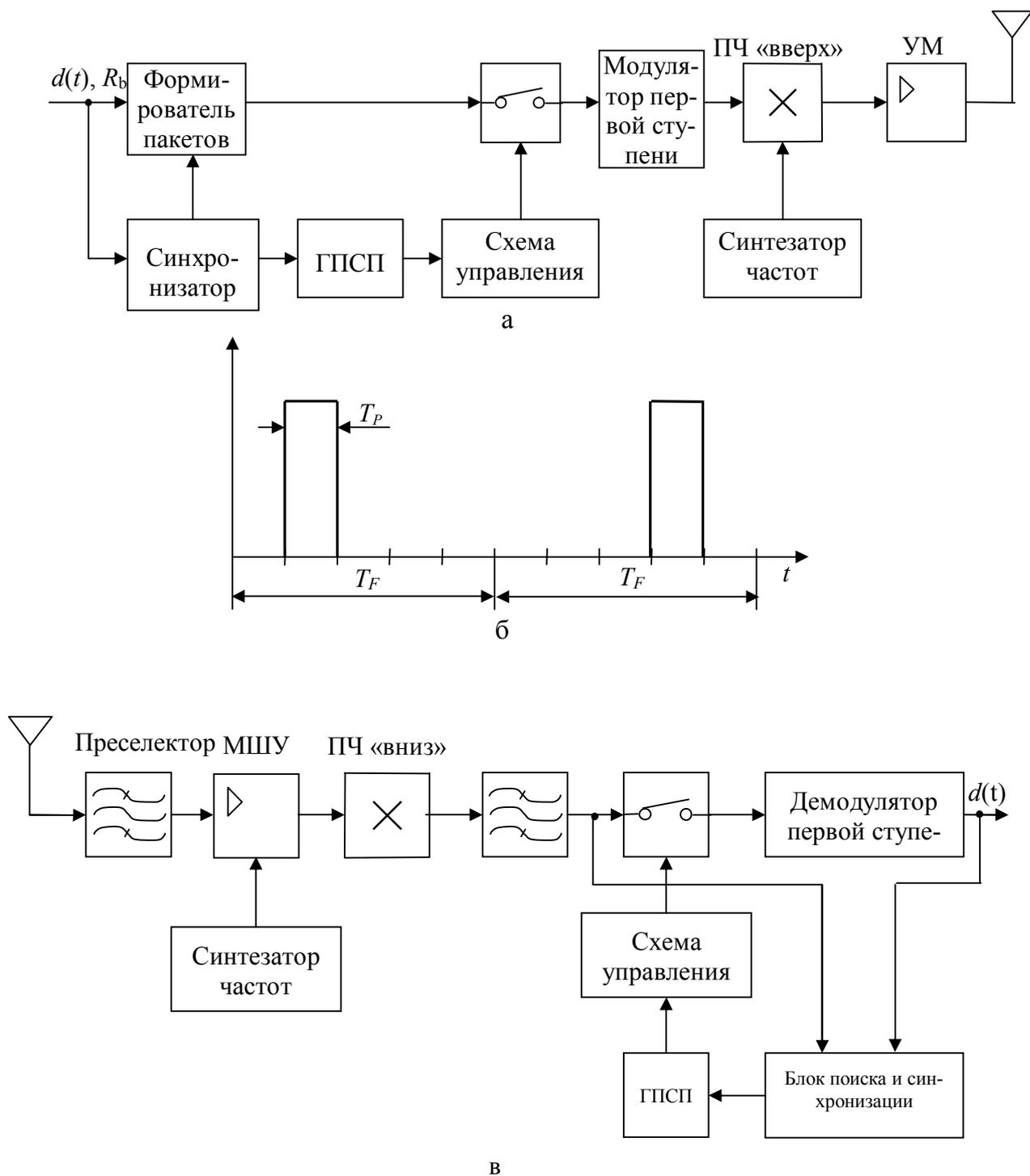


Рис. 2.6. Структурная схема системы связи, использующей сигналы с программой перестройкой временного положения (псевдослучайной время-импульсной модуляцией): а – передающая часть; б – временная диаграмма работы радиолинии; в – приёмная часть

Последовательность импульсных сигналов с программной перестройкой временного положения может быть представлена следующим образом:

$$s(t) = \text{Re} \{ A c(t) \exp [ j ( 2 \pi f_0 t + \theta(t) + \theta_0 ) ] \},$$

где

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{T_P} \left[ t - \left( n + \frac{c_n}{M} \right) T_F \right],$$

$U_{T_P}(t)$  – единичный импульс длительности  $T_P$ ;

$M$  – количество временных слотов;

$c_n$  – псевдослучайное число с равномерным законом распределения в интервале  $[1, M]$ ;

$Q(t)$  – изменения фазы, вызванные модуляцией сигналом передаваемого сообщения.

Для обеспечения приема переданных пакетов необходимо, чтобы в приемнике ключ замыкался точно в ожидаемые моменты прихода пакетов. Это достигается путем строгого временного согласования генераторов ПСП передатчика и приемника. При выполнении этого условия ослабление помех происходит в результате временной селекции полезных сигналов. Определим значение выигрыша при обработке, обеспечиваемого при программной перестройке временного положения сигналов. Допустим, что в пределах цикла  $T_F$  при наличии  $M$  временных слотов в каждом временном слоте необходимо передать  $k$  двоичных символов сообщения. Поэтому длительность элемента сигнала

$$T_S = \frac{T_F \log_2 m}{kM}, \quad (2.21)$$

где  $m$  – кратность манипуляции.

При фазовой манипуляции несущей и прямоугольной форме импульсов модулирующего сигнала необходимая ширина полосы частот, определяемая по первым нулям спектра, равна

$$\Delta F_S = \frac{2}{\Delta \tau_0} = \frac{2kM}{T_F \log_2 m}. \quad (2.22)$$

Так как ширина полосы частот сигнала передаваемого сообщения равна  $\Delta F_d = 1/\tau_0 = R_b$ , то при обработке сигналов с программной перестройкой временного положения выигрыш

$$G_{ПВП} = \frac{\Delta F_S}{\Delta F_d} = \frac{2kM\tau_0}{k\tau_0 \log_2 m} = \frac{2kM}{T_F \log_2 m}. \quad (2.23)$$

Для систем связи с подвижными объектами важными являются свойства рассматриваемых здесь сигналов при их применении для организации множественного доступа.

– **Множественный доступ.** Все абоненты используют всю полосу частот системы. Данный способ расширения спектра уменьшает вероятность использования двумя абонентами одной и той же полосы частот одновременно, так

как разным абонентам назначаются разные псевдослучайные коды. Если же иногда два абонента используют для передачи одно и то же окно, то корректирующие коды обеспечат требуемую достоверность передачи информации.

Если между абонентами имеет место синхронизация и назначаемые коды таковы, что в каждом временном окне передачу осуществляет только один абонент, то данная схема расширения спектра приводит к традиционной системе с временным разделением каналов, в которой, однако, используемое абонентом в каждом кадре временное окно не фиксировано, а изменяется от кадра к кадру.

– **Многолучевая интерференция.** При данном способе расширения сигнал передается за более короткое время. То есть скорость передачи более высокая и, следовательно, при наличии двух лучей соседние символы будут перекрываться так же, как в обычной системе с временным разделением каналов. Поэтому данный способ расширения спектра не обеспечивает каких-либо преимуществ в борьбе с многолучевостью.

– **Узкополосная помеха.** Уменьшение времени приема при данном способе расширения спектра обеспечивается в  $M$  раз. Следовательно, во столько же раз обеспечивается уменьшение времени воздействия помехи на приемник и уменьшается ее средняя мощность.

– **Вероятность перехвата.** Частота, на которой абонент передает информацию, постоянна. Однако интервалы времени передачи неизвестны и малы. Поэтому при наличии многих абонентов, одновременно передающих информацию, приемнику перехвата трудно выделить начало и конец передачи одного абонента и решить, какая информация предназначена каждому абоненту.

Кроме указанных свойств, сигналы с расширением спектра скачками по времени обладают рядом других специфических свойств, некоторые из которых можно считать полезными для систем связи с подвижными абонентами (+), а некоторые – нежелательными (–).

(+) Техническая реализация передатчика и приемника при данном способе модуляции проще, чем при расширении спектра скачками по частоте.

(+) Средняя мощность передатчика может быть незначительной, что очень полезно при наличии ограничений на эту мощность и при отсутствии жестких ограничений на пиковую мощность. Передача при данном способе осуществляется очень короткими временными интервалами при значительной мощности излучения.

(+) Проблема «близкий – далекий» для данного способа не является существенной, так как «далекая» АС большую часть времени осуществляет передачу информации в тех временных окнах, в которых «близкая» АС не излучает.

(–) Значительное время вхождения в синхронизм с псевдослучайным кодом БС и малые интервалы времени, в течение которых АС может корректировать синхронизацию.

(–) Если имеют место временные окна, в которых передачу осуществляют несколько абонентов, то теряется большое число бит передаваемой информа-

ции, так что приходится использовать коды с хорошей корректирующей способностью и глубокое перемежение.

## 2.3. Псевдослучайные бинарные последовательности (ПСП)

**2.3.1. Требования, предъявляемые к ПСП.** Псевдослучайной бинарной последовательностью длительностью  $\tau_0$  называют последовательность, сформированную по определенным правилам из дискретных элементов 0 и 1 так, чтобы ее корреляционные свойства были близки к соответствующим свойствам шумовой реализации такой же длительности. Если обозначить длительность элемента последовательности через  $\Delta\tau_0$ , то число таких элементов в последовательности с длительностью  $\tau_0$  равно

$$M = \tau_0 / \Delta\tau_0 = B \gg 1. \quad (2.24)$$

Такие последовательности в литературе часто называют  $M$ -последовательностями, а величину  $M$  – длиной последовательности.

В общем случае к ПСП, используемым для расширения спектра сигналов, предъявляются следующие требования:

- большой объем ансамбля последовательностей, формируемых с помощью единого алгоритма;
- «хорошие» авто- и взаимно-корреляционные свойства последовательностей, входящих в состав ансамбля;
- сбалансированность структуры, то есть число единиц и нулей в ней должно отличаться не более чем на один символ;
- максимальный период для заданной длины регистра сдвига, формирующего последовательность;
- непредсказуемость структуры последовательности по ее неискаженному сегменту ограниченной длины.

В соответствии с алгоритмами формирования различные ПСП можно классифицировать на линейные, нелинейные, комбинированные и каскадные.

**2.3.2. Получение псевдослучайных последовательностей.** Наиболее известны и хорошо исследованы  $M$ -последовательности, формируемые (генерируемые) двоичным регистром сдвига с логической обратной связью. Такой регистр представляет собой  $m$  последовательно соединенных триггерных ячеек, управляемых периодической последовательностью тактовых импульсов, вырабатываемых тактовым генератором, и импульсами, формируемыми в устройстве логической обратной связи.

Упрощенная структурная схема регистра показана на рис. 2.7. Рассмотрим работу этой схемы. Каждое плечо триггера ( $T$ ) может принимать два состояния: закрытое и открытое (которые условно можно обозначать символами 0 и 1 или наоборот). Состоянием триггера будем называть состояние одного из его плеч (например, левого). Обозначим начальные состояния триггеров регистра через

$\gamma_{01}, \gamma_{02}, \dots, \gamma_{0j}, \dots, \gamma_{0m}$ . Ключи  $K_1$  и  $K_2$  при этом считаем разомкнутыми. Пусть в момент  $t_0$  ключ  $K_1$  замыкается и на все триггерные ячейки начинают поступать импульсы от генератора тактовых импульсов (ГТИ). Под действием этих импульсов триггеры изменяют свое состояние на противоположное или сохраняют прежнее состояние в зависимости от того, какое начальное состояние имел данный триггер и триггер, находящийся перед ним. В результате каждый триггер последовательно принимает все состояния предшествующих ему триггеров. Если снимать напряжение с последнего триггера, то оно последовательно принимает состояния  $\gamma_{0m}, \gamma_{0(m-1)}, \dots, \gamma_{0j}, \dots, \gamma_{01}$ , т. е. представляет последовательность, состоящую из  $m$  элементов, соответствующих символам 0 и 1. После  $m$  тактовых импульсов напряжение на выходе последней триггерной ячейки не меняется и она принимает состояние  $\gamma_{01}$ .

Таким образом, если регистр не имеет обратной связи (ключ  $K_2$  разомкнут), то под действием тактовых импульсов на его выходе образуется только одна кодовая комбинация из  $m$  элементов, соответствующих начальным состояниям триггерных ячеек. В данном случае регистр представляет собой устройство памяти, в котором «записана» некоторая кодовая комбинация, которая может быть выведена (считана) в нужное время.

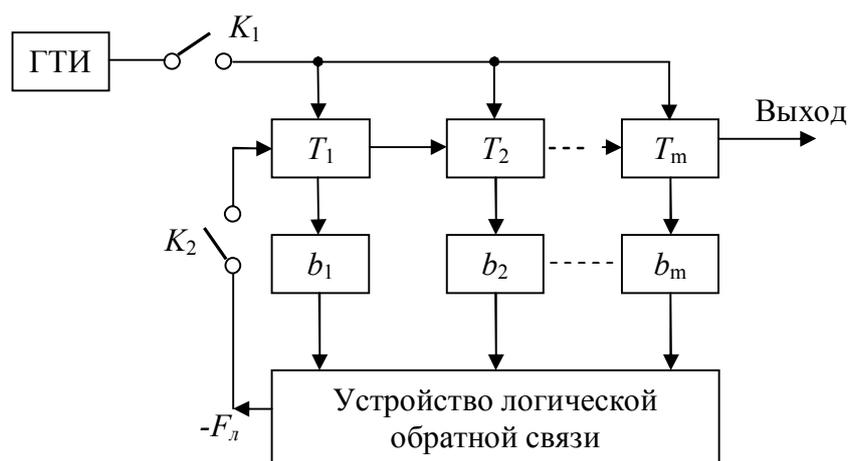


Рис. 2.7. Регистр сдвига с логической обратной связью

Чтобы регистр формировал дискретную последовательность непрерывно, т.е. работал как генератор такой последовательности, необходимо ввести обратную связь – замкнуть ключ  $K_2$ . В этом случае в устройстве логической обратной связи формируется функция

$$F_{л}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_j, \dots, \gamma_m) = \sum_{i=1}^m b_j \gamma_j \pmod{2}, \quad (2.25)$$

которая называется логической функцией обратной связи. В (2.25) коэффициенты  $b_j$  могут принимать значения 1 или 0 в зависимости от того, какие ячейки триггеров участвуют в формировании функции  $F_{л}$ , определяющей обратную

связь. Значения  $\gamma_j$  определяются фактическими состояниями триггерных ячеек в процессе работы.

Получение логической функции сводится к выбору совокупности коэффициентов  $b_j$  определяющих, какие ячейки триггеров должны быть связаны с устройством логической обратной связи. Коэффициенты  $b_j$  выбираются в соответствии с определенным правилом, которое позволяет получить последовательность максимальной длины для регистра с заданным числом ячеек. Это правило может быть установлено на основе хорошо разработанной теории рекуррентных последовательностей, которое задаётся характеристическим многочленом

$$f(x) = b_0x^m + b_1x^{m-1} + b_2x^{m-2} + \dots + b_{m-1}x^1 + b_m \quad (2.26)$$

с  $b_0 = 1$  и  $b_m = 1$ . Значения вектора  $b = [b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]$  полностью определяет структуру автомата формирования ПСП: если коэффициент  $b_j = 0$ , то это означает, что выход ячейки с номером  $j$  к цепи обратной связи не подключён; при  $b_j = 1$   $j$ -й выход подключён. Например, пусть  $m = 7$  и  $b_1 = [10100111]$ ,  $b_2 = [11000001]$ , т.е. Характеристические многочлены соответствующих двух последовательностей имеют вид

$$f_1(x) = 1 \cdot x^7 + 0 \cdot x^6 + 1 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x^1 + 1 = x^7 + x^5 + x^2 + x^1 + 1;$$

$$f_2(x) = 1 \cdot x^7 + 1 \cdot x^6 + 0 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x^1 + 1 = x^7 + x^6 + x^1 + 1.$$

Цифровой автомат, формирующий  $M$ -последовательность с характеристическим многочленом  $f_1(x)$ , имеет отводы с выходов ячеек 1, 2 и 5, а с характеристическим многочленом  $f_2(x)$  – ячейки 6. Обе последовательности имеют максимальную длину  $N = 2^7 - 1 = 127$ .

В табл. 2.1 приведены некоторые данные, касающиеся количества и номеров отводов генераторов  $M$ -последовательностей, для различного числа разрядов регистра сдвига. Как следует из данных этой таблицы, с увеличением количества разрядов  $m$  количество  $M$ -последовательностей возрастает.

Сформированная в соответствии с логической функцией дискретная последовательность символов 0 и 1 подается на вход первой триггерной ячейки регистра.

В результате действия тактовых импульсов и импульсов обратной связи регистр окажется в режиме непрерывной смены состояний, т.е. будет генерировать дискретную последовательность элементов. Общее число различных состояний, которые последовательно примет регистр сдвига, определяется числом триггерных ячеек  $m$  и тем, что каждая из них может находиться в одном из двух возможных состояний. Очевидно, что число различных состояний регистра (исключая нулевое состояние) равно

$$M = 2^m - 1. \quad (2.27)$$

Таблица 2.1

Количество разрядов ( $m$ )	Период (длина) $M$ -последовательности	Количество $M$ -последовательностей	Номера отводов регистра для цепи обратной связи
2	3	1	[2, 1]
3	7	2	[3, 2]; [3, 1]
4	15	2	[4, 3]; [4, 1]
5	31	6	[5, 3]; [5, 2]
6	63	6	[6, 5]; [6, 1]
7	127	18	[7, 6]; [7, 3]; [7, 1]
8	255	16	[8, 6, 5, 4]; [8, 6, 5, 3]
9	511	48	[9, 5]; [9, 6, 4, 3]
10	1023	60	[10, 7]; [10, 3]
11	2047	176	[11, 9]; [11, 8, 5, 2]
12	4095	144	[12, 6, 4, 1]
13	8191	630	[13, 4, 3, 1]
14	16383	756	[14, 5, 3, 1]
15	32767	1800	[15, 14]; [15, 14]
16	65535	2048	[16, 15, 13, 4]
17	131071	7710	[17, 14]; [17, 13]
18	262143	7776	[18, 11]; [18, 7]
19	524287	27594	[19, 6, 2, 1]
20	1048575	24000	[20, 17]; [20, 3]

Следовательно, после каждых  $M$  разных состояний регистр, находящийся в режиме генерирования, начинает повторять эти состояния. Иными словами, регистр генерирует дискретную последовательность элементов, структура которой периодически повторяется, через каждые  $M$  элементов. Величина  $M$  по этому называется периодом последовательности.

Регистр с обратной связью, образованной суммированием по «модулю два» состояний некоторых заранее выбранных триггерных ячеек, называется линейным регистром сдвига или генератором псевдослучайной последовательности импульсов. Генерируемую последовательность можно снимать не только с выхода последнего триггера, но и с любого другого триггера. При этом последовательность имеет ту же структуру и отличается только сдвигом по времени.

На рис. 2.8 приведена структурная схема  $M$ -последовательности, соответствующая характеристическому многочлену  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ .

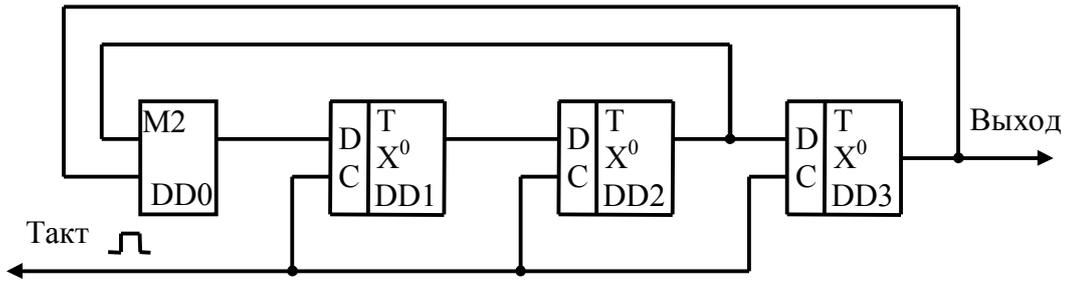


Рис. 2.8. Схема генератора с  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$

Состояние ячеек регистра при начальных условиях 100 приведено в табл. 2.2.

Таблица 2.2.

Процесс формирования  $M = 7$  последовательности

Номер такта	Состояние ячеек			Выход	Номер такта	Состояние ячеек			Выход
	DD1	DD2	DD3			DD1	DD2	DD3	
0	0	0	1		6	0	1	1	1
1	1	0	0	1	7	1	1	1	1
2	0	1	0	0	8	1	0	0	1
3	1	0	1	0	9	0	1	0	0
4	1	1	0	1	10	1	0	1	0
5	1	1	1	0	•	•	•	•	•

Как следует из табл. 2.2 при указанных начальных условиях формируется последовательность, снятая с выхода ячейки DD3  $\gamma = (1001011, 1001011, 100\dots)$  с периодом  $M = 7$ .

Необходимым условием получения  $m$ -последовательности с помощью характеристического многочлена  $f(x)$  является его неприводимость. Многочлен  $f(x)$  степени  $m$  называется неприводимым, если он не может быть разложен на многочлены-сомножители меньшей степени. Например, многочлен  $f(x) = x^5 + x + 1$  является приводимым, так как  $x^5 + x + 1 = (x^3 + x^2 + 1)(x^2 + x + 1)$ . Если  $2^m - 1$  является простым числом, то неприводимый многочлен порождает  $M$ -последовательность.

Неприводимый многочлен  $f(x)$  степени  $m$  называется примитивным, если период коэффициентов  $1/f(x)$  равен  $2^m - 1$ . Примитивность многочлена  $f(x)$  является необходимым и достаточным условием получения  $M$ -последовательности.

Примитивные многочлены существуют для всех  $m > 1$ . Их количество определяется следующим выражением [3]:

$$N_p(m) = \frac{\Phi_p(L)}{m} = \frac{1}{m} \prod_{i=1}^k (p_i - 1) \cdot p_i^{m_i - 1}, \quad (2.28)$$

где  $\Phi_p(L)$  – функция Эйлера, определяющая количество целых чисел, взаимно простых и не превышающих  $L$ ;  
 $p_i$  – сомножители чисел  $2^m - 1$ , т. е.

$$2^m - 1 = \prod_{i=1}^k p_i^{m_i}; \quad m_i - \text{целые числа.}$$

Например, при  $m = 6$  имеем  $L = 2^6 - 1 = 63$ . Это число может быть представлено в виде произведения  $3 \cdot 3 \cdot 7 = 3^2 \cdot 7$ , причем  $p_1 = 3$ ;  $m_1 = 2$ ,  $p_2 = 7$ ,  $m_2 = 1$ . Поэтому количество примитивных многочленов  $N_p(m) = (1/6)[(3^{2-1})(3-1)] \times [(7^{1-1})(7-1)] = 6$ . Если  $L$  может быть представлено в виде произведения не кратных сомножителей, т. е.  $m_i = 1$ , то выражение (2.28) принимает вид

$$N_p(m) = \frac{1}{n} \prod_{i=1}^k (p_i - 1). \quad (2.29)$$

Например, при  $m = 8$  имеем  $L = 255 = 3 \cdot 5 \cdot 17$  и  $N_p(m) = (1/8)(3-1)(5-1)(17-1) = 16$ . Если  $L$  – простое число, то количество примитивных многочленов  $N_p(m) = 2(2^{m-1} - 1) / m$ .

Например, при  $m = 7$  имеем  $L = 127$  и  $N_p(m) = 2(64-1)/7 = 18$ . Из этих 18 многочленов половина являются зеркальными по отношению к другой половине. Зеркальный многочлен степени  $m$  по отношению к исходному определяется с помощью выражения

$$f(x) = x^m f(x^{-1}). \quad (2.30)$$

Например, для  $f(x) = x^4 + x + 1$

$$f_{\min}(x) = x^4(x^{-4} + x^{-1} + 1) = x^4 + x^3 + 1.$$

В табл. 2.3 приведены некоторые неприводимые многочлены до десятой степени, а в табл. 2.4 указаны периоды  $M$ -последовательностей.

## Неприводимые многочлены и их эквиваленты

Степень	Многочлен	Двоичная последовательность	Степень	Многочлен	Двоичная последовательность	
1	$x+1$	11	7	$x^7+x+1$	100000011	
2	$x^2+x+1$	111		$x^7+x^3+1$	10001001	
3	$x^3+x+1$	1011		$x^7+x^3+x^2+x+1$	10001111	
	$x^3+x^2+1$	1101		$x^7+x^4+x^2+x+1$	10011101	
4	$x^4+x+1$	10011		$x^7+x^5+x^2+x+1$	10100111	
	$x^4+x^3+1$	11001		$x^7+x^5+x^3+x+1$	10101011	
5	$x^5+x^2+1$	100101		$x^7+x^6+x^3+x+1$	11001011	
	$x^5+x^3+1$	101001		$x^7+x^6+x^4+x+1$	11010011	
	$x^5+x^3+x^2+x+1$	101111		8	$x^8+x^4+x^3+x+1$	100011011
	$x^5+x^4+x^2+x+1$	110111			$x^8+x^4+x^3+x^2+1$	100011101
	$x^5+x^4+x^3+x+1$	111011	$x^8+x^5+x^3+x+1$		100101011	
	$x^5+x^4+x^3+x^2+1$	111101	$x^8+x^5+x^3+x^2+1$		100101101	
6	$x^6+x+1$	1000011	$x^8+x^6+x^5+x^2+1$		101100101	
	$x^6+x^4+x^2+x+1$	1010111	$x^8+x^7+x^3+x+1$		110001011	
	$x^6+x^4+x^3+x+1$	1011011	$x^8+x^7+x^5+x^3+1$	110101001		
	$x^6+x^5+1$	1100001	9	$x^9+x+1$	1000000011	
	$x^6+x^5+x^2+x+1$	1100111		$x^9+x^4+1$	1000010001	
	$x^6+x^5+x^3+x^2+1$	1101101		$x^9+x^4+x^2+x+1$	1000010111	
	$x^6+x^5+x^4+x+1$	1110011		$x^9+x^4+x^3+x+1$	1000011011	
				$x^9+x^5+x^4+x+1$	1000110011	
				$x^9+x^6+x^5+x^2+1$	1001100101	
				10	$x^{10}+x^3+1$	10000001001

Таблица 2.4

Периоды  $M$ -последовательностей различной длины с тактовой частотой следования 1 МГц

Регистр длины $m$	Длина последовательности	Длительность периода последовательности
7	127	$1,27 \cdot 10^{-4}$ с
8	255	$2,55 \cdot 10^{-4}$ с
9	511	$5,11 \cdot 10^{-4}$ с
10	1 023	$1,023 \cdot 10^{-3}$ с
11	2 047	$2,047 \cdot 10^{-3}$ с
12	4 095	$4,095 \cdot 10^{-3}$ с
13	8 191	$8,191 \cdot 10^{-3}$ с
17	131 071	$1,31 \cdot 10^{-1}$ с
19	524 287	$5,24 \cdot 10^{-1}$ с
23	8 388 607	8,388 с
27	134 217 727	13,421 с
31	2 147 483 647	35,8 мин
43	879 609 302 207	101,7 дня
61	2 305 843 009 213 693 951	$7,3 \cdot 10^4$ лет
89	618 970 019 642 690 137 449 562 111	$1,95 \cdot 10^9$ лет

**2.3.3. Некоторые свойства М-последовательностей.** Рассмотрим в данном пункте только важнейшие свойства, которые приведены в [3].

**Балансное свойство.** Каждая М-последовательность содержит  $2^{n-1}$  символов 1 и  $2^{n-1}$  символов 0 или число единиц и нулей в ней должно отличаться не более чем на один символ. Это требование важно для исключения постоянной составляющей информационного сигнала.

**Свойство полноты состояний.** Состояние разрядов регистра сдвига, формирующего М-последовательность, можно представить полным набором  $m$ -разрядных двоичных чисел за исключением числа, содержащего нули во всех разрядах. Состояние «все нули» является запрещенным.

**Свойство серий.** В периоде М-последовательности половина серий имеет длину 1, одна четверть – длину 2, одна восьмая – длину 3 и так до тех пор, пока это продолжение имеет смысл. Под серией здесь понимается набор следующих друг за другом одинаковых символов 0 или 1. Это свойство проиллюстрировано табл. 2.5. Как следует из данных таблицы, исключение составляют серии, длина которых равна  $n$  и  $(n-1)$ .

Таблица 2.5

Свойства серий

Длина серии	Количество серий единиц	Количество серий нулей
$n$	1	0
$n-1$	0	1
$n-2$	1	1
$n-3$	2	2
$n-4$	4	4
...	...	...
2	$2^{n-4}$	$2^{n-4}$
1	$2^{n-3}$	$2^{n-3}$

**Свойство циклического сдвига при сложении.** Сложение по  $mod 2$   $m$ -последовательности и некоторого ее циклического сдвига дает в результате другой циклический сдвиг той же самой последовательности. Это свойство иллюстрируется на рис. 2.9.

**Свойство децимации.** Последовательность, образованная из взятых через один символов исходной М-последовательности, по структуре совпадает с исходной, но имеет в два раза ниже тактовую частоту. Это свойство иллюстрируется на рис. 2.10.

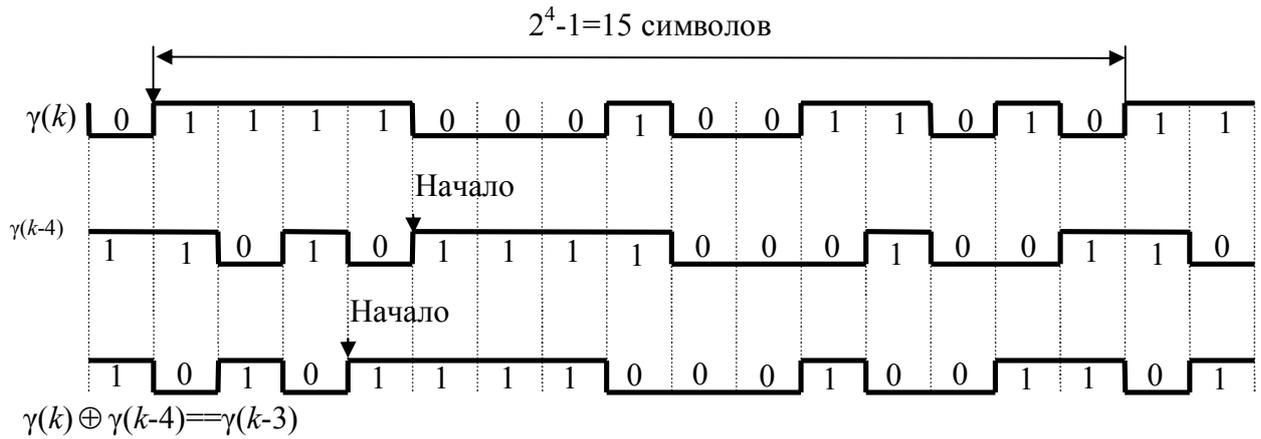


Рис. 2.9. Иллюстрация свойства циклического сдвига при сложении  $M$ -последовательности

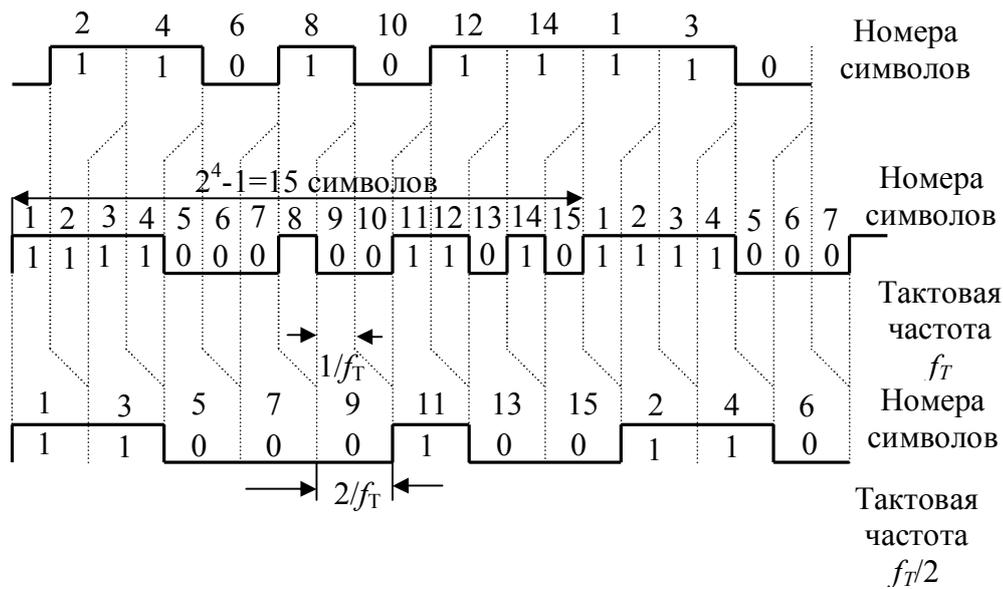


Рис. 2.10. Иллюстрация свойства децимации  $M$ -последовательности

Здесь средняя последовательность представляет собой  $m$ -последовательность с тактовой частотой  $f_T$  и периодом, равным 15. Верхняя последовательность образована из четных символов исходной  $m$ -последовательности с увеличением их длительности вдвое. Нижняя последовательность образована из нечетных символов исходной  $m$ -последовательности с увеличением их длительности вдвое. Нетрудно убедиться, что эти последовательности являются циклическими сдвигами исходной  $m$ -последовательности, но с тактовой частотой

той  $f_T/2$ . Сдвиг между ними равен 7,5 тактовыми интервалами или половине длины последовательности. Этот принцип может быть распространен для индексов децимации более высокого порядка. Например, при индексе децимации  $R$  ( $R$  является степенью 2) можно получить  $R$  подпоследовательностей с тактовой частотой  $f_T/R$ . При четном индексе децимации  $R$ , но не равным степени 2, и если длина исходной  $m$ -последовательности есть простое число, то исходная  $m$ -последовательность может быть децимирована на  $R$  подпоследовательностей, являющихся ее зеркальными отображениями.

**Корреляционные свойства.** Корреляционные свойства кодовых последовательностей в широкополосных системах зависят от типа кодовой последовательности, ее длины, частоты следования символов и посимвольной структуры.

В общем виде автокорреляционная функция (АКФ) определяется интегралом

$$\Psi(\tau) = \int_0^{\tau_0} f(t)f(t - \tau)dt \quad (2.31)$$

и показывает связь сигнала со своей копией, смещенной во времени на величину  $\tau$ .

Изучение АКФ играет важную роль при выборе кодовых последовательностей с точки зрения наименьшей вероятности установления ложной синхронизации.

Взаимокорреляционная функция (ВКФ) имеет большое значение для систем с кодовым разделением абонентов и отличается от АКФ только тем, что под знаком интеграла стоят разные функции:

$$\Psi(\tau) = \int f(t)g(t - \tau)dt. \quad (2.32)$$

ВКФ показывает, таким образом, степень соответствия одной кодовой последовательности другой. Чтобы упростить понятия АКФ и ВКФ, можно представить значение той или иной функции как разность между числом совпадений  $A$  и несовпадений  $B$  символов кодовых последовательностей при их посимвольном сравнении. Для иллюстрации данного примера рассмотрим автокорреляционную функцию кодовой последовательности Баркера длиной 11 чипов, имеющей следующий вид:

1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0.

Посимвольное сравнение этой последовательности с ее копией сведем в табл. 2.6.

Графическое изображение АКФ данной последовательности Баркера показано на рис. 2.11, а. Ее можно назвать идеальной, поскольку отсутствуют боковые пики, которые могли бы способствовать ложному обнаружению сигнала.

Сравнение автокорреляционной функции кодовой последовательности Баркера  
(длиной 11 чипов) с её копией

Значение сдвига	Последовательность	Число совпадений <i>A</i>	Число несовпадений <i>B</i>	Значение разности
1	01110001001	5	6	-1
2	10111000100	5	6	-1
3	01011100010	5	6	-1
4	00101110001	5	6	-1
5	10010111000	5	6	-1
6	01001011100	5	6	-1
7	00100101110	5	6	-1
8	00010010111	5	6	-1
9	10001001011	5	6	-1
10	11000100101	5	6	-1
0	11100010010	11	0	11

В качестве негативного примера рассмотрим любую произвольную кодовую последовательность, например

1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0.

Проведя соответствующие предыдущему примеру вычисления, получим следующее графическое изображение автокорреляционной функции, приведенное на рис. 2.11, б. Боковые пики величиной 7 и 3 единиц могут привести к ложному срабатыванию системы в случае применения такой последовательности для распределения сигнала.

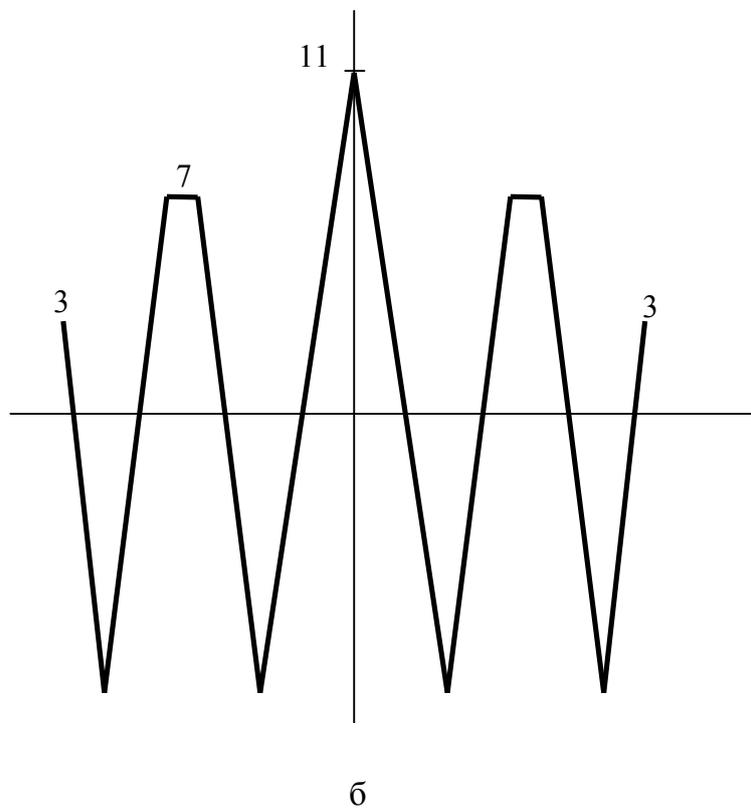
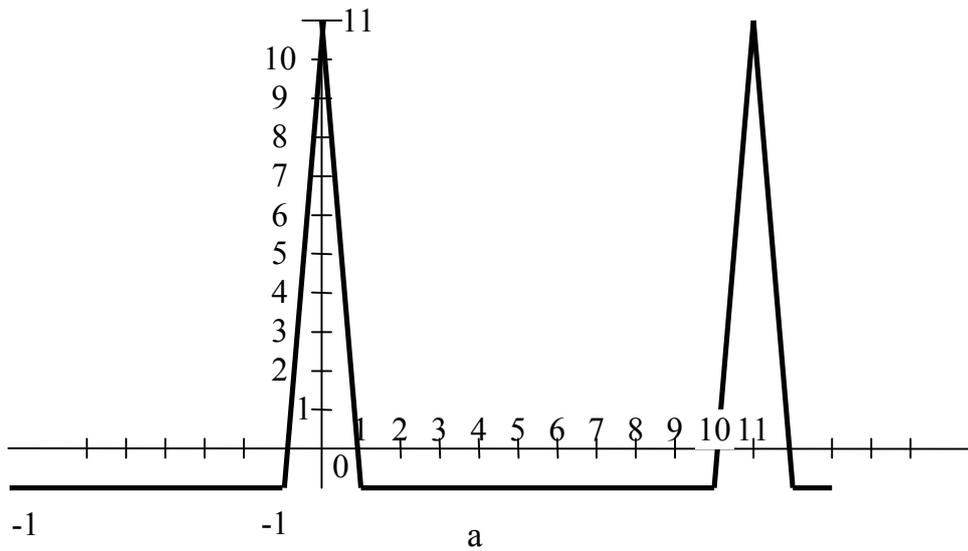


Рис. 2.11. Автокорреляционная функция:  
 а – последовательности Баркера; б – произвольной кодовой комбинации

На рис. 2.12 приведена взаимокорреляционная функция  $M$ -последовательностей  $f(t) = 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1$  и  $g(t) = 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0$ . Посимвольное сравнение  $M$ -последовательностей  $f(t)$  и  $g(t-\tau)$  сведено в табл. 2.7.

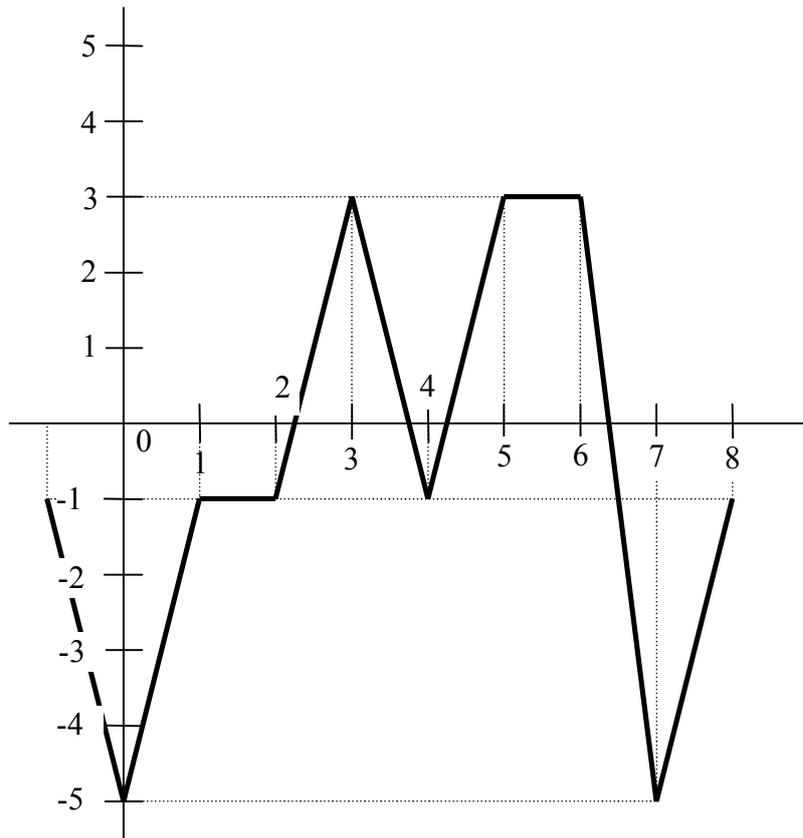


Рис. 2.12. Взаимокорреляционная функция последовательностей  $f(t) = 1001011$  и  $g(t) = 1110100$

Таблица 2.7

Вычисление взаимокорреляционной функции последовательностей  $f(t) = 1001011$  и  $g(t) = 1110100$

Значение сдвига	Последовательность	Число совпадений <i>A</i>	Число несовпадений <i>B</i>	Значение разности
0	1 1 1 0 1 0 0	1	6	-5
1	0 1 1 1 0 1 0	3	4	-1
2	0 0 1 1 1 0 1	3	4	-1
3	1 0 0 1 1 1 0	5	2	+3
4	0 1 0 0 1 1 1	3	4	-1
5	1 0 1 0 0 1 1	5	2	+3
6	1 1 0 1 0 0 1	5	2	+3

**Спектральные свойства.** Спектр биполярного псевдослучайного сигнала содержит постоянную и дискретные спектральные составляющие, следующие через интервал  $\Delta f = 1/(L\Delta\tau_0) = 1/((2^m - 1)\Delta\tau_0)$ . Огибающая дискретных спектральных составляющих определяется функцией  $(\sin x / x)^2$ . Поэтому амплитуды

да спектральных составляющих равна нулю на частотах  $f = k\Delta\tau_0$ . Спектральная плотность биполярного сигнала изображена на рис. 2.13. Путем увеличения периода  $M$ -последовательности можно уменьшить интервал между спектральными составляющими, сделав спектр практически сплошным. При этом спектральная плотность в пределах полосы частот, равной  $2/\Delta\tau_0$  становится почти равномерной. Эти свойства спектральной плотности псевдослучайного сигнала позволяют его широко использовать в системах связи в качестве тестового и для получения аналогового шумового процесса с характеристиками, близкими к гауссовскому шуму [3].

**Криптостойкость.** Структура  $M$ -последовательности легко может быть раскрыта по ее неискаженному сегменту, содержащему  $2m$  символов. Действительно, каждый символ сегмента удовлетворяет линейному рекуррентному соотношению (2.25) поэтому можно записать следующую систему линейных уравнений:

$$\left. \begin{cases} \gamma_j = \gamma_{j-1}b_1 + \gamma_{j-2}b_2 + \dots + \gamma_{j-n}b_n \\ \gamma_{j+1} = \gamma_j b_1 + \gamma_{j-1}b_2 + \dots + \gamma_{j-n+1}b_n \\ \gamma_{j+2} = \gamma_{j+1}b_1 + \gamma_j b_2 + \dots + \gamma_{j-n+2}b_n \\ \dots \\ \gamma_{j+n} = \gamma_{j+n-1}b_1 + \gamma_{j+n-2}b_2 + \dots + \gamma_{j-n}b_n \end{cases} \right\} m \quad (2.33)$$

$\longleftarrow \underbrace{\hspace{10em}}_m \longrightarrow$

относительно неизвестных коэффициентов  $b_1, b_2, \dots, b_m$ . Эта система уравнений может быть решена с помощью так называемого алгоритма Берлекампа-Мэсси [5] и в результате решения найдены номера отводов регистра сдвига, участвующих в формировании сигнала обратной связи.

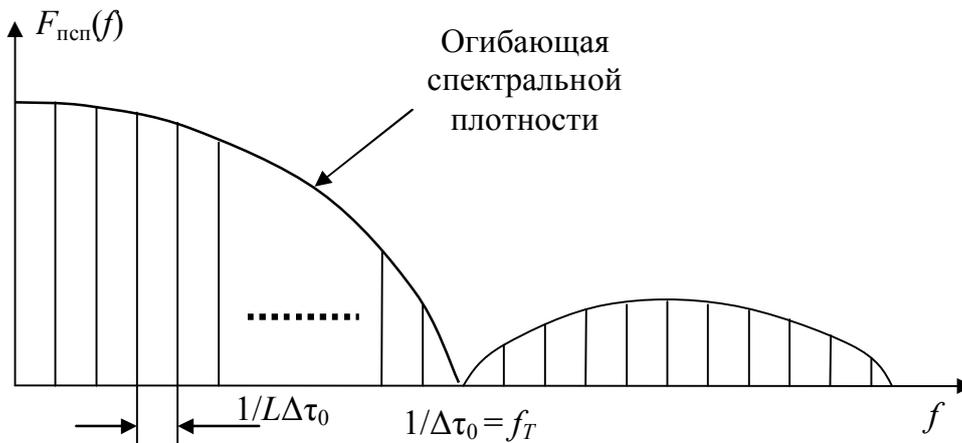


Рис. 2.13. Спектральная плотность двухуровневого псевдослучайного сигнала

Проиллюстрируем возможность решения системы (2.33) на следующем примере. Предположим, что получена последовательность  $\{01100100\}$  и известно, что период последовательности равен 15. Таким образом, имеем систему из четырех уравнений

$$0 = 0 \cdot b_1 + 1 \cdot b_2 + 1 \cdot b_3 + 0 \cdot b_4, \quad (1)$$

$$1 = 0 \cdot b_1 + 0 \cdot b_2 + 1 \cdot b_3 + 1 \cdot b_4, \quad (2)$$

$$0 = 1 \cdot b_1 + 0 \cdot b_2 + 0 \cdot b_3 + 1 \cdot b_4, \quad (3)$$

$$0 = 0 \cdot b_1 + 1 \cdot b_2 + 0 \cdot b_3 + 0 \cdot b_4. \quad (4)$$

Сложением уравнений (1) и (4) получаем  $b_3 = 0$ . При подстановке  $b_3 = 0$  в уравнение (1) имеем  $b_2 = 0$ . При подстановке  $b_2 = 0$ ,  $b_3 = 0$  в уравнение (4) получаем  $b_4 = 0$ , а при подстановке  $b_2 = 0$ ,  $b_3 = 0$ ,  $b_4 = 1$  в уравнение (3) имеем  $b_1 = 1$ . В результате определяем характеристический многочлен  $M$ -последовательности:  $f(x) = x^4 + x + 1$ .

**2.3.4. Ввод исходной информационной последовательности в регистр сдвига.** Рассмотрим теперь работу линейного регистра сдвига, когда необходимо получить псевдослучайную последовательность импульсов, однозначно соответствующую исходной двоичной информационной последовательности символов.

Выше указывалось, что перед началом работы регистра необходимо задать начальные условия в его ячейках, т.е. ввести в регистр некоторую начальную комбинацию символов. Эта комбинация определяет начало последовательности и ее внутреннюю структуру в пределах периода. Если перед началом каждого периода  $M$ -последовательности изменять начальные условия, то структура внутри каждого периода  $M$ -последовательности также будет изменяться. При передаче двоичной цифровой информации начальные условия должны изменяться в соответствии с исходной информационной последовательностью двоичных символов.

Один из возможных вариантов ввода исходной информационной последовательности в регистр сдвига приведен на рис. 2.14.

Двоичная информационная последовательность символов  $\{x_i\}$ , каждый из которых имеет длительность  $\tau_0$ , поступает на формирующее устройство (ФУ), вырабатывающее последовательность коротких импульсов ( $\tau_{\phi} \ll \tau_0$ ), которые задают начальные условия во всех триггерных ячейках регистра. Во время задания начальных условий, соответствующих исходному информационному символу, ключевая схема (КС) закрыта и тактовые импульсы на регистр не поступают. Через некоторое время, определяемое линией задержки (ЛЗ) и необходимое для записи начальных условий, с выхода устройства формирования строба (УФС) на ключевую схему подается строб, открывающий эту схему для тактовых импульсов, и регистр начинает вырабатывать последовательность импульсов. В момент окончания строба ключевая схема закрывается, и генерирование последовательности прекращается (регистр «останавливается»). После

этого вводятся начальные условия, соответствующие следующему информационному символу, и схема начинает работать так же, как описано выше.

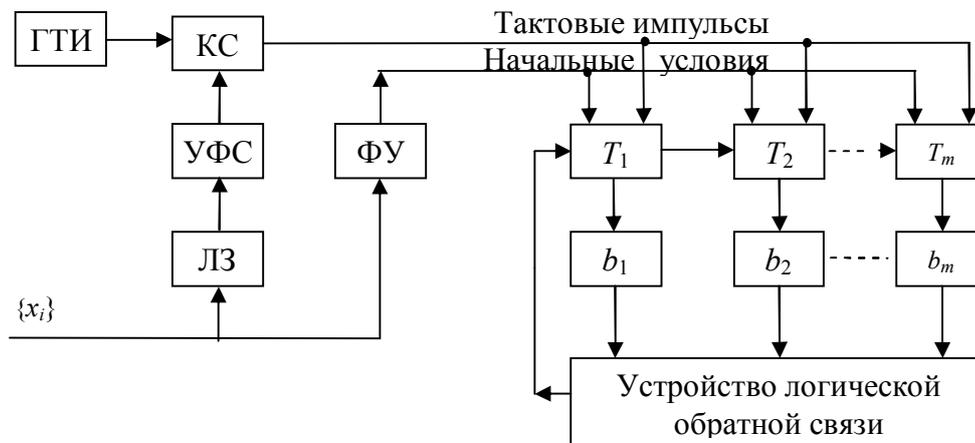


Рис. 2.14. Формирователь псевдослучайной последовательности в соответствии с передаваемым сообщением

Проведенное рассмотрение показывает, что линейный регистр сдвига преобразует информационную последовательность простых двоичных символов в последовательность сложных двоичных символов. При этом каждому простому информационному символу 0 или 1 однозначно соответствует сложный символ 0 или 1, представляющий собой определенную комбинацию из  $M$  двоичных элементов. Если правило ввода начальных условий изменить (например, поменять некоторые плечи триггеров, на которые задаются начальные условия; не подавать начальные условия на некоторые триггеры и т.п.), то исходным символам 0 и 1 станут соответствовать сложные символы 0 и 1 с другой внутренней структурой. Нетрудно видеть, что в зависимости от задаваемых начальных условий одну и ту же исходную информационную последовательность простых двоичных символов регистр сдвига будет преобразовывать в последовательность с различными сложными двоичными символами.

Так как в зависимости от начальных условий регистр сдвига может принимать  $M$  различных состояний, то, очевидно, каждому простому символу 0 или 1 можно поставить в соответствие один из  $M$  сложных символов 0 или 1. Эта особенность работы регистра сдвига открывает ряд возможностей для решения различных прикладных задач.

В заключение этого параграфа следует отметить, что для формирования ШПС широко используются последовательности: Баркера, Гоулда ( $g$ -последовательности), Касами ( $k$ -последовательности), двойственные коды БЧХ ( $B$ -последовательности), Уолша и генерируемые с помощью явления динамического хаоса. Необходимые сведения можно получить из [3, 6, 7].

## 2.4. Методы приёма сложных сигналов

Чтобы положительные свойства сложных сигналов проявлялись наиболее полно, необходимо применять способы приёма, близкие к оптимальным.

Рассмотрим сначала особенности оптимального приёма сложных сигналов, а затем, опираясь на результаты такого рассмотрения, дадим краткую характеристику особенностей реальных методов приёма. При этом для простоты ограничим рассмотрение случаем сложных равновероятных двоичных сигналов.

В зависимости от уровня априорных сведений о параметрах принимаемого сигнала (начиная от сигнала, известного точно и кончая сигналом со случайными параметрами) возможен ряд методов оптимального приёма сложных сигналов на фоне нормальной флюктуационной помехи типа белого шума. Остановимся на двух наиболее важных методах.

**2.4.1. Оптимальный когерентный прием.** В соответствии с теорией оптимального приема равновероятных двоичных сигналов, известных точно, правило работы приемника определяется выражением

$$\int_0^{\tau_0} y(t)s_{1cl}(t)dt > \int_0^{\tau_0} y(t)s_{2cl}(t)dt \quad \begin{cases} \hat{x}_i = x_1, \\ \hat{x}_i = x_2, \end{cases} \quad (2.34)$$

где  $s_{1cl}(t)$  и  $s_{2cl}(t)$  – двоичные сложные сигналы, соответствующие передаваемым символам  $x_1$  и  $x_2$ ;

$y(t)$  – принимаемый сигнал;

$\tau_0$  – длительность передаваемого символа (см. рис. 2.1).

Из рассмотрения правила (2.23) следует, что в качестве «образцов» на приемной стороне системы связи необходимо располагать такими же сложными сигналами, которые используются для передачи. Процедура оптимального приема может быть несколько упрощена, если отказаться от непосредственного приема сложного сигнала «в целом» и вести когерентный поэлементный прием сигнала с последующей обработкой полученных результатов.

Приняв во внимание, что посылки сложного сигнала можно представить в виде

$$s_{icl}(t) = \sum_{k=1}^M s_{ik}(t - k\Delta\tau_0), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (2.35)$$

где  $s_{ik}(t)$  – элемент сложного сигнала, получим

$$\sum_{k=1}^M \int_0^{\tau_0} y(t)s_{1k}(t - k\Delta\tau_0)dt > \sum_{k=1}^M \int_0^{\tau_0} y(t)s_{2k}(t - k\Delta\tau_0)dt \quad \begin{cases} \hat{x}_i = x_1, \\ \hat{x}_i = x_2. \end{cases} \quad (2.36)$$

Это выражение показывает, что оптимальный прием сводится к когерентной обработке всех элементов посылки сигнала, суммированию полученных результатов и принятию решения о переданном символе в соответствии с результатом сравнения образованных сумм.

Для конкретизации выражения (2.36) необходимо задать вид используемого сигнала. При наиболее часто применяемых противофазных сложных сигналах элементы  $s_{1cl}(t)$  и  $s_{2cl}(t)$  могут принимать только два возможных значения

$$s_{ik}(t) = \begin{cases} S_0 \sin \omega_0 t \\ S_0 \sin(\omega_0 t + \pi) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \Delta\tau_0. \quad (2.37)$$

Тогда

$$s_{ik}(t - k\Delta\tau_0) = \varphi_{ik}(t) S_0 \sin \omega_0(t), \quad (2.38)$$

где  $\varphi_{ik}(t)$  – двоичная функция, принимающая значения +1 и -1 и определяющая последовательность смены фаз элементов сложного сигнала.

Приняв во внимание (2.38), выражение (2.36) сложного двоичного сигнала с противофазной можно записать в виде

$$\sum_{k=1}^M \int_0^{\tau_0} y(t) \varphi_{1k}(t) \sin \omega_0 t dt < \sum_{k=1}^M \int_0^{\tau_0} y(t) \varphi_{2k}(t) \sin \omega_0 t dt \begin{cases} \hat{x}_i = x_1, \\ \hat{x}_i = x_2. \end{cases} \quad (2.39)$$

Это правило можно реализовать различными оптимальными схемами приема. Одна из них приведена на рис. 2.15.

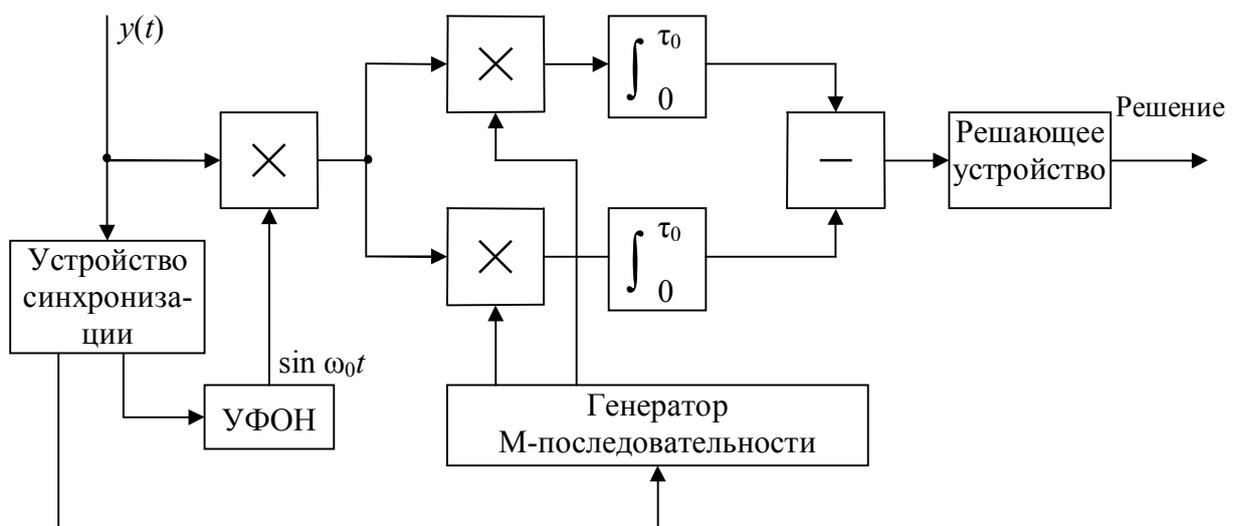


Рис. 2.15. Структурная схема оптимального приёмника двоичных сигналов с противофазной ФМН

Достоинством этой схемы является то, что она не требует «образцов» в виде сложных сигналов. Для приема достаточно иметь гармоническое опорное напряжение с нулевой фазой и псевдослучайную последовательность, формируемую по такому же правилу, как и на передающей стороне системы. В одном канале приемника используется последовательность, снимаемая с одного плеча выходной ячейки регистра сдвига, а в другом канале – с другого плеча.

Хотя принципиально все варианты оптимального приема обеспечивают одинаковые результаты, их значимость с точки зрения практической реализации различна. Дело в том, что при практической реализации всегда имеется некоторое рассогласование между параметрами принимаемого сигнала и параметрами приемника. С увеличением базы сигнала значительно повышаются требования к точности изготовления и стабильности узлов и элементов приемника. Невыполнение этих требований может привести к заметному снижению помехоустойчивости по сравнению с оптимальным приемом. В этой связи особое значение приобретает выбор такого варианта оптимального приема, реализация которого обеспечивала бы значительное ослабление влияния дестабилизирующих факторов на помехоустойчивость.

Если случайные рассогласования между параметрами сигнала и приемника таковы, что априорными сведениями о фазе сигнала воспользоваться нельзя (сигнал имеет случайную фазу), лучшие результаты обеспечивает оптимальный некогерентный прием.

**2.4.2. Оптимальный некогерентный прием.** Допустим, что цифровая информация передается сложными двоичными сигналами, определяемыми выражением (2.35). Если из-за различных факторов начальная фаза элементов таких сигналов приобретает случайный характер, то при противофазных сигналах каждый элемент сигнала можно записать в виде

$$s_{ik}(t) = s_{ik}(t - k\Delta\tau_0) = S_0\varphi_{1k}(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_x(t)]. \quad (2.40)$$

Это выражение отличается от (2.38) только тем, что фаза элемента сигнала имеет дополнительный случайный сдвиг  $\varphi_x(t)$ .

Полагая случайные изменения фазы медленными, т. е. удовлетворяющими условию

$$\varphi_x(t) \approx \varphi_x = \text{const}, \quad 0 \leq t \leq \tau_0,$$

можно показать, что правило работы оптимального приемника в этом случае определяется выражением

$$V_1 \begin{cases} < \\ > \end{cases} V_2 \begin{cases} \hat{x}_i = x_1, \\ \hat{x}_i = x_2, \end{cases} \quad (2.41)$$

где

$$V_i = \left\{ \left[ \sum_{k=1}^M \int_0^{\tau_0} y(t)\varphi_{ik}(t) \sin \omega_0 t dt \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^M \int_0^{\tau_0} y(t)\varphi_{ik}(t) \cos \omega_0 t dt \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad i = 1, 2. \quad (2.42)$$

Так же, как и в предыдущем случае, возможен ряд вариантов схемы оптимального приемника, соответствующего правилу (2.41). Один из таких вариантов приведен на рис. 2.16.

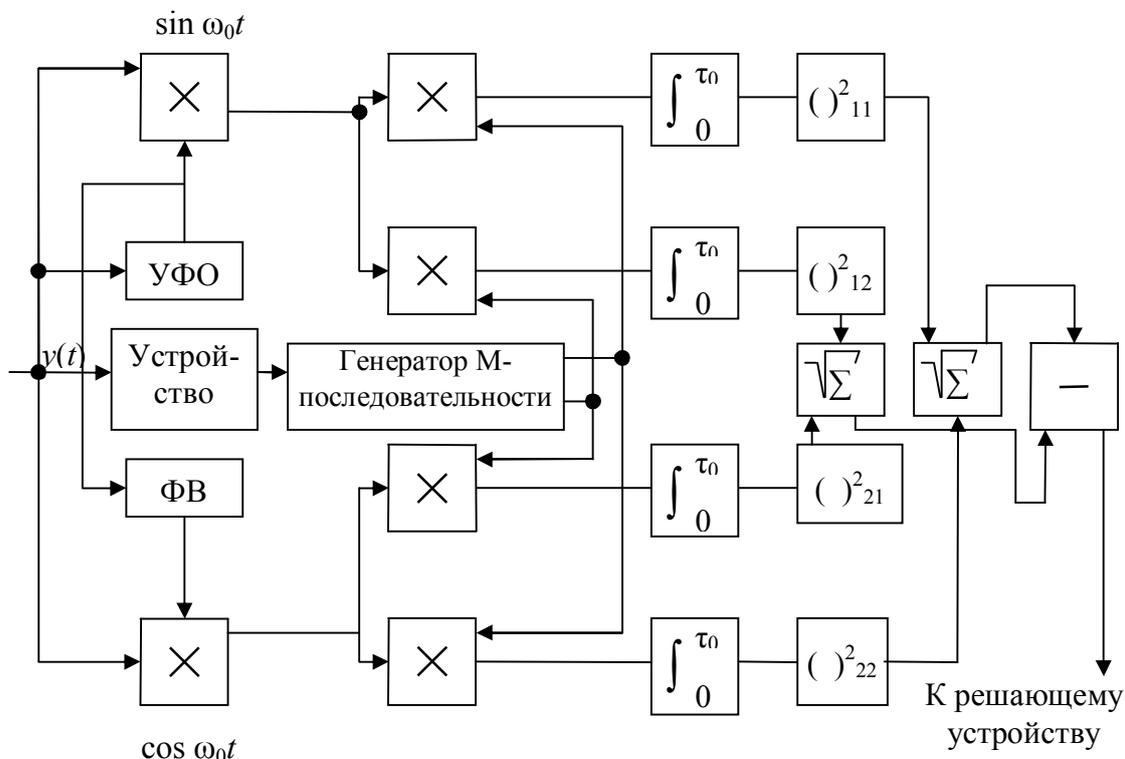


Рис. 2.16. Структурная схема некогерентного приёмника двоичных сигналов

Схема приемника оказывается довольно сложной. Особенность ее работы по сравнению со схемой оптимального приема сложного сигнала, известного точно, состоит в том, что принятое колебание  $y(t)$  разлагается на два ортогональных, соответствующих синусоидальному косинусоидальному опорным напряжениям (рис. 2.17). При этом составляющие каждой проекции  $y_b(t)$  и  $y_c(t)$  оказываются когерентными с опорными напряжениями. Приемник определяет длину вектора каждой проекции, а затем, зная их, находит длину вектора принятого сигнала. Так как посылка сигнала может принять одно из двух возможных значений, то необходимо вычислять два возможных значения вектора. Решение принимается после сравнения этих значений. Переданным считается тот информационный символ, которому соответствует принятый сигнал с большей величиной вектора.

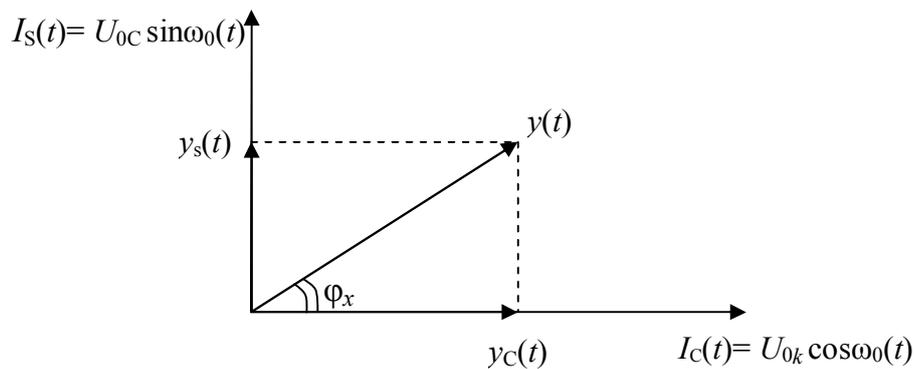


Рис. 2.17. Представление принятого сигнала в виде ортогональных сигналов

При практической реализации приема сложных сигналов возникает ряд трудностей, которые приводят к ухудшению показателей работы системы по сравнению с оптимальным приемом. Эти трудности обусловлены неидеальностью характеристик элементов и узлов реальных приемных устройств. Нестабильностью этих характеристик во времени из-за влияния различных дестабилизирующих факторов (случайных изменений температуры, питающих напряжений и т.п.), а также наличием технологического разброса параметров. К перечисленным причинам добавляются такие факторы, как неидеальность синхронизации, невозможность иметь точное значение несущей частоты в пункте приема и т.п. Указанные обстоятельства приводят к тому, что даже сравнительно небольшие отклонения от оптимальных методов приема могут существенно ухудшить помехоустойчивость системы, особенно если база сигнала значительна. Все это делает проблему реализации приёмных устройств сложных сигналов очень трудной и многообразной.

## 2.5. Примеры применения сложных сигналов в цифровых системах передачи данных

Применение сложных сигналов позволяет в ряде случаев решать задачи передачи информации более успешно по сравнению с традиционными методами. К таким случаям можно отнести передачу информации по каналам с многолучевым эффектом распространения; ослабление мешающего действия различных систем, работающих в том же диапазоне частот; повышение эффективности использования выделенного диапазона частот; ослабление влияния узкополосных помех и т.п. Кроме этого, сложные сигналы открывают ряд возможностей построения систем с такими свойствами, которые не могут быть получены в системах с простыми сигналами: скрытность, крипто- и имитостойкость связи; возможность одновременно с передачей информации измерять координаты движущегося объекта, на котором расположена передающая часть системы, и т.д.

Ниже кратко рассматриваются некоторые примеры применения сложных сигналов.

**2.5.1. Применение сложных сигналов в многолучевых каналах.** Эффект многолучевого распространения в каналах со случайными параметрами приводит к появлению интерференции между соседними посылками сигнала и их замираниям. При простых сигналах влияние интерференции можно уменьшить, только увеличивая длительность посылок, что, естественно, приводит к уменьшению скорости передачи. Для ослабления существенных замираний уровня простые сигналы приходится принимать методами разнесенного приема.

Применение сложных сигналов в ряде случаев позволяет решить задачу ослабления влияния интерференции и замираний более успешно. Рассмотрим для этого рис. 2.18, на котором показаны огибающие одной посылки сложного сигнала, пришедшей по трем разным лучам. Полагаем, что замирания являются общими и за время, равное длительности посылки  $\tau_0$ , амплитуда и начальная фаза элементов сигнала не меняются.

Оптимальная обработка посылки сложного сигнала корреляторами или согласованными фильтрами дает выходное напряжение, вид которого совпадает с корреляционной функцией этой посылки. Выходные напряжения, соответствующие одной и той же посылке и разным лучам, показаны на рис. 2.18,б. Длительность основного лепестка этого напряжения приблизительно равна величине

$$\tau_{\text{вых}} \approx 1 / \Delta f_9 = \tau_0 / \Delta f_9 \tau_0 = \tau_0 / B. \quad (2.43)$$

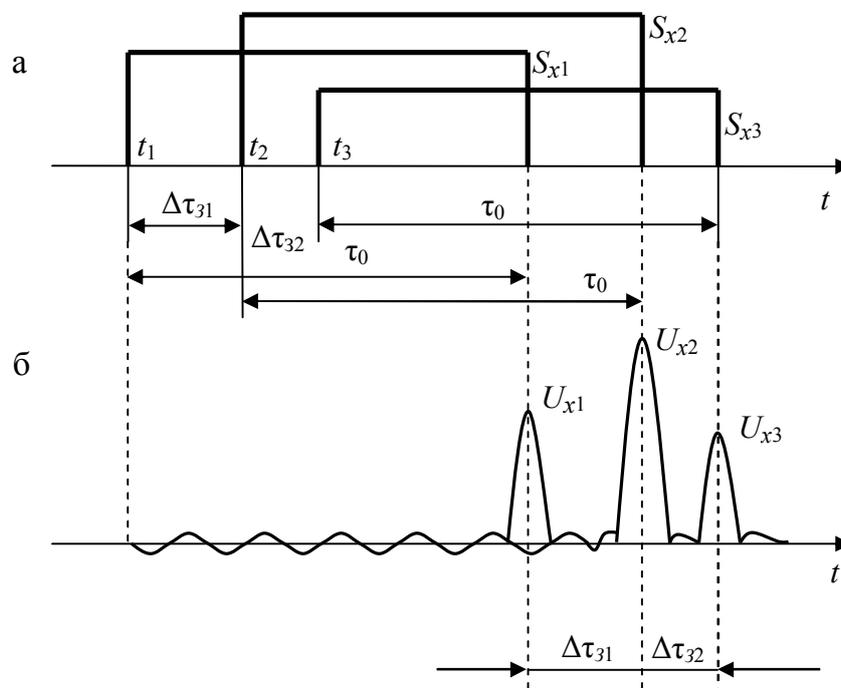


Рис. 2.18. Огибающие сложного сигнала:  
а – пришедшего по трём разным лучам; б – на выходе приёмника

Если база сигнала значительна ( $B \gg 1$ ), то  $\tau_{\text{выл}} \ll \tau_0$  и, следовательно, в результате обработки посылки происходит ее «сжатие» по времени. Нетрудно видеть, что при условии

$$\Delta\tau_{3\text{min}} \geq \tau_{\text{выл}} \quad (2.44)$$

выходные напряжения разделяются друг от друга несмотря на то, что на входе посылки от разных лучей перекрываются. Из (2.44) и (2.43) следует, что база сигнала, при которой обеспечивается разделение лучей с минимальной разностью запаздывания  $\tau_{3\text{min}}$ , должна удовлетворять условию

$$B \geq \tau_0 / \Delta\tau_{3\text{min}}. \quad (2.45)$$

Так как огибающие посылки, пришедшей по разным лучам  $S_{x1}$ ,  $S_{x2}$ ,  $S_{x3}$ , случайны, то случайны и выходные напряжения  $U_{x1}$ ,  $U_{x2}$ ,  $U_{x3}$ .

Оптимальная обработка посылок представляет собой линейную операцию, поэтому закон распределения выходных напряжений остается таким же, как и у огибающих. Если выходные напряжения обработать далее схемой, показанной на рис. 2.19, а, то на ее выходе образуется последовательность импульсов со случайными амплитудами (рис. 2.19, б), среди которых будет импульс с амплитудой  $U_{xp}$ . Поскольку этот импульс представляет собой результат сложения трех импульсов со случайными амплитудами  $U_{x1}$ ,  $U_{x2}$  и  $U_{x3}$ , закон распределения величины  $U_{xp}$  изменится по сравнению с распределениями случайных величин  $U_{x1}$ ,  $U_{x2}$  и  $U_{x3}$ . В частности, если величины  $U_{x1}$ ,  $U_{x2}$  и  $U_{x3}$  подчиняются распределению Релея, то распределение  $U_{xp}$  определяется композицией этих распределений и, следовательно, замирания величин  $U_{xp}$  менее глубоки, чем замирания случайных величин  $U_{x1}$ ,  $U_{x2}$  и  $U_{x3}$ . Нетрудно видеть, что указанная процедура эквивалентна разнесенному приему с линейным сложением трех ветвей.

Так как время запаздывания лучей и разность хода между ними случайны, то в общем случае необходимо применять линию с временем задержки

$$\tau_{лз} = \Delta\tau_{3\text{max}} - \Delta\tau_{3\text{min}} = \tau_p,$$

равным времени многолучевого растяжения сигнала, а отводы брать через интервалы, равные минимальному времени запаздывания  $\Delta\tau_{3\text{min}}$ . Значения  $\Delta\tau_{3\text{min}}$  и  $\Delta\tau_{3\text{max}}$  определяются при экспериментальных исследованиях свойств конкретного канала. Таким образом, применение сложных сигналов позволяет разделить перекрывающиеся сигналы, приходящие по разным лучам. Это дает возможность эффективно использовать энергию сигналов от отдельных лучей и существенно ослабить влияние замираний, обусловленных эффектом многолучевого распространения.

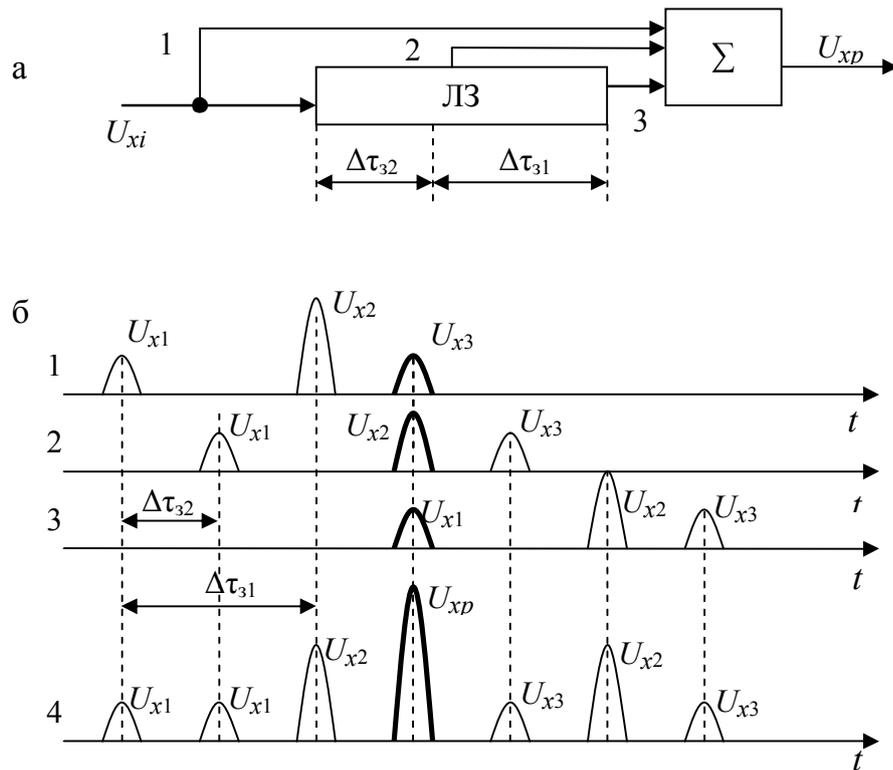


Рис. 2.19. Процесс обработки посылок:  
а – схема устройства; б – временные диаграммы

Изложенные выше идеи впервые были реализованы в системе «Рейк». Название системы происходит от английского слова Rake – грабли. Действительно, напряжение на выходе сумматора (рис. 2.19) напоминает зубья граблей. Видимо, это и послужило основанием для такого термина. Эта система предназначалась для передачи двоичной информации на расстояние около 4500 км методом ЧМ<sub>н</sub> сигналов, манипулированных псевдослучайной бинарной последовательностью. Ширина спектра сигнала выбиралась равной 10 кГц, а база  $B_c = 220$ . В зависимости от времени суток использовались диапазоны 8, 12 и 17 МГц. При мощности передатчика 22 кВт система обеспечивала передачу информации с вероятностью искажения символа не более  $10^{-6}$  и была эквивалентна системе примерно с 3 – 4 кратным пространственным разнесением.

**2.5.2. Применение сложных сигналов для борьбы с помехами.** Применение сложных сигналов иногда позволяет эффективно бороться с различными помехами, спектр которых сосредоточен в значительно более узком диапазоне частот по сравнению с диапазоном, занимаемым спектром сложного сигнала.

Как уже неоднократно указывалось, помехоустойчивость оптимального приема в гауссовских каналах зависит от величины

$$h_0^2 = E_0 / N_0 = (P_C / P_{ш})_{BX} B = \rho^2 \cdot B, \quad (2.46)$$

где  $E_0$  – энергия посылки длительностью  $\tau_0$ ;  
 $N_0$  – спектральная плотность шума;

$P_C$  – мощность широкополосного сигнала;

$P_{ш}$  – мощность шума;

$B$  – база сигнала.

Для сложных сигналов с большим значением базы ( $B \gg 1$ ) требуемая величина  $h_0$ , при которой достигается заданная вероятность ошибки приема, может быть получена при малом входном отношении мощности сигнала к мощности шума. Это означает, что уровень сигнала на входе приемника оказывается значительно меньше уровня шума. Если ввести условную величину  $N_{0c}$ , характеризующую среднюю интенсивность мощности сигнала на единицу полосы, то для сигнала с большой базой можно записать условие

$$(P_C / P_{ш})_{вх} = P_C / N_0 \Delta f_{\Sigma} = (N_{0c} / N_0)_{вх} \ll 1.$$

Чем больше база сигнала, тем сильнее посылка «замаскирована» в шумах. При таких условиях обнаружить сам факт работы системы затруднительно. Так как мощность сигнала в такой системе распределена в широкой полосе частот, то ее интенсивность мала и такой сигнал практически не создает сколь-нибудь заметных помех системам, в которых используются значительно более узкополосные сигналы. Работа систем с узкополосными сигналами также не окажет существенного влияния на работу систем со сложными сигналами, если применять фильтрацию той части спектра сложного сигнала, где действует узкополосный сигнал. Потеря мощности сложного сигнала из-за такой фильтрации определяется соотношением

$$\Delta P_C / P_C = \Delta f_{yc} / \Delta f_{\Sigma} \equiv 1 / B \ll 1,$$

где  $\Delta f_{yc}$  – ширина спектра узкополосного сигнала.

При большой базе эти потери незначительны и не приводят к заметному уменьшению величины напряжения после оптимальной обработки сложного сигнала.

Таким образом, применение сложных сигналов открывает возможность одновременной работы в одном и том же диапазоне частот узкополосных и широкополосных систем без заметного влияния их друг на друга (частотная совместимость систем).

На рис. 2.20 представлена зависимость базы ШПС  $B$  от отношения сигнал-помеха на входе  $\rho^2$  дБ при значениях  $h_0^2$ , равных 10, 20 и 30 дБ, построенные согласно (2.46). Например, если необходимо иметь  $h_0^2 = 20$  дБ, а на входе приемника  $\rho^2 = -40$  дБ, то требуемая база должна быть равна 60 дБ, т. е.  $B = 10^6$ .

Соотношение (2.46) является фундаментальным в теории систем связи с ШПС. Они получены для помехи в виде белого шума с равномерной спектральной плотностью мощности в пределах полосы частот, ширина которой равна ширине спектра ШПС. Вместе с тем эти соотношения справедливы для

широкого круга помех (узкополосных, импульсных, структурных), что и определяет их фундаментальное значение.

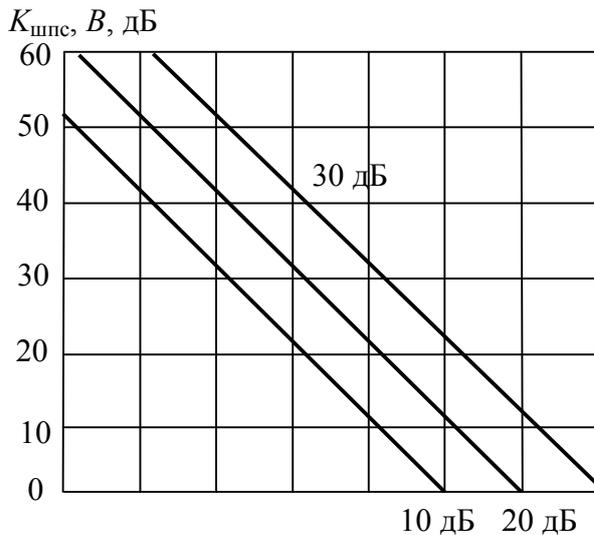


Рис. 2.20. Зависимость базы ШПС от отношения сигнал – помеха на выходе приёмника

**2.5.3. Применение сложных сигналов для улучшения эффективности использования отведенного диапазона частот.** Непрерывное увеличение числа различных систем связи делает особенно важной задачу рационального использования отведенных диапазонов частот. Наиболее распространенным до сих пор методом использования диапазона частот, выделенного для определенного класса систем, является метод частотной селекции сигналов. В соответствии с этим методом каждой системе выделяется определенный поддиапазон

частот в пределах общего выделенного диапазона и разделение сигналов разных систем достигается их частотной селекцией.

Сложные сигналы можно разделять не только по частоте, но и по форме [11]. Разделение по форме (кодовое или структурное разделение) основано на корреляционных свойствах ансамбля сложных сигналов, различающихся тонкой структурой (формой), обусловленной расположением последовательности элементов, образующих эти сигналы. Хорошие корреляционные свойства ансамбля сложных сигналов позволяют успешно использовать такие сигналы в системах, работающих одновременно в одном и том же диапазоне частот.

Выясним, при каких условиях такое применение сложных сигналов может улучшить эффективность использования отведенного диапазона частот по сравнению со случаем частотной селекции.

Пусть в отведенном диапазоне частот  $\Delta f_{\text{общ}}$  необходимо организовать разветвленную сеть связи, позволяющую каждому из  $N$  абонентов в любое время связаться с любым другим абонентом.

При частотном уплотнении каждому абоненту выделяется полоса частот  $\Delta f_k$ , а для улучшения условий селекции этих полос вводятся защитные полосы  $\Delta f_{\text{защ}}$ . Тогда

$$\Delta f_k + \Delta f_{\text{защ}} = \Delta f_k (1 + \alpha_{\text{защ}}) = \Delta f_{\text{общ}} / N,$$

$$\Delta f_k = \Delta f_{\text{общ}} / N(1 + \alpha_{\text{защ}}),$$

где  $\alpha_{\text{защ}}$  – коэффициент, учитывающий введение защитной полосы.

При уплотнении по форме (кодовое или структурное уплотнение) все  $N$  абонентов используют весь отведенный диапазон.

Для сравнения эффективности использования полосы в первом и втором случаях воспользуемся критерием удельных затрат полосы. Тогда

$$\beta_{I\Delta f} = \frac{\Delta f_{общ}}{N \sum_{i=1} C_{Ii}}, \quad \beta_{II\Delta f} = \frac{\Delta f_{общ}}{N \sum_{i=1} C_{IIi}},$$

где  $C_{Ii}$  и  $C_{IIi}$  – пропускная способность по  $i$ -му каналу в первом и втором случаях соответственно.

Далее для простоты будем полагать, что эти значения не зависят от номера канала, и обозначим их  $C_{Ik}$  и  $C_{IIk}$ . Очевидно, что условием лучшей эффективности систем со сложными сигналами является

$$\frac{\beta_{II\Delta f}}{\beta_{I\Delta f}} = \frac{C_{Ik}}{C_{IIk}} < 1. \quad (2.47)$$

Для конкретизации этого условия воспользуемся формулой Шеннона. При этом будем считать, что мощность сигнала и спектральная плотность шума в обоих случаях одинаковы. Тогда

$$C_{Ik} = \frac{\Delta f_{общ}}{N(1 + \alpha_{защ})} \log_2 \left[ 1 + \frac{P_c N(1 + \alpha_{защ})}{N_0 \Delta f_{общ}} \right],$$

$$C_{IIk} = \Delta f_{общ} \log_2 \left[ 1 + \frac{P_c}{N_0 \Delta f_{общ}} \right]. \quad (2.48)$$

С учётом (2.48) условие (2.47) принимает вид

$$\frac{\log_2 [1 + AN(1 + \alpha_{защ})]}{N(1 + \alpha_{защ}) \log_2 (1 + A)} < 1, \quad (2.49)$$

где  $A = P_c / N_0 \Delta f_{общ} = (P_c / P_{ш})_{вх}$ .

Эта величина определяет отношение сигнал/шум на входе приемника системы со сложными сигналами. Для таких сигналов  $A < 1$ . Так как отношение логарифмов не зависит от их основания, то, перейдя к натуральным логарифмам и используя разложение  $\ln(1 + A) \approx A$  (при  $A \leq 0,2$ ), получим

$$\frac{\ln[1 + AN(1 + \alpha_{защ})]}{AN(1 + \alpha_{защ})} < 1. \quad (2.50)$$

Исследование этого условия показывает, что оно выполняется, начиная со значений

$$AN(1 + \alpha_{защ}) \geq 0,23. \quad (2.51)$$

Величину  $\alpha_{защ}$  обычно выбирают в пределах 0,1 – 0,3. Принимая  $\alpha_{защ} = 0,2$  и учитывая выражение для  $A$ , получаем из (2.51) следующее условие:

$$N(P_c / P_{ш})_{вх} \geq 0,2. \quad (2.52)$$

Это условие определяет минимальное число каналов, начиная с которого система со сложными сигналами эффективнее использует полосу, чем системы с простыми сигналами. Чем меньше отношение сигнал/шум (чем больше база сигнала), тем при большем числе каналов начинается улучшение.

Примерами систем, эффективно использующих выделенный диапазон частот, могут служить различные дискретно-адресные системы с вызовом произвольного абонента, спутниковые системы связи со свободным доступом и т. п. Такие системы позволяют осуществлять связь между большим числом различных абонентов в любое необходимое время, т. е. эти системы являются несинхронными. Очень часто подобные системы называют асинхронно-адресными. Так как асинхронно-адресные системы, работающие в одном и том же диапазоне частот, могут создавать друг другу взаимные помехи, одной из основных проблем при их разработке является проблема выбора сигналов. Эти сигналы должны принадлежать к ансамблю с «хорошими» корреляционными свойствами (обеспечивать малые значения взаимокорреляционных функций по сравнению с основным пиком автокорреляционных функций). Для этого часто используют многочастотные составные сигналы, получаемые частотно-временным кодированием. Применение таких сигналов позволяет упростить приемно-передающую аппаратуру систем.

Обычно передачу цифровой информации в асинхронно-адресных системах ведут двоичными сигналами. Поэтому из выбранного ансамбля каждой системе выделяется один (при передаче с пассивной паузой) или два (при передаче с активной паузой) сложных сигнала. Эти же сигналы одновременно исполняют роль «адреса» данной системы. Каждое приёмное устройство может быть настроено на «адрес» любой системы, с которой необходимо установить связь.

Получить ансамбль большого числа сигналов, обладающих «хорошими» корреляционными свойствами, затруднительно. Поэтому некоторые сигналы могут давать заметные значения взаимокорреляционных функций. Если число одновременно работающих систем достаточно велико, то уровень помех на выходе коррелятора или оптимального фильтра приемника может быть значительным, так как он пропорционален сумме взаимокорреляционных функций сигналов работающих систем. Такие взаимные помехи являются основным фактором, ухудшающим качество передачи информации в адресных системах. Для ослабления их в подобных системах часто применяют определенную дис-

циплину работы. Если число активных систем возрастает настолько, что уровень взаимных помех становится недопустимым, то определенная часть систем должна прекращать работу.

**2.5.4. Скрытность системы связи.** Это способность противостоять обнаружению и измерению параметров. Скрытность – понятие очень ёмкое, так как включает в себя большое множество особенностей обнаружения ШПС и измерения их параметров. Поскольку обнаружение ШПС и измерение параметров возможны при различной первоначальной осведомленности (априорной неопределенности) о системе связи, то можно указать только основные соотношения, характеризующие скрытность. Когда известно, что в данном диапазоне частот может работать система связи, но параметры ее неизвестны, то в этом случае можно говорить об энергетической скрытности системы связи, так как ее обнаружение возможно с помощью анализа спектра (энергетическое обнаружение). Характеристика обнаружения (вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала) полностью определяется отношением сигнал-помеха на входе приемника-анализатора  $\rho^2 = P_s/P_{ш}$ , где помеха представляет собой собственный шум приёмника  $P_{ш} = kT_0(N_{ш} - 1)F$ , а  $k$  – постоянная Больцмана,  $T_0$  – температура окружающей среды,  $N_{ш}$  – коэффициент шума приёмника. Время обнаружения ШПС при условии  $\rho^2 \ll 1$  приближенно определяется соотношением  $T_{обн} = F^{-1}(\rho^2)^{-2} 2q^4$ , или

$$T_{обн} \approx aF, \quad (2.53)$$

где размерная постоянная  $a = 2[q^2 kT_0(N_{ш} - 1)/P_c]^2$  зависит как от шумовых свойств приемника, мощности сигнала на входе, так и от требуемого отношения сигнал-помеха на выходе  $q^2$ . Таким образом, чем шире ширина спектра ШПС, тем больше время обнаружения, тем выше энергетическая скрытность системы связи.

Таким образом, чем шире спектр ШПС и чем больше его база, тем выше как энергетическая, так и параметрическая скрытность. Для борьбы с радиоразведкой в помехозащищённых системах связи применяют также смену ШПС. Частота смены ШПС, их выбор из некоторого ансамбля (системы сигналов) определяется многими требованиями к системе связи и не может быть однозначно определен. Однако полагают, что число сигналов в системе (или объем системы сигналов) должно быть много больше базы ШПС. Можно предположить, что для помехозащищённых систем связи объем системы сигналов  $L$  определяется степенным законом:

$$L \sim B^m, \quad (2.54)$$

где  $m$  – некоторое число, по крайней мере удовлетворяющее условию  $m \geq 2$ , хотя для работы может использоваться гораздо меньшее число ШПС.

Следовательно, использование ШПС повышает помехоустойчивость и скрытность системы связи, т.е. её помехозащищенность. Как следует из материалов печати, ШПС используют в спутниковых системах связи, в авиационных системах связи, в радиорелейных линиях, в спутниковых навигационных системах и мобильных системах связи.

**2.5.5. Кодовое разделение абонентов.** Благодаря быстрому развитию микроэлектроники, ШПС нашли широкое применение в коммерческих системах связи. Основой этих систем является кодовое разделение абонентов за счет ШПС, отличающихся по форме.

При больших базах можно построить большое число различных ШПС. Например, пусть ШПС представляет собой фазоманипулированный сигнал, состоящий из радиоимпульсов, фазы которых 0 или  $\pi$ , а число их равно  $B$ . Можно построить множество сигналов (так называемый полный код), число сигналов в котором равно  $2^B$ , а сигналы между собой отличаются хотя бы в одном импульсе. Если положить  $B = 100$ , то имеем  $2^{100} \sim 10^{30}$  различных сигналов. Из такого большого множества можно отобрать систему сигналов так, чтобы каждому абоненту в системе связи выделить свои собственные сигналы. При этом все абоненты могут работать в общей полосе частот, а разделение их возможно за счет различия ШПС по форме. Такое разделение абонентов называется кодовым. При этом ШПС является по сути дела адресом абонента и в этом случае принципиально нет необходимости в принудительной временной синхронизации абонентов. Поэтому подобные системы связи получили название асинхронных адресных систем связи (ААСС). Они основаны на применении ШПС и кодовом разделении абонентов.

В ААСС все абоненты работают в общей полосе частот. Поэтому при передаче информации ШПС различных абонентов перекрываются по времени и по частоте и создают взаимные помехи. Однако при использовании ШПС с большими базами, возможно, свести уровень взаимных помех до требуемого, чтобы обеспечить необходимое качество приема информации. Если предположить, что на входе одного из приемников системы связи действует  $L$  мешающих ШПС с одинаковыми мощностями, то отношение сигнал-помеха на выходе приемника

$$h_0^2 = B / L. \quad (2.53)$$

Таким образом, увеличивая базу ШПС, всегда можно добиться требуемого качества приема информации.

На рис. 2.21 представлены зависимости базы ШПС от числа активных абонентов, построенные согласно (2.53). Графики рис. 2.21 позволяют определить помехоустойчивость ААСС.

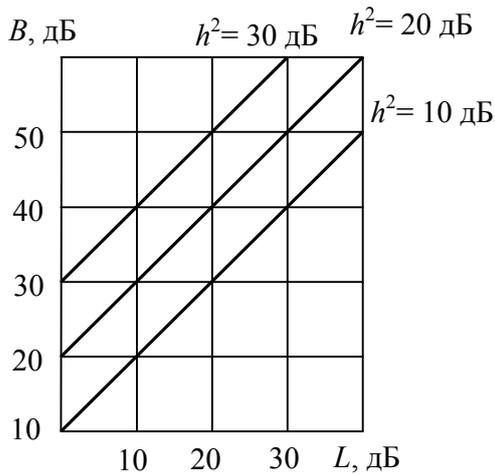


Рис. 2.21. Помехоустойчивость ААСС

В последние годы широкое распространение получили радиотелефонные системы подвижной связи. Вся обслуживаемая территория разбивается на большое число зон в виде сот. В каждой зоне радиосвязь ведется на частотах, специально выделенных этой зоне. За счет территориального разнесения зон с одинаковыми частотными каналами возможно многократное использование одних и тех же частотных каналов. Такие системы связи получили название сотовых систем подвижной связи (ССПС).

Прием сигналов в таких системах принципиально сопровождается взаимными помехами так же, как и в ААСС. Поэтому применение ШПС в ССПС перспективно, поскольку позволяет успешно бороться с взаимными помехами. Эффективность ССПС

$$\gamma_{\text{ССПС}} \approx 3,63(R_0 / D)^2 / F_k, \quad (2.54)$$

где  $R_0$  – радиус зоны обслуживания;  
 $D$  – защитный интервал;  
 $F_k$  – ширина частотного канала.

Если положить  $R_0 = 30$  км,  $D \approx 4,4$  км, радиус зоны  $R = 0,85$  км, а  $F_k = 50$  кГц, то  $\gamma_{\text{ССПС}} \approx 3333$  аб/МГц.

**2.5.6. Измерение координат подвижных объектов.** Применение ШПС позволяет совместить системы передачи информации и системы траекторных измерений. При измерении параметров движения объекта наибольший интерес представляют расстояние между приёмником и передатчиком и их относительная скорость. Расстояние измеряется по задержке во времени, а скорость – по доплеровскому смещению частоты. Точность измерения и разрешающая способность по задержке определяются отношением сигнал-помеха  $h_0^2$  (2.46) и шириной спектра сигнала и характеризуются ошибкой

$$\sigma_t = 1/(h_0 F). \quad (2.55)$$

Чем больше  $h_0$  и  $F$ , тем меньше ошибка в измерении задержки, тем выше точность измерения и разрешающая способность по расстоянию. Точность измерения доплеровского смещения частоты определяется отношением сигнал-помеха  $h_0^2$  (2.46) и длительностью сигнала и характеризуется ошибкой

$$\sigma_f = 1/(h_0 T). \quad (2.56)$$

Чем больше  $h_0$  и  $T$ , тем меньше ошибка в измерении доплеровского сдвига частоты, тем выше точность измерения и разрешающая способность по скорости. Из (2.55), (2.56) следует, что при совместном измерении расстояния и скорости необходимо использовать ШПС, так как только для ШПС можно независимо изменять и ширину спектра  $F$  и длительность  $T$ . В системах связи длительность  $T$  обычно определяется скоростью передачи информации. Поэтому повышения точности измерения расстояния можно достигнуть расширением спектра  $F$ , т.е. используя ШПС.

**2.5.7. Электромагнитная совместимость.** Шумоподобные сигналы обеспечивают хорошую электромагнитную совместимость ШСС (ЭМС) с узкополосными системами радиосвязи и вещания. На рис. 2.22 изображены спектры ШСС с ШПС с шириной спектра  $F$  и узкополосной системы связи с шириной спектра сигнала  $F_y$ . Соответственно для ШПС спектральная плотность мощности  $N_{\text{шпс}} = P_{\text{шпс}}/F$ , для узкополосного сигнала  $N_y = P_y/F_y$ . Помехоустойчивость системы связи с ШПС определяется фундаментальным соотношением (2.46), в котором  $\rho^2 = P_{\text{шпс}}/P_y$ . Если узкополосная система связи постоянно занимает определенный интервал, то можно её спектр полностью подавить, используя режекторный фильтр, настроенный на частоту узкополосной системы связи. Таким образом, воздействие узкополосной системы связи на широкополосную незначительно. В свою очередь, широкополосная система связи также слабо влияет на узкополосную систему связи. Мощность ШПС, проходящего на выход приемника,  $N_{\text{шпс}}F_y = P_{\text{шпс}}F_y/F$ . Поэтому отношение сигнал-помеха на выходе узкополосного приемника будет определяться соотношением (2.46), в котором  $\rho^2 = P_y/P_{\text{шпс}}$ , а  $B = F/F_y$ . Поэтому чем больше отношение (2.46), тем лучше фильтрация ШПС в узкополосной системе связи. Следовательно, чем больше база ШПС, тем выше ЭМС широкополосной и узкополосной систем связи.

Системы связи с ШПС можно совмещать и с радиотелевизионными системами. На рис. 2.23 изображен спектр телевизионного сигнала  $N_{\text{тв}}$ . Программы телевидения в одной территориальной зоне передаются по нескольким каналам с большими защитными частотными интервалами. Обычно в этих частотных защитных интервалах не допускается работа каких-либо радиотехнических систем, чтобы не создавать помех телевизионным передачам. Однако можно в этих частотных интервалах разместить системы связи с ШПС так, как это показано на рис. 2.23. Спектр ШПС расположен вблизи спектра телевизионного сигнала, там, где спектральная плотность последнего резко уменьшается. При этом взаимные помехи и той, и другой системе будут малыми. Следует отметить, что если вместо ШПС использовать сигналы с частотной модуляцией, то уровень взаимных помех возрастает, так как сигналы системы связи и телевидения относятся к одинаковому классу и демодулируются частотным детектором.

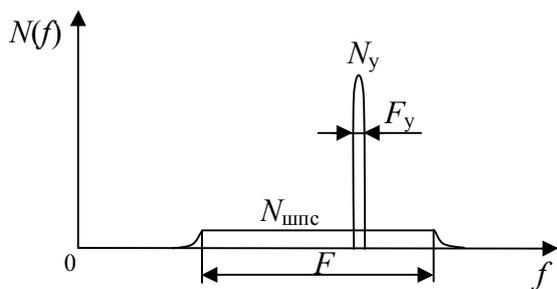


Рис. 2.22. Спектры широкополосной и узкополосной систем связи

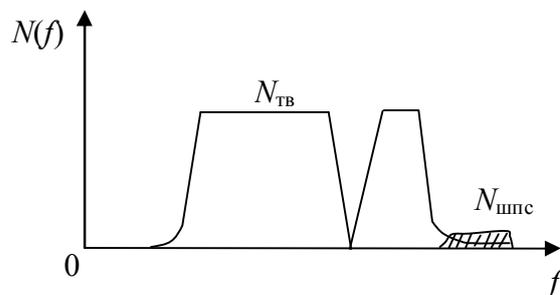


Рис. 2.23. Спектры телевизионного сигнала и ШПС

Таким образом, системы связи с ШПС обладают хорошей ЭМС с системами радиосвязи, вещания и телевидения. Ранее было упомянуто, что ШПС обеспечивают высокую эффективность использования радиоспектра в ССПС. Если рассматривать действие систем связи в некотором замкнутом пространстве, то оказывается, что наилучшую ЭМС при ограниченном диапазоне частот обеспечивают ШПС, хотя сами по себе они требуют более широкой полосы, чем традиционные узкополосные системы. В то же время общая полоса частот при использовании ШПС будет меньше. Из рассмотрения основных свойств ШПС следует, что применение ШПС в системах передачи данных позволяет обеспечивать высокую помехоустойчивость относительно мощных помех, скрытность, адресность, работоспособность в общей полосе частот, борьбу с многолучевостью, высокие точности измерений и разрешающие способности, хорошую ЭМС со многими радиотехническими системами.

### 3. ФОРМИРОВАНИЕ ТРЕБУЕМОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ДАННЫХ

#### 3.1. Линейные коды

Данные пользователя, поступающие от источников информации уже являются цифровыми, представленными в униполярном или биполярном коде без возврата к нулю – *NRZ* (NonReturn to Zero). При передаче данных на большие расстояния в коде *NRZ* возникают следующие проблемы:

- с течением времени нарастает постоянный ток, блокируемый некоторыми электрическими устройствами цифрового тракта, например, трансформаторами, что приводит к искажению передаваемых импульсов;
- изменение постоянного тока в цепи отрицательно сказывается на функционировании устройств, получающих питание от линии (репитеры или *CSU*);
- передача длинных серий нулей или единиц приводит к нарушению правильной работы устройств синхронизации;

– отсутствует возможность контроля возникающих ошибок на уровне физического канала.

Перечисленные проблемы решаются при помощи методов линейного кодирования. Параметры получаемого линейного сигнала должны быть согласованы с характеристикой используемой линии и отвечать ряду следующих требований:

– энергетический спектр линейного сигнала должен быть как можно уже. В нем должна отсутствовать постоянная составляющая, что позволяет повысить верность либо дальность передачи;

– структура линейного сигнала должна обеспечивать возможность выделения тактовой частоты на приемной стороне;

– обеспечение возможности постоянного контроля за ошибками на уровне физической линии;

– линейный код должен иметь достаточно простую техническую реализацию;

– сигнал должен быть неполярным, т.е. полярность сигнальных проводников не должна иметь значения, в таком случае система передачи не боится ошибок типа «зеркальный прием», или «обратная работа» (инверсия знаков), а также переплюсовки контактов физической линии или используемых разъемов.

Формирование требуемого энергетического спектра может быть осуществлено соответствующим изменением структуры импульсной последовательности и выбором нужной формы импульсов. Например, даже сокращение длительности импульсов в два раза (биимпульсный код с возвратом к нулю, *RZ*) вдвое уменьшает уровень постоянной составляющей и увеличивает уровень тактовой составляющей в спектре такого сигнала.

Различают неалфавитные (*1B1T*, *1B1Q*) и алфавитные (*mBnB*, *mBnT*, *mBnQ*) коды (*B* – двоичное, *T* – троичное, *Q* – четверичное основание кода). В случае алфавитных кодов кодирующее устройство преобразует каждую группу из *m* символов (исходного алфавита) в новую группу из *n* символов (выходного алфавита), причем таким образом, чтобы примерно уравнивать число нулей и единиц в передаваемой последовательности. Для одного и того же кода (с одинаковым обозначением) может существовать несколько отображений исходного алфавита на выходной. Предельной помехоустойчивостью обладают сигналы, элементы которых равны, но противоположны по полярности. Примеры популярных простых линейных кодов приведены на рис. 3.1. Остановимся на некоторых из них детальней.

**NRZ – Non Return to Zero (без возврата к нулю).** В этом варианте кодирования используется следующее представление битов:

– биты 0 представляются нулевым напряжением (0 В);

– биты 1 представляются напряжением  $+U$ .

Этот способ кодирования является наиболее простым и служит базой для построения более совершенных алгоритмов кодирования. Кодированию по методу *NRZ* присущ целый ряд недостатков:

- высокий уровень постоянного напряжения (среднее значение  $1/2U$  вольт для последовательности, содержащей равное число 1 и 0);
- широкая полоса сигнала (от 0 Гц для последовательности, содержащей только 1 или только 0, до половины скорости передачи данных при чередовании 10101010);
- возможность возникновения продолжительных периодов передачи постоянного уровня (длинная последовательность 1 или 0), в результате чего затрудняется синхронизация устройств;
- сигнал является поляризованным.

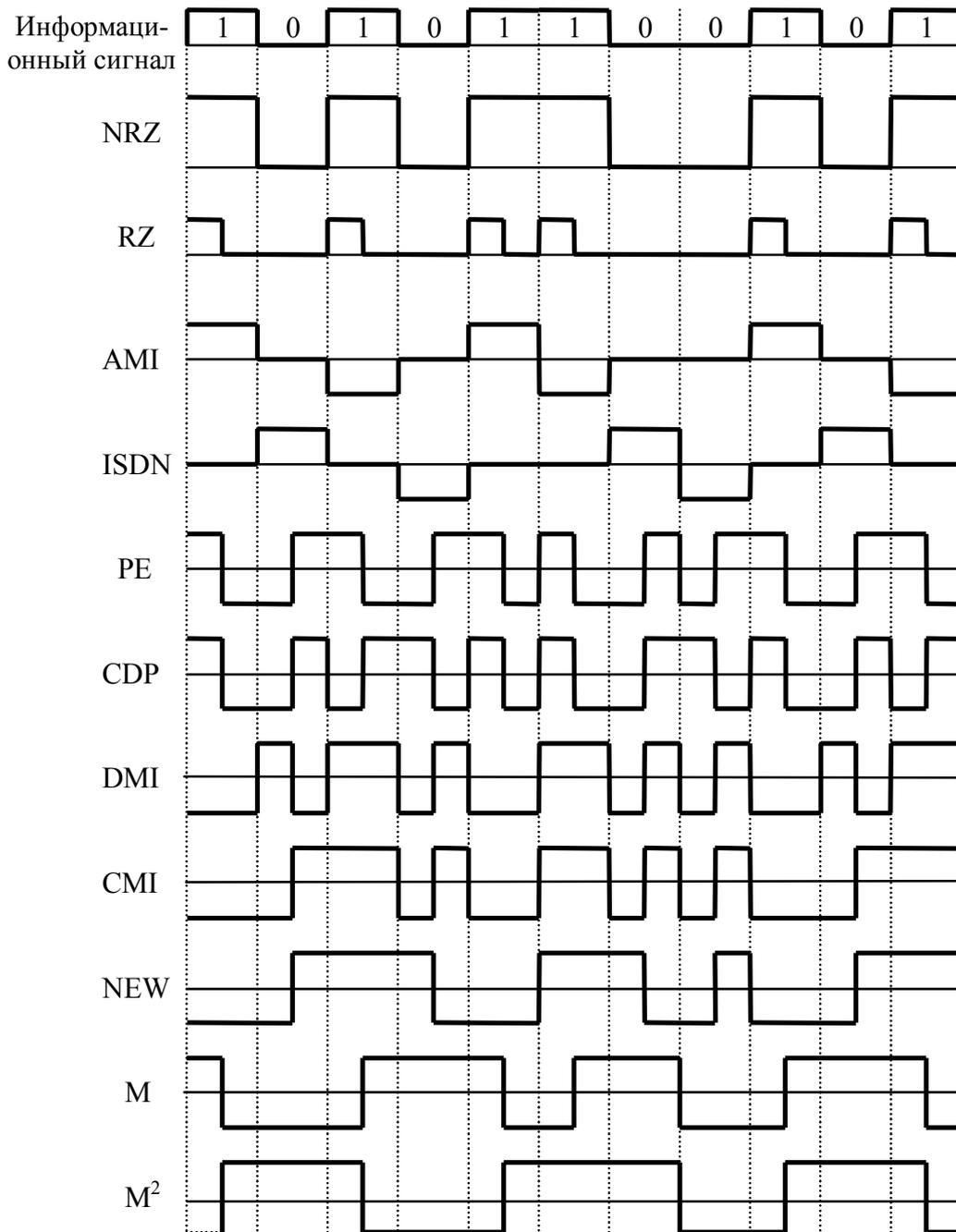


Рис. 3.1. Примеры линейных кодов

**RZ – Return to Zero (возврат к нулю).** Цифровые данные представляются следующим образом:

- биты 0 представляются нулевым напряжением (0 В);
- биты 1 представляются значением  $+U$  в первой половине и нулевым напряжением во второй, т.е. единице соответствует импульс напряжения продолжительностью передачи одного бита данных.

Этот способ имеет два преимущества по сравнению с кодированием *NRZ*:

- средний уровень напряжения в линии составляет  $1/4U$  (вместо  $1/2U$ );
- при передаче непрерывной последовательности 1 сигнал в линии не остаётся постоянным.

Однако при использовании кодирования *RZ* полоса сигнала может достигать значений, равных скорости передачи данных (при передаче последовательности 1).

**NRZ I – Non Return to Zero Inverted (инверсное кодирование без возврата к нулю).** Этот метод кодирования использует следующее представление битов цифрового потока:

- биты 0 представляются нулевым напряжением (0 В);
- биты 1 представляются напряжением 0 или  $+U$  в зависимости от предшествовавшего этому биту напряжения. Если предыдущее напряжение было равно 0, единица будет представлена значением  $+U$ , а в случаях, когда предыдущий уровень составлял  $+U$  для представления единицы, будет использовано напряжение 0 В.

Этот способ обеспечивает малую занимаемую сформированным сигналом полосу (как при методе *NRZ*) в сочетании с частыми изменениями напряжения (как в *RZ*), и, кроме того, обеспечивает нечувствительный к полярности сигнал, т.е. неполяризованный.

**AMI – Alternate Mark Inversion (кваситроичный сигнал с чередованием полярности импульсов).** Этот метод кодирования использует следующие представления битов:

- биты 0 представляются нулевым напряжением (0 В);
- биты 1 представляются поочередно значениями  $-U$  или  $+U$ .

Этот метод подобен алгоритму *RZ*, но обеспечивает в линии нулевой уровень постоянного напряжения.

Недостатком метода *AMI* является ограничение на «плотность» нулей в потоке данных, поскольку длинные последовательности 0 ведут к потере синхронизации.

**HDB3 – High Density Bipolar 3 (биполярное кодирование с высокой плотностью).** Представление битов в методе *HDB3* лишь незначительно отличается от представления, используемого алгоритмом *AMI*.

При наличии в потоке данных четырех последовательных битов 0 последовательность изменяется на  $000U$ , где полярность бита  $U$  такая же, как для предшествующего ненулевого импульса (в отличие от кодирования битов 1, для которых знак сигнала  $U$  изменяется поочередно для каждой единицы в потоке данных).

Этот способ снимает ограничения на плотность 0, присущие кодированию АМІ, но порождает взамен новую проблему – в линии появляется отличный от нуля уровень постоянного напряжения за счет того, что полярность отличных от нуля импульсов совпадает. Для решения этой проблемы полярность бита  $U$  изменяется по сравнению с полярностью предшествующего бита  $U$ . Когда это происходит, битовый поток изменяется на  $B00U$ , где полярность бита  $B$  совпадает с полярностью бита  $U$ . Когда приемник получает бит  $B$ , он думает, что этот сигнал соответствует значению 1, но после получения бита  $U$  (с такой же полярностью) приемник может корректно трактовать биты  $B$  и  $U$  как 0.

НДВЗ удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к способам цифрового линейного кодирования, но при его использовании могут возникать определенные проблемы.

**PE – Phase Encode (фазовое кодирование, манчестерское кодирование).** При фазовом кодировании используется следующее представление битов:

– биты 0 представляются значением  $-U$  в первой половине и напряжением  $+U$  – во второй половине;

– биты 1 представляются значением  $+U$  в первой половине и напряжением  $-U$  – во второй половине.

Аналогичный код, в котором символ 1 передается двоичной парой 10, а символ 0 – парой 01, называется кодом Манчестер-II. Этот способ удовлетворяет всем предъявляемым требованиям, но передаваемый в линию сигнал имеет широкую полосу и является поляризованным.

**CDP - Conditional Diphase.** Этот способ является комбинацией алгоритмов *NRZI* и *PE* и использует следующие представления битов цифрового потока:

– биты 0 представляются переходом напряжения в том же направлении, что и для предшествующего бита (от  $+U$  к  $-U$  или от  $-U$  к  $+U$ );

– биты 1 представляются переходом напряжения в направлении, противоположном предшествующему биту (от  $+U$  к  $-U$  или от  $-U$  к  $+U$ ).

Такой код стандартизован для использования в отечественном стыке *C1И* (C1-ФЛ-БИ).

Этот способ обеспечивает формирование неполярного сигнала, который занимает достаточно широкую полосу.

Наиболее широкое распространение получили двухуровневые линейные коды с удвоением скорости передачи класса 1В2В (преобразование группы из одного двухуровневого символа в группу из двух двухуровневых символов), обладающие высокой помехозащищенностью, простотой преобразования и выделения тактовой частоты. Однако частота следования импульсов таких кодов, а, следовательно, и требуемая полоса частот передачи вдвое превышает частоту следования исходной двоичной последовательности. К таким кодам кроме перечисленных выше относятся коды *DMI*, *CMI*, *NEW*, код Миллера ( $M$ ),  $M^2$ , и ряд других менее популярных.

В последнее время к способам цифровой модуляции (впрочем, как и к аналоговой) предъявляются повышенные требования по эффективности использования задействованной полосы частот. Другими словами, такие способы должны обеспечивать передачу большего количества бит на 1 Бод и, следовательно, на 1 Гц используемой полосы. С такой точки зрения наиболее предпочтительно использование алфавитных кодов ( $mBnB$ ,  $mBnT$ ,  $mBnQ$ ) с большими значениями отношения бит/Бод ( $m/n$ ), например, 2B1Q.

**Логический код 4B/5B.** Для улучшения потенциальных кодов типа AMI, NRZI или 2B1Q используют другие избыточные логические коды. Логическое кодирование должно заменять длинные последовательности бит, приводящие к постоянному потенциалу в среде передачи данных, вкраплениями единиц. Как отмечалось выше, для логического кодирования характерны два метода – избыточные коды и скремблирование. Например, избыточный логический код 4B/5B, используемый в технологиях FDDI и Fast Ethernet, заменяет исходные символы длиной 4 бит на символы длиной в 5 бит. Так как результирующие символы содержат избыточные биты, то общее количество битовых комбинаций в них больше, чем в исходных. Так, в коде 4B/5B результирующие символы могут содержать 32 битовых комбинации, в то время как исходные символы – только 16. Поэтому в результирующем коде можно отобрать 16 таких комбинации, которые не содержат большого количества нулей, а остальные считать **запрещенными кодовыми комбинациями**. Кроме устранения постоянной составляющей и придания коду свойства самосинхронизации, избыточные коды позволяют приемнику распознавать искаженные биты. Соответствие двоичного кода коду 4B/5B представлено в табл. 3.1. Код 4B/5B передается по линии с помощью физического кодирования по одному из методов потенциального кодирования, чувствительному только к длинным последовательностям нулей. Символы кода 4B/5B длиной 5 бит гарантируют, что при любом их сочетании на линии не могут встретиться более трех нулей подряд. Буква *B* в названии кода означает, что элементарный сигнал имеет 2 состояния (от английского *binary* – двоичный). Существуют коды и с тремя состояниями сигнала, например, в коде 8B/6T для кодирования 8 бит исходной информации используется код из 6 сигналов, каждый из которых имеет три состояния. Избыточность кода 8B/6T выше, чем у кода 4B/5B, так как на 256 исходных кодов приходится  $3^6 = 729$  результирующих символов.

Использование для перекодировки таблицы, аналогичной табл. 3.1, является простой операцией, поэтому это не усложняет сетевые адаптеры и интерфейсные блоки коммутаторов и маршрутизаторов.

Соответствие двоичного кода коду 4В/5В

Двоичный код	Код 4В/5В	Двоичный код	Код 4В/5В
0000	11110	1000	10010
0001	01001	1001	10011
0010	10100	1010	10110
0011	10101	1011	10111
0100	01010	1100	11010
0101	01011	1101	11011
0110	01110	1110	11100
1111	01111	1111	11101

Для обеспечения заданной пропускной способности линии передатчик, использующий избыточный код, должен работать с повышенной тактовой частотой. Так, для передачи кодов 4В/5В со скоростью 100 Мбит/с необходима тактовая частота передатчика 125 МГц. При этом спектр сигнала на линии расширяется по сравнению со случаем, когда по линии передается чистый, не-избыточный код. Тем не менее, спектр избыточного потенциального кода оказывается уже спектра манчестерского кода, что оправдывает дополнительный этап логического кодирования, а также работу приемника и передатчика на повышенной тактовой частоте.

### 3.2. Скремблирование

Смысл скремблирования состоит в получении последовательности, в которой статистика появления нулей и единиц приближается к случайной, что позволяет удовлетворять требованиям надежного выделения тактовой частоты и постоянной, сосредоточенной в заданной области частот, спектральной плотности мощности передаваемого сигнала. Заметим, что скремблирование широко применяется во многих видах систем связи для улучшения статистических свойств сигнала. Обычно скремблирование осуществляется непосредственно перед модуляцией.

Скремблирование (от англ. слова to scramble – перемешивать) производится на передающей стороне с помощью устройства – **скремблера**, реализующего логическую операцию суммирования по модулю 2 исходного и преобразующего псевдослучайного двоичных сигналов. Например, скремблер может реализовать соотношение:

$$B_i = A_i \oplus B_{i-3} \oplus B_{i-5}, \quad (3.1)$$

где  $B_i$  – двоичная цифра результирующего кода, полученная на  $i$ -м такте работы скремблера,

$A_i$  – двоичная цифра исходного кода, поступающая на  $i$ -м такте на вход скремблера;

$B_{i-3}$  и  $B_{i-5}$  – двоичные цифры результирующего кода, полученные на предыдущих тактах работы скремблера, соответственно на 3 и на 5 тактов ранее текущего такта;

$\oplus$  – операция исключающего ИЛИ (сложение по mod2).

Например, для исходной последовательности 110110000001 скремблер даст следующий результирующий код:

$B_1 = A_1 = 1$  (первые три цифры результирующего кода будут совпадать с исходным, так как на вход ещё не поступили необходимые цифры)

$$\begin{aligned}
 B_2 &= A_2 = 1; \\
 B_3 &= A_3 = 0; \\
 B_4 &= A_4 \oplus B_1 = 1 \oplus 1 = 0; \\
 B_5 &= A_5 \oplus B_2 = 1 \oplus 1 = 0; \\
 B_6 &= A_6 \oplus B_3 \oplus B_1 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1; \\
 B_7 &= A_7 \oplus B_4 \oplus B_2 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1; \\
 B_8 &= A_8 \oplus B_5 \oplus B_3 = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0; \\
 B_9 &= A_9 \oplus B_6 \oplus B_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1; \\
 B_{10} &= A_{10} \oplus B_7 \oplus B_5 = 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1; \\
 B_{11} &= A_{11} \oplus B_8 \oplus B_6 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1; \\
 B_{12} &= A_{12} \oplus B_9 \oplus B_7 = 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1.
 \end{aligned}$$

Таким образом, на выходе скремблера появится последовательность 110001101111, в которой нет шести нулей подряд, присутствовавших в исходном коде. На приемной стороне осуществляется обратная операция – дескремблирование устройством, называемым **дескремблером**. Дескремблер выделяет из принятой исходную последовательность на основании обратного соотношения

$$C_i = B_i \oplus B_{i-3} \oplus B_{i-5} = (A_i \oplus B_{i-3} \oplus B_{i-5}) \oplus B_{i-3} \oplus B_{i-5} = A_i. \quad (3.2)$$

Различные алгоритмы скремблирования отличаются количеством слагаемых, которые определяют цифру результирующего кода, и сдвигом между слагаемыми. Основной частью скремблера является генератор псевдослучайной последовательности (ПСП) в виде линейного  $n$ -каскадного регистра с обратными связями, формирующий последовательность максимальной длины  $2^n - 1$ .

Различают два основных типа скремблирования: самосинхронизирующееся (СС) и с установкой (аддитивное).

Особенностью СС скремблера (рис. 3.2) является то, что он управляется скремблированной последовательностью, т.е. той, которая передается в канал. Поэтому при данном виде скремблирования не требуется специальная установка состояний скремблера и дескремблера; скремблированная последовательность записывается в регистры сдвига скремблера и дескремблера, устанавливая их в идентичное состояние. При потере синхронизма между скремблером и дескремблером время восстановления синхронизма не превышает числа тактов, равного числу ячеек регистра скремблера.

На приемном конце выделение исходной последовательности происходит путем сложения по модулю 2 принятой скремблированной последовательности с ПСП регистра. Например, для схемы рис. 3.2 входная последовательность  $A_i$  помощью скремблера в соответствии с соотношением  $B_i = A_i \oplus (B_{i-5} \oplus B_{i-7})$  преобразуется в посылаемую двоичную последовательность  $B_i$ . В приёмнике из этой последовательности таким же регистром сдвига, как на передаче формируется последовательность  $A_i = (B_{i-5} \oplus B_{i-7}) \oplus B_i$ . Эта последовательность на выходе дескремблера идентична первоначальной последовательности.

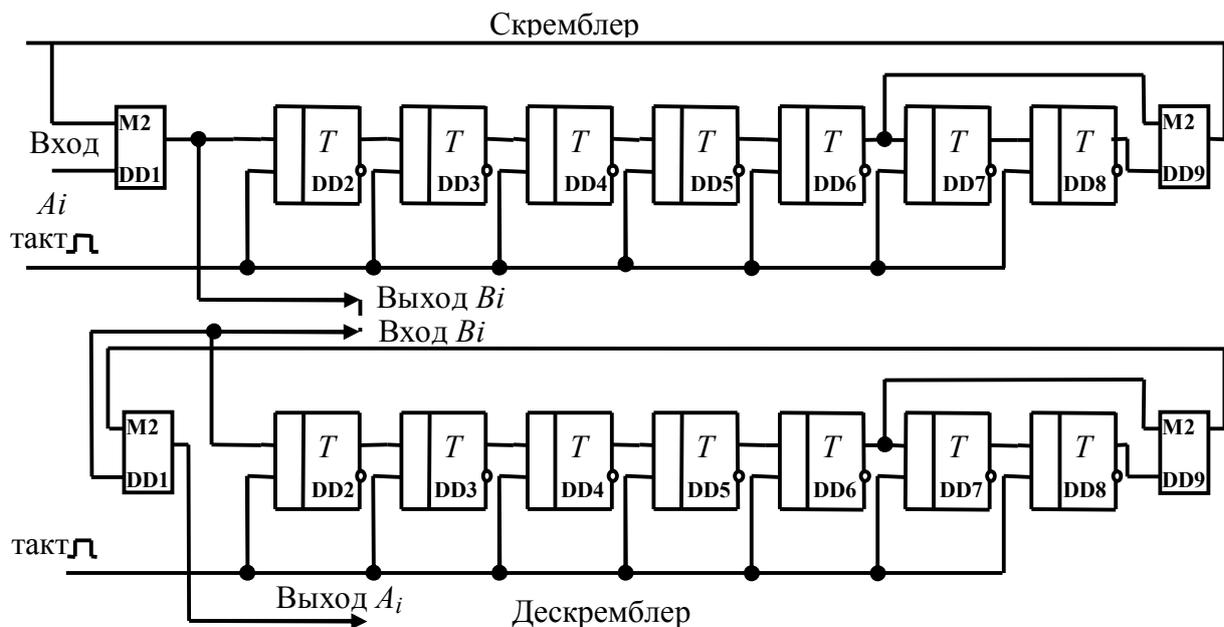


Рис. 3.2. Функциональная схема самосинхронизирующихся скремблера и дескремблера

Как следует из принципа действия схемы, при одной ошибке в последовательности  $B_i$  ошибочными получаются также последующие пятый и седьмой символы (в данном примере). В общем случае влияние ошибочно принятого бита будет сказываться  $(A+1)$  раз, где  $A$  – число обратных связей. Таким образом, СС скремблер обладает свойством размножения ошибок. Данный недостаток ограничивает число обратных связей в регистре сдвига; практически это

число не превышает двух. Второй недостаток СС скремблера связан с возможностью появления на его выходе при определенных условиях так называемых критических ситуаций, когда выходная последовательность приобретает периодический характер с периодом, меньшим длины ПСП. Чтобы предотвратить это, в скремблере и дескремблере согласно рекомендациям *ITU-T* предусматриваются специальные дополнительные схемы контроля, которые выявляют наличие периодичности элементов на входе и нарушают ее.

Недостатки, присущие СС скремблеру, практически отсутствуют при аддитивном скремблировании (рис. 3.3), однако здесь **требуется** предварительная идентичная установка состояний регистров скремблера и дескремблера. В скремблере с установкой (АД скремблере) производится суммирование входного сигнала и ПСП, но результирующий сигнал не поступает на вход регистра. В дескремблере скремблированный сигнал также не проходит через регистр сдвига, поэтому размножения ошибок не происходит.

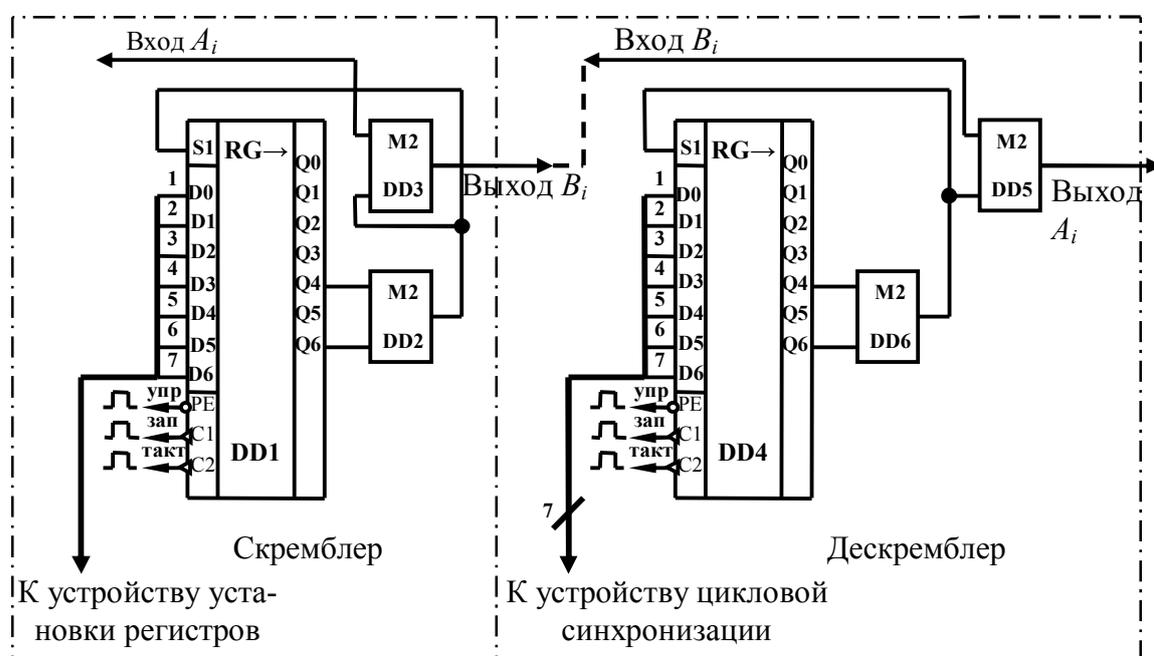


Рис. 3.3. Функциональная схема аддитивных скремблера и дескремблера

Суммируемые в скремблере последовательности независимы, поэтому их период всегда равен наименьшему общему кратному длительности периодов входной последовательности и ПСП, и критическое состояние отсутствует. Отсутствие эффекта размножения ошибок и необходимости в специальной логике защиты от нежелательных ситуаций делают способ аддитивного скремблирования предпочтительнее, если не учитывать затраты на решение задачи фазирования скремблера и дескремблера. В качестве сигнала предварительной установки используют сигнал цикловой синхронизации

## 4. КАНАЛЫ И РЕЖИМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

### 4.1. Классификация каналов

На рис. 4.1 представлен вариант классификации каналов передачи данных.

Цифровой канал является битовым трактом с цифровым сигналом на входе и выходе. На вход аналогового канала поступает непрерывный сигнал, и с его выхода снимается также непрерывный сигнал. Различают каналы: коммутируемые и выделенные, двух- и четырёхпроводные.

Коммутируемые каналы предоставляются потребителям на время соединения по их требованию. Такие каналы принципиально содержат в своем составе коммутационное оборудование телефонных станций (АТС).

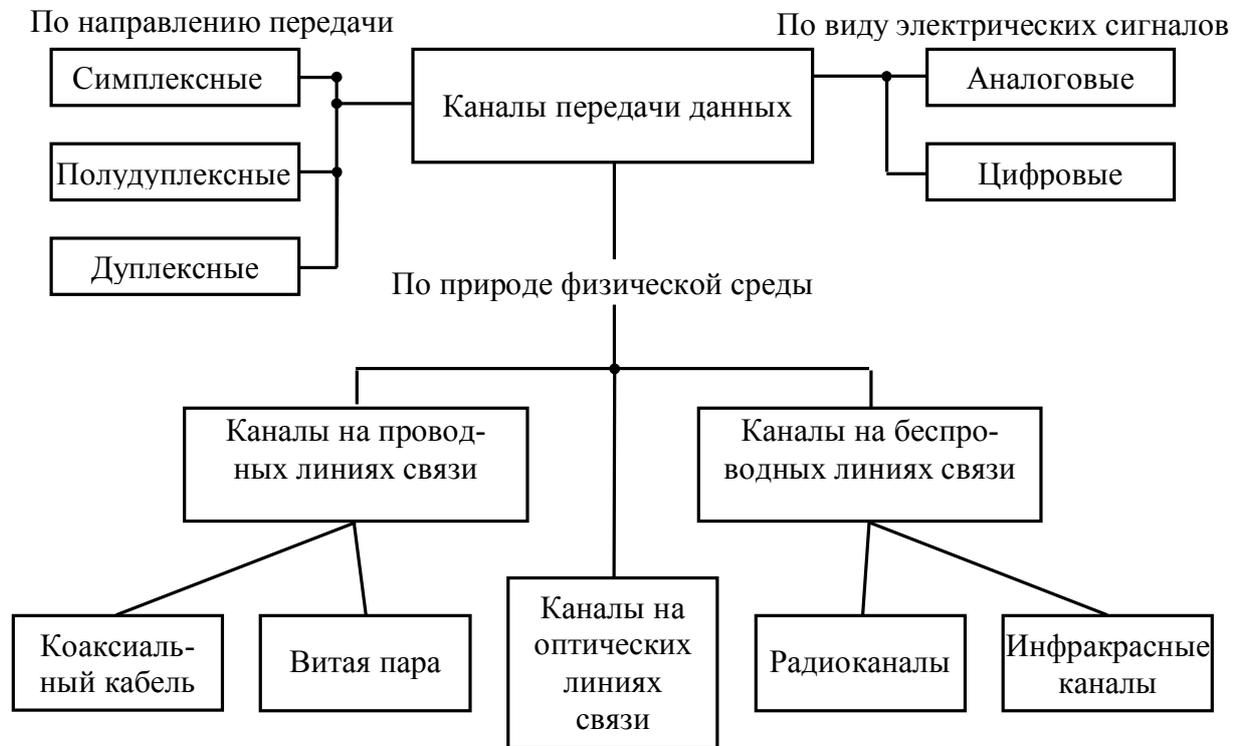


Рис. 4.1. Классификация каналов передачи данных

Выделенные (арендованные) каналы арендуются у телефонных компаний или (очень редко) прокладываются заинтересованной организацией. Такие каналы являются принципиально двухточечными. Их качество выше, чем у коммутируемых каналов, так как на них не влияет коммутационная аппаратура АТС.

Каналы, как правило, имеют двухпроводное или четырёхпроводное окончание. Их называют, соответственно, двухпроводными и четырёхпроводными.

Четырёхпроводные каналы предоставляют два провода для передачи сигнала и еще два провода для приема. В таких каналах практически полностью отсутствует влияние сигналов, передаваемых во встречном направлении,

Двухпроводные каналы используют два провода как для передачи, так и для приема сигналов. Такие каналы позволяют экономить на стоимости кабелей, но требуют усложнения каналообразующей аппаратуры и аппаратуры пользователя. Двухпроводные каналы требуют разделения принимаемого и передаваемого сигналов, что реализуется при помощи дифференциальных систем, обеспечивающих необходимое затухание по встречным направлениям передачи. Наличие дифференциальных систем приводит к искажениям амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик канала и к специфической помехе в виде эхо-сигнала.

Физические каналы (среды) передачи данных бывают двух типов: открытые и закрытые. В закрытом канале распространение сигналов ограничено данным каналом, и, за исключением небольших утечек, сигнал не покидает среду передачи. К числу закрытых сред передачи относятся пара проводов, коаксиальный кабель, волновод, волоконно-оптический кабель.

**Пара проводов.** При использовании пары проводов по схеме, приведенной на рис. 4.2, а, линия получилась, не согласованная с землей [12], почти все устройства, генерирующие шум, являются причиной возникновения в ней помех (наводок). Вот почему для существенного уменьшения уровня шума в канале связи стало применяться согласованная двухпроводная линия (рис. 4.2, б).

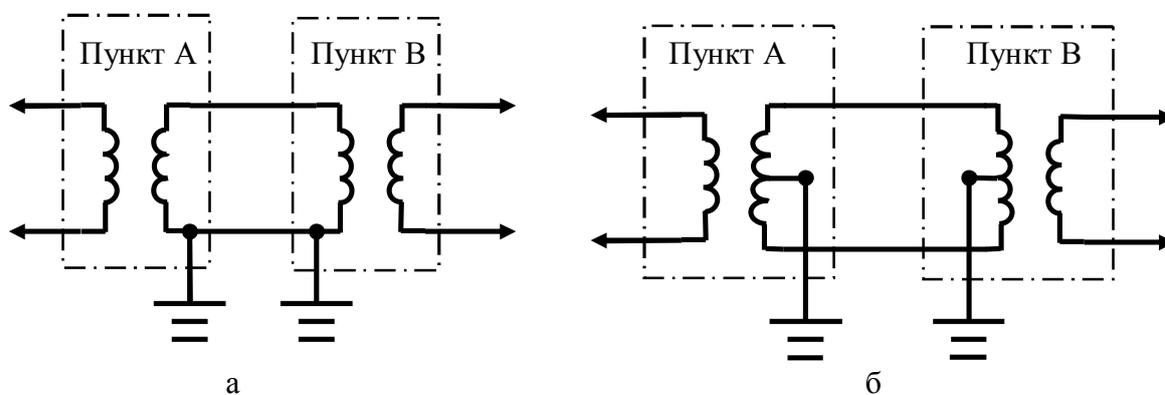


Рис. 4.2. Виды проводных схем передачи:  
а – несогласованная; б – согласованная

Наиболее широко используются закрытые среды передачи, состоящие из скрученных вместе пар проводов – в одном кабеле может быть от 4 до 3000 таких пар. Поскольку провод функционирует, как антенна, то для уменьшения электромагнитных помех применяют экранирование и скручивание (переплетение) проводов друг с другом с определенным шагом.

При увеличении частоты резко возрастает затухание сигнала в витой паре, а так же увеличиваются перекрестные наводки в соседних парах кабеля. Мак-

симально возможная частота передаваемого сигнала по симметричному кабелю без применения специальных технологий равна примерно 1 МГц.

**Витая пара.** Она используется и в местных телефонных сетях и в локальных вычислительных сетях (ЛВС). Существуют два типа витой пары: экранированная и не экранированная. Как известно, вероятность появления ошибочных символов зависит от отношения сигнал/шум. В витой паре это отношение зависит от величины переходного затухания, а так же от величины линейного затухания кабеля. Величина переходного затухания на ближнем конце ( $A_{\text{бк}}$ ) может быть выражена следующим образом:

$$A_{\text{бк}} = 20 \log_{10}(U_{10} / U_{20}),$$

где  $U_{10}$  – уровень напряжения сигнала на передающей стороне;

$U_{20}$  – уровень напряжения на принимающей паре во время передачи сигнала по передающей паре.

Линейное затухание витой пары ( $A_{\text{л}}$ ) рассчитывается по формуле:

$$A_{\text{л}} = 20 \log_{10}(U_{10} / U_{11}),$$

где  $U_{11}$  – уровень напряжения сигнала на приемной стороне.

**Коаксиальный кабель.** Чтобы удешевить телефонные услуги, необходимо обеспечить возможность осуществлять в одной линии не один, а несколько телефонных разговоров (разговорных трактов). Для решения этой задачи был создан коаксиальный кабель (рис. 4.3).

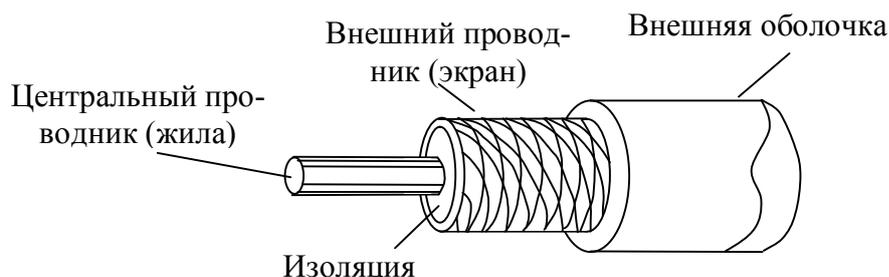


Рис. 4.3. Коаксиальный кабель

В этом кабеле один из пары проводников является «землей» и окружает другой проводник, что не позволяет электрическому и магнитному полям распространяться вне экрана. Эти кабели целесообразно применять на частотах от 100 кГц до 2 – 10 ГГц.

**Волновод.** Если частота передачи высока, то электрическая и магнитная составляющие сигнала могут распространяться в свободном пространстве (не требуется сплошной проводник). Для того чтобы сигнал распространялся в нужном направлении с наименьшими помехами и потерями, иногда используют волновод. Обычно волноводы применяют на частотах от 2 до 110 ГГц для соединения сверх высокочастотных (СВЧ) передатчиков и приемников с антеннами. В волновод под повышенным давлением закачивается сухой воздух или чистый азот с целью снижения влажности, поскольку в СВЧ – диапазоне она существенно увеличивает затухание. Поперечное сечение может быть круглым или прямоугольным.

**Волоконно-оптические системы.** Современные коммуникационные системы предназначены для передачи высокочастотных сигналов, поэтому важным параметром среды является ее полоса пропускания. Применение для передачи бинарных сигналов стеклянных волокон показало, что такие волокна могут быть использованы в широкополосных системах. Принцип работы и основные характеристики приведены в [11].

Оптическое волокно – это диэлектрический (т.е. не проводящий электрический ток) волновод, выполненный из стекла или пластика. Оптическое волокно состоит из трех компонентов: сердцевины, оболочки и защитного покрытия (рис. 4.4).

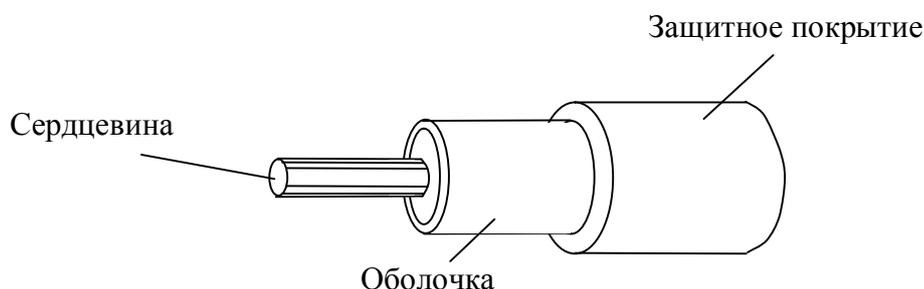


Рис. 4.4. Структура оптического волокна

Показатель преломления у сердцевины выше, чем у оболочки, поэтому, даже если оптическое волокно изогнуто или завязано в узел, введенный в него световой поток проходит по сердцевине волокна. Лучи, входящие в волокно под разными углами, называются **модами**, а волокно, поддерживающее несколько мод, – многомодовым. Многомодовое распространение лучей вызывает эффект модовой дисперсии. Он заключается в том, что лучи, одновременно вошедшие в оптическое волокно под разными углами, выходят из него в разное время, что приводит к расширению импульсов света. В результате чего соседние импульсы накладываются друг на друга (рис. 4.5).

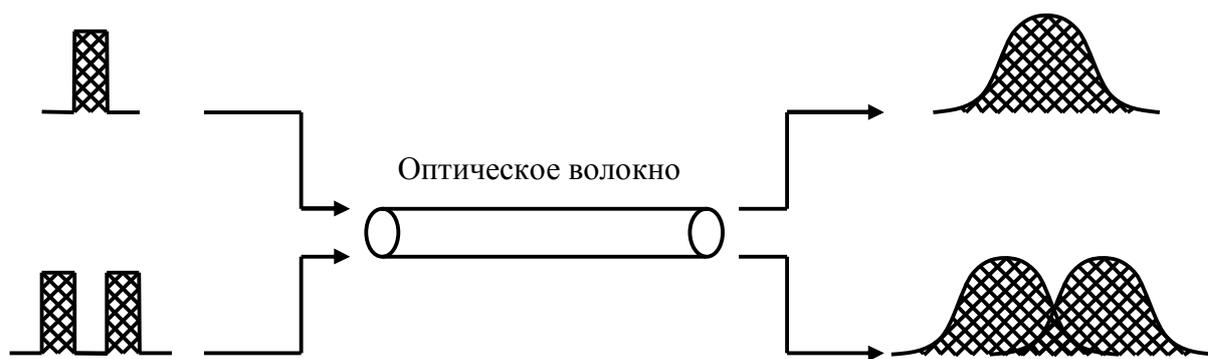


Рис. 4.5. Расширение импульсов

Поэтому, начиная с определенного расстояния, при передаче данных по многомодовому волокну возникает слишком большое количество ошибок либо передача данных вообще становится невозможной.

Если диаметр сердцевины волокна незначительно (скажем, в 3 раза) превышает длину волны передаваемого света, то по волокну может передаваться только один луч, и модовая дисперсия будет отсутствовать. Такие волокна, называемые одномодовыми, используются в большинстве систем передачи сигналов.

Ширину полосы пропускания волоконно-оптических систем ограничивают модовая и материальная дисперсии. Описанная выше модовая дисперсия проявляется в многомодовом волокне. Материальная дисперсия обусловлена тем, что лучи света разной длины распространяются в одной и той же среде с разной скоростью, из-за чего происходит расширение импульсов.

Потери в оптическом волокне обусловлены в основном четырьмя факторами: излучением передаваемого света из сердцевины в оболочку (рассеянием), преобразованием световой энергии в тепловую (поглощением), неточным совмещением при соединении волокон и потерями на изгибах волокна.

Области минимальных потерь вблизи длин волн 1,3 и 1,5 мкм называются окнами прозрачности. Каждое окно представляет собой диапазон длин волн, в пределах которого затухание минимально. Поэтому производители разрабатывают лазеры и фотодетекторы, функционирующие на длинах волн, соответствующих этим окнам.

**Открытые среды передачи.** Атмосфера, океан, космическое пространство – все это примеры открытых сред передачи. Здесь электромагнитные сигналы, излучаемые источником, свободно распространяются в разные стороны. Открытые среды используются во многих радиочастотных системах передачи.

**Радиоканалы наземной и спутниковой связи** образуются с помощью передатчика и приемника радиоволн. Существует много типов радиоканалов, отличающихся как используемым частотным диапазоном, так и дальностью связи. Диапазоны коротких, средних и длинных волн (КВ, СВ и ДВ), называемые также диапазонами амплитудной модуляции (АМ – Amplitude Modulation) по типу используемого в них метода модуляции сигнала, обеспечивают даль-

ную связь, но при невысокой скорости передачи данных. Более скоростными являются каналы, работающие на диапазонах ультракоротких волн (УКВ), для которых характерна частотная модуляция (FM – Frequency Modulation), а также на диапазонах сверхвысоких частот (СВЧ или microwaves). В диапазоне СВЧ (свыше 4 ГГц) сигналы уже не отражаются ионосферой Земли, и для устойчивой связи необходимо наличие прямой видимости между передатчиком и приемником. Поэтому такие частоты используют либо спутниковые каналы, либо радиорелейные каналы, где это условие выполняется.

Способы организации связи с помощью радиоканалов рассмотрено в [11]. Здесь остановимся лишь на системах сотовой радиосвязи.

На рис. 4.6. представлена упрощенная схема организации сотовой связи. Площадь крупного города и его пригородов разбивается на несколько ячеек, называемых сотами, каждая из которых обслуживается базовой станцией (БС) с маломощным передатчиком и соответствующим ему приемником.

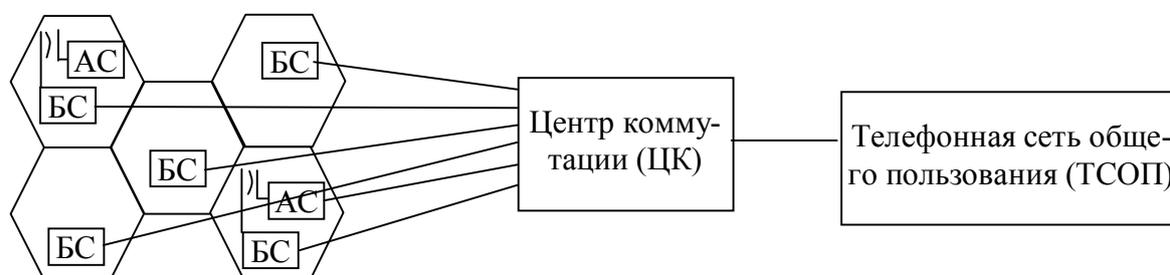


Рис. 4.6. Схема организации сотовой связи

Радиоканалы поддерживают передачи речи и данных. Количество каналов в каждой соте вполне достаточно для обслуживания прогнозируемого числа абонентских станций (АС), находящихся в зоне работы данной соты в любой момент времени. Когда абонент делает звонок, его мобильное устройство автоматически занимает свободный канал в данной соте, а после того как он покидает соту, базовая станция соты автоматически переключает его на канал той соты, в которую он переместился, причем для абонента переключение с одного канала на другой остается совершенно незаметным. Соединение происходит через БС и центр коммутации. ЦК соединяет вызывающего абонента через радиоканал с другим мобильным абонентом или через ТСОП с абонентом, имеющим стационарный телефонный аппарат. В последующих разделах рассмотрим более подробно технологии сотовой связи.

**Инфракрасное излучение.** Инфракрасные беспроводные сети используют для передачи данных инфракрасные лучи. В подобных системах необходимо генерировать очень сильный сигнал, так как в противном случае значительное влияние будут оказывать другие источники.

**Сети на рассеянном инфракрасном излучении.** При этой технологии сигналы, отражаясь от стен и потолка, в конце концов достигают приемника.

Эффективная область ограничивается примерно 30 м. Скорость передачи невелика (так как все сигналы отраженные).

**Сети на отраженном инфракрасном излучении.** В таких сетях оптические трансиверы, расположенные рядом с компьютером, передают сигналы в определенное место, из которого они транслируются соответствующему компьютеру.

**Широкополосные оптические сети.** Эти инфракрасные беспроводные сети предоставляют широкополосные услуги магистрали, соответствуют жестким требованиям мультимедийной среды и практически не уступают кабельным сетям. Хотя скорость и удобство использования инфракрасных сетей очень притягательны, возникают трудности при передаче сигналов на расстояние более 10 м. К тому же такие сети подвержены помехам со стороны сильных источников света, которые есть в большинстве помещений.

## 4.2. Виды связи и режимы передачи данных

При передаче данных между двумя взаимодействующими объектами возможны три вида связи:

**симплексный** – используется, когда передача данных должна осуществляться только в одном направлении, например в системах контроля, в которых информация с датчиков передается в управляющий компьютер через регулярные промежутки времени;

**полудуплексный** – применяется, когда два взаимодействующих объекта хотят обмениваться информацией поочередно, т.е. канал используется поочередно для передачи данных в обоих направлениях. Ясно, в таком режиме каждый объект должен иметь возможность переключаться от состояния передачи к состоянию приема;

**дуплексный** – используется для обмена данными между двумя взаимодействующими объектами (устройствами) в обоих направлениях одновременно, например, когда пропускная способность канала позволяет потоку данных осуществляться в обоих направлениях независимо.

При обмене данными на физическом уровне единицей информации является бит, поэтому средства физического уровня всегда поддерживают побитовую синхронизацию между приемником и передатчиком. Чтобы приемник мог правильно декодировать и интерпретировать получаемый набор битов, он должен знать:

- скорость передачи битов, определяемую интервалом времени, выделяемым на один битовый разряд;
- начало и конец каждого элемента (символа или байта);
- начало и конец каждого полного блока сообщения или кадра.

Эти три фактора называют соответственно побитной или тактовой синхронизацией, побайтной или посимвольной синхронизацией и поблочной или покадровой синхронизацией.

Канальный уровень оперирует кадрами данных и обеспечивает синхронизацию между приемником и передатчиком на уровне кадров. В обязанности приемника входит распознавание начала первого байта кадра, границ полей кадра и признака окончания кадра. Обычно достаточно обеспечить синхронизацию на указанных двух уровнях – битовом и кадровом, чтобы передатчик и приёмник обеспечили устойчивый обмен информацией. Однако при плохом качестве линии связи (как правило это относится к телефонным коммутируемым каналам) для удешевления аппаратуры и повышения надежности передачи данных вводят дополнительные средства синхронизации на уровне байт. Такой режим работы называется **асинхронным** или **старт-стопным**. Использование такого режима работы обусловлено наличием устройств, которые генерируют байты данных в случайные моменты времени. Так работает клавиатура дисплея или другого терминального устройства, с которого человек вводит данные для обработки их компьютером.

В асинхронном режиме каждый байт данных сопровождается специальными сигналами «старт»–стартовый бит и «стоп»–стоповый(ые) бит(ы) (рис. 4.7). Назначение этих сигналов состоит в том, чтобы, во-первых, известить приемник о приходе данных и, во-вторых, чтобы дать приемнику достаточно времени для выполнения некоторых функций, связанных с синхронизацией, до поступления следующего байта. Сигнал «старт» имеет продолжительность тактовый интервал, а сигнал «стоп» может длиться один, полтора или два такта, поэтому говорят, что используется один, полтора или два бита в качестве стопового сигнала, хотя эти сигналы не несут информации. Асинхронным данный режим называют потому, что каждый байт может быть несколько смещен во времени относительно побитовых тактов предыдущего байта. Такая асинхронность передачи байт не влияет на корректность принимаемых данных, как в начале каждого байта происходит дополнительная синхронизация приемника с источником за счет стартового бита. Более «свободные» временные допуски определяют низкую стоимость оборудования асинхронной системы.

При **синхронном** режиме передачи старт-стопные биты между каждой парой байт отсутствуют и весь блок или кадр данных передается как одна цепочка битов без каких-либо задержек между 8-битными элементами. Чтобы приёмник обеспечивал различные уровни синхронизации, необходимо выполнение следующих требований:

- передаваемая цепочка битов должна быть закодирована так, чтобы приемник мог осуществлять побитовую синхронизацию;
- каждому кадру должен предшествовать один или более зарезервированных байтов или символов, благодаря чему приемник может надежно разделить полученную цепочку битов по границам байтов или символов (побайтная или посимвольная синхронизация);
- содержимое каждого кадра обрамляется парой зарезервированных байтов или символов.

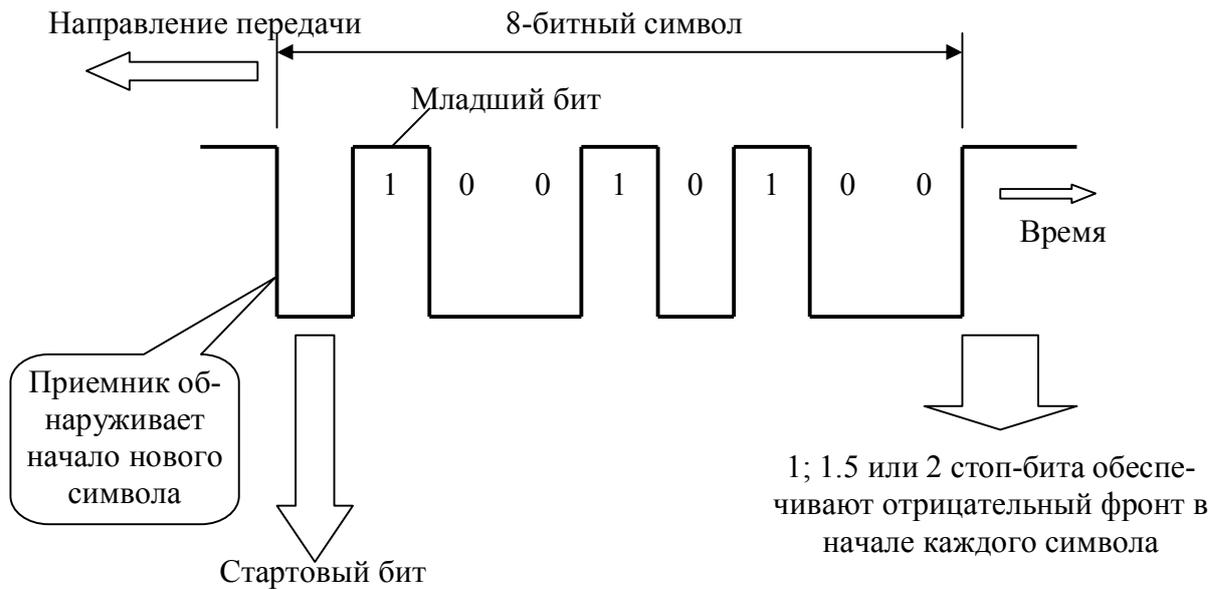


Рис. 4.7. Асинхронная передача

Благодаря последнему требованию приемник оповещается о поступлении кадра данных и об окончании кадра (рис. 4.8). При наличии промежутков времени между передачей двух последовательных кадров в этот период либо непрерывно передаются синхробайты бездействия (простоя), что позволяет приемнику поддерживать побитную или побайтную синхронизацию, либо каждому кадру предшествует один или несколько специальных синхронизирующих байтов или символов, например 01111110, что позволяет приемнику вновь войти в байтовый синхронизм с передатчиком.

Для обеспечения побитовой синхронизации используют самосинхронизирующиеся коды.

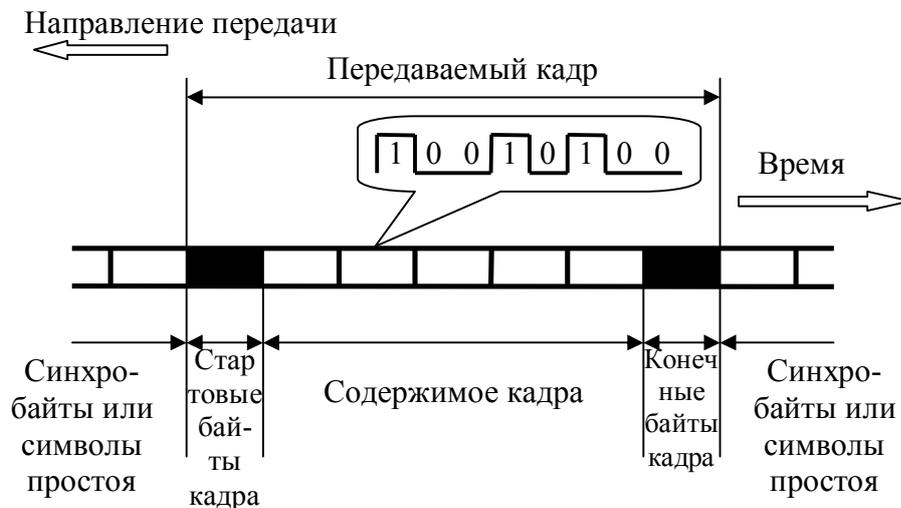


Рис. 4.8. Синхронная передача

### 4.3. Соотношение между скоростью передачи и шириной полосы

В первом приближении часто считают, что для одного двоичного символа в секунду (бит/с) достаточно полосы частот в 1 Гц. Исходя из этого предположения в телефонном канале с шириной 3100 Гц можно передать не более 3100 бит/с. В то же время известно, что по тем же каналам современные модемы успешно работают до скорости 56 кбит/с. Очевидно, что спектральная эффективность применяемых при этом технологий значительно выше, чем 1 бит/(с·Гц). Найквист теоретически доказал, что в полосе частот 1 Гц аналогового канала можно организовать безошибочную передачу данных со скоростью 2 бит/с (1.2). Этот результат часто называют скоростью или границей Найквиста. Другими словами по телефонному каналу возможна безошибочная передача со скоростью 6200 бит/с. Утверждение Найквиста учитывало только эффект межсимвольной интерференции при передаче двоичных символов через фильтр нижних частот (ФНЧ). Если имеется ФНЧ с верхней частотой среза  $f_B$  (Гц), то согласно Найквисту без искажений возможна передача двоичных символов со скоростью, численно равной  $2f_B$  (бит/с).

Клод Шеннон предложил другую модель для оценки возможностей передачи данных по каналу с белым шумом и ограниченной энергетикой. Классическая формула Шеннона выглядит следующим образом:

$$C = \Delta F \cdot \log_2(1 + P_c / P_{ш}),$$

где  $P_c = E_b \cdot V$  – средняя мощность сигнала;

$E_b$  – энергия, затрачиваемая на передачу одного бита информации;

$V$  – скорость передачи информации;

$P_{ш} = N_0 \Delta F$  – средняя мощность шума в полосе частот  $\Delta F$ ,

$N_0$  – спектральная плотность мощности шума.

Соотношение сигнал/шум  $P_c / P_{ш}$  в формуле присутствует в относительных единицах. Ограничившись отношением сигнал/шум, равным 30 дБ, для всё того же телефонного канала получим  $V = 3100 \cdot \log_2(1 + 10^3) \approx 30$  кбит/с.

Следует заметить, что модель Шеннона не учитывает никаких других помех, кроме белого гауссовского (теплового) шума и не даёт конструктивных предложений по тем методам передачи, при помощи которых можно достичь таких скоростей.

Для достижения высоких значений спектральной эффективности (более чем 2 бит/(с·Гц)) широкое распространение получили многоуровневые (или многопозиционные) методы модуляции, такие как ФМ-4, КАМ-16 и другие, которые рассмотрены в разделе 1. Так при использовании ФМ-4 одна позиция сигнала или один сигнальный отсчёт переносит два бита (рис. 4.9).

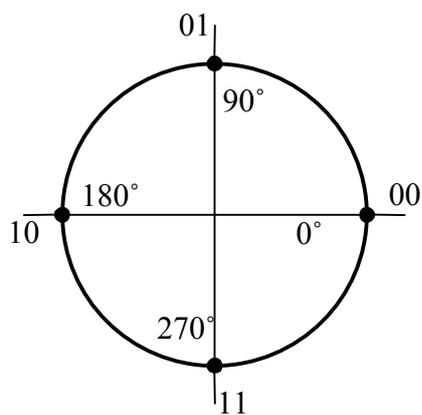


Рис. 4.9. Сигнальная диаграмма для модуляции методом ФМ-4

Применение шестнадцатипозиционной квадратурной амплитудной модуляции КАМ-16 позволяет достичь спектральной эффективности 4 бит/(с·Гц) за счёт формирования большого цикла сигналов (сигнальных символов) и передачи их же с той же скоростью в той же полосе частот.

Скорость изменения позиций сигнала (сигнальных позиций или символов) носит название скорости модуляции или модуляционной скорости и измеряется опять же в Бодах. При этом скорость передачи данных отличается от скорости модуляции в число раз, количественно равное спектральной эффективности. Например, в случае протокола модуляции V.29 (рис. 4.10) используется скорость модуляции 2 400 Бод и при этом достигается скорость передачи данных, равная 9 600 бит/с.

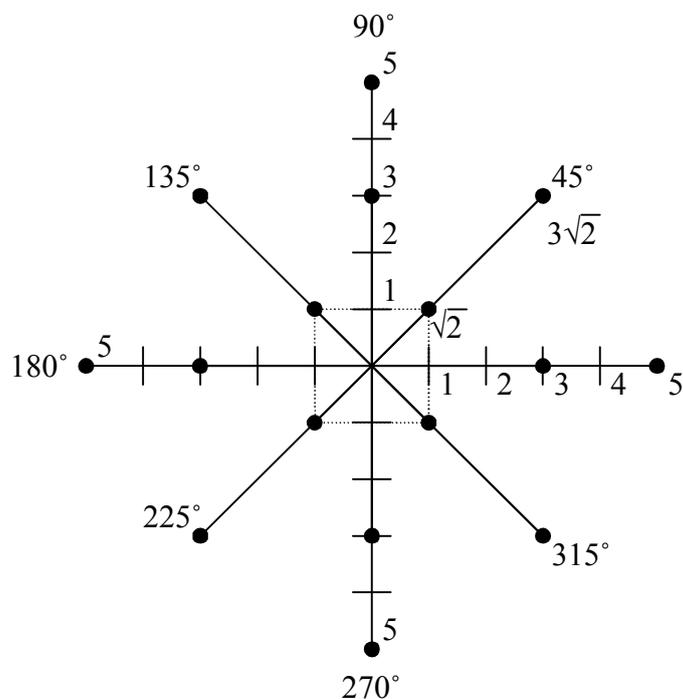


Рис. 4.10. Сигнальная диаграмма КАМ-16 согласно протокола V.29

Ошибочно было бы думать, что достигнуть высокой спектральной эффективности можно только за счет усложнения формирующих схем многоуровневых модуляторов. Истинная цена за это состоит в необходимости повышения соотношения сигнал/шум для удержания того же значения вероятности ошибки на один передаваемый бит данных (что следует из формулы Шеннона).

Бод и бит/с (в контексте модуляции) количественно совпадают только в простейшем случае, когда один сигнал (сигнальный отсчет) переносит 1 бит данных, т.е. когда используются два сигнала или двухуровневая модуляция.

Соотношение скорости передачи и используемой полосы частот носит неоднозначный характер и в случае применения линейных методов кодирования (в цифровых модемах). Даже такой простой линейный код как *RZ* (Return-to-Zero) использует значительно большее число переходов уровня сигнала (рис. 4.11), чем исходный информационный сигнал в соответствующем коде *NRZ* (Non-Return-to-Zero). Для информационной последовательности примера, представленного на рис. 4.11 в коде *NRZ*, имеется всего 5 переходов, в то время как в *RZ* уже насчитывается 18 переходов уровня сигнала. Частота таких переходов непосредственно влияет на ширину спектра сигнала и соответствующие потребности в полосе частот среды передачи.

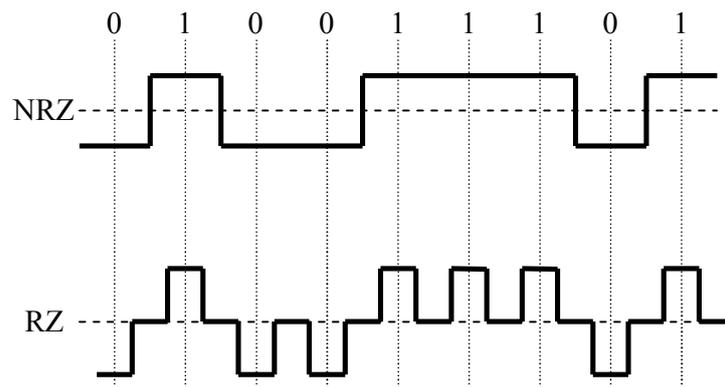


Рис. 4.11. Форма линейных сигналов в кодах *NRZ* и *RZ*

Обычно нет возможности расширить полосу частот используемой среды передачи, так как она определяется конкретными фазочастотными характеристиками, главными из которых являются амплитудные затухания и задержка группового времени прохождения. Тем не менее, существуют ограниченные возможности компенсации негативных эффектов путём применения всякого рода корректоров или эквалайзеров.

В настоящее время имеются три отдельные области телекоммуникаций, где очень актуальна задача повышения спектральной эффективности:

– телефонный канал, где доступная ширина полосы частот равна только 3100 Гц;

– абонентская линия – скорости доступа в Internet. Различные методы позволяют повысить скорость передачи данных в абонентской линии до 6 Мбит/с и более;

– радиорелейные СВЧ-линии. Дефицит радиочастотного диапазона вынуждает использовать многоуровневые методы модуляции, такие как КАМ-512, что позволяет достичь спектральной эффективности до 9 бит/(с·Гц).

Часто нужно разделять, понятия символьной и модуляционной скорости. Например, в системе передачи, изображенной на рис. 4.12 на выходе помехоустойчивого кодера скорость должна измеряться в кодовых символах в секунду, на выходе модулятора – в Бод. При этом каждый сигнальный символ переносит не только информационные, но и избыточные биты, добавленные ранее помехоустойчивым кодером. В таких случаях часто скорость выходной последовательности многоуровневого модулятора также выражается не в Бод, а в символах (уже сигнальных) в секунду. Так, например, принято в описании протокола модуляции V.34.



Рис. 4.12. Пример системы передачи, требующей для своего списания различные единицы скорости передачи

В СПД, работающих по технологии с расширением спектра (например CDMA), картина сложнее за счет того, что каждый бит передается в виде расширяющейся последовательности, достигающей длины  $10^5$ – $10^6$  двоичных символов. Такие двоичные символы называют часто элементарными символами, дискретами последовательности или по-английски – chip.

## 5. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА РАБОТЫ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

### 5.1. Общие сведения

При создании систем передачи дискретной (цифровой) информации необходимо учитывать не только её назначение, условия работы, характер решаемых задач и требуемые показатели качества передаваемой информации, но и ряд других факторов. К их числу относятся неизбежные физические ограничения, связанные с типом используемого канала, шириной выделенного диапазона рабочих частот, техническими возможностями реализации данной системы, экономическими соображениями и т.д.

Полное решение задачи оптимизации системы передачи информации при ряде наложенных ограничений до сих пор не известно. Поэтому на практике обычно стремятся получить требуемые показатели только с учетом тех ограничений, которые наиболее существенны для рассматриваемой системы.

В настоящее время известны следующие пути повышения качества работы системы передачи цифровой информации:

- применение многопозиционных сигналов, эффективно использующих отведенную полосу частот (цифровые виды модуляции, рассмотренные в разделе 1);
- применение сложных сигналов, эффективно использующих излучаемую энергию (широкополосные сигналы – раздел 2);
- применение корректирующих кодов [14];
- применение перемежения;
- применение систем с обратной связью [15].

При создании систем часто комбинируют указанные выше методы, что позволяет получить высокие качественные показатели работы систем.

Учитывая, что ряд методов уже рассмотрены в предыдущих разделах, остановимся ниже на методе перемежения и некоторых алгоритмах передачи сообщений в системе с автоматическим запросом повторной передачи.

## 5.2. Методы перемежения

Изменение по определенному правилу естественного порядка следования символов в некоторой кодовой последовательности называют процедуру **перемежением** (Interleaving), обратную перемежению, принято называть **деперемежением** (Deinterleaving). В результате выполнения процедуры деперемежения восстанавливается естественный порядок следования символов.

Методы перемежения–деперемежения обычно используются для разрушения пакетов ошибок, вызванных замираниями уровня принимаемого сигнала, и, следовательно, уменьшения степени группирования ошибок в последовательности символов, поступающих на вход канального декодера. При перемежении передаваемое кодовое слово формируется из символов различных кодовых слов. Поэтому при деперемежении возникающий пакет ошибок разбивается на отдельные ошибки, принадлежащие различным кодовым словам. Иначе говоря, при деперемежении пакет ошибок трансформируется в последовательность независимых ошибок, для исправления которых, как правило, можно использовать менее мощный код. С увеличением глубины перемежения можно ожидать улучшения характеристик помехоустойчивости, поскольку при этом происходит ослабление корреляции ошибок. Но при этом возрастает задержка в доставке сообщения, связанная с выполнением процедур перемежения–деперемежения. Поэтому приходится принимать компромиссное решение между степенью улучшения характеристик помехоустойчивости и возможной задержкой.

Рассмотрим некоторые эффективные методы перемежения.

**5.2.1. Блочное перемежение.** При блочном перемежении кодовые слова длиной  $n$  символов записываются в виде таблицы шириной  $W$  и глубиной  $D$  символов, как показано на рис. 5.1.

Предположим, что  $W = n$ . Тогда строки таблицы представляют собой кодовые слова, содержащие  $k$  информационных символов и  $(n-k)$  проверочных символов. После заполнения таблицы осуществляется последовательное считывание символов по столбцам и их передача по каналу связи. В приемнике выполняется обратная процедура – последовательная запись символов по столбцам до полного заполнения таблицы. Затем производится считывание символов по строкам таблицы и их декодирование. Такой перемежитель позволяет разрушить пакет ошибок длиной  $I < D$ , в результате чего в каждом кодовом слове будет не более одной ошибки.



Рис. 5.1. Блочный перемежитель

Однако периодическая последовательность одиночных ошибок, отстоящих друг от друга на  $D$  символов, будет вызывать полное поражение ошибками некоторого одного слова. Задержка при выполнении процедур перемежения-деперемежения равна  $2WD$  символов. Объем памяти и перемежителя и деперемежителя составляет  $WD$  символов.

Другой возможный вариант выполнения перемежителя изображен на рис. 5.2. Здесь информационные символы последовательно записываются по столбцам. Причем проверочные символы формируются из  $k$  информационных символов, разнесенных друг от друга в исходной последовательности на  $D$  символов. Считывание символов также осуществляется по столбцам. Преимуществом этого метода является передача информационных символов в естественном порядке следования и отсутствие задержки в перемежителе. Общая задержка составляет  $WD$  символов и обусловлена выполнением процедуры деперемежения. Параметры  $D$  и  $W$  перемежителя должны выбираться с таким расчетом, чтобы наиболее вероятные значения длины пакетов ошибок оказались меньше  $D$ .

Однако этот тип перемежителя не обладает устойчивостью по отношению к периодической последовательности одиночных ошибок, разнесенных на  $D$  символов. В этой ситуации все символы в строке оказываются ошибочными, и каналный декодер переполняется.

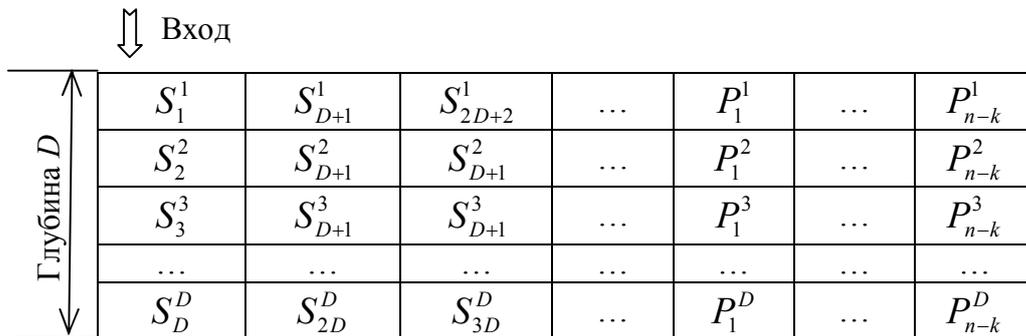


Рис. 5.2. Модифицированный блочный перемежитель

**5.2.2. Межблочное перемежение.** При межблочном перемежении в качестве входного блока принимается блок из  $NB$  символов, и каждый блок из  $N$  символов распределяется между следующими  $B$  выходными блоками. Пусть  $x$  и  $y$  представляют собой соответственно входной и выходной символы перемежителя. Тогда правило отображения  $m$ -го символа  $i$ -го входного блока в  $(j+Bt)$ -й символ  $(i+j)$ -го выходного блока можно определить следующим образом:

$$y(i + j, j + Bt) = x(i, m)$$

для всех  $i$  и при  $j = m \bmod B, t = m \bmod N$ .

Пример межблочного перемежения при  $B = 3$  и  $N = 2$  показан на рис. 5.3.



Рис. 5.3. Пример межблочного перемежения при  $B = 3$  и  $N = 2$

Здесь символы  $i$ -го,  $(i+1)$ -го и  $(i+2)$ -го входных кодовых блоков обозначены соответственно  $a, b, c$ . Согласно приведённому правилу отображения

$$y(i + j, j + 3t) = x(i, m)$$

для всех  $i$  и при  $j = m \bmod 3, t = m \bmod 2$ .

При

$$m = 0 \text{ имеем } y(i,0) = x(i, 0),$$

$$m = 1 \text{ имеем } y(i + 1,4) = x(i, 1),$$

$$m = 2 \text{ имеем } y(i + 2,2) = x(i, 2) \text{ и т. д.}$$

Отметим, что последовательно следующие символы  $i$ -го входного блока отображаются в символах очередных в выходных блоках с нерегулярным смещением позиций  $(j+bt)$  в каждом блоке. Такое нерегулярное смещение позволяет рандомизировать влияние периодической помехи, действующей в канале связи. Для однозначного отображения символов необходимо, чтобы  $B$  и  $N$  не имели общего делителя. Это ограничивает свободу выбора длины блока из  $BN$  символов. Недостатки такого метода перемежения состоят в том, что здесь выходные символы распределяются в пределах  $B$  блоков и общая задержка составляет  $B^2N$  символов ( $BN$  символов из-за необходимости запоминания  $(B-1)BN$  входных блоков для выполнения процедуры распределения символов).

**5.2.3. Свёрточное перемежение.** Структурная схема сверточного перемежителя-депермежителя приведена на рис. 5.4. Предполагается, что имеется синхронизация мультиплексов и демультиплексов передатчика и приёмника.

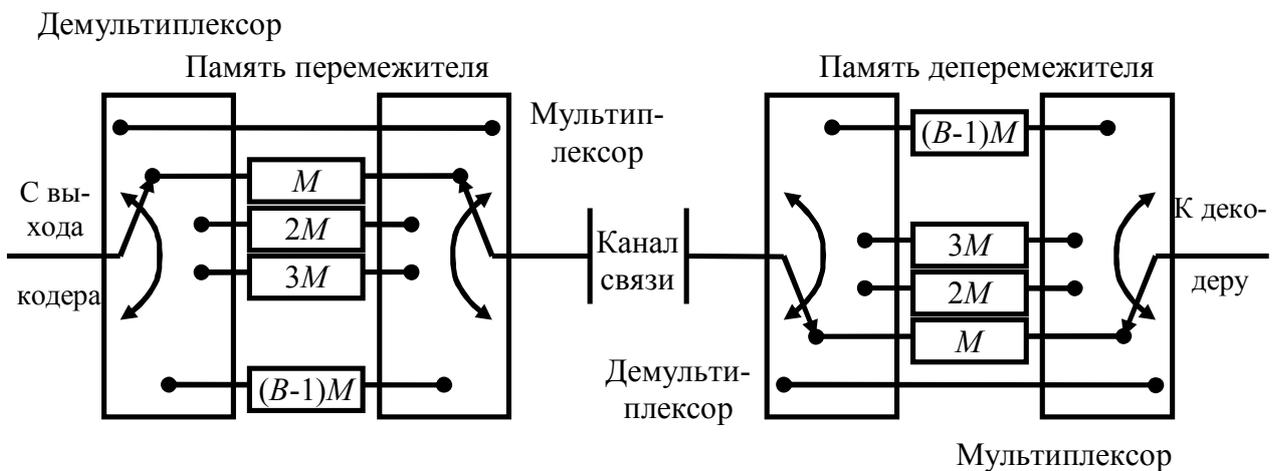


Рис. 5.4. Структурная схема свёрточного перемежителя - депермежителя

Демультимплексор осуществляет последовательное подключение выхода кодера к различным строкам памяти перемежителя. Мультиплексор соответственно подключает вход декодера к различным строкам памяти деперемежителя. Каждая строка памяти представляет собой регистр сдвига, количество элементов задержки которого указано соответствующим числом, вписанным в прямоугольник. Первый элемент кодированной последовательности записывается в верхнюю строку и сразу же передается по каналу связи. Записывается он также в первую строку памяти деперемежителя, обеспечивающей задержку на  $(B-1)M$  символов. Второй элемент кодированной последовательности записывается во вторую строку памяти перемежителя, обеспечивающей задержку на  $M$  символов. Таким образом, смежные символы кодированной последовательности оказываются разнесенными на  $M$  символов. Поэтому на них не оказывают влияние пакеты ошибок, длина которых не превышает  $M$ . При приеме второй символ дополнительно задерживается на  $(B-2)M$  символов, так что общая задержка символов составляет  $(B-1)M$  символов. Следует отметить, что все символы кодовой последовательности после перемежения и деперемежения имеют одинаковую задержку, поэтому порядок следования символов на выходе кодера и входе декодера сохраняется одним и тем же.

### 5.3. Автоматический запрос повторной передачи

В некоторых системах связи между передатчиком и приемником имеется двусторонняя линия связи, которую можно использовать для уведомления передающей стороны о наличии ошибок в принятом сообщении и для запроса повторной передачи искаженного сообщения.

Системы с исправлением ошибок, в которых принятые сообщения, содержащие ошибки, многократно повторяются передающей стороной по запросам приемной стороны, принято называть **системами с автоматическим запросом повторной передачи (АЗПП)**.

В системах с АЗПП на приемной стороне, как правило, выполняется только процедура обнаружения ошибок в принятом сообщении и не предпринимается никаких попыток их исправить. Поэтому в передаваемое сообщение вводится определенное количество избыточных битов или бит проверки на четность, образующих вместе с битами сообщения код с обнаружением ошибок. С увеличением количества избыточных битов возрастает обнаруживающая способность кода. Так как кодирование с обнаружением ошибок является простым, эффективным и достаточно устойчивым методом выявления искаженных сообщений, то системы с АЗПП позволяют простыми средствами обеспечить надежную передачу сообщений от источника к потребителю по каналам связи с различными характеристиками. Поэтому АЗПП широко используется в системах передачи данных, в которых предъявляются повышенные требования к верности, например в компьютерной связи.

В соответствии с семиуровневой моделью взаимодействия открытых систем контроль ошибок относится к числу основных операций, которые могут выполняться на нескольких уровнях, в частности на транспортном уровне (4-й уровень) и уровне линий передачи данных (2-й уровень).

На уровне линий передачи данных пакеты сообщений, поступающие с выхода сетевого уровня (3-й уровень), перед передачей их в канал связи преобразуются в блоки (фреймы) путем добавления вспомогательных битов, образующих поля управления и проверки ошибок.

На рис. 5.5 приведена примерная структура блока.



Рис. 5.5. Примерная структура блока

Длительность блока зависит от используемого протокола в линии передачи данных и может изменяться в пределах от 50 до 200 байт.

В общем случае система с АЗПП работает следующим образом. Принятые блоки, содержащие ошибки, повторно передаются до тех пор, пока они будут приняты без ошибок или ошибки в них не будут обнаружены. При этом обнаружение ошибок производится с помощью простого кода, обнаруживающего ошибки. Приемная сторона по надежному обратному каналу передающей стороне подтверждения: положительные (ПП) или отрицательные (ОП) для указания отсутствия или наличия ошибок в ранее переданном блоке. При получении положительного подтверждения передающая сторона передает очередной блок, а при получении отрицательного – повторяет передачу ранее переданного блока. В принципе, повторная передача одного и того же сообщения может происходить до тех пор, пока оно не будет принято без ошибок.

Из различных вариантов АЗПП можно выделить три базовых: АЗПП с остановом и ожиданием, АЗПП с возвращением на  $N$  блоков, АЗПП с селективным повторением.

**5.3.1. Автоматический запрос повторной передачи с остановом и ожиданием.** При автоматическом запросе повторной передачи с остановом и ожиданием работа происходит следующим образом. Передающая и приемная стороны обмениваются сообщениями по полудуплексной линии связи. После передачи одного блока передающая сторона ожидает подтверждения со стороны приемной для того, чтобы передать очередной блок или повторить прежний. При получении блока приемная сторона передает в сторону передающей ПП, если принятый блок не содержит ошибок, и ОП, если принятый блок содержит ошибки.

На рис. 5.6 изображена временная диаграмма, иллюстрирующая процедуру передачи сообщений в системе с АЗПП с остановом и ожиданием.

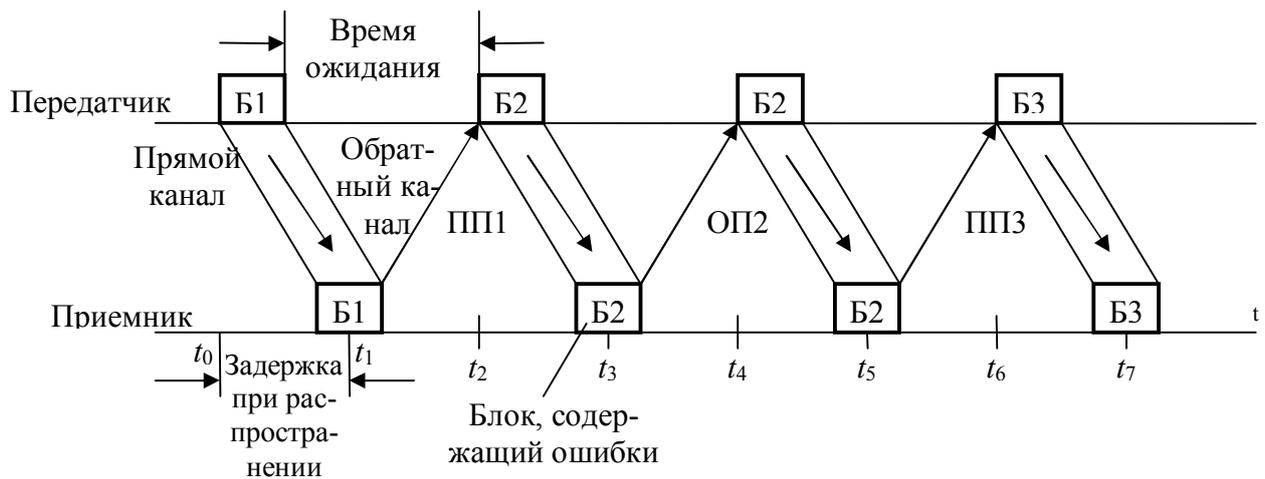


Рис. 5.6. Диаграмма передачи сообщений в системе АЗПП с остановом и ожиданием

Блоки сообщений Б1, Б2, Б3,... подлежат передаче. В момент времени  $t_0$  передатчик передает блок Б1 и ожидает подтверждения со стороны приемника о качестве приема этого блока. Если в момент времени  $t_1$ , блок Б1 был принят без ошибок, то посылается ПП1. Получив это подтверждение, передатчик в момент времени  $t_2$  передает блок Б2, в котором в приемнике обнаруживаются ошибки и в момент времени  $t_3$  посылается ОП2. Получив ОП2, передатчик в момент времени  $t_4$  передает блок Б2 повторно и ожидает ПП или ОП, которые поступят в момент времени  $t_6$ . При получении ПП3, как показано на рис. 5.6, передатчик передает Б3 и т.д. Очевидно, что при реализации АЗПП с остановом и ожиданием на передающем конце необходимо иметь буферное запоминающее устройство соответствующего объема для хранения передаваемых блоков сообщений до получения положительного подтверждения о приеме соответствующего блока.

Достоинство АЗПП с остановом и ожиданием заключается в его простоте. Однако он не очень приспособлен для современных высокоскоростных систем передачи цифровых сообщений из-за неэффективного использования канала связи из-за потерь времени на ожидание подтверждения перед передачей очередного блока. Эти потери становятся особенно существенными при характерных для спутниковых линий связи значительных задержках при распространении, превышающих время передачи блока.

**5.3.2. Автоматический запрос повторной передачи с возвращением на N блоков.** В этом варианте АЗПП осуществляется непрерывная передача без ожидания подтверждений между блоками. Здесь между передатчиком и приемником необходимо иметь полнодуплексную линию, позволяющую передавать последовательность блоков сообщений, не ожидая получения положительного подтверждения. Фактически ПП можно даже не передавать. После обнаружения блока, содержащего ошибки, приемная сторона посылает ОП и

отбрасывает этот и все последующие блоки до тех пор, пока ошибочный блок не будет принят без ошибок. При получении ОП в передатчике прерывается передача текущего блока и передаются ошибочный и все последующие блоки. Здесь также вводится нумерация блоков целыми числами  $l = 0, 1, 2, \dots, 2^k - 1$ , а в структуру блока – поле номеров ( $k$  – количество разрядов в поле номеров).

На рис. 5.7 изображена временная диаграмма, иллюстрирующая процедуру передачи сообщений в системе с АЗПП с возвращением на  $N$  блоков в случае  $N = 7$  ( $k = 3$ ).

Передатчик передаст последовательность блоков с номерами Б0, Б1, Б2, ..., Б6. Как показано на рис. 5.7, в приемнике обнаруживается блок, содержащий ошибки (Б3), посылается ОПЗ передатчику и отбрасываются этот и все последующие блоки Б4, Б5, Б6, которые уже были переданы передатчиком до получения ОПЗ из-за задержки при распространении. Получив ОПЗ, передатчик повторно передает блоки Б3, Б4, Б5, Б6 и далее последующие блоки Б0, Б1, Б2, ... (здесь нумерация блоков производится по  $\text{mod } 2^k$ ). При обнаружении ошибок в любом последующем блоке эта процедура повторяется, начиная с блока, содержащего ошибки.

АЗПП с возвращением на  $N$  блоков является более эффективным по сравнению с АЗПП с остановом и ожиданием, поскольку здесь исключаются потери времени на ожидание подтверждений. Потери эффективности здесь связаны с отбрасыванием всех блоков, следующих за ошибочным блоком, даже если эти блоки не содержат ошибок.

**5.3.3. Автоматический запрос повторной передачи с селективным повторением.** Чтобы исключить потери эффективности, связанные с необходимостью повторной передачи безошибочных блоков, можно использовать процедуру селективного повторения. Здесь, как и в предыдущем варианте, необходима полнодуплексная линия связи.

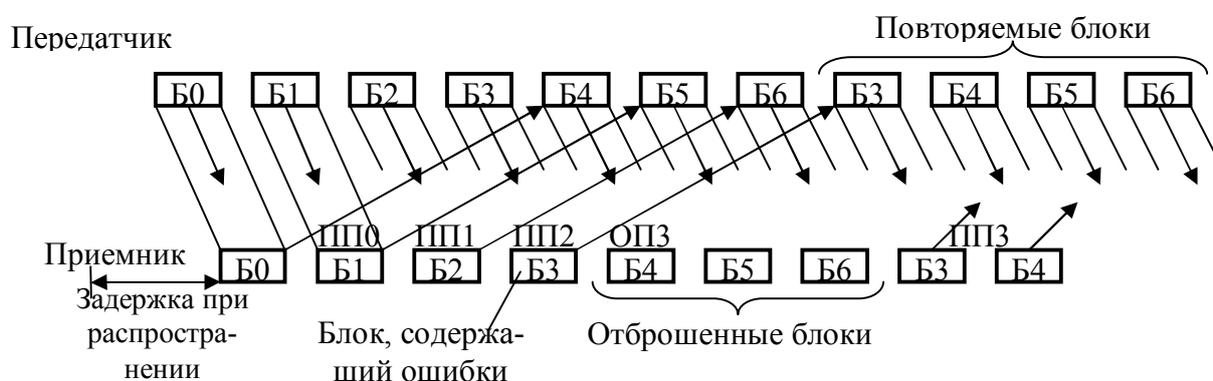


Рис. 5.7. Диаграмма передачи сообщений в системе АЗПП с возвращением на  $N$  блоков

На рис. 5.8 изображена временная диаграмма, иллюстрирующая процедуру передачи сообщений в системе с АЗПП и селективным повторением. Передатчик передает последовательность блоков Б1, Б2, Б3.... В приемнике обнаруживаются ошибки в блоке Б3 и посылается ОПЗ передатчику. Однако до его получения блоки Б4, Б5 и Б6 оказываются уже переданными. При получении ОПЗ в передатчике прекращается передача и вместо текущего блока Б7 повторно передается блок Б3, а затем передача блоков возобновляется в естественном порядке.

Последовательность принятых блоков Б4, Б5, Б6, не содержащих ошибок, запоминается в приемнике до тех пор, пока не будет безошибочно принят блок Б3 и введен в соответствующее место для восстановления естественного порядка следования блоков в последовательности Б3, Б4, Б5, Б6,...

Если блок Б3 будет безошибочно принят после первой повторной передачи, то запоминаются блоки Б4, Б5 и Б6. Однако, если в блоке Б3 будут обнаружены ошибки при повторной передаче, то возникает необходимость повторить его передачу еще раз. В этом случае надо запоминать блоки Б4, Б5, Б6, Б7, Б8, Б9. Требование многократных повторных передач приводит к увеличению объема буферного запоминающего устройства. Поскольку теоретически повторные передачи могут быть неограниченными, то при конечном объеме буферного запоминающего устройства возможно его переполнение. В практически используемых системах с АЗПП и селективным повторением для предотвращения этого события предусматривается специальный механизм прерываний.

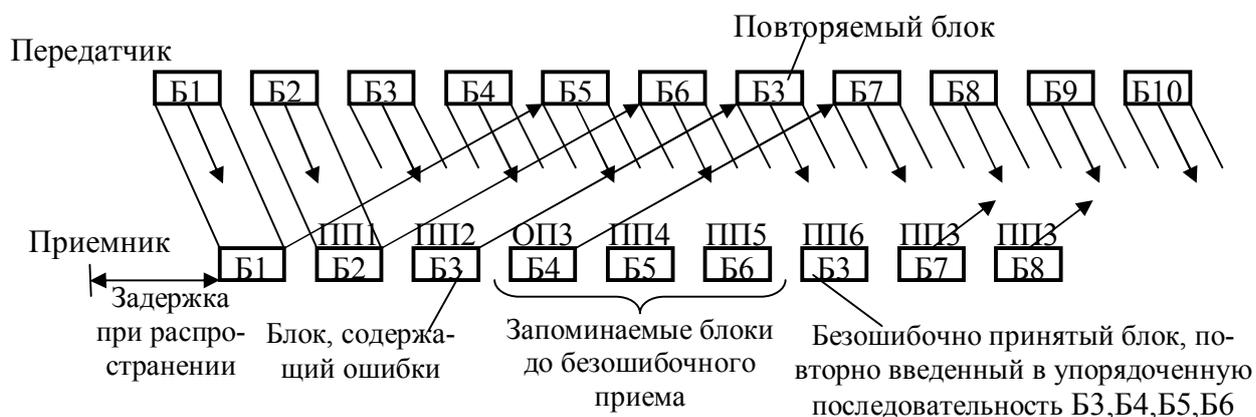


Рис. 5.8. Диаграмма передачи сообщений в системе с селективным повторением

Характеристики систем с АЗПП принято оценивать двумя величинами: относительной пропускной способностью и вероятностью необнаруженной ошибки в битах данных. Относительная пропускная способность определяется как отношение среднего числа битов сообщения, доставляемых получателю в единицу времени, к среднему числу битов, передаваемых в системе в единицу

времени. Таким образом, значение относительной пропускной способности всегда меньше 100 %. Например, при использовании кода, обнаруживающего ошибки, имеющего кодovou скорость  $R_k = 0,98$ , относительная пропускная способность при безошибочной передаче должна составлять 98 %. Очевидно, что повторные передачи будут снижать значение относительной пропускной способности.

## 6. СЖАТИЕ СООБЩЕНИЙ

### 6.1. Основные методы сжатия

Сжатие данных позволяет экономно использовать объем памяти и каналы передачи информации в системах связи. В последнем случае выигрыш выражается в сокращении времени занятости канала.

Возможности сжатия данных показал в теореме кодирования для канала без помех Клод Шеннон. Теорема утверждает, что в канале связи без помех можно так преобразовать последовательность символов источника в последовательность символов кода, что средняя длина символов кода может быть сколь угодно близка к энтропии источника сообщений  $H(X)$  определяемой в виде

$$H(x) = -\sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i).$$

Для характеристики достигнутой степени сжатия на практике применяют так называемый коэффициент сжатия (это отношение первоначального разряда данных к их размеру в сжатом виде).

Сжатие данных осуществляется либо на прикладном уровне с помощью программы сжатия, либо с помощью устройств защиты от ошибок (УЗО) непосредственно в составе модемов по протоколам типа V.42 bis.

Очевидный способ сжатия числовой информации, представленной в восьмиразрядном коде (табл. 6.1) заключается в использовании сокращённого кода с четырьмя битами на символ вместо восьми, так как передаётся набор, включающий только десять цифр, символы точка, запятая и пробел.

К методам сжатия относятся методы разностного кодирования, поскольку разности амплитуд отсчётов представляются меньшим числом разрядов. Разностное кодирование реализовано в методах дельта – модуляции и её разновидностях.

Если восстановленные данные совпадают с данными, которые были до сжатия, то это есть сжатие без потерь. Именно такие методы сжатия применяются при передаче информации в системах передачи данных.

На сегодня существует много различных алгоритмов сжатия без потерь, подразделяющихся на несколько основных групп.

Кодирование буквенно-цифровых знаков

				<i>b8</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
				<i>b7</i>	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
				<i>b6</i>	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
				<i>b5</i>	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
<i>b4</i>	<i>b3</i>	<i>b2</i>	<i>b1</i>		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0			Пробел	0	@	P		p					ю	п	Ю	П
0	0	0	1	1	┌		!	1	A	Q	a	q			i	±	a	я	A	Я
0	0	1	0	2			"	2	B	R	b	r			¢	2	б	р	Б	Р
0	0	1	1	3			#	3	C	S	c	s			£	3	ц	с	Ц	С
0	1	0	0	4	↑		¤	4	D	T	d	t			\$	x	д	т	Д	Т
0	1	0	1	5	↓		%	5	E	U	e	u			¥		е	у	E	У
0	1	1	0	6	→		&	6	F	V	f	v			#		Ф	ж	Ф	Ж
0	1	1	1	7	←		,	7	G	W	g	w			§	,	г	в	Г	В
1	0	0	0	8			(	8	H	X	h	x			α	•r	х	ь	X	Ь
1	0	0	1	9			)	9	I	Y	i	y					и	ы	И	Ы
1	0	1	0	10			*	:	J	Z	j	z					й	з	Й	З
1	0	1	1	11	└		+	;	K	[	k	{			«	»	к	ш	К	Ш
1	1	0	0	12			<	<	L	\	l					¼	л	э	Л	Э
1	1	0	1	13			-	=	M	]	m	}				½	м	щ	М	Щ
1	1	1	0	14			.	>	N	¬	n	-				¾	н	ч	Н	Ч
1	1	1	1	15				?	O	_	o					ı	о	ъ	O	

**Кодирование повторов (Run Length Encoding, RLE)** применяется в основном для сжатия растровых изображений (графических файлов). Один из вариантов метода RLE предусматривает замену последовательности повторяющихся символов на строку, содержащую этот символ, и число, соответствующее количеству его повторений. Применение метода кодирования повторов для сжатия текстовых файлов оказывается неэффективным. Поэтому в современных системах передачи кодированной цифробуквенной информации алгоритм RLE используется мало.

**Вероятностные методы сжатия** используют кодовые слова переменной длины. В основе вероятностных методов сжатия (алгоритмов Шеннона-Фано и Хаффмена) лежит идея построения «дерева», на «ветвях» которого положение символа определяется частотой его появления. Каждому символу присваивается код, длина которого обратно пропорциональна частоте появления этого символа. Существуют две разновидности вероятностных методов, различающихся способом определения вероятности появления каждого символа:

- статические методы, использующие фиксированную таблицу частоты появления символов, рассчитываемую перед началом процесса сжатия,
- динамические или адаптивные методы, в которых частота появления символов все время меняется и по мере считывания нового блока данных происходит перерасчет начальных значений частот.

**Статические методы** имеют значительное быстродействие и не требуют большой оперативной памяти. Они нашли широкое применение в многочисленных программах–архиваторах, например ARC, PKZIP и др., но для сжатия передаваемых модемами данных используются редко – предпочтение отдается арифметическому кодированию и методу словарей, обеспечивающим большую степень сжатия.

**Арифметические методы.** При арифметическом кодировании строка символов заменяется действительным числом больше нуля и меньше единицы. Арифметическое кодирование позволяет обеспечить высокую степень сжатия, особенно в случаях, когда сжимаются данные, где частота появления различных символов сильно варьируется. Однако сама процедура арифметического кодирования требует мощных вычислительных ресурсов, так как активно использует нецелочисленную арифметику, и до недавнего времени этот метод мало применялся при сжатии передаваемых данных. Лишь появление мощных процессоров, особенно с RISC–архитектурой, позволило создать эффективные устройства арифметического сжатия данных.

**Метод словарей.** Алгоритм для метода словарей описан в работах Зива и Лемпеля, которые впервые опубликовали его в 1977 г. В последующем алгоритм был назван Lempel-Ziv, или сокращенно LZ. На сегодня LZ–алгоритм и его модификации получили наиболее широкое распространение по сравнению с другими методами сжатия. В его основе лежит идея замены наиболее часто встречающихся последовательностей символов (строк) в передаваемом потоке ссылками на «образцы», хранящиеся в специально создаваемой таблице (словаре).

## 6.2. Вероятностные методы сжатия

Согласно методу Шеннона-Фано для каждого символа формируется битовый код, причем символы с различными частотами появления имеют коды различной длины [16]. Чем меньше частота появления символов в файле, тем больше размер его битового кода. Соответственно, чаще появляющийся символ имеет меньший размер кода.

Код строится следующим образом. Все символы, встречающиеся в файле, выписывают в таблицу в порядке убывания частоты их появления. Затем их разделяют на две группы так, чтобы в каждой из них были примерно равные суммы частот символов. Первые биты кодов всех символов одной половины устанавливаются в 0, а второй – в 1. После этого каждую группу делят еще раз пополам и так до тех пор, пока в каждой группе не останется по одному символу. Допустим, файл состоит из некоторой символьной строки *aaaaaaaaabbbbbbbccccccddddeeeefff*, тогда каждый символ этой строки можно закодировать так, как показано в табл. 6.2 [13].

Можно видеть, что если раньше каждый символ кодировался 8 битами, то теперь требуется максимум три бита.

Пример построения кода Шеннона – Фано

Символ	Частота появления	Код
<i>a</i>	10	11
<i>b</i>	8	10
<i>c</i>	6	011
<i>d</i>	5	010
<i>e</i>	4	001
<i>f</i>	3	000

Однако способ Шеннона-Фано не всегда приводит к построению однозначного кода. Более удачен в данном отношении метод Хаффмена, позволяющий однозначно построить код с наименьшей средней длиной, приходящейся на символ.

Однако способ Шеннона-Фано не всегда приводит к построению однозначного кода. Более удачен в данном отношении метод Хаффмена, позволяющий однозначно построить код с наименьшей средней длиной, приходящейся на символ.

Суть метода Хаффмена сводится к следующему. Символы, встречающиеся в файле, выписываются в столбец в порядке убывания вероятностей (частоты) их появления. Два последних символа объединяются в один с суммарной вероятностью. Из полученной новой вероятности *t* вероятностей новых символов, не использованных в объединении, формируется новый столбец в порядке убывания вероятностей, а две последние вновь объединяются. Это продолжается до тех пор, пока не останется одна вероятность, равная сумме вероятностей всех символов, встречающихся в файле.

Процесс кодирования по методу Хаффмена поясняется табл. 6.3. Для составления кода, соответствующего данному символу, необходимо проследить путь перехода знака по строкам и столбцам таблицы кода.

Таблица 6.3

Процесс кодирования по методу Хаффмена

Символ	Частота появления		Кодовое слово
<i>c</i>	22	22	01
<i>e</i>	20	20	00
<i>h</i>	16	16	111
<i>i</i>	16	16	110
<i>a</i>	10	10	100
<i>k</i>	10	10	1011
<i>m</i>	4	6	10101
<i>b</i>	2	0	10100

### 6.3. Сжатие данных в протоколах MNP

Протокол MNP5 (Microcom Networking Protocol) реализует комбинацию адаптивного кодирования с применением кода Хаффмена и группового кодирования. При этом хорошо поддающиеся сжатию данные уменьшают свой исходный объем примерно на 50 % и, следовательно, реальная скорость их передачи возрастает вдвое по сравнению с номинальной скоростью передачи данных [13].

Протокол MNP7 использует более эффективный (по сравнению с MNP5) алгоритм сжатия данных, что позволяет достичь коэффициента сжатия около 3.1, и улучшенную форму кодирования методом Хаффмена в сочетании с марковским алгоритмом прогнозирования для создания кодовых последовательностей минимально возможной длины. Марковский алгоритм может предсказывать следующий символ в последовательности, исходя из появившегося предыдущего символа.

### 6.4. Сжатие данных по алгоритму словаря

Алгоритм словаря построен вокруг так называемой таблицы фраз (словаря), которая отображает строки символов сжимаемого сообщения в коды фиксированной длины, равные 12 бит. Таблица обладает свойством предшествования.

В настоящее время методы сжатия данных, включенные в протоколы MNP5 и MNP7, целенаправленно заменяются на метод, основанный на алгоритме словарного типа Лемпеля-Зива-Вэлча (LZW-алгоритме), который имеет два главных преимущества:

- обеспечивает достижение коэффициента сжатия 4:1 файлов с оптимальной структурой;
- LZW-метод утвержден ИТУ-Т как составная часть стандарта V.42bis.

Метод сжатия данных LZW основан на создании древовидного словаря последовательностей символов, в котором каждой последовательности соответствует единственное кодовое слово. Входящий поток данных последовательно, символ за символом, сравнивается с имеющимися в словаре последовательностями. После того как в словаре будет найдена кодируемая последовательность, идентичная входной, модем передает соответствующее ей кодовое слово. Алгоритм динамически создает и обновляет словарь символьных последовательностей.

Согласно кодировке, приведённой в табл. 6.1, в двоичном коде с помощью 8 бит можно закодировать 256 символов. Эти символы (вернее, их коды изначально заносятся в словарь программы, реализующей LZW). Во время работы программа посимвольно перебирает строку, подлежащую сжатию и передаче. При этом выполняется такая последовательность действий.

- Считываемый символ добавляется в формирующую строку. Если полученная строка уже присутствует в словаре, проверяется следующий символ.
- Если полученной строки в словаре нет, передается предыдущая сформированная строка, а новая заносится в словарь.

Таким образом, считываемые символы используются для формирования отсутствующих в словаре строк, длина которых с каждым выполнением цикла сжатия увеличивается. Если обнаруживается, что такой последовательности символов в словаре еще нет, последняя сформированная строка передается на выход, а новая строка добавляется в словарь. Для указания положения строки в таблице строк словаря в алгоритме LZW используется числовой код. Если сформированную строку условно назвать префиксом, а считываемый символ – суффиксом, то работу алгоритма можно описать следующим образом:

$$\text{префикс} + \text{суффикс} = \text{новая строка}$$

После формирования новой строки суффикс становится префиксом:

$$\text{префикс} = \text{суффикс}$$

В качестве примера рассмотрим, как с помощью алгоритма LZW выполняется сжатие строки *ababc*, которая была передана модему терминалом. Вначале каждому символу словаря назначается числовое кодовое значение, соответствующее десятичному представлению этого символа в кодировке ASCII. То есть кодовое значение символа *a* равно 97, кодовое значение символа *b* – 98 и т.д.

В соответствии с алгоритмом LZW, при первой выполняемой операции (первом цикле) принимается, что префиксом является пустая строка, которую мы обозначим символом *f*. Поэтому при выполнении первой операции первый считываемый символ *a* добавляется к пустой строке, в результате чего формируется новая строка *a*. Поскольку *a* присутствует в словаре, на выход ничего не передается. Далее, согласно алгоритму, суффикс становится префиксом – *a* становится префиксом при формировании новой строки (этот этап сжатия строки *ababc* отображен в первой строке табл. 6.4).

Таблица 6.4

Сжатие строки *ababc* в соответствии с алгоритмом LZW

Префикс	Суффикс	Новая строка	Выход
<i>f</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	—
<i>a</i>	<i>B</i>	<i>ab</i>	97
<i>b</i>	<i>A</i>	<i>ba</i>	98
<i>a</i>	<i>B</i>	<i>ab</i>	—
<i>ab</i>	<i>C</i>	<i>abc</i>	256
<i>c</i>	<i>F</i>	<i>c</i>	99

Следующим шагом выполнения алгоритма LZW является считывание из строки ввода второго символа –  $b$ , который становится суффиксом. В ходе его обработки он добавляется к префиксу  $a$ , и в результате образуется новая строка  $ab$ . Этой строки нет в словаре программы, поэтому вступает в силу второе правило, согласно которому на выход передается последняя сформированная строка  $a$ , кодовое значение которой равно 97, а новая строка  $ab$  добавляется в словарь. Ранее уже говорилось, что для представления символов в кодировке ASCII используется 8 бит, что позволяет работать с 255 символами. Из этого следует, что новым строкам можно присвоить кодовые значения, которые будут больше 255 (256 и т. д.) и которые в двоичном представлении требуют большего количества битов. Первоначальный размер лексемы, используемый для представления новых строк, согласовывается модемами во время процесса согласования, выполняемого в соответствии со стандартом V.42bis.

Однако вернемся к рассмотрению процесса сжатия. Символ  $b$ , который был суффиксом при формировании строки  $ab$ , стал префиксом для следующей операции (это отображено в третьей строке табл. 6.4).

Далее считывается следующий символ –  $a$ , который тут же используется как суффикс при создании новой строки  $ba$ . Поскольку этой строки нет в словаре, на выход передается предыдущая строка из числа еще не переданных,  $b$ , кодовое значение которой равно 98 (в соответствии с кодировкой ASCII). Обратите внимание, что сформированная перед этим строка  $ab$  была добавлена в словарь, а не отправлена на выход. При добавлении в словарь строки  $ba$  ей присваивается следующий код – 257, а символ  $a$ , который был суффиксом при формировании этой строки, при выполнении следующей операции становится префиксом, что отражено в четвертой строке табл. 6.4. Затем считывается очередной (четвертый) символ строки ввода –  $b$ , при добавлении которого в качестве суффикса к предыдущей строке ( $a$ ) образуется новая строка  $ab$ . Однако поскольку она уже была добавлена в таблицу строк (словарь), на выход ничего не передается, а сама строка становится префиксом при создании следующей строки.

Данный этап процесса сжатия отражен в пятой строке табл. 6.4 сформированная на предыдущем этапе строка  $ab$ , которая ранее была занесена в таблицу строк, стала префиксом при создании следующей строки, а последний символ  $c$  стал суффиксом. Полученная новая строка  $abc$  отсутствует в словаре, поэтому на выход передается последняя сформированная и не переданная строка –  $ab$ , точнее, передается присвоенное ей кодовое значение – 256. Символ  $c$  становится префиксом для создаваемой очередной строки, но так как он является последним символом строки ввода, его кодовое значение (99) передается на выход.

Декодер LZW должен использовать тот же словарь, что и кодер, строя его по аналогичным правилам при восстановлении сжатых данных. Каждый считываемый код разбирается с помощью словаря на предшествующую фразу  $w$  и символ  $K$ . Затем рекурсия продолжается для предшествующей фразы  $w$  до тех пор пока она не окажется кодом одного символа. При этом завершается декомпрессия этого кода. Обновление словаря происходит для каждого декодируе-

мого кода, кроме первого. После завершения декодирования кода его последний символ, соединенный с предыдущей фразой, добавляется в словарь. Новая фраза получает то же значение кода (позицию в словаре), которое присвоил ей кодер. В результате такого процесса декодер шаг за шагом восстанавливает тот словарь, который построил кодер.

Важное значение имеют алгоритмы сжатия LZ и LZW при архивации данных. Популярные архиваторы ARJ, PAK, LHARC PKZIP работают на основе этих алгоритмов.

## 6.5. Кодирование повторов

Метод RLE предусматривает замену последовательности повторяющихся символов на строку, содержащую этот символ, и число, соответствующее количеству его повторений. В качестве примера рассмотрим сжатие последовательности символов *ACCOUNTbbbbbbMOUNT*, в которой *b* означает символ пробела. Если для обозначения выполненного сжатия символов пробела модем использует специальный символ *Sc*, то между модемами будет передана последовательность символов *ACCONTSc7MOUNT*. Символ *Sc* в этой последовательности означает, что было произведено сжатие символов пробела, а число 7 указывает, сколько именно символов пробела заменено символом *Sc*. С помощью этой информации принимающий модем может восстановить данные.

Однако в последовательности передаваемых символов может встретиться пара символов *S* и *s*, которые являются частью данных, а не специальным символом *Sc*, обозначающим сжатие. Чтобы принимающий модем воспринимал эти символы как данные, передающий модем при обнаружении пары символов *Sc* добавляет в передаваемую последовательность еще одну такую пару. Таким образом, если модем принял от терминала поток данных *XYZScABC*, то по телефонному каналу он передаст следующую последовательность символов: *XYZ Sc ScABC*. На принимающем модеме при обнаружении первого специального символа *Sc* проверяется следующий символ. Если им окажется не число, а еще один такой символ, модем отбросит второй символ и восстановит первоначальный поток данных.

Сжатие позволяет увеличить пропускную способность систем передачи данных, но если один или более символов будут переданы с ошибкой, это может привести к очень печальным последствиям при восстановлении потока данных. В качестве примера покажем, к чему может привести ошибка при передаче последовательности символов *AAAAAAAA*. Предположим, что используется алгоритм сжатия RLE, в котором символ, означающий сжатие, представлен последовательностью битов 11111111, а символ *A* – последовательностью 01000001 (табл. 6.1.).

На рис. 6.1 демонстрируется, к чему может привести ошибка всего лишь в одном символе переданной последовательности битов.

– Последовательность одинаковых символов:	AAAAAAAA		
– Последовательность символов после сжатия:	Sc	8	A
– Двоичное представление передаваемых данных:	11111111	00001000	01000001
– Ошибка в символе:	11111111	00001000	01000011
– Принятая последовательность символов:	Sc	8	C
– Распакованная последовательность символов:	CCCCCCCC		

Рис. 6.1. Последствие ошибки в одном бите переданной сжатой строки

## 7. КОДЫ И КОДИРОВАНИЕ

### 7.1. Основные понятия

**Кодирование** – преобразование дискретного сообщения в дискретный сигнал, осуществляемое по определенному правилу. Восстановление дискретного сообщения по сигналу на выходе дискретного канала, осуществляемое с учетом правил кодирования, называется **декодированием**.

**Код** (от лат. *codex* – свод законов) есть совокупность условных сигналов, обозначающих дискретные сообщения.

**Кодовая последовательность (комбинация)** – представление дискретного сигнала.

Целями кодирования сообщений обычно являются:

- 1) передача по общему каналу связи нескольких или многих сообщений для кодового разделения сигналов;
- 2) повышение помехоустойчивости и достоверности передачи сообщений;
- 3) более экономное использование полосы частот канала связи, т.е. уменьшение избыточности;
- 4) уменьшение стоимости передачи и хранения сообщений;
- 5) обеспечение скрытности передачи и хранения информации;
- 6) преобразование любой информации независимо от ее происхождения и назначения в единую систему символов;
- 7) приведение исходных символов в соответствие с характеристиками канала связи.

Любая кодовая комбинация содержит определенный набор элементов или символов (1 и 0, а и б), которые называются **буквами алфавита**, а весь набор букв образует **алфавит кода**. Для двоичного кода алфавит состоит из двух символов, для троичного их число увеличивается до трех (а, б, в или 1, 2, 3), а в десятичном оно равно десяти. Таким образом, **основание кода X** – это количество признаков или число букв (цифр). Кодовая комбинация, составленная из  $n$

символов или  $n$  элементов, называется **кодовым словом (кодовым блоком)**, имеющим длину  $n$  или число разрядов  $n$ . Если длина всех кодовых комбинаций одинакова, то такие коды называют **равномерными (комплектными)**. Например, код 001, 011, 101 является комплектным, а код 1, 11, 101 – **некомплектным**. В телемеханике обычно используют только равномерные коды.

Кроме указанных характеристик, коды имеют и другие характеристики, которые приведены на рис. 7.1.

Для передачи различных символов, составляющих алфавит кода, могут использоваться импульсы с различными признаками (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Импульсные признаки, используемые для передачи двоичных кодов

Символ	Амплитудные			Временные			Полярные	Частотные		Фазовые
1										
0										

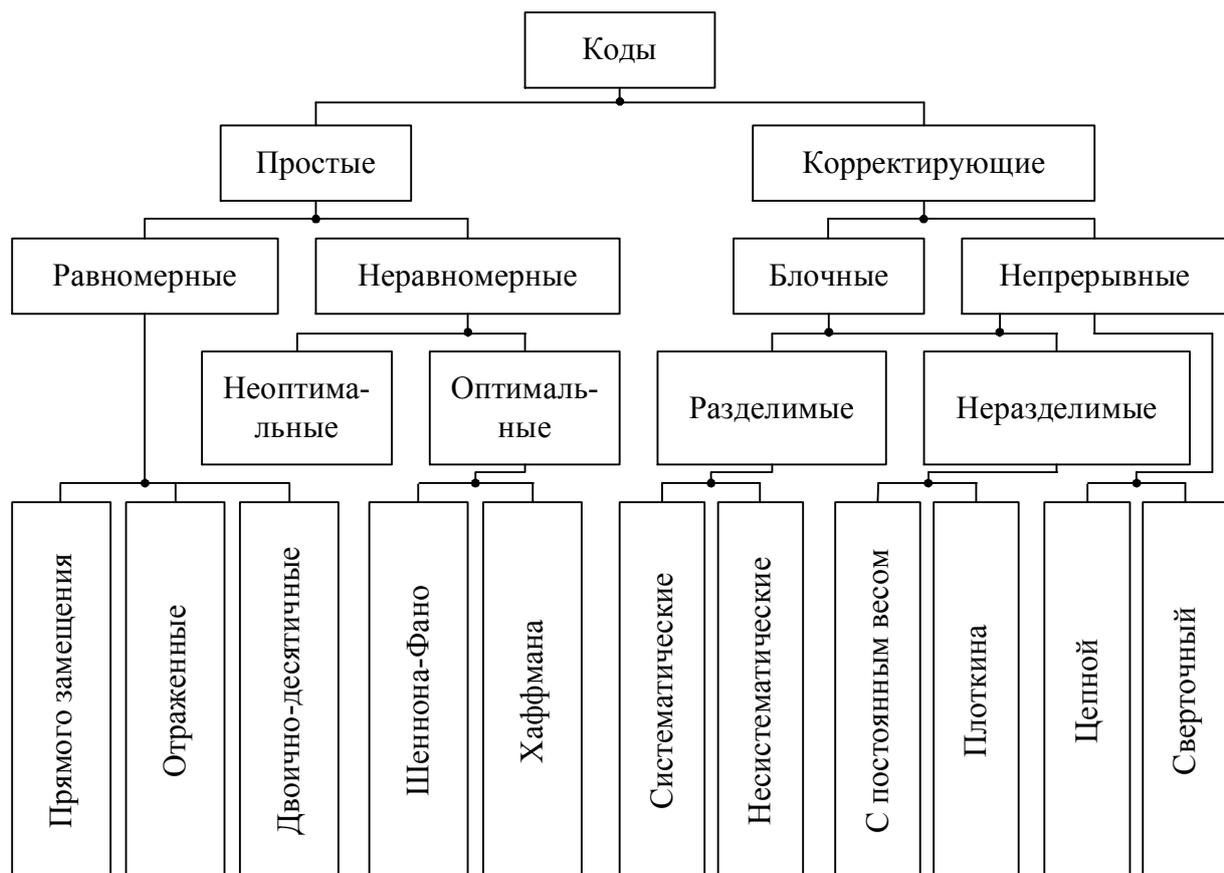


Рис. 7.1. Классификация двоичных кодов

Передачу кодовых комбинаций можно осуществить последовательно во времени или параллельно, т.е. одновременно во времени. В последнем случае передача должна осуществляться по нескольким проводам или с использованием частотных признаков для разделения элементарных сигналов.

На рис. 7.2 показана последовательная передача кодовой комбинации 1011001 видеоимпульсами, а на рис. 7.3 – передача этой же комбинации радиоимпульсами. В обоих случаях передача осуществляется с пассивными паузами между элементами кодовых комбинаций.

Для передачи кодовых комбинаций параллельно во времени каждому разряду присваивается своя частота (табл. 7.2). Однако признаки у каждого разряда должны быть не частотными, а амплитудными или временными.

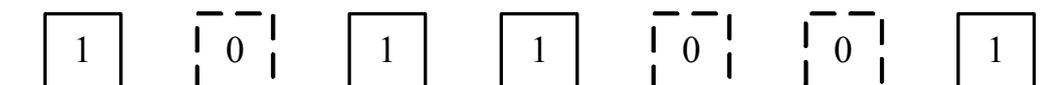


Рис. 7.2. Последовательная передача кодовой комбинации видеоимпульсами

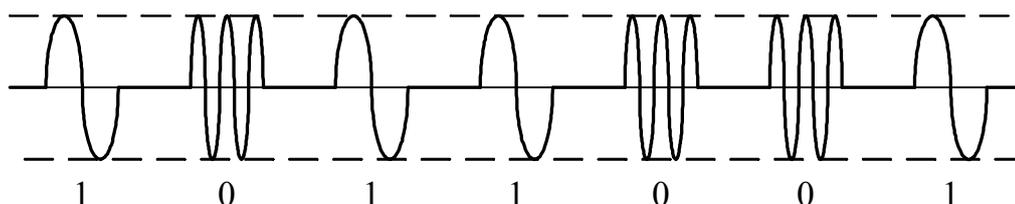


Рис. 7.3. Последовательная передача кодовой комбинации радиоимпульсами

Таблица 7.2

Параллельная передача кодовых комбинаций

Номер разряда	Частота	Номер кодовой комбинации и время её передачи	
		1- $t_1$	2- $t_2$
1	$f_1$	1	1
2	$f_2$	0 —	1
3	$f_3$	0 —	1
4	$f_4$	1	0 —

Первая кодовая комбинация 1001 передается в течение первого интервала времени  $t_1$  частотами  $f_1$  и  $f_4$ , посылаемыми одновременно, а вторая – 1110 передается в течение второго интервала времени одновременной посылкой частот  $f_1, f_2$  и  $f_3$ .

По способу образования кодовых комбинаций коды разделяются на **числовые** и **нечисловые**. В числовых кодах, получивших название **цифровых**, кодовые комбинации образуют ряд возрастающих по весу чисел, определяемый системой счисления. Они применяются в системах измерений, контроля, ЭВМ и т.д. Нечисловые (невзвешенные) коды не имеют систем счисления и применяются в системах управления и телеуправления, где команды и сигналы независимы.

## 7.2. Цифровые коды

В основу правил соответствия кодовых комбинаций числам цифровых кодов положены математические системы счисления, поэтому данные коды называются также арифметическими или взвешенными.

**7.2.1. Запись кодовых комбинаций в виде многочлена.** Любое число в системе счисления с основанием  $X$  можно представить в виде многочлена. Так,  $n$  – разрядное число запишется в виде

$$F(X) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i X^i = A_{n-1} X^{n-1} + A_{n-2} X^{n-2} + \dots + A_0 X^0, \quad (7.1)$$

где  $A$  – цифровые коэффициенты, имеющие значения от 0 до  $X-1$ .

В десятичной системе ( $X=10$ )

$$F(10) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i 10^i. \quad (7.2)$$

Так, число 1408 запишется следующим образом:

$$1408 = 1 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0.$$

В двоичной системе счисления

$$F(2) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i 2^i. \quad (7.3)$$

Так, десятичное число 47 запишется следующим образом:

$$47 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

или в виде многочлена

$$G(X) = 1x^5 + 0x^4 + 1x^3 + 1x^2 + 1x^1 + 1x^0 = x^5 + x^3 + x^2 + x^1 + 1. \quad (7.4)$$

Таким образом, члены многочленов записываются только при наличии коэффициента единицы.

**7.2.2. Сложение.** Над многочленами можно производить все алгебраические операции. Обычное сложение с переносом числа в высший разряд здесь неприменимо, так как это может привести к образованию более высокого разряда, чем принято в данном коде, что недопустимо. Поэтому применяется так называемое сложение двоичных чисел по модулю 2, обозначаемое знаком  $\oplus$ . При двух слагаемых правила сложения следующие:  $0 \oplus 0 = 0$ ;  $0 \oplus 1 = 1$ ;  $1 \oplus 0 = 1$ ;  $1 \oplus 1 = 0$ .

При сложении многозначных чисел складывают разряды, занимающие одинаковые места. При этом сложение сводится к сложению только коэффициентов при членах совпадающих степеней.

Если складываются несколько чисел, то четное число единиц в сумме дает нуль, а сумма нечетного числа единиц приравнивается к единице. Иногда в результате сложения нескольких чисел сумма выражается меньшим двоичным числом, чем какое-либо из слагаемых. Для примера произведем сложение следующих многочленов:

$$x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1; \quad x^5 + x^4 + x^2; \quad x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$

Выразим эти многочлены в двоичных числах и, расположив их соответствующим образом в столбцы, произведем сложение:

$$\begin{array}{r} x^6 + x^5 + 0 + x^3 + x^2 + 0 + 1 \rightarrow 1101101 \rightarrow 109_{10} \\ \otimes \\ 0 + x^5 + x^4 + 0 + x^2 + 0 + 0 \rightarrow 0110100 \rightarrow 52_{10} \\ \otimes \\ \hline x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \rightarrow 1111111 \rightarrow 127_{10} \\ 0 + x^2 + x + 0 \rightarrow 0100110 \rightarrow 38_{10} \end{array}$$

**7.2.3. Умножение.** Для того чтобы при умножении многочленов не увеличилась разрядность степени многочлена выше заданной, производят так называемое символическое умножение, или умножение в конечном поле двоичных чисел, состоящее из двух этапов. Первый этап заключается в умножении многочленов по обычным правилам алгебры, за исключением сложения, которое производится по модулю 2. Перемножим два многочлена:

$$\begin{array}{r}
 x^6+x^5+x^3+x^2+1= \\
 \times \\
 \hline
 x^5+x^4+x^2= \\
 x^8+x^7+0+x^5+x^4+0+x^2 \\
 x^{10}+x^9+0+x^7+x^6+0+x^4 \\
 x^{11}+x^{10}+0+x^8+x^7+0+x^5 \\
 \hline
 x^{11}+0+x^9+0+x^7+x^6+0+0+0+x^2 = \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 1101101 \\
 \times \\
 110100 \\
 \hline
 1101101 \\
 1101101 \\
 1101101 \\
 \hline
 101011000100.
 \end{array}$$

Произведем теперь умножение многочлена на  $x^n$ . Например,  $(x^5+x^4+x^2)x^3 = x^8+x^7+x^5$ . В результате умножения степень каждого члена многочлена повышалась на  $n$ . В двоичной форме записи  $110100 \times 1000 = 110100000$ . Таким образом, умножение многочлена на  $x^n$  означает приписывание справа  $n$  нулей.

**7.2.4. Деление.** При делении в двоичной записи делитель умножается на частное и подписывается под делимым так, чтобы совпадали старшие разряды. В частное записывается единица. Для нахождения первого остатка из делимого вычитается делитель (что эквивалентно их сложению по модулю 2) и к остатку справа сносится очередной разряд делимого. Далее под первым остатком снова подписывается делитель и в частное приписывается еще одна единица, если число разрядов в остатке равно числу разрядов делителя. В противном случае в частном записывается нуль и к остатку подписывается очередной член делимого. Деление продолжается до тех пор, пока степень остатка не станет меньше степени делителя, т.е. число разрядов остатка не окажется меньше числа разрядов делителя. Например,

$$\begin{array}{r}
 110110101 \\
 \underline{101011} \\
 111011 \\
 \underline{101011} \\
 100000 \\
 \underline{101011} \\
 10111 \rightarrow x^4+x^2+x+1 \text{ — остаток}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 | 101011 \\
 | \hline
 | 1110 \rightarrow x^4+x^2+x+1 \text{ — остаток } Q(X)
 \end{array}$$

При составлении циклических кодов необходимо уметь находить только остатки без определения частного. Ниже дается пример нахождения нескольких остатков при делении единицы с нулями на случайно выбранный многочлен  $P(X) = x^3+x+1$ . Следует помнить, что число разрядов у остатков на единицу меньше, чем у делителя.

$$\begin{array}{r}
 100000000 \\
 \underline{1011} \\
 01100 \\
 \underline{1011} \\
 1110 \\
 \underline{1011} \\
 1010 \\
 \underline{1011} \\
 0010
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 | 1011 \\
 \hline
 \\
 \text{— первый остаток } R_1(x) = 011 \\
 \text{— второй остаток } R_2(x) = 110 \\
 \\
 \text{— четвертый остаток } R_4(x) = 101 \\
 \text{— пятый остаток } R_5(x) = 001 \\
 \text{— шестой остаток } R_6(x) = 010 \\
 \text{— седьмой остаток } R_7(x) = 100
 \end{array}$$

Дальнейшее деление нецелесообразно, так как остатки начнут повторяться.

**7.2.5. Перенос слагаемых.** Понятие отрицательной цифры при операциях в конечном поле двоичных чисел отсутствует, так как это привело бы к увеличению признаков с двух до трех, т.е. к троичной системе счисления. Поэтому перенос слагаемых из одной части в другую производится без изменения знака. Например, справедливо как выражение  $(x^4+x+1) + (x^3+x) = x^4+x^3+1$ , так и выражение, отличающееся тем, что второе слагаемое левой части перенесено в правую без изменения знака, т.е.  $(x^4+x+1) = (x^3+x) + (x^4+x^3+1)$ . Справедливость этих равенств проверяется сложением по модулю 2 одночленов с одинаковыми степенями.

**7.2.6. Матричная запись кодовых комбинаций.** Всю совокупность комбинаций  $n$ -разрядного двоичного кода, насчитывающего  $2^n$  различных комбинаций, можно записать в виде матрицы, содержащей  $2^n$  строк и  $n$  столбцов. Так, все комбинации трехразрядного кода запишутся в матрице а:

$$\begin{array}{l}
 \text{а) } \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \\
 \text{б) } \oplus \begin{array}{r} 111 \\ \underline{110} \\ 001 \end{array} \\
 \text{в) } \oplus \begin{array}{r} 001 \\ \underline{011} \\ 010 \end{array} \\
 \text{г) } \oplus \begin{array}{r} 001 \\ \underline{010} \\ 011 \end{array} \\
 \text{д) } \oplus \begin{array}{r} 010 \\ \underline{110} \\ 100 \end{array} \\
 \text{е) } \oplus \begin{array}{r} 011 \\ \underline{110} \\ 101 \end{array} \\
 \text{ж) } \oplus \begin{array}{r} 010 \\ \underline{100} \\ 110 \end{array} \\
 \text{з) } \oplus \begin{array}{r} 001 \\ \underline{110} \\ 111 \end{array} \\
 \text{и) } \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \\
 \text{к) } \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Если взять любые две или более строки матрицы а и сложить их по модулю 2, то получим одну из остальных строк, записанных в этой матрице (пункты б-з). Например, складывая вторую и третью строки, получим четвертую строку (пункт г). Из матрицы а) можно выбрать комбинации, состоящие из одной единицы. Такие комбинации образуют матрицу, называемую единичной матрицей (матрица и). Матрица к) является транспонированной единичной матрицей, т.е.

зеркальным отображением матрицы и). Интересным свойством обладает единичная матрица и): если сложить по модулю 2 в различном сочетании строки, то получим все остальные строки матрицы а) без нулевой.

При исследовании кодов иногда оказывается полезным графическое и геометрическое представление кодов.

**7.2.7. Графическое представление кода** часто указывает пути и методы кодирования и декодирования комбинаций и представляет собой древовидный график, состоящий из точек и расходящихся от них линий, заканчивающихся также точками. Точки графа называются вершинами, а соединяющие их линии – ребрами. Начальная вершина, от которой начинается расхождение ребер, называется корнем дерева, а число ребер, которое надо пройти от корня к некоторой вершине – порядком этой вершины. Максимальное число ребер, которые могут выходить из каждой вершины дерева, равно основанию кода, а максимальный порядок вершин, которое оно содержит, равен максимальной длине кодовых комбинаций. Значения разрядов комбинации, приписываемой каждой вершине, соответствующей направлениям движения по ребрам от корня дерева к данной вершине. Ребра, ведущие от корня к вершинам первого порядка, определяют значение первого слева разряда комбинации; ребра, соединяющие вершины первого и второго порядков, дают значение второго разряда комбинации, и т.д.

На рис. 7.4 показано кодовое дерево для двоичного трехразрядного кода.

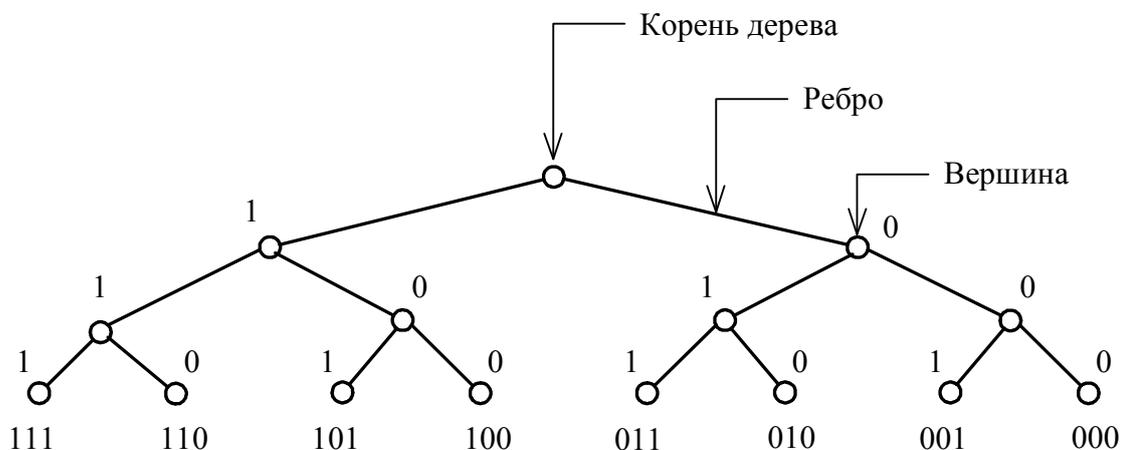


Рис. 7.4. Графическое представление кодового дерева

**7.2.8. Геометрическая модель кода** является более наглядной, чем графическое представление кода. Она дает наглядное представление о возможностях перехода одной комбинации в другую в результате искажения, и поэтому по ней легко судить о корректирующих возможностях кода, т.е. о его способности обнаруживать и исправлять ошибки.

Любая  $n$ -разрядная двоичная кодовая комбинация может быть интерпретирована как вершина  $n$ -мерного единичного куба, т.е. куба с длиной ребра, равной 1.

При  $n=2$  кодовые комбинации располагаются в вершинах квадрата (рис. 7.5), при  $n=3$  – в вершинах единичного куба (рис. 7.6).

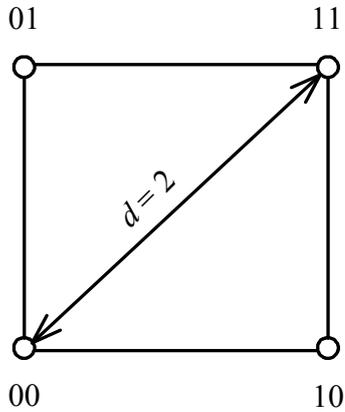


Рис. 7.5. Геометрическая модель двухразрядного двоичного кода

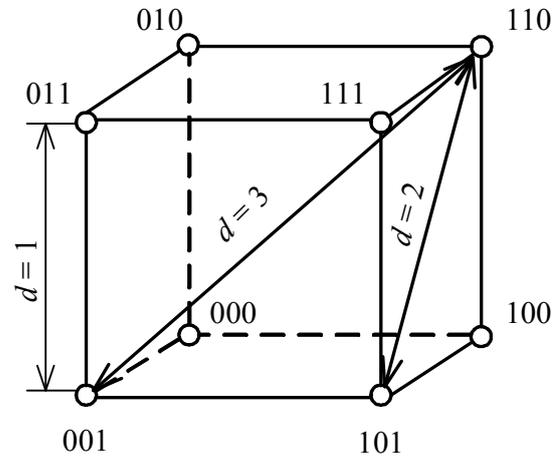


Рис. 7.6. Геометрическая модель трёхразрядного двоичного кода

В общем случае  $n$ -мерный единичный куб имеет  $2^n$  вершин, что равно наибольшему возможному числу кодовых комбинаций. Такая модель дает простую геометрическую интерпретацию и кодовому расстоянию  $d$  между отдельными кодовыми комбинациями. Оно соответствует наименьшему числу ребер единичного куба, которое необходимо пройти, чтобы попасть от одной комбинации к другой.

На рис. 7.7 и 7.8 представлены геометрические модели троичного двухразрядного и трехразрядного кодов соответственно.

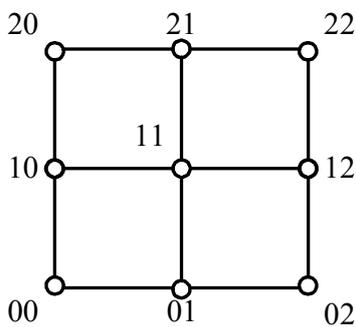


Рис. 7.7. Геометрическая модель троичного двухразрядного кода

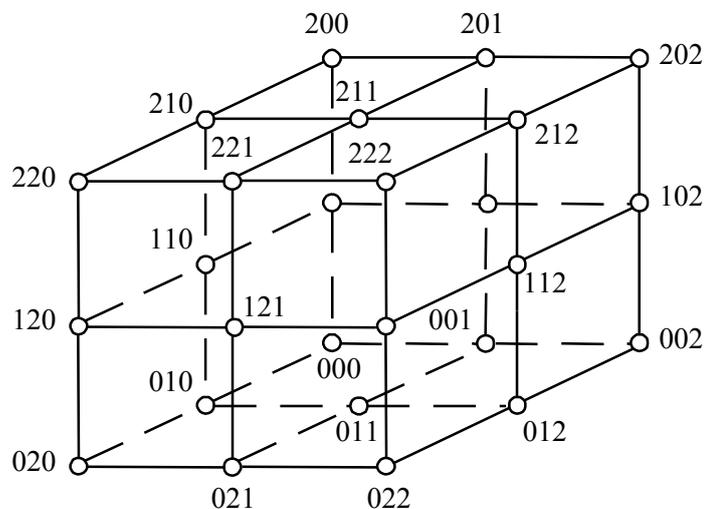


Рис. 7.8. Геометрическая модель троичного трёхразрядного кода

**7.2.9. Классификация двоичных кодов.** По возможности обнаружения и исправления ошибок различают простые и корректирующие коды. Дальнейшая классификация приведена на рис. 7.9.

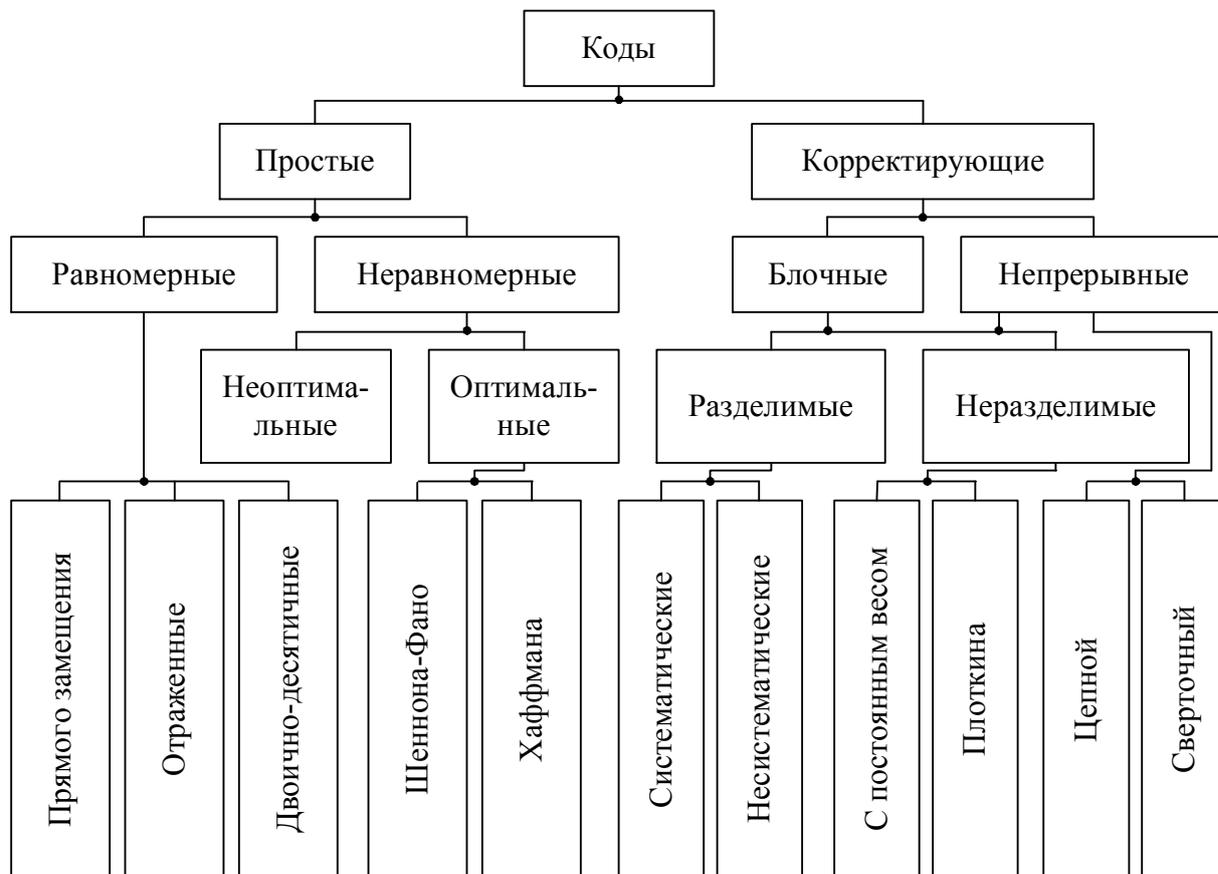


Рис. 7.9. Классификация двоичных кодов

Корректирующий код называется *блочным*, если каждая его комбинация имеет ограниченную длину, и *непрерывным*, если его комбинация имеет неограниченную, а точнее, полубесконечную длину.

Коды в зависимости от методов внесения избыточности подразделяются на *разделимые* и *неразделимые*. В разделимых кодах четко разграничена роль отдельных символов. Одни символы являются информационными, другие являются проверочными и служат для обнаружения и исправления ошибок. Разделимые блочные коды называются обычно  $n, k$  – кодами, где  $n$  – длина кодовых комбинаций,  $k$  – число информационных символов в комбинациях.

Неразделимые коды не имеют четкого разделения кодовой комбинации на информационные и проверочные символы.

Разделимые блочные коды делятся на систематические и несистематические. Несистематические коды строятся таким образом, что проверочные символы определяются как сумма подблоков длины  $l$ , на которые разделяется блок информационных символов. У систематических кодов проверочные символы

определяются в результате проведения линейных операций над определенными информационными символами.

**7.2.10. Основные характеристики двоичных кодов.** Двоичные коды характеризуются весом кода  $w$ , кодовым расстоянием  $d$  и весовой характеристикой  $F(w)$ . *Весом кода  $w$*  называется количество единиц в кодовой комбинации. Например, для кодовой комбинации 1011110 вес кода  $w = 5$ .

Число одноименных разрядов двух кодовых комбинаций, в которых значения символов не совпадают, есть *кодвое расстояние  $d$*  между этими комбинациями. Для определения кодового расстояния необходимо сложить эти комбинации по модулю 2. Например, для кодовых комбинаций 10101 и 00110  $d = 3$ , так как  $10101 \oplus 00110 = 10011$  ( $w = 3$ ). Таким образом, кодовое расстояние определенного кода – это минимальное число элементов, которыми любая кодовая комбинация отличается от другой (по всем парам кодовых слов). Например, для кода, состоящего из комбинаций 1100, 1000, 1011, 1101,  $d_{\min} = 1$ , так как  $1100 \oplus 1101 = 0001$  ( $w = 1$ ).

*Весовая характеристика кода  $F(w)$*  – число кодовых комбинаций определенного веса  $w$ . Например, для кода, представленного комбинациями 00001 ( $w = 1$ ), 11010 ( $w = 3$ ), 10110 ( $w = 3$ ), 11110 ( $w = 4$ ), имеем  $F(1) = 1$ ,  $F(3) = 2$ ,  $F(4) = 1$ , т.е. код состоит из одного кодового слова веса 1, двух слов веса 3 и одного слова веса 4.

Корректирующие коды имеют и некоторые дополнительные характеристики.

*Абсолютная избыточность кода* определяется числом проверочных символов ( $r$ ), т.е. количеством разрядов, отводимых для коррекции ошибок.

*Относительная избыточность кода ( $R$ )* есть отношение числа проверочных символов к длине кода:  $R = r/n$ . В общем случае относительную избыточность рассчитывают по формуле  $R = 1 - \log_2 N_p / \log_2 N$ , где  $N_p$  – число кодовых комбинаций, используемых для передачи сообщений (рабочая мощность кода);  $N$  – полное число кодовых комбинаций (мощность кода).

### 7.3. Простые двоичные коды

Эти коды относятся к непомехозащищенным кодам. *Непомехозащищенным кодом* называется код, в котором искажение одного разряда кодовой комбинации не может быть обнаружено. Рассмотрим примеры двоичных непомехозащищенных кодов.

**7.3.1. Двоичный код на все сочетания.** Кодовые комбинации этого кода соответствуют записи натурального ряда чисел в двоичной системе счисления. Вес разряда кода определяется из выражения

$$q_i = 2^{i-1}, \quad (7.5)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Общее число комбинаций

$$N = 2^n. \quad (7.6)$$

**7.3.2. Единично-десятичный код.** Каждый разряд десятичного числа записывается в виде соответствующего числа единиц (табл. 7.3). При этом разряды разделяются интервалами. Например,  $24 \rightarrow 11\ 1111$ . Этот код неравномерный. Для преобразования в равномерный необходимо в каждом разряде слева дописать столько нулей, чтобы общее число символов в каждом десятичном разряде было равно 9. Например,  $24 \rightarrow 000000011\ 000001111$ .

**7.3.3. Двоично-десятичный код.** Каждый разряд десятичного числа записывается в виде комбинации двоичного кода.

В табл. 7.3 представлены двоично-десятичные коды с весовыми коэффициентами: 8-4-2-1; 2-4-2-1; 4-2-2-1; 5-1-2-1.

Число 576 различными двоично-десятичными кодами будет записано следующим образом:

в коде 8-4-2-1	$576 \rightarrow 010101110110$ ;
в коде 2-4-2-1	$576 \rightarrow 101111011100$ ;
в коде 4-2-2-1	$576 \rightarrow 100111011010$ ;
в коде 5-1-2-1	$576 \rightarrow 100010101001$ .

Коды с весовыми коэффициентами 2-4-2-1 называются самодополняющимися, так как инвертированный код, полученный заменой 0 на 1 и 1 на 0 в каждом разряде, всегда дополняет основной до числа 9 (1111). Например, если инвертировать комбинацию 0100 (цифра 4 в коде 2-4-2-1), то получится комбинация 1011, соответствующая цифре 5. При этом сложение прямой и инвертированной комбинации 0100 и 1011 дает в сумме комбинацию 1111, что соответствует цифре 9.

**7.3.4. Числоимпульсный.** Иногда его называют единичным (или унитарным) кодом. Кодовые комбинации отличаются друг от друга числом единиц. Примеры для 12-разрядного кода даны в табл. 7.3 (столбец 8б). Очевидно, что число кодовых комбинаций в этом коде равно разрядности, т.е.  $N = n$ .

**7.3.5. Код Джонсона.** Этот код применяется в устройствах, преобразующих линейные и угловые перемещения в кодовые комбинации. Записи цифр от 0 до 9 приведены в табл. 7.3 (столбец 7). Таким образом, число 137 в коде Джонсона будет представлено в виде 00001 00111 11100.

**7.3.6. Код Грея.** Этот код, который иногда называют рефлексным (отраженным), применяют для преобразования линейных и угловых перемещений в кодовые комбинации. Если при таком преобразовании используется обычный двоичный код, то некоторые расположенные рядом кодовые комбинации различаются в нескольких разрядах. Например, комбинации 0111 (цифра 7) и 1000 (цифра 8) различаются во всех разрядах. При считывании кода с кодового диска может возникнуть большая ошибка от неоднозначности считывания, обусловленная неточностью изготовления кодового диска или неточностью уста-

новки считывающих элементов. Допустим, что третий считывающий элемент установлен с отставанием, тогда при считывании цифры 8 получим кодовую комбинацию 1100, что соответствует цифре 12, а следовательно, ошибка будет равна 50 %.

Построение кода Грея при отображении десятичных чисел от 0 до 15 четырехразрядным двоичным кодом поясняется табл. 7.3. Столбец старшего разряда делят пополам, в верхнюю половину вписывают нули, в нижнюю – единицы. Затем столбец следующего разряда делят на четыре равные части, которые заполняются единицами и нулями зеркально (с отражением) относительно линии разряда колонки старшего разряда. Аналогичная процедура выполняется в столбцах младших разрядов – единицы и нули заносятся зеркально относительно линий раздела колонки предыдущего разряда. В результате этих простых операций получили двоичный код, в котором соседние комбинации отличаются значением только в одном разряде. Например, те же цифры 7 и 8 в коде Грея запишутся как 0100 и 1100. Допустим, что 1-й считывающий элемент установлен с опережением, тогда вместо комбинации 1100 (цифра 8) получим комбинацию 1101 (цифра 9). Таким образом, ошибка в коде Грея не превосходит цены младшего разряда.

Код Грея, как и другие отраженные коды, относится к системам счисления с неестественным распределением весов разрядов, что затрудняет обработку информации, представленной этими кодами, в ЭВМ и дешифраторах. В силу этого отраженные коды перед обработкой преобразуются в простой двоичный код.

Вес разрядов кода Грея определяется выражением

$$q_i = 2^i - 1, \quad (7.7)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

То есть начиная с младшего разряда веса разрядов запишутся следующим образом: 1, 3, 7, 15, 31,.... Чтобы прочесть число в коде Грея, под каждым разрядом записывают его десятичный эквивалент, старший значащий разряд берется со знаком плюс, перед остальными значащими разрядами знаки чередуются. Например, перевод комбинации кода Грея 101111 и 010011 в десятичный код производится следующим образом:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 63 & 31 & 15 & 7 & 3 & 1 \end{array} = 63 - 15 + 7 - 3 + 1 = 53;$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 63 & 31 & 15 & 7 & 3 & 1 \end{array} = 31 - 3 + 1 = 29.$$

Код Грея относится к неарифметическим кодам. Поэтому перед обработкой информации производят преобразование в двоичный код.

Таблица 7.3

Запись кодовых комбинаций десятичных чисел от 0 до 15 различными кодами

160

Десятичный	8-4-2-1 на все сочетания	2-4-2-1 (Айкена)	4-2-2-1	5-1-2-1	Код Грея 15-7-3-1	Джонсона	Единично- десятичный неравномерный
1	2	3	4	5	6	7	8
0	0000	0000	0000	0000	0000	00000	25 → 11 11111
1	0001	0001	0001	0001	0001	00001	14 → 1 1111
2	0010	0010	0010	0010	0011	00011	Единично- десятичный равномерный
3	0011	0011	0101	0011	0010	00111	
4	0100	0100	0110	0111	0110	01111	8а
5	0101	1011	1001	1000	0111	11111	
6	0110	1100	1010	1001	0101	11110	25 → 0000000110000011111 14 → 0000000010000001111
7	0111	1101	1101	1010	0100	11100	
8	1000	1110	1110	1011	1100	11000	Унитарный 12 - разрядный
9	1001	1111	1111	1111	1101	10000	
10	1010	10000	10000	10000	1111	100000	8б
11	1011	10001	10001	10001	1110	100001	
12	1100	10010	10010	10010	1010	100011	12 → 111111111111 11 → 011111111111 8 → 000011111111
13	1101	10011	10101	10011	1011	100111	
14	1110	10100	10110	10111	1001	101111	
15	1111	11011	11001	11000	1000	111111	

Существует несколько алгоритмов перевода кода Грея в двоичный код и обратного преобразования. В общем виде число в двоичном коде можно записать как  $a_n a_{n-1} \dots a_i \dots a_1$ , а в коде Грея  $b_n b_{n-1} \dots b_i \dots b_1$ . Преобразование из кода Грея в двоичный код можно осуществлять по следующему правилу: цифра старшего разряда записывается без изменений, т.е.  $a_n = b_n$ ; значение каждого последующего разряда двоичного числа находят путем сложения по модулю 2 этого же разряда в коде Грея с предыдущими, т.е.  $a_{n-1} = b_n \oplus b_{n-1}$ . В общем случае можно записать:

$$a_i = \sum_{j=i}^n b_j \pmod{2} \quad (7.8)$$

В качестве примера рассмотрим преобразование кодовой комбинации 101111, записанной в коде Грея, в двоичный код:

$$\begin{aligned} 101111 &= b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 \rightarrow a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 = b_6 (b_6 \oplus b_5) (b_6 \oplus b_5 \oplus b_4) \times \\ &\times (b_6 \oplus b_5 \oplus b_4 \oplus b_3) (b_6 \oplus b_5 \oplus b_4 \oplus b_3 \oplus b_2) (b_6 \oplus b_5 \oplus b_4 \oplus b_3 \oplus b_2 \oplus b_1) = \\ &= 1(1 \oplus 0)(1 \oplus 0 \oplus 1)(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1)(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1)(1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1) = 110101 \end{aligned}$$

Произведем проверку правильности преобразования, для чего воспользуемся правилами чтения чисел, записанных в коде Грея и двоичном коде на все сочетания.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 63 & 31 & 15 & 7 & 3 & 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 63 - 15 + 7 - 3 + 1 &\rightarrow 32 + 16 + 4 + 1 \\ 53 &= 53 \end{aligned}$$

Левая часть равна правой, следовательно, преобразование произведено верно.

Обычный двоичный код преобразуется в код Грея путем суммирования по модулю 2 данной комбинации с такой же, но сдвинутой вправо на один разряд. Например, преобразование двоичных чисел 110011 и 111011 в код Грея производится следующим образом:

$$\begin{array}{r} \oplus 110011 \\ \oplus 110011 \\ \hline 101010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \oplus 111011 \\ \oplus 111011 \\ \hline 100110 \end{array}$$

При сложении младший разряд второго слагаемого отбрасывается. Произведем проверку правильности преобразования:

$$\begin{array}{l}
1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \rightarrow 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0; 32 + 16 + 2 + 1 \rightarrow 63 - 15 + 3; 51 = 51. \\
32\ 16\ 8\ 4\ 2\ 1\ 63\ 31\ 15\ 7\ 3\ 1 \\
1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \rightarrow 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0; 32 + 16 + 8 + 2 + 1 \rightarrow 63 - 7 + 3; 59 = 59. \\
32\ 16\ 8\ 4\ 2\ 1\ 63\ 31\ 15\ 7\ 3\ 1
\end{array}$$

Преобразование двоичного числа в код Грея можно осуществить и по такому признаку. Если в старшем, соседнем по отношению к преобразуемому разряде двоичного числа стоит 0, то в данном разряде кода Грея сохраняется цифра, записанная в двоичном коде, если же 1, то цифра меняется на обратную. Например, при переводе комбинации 110011 предыдущего примера в младшем разряде кода Грея 1 изменится на 0; во втором сохранится 1, так как в третьем разряде двоичного числа записан 0. В третьем сохранится 0, так как в четвертом разряде двоичного кода 0. В четвертом 0 изменится на 1, в пятом – 1 на 0 из-за того, что в пятом и шестом разряде двоичного кода стоит 1. Шестой разряд останется без изменения, так как подразумевается, что левее шестого разряда двоичного числа стоит 0.

На основании рассмотренных выше примеров значение разряда в коде Грея можно получить из выражения

$$b_i = a_{i+1} \oplus a_i. \quad (7.9)$$

В качестве примера рассмотрим преобразование двоичного числа 1011001 в код Грея

$$\begin{aligned}
1011001 = a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 &\rightarrow b_7 b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 = a_7 (a_7 \oplus a_6) (a_6 \oplus a_5) \times (a_5 \oplus a_4) \times \\
&\times (a_4 \oplus a_3) (a_3 \oplus a_2) (a_2 \oplus a_1) = (1 \oplus 0) (0 \oplus 1) (1 \oplus 1) (1 \oplus 0) (0 \oplus 0) (0 \oplus 1) = 110101.
\end{aligned}$$

## 8. КОРРЕКТИРУЮЩИЕ КОДЫ

### 8.1. Основные понятия

Помехоустойчивыми (корректирующими) называются коды, позволяющие обнаружить и исправить ошибки в кодовых комбинациях. Отсюда и деление кодов на две большие группы: 1) коды с обнаружением ошибок; 2) коды с обнаружением и исправлением ошибок.

Принципы обнаружения и исправления ошибок кодами проиллюстрируем с помощью геометрической модели трехразрядного двоичного кода (см. рис. 1.6). Если использовать все восемь кодовых комбинаций, записанных в вершинах куба, то образуется двоичный код на все сочетания. Как было показано выше, такой код является непомяхоустойчивым. Если же уменьшить число используемых комбинаций с восьми до четырех, то появится возможность обнаружения одиночных ошибок. Для этого выберем только такие комбина-

ции, которые отстоят друг от друга на расстояние  $d=2$ , например, 000, 110, 011 и 101. Остальные кодовые комбинации не используются. Если будет принята комбинация 100, то очевидно, что при ее приеме произошла одиночная ошибка. Представленные комбинации построены по определенному правилу, а именно содержат четное число единиц, а принятая комбинация 100 – нечетное. Можно утверждать, что комбинация 100 образовалась при искажении разряда одной из разрешенных комбинаций, но определить, какая именно комбинация искажена, невозможно. Поэтому такие или подобные им коды называют кодами с обнаружением ошибок. Таким образом, в помехозащищенных кодах есть комбинации разрешенные, составленные по определенному правилу, и запрещенные, не соответствующие этому правилу. В общем случае при необходимости обнаруживать ошибки кратности до  $m$  включительно минимальное кодовое (хеммингово) расстояние между разрешенными кодовыми комбинациями должно быть по крайней мере на единицу больше  $m$ , т.е.

$$d_{\min} \geq m + 1. \quad (8.1)$$

Действительно, в этом случае ошибка, кратность которой не превышает  $m$ , не в состоянии перевести одну разрешенную кодовую комбинацию в другую.

Для исправления одиночной ошибки с каждой разрешенной кодовой комбинацией необходимо сопоставить подмножество запрещенных кодовых комбинаций. Чтобы эти подмножества не пересекались, хеммингово расстояние между разрешенными кодовыми комбинациями должно быть не менее трех. Примем за разрешенные комбинации 000 и 111 (см. рис. 1.6). В результате возникновения единичной ошибки образуются подмножества:

$$\left. \begin{array}{l} \{000 \rightarrow 001, 010, 100\} \\ \{111 \rightarrow 110, 101, 011\} \end{array} \right\} \text{запрещенные комбинации.}$$

В общем случае для обеспечения возможности исправления всех ошибок кратности до  $S$  включительно каждая из ошибок должна приводить к запрещенной комбинации, относящейся к подмножеству исходной разрешенной кодовой комбинации.

Подмножество каждой из разрешенных  $n$ -разрядных комбинаций  $A_i$  (рис. 8.1) складывается из запрещенных комбинаций, являющихся следствием воздействия:

- 1) единичных ошибок (они располагаются на сфере радиусом  $d = 1$ , и их число равно  $C_n^1$ );
- 2) двойных ошибок (они располагаются на сфере радиусом  $d = 2$ , и их число равно  $C_n^2$ ) и т.д.

Внешняя среда подмножества имеет радиус  $d = S$  и содержит  $C_n^S$  запрещенных кодовых комбинаций.

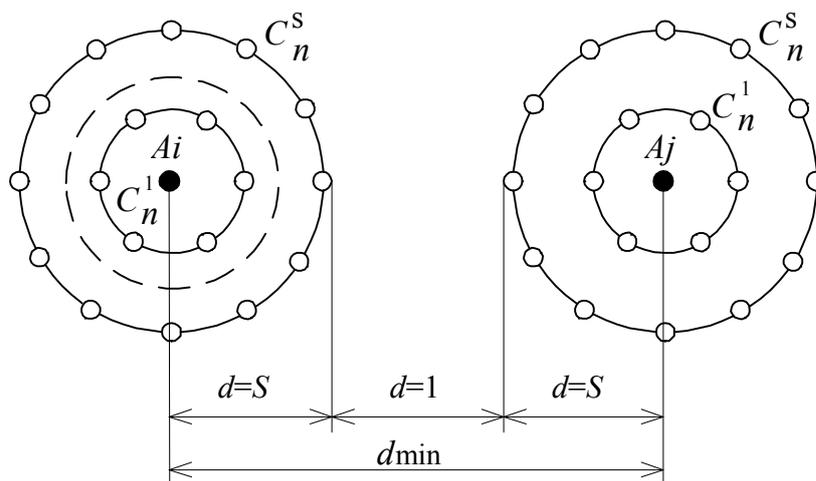


Рис. 8.1. Минимальное кодовое расстояние для исправления ошибок кратности  $S$

Поскольку указанные подмножества не должны пересекаться, минимальное хеммингово расстояние между разрешенными комбинациями должно удовлетворять соотношению

$$d_{\min} \geq 2S + 1. \quad (8.2)$$

Нетрудно убедиться в том (рис. 8.2), что для исправления всех ошибок кратности  $S$  и одновременного обнаружения всех ошибок кратности  $m (m \geq S)$  минимальное хеммингово расстояние нужно выбрать из условия

$$d_{\min} \geq m + S + 1. \quad (8.3)$$

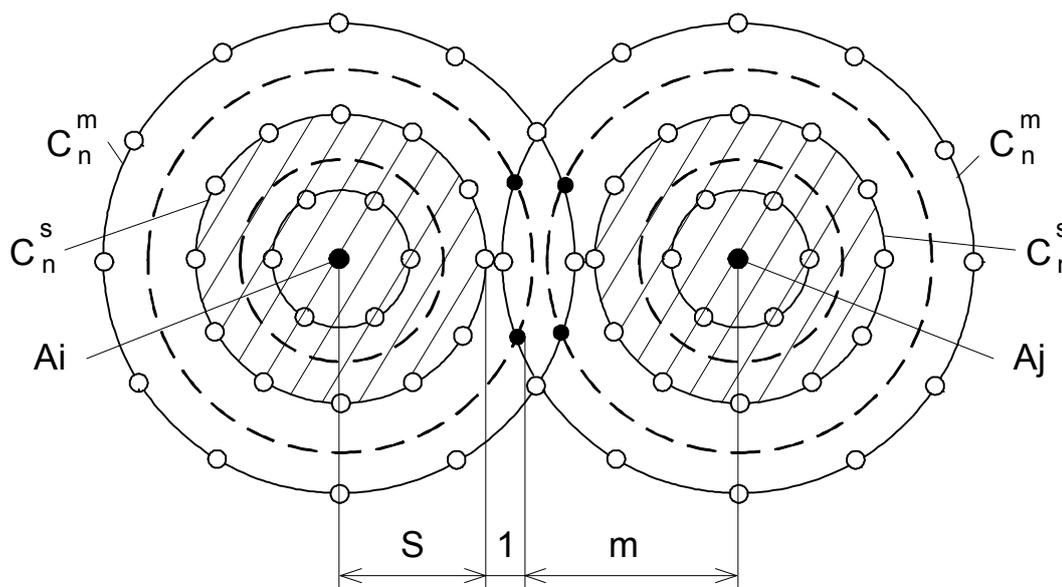


Рис. 8.2. Минимальное кодовое расстояние для одновременного исправления ошибок кратности  $S$  и обнаружения ошибок кратности  $m$

Вопрос о минимально необходимой избыточности, при которой код обладает нужными корректирующими свойствами, является одним из важнейших в теории кодирования. Для некоторых частных случаев Хемминг указал простые соотношения, позволяющие определить необходимое число проверочных символов:

$$r_{d=3} \geq E \log(n + 1). \quad (8.4)$$

$$r_{d=3} \geq E \log((k + 1) + E \log(k + 1)). \quad (8.5)$$

В реальных каналах связи длительность импульсов помехи часто превышает длительность символа. При этом одновременно искажаются несколько расположенных рядом символов комбинации. Ошибки такого рода получили название пачек ошибок или пакетов ошибок. Длиной пакета ошибок  $b$  называется число следующих друг за другом символов, левее и правее которых в кодовой комбинации искаженных символов не содержится. Если, например, кодовая комбинация 10101100111011 в результате действия помех трансформировалась в комбинацию 10101010101011, то длина пачки ошибок  $b$  составляет пять символов.

## 8.2. Коды с обнаружением ошибок

Особенностью этих кодов является то, что кодовые комбинации, входящие в их состав, отличаются друг от друга не менее чем на  $d = 2$ .

Коды с обнаружением ошибок условно можно разбить на две группы:

1) коды, построенные путем уменьшения числа используемых комбинаций;

2) коды, в которых используются все комбинации, но к каждой из них по определенному правилу добавляются контрольные  $r$ -символы.

Рассмотрим сначала некоторые примеры кодов первой группы.

**8.2.1. Код с постоянным весом (код на одно сочетание).** Общее число кодовых комбинаций в данном коде

$$N = C_n^m = \frac{n!}{m!(n - m)!}, \quad (8.6)$$

где  $m$  – число единиц в слове длиной  $n$ .

В табл. 2.1 представлен код  $C_4^2$ . Правильность принятых кодовых комбинаций определяется путем подсчета количества единиц, и если их число отличается от  $m$ , то в передаче произошла ошибка. Необнаруженная ошибка имеет место, если произошло искажение типа «смещения», т.е. когда единица переходит в нуль, а нуль – в единицу.

**8.2.2. Распределительный код с  $C_n^1$ .** Это также разновидность кода с постоянным весом, равным единице. Число кодовых комбинаций в данном коде

$$N = C_n^1 = n. \quad (8.7)$$

Кодовая комбинация при  $n = 6$  представлена в табл. 8.1 (столбец 3). Сложение по модулю 2 двух комбинаций показывает, что они отличаются друг от друга на кодовое расстояние  $d = 2$ . В системах телемеханики этот код нашел широкое применение из-за простой реализации.

Таблица 8.1

Код с постоянным числом единиц

Номер кодовой комбинации	Код $C_4^2$	Код $C_6^1$
1	0011	000001
2	0119	000010
3	1100	000100
4	1001	001000
5	1010	010000
6	0101	100000

Рассмотрим теперь коды второй группы.

**8.2.3. Код с проверкой на четность.** Код с проверкой на четность образуется путем добавления к передаваемой комбинации одного контрольного символа (0 или 1), так чтобы общее количество единиц в передаваемой комбинации было четным. Примеры представления кодовых комбинаций в данном коде приведены в табл. 8.2.

Такой код состоит из  $N = 2^k$  комбинаций и имеет минимальное кодовое расстояние  $d_{\min} = 2$ . Коэффициент избыточности кода с проверкой на четность зависит от числа информационных символов:

$$K_{изб} = 1 - \frac{k}{k+1} = 1 - \frac{k}{n}. \quad (8.8)$$

Таблица 8.2

Код с проверкой на четность

Информационные символы $k$	Контрольные символы $r$	Код с проверкой на четность $n=k+r$
01101	1	011011
01111	0	011110

Обнаружение ошибок на приемной стороне осуществляется подсчетом количества единиц в принятой комбинации, и если оно четное, считается что искажений нет. Тогда контрольный символ отбрасывается и исходная  $k$ -рядная комбинация выдается получателю информации. В противном случае кодовая комбинация бракуется.

Данный код может обнаружить любое нечетное число искажений.

Рассмотренный код является простейшим помехоустойчивым кодом, однако, принцип проверки на четность используется во многих достаточно сложных помехоустойчивых кодах.

**8.2.4. Код с проверкой на нечетность.** Особенностью кода является то, что каждая комбинация содержит нечетное число единиц (табл. 8.3). К проверке этого факта и сводится обнаружение ошибок в кодовых комбинациях. Другие основные характеристики кода такие же, как и у кода с одной проверкой на четность.

Таблица 8.3

Код с проверкой на нечётность

Информационные символы $k$	Контрольные символы $r$	Полная кодовая комбинация $n=k+r$
10101	0	101010
11101	1	111011

**8.2.5. Код с двумя проверками на четность.** Данный код является разновидностью кода с проверкой на четность и образуется путем добавления к передаваемой комбинации двух контрольных символов (табл. 8.4). Первый символ добавляет 0 или 1 так, чтобы общее количество единиц в передаваемой комбинации было четным, а второй символ добавляет 0 или 1 так, чтобы количество единиц в нечетных разрядах передаваемой комбинации было четным.

Таблица 8.4

Код с двумя проверками на чётность

Информационные символы $k$	Контрольные символы		Полная кодовая комбинация
	$r1$	$r2$	
101011	0	1	10101101
111101	1	0	11110110
100010	0	0	10001000
101010	1	1	10101011

Обнаружение ошибок осуществляется подсчетом количества единиц в информационной части кодовой комбинации и первом контрольном разряде, а также в нечетных разрядах информационной части и втором контрольном символе, и если оно четное в первом и втором случае, то считается, что искажений нет. В противном случае принятая кодовая комбинация бракуется. Данный код позволяет обнаруживать все нечетные искажения и искажения в смежных разрядах, т.е. стоящих рядом.

**8.2.6. Код с повторением.** Этот код имеет две разновидности. В одной из них имеет место  $m$  – кратное повторение комбинаций простого кода  $a_1, a_2 \dots a_k$ :

$$\underbrace{a_1 a_2 \dots a_k}_1 \quad \underbrace{a_1 a_2 \dots a_k}_2 \quad \dots \quad \underbrace{a_1 a_2 \dots a_k}_m$$

Например, при  $m=3$  кодовая комбинация 1011 в коде с повторением комбинаций будет 1011 1011 1011.

Вторая разновидность кода с повторением характеризуется  $m$ –кратной передачей каждого разряда (код с повторением элементов кода):

$$\underbrace{a_1 a_1 \dots a_1}_{m \text{ раз}} \quad \underbrace{a_2 a_2 \dots a_2}_{m \text{ раз}} \quad \dots \quad \underbrace{a_k a_k \dots a_k}_{m \text{ раз}}$$

Например, при  $m = 3$  кодовая комбинация 1011 в коде с  $m$ -кратной передачей каждого разряда будет 111 000 111 111.

Код с повторением имеет длину  $n = mk$ , число контрольных разрядов  $r = k(m - 1)$ . Избыточность этих кодов равна  $(m - 1)/m$ . Весьма высокая избыточность является недостатком кодов с повторением. Даже при двукратном повторении она составляет 0,5:

$$K_{изб} = 1 - \frac{k}{n} = 1 - \frac{k}{2k} = 0,5.$$

Код имеет минимальное кодовое расстояние  $d_{\min} = m$  и может использоваться как для обнаружения, так и для исправления ошибок. Для обнаружения ошибок применяют, как правило, код с четным  $d_{\min}$ , для исправления – с нечетным  $d_{\min}$ .

Правильность принятой информации определяется при проведении поэлементного сравнения информационных и контрольных символов, и при наличии хотя бы одного несовпадения вся принятая комбинация бракуется.

Код с повторением позволяет обнаруживать ошибки любой кратности за исключением случаев, когда искажается один информационный символ и все соответствующие ему контрольные, два информационных символа и соответствующие им контрольные и т.д.

При исправлении ошибок в комбинациях обычно применяется мажоритарный принцип исправления для каждого информационного символа, т.е. за истинное значение информационного символа принимается то, которое большее число раз встречается в этом информационном и соответствующих ему контрольных символах. При трехкратном повторении мажоритарный принцип реализуется как решение по двум символам из трех, при пятикратном – как решение по трем из пяти и т.д.

При увеличении числа повторений увеличивается минимальное кодовое расстояние, соответственно улучшаются корректирующие свойства кода, но значительно увеличивается и избыточность. Поэтому кратность повторений больше трех практически не используется.

В условиях коррелированных ошибок обычно применяют первую разновидность кода с повторением (код с повторением комбинаций), имеющую в этом случае более высокую помехоустойчивость. Это обусловлено тем, что входящие в одну проверку на четность разряды достаточно далеко отстоят друг от друга и с малой вероятностью поражаются одним пакетом ошибок.

**8.2.7. Код с числом единиц, кратным трем.** Этот код образуется добавлением к  $k$  информационным символам двух дополнительных контрольных символов ( $r = 2$ ), которые должны иметь такие значения, чтобы сумма единиц, посылаемых в линию кодовых комбинаций, была кратной трем. Примеры комбинаций такого кода представлены в табл. 8.5.

Он позволяет обнаружить все одиночные ошибки и любое четное количество ошибок одного типа (например, только переход 0 в 1) не обнаруживаются двойные ошибки разных типов (смещения) и ошибки одного типа, кратные трем. На приемной стороне полученную комбинацию проверяют на кратность трем. При наличии такой кратности считают, что ошибок не было, два контрольных знака отбрасывают и записывают исходную комбинацию. Данный код обладает дополнительной возможностью обнаруживать ошибки: если первый контрольный символ равен нулю, то и второй тоже должен быть равен нулю.

Таблица 2.5

Код с числом единиц, кратным трем

Информационные символы $k$	Контрольные символы		Полная кодовая комбинация
	$r1$	$r2$	
001000	1	1	00100011
011000	1	0	01100010
011001	0	0	01100100

**8.2.8. Инверсный код (код с повторением инверсии).** Это разновидность кода с двукратным повторением. При использовании данного кода комбинации с четным числом единиц повторяются в неизменном виде, а комбинации с нечетным числом единиц – в инвертированном.

Примеры представления кодовых комбинаций в инверсном коде приведены в табл. 8.6.

Прием инверсного кода осуществляется в два этапа. На первом этапе суммируются единицы в первой половине кодовой комбинации. Если их количество окажется четным, то вторая половина кодовой комбинации принимается без инверсии, а если нечетным – то с инверсией. На втором этапе обе зарегистрированные комбинации поэлементно сравниваются, и при обнаружении хотя бы одного несовпадения комбинация бракуется. Это поэлементное сравнение эквивалентно суммированию по модулю 2. При отсутствии ошибок в обеих группах символов их сумма равна нулю.

Таблица 8.6

Инверсный код

Информационные символы $k$	Контрольные символы $r$	Инверсный код $n = k + r$
111100	111100	111100111100
011100	100011	011100100011
110111	001000	110111001000
111010	111010	111010111010

Рассмотрим процесс обнаружения ошибок на следующем примере. Пусть передана последняя кодовая комбинация из табл. 8.6. Ниже показано суммирование для трех вариантов приема переданной комбинации:

$$\begin{array}{l}
 1) \oplus \begin{array}{r} 111010 \\ 111010 \\ \hline 000000 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 2) \oplus \begin{array}{r} 1\dot{0}1010 \\ 000101 \\ \hline 101111 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 3) \oplus \begin{array}{r} 111010 \\ 1\dot{0}1010 \\ \hline 010000 \end{array}
 \end{array}$$

В первом варианте принята комбинация 111010111010. В первой половине кодового слова (информационных символах) четное количество единиц, поэтому производится ее суммирование по модулю 2 с неинвертируемыми контрольными символами  $r$ , что в результате дает нулевую сумму, т.е. комбинация принята без искажений.

Во втором варианте принята комбинация 101010111010. Подсчитывая количество единиц в информационных символах и замечая, что оно нечетное, контрольные символы инвертируют и суммируют с информационными символами. Присутствие единиц в результате свидетельствует о наличии ошибки, а нуль в этой сумме показывает ее место.

В третьем варианте принята комбинация 111010101010. Поскольку в информационной последовательности четное количество единиц, при проверке контрольные символы суммируются с информационными без инверсии. В этом

случае в итоге появляется одна единица. Ее место указывает номер искаженной позиции в принятой последовательности контрольных символов.

Таким образом, если при суммировании в результате среди единиц появляется один нуль – ошибка появилась в первой половине принятой кодовой комбинации (в информационных символах) и нуль указывает ее место. Если в результате среди нулей появляется одна единица – ошибка во второй половине кодовой комбинации (в контрольных символах) и ее место указывает единица. Если в результате суммирования имеется несколько единиц или нулей, это означает, что комбинация принята с несколькими искажениями.

Кодовое расстояние инверсного кода равно количеству разрядов исходного кода при  $k < 4$  и равно 4 при  $k \geq 4$ . Например, при  $d = 4$  код может обнаруживать двойные ошибки и исправлять одиночные. Обычно этот код используется только для обнаружения ошибок. Он позволяет обнаруживать ошибки любой кратности за исключением таких, когда искажены 2 информационных символа и соответствующие им 2 контрольных, 4 информационных и соответствующие им 4 контрольных и т.д.

Коэффициент избыточности инверсного кода равен 0,5.

**8.2.9. Корреляционный код (код с удвоением числа элементов).** В рассматриваемом коде символы исходного кода кодируются повторно. Правило вторичного кодирования таково: если в исходном кодовом слове на какой-либо позиции стоит 0, в новом помехоустойчивом коде на эту позицию записывается пара символов 01, а если в исходном коде была 1, она записывается как 10. Например, кодовое слово 1001 в корреляционном коде будет выглядеть следующим образом: 10010110. Корреляционный код будет всегда иметь вдвое больше элементов, чем исходный. Поэтому его коэффициент избыточности всегда равен 0,5:

$$K_{изб} = 1 - \frac{k}{n} = 1 - \frac{k}{2k} = 0,5.$$

На приеме ошибка обнаруживается в том случае, если в парных элементах содержатся одинаковые символы, т.е. 11 или 00 (вместо 10 и 01). При правильном приеме вторые (четные) элементы отбрасываются и остается первоначальная комбинация.

Код обладает сравнительно высокой помехоустойчивостью, поскольку ошибка не будет обнаружена только в том случае, если будут искажены два рядом стоящие элемента, соответствующие одному элементу исходного кода, т.е. 0 перейдет в 1, а 1 – в 0.

Наибольшая эффективность корреляционного кода проявляется при применении его на каналах, у которых вероятность искажения элементов (единиц и нулей) непрерывно меняется и в отдельные интервалы времени существенно различна.

**8.2.10. Код Бергера.** Контрольные символы в этом коде представляют разряды двоичного числа в прямом или инверсном виде количества единиц или

нулей, содержащихся в исходной кодовой комбинации. Число контрольных символов определяется из выражения

$$r = E \log(k + 1), \quad (8.9)$$

где  $E$  – знак округления в большую сторону.

Примеры составления комбинаций в коде Бергера из обычного шестизначного двоичного кода представлены в табл. 2.7.

Таблица 8.7

Код Бергера

Информационные символы	Контрольные символы				Полная кодовая комбинация $n = k + r$
	Количество единиц в двоичном коде		Количество нулей в двоичном коде		
	прямом	инверсном	прямом	инверсном	
101011	100				101011100
101011		011			101011011
101011			010		101011010
101011				101	101011101

На приемной стороне подсчитывается число единиц (нулей) в информационной части и сравнивается с контрольной кодовой комбинацией (складывается по модулю 2).

При отсутствии ошибок в обеих комбинациях их сумма равна нулю. Ниже показана проверка для шести вариантов приема переданной комбинации из табл. 8.7. Искаженные символы отмечены точкой.

101011100     $100 \oplus 100 = 000$  - искажений нет.  
 100̇011100     $011 \oplus 100 = 111$  - искажение обнаружено.  
 11̇0̇011100     $100 \oplus 100 = 000$  - искажение не обнаружено.  
 11̇1̇111100     $110 \oplus 100 = 010$  - искажение обнаружено.  
 101011101̇     $100 \oplus 101 = 001$  - искажение обнаружено.  
 10101110̇10     $100 \oplus 010 = 110$  - искажение обнаружено.

Данный код обнаруживает все одиночные и большую часть многократных ошибок.

### 8.3. Коды с обнаружением и исправлением ошибок

Если кодовые комбинации составлены так, что отличаются друг от друга на кодовое расстояние  $d \geq 3$ , то они образуют корректирующий код, который позволяет по имеющейся в кодовой комбинации избыточности не только обнаруживать, но и исправлять ошибки. Большую группу кодов, исправляющих ошибки, составляют систематические коды. Рассмотрим общие принципы построения этих кодов.

**8.3.1. Систематические коды.** Систематическими кодами называются блочные  $(n, k)$  коды, у которых  $k$  (обычно первые) разрядов представляют собой двоичный неизбыточный код, а последующие  $r$ -контрольные разряды сформированные путем линейных комбинаций над информационными.

Основное свойство систематических кодов: сумма по модулю 2 двух и более разрешенных кодовых комбинаций также дает разрешенную кодовую комбинацию.

Правило формирования кода обычно выбирают так, чтобы при декодировании имелась возможность выполнить ряд проверок на четность для некоторых определенным образом выбранных подмножеств информационных и контрольных символов каждой кодовой комбинации. Анализируя результаты проверок, можно обнаружить или исправить ошибку ожидаемого вида.

Информацию о способе построения такого кода содержит проверочная матрица, которая составляется на базе образующей матрицы.

Образующая матрица  $M$  состоит из единичной матрицы размерностью  $k \cdot k$  и приписанной к ней справа матрицы дополнений размерностью  $k \cdot r$ :

$$M = \left\| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 \dots 0 & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} \\ 0 & 1 & 0 \dots 0 & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2r} \\ 0 & 0 & 1 \dots 0 & b_{31} & b_{32} & \dots & b_{3r} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 \dots 1 & b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{kr} \end{array} \right\| \cdot \quad (8.10)$$

Разрядность матрицы дополнений выбирается из выражения (8.4) или (8.5). Причем вес  $w$  (число ненулевых элементов) каждой строки матрицы дополнений должен быть не меньше чем  $d_{\min} - 1$ .

Проверочная матрица  $N$  строится из образующей матрицы следующим образом. Строками проверочной матрицы являются столбцы матрицы дополнений образующей матрицы. К полученной матрице дописывается справа единичная матрица размерностью  $r \times r$ . Таким образом, проверочная матрица размерностью  $r \times k$  имеет вид

$$N = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} & \dots & b_{k1} & 1 & 0 & 0 \dots 0 \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} & \dots & b_{k2} & 0 & 1 & 0 \dots 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \cdot \\ b_{1r} & b_{2r} & b_{3r} & \dots & b_{kr} & 0 & 0 & 0 \dots 1 \end{pmatrix}. \quad (8.11)$$

Единицы, стоящие в каждой строке, однозначно определяют, какие символы должны участвовать в определении значения контрольного разряда. Причем единицы в единичной матрице определяют номера контрольных разрядов.

**Пример 8.1.** Получить алгоритм кодирования в систематическом коде всех четырехразрядных кодовых комбинаций, позволяющего исправлять единичную ошибку. Таким образом, задано число информационных символов  $k = 4$  и кратность исправления  $S = 1$ . По выражению (8.5) определим число контрольных символов:

$$r \geq E \log((4 + 1) + E \log(4 + 1)) = 3.$$

Минимальное кодовое расстояние определим из выражения (8.2)

$$d_{\min} \geq 2 \cdot 1 + 1 = 3.$$

Строим образующую матрицу

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Проверочная матрица будет иметь вид

$$N = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Обозначим символы, стоящие в каждой строке, через  $a_i (a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7)$ . Символы  $a_5$ ,  $a_6$  и  $a_7$  примем за контрольные, так как они будут входить только в одну из проверок.

Составим проверки для каждого контрольного символа. Из первой строки имеем

$$a_5 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4. \quad (8.12)$$

Из второй строки получим алгоритм для формирования контрольного символа  $a_6$ :

$$a_6 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4. \quad (8.13)$$

Аналогично из третьей строки получим алгоритм для формирования контрольного символа  $a_7$ :

$$a_7 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_4. \quad (8.14)$$

Нетрудно убедиться, что все результаты проверок на четность по выражениям (8.12)–(8.14) дают нуль, что свидетельствует о правильности составления образующей и проверочной матриц.

**Пример 8.2.** На основании алгоритма, полученного в примере 2.1, закодировать кодовую комбинацию  $G(x) = 1101 = a_1a_2a_3a_4$  в систематическом коде, позволяющем исправлять одиночную ошибку.

По выражениям (8.12), (8.13) и (8.14) найдем значения для контрольных символов  $a_5$ ,  $a_6$  и  $a_7$ .

$$\begin{aligned} a_5 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \\ a_6 &= 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1, \\ a_7 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0. \end{aligned} \quad (8.15)$$

Таким образом, кодовая комбинация  $F(x)$  в систематическом коде будет иметь вид:

$$F(x) = 1101010. \quad (8.16)$$

На приемной стороне производятся проверки  $S_i$  принятой кодовой комбинации, которые составляются на основании выражений (8.12) – (8.14):

$$\begin{aligned} S_1 &= a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_5, \\ S_2 &= a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 \oplus a_6, \\ S_3 &= a_1 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_7. \end{aligned} \quad (8.17)$$

Если синдром (результат проверок на четность)  $S_1S_2S_3$  будет нулевого порядка, то искажений в принятой кодовой комбинации  $F'(x)$  нет. При наличии искажений синдром  $S_1S_2S_3$  указывает, какой был искажен символ. Рассмотрим всевозможные состояния  $S_1S_2S_3$ :

$S_1$	$S_2$	$S_3$	
0	0	0	– искажений нет,
1	0	0	– искажен символ $a_5$ ,
0	1	0	– искажен символ $a_6$ ,
0	0	1	– искажен символ $a_7$ ,
1	1	0	– искажен символ $a_2$ ,
0	1	1	– искажен символ $a_1$ ,
1	1	1	– искажен символ $a_4$ ,
1	0	1	– искажен символ $a_3$ .

(8.18)

**Пример 8.3.** Кодовая комбинация  $F(x) = 1101010$  (пример 2.2) при передаче была искажена и приняла вид  $F'(x) = 1111010 = a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$ . Декодировать принятую кодовую комбинацию.

Произведем проверки согласно выражениям (8.17)

$$S_1 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1,$$

$$S_2 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$S_3 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$$

Полученный синдром  $S_1S_2S_3 = 101$  согласно (8.18) свидетельствует об искажении символа  $a_3$ . Заменяем этот символ на противоположный и получаем исправленную кодовую комбинацию  $F(x) = 1101010$ , а исходная кодовая комбинация имеет  $G(x) = 1101$ , что совпадает с кодовой комбинацией, подлежащей кодированию в примере 8.2.

**8.3.2. Код Хемминга.** Данный код относится к числу систематических кодов. По существу, это целая группа кодов, при  $d_{\min} = 3$  исправляющая все одиночные или обнаруживающая двойные ошибки, а при  $d_{\min} = 4$  исправляющая одиночные и обнаруживающая двойные ошибки.

В качестве исходных берут двоичный код на все сочетания с числом информационных символов  $k$ , к которому добавляют контрольные символы  $r$ . Таким образом, общая длина закодированной комбинации  $n = k + r$ .

Рассмотрим последовательность кодирования и декодирования кода Хемминга.

*Кодирование. Определение числа контрольных символов.* При передаче по каналу с шумами может быть или искажен любой из  $n$  символов кода, или слово передано без искажений. Таким образом, может быть  $n + 1$  вариантов принятых сообщений. Используя контрольные символы, необходимо различить все  $n + 1$  вариантов. С помощью контрольных символов  $r$  можно описать  $2^r$  событий. Значит, должно быть выполнено условие

$$2^r \geq n + 1 = k + r + 1. \quad (8.19)$$

В табл. 8.8 представлена зависимость между  $k$  и  $r$ , полученная из этого неравенства.

Чаще всего заданными является число информационных символов, тогда число контрольных символов можно определить из выражения (8.5).

Таблица 8.8

Число контрольных символов  $r$  в коде Хэмминга в зависимости от числа информационных символов

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$r$	2	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5

*Размещение контрольных символов.* К построению кодов Хемминга обычно привлекают производящие матрицы, а процедура проверок при обнаружении и исправлении ошибок проводится с помощью проверочных матриц.

Ниже приводится более простой алгоритм, получивший широкое распространение.

В принципе, место расположения контрольных символов не имеет значения: их можно приписывать и перед информационными символами, и после них, и чередуя информационные символы с контрольными. Для удобства обнаружения искаженного символа целесообразно размещать их на местах, кратных степени 2, т.е. на позициях 1, 2, 4, 8 и т.д. Информационные символы располагаются на оставшихся местах. Поэтому, например, для девятиэлементной закодированной комбинации можно записать

$$r_1, r_2, k_5, r_3, k_4, k_3, k_2, r_4, k_1, \quad (8.20)$$

где  $k_5$  – старший (пятый) разряд исходной кодовой комбинации двоичного кода, подлежащий кодированию;

$k_1$  – младший (первый) разряд.

*Определение состава контрольных символов.* Какой из символов должен стоять на контрольной позиции (1 или 0), выявляют с помощью проверки на четность. Для этого составляют колонку ряда натуральных чисел в двоичном коде, число строк в которой равно  $n$ , а рядом справа, сверху вниз проставляют символы комбинации кода Хемминга, записанные в такой последовательности (8.20):

$$\begin{array}{ll}
 0001 - r_1 & 0110 - k_3 \\
 0010 - r_2 & 0111 - k_2 \\
 0011 - k_5 & 1000 - r_4 \\
 0100 - r_3 & 1001 - k_1 \\
 0101 - k_4 &
 \end{array} \quad (8.21)$$

Затем составляются проверки по следующему принципу: первая проверка – коэффициенты с единицей в младшем разряде ( $r_1, k_5, k_4, k_2, k_1$ ); вторая – коэффициенты во втором разряде ( $r_2, k_5, k_3, k_2$ ); третья – коэффициенты с единицей в третьем разряде ( $r_3, k_4, k_3, k_2$ ); четвертая – коэффициенты в четвертом разряде ( $r_4, k_1$ ). Рассматривая проверки, видим, что каждый контрольный символ входит только в одну из проверок, а поэтому для определения состава контрольных символов суммируют информационные символы, входящие в каждую строку. Если сумма единиц в данной строке четная, то значение символа  $r$ , входящего в эту строку, равно нулю, если нечетная, то единице. Таким образом,

$$\begin{aligned} r_1 &= k_5 \oplus k_4 \oplus k_2 \oplus k_1, \\ r_2 &= k_5 \oplus k_3 \oplus k_2, \\ r_3 &= k_4 \oplus k_3 \oplus k_2, \\ r_4 &= k_1. \end{aligned} \tag{8.22}$$

В случае кодирования более длинных кодовых комбинаций нужно лишь увеличить число разрядов двоичного кода в колонках (8.21).

*Декодирование.* Для проверки правильности принятой комбинации производят  $S_i$  проверок на четность:

$$\begin{aligned} S_1 &= r_1 \oplus k_5 \oplus k_4 \oplus k_2 \oplus k_1, \\ S_2 &= r_2 \oplus k_5 \oplus k_3 \oplus k_2, \\ S_3 &= r_3 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_2, \\ S_4 &= r_4 \oplus k_1. \end{aligned} \tag{8.23}$$

Если комбинация принята без искажений, то сумма единиц по модулю 2 дает нуль. При искажении какого-либо символа суммирование при проверке дает единицу. По результату суммирования каждой из проверок (8.23) составляют двоичное число  $S_4, S_3, S_2, S_1$  (синдром), указывающее на место искажения. Например, первая и вторая проверки показали наличие искажения, а суммирования при третьей и четвертой проверках (8.23) дали нули. Записываем число  $S_4, S_3, S_2, S_1 = 0011$ , которое означает, что в третьем символе кодовой комбинации (8.20), включающей и контрольные символы (счет производится слева направо), возникло искажение, значит, этот символ нужно исправить на обратный ему. После этого контрольные символы, стоящие на заранее известных местах, отбрасываются.

Код Хемминга с  $d_{\min} = 4$  строится на базе кода Хемминга с  $d_{\min} = 3$  путем добавления дополнительного контрольного символа к закодированной комбинации, который позволяет производить проверку на четность всей комбинации. Поэтому контрольный символ должен быть равен единице, если чис-

ло единиц в закодированной комбинации нечетное, и нулю, если число единиц четное, т.е. закодированная комбинация будет иметь вид

$$r_1, r_2, k_5, r_3, k_4, k_3, k_2, r_4, k_1, r_5, \quad (8.24)$$

где

$$r_5 = r_1 \oplus r_2 \oplus k_5 \oplus r_3 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus r_4 \oplus k_1. \quad (8.25)$$

При декодировании дополнительно к проверкам (8.23) производится проверка

$$S_{\Sigma} = r_1 \oplus r_2 \oplus k_5 \oplus r_3 \oplus k_4 \oplus k_3 \oplus k_2 \oplus r_4 \oplus k_1 \oplus r_5. \quad (8.26)$$

При этом возможны следующие варианты:

- 1) частные проверки (8.23)  $S_i = 0$  и общая (8.25)  $S_{\Sigma} = 0$  — ошибок нет;
- 2)  $S_i \neq 0$  и  $S_{\Sigma} = 0$  — двойная ошибка, принятая кодовая комбинация бракуется;
- 3)  $S_i \neq 0$  и  $S_{\Sigma} \neq 0$  — одиночная ошибка, синдром указывает номер в двоичном коде искаженного разряда, который корректируется;
- 4)  $S_i = 0$  и  $S_{\Sigma} \neq 0$  — искажен последний разряд общей проверки на четность, информационные символы поступают потребителю.

**Пример 8.4.** Закодировать в коде Хемминга с  $d = 4$  кодовую комбинацию  $G(X) = 10011$  т.е.  $k = 5$ .

**Решение.** Согласно табл. 8.8, число контрольных символов  $r_{d=3} = 4$ , размещаются они на позициях 1, 2, 4 и 8, и информационные — на позициях 3, 5, 6, 7, 9. Учитывая, что  $G(X)$  необходимо закодировать в коде Хемминга с  $d = 4$ , добавляют пятый контрольный разряд общей проверки на четность (8.25). Тогда последовательность в общем виде можно записать так:

$$\begin{array}{cccccccccc} r_1, & r_2, & k_5, & r_3, & k_4, & k_3, & k_2, & r_4, & k_1, & r_5. \\ ? & ? & 1 & ? & 0 & 0 & 1 & ? & 1 & ? \end{array} \quad (8.27)$$

Для определения контрольных символов  $r_1 \dots r_4$  подставим значения  $k_1 \dots k_5$  в (8.22) и получим

$$\begin{aligned} r_1 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1, \\ r_2 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0, \\ r_3 &= 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1, \\ r_4 &= 1. \end{aligned}$$

Контрольный символ  $r_5$  определим из выражения (8.25):

$$r_5 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$$

Таким образом, в линию связи будет послан код

$$F(X) = 1011001110.$$

**Пример 8.5.** В приемник поступила кодовая комбинация  $F'(X) = 1010001110$  в коде Хемминга с  $d = 4$ . Декодировать ее; если имеются искажения, то обнаружить и при возможности исправить.

**Решение.** Произведем  $S_i$  проверки согласно (8.23) и  $S_\Sigma$  согласно (8.26), в результате получим:

$$S_1 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0,$$

$$S_2 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$

$$S_3 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1,$$

$$S_4 = 1 \oplus 1 = 0.$$

$$S_\Sigma = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$$

Таким образом, получим синдром  $S_4 S_3 S_2 S_1 = 0100$  и  $S_\Sigma = 1$ , что указывает на то, что искажен четвертый разряд кодовой комбинации  $F'(X)$ . После исправления получим  $F(X) = 1011001110$ , а следовательно, информационная последовательность будет иметь вид  $G(X) = 10011$ , что соответствует исходной кодовой комбинации примера 8.4.

**8.3.3. Циклические коды.** *Общие понятия и определения.* Циклические коды относятся к числу блочных систематических кодов, в которых каждая комбинация кодируется самостоятельно (в виде блока) таким образом, что информационные  $k$  и контрольные  $r$  символы всегда находятся на определенных местах.

Любой групповой код  $(n, k)$  может быть записан в виде матрицы, включающей  $k$  линейно независимых строк по  $n$  символов, и, наоборот, любая совокупность  $k$  линейно независимых  $n$ -разрядных кодовых комбинаций может рассматриваться как образующая матрица некоторого группового кода. Среди всего многообразия таких кодов можно выделить коды, у которых строки образующих матриц связаны дополнительным условием цикличности.

Все строки образующей матрицы такого кода могут быть получены циклическим сдвигом одной комбинации, называемой образующей для данного кода. Коды, удовлетворяющие этому условию, получили название циклических кодов. Сдвиг осуществляется справа налево, причем крайний левый символ каждый раз переносится в конец комбинации. Запишем, например, совокуп-

ность кодовых комбинаций, получающихся циклическим сдвигом комбинации 001011:

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При описании циклических кодов  $n$ -разрядные кодовые комбинации представляются в виде многочленов фиктивной переменной  $x$  (см. подразд. 7.2.1). Тогда циклический сдвиг строки матрицы с единицей в старшем ( $n$ -м) разряде (слева) равносильно умножению соответствующей строке многочлена на  $x$  с одновременным вычитанием из результата многочлена  $X^n + 1 = X^n - 1$ , т.е. с приведением по модулю  $X^n + 1$ . Умножив, например, первую строку матрицы (001011), соответствующую многочлену  $G_0(X) = x^3 + x + 1$ , на  $x$ , получим вторую строку матрицы (010110), соответствующую многочлену  $X \cdot G_0(X)$ . Нетрудно убедиться, что кодовая комбинация, получающаяся при сложении этих двух комбинаций, также будет соответствовать результату умножения многочлена  $x^3 + x + 1$  на многочлен  $x + 1$ . Действительно,

$$\begin{aligned} 001011 \oplus 010110 &= 011101 = x^4 + x^3 + x^2 + 1, (x^3 + x + 1)(x + 1) = \\ &= x^4 + x^3 + x^2 + 1 = 011101. \end{aligned}$$

Отсюда ясно, что любая разрешенная кодовая комбинация циклического кода может быть получена в результате умножения образующего многочлена на некоторый другой многочлен с приведением результата по модулю  $x^n + 1$ . Иными словами, при соответствующем выборе образующего многочлена, любой многочлен циклического кода будет делиться на него без остатка.

Ни один многочлен, соответствующий запрещенной кодовой комбинации, на образующий многочлен без остатка не делится. Это свойство позволяет обнаружить ошибку. По виду остатка можно определить и вектор ошибки.

Умножение и деление многочленов весьма просто осуществляется на регистрах сдвига с обратными связями и сумматорах по модулю 2.

В основу циклического кодирования положено использование неприводимого многочлена  $P(X)$ , который применительно к циклическим кодам называется образующим, генераторным или производящим многочленом (полиномом).

Многочлен в поле двоичных чисел называется неприводимым, если он делится без остатка только на себя или на единицу. Неприводимые полиномы приведены в прил. 1.

*Методы построения циклического кода.* Существует несколько различных способов кодирования. Принципиально наиболее просто комбинации циклического кода можно получить, умножая многочлены  $G(X)$ , соответствующие комбинациям безызбыточного кода (информационным символам), на образующий многочлен кода  $P(X)$ . Такой способ легко реализуется, однако он имеет тот существенный недостаток, что получающиеся в результате умножения комбинации кода не содержат информационных символов в явном виде. После исправления ошибок такие комбинации для выделения информационных символов приходится делить на образующий многочлен кода. Ситуацию можно значительно упростить, если контрольные символы переписать в конце кода, т.е. после информационных символов. Для этой цели прибегают к следующему искусственному приему.

Умножаем кодовую комбинацию  $G(X)$ , которую мы хотим закодировать, на одночлен  $X^r$ , имеющий ту же степень, что и образующий многочлен  $P(X)$ . Делим произведение  $G(X)X^r$  на образующий полином  $P(X)$ :

$$\frac{G(X) \cdot X^r}{P(X)} = Q(X) + \frac{R(X)}{P(X)}, \quad (8.28)$$

где  $Q(X)$  – частное от деления;  
 $R(X)$  – остаток.

Умножая выражение (8.28) на  $P(X)$  и перенося  $R(X)$  в другую часть равенства, согласно правилам алгебры двоичного поля, т.е. без перемены знака на обратный, получаем

$$F(X) = Q(X) \cdot P(X) = G(X) \cdot X^r + R(X). \quad (8.29)$$

Таким образом, согласно равенству (8.29), циклический код можно образовывать двумя способами:

1) умножением одной из комбинаций двоичного кода на все сочетания (комбинация  $Q(X)$  принадлежит к той же группе того же кода, что и заданная комбинация  $G(X)$ ) на образующий многочлен  $P(X)$ ;

2) умножением заданной комбинации  $G(X)$  на одночлен  $X^r$ , имеющий ту же степень, что и образующий многочлен  $P(X)$ , с добавлением к этому произведению остатка  $R(X)$ , полученного после деления произведения  $G(X) \cdot X^r$  на генераторный полином  $P(X)$ .

**Пример 8.6.** Закодировать кодовую комбинацию  $G(X) = 1111 = x^3 + x^2 + x + 1$  циклическим кодом.

**Решение.** Не останавливаясь на выборе генераторного полинома  $P(X)$ , о чем будет сказано подробно далее, возьмем из прил. 1 многочлен  $P(X) = x^3 + x + 1 = 1011$ . Умножая  $G(X)X^r$ , получаем

$$G(X)X^n = (x^3 + x^2 + x + 1)x^3 = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 \rightarrow 1111000.$$

От умножения степень каждого члена повысилась, что равносильно приписыванию трех нулей к многочлену, выраженному в двоичной форме.

Разделив на  $G(X) \cdot X^r$  на  $P(X)$ , согласно (8.28) получим

$$\frac{x^6 + x^5 + x^4 + x^3}{x^3 + x + 1} = (x^3 + x^2 + 1) + \frac{x^2 + x + 1}{x^3 + x + 1},$$

или в двоичном эквиваленте

$$1111000/1011 = 1101 + 111/1011.$$

Таким образом, в результате деления получаем частное  $Q(X) = 1101$  той же степени, что и  $G(X) = 1111$ , и остаток  $R(X) = 111$ . В итоге комбинация двоичного кода, закодированная циклическим кодом, согласно (8.29) примет вид

$$F(X) = 1101 \cdot 1011 = 1111000 \oplus 111 = 1111111.$$

Действительно, умножение  $1101 \cdot 1011$  (первый способ) дает тот же результат, что и сложение  $1111000 \oplus 111$  (второй способ).

**Циклические коды, обнаруживающие одиночную ошибку ( $d = 2$ ).** Код, образованный генераторным полиномом  $P(X) = x + 1$ , обнаруживает любое нечетное число ошибок.

Закодируем сообщение  $G(X) = 1101$  с помощью многочлена  $P(X) = 11$ . Поступая по методике, рассмотренной выше, получим

$$F(X) = G(X) \cdot X^r + R(X) = 11010 + 1 = 11011,$$

т.е. на первых четырех позициях находятся разряды исходной комбинации  $G(X)$ , а на пятой – контрольный символ.

Сообщение 1101 является одной из 16 комбинаций четырехразрядного кода. Если требуется передать все эти сообщения в закодированном виде, то каждое из них следует кодировать так же, как и комбинацию  $G(X) = 1101$ . Однако проделывать дополнительно 15 расчетов (в общем случае  $2^r$  расчетов) нет необходимости. Это можно сделать проще, путем составления образующей матрицы. Образующая матрица составляется из единичной транспонированной и матрицы дополнений, составленной из остатков от деления единицы с нулями

на образующий многочлен  $P(X)$ , выраженный в двоичном эквиваленте (см. подразд. 8.2.4.). Образующая матрица в данном случае имеет вид:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix}$$

Единичная транспортная матрица

Матрица дополнений

Четыре кодовые комбинации, из которых состоит образующая матрица, являются первыми кодовыми комбинациями циклического кода. Пятая комбинация нулевая, а так как в четырехразрядном непомехозащищенном коде всего  $N = 2^4 = 16$  комбинаций, то остальные 11 ненулевых комбинаций находят суммированием по модулю 2 всевозможных комбинаций строк матрицы  $M$ :

- |                             |   |  |
|-----------------------------|---|--|
| 5. 0000                     | 9. $a_2 \oplus a_3 = 01100$             | 13. $a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 = 11101$ .            |
| 6. $a_1 \oplus a_2 = 00110$ | 10. $a_2 \oplus a_4 = 10100$            | 14. $a_1 \oplus a_3 \oplus a_4 = 11011$ .            |
| 7. $a_1 \oplus a_3 = 01010$ | 11. $a_3 \oplus a_4 = 11000$            | 15. $a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 = 10111$ .            |
| 8. $a_1 \oplus a_4 = 10010$ | 12. $a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 = 01111$ | 16. $a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 = 11110$ . |

Рассмотрение полученных комбинаций показывает, что все они имеют четное число единиц. Таким образом, циклический код с обнаружением одиночной ошибки  $d = 2$  является кодом с проверкой на четность.

**Циклический код с  $d = 3$ .** Эти коды могут обнаруживать одиночные и двойные ошибки или обнаруживать и исправлять одиночные ошибки. Можно предложить следующий порядок кодирования кодовых комбинаций в циклическом коде с  $d = 3$ :

1) *выбор числа контрольных символов.* Выбор  $r$  производят, как и для кода Хемминга, с исправлением одиночной ошибки, по выражению (8.4) или (8.5);

2) *выбор образующего многочлена  $P(X)$ .* Степень образующего многочлена не может быть меньше числа контрольных символов  $r$ . Если в прил. 1 имеется ряд многочленов с данной степенью, то из них следует выбирать самый короткий. Однако число ненулевых членов многочлена  $P(X)$  не должно быть меньше кодового расстояния  $d$ ;

3) *нахождение элементов дополнительной матрицы.* Дополнительную матрицу составляют из остатков, полученных от деления единицы с нулями на образующий полином  $P(X)$ . Порядок получения остатков показан в подразд. 7.2.4. При этом должны соблюдаться следующие условия:

а) число остатков должно быть равно числу информационных символов  $k$ ;

б) для дополнительной матрицы пригодны лишь остатки с весом  $w$ , не меньшим числа обнаруживаемых ошибок  $t$ , т.е. в данном случае не меньшим  $2(w \geq 2)$ ;

в) количество нулей, приписываемых к единице при делении ее на многочлен  $P(X)$ , определяется из условий а и б;

г) число разрядов дополнительной матрицы равно числу контрольных символов  $r$ ;

4) *составление образующей матрицы.* Берут транспонированную единичную матрицу размерностью  $k \times k$  и справа приписывают к ней дополнительную матрицу размерностью  $k \times r$ ;

5) *нахождение всех комбинаций циклического кода данного сомножества.* Это достигается суммированием по модулю 2 всевозможных сочетаний строк образующей матрицы, как было показано при рассмотрении циклического кода с  $d = 2$ ;

б) при индивидуальном кодировании любой из кодовых комбинаций, принадлежащей к сомножеству  $k$  разрядных комбинаций, поступают по общей методике в соответствии с (8.29).

**Пример 8.7.** Образовать циклический код, позволяющий обнаруживать двукратные ошибки или исправлять одиночные ошибки из всех комбинаций двоичного кода на все сочетания с числом информационных символов  $k = 5$ .

**Решение.** По уравнению (8.5) находим число контрольных символов

$$r = E \log((k + 1) + E \log(k + 1)) = E \log((5 + 1) + E \log(5 + 1)) = 4.$$

Из прил. 1 выбираем образующий многочлен  $P(X) = x^4 + x + 1$ . Находим остатки от деления единицы с нулями на  $P(X)$ , которые соответственно равны

$$0011, 0110, 1100, 1011, 0101.$$

Строим образующую матрицу

$$M = \begin{pmatrix} 00001 & 0011 \\ 00010 & 0110 \\ 00100 & 1100 \\ 01000 & 1011 \\ 10000 & 0101 \end{pmatrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{matrix}.$$

Так как все члены единичной матрицы являются комбинациями заданного пятиразрядного двоичного кода, то пять комбинаций образующей матрицы представляют собой пять комбинаций требуемого циклического кода. Остальные 26 комбинаций циклического кода (начиная с шестой) могут быть получе-

ны путем суммирования по модулю 2 строк образующей матрицы в различном сочетании.

Выбираем из прил. 1 образующий полином для  $d = 3$ . Пусть  $P(X)_{d=3} = x^5 + x^2 + 1$ . Тогда

$$P(X)_{d=4} = (x + 1)(x^5 + x^2 + 1) = x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + x + 1 = 1101111.$$

**Пример 8.8.** Закодировать комбинацию  $G(X) = 111011$  циклическим кодом с  $d = 3$ .

**Решение.** Находим число контрольных символов по (8.5)

$$r = E \log((6 + 1) + E \log(6 + 1)) = 4.$$

Из прил. 1 выбираем образующий многочлен  $P(X) = x^4 + x^3 + 1$ .

Умножая  $G(X)$  на  $x^r$ , получим  $G(X)x^r = 1110110000$ .

Разделив полученный результат, на  $P(X) = 11001$ , найдем остаток  $R(X) = 1110$ . И тогда окончательно в соответствии с (8.29) получаем кодовую комбинацию в циклическом коде с  $d = 3$ :

$$F(X) = 1110111110.$$

**Циклические коды с  $d = 4$ .** Эти коды могут обнаруживать одиночные, двойные и тройные ошибки или обнаруживать двойные и исправлять одиночные. При построении данного кода придерживаются следующего порядка:

1) *выбор числа контрольных символов.* Число контрольных символов в этом коде должно быть на единицу больше, чем для кода с  $d = 3$ :

$$r_{d=4} = r_{d=3} + 1; \quad (8.30)$$

2) *выбор образующего многочлена.* Образующий многочлен  $P(X)_{d=4}$  равен произведению двучлена  $(x+1)$  на многочлен  $P(X)_{d=3}$ :

$$P(X)_{d=4} = P(X)_{d=3}(x + 1). \quad (8.31)$$

Это объясняется тем, что двучлен  $(x+1)$  позволяет обнаруживать все одиночные и тройные ошибки, а многочлен  $P(X)_{d=3}$  – двойные ошибки.

В общем случае степень генераторного полинома  $P(X)_{d=4}$  равно числу  $r$ . Дальнейшая процедура кодирования остается такой же, как и при образовании кода с  $d = 3$ .

**Пример 8.9.** Требуется закодировать сообщение  $G(X) = 101010101010$  циклическим кодом с  $d = 4$ .

**Решение.** Определяем число контрольных символов по уравнению (8.5):

$$r_{d=3} = E \log((14 + 1) + E \log(14 + 1)) = E \log(15 + 4) = 5.$$

Из уравнения (8.30) следует, что  $r_{d=4} = 5 + 1 = 6$ .

Так как необходимо закодировать только одно сообщение  $G(X)$ , а не весь ансамбль двоичных кодов с  $k = 14$ , то в дальнейшем будем придерживаться процедуры кодирования, выполняемой по уравнению (8.29). Выбираем одночлен  $x^r = x^6$ . Тогда

$$x^r G(X) = x^{19} + x^{17} + x^{15} + x^{13} + x^{11} + x^9 + x^7 \rightarrow 10101010101010000000.$$

Разделив полученное выражение на  $P(X)_{d=4}$ , находим остаток:

$$R(X) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \rightarrow 011111.$$

Следовательно, передаваемая закодированная комбинация будет иметь вид

$$F(X) = \underbrace{10101010101010}_{\text{информационные символы}} \quad \underbrace{011111}_{\text{контрольные символы}}.$$

**Циклические коды с  $d \geq 5$ .** Эти коды, разработанные Боузом, Чоудхури и Хоквинхемом (сокращенно код БЧХ), позволяют обнаруживать и исправлять любое число ошибок. Заданными при кодировании является число исправляемых ошибок  $s$  и длина слова  $n$ . Число информационных символов  $k$  и контрольных символов  $r$ , а также состав контрольных символов подлежат определению.

Методика кодирования такова:

1) *выбор длины слова.* При кодировании по методу БЧХ нельзя выбирать произвольную длину слова  $n$ . Первым ограничением является то, что слово может иметь только нечетное число символов. Во-вторых, при заданном  $n$  должно соблюдаться одно из равенств:

$$2^h - 1 = n; \tag{8.32}$$

$$(2^h - 1)/q = n, \tag{8.33}$$

где  $h > 0$  – целое число;

$q$  – нечетное положительное число, при делении на которое  $n$  получается целым нечетным числом.

Так, при  $h=6$  длина слова может быть равна не только 63 (8.32), но и 21 при  $q = 3$  (8.33).

2) *определение кодового расстояния.* Кодовое расстояние определяют согласно (8.2), т.е.  $d = 2s + 1$ ;

3) *определение образующего многочлена  $P(X)$ .* Образующий многочлен есть наименьшее общее кратное (НОК) так называемых минимальных многочленов  $M(X)$  до порядка  $2s - 1$  включительно, причем берутся все нечетные:

$$P(X) = \text{НОК}[M_1(X) M_3(X) \dots M_{2s-1}(X)]. \quad (8.34)$$

Таким образом, число минимальных многочленов равно  $L = s$ , т.е. равно числу исправленных ошибок. Минимальные многочлены являются простыми неприводимыми многочленами (прил. 2);

4) *определение старшей степени  $t$  минимального многочлена.* Степень  $t$  есть такое наименьшее целое число, при котором  $2^t - 1$  нацело делится на  $n$  или  $nc$ , т.е.  $n = 2^t - 1$  или  $2^t - 1 = cn$ . Отсюда следует, что

$$t = h; \quad (8.35)$$

5) *выбор минимальных многочленов.* После того как определено число минимальных многочленов  $L$  и степень старшего многочлена  $t$ , многочлены выписывают из прил. 2. При этом НОК может быть составлено не только из многочленов старшей степени  $t$ . Это, в частности, касается многочленов четвертой и шестой степеней;

б) *определение степени  $\beta$  образующего многочлена  $P(X)$ .* Степень образующего многочлена зависит от НОК и не превышает произведения  $ts$ ;

7) *определение числа контрольных символов.* Так как число контрольных символов  $r$  равно степени образующего полинома, то в коде длины  $n$

$$\beta = r \leq ts; \quad (8.36)$$

8) *определение числа информационных символов.* Его производят обычным порядком из равенства

$$k = n - r. \quad (8.37)$$

Дальнейшие этапы кодирования аналогичны рассмотренным для циклических кодов с  $d < 4$ .

**Пример 8.10.** Закодировать все комбинации двоичного кода, чтобы  $n = 15$ , а  $s = 2$ .

**Решение.** Определяем кодовое расстояние по (8.2):  $d = 2s + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$  (код БЧХ). Число минимальных многочленов  $L = s = 2$ . Старшая степень минимального многочлена по (8.35)  $t = h = 4$ , так как  $15 = 2^4 - 1$ . Выписываем из прил. 2 минимальные многочлены:  $M_1(X) = x^4 + x + 1$  и  $M_3(X) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ . Образующий многочлен определяем по (8.34):

$$P(X) = (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1.$$

Число контрольных символов  $r$  равно по (8.36) степени  $\beta$  образующего многочлена, т.е.  $r = \beta = 8$ , а значит, число информационных символов  $k$  по (8.37) равно:  $k = n - r = 15 - 8 = 7$ . Таким образом, получаем код БЧХ (15, 7) с  $s = 2$ .

После нахождения остатков получаем образующую матрицу (8.38):

$$\begin{vmatrix} k_7 & k_6 & k_5 & k_4 & k_3 & k_2 & k_1 & r_8 & r_7 & r_6 & r_5 & r_4 & r_3 & r_2 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

**Пример 8.11.** Найти образующий полином для циклического кода, исправляющего двукратные ошибки,  $s = 2$ , если общая длина кодовых комбинаций  $n = 21$ .

**Решение.** Определяем, что  $d = 2 \cdot 2 + 1 = 5$ ,  $L = 2$ . Наименьшее значение  $t$ , при котором  $2^t - 1$  нацело делится на 21, есть число 6. Из таблицы прил. 2 выписываем два минимальных многочлена, номера которых определяют следующим образом: берут многочлены  $M_1(X)$  и  $M_3(X)$  и их индексы умножают на  $q = c = 3$ . В результате получаем  $M_3(X)$  и  $M_9(X)$ . Таким образом,

$$\begin{aligned} P(X) &= \text{НОК}[M_3(X)M_9(X)] = (x^6 + x^4 + x^2 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1) = \\ &= x^9 + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x + 1, \end{aligned}$$

откуда  $r = 9$ , а  $k = 12$ . Получаем код БЧХ (21, 12). Кроме того, доказано, что этот код, имеющий  $d = 7$ , может также обнаруживать и исправлять ошибки кратностью  $s = 3$ .

Построение кодов БЧХ возможно и с помощью таблицы [1], которая приведена в прил. 3 в сокращенном виде. В соответствии с изложенной ранее методикой в таблице по заданным длине кодовой комбинации  $n$  и числу исправляемых ошибок  $s$  рассчитаны число информационных символов  $k$  и образующий многочлен  $P(X)$ . Число контрольных символов  $r$  определяется из уравнения  $r = n - k$ , и запись образующего многочлена в виде десятичных цифр преобразуется путем перевода каждой десятичной цифры в трехразрядное двоичное число. Например, во второй строке таблицы  $P(X) = 23$ . Цифре 2 соответствует двоичное число 010, а цифре 3 – число 011. В результате получаем двоичное число 010011, которое записывается в виде многочлена  $x^4 + x + 1$ . Таким образом, в двоичный эквивалент переводится каждая из десятичных

цифр, а не все десятичное число. Действительно, числу 23 соответствует уже многочлен  $P(X) = x^4 + x + 1$ . Из прил. 3 следует, что при  $n = 31$ ,  $k = 21$  и  $s = 2$  образующий многочлен

$$P(X) = x^{10} + x^9 + x^8 + x^6 + x^5 + x + 1 = 011101101001.$$

**Коды БЧХ для обнаружения ошибок.** Их строят следующим образом. Если необходимо образовать код с обнаружением четного числа ошибок, то по заданному числу обнаруживаемых ошибок  $m$  согласно (8.1) и (8.2) находят значения  $d$  и  $s$ . Дальнейшее кодирование выполняют, как и раньше. Если требуется обнаружить нечетное число ошибок, то находят ближайшее меньшее целое число  $s$  и кодирование производят так же, как и в предыдущем случае, с той лишь разницей, что найденный согласно (8.34) образующий многочлен дополнительно умножают на двучлен  $x + 1$ .

**Пример 8.12.** Построить код БЧХ, обнаруживающий пять ошибок при длине кодовых комбинаций  $n = 15$ .

**Решение.** Находим, что  $d = m + 1 = 5 + 1 = 6$ , а ближайшее меньшее значение  $s$  определим из выражения  $d = 2s + 1$ , откуда  $s = (d - 1)/2 = 5/2 = 2$ . Далее определяем многочлен  $P(X)$ , как указано в примере 2.10, и умножаем его на двучлен  $(x + 1)$ , т. е. получаем

$$\begin{aligned} P(X) &= (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x + 1) = (x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1)(x + 1) = \\ &= x^9 + x^8 + x^7 + x^5 + x + x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1 = x^9 + x^6 + x^5 + x^4 + x + 1. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем код БЧХ (15, 6).

**Коды Файра.** Это циклические коды, обнаруживающие и исправляющие пакеты ошибок. Определение пакета (пачки) ошибки дано в подразд. 8.1. Непременным условием пакета данной длины  $b$  является поражение крайних символов и нахождение между ними  $b-2$  разрядов.

Коды Файра могут исправлять пакет ошибок длиной  $b_s$  и обнаруживать пакеты ошибок длиной  $b_m$ . Заметим, что в кодах Файра понятие кодового расстояния  $d$ , а следовательно, и уравнение (8.3) не используются.

Образующий многочлен кода Файра  $P(X)_\Phi$  определяется из выражения

$$P(X)_\Phi = P(X)(X^C + 1), \quad (8.39)$$

где  $P(X)$  – неприводимый многочлен степени

$$t \geq b_s, \quad (8.40)$$

принадлежащий показателю степени

$$E = 2^t - 1; \quad (8.41)$$

$$C \geq b_s + b_m - 1. \quad (8.42)$$

Неприводимый многочлен  $P(X)$  выбирают из прил. 1 согласно уравнению (8.40).

Длина слова  $n$  равна наименьшему общему кратному чисел  $E$  и  $C$ , так как только в этом случае многочлен  $x^n + 1$  делится на  $P(X)_\phi$  без остатка. При  $n^* < n$  никакой многочлен  $x^{n^*} + 1$  не делится на  $P(X)_\phi$ . Таким образом,

$$n = \text{НОК}(E, C). \quad (8.43)$$

Число контрольных символов

$$r = t + C. \quad (8.44)$$

Дальнейшая процедура кодирования такая же, как и для циклического кода с  $d = 3$ .

**Пример 8.13.** Найти образующий полином и определить общую длину кодовых комбинаций  $n$ , а также число контрольных и информационных символов для кода, позволяющего исправлять пакеты ошибок длиной  $b_s = 4$  и обнаруживать пакеты ошибок длиной  $b_m = 5$ .

Исправить пакет  $b_s = 4$  – значит исправить одну из следующих комбинаций ошибок, пораженных помехами: 1111, 1101, 1011 и 1001. В то же время этот код может обнаруживать одну из комбинаций в пять символов: 11111, 10111, 10011, 10001 и т.д.

На основании (8.40) и (8.42)  $t \geq 4$ ,  $C \geq 8$ . Из прил. 1 находим неприводимый многочлен четвертой степени:  $P(X) = x^4 + x + 1$ . Согласно (8.39) образующий многочлен  $P(X)_\phi = (x^4 + x + 1)(x^8 + 1) = x^{12} + x^9 + x^8 + x^4 + x + 1$ . По выражению (8.41) находим  $E = 2^4 - 1 = 15$ . Поэтому длина кода из (8.43)  $n = 15 \cdot 8 = 120$ . Из (8.44) число контрольных символов  $r = 4 + 8 = 12$ . В итоге получаем циклический код (120, 108). Избыточность такого кода, если учитывать его исправляющую способность, невелика:  $R = 12/120 = 0,1$ .

**Сравнение кодов BCH и Файра.** Представляет интерес сравнение по избыточности кода при исправлении того же числа ошибок, но не сгруппированных в пакет, т.е. рассеянных по всей длине слова. Если воспользоваться для этой цели кодами BCH и близким значением  $n = 127$ , то при  $s = 4$  можно по изложенной методике подсчитать, что число контрольных символов  $r = 28$ , т.е. получен код (127, 99). Избыточность такого кода  $R = 28/127 = 0,22$ , т.е. значительно выше, чем у кода Файра. Это очевидно: исправить четыре ошибки, находящиеся в одном месте, проще, чем ошибки, рассредоточенные по всей длине комбинации.

Заметим, что существует следующее правило: если циклический код рассчитан на обнаружение независимых ошибок, он может обнаруживать также пакет ошибок длиной  $b_m$ .

*Укороченные циклические коды.* Предположим, что требуется получить 15 комбинаций, закодированных так, чтобы в любой из них могло исправляться по две ошибки, т.е.  $s = 2$ ,  $d = 5$ . Для этого следует взять код с числом информационных символов  $k = 4$ . Код (7, 4) не подходит, так как он исправляет только одну ошибку. Как указывалось, число  $n$ , промежуточное между 7 и 15, в коде БЧХ брать нельзя. Поэтому необходимо взять код (15, 7), рассмотренный в примере 2.10. Однако разрешенных комбинаций в таком коде ( $2^7$ ) значительно больше 15, поэтому код (15, 7) укорачивают путем вычеркивания трех столбцов слева и трех строк снизу, как это показано пунктирной линией в образующей матрице (8.38). В результате образующая матрица укороченного кода (12, 4) принимает вид

$$M = \begin{array}{c} \left\| \begin{array}{cccccccccccc|c} k_4 & k_3 & k_2 & k_1 & r_8 & r_7 & r_6 & r_5 & r_4 & r_3 & r_2 & r_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right\| \begin{array}{l} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \end{array} \quad (8.45)$$

В матрице (8.45)  $d_{\min} = 5$ . И она представляет четыре кодовые комбинации в коде БЧХ, остальные 11 комбинаций укороченного циклического кода (12, 4) могут быть получены суммированием комбинаций образующей матрицы.

Корректирующая способность укороченного циклического кода, по крайней мере, не ниже корректирующей способности исходного полного циклического кода. Техника кодирования и декодирования в обоих случаях одна и та же. Однако циклический сдвиг кодовой комбинации укороченного циклического кода не всегда приводит к образованию разрешенной комбинации, поэтому укороченные коды относят к числу *псевдоциклических*.

**Декодирование циклических кодов. Обнаружение ошибок.** Идея обнаружения ошибок в принятом циклическом коде заключается в том, что при отсутствии ошибок закодированная комбинация  $E(X)$  делится на образующий многочлен  $P(X)$  без остатка. При этом контрольные символы  $r$  отбрасываются, а информационные символы  $k$  используются по назначению. Если произошло искажение принятой комбинации, то эта комбинация  $E(X)$  преобразуется в комбинацию

$$F * (X) = F(X) + E(X), \quad (8.46)$$

где  $E(X)$  – многочлен ошибок, содержащий столько единиц, сколько элементов в принятой комбинации не совпадает с элементами переданной комбинации.

Пусть, например, была передана комбинация кода (7, 4)  $F(X) = 1101001$ , закодированная с помощью  $P(X) = 1011$ . Если она принята правильно, то деление на  $P(X)$  дает остаток, равный нулю. Если же комбинация принята как  $F^*(X) = 1101011$ , то при делении на  $P(X)$  образуется остаток  $R(X) = 010$ , что свидетельствует об ошибке, и принятая комбинация бракуется.

*Обнаружение и исправление ошибок.* Существует несколько вариантов декодирования циклических кодов [2]. Один из них заключается в следующем:

1) *вычисление остатка.* Принятую кодовую комбинацию делят на  $P(X)$ , и если остаток  $R(X) = 0$ , то комбинация принята без искажений. Наличие остатка свидетельствует о том, что комбинация принята искаженной. Дальнейшая процедура исправления рассматривается ниже;

2) *подсчет веса остатка  $w$ .* Если вес остатка равен или меньше числа исправляемых ошибок, т.е.  $w \leq s$ , то принятую комбинацию складывают по модулю 2 с остатком и получают исправленную комбинацию;

3) *циклический сдвиг на один символ влево.* Если  $w > s$ , то производят циклический сдвиг на один символ влево и полученную комбинацию снова делят на  $P(X)$ . Если вес полученного остатка  $w \leq s$ , то циклически сдвинутую комбинацию складывают с остатком и затем циклически сдвигают ее в обратную сторону вправо на один символ. В результате получают исправленную комбинацию;

4) *дополнительные циклические сдвиги влево.* Если после циклического сдвига на один символ по-прежнему  $w > s$ , производят дополнительные циклические сдвиги влево. При этом после каждого сдвига сдвинутую комбинацию делят на  $P(X)$  и проверяют вес остатка. При  $w \leq s$  выполняют действия, указанные в подразд. 3, с той лишь разницей, что обратных циклических сдвигов вправо делают столько, сколько их было сделано влево.

**Пример 8.14.** Пусть исходная комбинация  $G(X) = 1001$ , закодированная с помощью  $P(X) = 1011$  и  $s = 1$ , имела вид  $F(X) = 1001110$ . При передаче по каналу связи была искажена и в приемник поступила в виде  $F^*(X) = 1101110$ . Проверить наличие ошибки и в случае обнаружения исправлять ее.

Делим комбинацию 1101110 на 1011 и находим, что остаток  $R(X) = 111$ . Так как  $w = 3 > s = 1$ , то сдвигаем комбинацию 1101110 циклически на один символ влево. Получаем 1011101. В результате деления этой комбинации на  $P(X)$  находим остаток  $R(X) = 101$ . Вес этого остатка  $w = 2 > s = 1$ . Осуществляем новый циклический сдвиг влево. Получаем 0111011. Деление на  $P(X)$  дает остаток  $R(X) = 001$ , вес которого равен  $s$ . Складываем:  $0111011 \oplus 001 = 0111010$ . Теперь осуществляем два циклических сдвига последней комбинации вправо: после первого она принимает вид 0011101, после второго 1001110, т.е. получается уже исправленная комбинация. Проверка показывает, что эта комбинация делится на  $P(X)$  без остатка.

**Пример 8.15.** При передаче комбинации, представленной в седьмой строке матрицы (8.38), исказились два символа и комбинация была принята в виде  $\overset{\cdot\cdot}{111000011101000}$  (искаженные символы помечены точками). Непосредственное деление этой комбинации на  $P(X) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$  дает остаток весом  $w = 4$ . После первого циклического сдвига комбинация принимает вид  $\overset{\cdot\cdot}{110000111010001}$ . Деление этой комбинации на  $P(X)$  снова дает остаток с весом  $w = 4$ . После второго сдвига и повторного деления ничего не меняется. Вес остатка  $w = 4$ . Делаем третий сдвиг, комбинация принимает вид  $\overset{\cdot\cdot}{000011101000111}$ . И вновь делим на  $P(X)$ . На этот раз остаток  $R(X) = 00000011$  имеет вес  $w = 2 = s = 2$ . Складываем  $\overset{\cdot\cdot}{000011101000111} \oplus 00000011$ , получаем  $\overset{\cdot\cdot}{000011101000100}$ . Произведя три циклические сдвига комбинации вправо, получаем исходную комбинацию  $\overset{\cdot\cdot}{100000011101000}$ .

Второй метод определения номеров элементов, в которых произошла ошибка, основан на свойстве, которое заключается в том, что остаток  $R(X)$ , полученный при делении принятой кодовой комбинации  $F^*(X)$  на  $P(X)$ , равен остатку  $R^*(X)$ , полученному в результате деления соответствующего многочлена ошибок  $E(X)$  на  $P(X)$ .

Многочлен ошибок может быть представлен в следующем виде  $E(X) = F(X) + F^*(X)$ , где  $F(X)$  – исходный многочлен циклического кода. Так, если ошибка произошла в первом символе, то  $E_1(X) = 100\dots 0$ , если во втором –  $E_2(X) = 010\dots 0$  и т.д. Остатки от деления каждого многочлена  $E_i(X)$  на  $P(X)$  будут различны и однозначно связаны с искаженными символами, причем не зависят от вида передаваемой комбинации, а определяются лишь видом  $P(X)$  и длиной кодовых комбинаций  $n$ . Указанное однозначное соответствие можно использовать для определения места ошибки.

На основании приведенного свойства существует следующий метод определения места ошибки. Сначала определяется остаток  $R(X)$ , соответствующий наличию ошибки в старшем разряде. Если ошибка произошла в следующем разряде, то такой же остаток получится в произведении принятого многочлена на  $X$ , т.е.  $F^*(X)X$ . Это служит основанием для следующего приема.

Вычисляем  $R^*(X)$  как остаток от деления  $E_1(X)$  на  $P(X)$ . Далее делим принятую комбинацию  $F^*(X)$  на  $P(X)$  и получаем  $R(X)$ . Если  $R(X) = R^*(X)$ , то ошибка в старшем разряде. Если нет, то дописываем нуль, что равносильно умножению на  $X$ , и продолжаем деление. Номер искаженного разряда (отсчет слева направо) на единицу больше числа приписанных нулей, после которых остаток окажется равным  $R^*(X)$ .

**Пример 8.16.** Задан циклический код  $(11, 7)$  в виде кодовой комбинации  $F(X) = 10110111100$ , полученной с помощью полинома  $P(X) = 10011$ . В результате воздействия помех получена кодовая комбинация  $F^*(X) = 10111111100$ . Определить искаженный разряд.

**Решение.** Вычисляем  $R^*(X)$  как остаток от деления  $E_1(X) = 10000000000$  на  $P(X) = 10011$ , получаем  $R^*(X) = 0111$ . Далее делим  $F^*(X)$  на  $P(X)$ , отмечая полученные остатки  $R_i(X)$ :

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \text{дописываемые нули} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 10111111100 \quad \overline{0000} \quad | \quad 10011 \\
 10011 \quad \vdots \quad | \quad 1010000101 \\
 \hline
 10011 \quad \vdots \quad | \\
 10011 \quad \vdots \quad | \\
 \hline
 R_1(x) = 11000(1) \quad \vdots \quad | \\
 1 \quad \quad \quad 10011 \quad \vdots \quad | \\
 \hline
 R_2(x) = 10110(2) \quad \vdots \quad | \\
 2 \quad \quad \quad 10011 \quad \vdots \quad | \\
 \hline
 R_3(x) = 01010(3) \quad \vdots \quad | \\
 3 \quad \quad \quad 10100(4) \quad \vdots \quad | \\
 \quad \quad \quad 10011 \quad \vdots \quad | \\
 \hline
 R_4(x) = 0111 = R^*(x)
 \end{array}
 \end{array}$$

Для достижения равенства  $R(X) = R^*(X)$  пришлось дописать четыре нуля. Это означает, что ошибка произошла в пятом разряде, т.е. исправленная кодовая комбинация будет иметь вид

$$F(X) = 10111111100 \oplus 00001000000 = 10110111100.$$

**Мажоритарное декодирование циклических кодов.** Мажоритарный способ исправления ошибок основан на принятии решения о значении того или иного разряда декодируемой кодовой комбинации по большинству результатов проверок на четность.

Проверки на четность для каждого разряда составляются на основании некоторой матрицы  $L$ , которая составляется из проверочной матрицы  $N$  путем  $\mu$  – линейных операций над строками.

Матрица  $L$  характеризуется двумя свойствами:

- 1) один из столбцов содержит только единичные элементы;
- 2) все остальные столбцы содержат не более чем по одному единичному элементу.

Проверочная матрица может быть построена путем вычисления так называемого проверочного полинома

$$h(X) = \frac{X^n + 1}{P^{-1}(X)}, \quad (8.46)$$

где  $P^{-1}(X)$  – полином, сопряженный с  $P(X)$ .

В сопряженных  $P^{-1}(X)$  – полиномах члены расположены в обратном порядке. Так, например,  $P(X) = 100011$ , а  $P^{-1}(X) = 110001$ .

Первая строка проверочной матрицы циклического кода есть проверочный полином  $h(X)$ , умноженный на  $X^{r-1}$  (т.е. дополненный справа  $r-1$  нулями). Последующие строки проверочной матрицы есть циклический сдвиг вправо первой. Число сдвигов равно числу дописанных справа нулей. Матрица  $L$  определяет  $\mu$  проверок на четность для разряда, соответствующего единичному столбцу. Добавив к этой совокупности проверок тривиальную проверку  $a_i = a_i$ , получим  $\mu + 1$  независимых проверочных соотношений для одного разряда  $a_i$ , причем свойства матрицы  $L$  таковы, что каждый разряд кодовой комбинации входит только в одну проверку. Такая совокупность проверок называется системой разделенных (ортогональных) проверок относительно разряда  $a_i$ . Системы разделенных проверок для остальных разрядов получаются циклическим сдвигом строк матрицы  $L$ , что равносильно добавлению единицы к индексу разряда предыдущей проверки, причем при добавлении единицы к номеру старшего разряда номер последнего заменяется на нуль.

Мажоритарное декодирование осуществляется следующим образом. Если в принятой кодовой комбинации ошибки отсутствуют, то при определении значения разряда  $a_i$  все  $\mu + 1$  проверки укажут одно и то же значение (либо 1, либо 0). Одиночная ошибка в кодовой комбинации может вызвать искажение лишь одной проверки, двойная ошибка – двух и т. д. Решения о значении разряда  $a_i$  принимаются по большинству (т.е. мажоритарно) одноименных результатов проверок. При этом декодирование безошибочно, если число ошибок в кодовой комбинации не превышает  $\mu/2$ , т.е. искажено не более  $\mu/2$  проверок. Если все системы разделенных проверок для каждого разряда кодовой комбинации содержат не менее  $\mu + 1$  разделенных проверок, то реализуемое минимальное кодовое расстояние

$$d_{\min} = \mu + 1. \quad (8.47)$$

Поясним принцип мажоритарного декодирования на конкретных примерах.

**Пример 8.17.** Построить матрицы  $N$  и  $L$  и найти систему проверок для циклического кода  $(7, 3)$ , образованного с помощью полинома  $P(X) = (x^3+x+1) \times (x+1) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$  и позволяющего обнаруживать двойные и исправлять одиночные ошибки.

**Решение.** Находим проверочный полином

$$h(X) = \frac{X^n + 1}{P^{-1}(X)} = \frac{x^7 + 1}{x^4 + x^2 + x + 1} = x^3 + x + 1 \rightarrow 1011.$$

Строим проверочную матрицу

$$N = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Для построения матрицы  $L$  преобразуем матрицу следующим образом. Сложим 2-, 3- и 4-ю строки матрицы:

$$0101100 \oplus 0010110 \oplus 0001011 = 0110001.$$

Аналогично сложим 1-, 3- и 4-ю строки:

$$1011000 \oplus 0010110 \oplus 0001011 = 1000101.$$

Составим матрицу  $L$ , используя для ее построения две полученные суммы и 4-ю строку проверочной матрицы  $N$ :

$$L = \begin{vmatrix} a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Легко видеть, что в этой матрице один из столбцов состоит только из единиц, а все остальные столбцы содержат не более одной единицы. Матрица  $L$  дает три независимых проверочных соотношений с разделенными относительно члена  $a_0$  проверками. Добавив к этим соотношениям тривиальную проверку  $a_0 = a_0$ , получим систему разделенных относительно  $a_0$  проверок:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= a_4 \oplus a_5 \\ a_0 &= a_2 \oplus a_6 \\ a_0 &= a_1 \oplus a_3 \\ a_0 &= a_0 \end{aligned} \right\}. \quad (8.48)$$

Систему проверок для  $a_1$  получим из (8.48) в виде

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a_5 \oplus a_6 \\ a_1 &= a_3 \oplus a_0 \\ a_1 &= a_2 \oplus a_4 \\ a_1 &= a_1 \end{aligned} \right\}. \quad (8.49)$$

Для остальных разрядов  $a_2 \dots a_6$  можно получить аналогичные системы проверок.

**Пример 8.18.** Исходная комбинация  $G(X) = 101$ , закодированная генераторным полиномом  $P(X) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ , поступила в канал связи в виде  $F(X) = 1010011$ . В результате действия помех была искажена (одиночная ошибка) и в приемник поступила в виде  $F^*(X) = 101001\dot{0}$ . Воспользовавшись системой проверок примера 8.17, определить номер искаженного разряда и исправить его.

**Решение.** Пронумеруем разряды принятой кодовой комбинации следующим образом:

$$F^*(X) = \begin{matrix} & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}.$$

Произведем проверку правильности приема символа  $a_0$  по выражениям (8.48):

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \oplus 0 = 1, & a_0 &= 1 \oplus 0 = 1, \\ a_0 &= 0 \oplus 1 = 1, & 0 &= 0. \end{aligned}$$

Большинство проверок указывают, что разряду  $a_0$  должен быть присвоен символ 1. Таким образом, исправленная комбинация будет  $F(X) = 1010011$ , что соответствует переданной в канал связи.

Для остальных разрядов проверки не проводились, так как в условии задачи указано, что имела место одиночная ошибка.

**Пример 8.19.** Найти систему проверок для символа  $a_0$  кода БЧХ (15, 7), образованного генераторным полиномом  $P(X) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1 = 111010001$  и позволяющего исправлять двойные ошибки.

**Решение.** Вычислим проверочный полином:

$$h(X) = \frac{X^n + 1}{P^{-1}(X)} = x^7 + x^3 + x + 1 \rightarrow 10001011.$$

Построим проверочную матрицу, в качестве первой строки которой используем проверочный полином, умноженный на  $X^{r-1}$ , а остальные строки получим циклическим сдвигом первой:

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Преобразуем проверочную матрицу следующим образом. Сложим по модулю два 1-, 5-, 7- и 8-ю; 2-, 3-, 6-, 7- и 8-ю; 4-, 6-, 7- и 8-ю строки матрицы и в результате получим кодовые комбинации соответственно:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1, \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1, \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1. \end{array}$$

Составим матрицу  $L$ , используя для ее построения три полученные суммы и 8-ю строку проверочной матрицы  $N$ :

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$a_{14} \ a_{13} \ a_{12} \ a_{11} \ a_{10} \ a_9 \ a_8 \ a_7 \ a_6 \ a_5 \ a_4 \ a_3 \ a_2 \ a_1 \ a_0$

Полученная матрица удовлетворяет требованиям, предъявляемым к матрице  $L$ .

Данная матрица  $L$  дает четыре независимых проверочных соотношения с разделенными относительно члена  $a_0$  проверками; добавив к ним тривиальную проверку  $a_0 = a_0$ , получим следующую систему для проверки  $a_0$ :

$$\begin{array}{l} a_0 = a_1 \oplus a_3 \oplus a_7, \\ a_0 = a_2 \oplus a_6 \oplus a_{14}, \\ a_0 = a_4 \oplus a_{12} \oplus a_{13}, \\ a_0 = a_8 \oplus a_9 \oplus a_{11}, \\ a_0 = a_0. \end{array}$$

Пусть при передаче был искажен разряд  $a_6$ . Этот разряд входит только во вторую проверку, поэтому четыре проверки дадут правильный результат, а вторая проверка – неправильный. Решение о значении разряда  $a_0$  принимается по критерию большинства и поэтому будет правильным. Ошибочная регистрация разряда произойдет при действии трех и более ошибок, приводящих к неправильным результатам трех и более проверок.

Системы отдельных проверок для остальных разрядов получаются циклическим сдвигом строк матрицы  $L$ .

**8.3.4. Итеративные коды.** Данные коды характеризуются наличием двух или более систем проверок внутри каждой кодовой комбинации. Принцип построения итеративного кода проще всего представлять на конкретном примере. Запишем все информационные разряды блока, подлежащего передаче, в виде таблицы (рис. 8.3).

Каждая строка этой таблицы кодируется каким-либо кодом, а затем кодируется каждый столбец, причем не обязательно тем же кодом. Символы, расположенные в правом нижнем углу таблицы, получаются в результате проверки проверочных символов. Они могут быть построены на основе проверки по строкам и тогда будут удовлетворять проверке по столбцам, и наоборот.

В качестве примера рассмотрим итерированные коды (рис. 8.4) с одной проверкой на четность для каждого столбца и строки. Такой код имеет большую корректирующую способность по сравнению с кодом с одной проверкой на четность, который позволяет только обнаруживать нечетно-кратные ошибки.

Итерированный код позволяет исправить все одиночные ошибки, так как пересечение строки и столбца, содержащих ошибку, однозначно указывает ее место. Передача комбинации итеративного кода обычно происходит по строкам последовательно, от первой строки к последней.

Информационные символы	Проверочные символы по строкам
Проверочные символы по столбцам	Проверка проверок

Рис. 8.3. Расположение символов итеративного кода

1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1
1	9	9	9	9	1
0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0

Рис. 8.4. Итеративный код

Свойства итеративного кода полностью определяются параметрами итерируемых кодов, в зависимости от которых итеративный код может быть как систематическим, так и несистематическим, как разделимым, так и неразделимым. Длина кодовой комбинации, число информационных разрядов и минимальное кодовое расстояние итеративного кода очень просто выражаются через соответствующие параметры этих кодов:

$$n = \prod_{i=1}^S n_i, \quad k = \prod_{i=1}^S k_i, \quad d_{\min} = \prod_{i=1}^S d_i, \quad (8.50)$$

где  $n_i, k_i, d_i$  – параметры итерируемых кодов;

$S$  – кратность итерирования.

Таким образом, простейший итеративный код, образованный путем проверок на четность (нечетность) строк и столбцов, обладает минимальным кодовым расстоянием  $d_{\min} = 4$  и поэтому позволяет обнаруживать все ошибки кратности до 3. Не обнаруживаются четырехкратные ошибки, располагающиеся в вершинах правильного четырехугольника, а также некоторые шестикратные, восьмикратные и т.д. ошибки (рис. 8.5).

Простейший итеративный код обладает довольно высокими обнаруживающими способностями при действии пакетных ошибок – обнаруживается любой пакет ошибок длиной  $l + 1$  и менее, где  $l$  – длина строки.

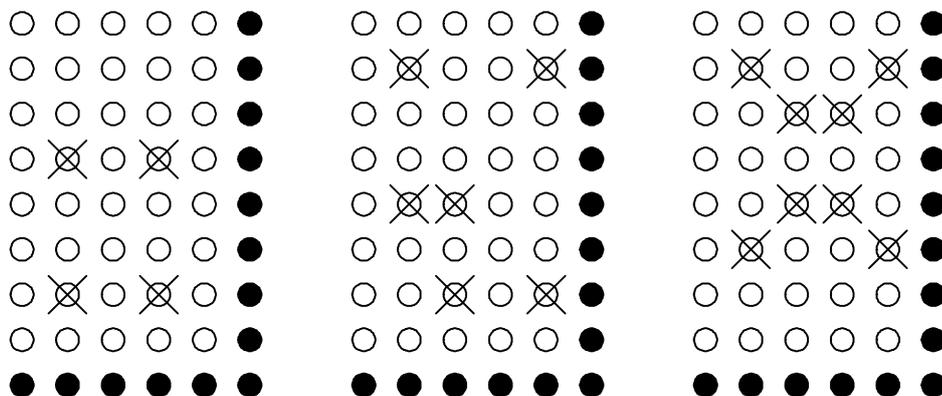


Рис. 8.5. Ошибки, не обнаруживаемые простейшим итеративным кодом

Могут быть образованы также многомерные итеративные коды, в которых каждый информационный разряд входит в комбинации трех, четырех и т.д. итерируемых кодов.

На рис. 8.6 показан пример применения третьей проверки по диагонали. Порядок формирования контрольных символов  $P_i$  показан сплошными линиями.

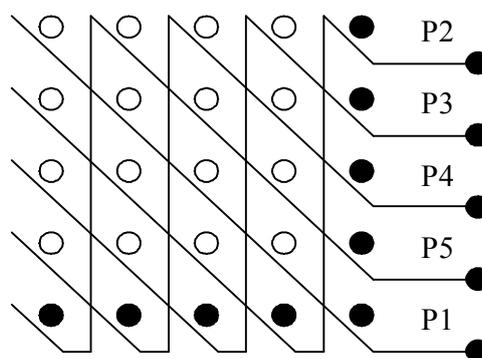


Рис. 8.6. Итеративный код с тремя проверками

## 9. СИНХРОНИЗАЦИЯ И ФАЗИРОВАНИЕ

Как было указано выше распределители передачи и приёма должны работать синхронно и синфазно. Распределитель передачи формирует единичные интервалы, указывая модулятору на возможность появления на их границах значащих моментов модуляции. Распределитель приема формирует единичные интервалы, указывая регистрирующему устройству на необходимость принятия решения о той или иной значащей позиции. Формирование единичных интервалов в обоих распределителях должно происходить с одинаковым периодом, равным  $t_0$ . Периоды следования тактовых импульсов и их взаимное расположение должны быть неизменными. В противном случае нарушается принцип регистрации.

Учитывая, что эти последовательности вырабатываются разными генераторами (один – в передатчике, другой – в приемнике), которые работают в условиях действия разных дестабилизирующих факторов, и что входящие импульсы подвержены искажениям, гарантии неизменности периодов тактовых импульсов и их взаимного расположения нет. Возникает необходимость в контроле за этими последовательностями и принудительном установлении соответствия между ними.

Необходимость синхронизации можно показать на следующем примере.

При фиксированном коэффициенте неустойчивости генератора  $k_n = \Delta f / f_n$ , где  $f_n$  – номинальная частота абсолютно стабильного генератора, стробирующий импульс будет изменять свое местоположение в ту или иную сторону. Следовательно, через время  $t = 1/\Delta f = 1/(k_n f_n)$  он может переместиться в середину соседнего импульса, т.е. на целый период регистрации. В телеграфных аппаратах частота  $f_n$  генераторов берется равной скорости дискретной модуляции  $B$ . Следовательно, можно принять  $t = 1/(k_n B)$ . С учетом наличия двух генераторов (на передаче и на приеме), в худшем случае имеющими отклонение частот от  $f_n$  в разные стороны, получим  $t = 1/(2k_n B)$ .

Смещение стробирующего импульса от идеального положения снижает исправляющую способность. Значит, это смещение возможно лишь в допустимых пределах ( $\varepsilon_{\text{дон}} = \Delta t_{\text{дон}}/t_0$ ) и время, в течение которого строб достигнет границы установленной зоны (время поддержания синхронизма  $T_{nc}$ ),  $T_{nc} = \varepsilon_{\text{дон}}/(2k_n B)$ .

Например, если задаться  $\varepsilon_{\text{дон}} = 0,4$  и значением коэффициента неустойчивости генераторов  $k_n = 10^{-5}$ , то при скорости дискретной модуляции  $B = 50$  Бод время поддержания синхронизма составит 400 с (6 мин 40с). Если при тех же начальных условиях скорость дискретной модуляции увеличить до 2400 Бод, то время поддержания синхронизма  $T_{nc}$  составит всего 8,33 с. Из этого следует, что меры по поддержанию синхронизма необходимы.

Для импульсно-кодowego метода передачи также важно, чтобы обработка того или иного элемента сигнала выполнялась распределителями синфазно, т.е. чтобы номера регистрируемого и регистрирующего импульсов совпадали.

В связи с изложенным в приемниках различают две стороны синхронизма: **синхронизация** – процесс принудительного установления соответствия между периодами входящих импульсов и мгновениями их регистрации;

**фазирование** – процесс установления соответствия между номерами регистрирующего и регистрируемого импульсов в кодовой комбинации.

Эти процессы тесно связаны между собой и осуществляются в приемнике устройствами синхронизации и фазирования. Устройство синхронизации (УС) и устройство фазирования (УФ) контролируют работу приемного распределителя. Первое (на его входе) следит за частотой тактовых импульсов, а второе (на его выходе) контролирует порядок поступления импульсов кодовой комбинации в соответствующие элементы накопителя. Соотношения по периодам следования импульсов и их нумерации должны быть неизменными и в случае их нарушения подлежат исправлению – коррекции. Вот почему совокупность УС и УФ в приемниках называют еще коррекционным устройством (КУ).

## 9.1. Требования к устройствам синхронизации и их классификация

К устройствам синхронизации дискретных систем связи предъявляются следующие требования: незначительное время вхождения в синхронизм при первоначальном включении; малая погрешность в работе на каналах с высоким уровнем помех; устойчивая работа при перерывах связи; простота построения, а следовательно, малая стоимость.

Классификацию УС можно проводить по следующим признакам (рис. 9.1) [17].

По методу коррекции рассогласования частот они бывают статические (стартстопные) и динамические (синхронные).

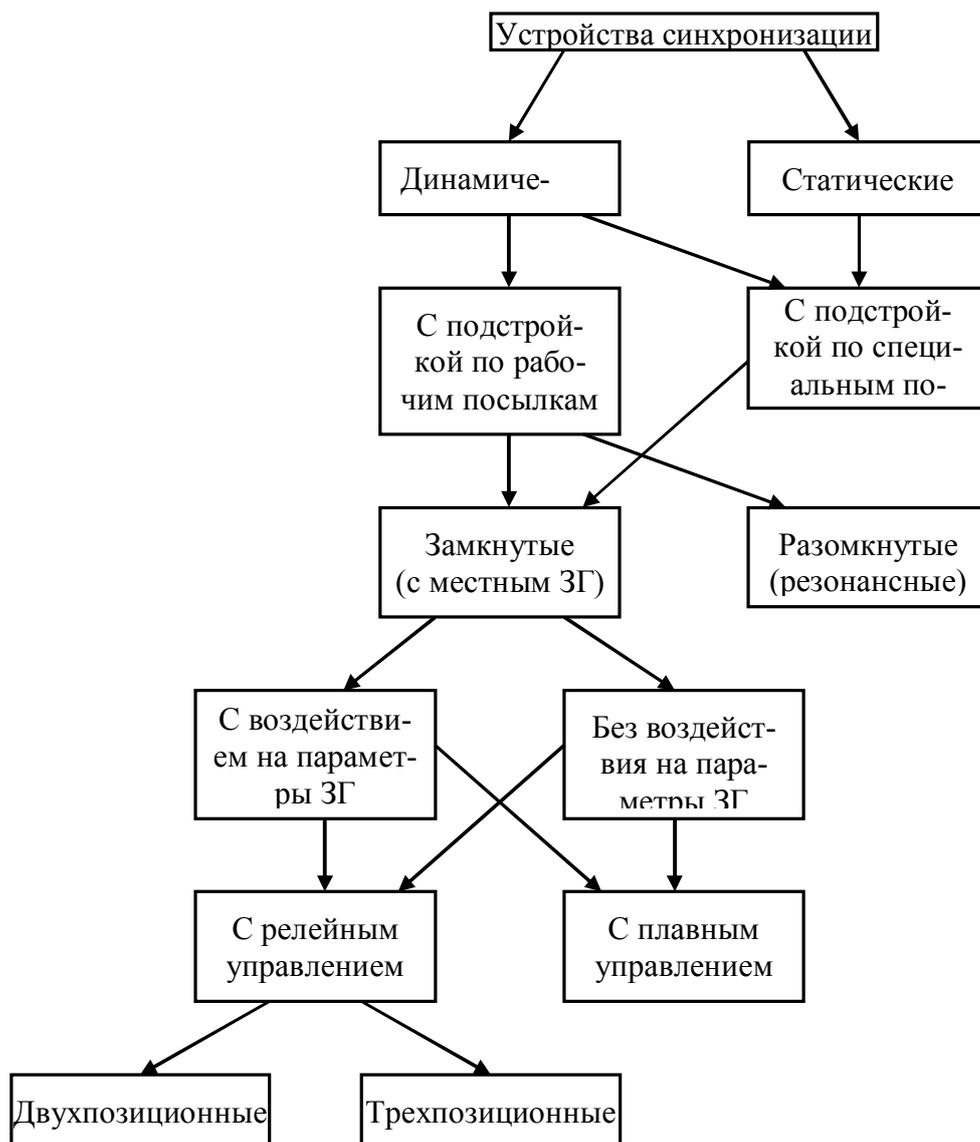


Рис. 9.1. Классификация устройств синхронизации

В **статических** УС регистрирующие импульсы выдаются «порциями» по специальным сигналам начала (старт) и конца (стоп). Если в работе распределителей обнаружится асинхронность, то «порция» может закончиться раньше или позже идеального мгновения. Следующая «порция» будет ожидать своего начала большее или меньшее время, т.е. рассогласование фаз устраняется изменением времени остановки приемного распределителя при неизменном периоде работы передающего распределителя.

В **динамических** УС распределитель приема работает непрерывно, и асинхронность устраняется изменением частоты генератора тактовых импульсов. Это накладывает более жесткие требования на стабильность генераторов по сравнению со статическими системами.

По частоте измерения рассогласования периодов УС делятся на системы с **подстройкой по специальным** (коррекционным) **импульсам** и на системы с

**подстройкой по рабочим (кодовым) импульсам.** Наибольшее распространение получили последние.

По способу формирования регистрирующих импульсов УС делятся на системы с **местным генератором** (замкнутые, системы автоматического управления) и системы резонансные (разомкнутые, с фильтром). Во-первых есть генераторное оборудование (генератор тактовых импульсов – ГТИ), состоящее из задающего генератора синусоидальных колебаний, формирующего устройства для получения импульсов нужных формы и амплитуды и делителя частоты. Во-вторых, последовательность регистрирующих импульсов вырабатывается непосредственно из входящих посылок, выделяя из них основную частоту резонатором (фильтром).

Резонансные УС проще замкнутых, но из-за низкой помехоустойчивости применяются редко.

Замкнутые УС по способу регулирования частоты ГТИ делятся на системы с непосредственным и системы с косвенным воздействием на параметры генератора. В первом случае (рис. 9.2) расхождение периодов, обнаруженное фазовым дискриминатором ФД через инерционный элемент ИЭ и управляющее устройство УУ, воздействует непосредственно на задающий генератор ЗГ, изменяя его частоту в ту или иную сторону. Инерционный элемент усредняет сигнал на выходе ФД за относительно продолжительное время, так как любое случайное отклонение периодов может вызвать ложное регулирование частоты ЗГ. Во втором случае (рис. 9.3) управляющее устройство действует на промежуточный преобразователь ПП, в качестве которого, как правило, применяют делитель частоты.

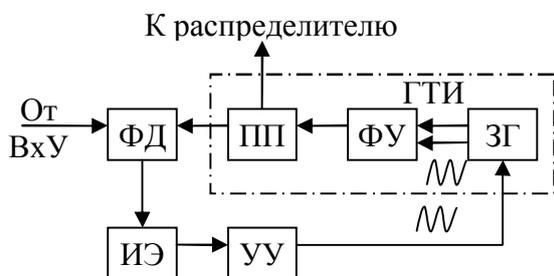


Рис. 9.2. Устройство синхронизации с непосредственным воздействием на параметры генератора

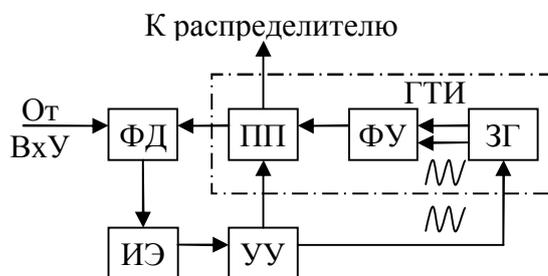


Рис. 9.3. Устройство синхронизации с косвенным воздействием на параметры генератора

По степени воздействия на положение (фазу) регистрирующих импульсов УС делят на устройства с релейным управлением и устройства с плавным управлением. В первом из них рассогласование фаз, обнаруженное в  $i$ -м цикле, устраняется в последующих циклах. Степень воздействия на фазу регистрирующих импульсов постоянна, а число воздействий пропорционально рассогласованию.

Во втором случае рассогласование, обнаруженное в  $i$ -м цикле, устраняется в  $(i+1)$ -м цикле. Степень воздействия на фазу регистрирующих импульсов пропорциональна измеренному рассогласованию.

Управляющее устройство систем с релейным управлением может работать в двух- и трехпозиционных режимах. Генератор двухпозиционных УС вырабатывает частоты  $f_1 > f_n$  и  $f_2 < f_n$ , где  $f_n$  – номинальная частота. Смена режимов происходит при превышении рассогласованием фаз допустимых значений  $\pm \varphi_{\text{доп}}$ , характеризующих чувствительность УС. Генератор трехпозиционных УС, помимо указанных частот, может вырабатывать частоту  $f_3 = f_n$  тогда, когда рассогласование фаз не превышает  $\pm \varphi_{\text{доп}}$ .

На рис. 9.4, а приведена зависимость рассогласования фаз от времени для двухпозиционных, а на рис. 9.4, б – трехпозиционных релейных УС. Предположим, что в момент времени  $t = 0$  рассогласования фаз нет и генератор двухпозиционной УС находится в режиме  $f_1 > f_n$  (рис. 9.4, а). Это приведет к тому, что рассогласование фаз будет постепенно увеличиваться и в момент  $t = t_1$  достигнет значения  $+\varphi_{\text{доп}}$ . Оно будет обнаружено фазовым дискриминатором и генератор переведется в режим  $f_2 < f_n$ . Фазовое рассогласование постепенно будет уменьшаться и в момент  $t = t_2$  его не будет. Поскольку генератор продолжает находиться в том же состоянии, рассогласование будет уменьшаться и в момент  $t = t_3$  достигнет значения  $-\varphi_{\text{доп}}$ . Оно будет обнаружено фазовым дискриминатором, и генератор перейдет в режим  $f_1 > f_n$ . Фазовое рассогласование вновь начнет увеличиваться.

В трехпозиционных УС (рис. 9.4, б) в начальный период генератор находится в состоянии  $f_3 = f_n$ . Фазовое рассогласование будет увеличиваться из-за его собственной неустойчивости, что на диаграмме отражается малым углом наклона прямой. При  $t = t_1$  оно достигнет значения  $+\varphi_{\text{доп}}$ , будет обнаружено фазовым дискриминатором и генератор переведется в режим  $f_2 < f_n$ . Рассогласование быстро устраняется и в момент времени  $t = t_2$  оказывается равным нулю. Генератор вновь устанавливается в режим  $f_3 = f_n$ . Если в дальнейшем фазовое рассогласование начнет уменьшаться и в момент времени  $t = t_3$  достигнет значения  $-\varphi_{\text{доп}}$ , генератор переведется в положение  $f_1 > f_n$ , и оно вновь устранится до нуля.

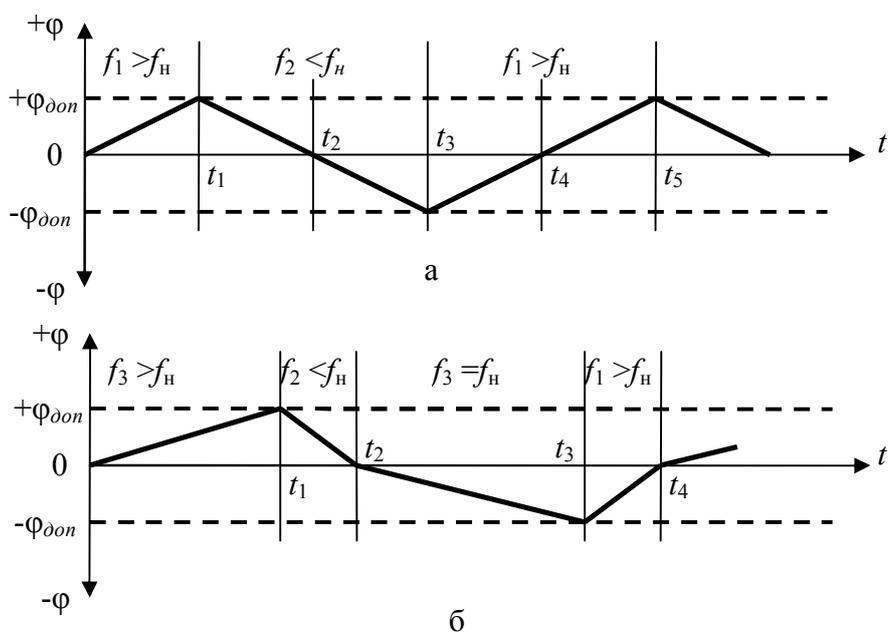


Рис. 9.4. Зависимость рассогласования фаз от времени:  
 а – для двухпозиционных УС; б – для трёхпозиционных УС

На практике наибольшее применение находят динамическое и статическое УС без непосредственного воздействия на параметры генератора, с дискретным управлением.

## 9.2. Динамические устройства синхронизации

Структурная схема динамического устройства синхронизации дискретного действия с подстройкой по рабочим посылкам [17] приведена на рис. 9.5. Принимаемые из канала связи импульсы дифференцируются и поступают на фазовый дискриминатор ФД, который определяет наличие, значение и знак рассогласования периодов между принимаемыми (от входного устройства ВхУ) и тактовыми ТИ (от делителя частоты, выполняющего роль промежуточного преобразователя ПП) импульсами.

В режиме синхронной работы короткие импульсы, соответствующие границам входящих посылок, совпадают с тактовыми импульсами ТИ и на выходах схем И1 и И2 импульсы отсутствуют.

В режиме отставания или опережения работают схемы И1 или И2 и на соответствующих выходах ФД появляются сигналы «Отставание» и «Опережение». Пройдя через инерционный элемент ИЭ, в качестве которого применяется реверсивный счетчик, они превращаются в импульсы добавления «Добавление» или вычитания «Вычитание».

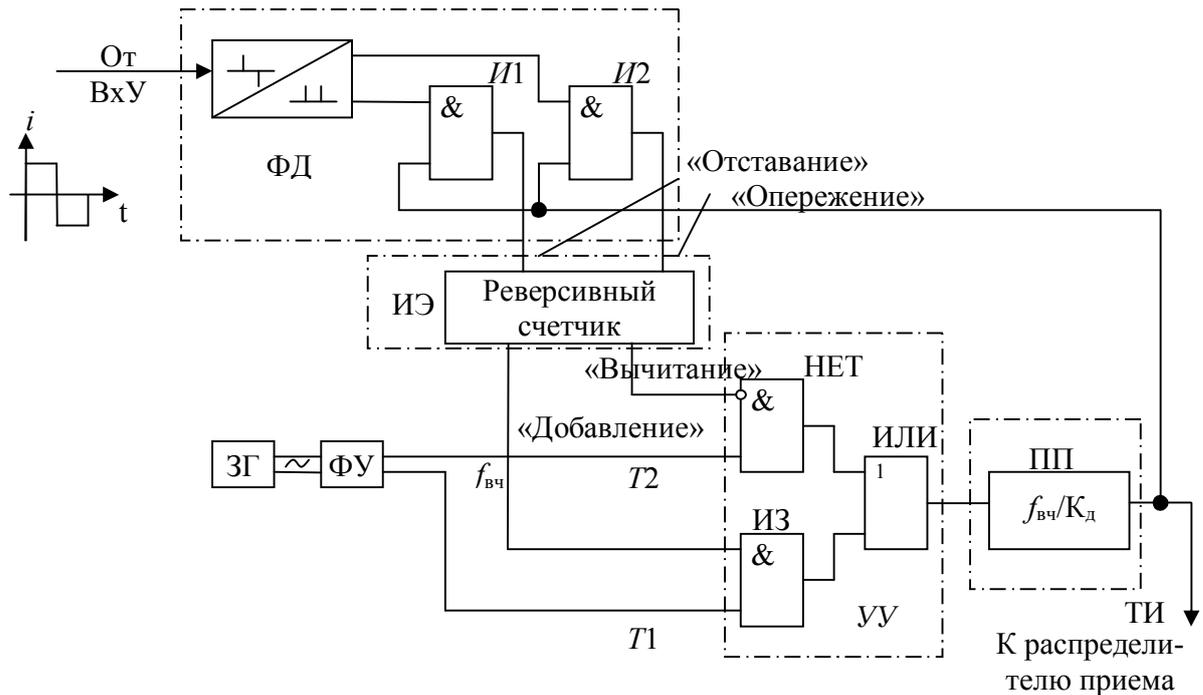


Рис. 9.5. Устройство синхронизации дискретного действия

Интегрирующий элемент уменьшает погрешность в работе УС при случайных искажениях входящих посылок. Воздействие на управляющее устройство будет лишь при регулярном отклонении фазы импульсов местного генератора в ту или иную сторону, когда реверсивный счетчик окажется в одном из крайних положений.

На рис. 9.6 приведена временная диаграмма работы управляющего устройства. На его входы поступают высокочастотные импульсы  $T1$  и  $T2$  от формирующего устройства ФУ и корректирующие импульсы от фазового дискриминатора, прошедшие через ИЭ. Импульсы «Добавление» совпадают с последовательностью  $T1$ , а импульсы «Вычитание» – с последовательностью  $T2$ .

Если от ФД корректирующих импульсов нет (режим «синхронно»), то импульсы последовательности  $T2$  с периодом  $T_{вч}$ , поступающие на прямой вход логического элемента *НЕТ*, проходят на его выход и через логический элемент *ИЛИ* подаются на делитель частоты. Следовательно, импульсы на выходе УУ совпадают по фазе с последовательностью импульсов  $T2$ . Если имеет место режим «Опережает», то корректирующий импульс появляется на шине «Вычитание». Он подается на инверсный вход логического элемента *НЕТ* одновременно с импульсом последовательности  $T2$ . В результате один из высокочастотных импульсов на выходе УУ пропадает. В режиме «Отстает» корректирующий импульс возникает на шине «Добавление». По фазе он совпадает с последовательностью  $T1$  и действует на один из входов логического элемента *ИЗ*.

На выходе последнего в промежутке между импульсами последовательности  $T2$  появляется сигнал, т.е. в последовательности высокочастотных импульсов на выходе элемента *ИЛИ* возникает лишний импульс.

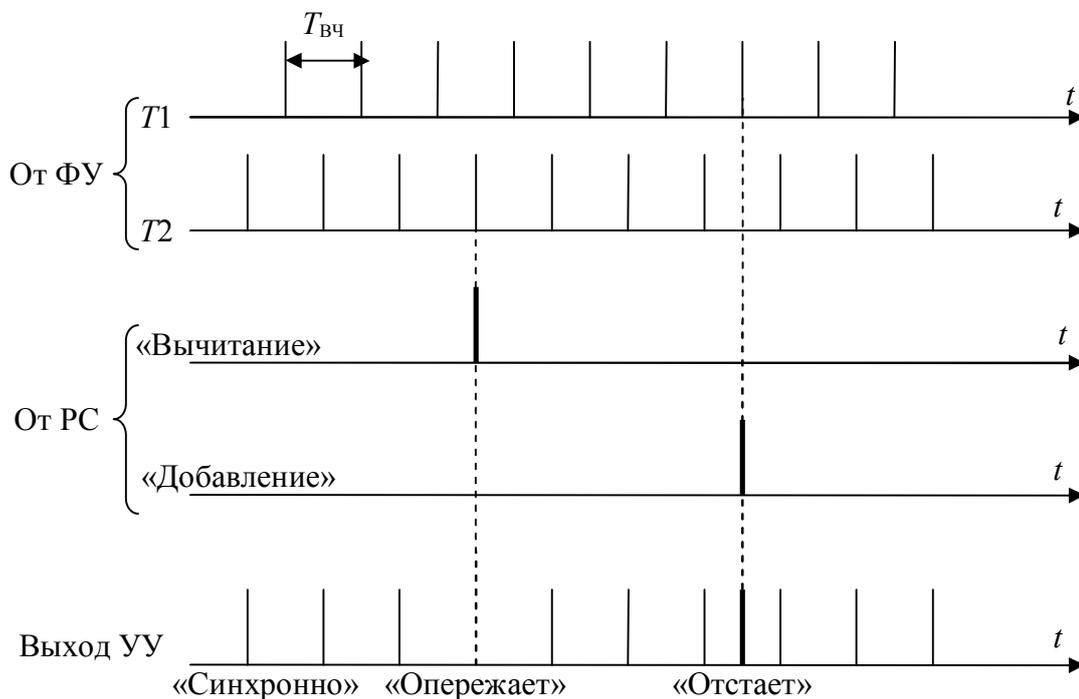


Рис. 9.6. Временная диаграмма работы управляющего устройства

На временной диаграмме работы УУ в последовательности импульсов на его выходе (рис. 9.6) можно отметить участки, где частота следования импульсов уменьшается или увеличивается. Если такую последовательность подать на вход делителя частоты, например, с коэффициентом деления  $k_{\partial} = 5$ , то работу последнего можно проследить по временной диаграмме, приведенной на рис. 9.7.

На рис. 9.7, а показан нормальный процесс деления на 5. Период выходных импульсов, следующих с частотой  $f_{mi}$  будет равен  $5T_{\partialч}$ . В случае добавления (рис. 9.7, б) или вычитания (рис. 9.7, в) одного импульса в последовательности, поступающей с выхода УУ на делитель частоты, фаза импульсов на его выходе сместится соответственно в сторону отставания или опережения на  $\Delta t = T_{\partialч}$ . И период выходных импульсов  $f_{mi}$  станет либо  $6T_{\partialч}$ , либо  $4T_{\partialч}$ . Таким образом, добавлением или вычитанием импульсов можно легко изменить частоту последовательности тактовых импульсов в нужную сторону.

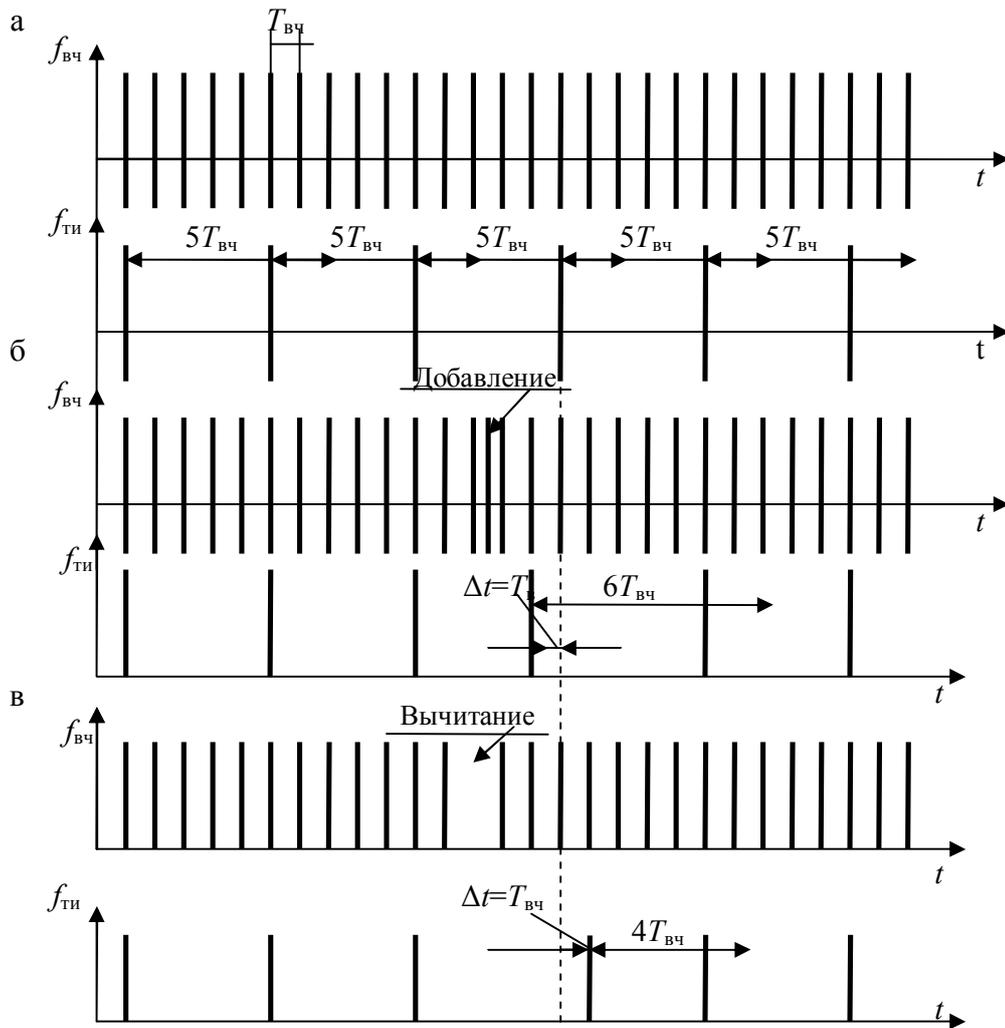


Рис. 9.7. Временная диаграмма делителя частоты с  $k_d = 5$

Степень воздействия на частоту тактовых импульсов при появлении одного из корректирующих импульсов на шинах «Добавление» или «Вычитание» остается всегда постоянной. Число же следующих подряд корректирующих импульсов пропорционально рассогласованию частот.

Подстройку фазы тактовых импульсов приемника можно производить путем удлинения или укорачивание регистра сдвига. Схема такого устройства синхронизации приведена на рис. 9.8.

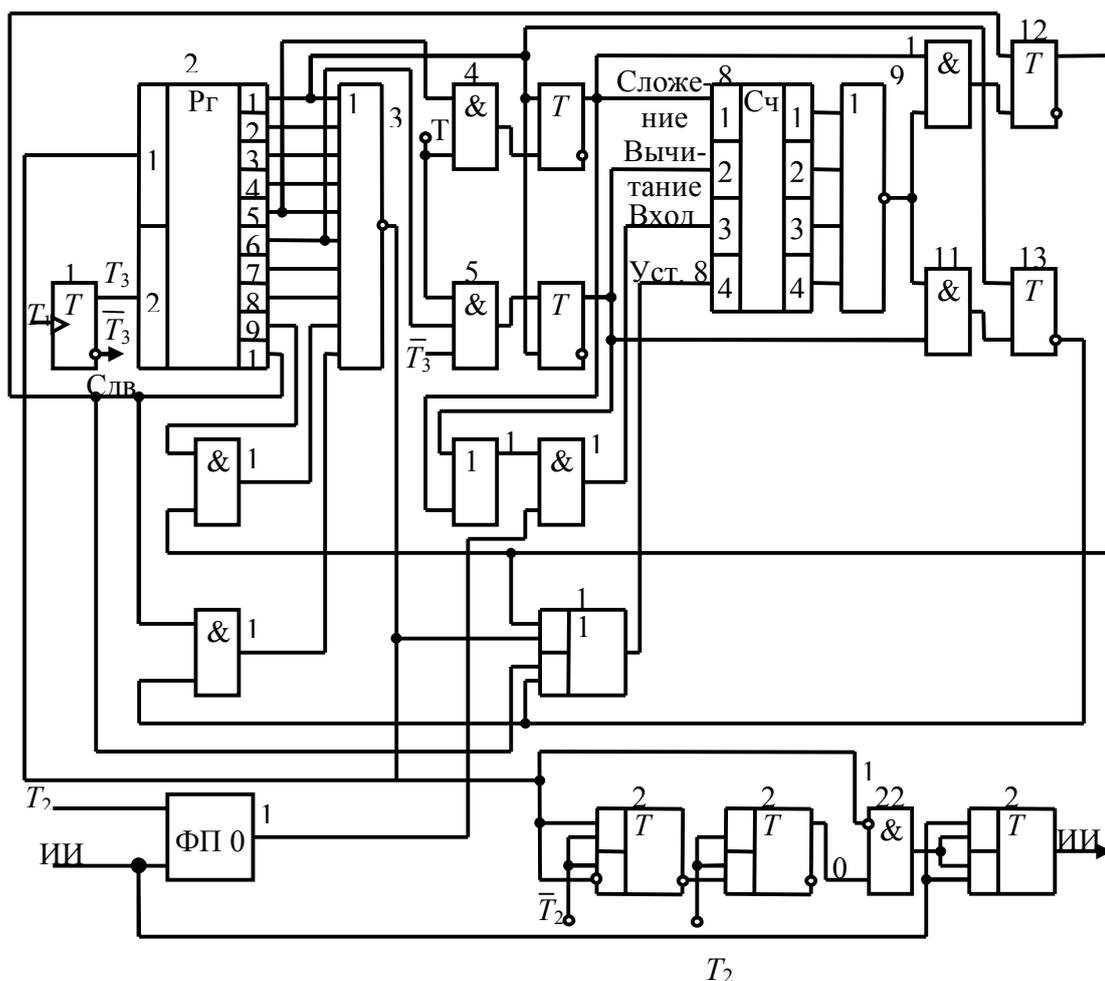


Рис. 9.8. Функциональная схема синхронизации по тактам

Регулирование фазы выполняется без непосредственного воздействия на генератор тактовых импульсов, для чего в состав формирователя тактовых импульсов включается кольцевой десятитактный регистр сдвига, разделяющий тактовый импульс на десять не пересекающихся во времени интервалов. Фаза тактовых импульсов приемника изменяется искусственным укорочением регистра сдвига при отставании тактовых импульсов приемника от поступающих из канала связи импульсов или удлинением регистра сдвига в противном случае. В устройстве имеется схема фиксации моментов перехода через нуль сигналов, приходящих из канала связи, – схема выделения фронтов. Фазовый дискриминатор определяет положение принятого импульса по отношению к тактовому импульсу приемника. Для характеристики фазовых соотношений импульсов различают зону отставания, зону опережения и зону синхронного приёма. Последняя расположена посередине тактового импульса приемной части. Коррекция фазы тактовых импульсов приемника необходима, если фронты принимаемых импульсов попадают в зону опережения или отставания. Для обеспечения достаточной помехоустойчивости синхронизации фазовое рассогласование интегрируется реверсивным счетчиком. Коррекция фазы про-

изводится только в том случае, если счетчиком зафиксировано определенное число импульсов рассогласования.

Кроме коррекции фазы в устройстве осуществляется поэлементный прием информационных сигналов методом стробирования.

Устройство состоит из следующих элементов: регистра 2, схемы регулировки цикла регистра (триггеры 12, 13; схемы И14, 15); схемы ввода 1 в регистр (схема ИЛИ – НЕ 3), фазового дискриминатора (схема ИЛИ 16; схемы И 4, 5, 17; триггеры 6, 7), интегратора (счетчик 8; схема ИЛИ – НЕ 9), схемы фиксации перехода через нуль информационных сигналов (ФПО 19), схемы стробирования импульсов (схемы И22; триггеры 20, 21, 23).

От генератора тактовых сигналов постоянно поступают тактовые импульсы  $T_1$  со скважностью два и частотой  $f = 20\nu$  (где  $\nu$  – частота модуляции). Счетным триггером 1 формируются тактовые сигналы  $T_3$  и  $\bar{T}_3$  с частотой  $f_1 = 10\nu$ . Сигналы  $T_3$  продвигают 1 в регистре сдвига 2. Запись 1 в первую ячейку регистра сдвига осуществляется от схемы ИЛИ–НЕ 3. Сигнал на выходе этой схемы возникает при отсутствии 1 на всех ее входах. Изменение цикла регистра производится с помощью триггеров 12 и 13 и схем И14 и 15. В исходном состоянии (при отсутствии расхождения фаз) на схему И15 от триггера 13 поступает сигнал 0, исключая влияние десятой ячейки распределителя, на работу схемы ИЛИ–НЕ3, а на схему И14 поступает сигнал 1 от триггера 12, в результате чего выход девятой ячейки регистра оказывается подключенным ко входу схемы ИЛИ–НЕ3. Таким образом, если коррекция фазы не производится, сигнал на выходе схемы ИЛИ–НЕ 3 появляется одновременно с сигналом от десятой ячейки регистра, а запись 1 в первую ячейку происходит следующим сигналом  $T_3$ . В этом случае цикл регистра равен 10 тактам  $T_3$ . Временная диаграмма для этого случая приведена на рис. 9.9, а.

Из информационных импульсов ИИ с помощью тактовых импульсов высокой частоты (96 кГц)  $T_2$  схема ФП 0 формирует короткие импульсы длительностью от одного до двух периодов сигнала  $T_2$ , совпадающие по фронту с моментом перехода через нуль информационных посылок.

Фазовый дискриминатор постоянно контролирует попадание этих сигналов в одну из трех зон. В зоне отставания триггер 6 находится в состоянии 1. Он взводится по сигналу первой ячейки регистра 2 и сбрасывается от схемы И 4 по совпадению сигнала  $T_1$  и импульса от 5-й ячейки регистра. В зоне опережения триггер 7 находится в состоянии 1. Он взводится от схемы И5 по совпадению тактовых сигналов  $T_1$ ,  $\bar{T}_3$  и импульса от 6-й ячейки регистра. Таким образом, ширина зоны синхронного приема составляет  $1,5T_3$ , а зоны отставания и опережения – по  $4,25T_3$ . Выходные сигналы ИЛИ–НЕ3 по частоте соответствуют частоте модуляции сигналов в линии связи  $\nu$ .

Сигналы от триггеров 6 и 7 через схему ИЛИ16 поступают на схему И17, разрешая прохождение импульсов от ФП 0 на четырехразрядный двоичный счетчик 8. Если 1 поступает от триггера 6, счетчик 8 работает на сложение. Ес-

ли же 1 поступает от триггера 7, счетчик 8 работает на вычитание, причем за один цикл регистра в счетчик может быть введен только 1 импульс.

Предварительно в счетчик 8 записывается число 8. Схема *ИЛИ-НЕ9* срабатывает при нулевом состоянии счетчика, т. е. когда разность числа «отстающих и опережающих» импульсов будет равна 8. Если зафиксировано отставание, то сигнал на выходе схемы *ИЛИ-НЕ9* совпадает с сигналом 1 на выходе триггера 6, в результате чего сигналом от схемы *И10* сбрасывается триггер 12. Сигнал 0 с этого триггера поступает на схему *И14*, при этом запрещается поступление сигнала с 9-й ячейки регистра на схему *ИЛИ-НЕ3*. Схема *ИЛИ-НЕ3* срабатывает одновременно с 9-й ячейкой регистра, т. е. цикл регистра уменьшается на один такт  $T_3$  (рис. 9.9, б).

Если зафиксировано опережение, то сигнал на выходе схемы *ИЛИ-НЕ9* совпадает с сигналом 1 от триггера 7, и через схему *И11* сбрасывается триггер 13. Схемой *И15* подключается к входу схемы *ИЛИ-НЕ3* выход 10-й ячейки регистра. Цикл регистра удлиняется на один такт  $T_3$  (рис. 9.9, в).

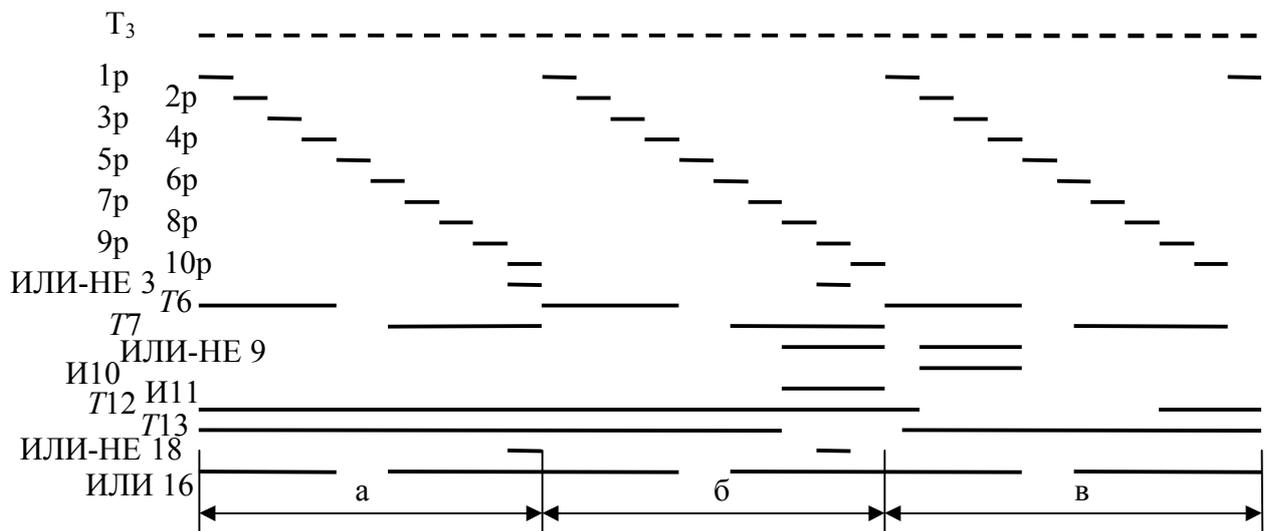


Рис. 9.9. Временная диаграмма работы устройства:

а – коррекция отсутствует; б – коррекция при отставании; в – коррекция при опережении

Выходной сигнал схемы *ИЛИ – НЕ 3* через схему *И – ИЛИ 18* вводит число 8 в реверсивный счетчик. Установка триггера 12 в исходное состояние производится от 10-й ячейки регистра, а триггера 13 – по сигналу 1-й ячейки регистра (рис. 9.8).

Поэлементный прием методом стробирования осуществляется с помощью триггера 23, на вход которого поступают информационные сигналы *ИИ* и короткие стробирующие импульсы длительностью полпериода  $T_2$ . Стробирующие импульсы формируются с помощью триггеров 20 и 21 и схемы *И22*.

На рис. 9.10 приведена схема алгоритма, поясняющая функционирование устройства.

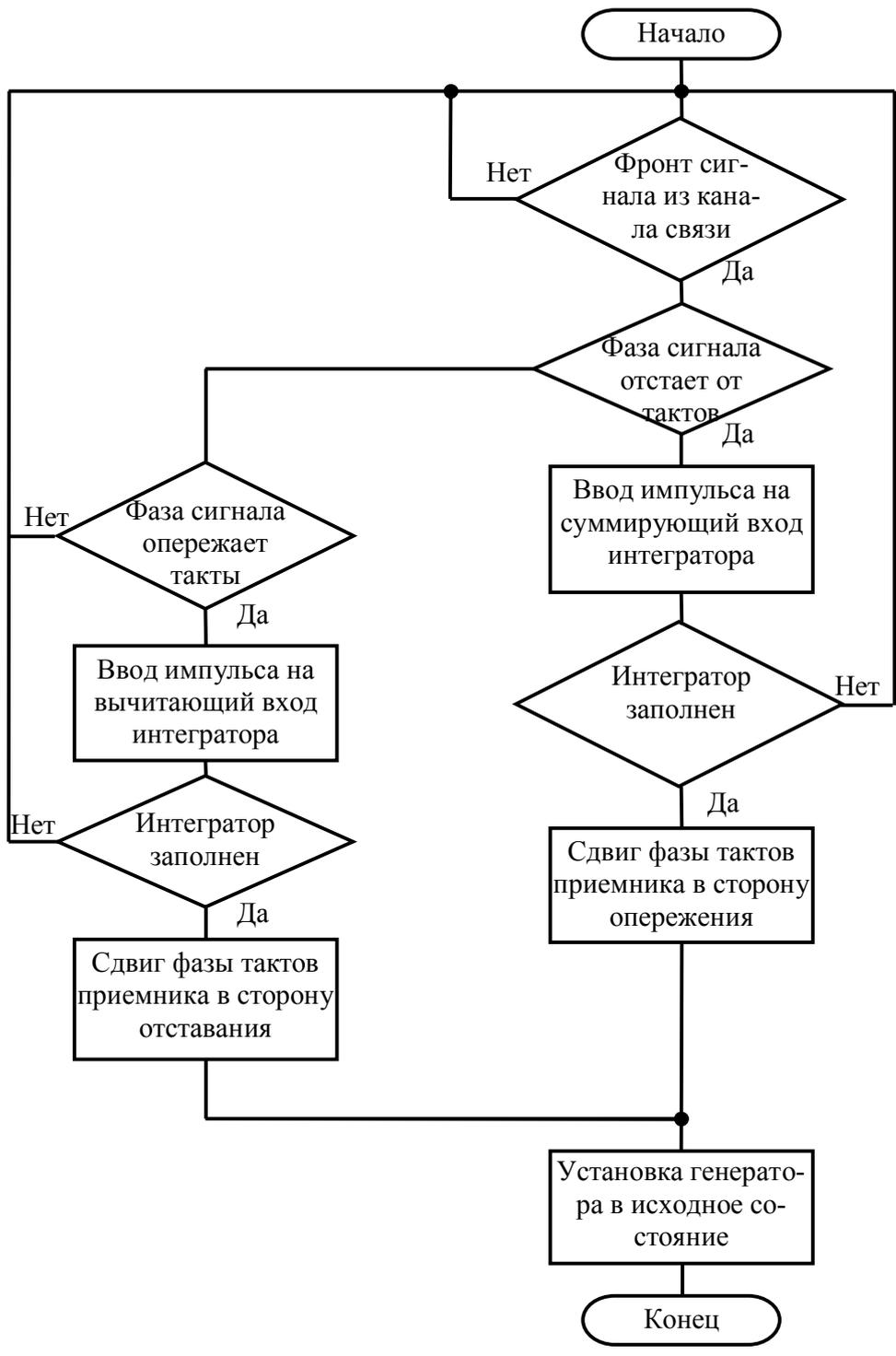


Рис. 9.10. Схема функционирования устройства синхронизации

### 9.3. Статическое устройство синхронизации

Структурная схема статического устройства синхронизации с дискретным управлением приведена на рис. 9.11. Рассмотрение ведется для случая использования пятиэлементного кода МТК–2. Стартстопное устройство синхронизации включает в себя логическую схему *НЕТ*, включаемую между формирующим устройством *ФУ* и делителем частоты *Д*, логическую схему *И*, пусковой триггер *ПТ* и шину установки фазы. Распределитель приема *РПр* помимо выходов 1–5 для регистрации кодовых импульсов имеет выходы *С* (стоп) и *П* (пуск).

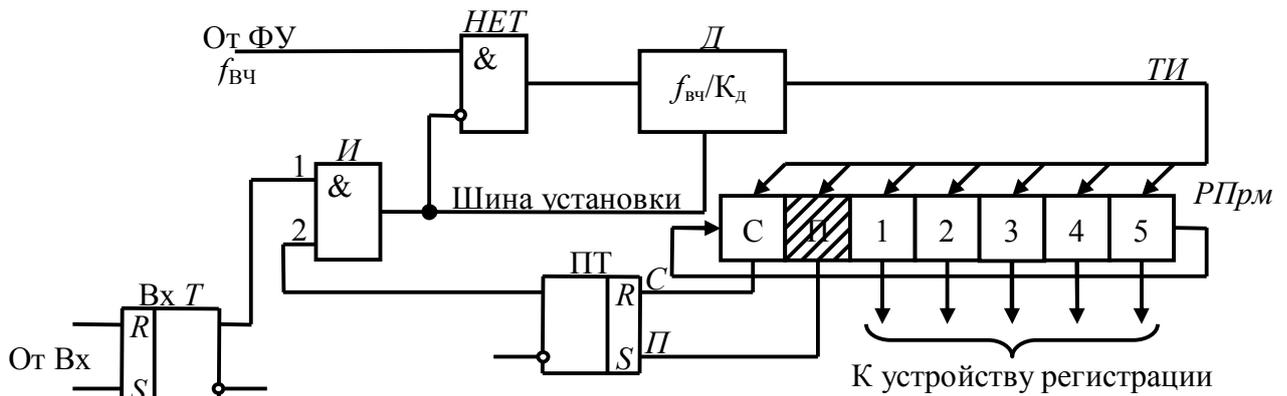


Рис. 9.11. Статическое устройство синхронизации

В исходном состоянии с линии приходит стоповый импульс и с входного триггера *ВхТ* на вход 1 схемы *И* поступает сигнал логической 1. Пусковой триггер *ПТ* находится в таком положении, когда на вход 2 схемы *И* также поступает сигнал логической 1. Сигналом на выходе схемы *И* запрещается подача высокочастотных импульсов на вход делителя частоты. Этим же сигналом по шине установки фазы делитель частоты приводится в исходное состояние. В распределителе логическая 1 находится в ячейке *П* (отмечено штриховкой).

При поступлении из канала стартового импульса на вход 1 схемы *И* подается сигнал логического 0. Сигнал с запрещающего входа схемы *НЕТ* и с шины установки фазы снимается, и высокочастотные импульсы от *ФУ* начинают поступать на вход делителя частоты *Д*. Исходное состояние делителя таково, что первый импульс на его выходе появится ровно через время  $t_0 / 2$  от начала поступления импульсов на его вход. Это было обеспечено установкой его в нужное состояние сигналом на шине установки фазы. Тактовые импульсы на выходе делителя частоты с периодом  $t_0$  поступают на распределитель приема *РПр*, и он начинает работать. Первым появится сигнал на выходе *П*, который приводит пусковой триггер *ПТ* в другое состояние. На вход 2 схемы *И* поступает сигнал логического 0, который будет существовать до окончания цикла

приема. Этим исключается остановка работы делителя частоты при поступлении от входного триггера сигнала логической 1 в случае приема кодовой 1.

Начинается регистрация кодовых импульсов сигналами, вырабатываемыми распределителем приема  $РП_{рм}$  на входах 1–5. По окончании приема всей комбинации из канала поступает стоповый импульс и на вход 1 схемы  $И$  от  $ВхТ$  подается сигнал логической 1. Спустя некоторое время, зависящее от темпа работы местного генератора (синхронно, опережает, отстает), появляется сигнал на выходе  $С$  распределителя и пусковой триггер  $ПТ$  переводится в состояние, когда на вход 2 схемы  $И$  поступает сигнал логической 1. На выходе схемы  $И$  появляется сигнал, запрещающий подачу высокочастотных импульсов через схему  $НЕТ$  на делитель частоты, а сигналом на шине установки фазы делитель  $Д$  приводится в исходное состояние. Цикл приема завершен.

Динамика работы статического УС поясняется временной диаграммой (рис. 9.12).

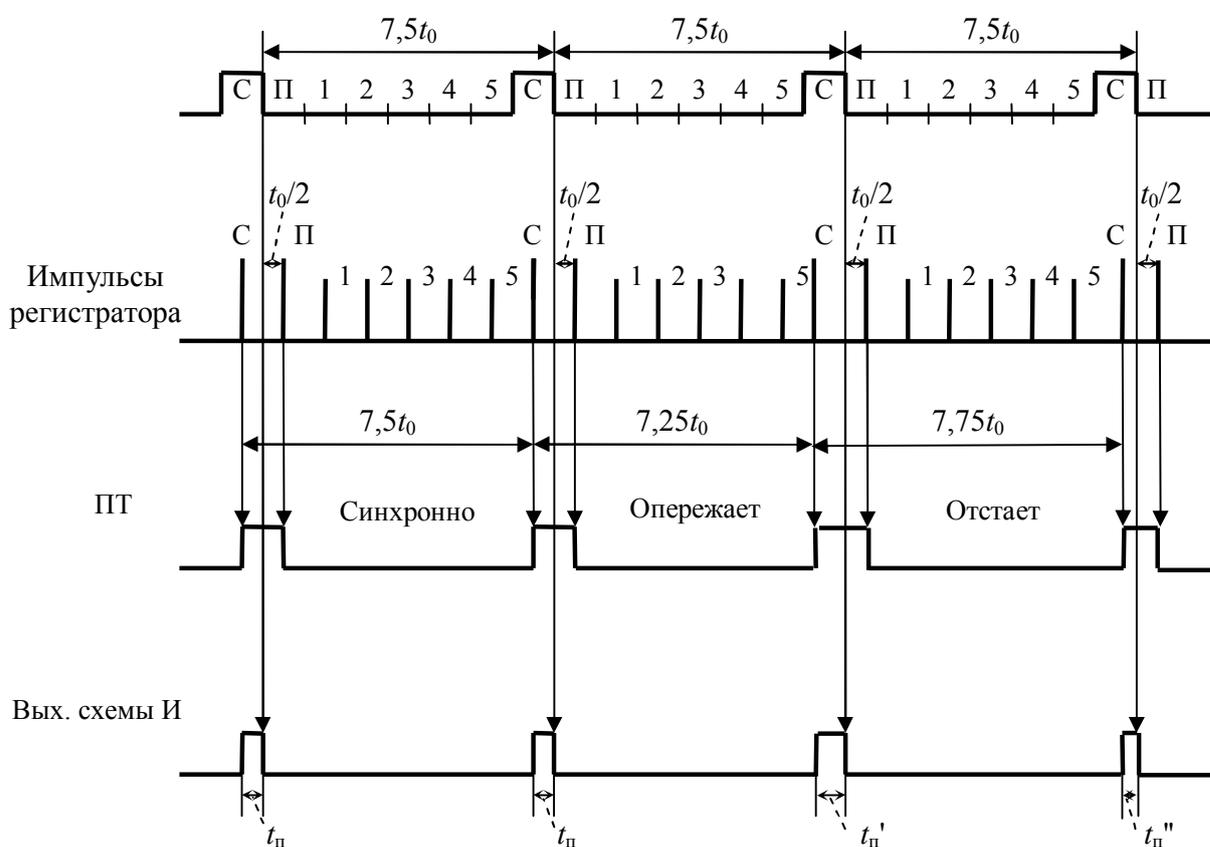


Рис. 9.12. Временная диаграмма работы статического УС

Период работы входного триггера ( $ВхТ$ ) принят за идеальный и составляет  $7,5t_0$ . Период работы пускового триггера зависит от режима работы местного генератора, который может вырабатывать частоту  $f_{г} = f_{н}$  (синхронно),  $f_{г} > f_{н}$  (опережение) и  $f_{г} < f_{н}$  (отставание). В зависимости от этого меняется

период работы пускового триггера  $ПТ$ , причем смещаются лишь мгновения начала его работы. Время, в течение которого высокочастотные импульсы не подаются на вход делителя частоты (время простоя распределителя на стопе  $t_n$ ), определяется началом работы  $ПТ$  и началом стартового импульса, поступающего от  $ВхТ$ . Поскольку входные импульсы имеют стабильный период, а период работы  $ПТ$  может меняться, то время простоя распределителя меняется от  $t_n = t_0$  (синхронный режим) до  $t_n' > t_n$  (режим опережения) и  $t_n'' < t_n$  (режим отставания). Таким образом, увеличение или уменьшение частоты местного генератора компенсируется соответственно увеличением или уменьшением времени простоя. Это значит, что устранение асинхронности происходит в периоды отсутствия распределителя приема, т.е. в статическом режиме. Эффект воздействия на частоту тактовых импульсов пропорционален рассогласованию (система с плавным управлением). Непосредственного воздействия на параметры генератора нет.

#### 9.4. Требования к устройствам фазирования и их классификация

Процесс фазирования состоит в определении начала каждой кодовой комбинации. При использовании равномерных кодов он сводится к формированию на приеме последовательности импульсов регистрации с периодом  $nt_0$  и правильной нумерации импульсов в ней.

В стартстопных аппаратах эта процедура решается достаточно просто, так как каждая «порция» регистрирующих импульсов строго привязана к началу стартового импульса и нумерация их всегда начинается с единицы, соответствующая нумерации принимаемых кодовых импульсов.

В синхронных приемниках необходима специальная процедура поиска начала кодовой группы, чтобы от него начинать отсчет номеров регистрирующих импульсов. Оттого, насколько правильно выполнена эта процедура, совпадут ли номера регистрируемых и регистрирующих импульсов, зависит правильность работы дешифратора, а следовательно, и правильность работы всего приемника. Исходя из этого, в синхронных приемниках для выполнения операции фазирования применяют специальную комбинацию, называемую **фазирующей кодовой комбинацией (ФКК)**. В передатчике имеется датчик ФКК, а в приемнике — дешифратор ФКК. Правильно расшифрованная ФКК является признаком совпадения номеров входящих и регистрирующих импульсов.

Устройства фазирования должны удовлетворять ряду требований:

- быстро входить в фазу при первоначальном включении и возобновлении работы после потери синфазности;
- иметь высокую помехоустойчивость при работе по каналам с помехами, выражаемую минимальной вероятностью ложного фазирования;

- незначительно снижать пропускную способность из-за необходимости передавать служебную информацию в виде ФКК;
- быть простыми по построению, надежными в работе и иметь малую стоимость.

Устройства фазирования можно классифицировать по следующим признакам.

По способу передачи фазирующей кодовой комбинации:

– *безмаркерные*, в которых ФКК передается во время отсутствия передачи полезной информации. Обычно это происходит до начала передачи или после обрыва канала. По завершении процесса фазирования передача ФКК прекращается и в канале идет лишь передача полезной информации;

– *маркерные*, в которых ФКК передается поэлементно в каждом рабочем цикле в виде маркера. Передача ФКК в виде маркеров осуществляется постоянно.

По режиму работы распределителя:

– *циклические*, в которых циклы определенной длины непрерывно следуют друг за другом. Если определить начало одного из циклов работы распределителя, то можно легко найти начала всех последующих циклов;

– *апериодические*, в которых начало одного цикла работы распределителя отделено от окончания предыдущего произвольным промежутком времени. В общем случае и длительность рабочих циклов может быть произвольной. В этом режиме приемнику очень трудно определить начало очередного рабочего цикла, так как заранее не известны мгновения начала и окончания любого из них.

В соответствии с рассмотренными признаками классификации различают три разновидности устройств фазирования: маркерное циклическое, маркерное апериодическое, безмаркерное циклическое.

Временные диаграммы работы устройств фазирования по этим трем способам приведены на рис. 9.13. При маркерном циклическом способе фазирования (рис. 9.13, а) в поток передаваемой полезной информации периодически (один раз за цикл) вводятся элементы ФКК. Если приемный распределитель находится в правильной фазе, то через каждые  $n$  циклов ( $n$  – число элементов ФКК) появляется сигнал, подтверждающий наличие синфазности. При отсутствии синфазности ФКК не регистрируется, что служит сигналом для коррекции фазы.

К достоинствам маркерного циклического способа фазирования следует отнести постоянный контроль за правильностью цикловой фазы и отсутствие необходимости специально прекращать передачу информации на время фазирования. Недостатком способа является большое время вхождения в фазу, так как ФКК передается поэлементно, и снижение пропускной способности системы из-за непрерывной передачи маркеров.

На рис. 9.13, б приведена временная диаграмма работы устройства фазирования по маркерному апериодическому способу. В начале каждого рабочего цикла имеется маркер начала (старт), который воздействует на распределитель

приема, пуская его в работу. В конце рабочего цикла передается маркер конца (стоп), который прекращает работу распределителя и устанавливает его в исходное состояние. Рабочие циклы могут отделяться друг от друга произвольным отрезком времени или следовать непрерывно.

Достоинством этого способа является практически мгновенное вхождение в фазу, а недостатком – уменьшение помехоустойчивости, так как искажения маркеров могут привести к неверному приему нескольких рабочих циклов.

На рис. 9.13, в приведена временная диаграмма работы безмаркерного циклического устройства фазирования при вхождении в фазу перед началом передачи полезной информации и после потери синфазности в процессе работы.

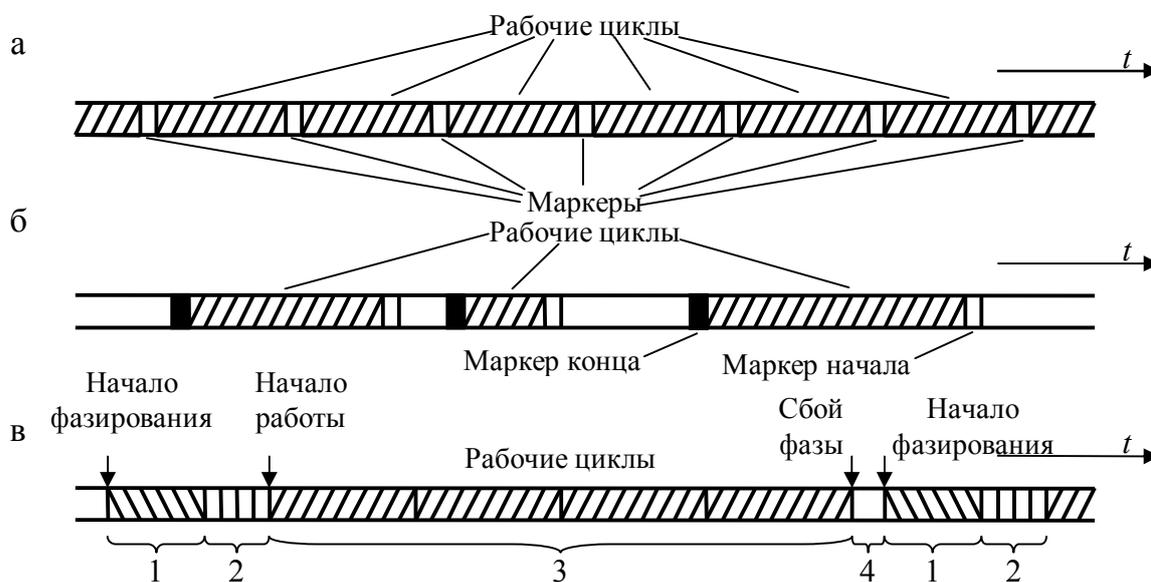


Рис. 9.13. Временные диаграммы работы устройства фазирования

Перед началом передачи информации в канал посылается ФКК. На ее отыскание и устранение асинфазности тратится некоторое время (позиция 1). После достижения синфазности приемник через некоторое время (позиция 2) переходит в рабочий режим, в котором ФКК не передается, а рабочие циклы следуют непрерывно друг за другом (позиция 3). Возможны случаи, когда из-за помех в канале появляется асинфазность. На обнаружение этого факта требуется некоторое время (позиция 4). После этого необходимо прекратить передачу полезной информации и вновь перейти в режим фазирования.

Достоинством этого способа фазирования является малое снижение пропускной способности, так как в рабочем режиме служебные сигналы не передаются, недостатки – необходимость прекращения передачи полезной информации на время фазирования и отсутствие непрерывного контроля за цикловой фазой.

## 9.5. Структурная схема безмаркерного циклического устройства фазирования

На рис. 9.14 приведена структурная схема безмаркерного циклического устройства фазирования  $УФ$  и его взаимосвязь в приемнике с устройством синхронизации  $УС$ , а на рис. 9.15 – временная диаграмма работы такого  $УФ$ .

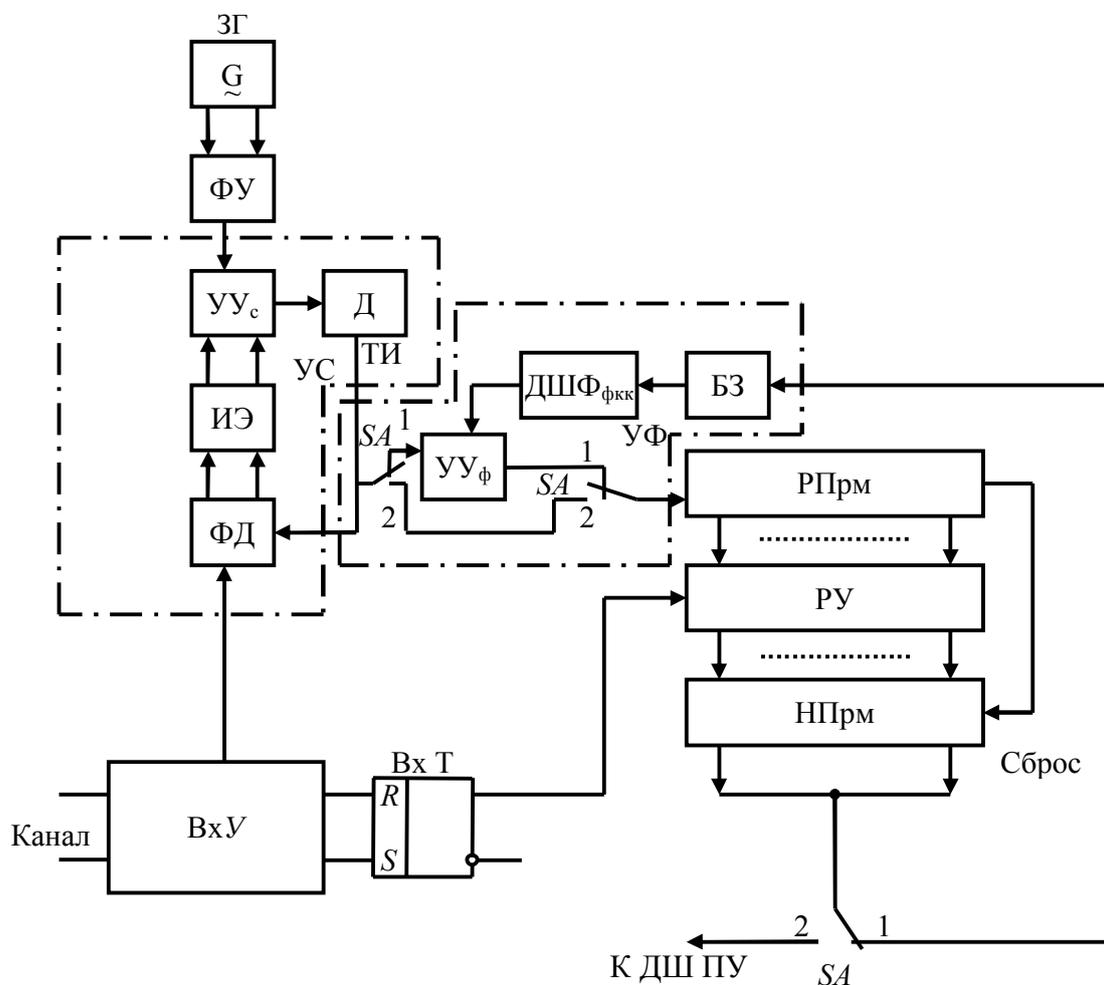


Рис. 9.14. Структурная схема безмаркерного циклического устройства фазирования

В состав устройства фазирования на передаче входит датчик фазирующей кодовой комбинации  $Д_{ФКК}$ , а на приеме – дешифратор этой комбинации  $ДШ_{ФКК}$ . Кроме того,  $УФ$  содержит блок защиты от ложного фазирования  $БЗ$  и устройство управления  $УУ_{Ф}$ . Безмаркерное  $УФ$  имеет два режима: режим фазирования (ключ  $SA$  в положении 1) и режим работы (ключ  $SA$  в положении 2).

В режиме фазирования (в начале, перед передачей полезной информации или после сбоя фазы) передающая станция должна посылать фазирующую кодовую комбинацию (ФКК), например, 00100 на рис. 9.15, а, а приемная станция – находится в режиме фазирования. При этом происходит поиск ФКК дешиф-



## 10. УСТРОЙСТВА СОПРЯЖЕНИЯ С ЛИНИЯМИ И КАНАЛАМИ

Для гальванической развязки линейных и местных цепей применяют оптроны. Рассмотрим принципы работы входных и выходных устройств.

### 10.1. Выходное устройство

Упрощенная схема выходного устройства, работающего в двух- и однополюсном режимах, приведена на рис. 10.1.

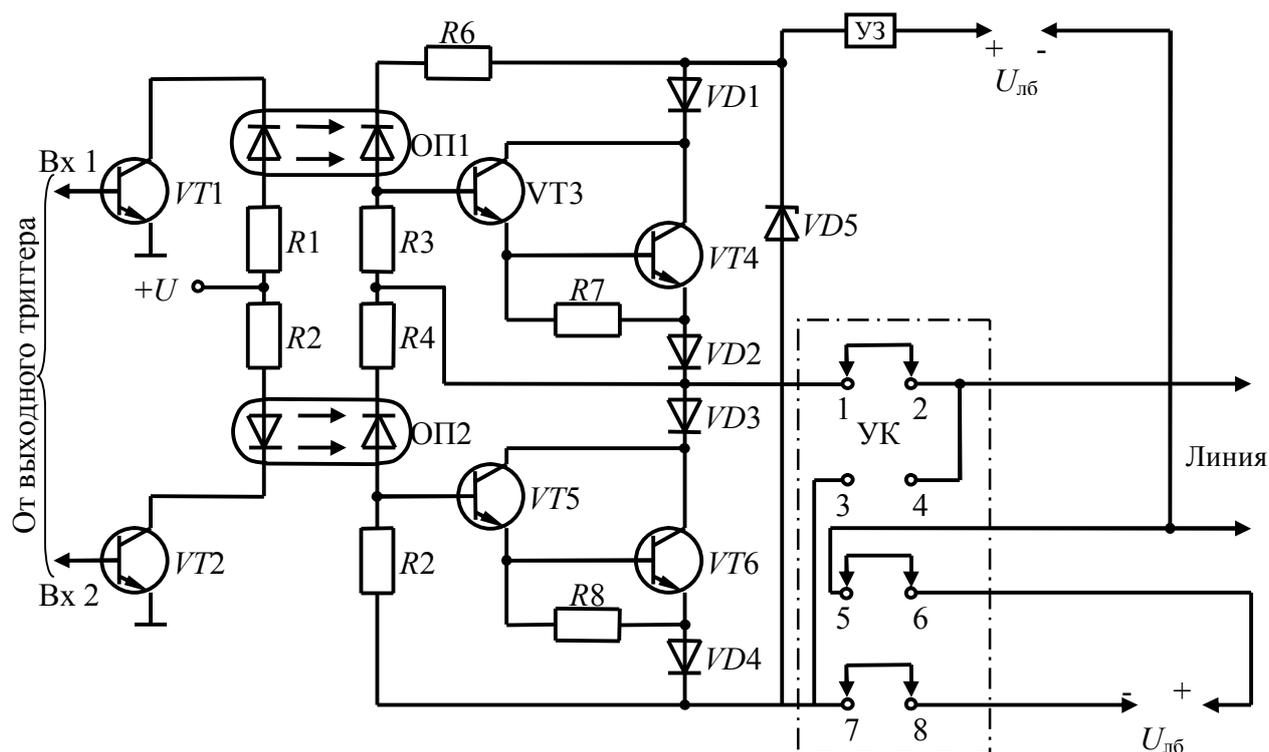


Рис. 10.1. Схема выходного устройства

При работе в двухполюсном режиме (перемычки 1 – 2, 5 – 6 и 7 – 8 узла коммутации УК) используются две линейные батареи ЛБ1 и ЛБ2. Сигналы от входного триггера поступают поочередно (в противофазе) на Vх1 и Vх2. При подаче сигнала логической 1 на Vх1 открывается транзистор VT1 и через светодиод оптронной пары ОП1 течет ток. Включается фотодиод ОП1 и открывается составной транзисторный ключ VT3–VT4. В результате в линейной цепи протекает ток от +ЛБ1, через устройство защиты от короткого замыкания в линии УЗ, диод VD1, транзистор VT4, диод VD2, перемычку 1 – 2, линию –ЛБ1. Аналогично работает нижнее плечо выходного устройства при подаче сигнала логической 1 на Vх2. В линии течет ток от батареи ЛБ2 через транзисторный ключ VT6.

При работе в однополюсном режиме (переключки 3 – 4 на *УК*) сигнал логической 1 поступает одновременно на *Vx1* и *Vx2*. В линии течет ток только от *ЛБ1*. При передаче бестоковой посылки ключи *VT4* и *VT6* закрыты.

Стабилитрон *VD5* служит для предохранения выходных транзисторных ключей от пробоя при работе на линию с большой индуктивностью.

## 10.2. Входное устройство

Входное устройство, как и выходное, входит в состав устройства сопряжения с линией (УСЛ) и обеспечивает согласование электрических характеристик канала связи и электронного телеграфного аппарата [17]. Упрощенная схема входного устройства, работающего в однополюсном режиме, приведена на рис. 10.2. Оно содержит следующие основные элементы: линейный фильтр (дроссели *L1* и *L2*, конденсаторы *C1* и *C2*), необходимые для ограничения спектра принимаемого сигнала; стабилитроны *VD1*, *VD2* для защиты от токовых перегрузок; диодный мост *VD3-VT6*, предназначенный для приема токового сигнала любой полярности; оптрон *ОП1*, обеспечивающий гальваническую развязку; оптрон *ОП2* для установки уровня регистрации; ключевой *VT1* и выходной *VT2* транзисторы.

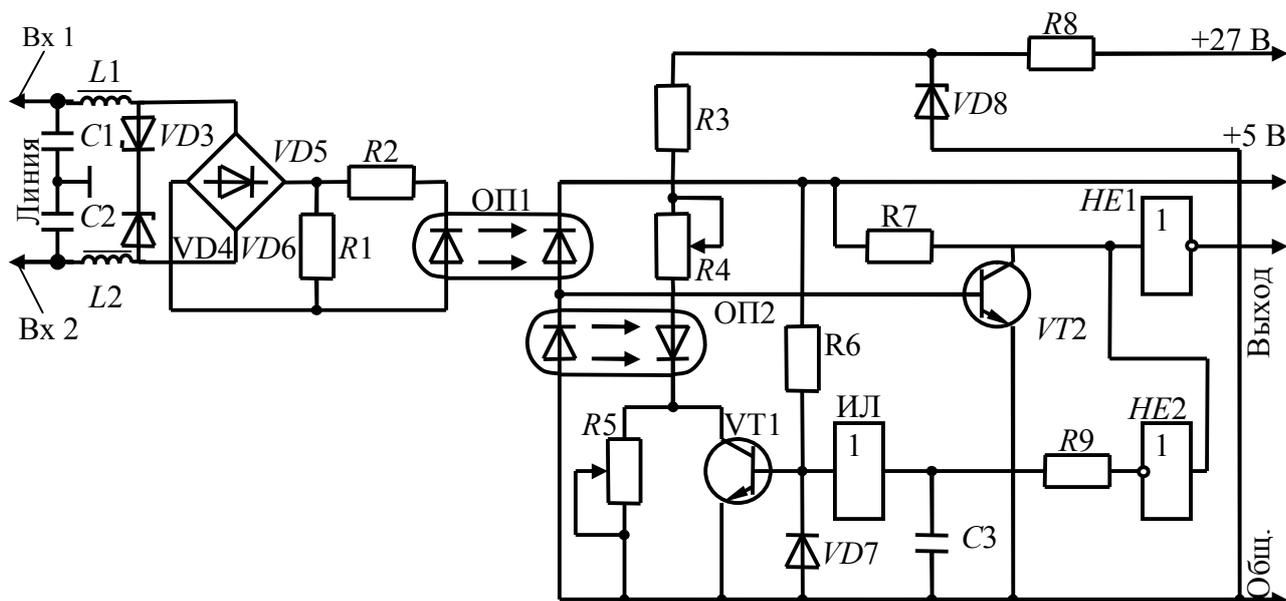


Рис. 10.2. Схема входного устройства

При отсутствии тока на входе по цепи: +27 В, резисторы *R8*, *R3*, *R4*, светодиод *ОП2*, резистор *R5*, провод *ОБЩ* течет постоянный ток, который задает уровень регистрации. Этот уровень можно менять резистором *R4*. Через сопротивление фотодиода оптрона *ОП2* на базу транзистора *VT2* подается запирающий потенциал. На вход инвертора *HE1* поступает потенциал (логическая 1), а на выходе электронного устройства появляется сигнал логического 0.

При протекании тока через светодиод оптронной пары *ОП1* уменьшается сопротивление фотодиода этой пары. В результате изменяется соотношение плечей делителя напряжения, образованного сопротивлениями фотодиодов оптронов *ОП1* и *ОП2*. На базе транзистора *VT2* появляется отпирающий потенциал. Сигнал логического 0 через инвертор *HE2*, линию задержки *R9*, *C3*, схему *ИЛИ* поступает на базу *VT1*, который открывается и шунтирует резистор *R5*. В результате уровень порога срабатывания автоматически увеличивается до значения, равного половине амплитуды входного сигнала. На выходе инвертора *HE1* появляется сигнал логической 1. Элементы *R8*, *VD8* служат для параметрической стабилизации уровня регистрации.

Упрощенная схема входного устройства, работающего в двухполюсном режиме, приведена на рис. 10.3.

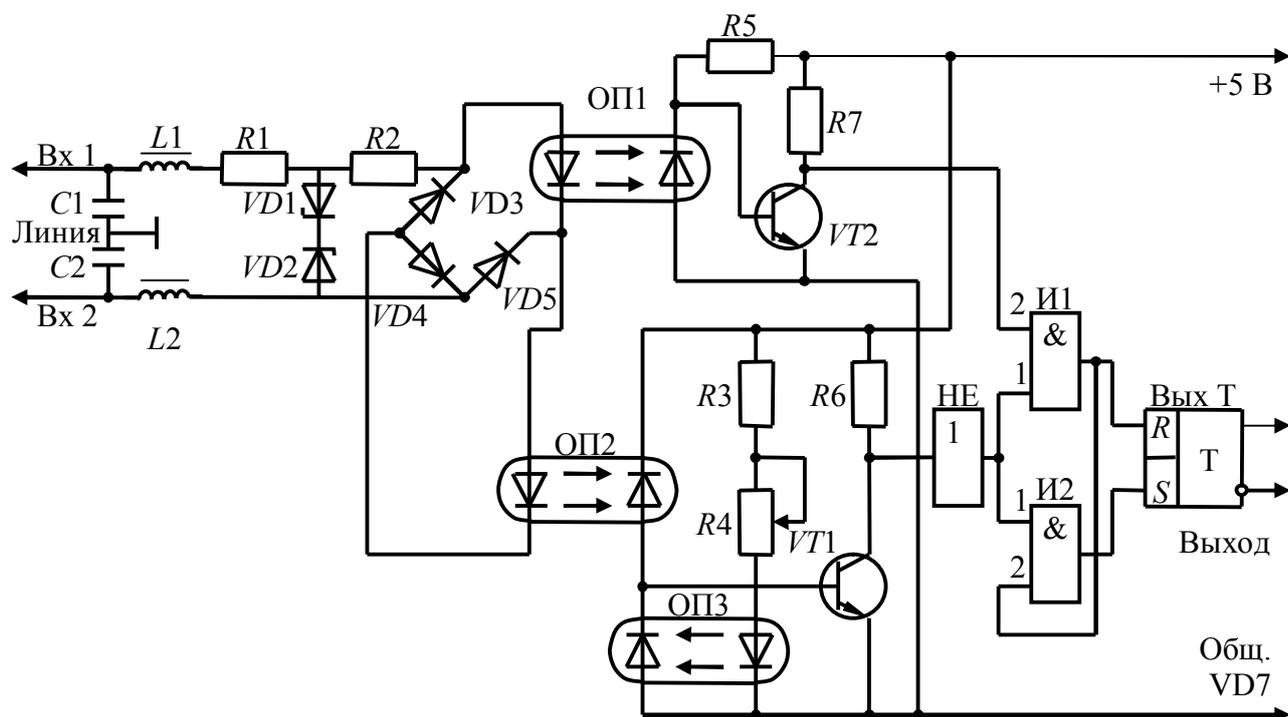


Рис. 10.3. Схема входного устройства, работающего в двухполюсном режиме

При появлении в линии отрицательного импульса начинает протекать ток по цепи: *Vx2*, дроссель *L2*, диод *VD5*, светодиод оптрона *ОП2*, диод *VD3*, резисторы *R2*, *R1*, дроссель *L1*, *Vx1*. Так как ток через светодиод оптронной пары *ОП1* не протекает, то транзистор *VT2* оказывается открытым и на второй вход схемы *И1* поступает сигнал логического 0. На выходе этой схемы появляется сигнал логической 1 и устанавливается выходной триггер *ВыхТ* в положение 1.

С инверсного выхода триггера снимается сигнал логического 0. Резистором *R4* определяется оптимальный уровень фиксации двухполюсных сигналов.

## 11. РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИФРОВЫХ ЛИНИЙ СВЯЗИ

При расчете цифровых линий связи одной из важных задач является установление соотношений между параметрами этих линий и требуемыми показателями качества передачи информации.

Исходными данными для расчета являются:

- достоверность передачи информации, задаваемая допустимой вероятностью ошибки на один информационный символ (или кодовое слово);
- скорость передачи информации;
- дальность действия линии связи;
- вид канала связи, характеризуемый условиями распространения сигналов в малом канале, статистикой помех, условиями работы.

Далее излагается методика инженерного расчета линии связи [7], основанная на энергетическом подходе к определению необходимых параметров линии, и приложение этой методики к некоторым важным случаям.

Рассмотрим данную методику относительно линий связи со свободно распространяющимися сигналами и прямой волной в предположении, что способы передачи и приема, вид канала и статистика помех известны.

В соответствии с известным уравнением дальности связи мощность сигнала на входе приемника определяется выражением

$$P_{\text{вх}} = P_{\text{изл}} \gamma_e G S_g / 4\pi r^2, \quad (11.1)$$

где  $P_{\text{изл}}$  – средняя мощность сигнала, излучаемого передатчиком;

$G$  – коэффициент направленного действия антенны передатчика;

$S_g$  – эффективная площадь приемной антенны;

$r$  – расстояние между передатчиком и приемником;

$\gamma_e$  – коэффициент учитывающий потери энергии сигнала в среде за счет поглощения.

Коэффициент потерь  $\gamma_e$  обычно принято выражать в виде

$$\gamma_e = 10^{-0,1\alpha r}, \quad (11.2)$$

где  $\alpha$  – коэффициент затухания, дБ/км.

В ряде случаев удобнее перейти от десятичного основания к натуральному. Тогда

$$\gamma_e = \exp(-0,23\alpha r). \quad (11.3)$$

Для электромагнитных колебаний с длиной волны  $\lambda > 10$  см потери поглощения невелики и с ними в первом приближении можно не считаться. При

$\lambda \approx 5$  см  $\alpha \approx 0,002-0,2$  дБ/км, при  $\lambda \approx 3$   $\alpha \approx 0,01-1,0$  дБ/км. Для акустических сигналов, распространяющихся в воде

$$\alpha \approx 0,036f^{3/2} \text{ дБ/км}, \quad (11.4)$$

где  $f$  – частота, кГц.

Итак, с учетом (11.3) выражение (11.1) принимает вид

$$P_{\text{вх}} = P_{\text{изл}} \frac{GS_{\text{э}}}{4\pi r^2} \exp(-0,23\alpha r). \quad (11.5)$$

Если основными помехами в линии связи являются внутренние флуктуационные шумы и другие случайные помехи шумового типа, то, пересчитав все эти помехи ко входу приемника, можно определить результирующую спектральную плотность помех на входе в виде

$$P_{o\Sigma}(f) = \sum_i P_{oi}(f) \quad (11.6)$$

Мощность всех помех на входе приемника, определяемая в полосе частот  $F_x$ , занимаемой спектром сигнала, равна

$$P_{\text{ш.вх}} = \int_{F_0 - F_x/2}^{F_0 + F_x/2} P_{o\Sigma}(f) df = P_{o\Sigma} F_x, \quad (11.7)$$

где  $F_0$  – частота несущей.

В простейшем случае, когда основной помехой являются только внутренние флуктуационные шумы приемника с равномерной спектральной плотностью  $P_o$ , мощность помехи на входе равна

$$P_{\text{ш.вх}} = P_o F_x = kT_{\text{э}} F_x, \quad (11.8)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К),

$T_{\text{э}}$  – эквивалентная шумовая температура входа.

С учетом (11.5) и (11.7) отношение средней мощности сигнала к средней мощности шума на входе приемника определяется формулой

$$\left( \frac{P_x}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вх}} = \frac{P_{\text{изл}} GS_{\text{э}}}{4\pi r^2 P_{o\Sigma} F_x} \exp(-0,23\alpha r). \quad (11.9)$$

Пусть для обеспечения требуемой вероятности ошибки при передаче одной двоичной единицы информации необходимо иметь энергетическое отношение сигнал/шум

$$h_{mp}^2 = E_x / P_{o\Sigma} = (P_x / P_{ш})_{ex} \tau_0 F_x. \quad (11.10)$$

Тогда требуемое отношение сигнал/шум на входе приемника

$$(P_x / P_{ш})_{mp} = h_{mp}^2 / \tau_0 F_x. \quad (11.11)$$

При определении требуемого отношения сигнал/шум в соответствии с выражением (11.11) обычно не учитывается ряд причин, снижающих помехоустойчивость приема. Тогда введя коэффициент запаса  $\gamma_{сист}$ , получим

$$(P_x / P_{ш})_{mp} = \gamma_{сист} \cdot h_{mp}^2 / \tau_0 F_x, \quad (11.12)$$

где коэффициент запаса  $\gamma_{сист}$  изменяется от 2 до 10 (3–10 дБ).

Для того чтобы линия связи обеспечивала передачу информации с помехоустойчивостью не ниже заданной, необходимо выполнить условие

$$(P_x / P_{ш})_{ex} \geq (P_x / P_{ш})_{mp}. \quad (11.13)$$

Приняв во внимание (11.9) (11.12) и (11.13), имеем

$$\frac{P_{изл} GS_{\Sigma}}{4\pi r^2 P_{o\Sigma}} \exp(-0,23\alpha r) \geq \gamma_{сист} \frac{h_{mp}^2}{\tau_0}. \quad (11.14)$$

При условии, что требуется малая вероятность ошибки приема ( $P_0 \ll 1$ ), выражение (11.56) для симметричного бинарного канала можно записать в виде

$$C \approx \max V_{\tau}. \quad (11.15)$$

В реальных условиях обеспечить передачу со скоростью, определяемой выражением (11.15), не удастся, так как реальная техническая скорость передачи снижается из-за потерь времени на синхронизацию, а также на защитные интервалы между комбинациями. Поэтому можно записать:

$$R_t = \gamma_R \max V_{\tau} = \gamma_R / \tau_0, \quad (11.16)$$

где  $\gamma_R$  может принимать значение порядка 0,6 - 0,9.

С учетом изложенного реальная информационная скорость передачи в симметричном дискретном канале с  $P_0 \ll 1$  определяется величиной

$$R_t = \gamma_R \max V_\tau \log n = \gamma_R \log n / \tau_0, \quad (11.17)$$

где  $n$  – основание первичного кода

С учетом (11.17) выражение (11.14) принимает вид

$$\frac{P_{изл} G S_\vartheta}{4\pi r^2 P_{o\Sigma}} \exp(-0,23\alpha r) \geq \frac{\gamma_{сисм} \cdot h_{mp}^2}{\gamma_R \log n} R_t \quad (11.18)$$

Это выражение является исходным и позволяет решать разнообразные задачи, связанные с расчетом параметров линии связи.

Применение изложенной методики расчета линий связи проиллюстрируем некоторыми примерами.

### 11.1. Энергетический расчет радиолинии "Космос – Земля"

Допустим, что по такой радиолинии необходимо передать телеметрическую информацию с вероятностью ошибки, равной  $P_{ош}$ . Будем полагать, что передача осуществляется двоичными сигналами методом ОФМП. При высоких требованиях к достоверности приема информации вероятность ошибки приема таких сигналов определяется выражением (4.59) [7]

$$P_{ош} = 0,5 \exp(-h^2). \quad (11.19)$$

Отсюда следует

$$h_{mp}^2 \geq h^2 = \ln\left(\frac{1}{2} P_{ош}\right). \quad (11.20)$$

Чтобы выполнить расчеты в соответствии с основным выражением (11.18), нужно найти эффективную площадь приемной антенны и коэффициент направленного действия передающей антенны. Из теории антенн известно, что коэффициент направленного действия антенны определяется выражением

$$G_A = \frac{4\pi \cdot S_A}{\lambda^2} \eta_A = \frac{4\pi \cdot S_\vartheta}{\lambda^2}, \quad (11.21)$$

где  $\eta_A$  – коэффициент, учитывающий эффективность использования общей площади раскрыва антенны  $S_A$  (апертуры антенны);

$S_\vartheta$  – эффективная площадь раскрыва антенны.

Величина коэффициента  $\eta_A$  зависит от типа и конструкции антенны. Для антенн параболического типа  $\eta_A \approx 0,5...0,7$  [7]. При расчетах величину  $\eta_A$  обычно берут равной 0,55. Выразив площадь антенны  $S_A$  через диаметр  $D$ , не трудно получить

$$G = \eta_A (\pi \cdot D / \lambda)^2, \quad (11.22)$$

$$S_A = \eta_A \cdot \pi \cdot D^2 / 4. \quad (11.23)$$

Ширина диаграммы направленности антенны по уровню половинной мощности определяется приближенной формулой

$$\Theta \approx 70 \cdot \lambda / D. \quad (11.24)$$

Принимая во внимание (11.20), (11.22) и (11.23) и учитывая, что поглощение энергии сигнала в атмосфере на рабочей частоте незначительно и им можно пренебречь, выражение (11.18) для двоичных сигналов можно представить в виде

$$\left( \frac{\pi \cdot D_{\bar{o}} \cdot D_z \cdot \eta_A}{2\lambda \cdot r} \right)^2 \cdot \frac{P_{изл}}{P_{o\Sigma}} \geq \frac{\gamma_{сист}}{\nu_R} \ln \left( \frac{1}{2P_{ош}} \right) R_t, \quad (11.25)$$

где  $\lambda = C / F_0$  – длина волны;

$C = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость распространения электромагнитных колебаний.

Соотношение (11.25) позволяет определить любой из параметров линии связи при условии, что все остальные параметры известны.

Если учесть, что для рассматриваемой линии связи  $\lambda = C / F_0 = 3 \cdot 10^8 / 2,3 \cdot 10^9 \approx 0,13$  м и  $P_{o\Sigma} = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 50 \approx 0,7 \cdot 10^{-21}$  Вт/Гц, и принять  $\gamma_{сист} = 4$ ,  $\nu_R = 0,75$ ,  $\eta_A = 0,55$ ,  $D_{\bar{o}} = 5$  м,  $D_z = 60$  м,  $P_{изл} = 30$  Вт, то для заданных конкретных условий из (11.82) следует соотношение

$$r^2 R_t \ln \left( \frac{1}{2P_{ош}} \right) \leq 0,8 \cdot 10^{22}. \quad (11.26)$$

Здесь расстояние  $r$  берется в километрах. При заданном значении ошибки  $P_{ош}$  выражение (11.26) определяет связь между достижимой дальностью связи и возможной при этом скоростью передачи.

## 11.2. Энергетический расчет радиолинии "Земля – Космос"

Если принять  $P_{изл} = 10^3$  Вт;  $D_{\delta} = 5$  м;  $T_3 = 1000$  К;  $D_3 = 25$  м;  $\gamma_{сист} = 4$ ;  $\gamma_R = 0,75$ ;  $\eta_A = 0,55$ , то в соответствии с выражением (11.25) получим

$$r^2 R_t \ln\left(\frac{1}{2} P_{ош}\right) \leq 0,2 \cdot 10^{22} \quad (11.27)$$

Нетрудно убедиться в том, что радиолиния с указанными параметрами может обеспечить передачу команд на весьма значительные расстояния. Так, например, при допустимой вероятности ошибки  $P_{ош} = 10^{-6}$  и скорости передачи информации  $G_1$  бит/с дальность действия радиолинии составит 4,5 млрд км.

## 11.3. Энергетический расчет цифровой гидроакустической линии связи

Распространение акустических сигналов в море сопровождается рядом сложных явлений, обусловленных отражениями от поверхности моря и дна, рассеянием на неоднородностях и поглощением энергии сигналов в морской среде.

На прием сигналов в гидроакустических каналах связи могут оказывать существенное влияние различные помехи: собственные шумы моря, шумы обитателей моря, шумы судовых двигателей. Учесть перечисленные факторы не представляется возможным.

Дальнейшее рассмотрение проведем при следующих условиях и допущениях:

1. Для передачи цифровой информации по гидроканалу применяются простые двоичные сигналы, инвариантные к частотным свойствам морской среды.

2. Гидроакустический канал узкополосный, т.е. выполняется условие  $F_x / F_0 \ll 1$ , где  $F_0$  – несущая частота посылки сигнала. Допущение об узкополосности канала позволяет считать, что среда не искажает форму огибающей посылки сигнала, а уменьшение энергии посылки из-за поглощения в морской среде определяется знанием коэффициента затухания на несущей частоте.

3. Влияние многолучевого эффекта в морской среде незначительно (при дальности связи 2–4 км) и его можно не учитывать.

4. Из различного вида возможных помех учитываются только принципиально неустранимые собственные шумы моря.

Третье и четвертое допущение позволяют считать, что узкополосный гидроакустический канал связи является гауссовским.

Суть энергетического расчета цифровой гидроакустической линии связи состоит в том, чтобы найти отношение сигнал/помеха на входе приемника, при котором обеспечивается требуемое качество передачи информации.

В соответствии с уравнением дальности связи (11.5) средняя мощность акустического сигнала на входе приемника, приходящаяся на единицу эффективной площади приемной антенны (средняя интенсивность сигнала), равна

$$J_{x\text{вх}} = \frac{P_{x\text{вх}}}{S_{\text{э}}} = P_{\text{изл}} \frac{G_1}{4\pi r^2} \exp(-0,23\alpha r) \text{ Вт/м}^2, \quad (11.28)$$

где  $G_1$  – коэффициент концентрации излучателя передатчика;

$S_{\text{э}}$  – эффективная площадь приемной антенны (гидрофона).

Остальные обозначения те же, что и в выражении (11.5).

Коэффициент затухания акустических колебаний в морской среде  $\alpha$  определяется выражением (11.4). При теоретических исследованиях и расчетах часто удобно аппроксимировать коэффициент затухания линейной или квадратичной функцией частоты. Запишем аппроксимацию коэффициента затухания в виде

$$\alpha = \beta(n)f^n \text{ дБ/км}, \quad (11.29)$$

где  $n$  – показатель, величина которого зависит от применяемой аппроксимации и выбирается в пределах  $1 \leq n \leq 2$ ;

$\beta(n)$  – постоянный коэффициент, зависящий от величины выбранного показателя.

В частности, если исходить из аппроксимации вида (11.4), то для линейной и квадратичной аппроксимации имеем соответственно

$$\beta(1) = \beta\left(\frac{3}{2}\right)\sqrt{f_2} \approx 0,036\sqrt{f_2}, \quad (11.30)$$

$$\beta(2) = \beta\left(\frac{3}{2}\right)\sqrt{f_2} \approx 0,036\sqrt{f_2}, \quad (11.31)$$

где  $f_2$  – верхняя граничная частота используемого диапазона.

Спектральную плотность интенсивности шумов моря от частоты при различных значениях волнения моря (кривые Кнудсена) можно аппроксимировать выражением

$$P_o(f) = \left( A(b) / F_0^2 + BF_0^2 \right), \quad (11.32)$$

где  $A(b)$  – коэффициент, величина которого зависит от состояния поверхности моря  $b$ , определяемого в баллах;

$B$  – коэффициент, величина которого зависит от температуры морской среды.

Расчеты показывают, что если частоту выразить в килогерцах, то эти коэффициенты имеют следующие значения:

$$A(b) \approx 2,5 \cdot 10^{-8} \exp(-5,3 \exp(-0,6 \cdot b)), \quad (11.33)$$

$$B \approx 2,2 \cdot 10^{-17} \text{ для } t = 15^\circ \text{ C}. \quad (11.34)$$

Спектральная плотность интенсивности шумов моря при этом имеет размерность  $\text{Вт/м}^2 \cdot \text{кГц}$ .

Если приемный гидрофон имеет коэффициент направленности  $G_2$ , то шумы, приведенные к входу приемника, ослабляются в  $G_2$  раз. Учитывая сказанное, среднюю интенсивность шумов моря на входе приемника в полосе частот  $F_x = f_2 - f_1$ , где  $f_1$  – нижняя граничная частота используемого диапазона, можно определить выражением

$$J_{ш.вх} \approx \frac{F_x}{GG_2} (A(b)/F_0^2 + BF_0^2), \quad (11.35)$$

где  $F_0 = 0,5(f_1 + f_2)$ .

Приняв во внимание соотношения (11.28), (11.29) и (11.35), можно записать выражение для фактического отношения мощности сигнала к мощности шума на входе приемника гидроакустической линии связи:

$$\left( \frac{P_x}{P_{ш}} \right)_{вх} = \left( \frac{J_x}{J_{ш}} \right)_{вх} = \frac{P_{изл} G_1 G_2 \exp(-0,23\beta(n)F_0^n r)}{4\pi \cdot r^2 F_x (A(b)/F_0^2 + BF_0^2)}. \quad (11.36)$$

Располагая выражением (11.36) и поступая в соответствии с методикой, изложенной в (11.14), можно записать условие

$$\frac{P_{изл} G_1 G_2 \exp(-0,23\beta(n)F_0^n r)}{4\pi r^2 (A(b)/F_0^2 + BF_0^2)} \geq \gamma_{суст} \frac{h_{мп}^2}{\tau_0}. \quad (11.37)$$

При использовании выражения (11.37) необходимо иметь в виду, что длительность посылки  $\tau_0$  акустического сигнала не может выбираться произвольно и должна удовлетворять принятому допущению об узкополосности канала связи, т.е.

$$\tau_0 \geq \frac{K_\Phi}{F_x} \approx 0,46 \frac{K_\Phi \beta(2) F_0 r}{\ln(1/\eta_{F_x})}, \quad 0,5 \leq \eta_{F_x} \leq 1, \quad (11.38)$$

где  $F_x \leq 2,2 \frac{\ln(1/\eta_{F_x})}{\beta(2)F_0 r}$  – полоса частот канала связи при квадратичной аппрок-

симации коэффициента затухания;

$K_\Phi$  – коэффициент, зависящий от вида манипуляции:

$$K_{\Phi\text{АМП}} = K_{\Phi\text{ФМП}} = 1 \text{ и } K_{\Phi\text{ЧМП}} = 2.$$

Сигнал, длительность посылки которого выбрана в соответствии с условием (11.38), называют инвариантным частотным свойством среды. С учетом условия (11.38) для квадратичной аппроксимации выражение (11.37) принимает вид

$$\frac{P_{\text{изл}} G_1 G_2 \exp(-0,23\beta(2)F_0^2 r) K_\Phi \beta(2) F_0 r}{8,7\pi r^2 (A(b)/F_0^2 + BF_0^2) \ln(1/\eta_{F_x})} \geq \gamma_{\text{сист}} h_{\text{тп}}^2. \quad (11.39)$$

Величина  $h_{\text{тп}}^2$  определяет требуемое энергетическое отношение сигнал/шум с учетом заданного вида манипуляции сигнала и выбранного способа приема. Ее значение можно найти из выражения для вероятности ошибки, найденного с учетом применяемых способов передачи и приема и типа канала. В частности, для простых двоичных сигналов и некогерентного приема в гауссовском канале согласно (4.80) [7] это выражение имеет вид

$$P_{\text{ош}} = 0,5(-\gamma_x^2 \cdot h_{\text{тп}}^2 / 2).$$

Отсюда следует

$$h_{\text{тп}}^2 = (2/\gamma_x^2) \ln\left(\frac{1}{2} P_{\text{ош}}\right), \quad (11.40)$$

где  $\gamma_x$  – коэффициент, зависящий от вида манипуляции, в частности для сигналов с пассивной паузой  $\gamma_x = 1/\sqrt{2}$ ; для ортогональных сигналов с активной паузой  $\gamma_x = 1$ ; для противоположных  $\gamma_x = \sqrt{2}$ .

#### 11.4. Расчет волоконно–оптической линии связи

Качество связи в системе с кодоимпульсной модуляцией характеризуется вероятностью ошибки  $P_{\text{ош}}$ , которая в первом приближении определяется уровнем флуктуационных шумов на выходах фотоприемников и межсимвольной интерференцией. Для простоты расчета можно считать действие интерференции пренебрежимо малым, если удлинение импульса, прошедшего световод одного участка линии протяженностью  $L_{\text{км}}$ , не превышает половины длительности тактового интервала. Это условие определяет первое расчетное соотношение для определения допустимой длины участка:

$$LF_T \leq 1/2\delta\tau, \quad (11.41)$$

где  $F_T$  – тактовая частота линейного сигнала.

Из приведенного соотношения следует, что при заданном волокне достижимая скорость передачи обратно пропорциональна длине участка. Для типичного волокна со ступенчатым профилем  $\delta\tau \approx 10$  нс/км, поэтому для километрового участка ( $L=1$  км)  $V_{\tau \max} = 50$  Мбит/с. Для волокна с плавным профилем  $\delta\tau \approx 1$  нс/км и  $V_{\tau \max} = 500$  Мбит/с. Полагая для одномодового волокна  $\delta\tau \approx 0,2$  нс/км, имеем наибольшую скорость  $V_{\tau \max} = 2,5$  Гбит/с.

Второе расчетное соотношение можно получить, потребовав, чтобы мощность полезного сигнала на входе фотодетектора  $P_x$  превышала заданную минимально допустимую мощность  $P_{пр.мин}$ , определяемую уровнем шума, видом линейного сигнала, числом промежуточных пунктов линии и вероятностью ошибки. Мощность сигнала на входе фотодетектора

$$P_x = P_{изл} K_B K_{p.c}^2 K_{н.с}^n \cdot 10^{-\sigma_x L}, \quad (11.42)$$

где  $P_{изл}$  – мощность, излучаемая генератором света, мВт;

$K_B$  – коэффициент потерь на ввод и вывод излучения в волокно, зависящий от числовой апертуры волокна, угловой расходимости излучения и согласующего устройства и др.;

$K_{p.c}$  – коэффициент передачи одного разъемного соединения кабеля;

$K_{н.с}$  – коэффициент передачи одного неразъемного соединения кабеля;

$n$  – число неразъемных соединений на длине участка  $L$ .

Вводя вместо коэффициентов  $K_B$ ,  $K_{p.c}$  и  $K_{н.с}$  соответствующие коэффициенты ослабления, дБ,

$$\eta_B = 10 \cdot \lg \frac{1}{K_B}; \quad \eta_{p.c} = 10 \cdot \lg \frac{1}{K_{p.c}}; \quad \eta_{н.с} = 10 \cdot \lg \frac{1}{K_{н.с}} \quad (11.43)$$

и учитывая (11.42), получим второе расчетное соотношение

$$P_{изл} - \eta_B - 2\eta_{p.c} - n\eta_{н.с} - \sigma_x L \geq P_{хмин}. \quad (11.44)$$

Здесь  $P_{изл}$  и  $P_{хмин}$  должны быть выражены в децибелах относительно одного милливатта (11.22). Соотношение (11.44) удобно представить в эквивалентной форме

$$\sigma_x L + n\eta_{н.с} \leq \Pi - 2\eta_{p.c}, \quad (11.45)$$

где  $\Pi = P_{изл} - \eta_B - P_{хмин}$  – так называемый энергетический потенциал аппаратуры.

При использовании (11.45) следует учитывать, что величина  $n$  зависит от длины участка  $L$  и строительных длин отрезков кабеля ( $n = L / L_{стр}$ ).

Целью расчета является определение максимальной длины участка  $L_{макс}$  при условии одновременного выполнения неравенств (11.41) и (11.45). Для определения  $L_{макс}$  можно поступить следующим образом.  $L_{макс}$  в первом приближении определяют исходя из неравенства (11.41), полагая в нем знак равенства  $L_{макс}^{(1)} = 0,5 / F_T \delta \tau$ . При этом полное число участков будет примерно равно  $m^{(1)} = (L_{л} / L_{макс}^{(1)})$ , где  $L_{л}$  – полная длина участка. Определив при данном  $m^{(1)}$   $P_{хмин}$ , следует проверить неравенство (11.45). Если оно выполняется, то найденное  $L_{макс}$  является оптимальным, а если не выполняется, то следует уменьшать  $L_{макс}$  до тех пор, пока неравенство (11.45) не будет выполнено. Таким образом, возможна ситуация, когда одно из неравенств (11.41) или (11.45) будет выполняться с запасом. Это означает, что при заданных требованиях к линии ( $P_{ош}$ ,  $F_T$  и  $L_{л}$ ) можно ослабить требования к аппаратуре или кабелю, удешевив тем самым систему связи.

## 12. ПОМЕХИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

### 12.1. Общие сведения о помехах

На вход приемного устройства телеуправления, телеизмерения или телесигнализации одновременно с полезным сигналом поступают помехи, наводимые от источника помех в различных частях тракта передатчик – приемник сообщений, и главным образом в канале связи.

Помехой называется стороннее возмущение, мешающее правильному приему. Помехи вызывают дополнительную погрешность телеизмерения или искажения при передаче сигналов телеуправления и телесигнализации.

По характеру взаимодействия с сигналом помехи подразделяются на аддитивные и мультипликативные. В общем виде влияние помехи  $\varepsilon$  на передаваемый сигнал  $x$  может быть выражено оператором

$$y = \hat{v}(x, \varepsilon). \quad (12.1)$$

В том случае, когда этот оператор вырождается в сумму

$$y = x + \varepsilon, \quad (12.2)$$

помеха называется аддитивной. Аддитивную помеху часто называют шумом. Если же оператор  $\hat{v}$  может быть представлен в виде

$$y = v x, \quad (12.3)$$

где случайный процесс  $v(t)$  неотрицателен, то помеху  $v(t)$  называют мультипликативной. Если  $v(t)$  – медленный (по сравнению с  $x$ ) процесс, то явление, вызываемое мультипликативной помехой, носит название замирания.

Оператор  $\hat{v}$  не всегда может быть приведен к основным формулам (12.2) и (12.3). При одновременном наличии шума и мультипликативной помехи удобно ввести два случайных процесса, выражающих оба вида помехи, т.е. записать:

$$y = v x + \varepsilon. \quad (12.4)$$

Природа мультипликативной помехи состоит в случайном изменении параметров канала передачи. Мультипликативную помеху всегда можно свести к эквивалентной аддитивной. Это обстоятельство во многом упрощает исследование действия мультипликативной помехи. Выражение (12.3) можно представить в виде

$$y = v x = v_0 x + \varepsilon_3, \quad (12.5)$$

где  $v_0$  – среднее значение стационарного случайного процесса  $v$ ;

$\varepsilon_3$  – эквивалентная аддитивная помеха, равная  $\varepsilon_3 = x(v - v_0)$ .

Общая классификация помех и их источников приведена на рис. 12.1.

Источниками помех являются внешние воздействия и внутренние шумы, возникающие в цепях и аппаратуре.

К внутренним шумам относятся: тепловые шумы, возникающие из-за беспорядочного (случайного) движения свободных электронов в проводках и любых активных элементах; дробовые шумы в полупроводниковых приборах, возникающие благодаря случайной диффузии неосновных носителей и случайному возникновению и рекомбинации пар электрон – дырка.

В результате дробового шума ток, образованный эмиттируемыми электронами, не является постоянным и флуктуирует относительно среднего значения.

Внутренние шумы можно отнести к флуктуационным помехам с нормальным законом распределения амплитуд.

Наибольшее влияние на канал связи оказывают внешние помехи, основными из которых являются промышленные установки высокой частоты, медицинское электрооборудование. Основной причиной этих помех является искрообразование.

Промышленные помехи создаются различными электронными устройствами (электрический транспорт, электрическая сварка, системы зажигания в автомобилях, промышленные установки высокой частоты, медицинское оборудование). Основной причиной этих помех является искрообразование.

К промышленным также относятся помехи, возникающие при коронном и других электрических разрядах на линиях электропередачи высокого напряжения. Эти помехи наиболее существенны для высокочастотных каналов по ЛЭП.

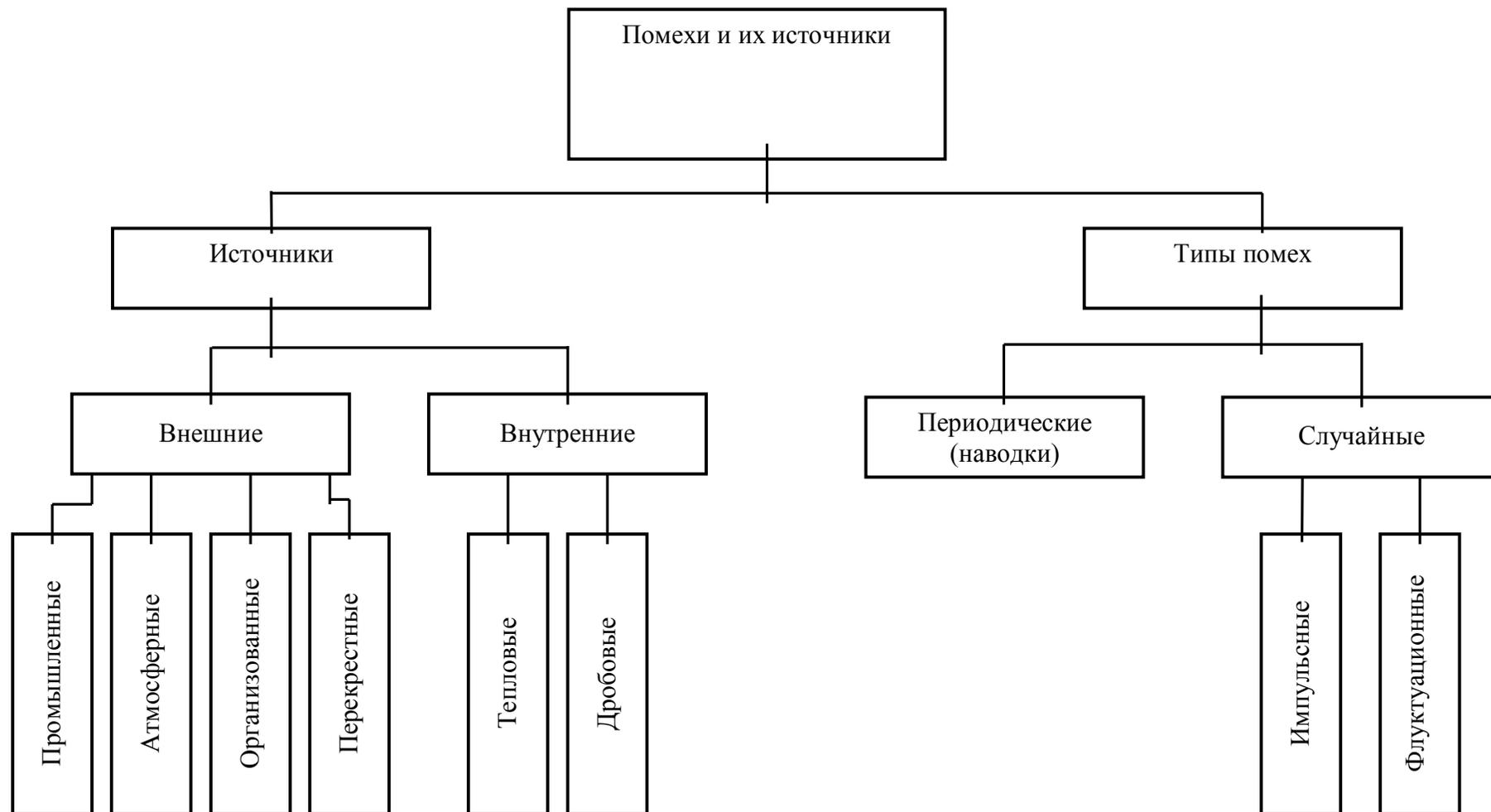


Рис. 12.1. Классификация помех и их источников

Атмосферные помехи обусловлены перемещением электрических зарядов в атмосфере. Кроме того, в метровом диапазоне радиоволн и на более высоких частотах существенное значение имеет космический шум, возникающий в результате излучения электромагнитных волн солнцем, звездами и другими космическими объектами. На КВ, СВ и ДВ атмосферные помехи возникают главным образом из-за разрядов молний. К источникам атмосферных помех относятся также небольшие разряды, возникающие при трении наэлектризованных частиц в атмосфере (снег, пыль). В многоканальных системах возникают специфические перекрестные помехи, обусловленные взаимными влияниями каналов из-за несовершенства аппаратуры.

Все помехи независимо от происхождения разделяются по форме на импульсные, флуктуационные и помехи в виде синусоидальных колебаний.

Помеха называется импульсной, если она состоит из коротких импульсов, следующих друг за другом через промежутки времени, при которых нестационарные процессы от одного импульса успевают заканчиваться до появления следующего импульса помехи.

Простейшей типичной формой элементарных импульсных помех является аperiodическая помеха (рис. 12.2), описываемая

$$\begin{cases} U(t) = 0 & \text{при } t < 0, \\ U(t) = U_0 e^{-\alpha t} & \text{при } t \geq 0, \end{cases} \quad (12.6)$$

и полупериодическая помеха (рис. 12.3), для которой

$$\begin{cases} U(t) = 0 & \text{при } t < 0, \\ U(t) = U_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (12.7)$$

Реальные импульсные помехи являются суммой многих различных простейших (периодических и аperiodических) помех и обычно имеют случайные амплитуду, длительность и моменты возникновения импульсов.

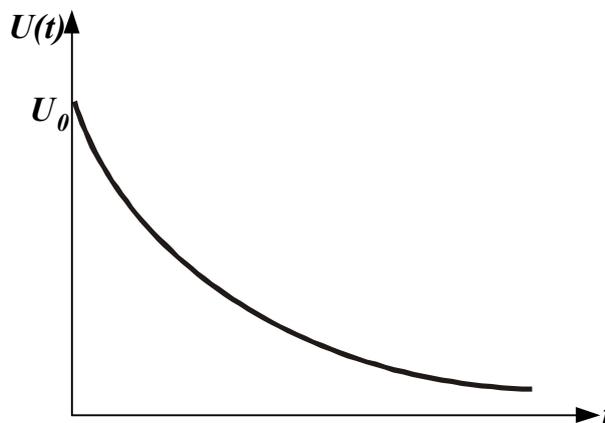


Рис. 12.2. Аperiodическая помеха

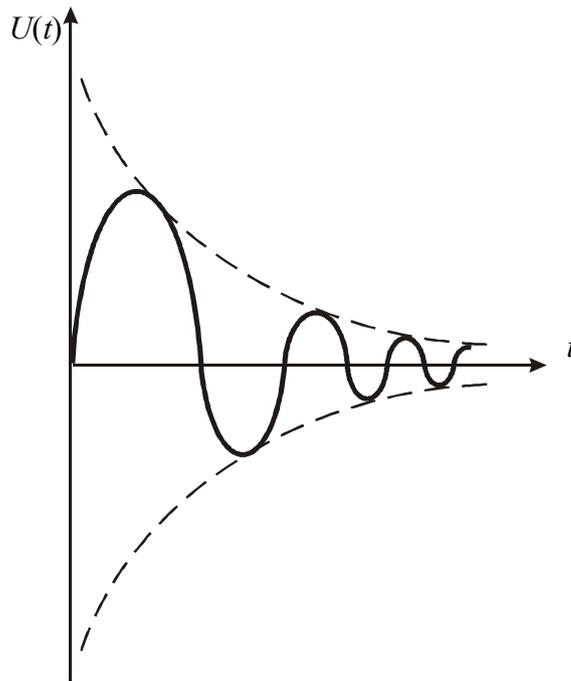


Рис. 12.3. Полупериодическая помеха

Флуктуационная помеха в отличие от импульсной имеет форму хаотически изменяющегося непрерывного колебания (рис. 12.4).

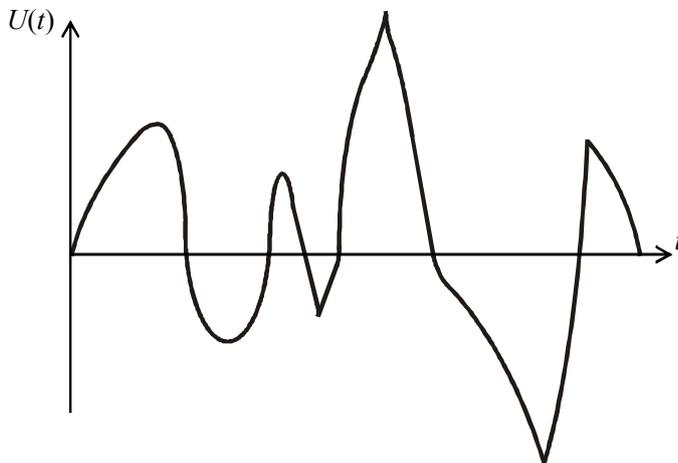


Рис. 12.4. Флуктуационная помеха

Для флуктуационных помех характерно отсутствие выбросов, отличающихся от среднего уровня в 3–4 и более раз. Характер помех зависит не только от источников помех, но и от длительности нестационарного процесса системы. При одних и тех же импульсных источниках помехи на выходе устройства могут быть импульсными или флуктуационными в зависимости от длительности нестационарного процесса  $\tau$ , которая обратно пропорциональна полосе пропускания  $\Delta f$  данного устройства  $\tau = 1 / \Delta f$ .

Выходной уровень флуктуационных помех  $U_{\Phi}$  пропорционален квадратному корню из полосы пропускания:

$$U_{\Phi} = \sigma_0 \sqrt{\Delta f}, \quad (12.8)$$

где  $\sigma_0$  – удельное напряжение помехи (в полосе  $\Delta f = 1$  Гц).

Выходная мощность помехи пропорциональна  $\Delta f P_{ш} = \sigma_0^2 \Delta f$ .

Интенсивность и характер помех зависит от типа линии связи, диапазона частот и условий передачи. Сильные помехи наводятся в воздушной линии связи, которая как антенна улавливает помехи, создаваемые грозowymi разрядами, промышленными установками, радиостанциями, высоковольтными линиями передач и т.п.

Такого же рода помехи и от тех же источников имеют место при передаче по радиотракту. Кроме того, здесь возникают искажения сигнала от затухания радиоволн и многократных отражений сигналов.

Кабельные линии связи хорошо экранированы, и на них наводки практически не возникают.

В реальных каналах на передаваемый сигнал действует сложная помеха, а поэтому математическое описание принимаемого сигнала имеет большое практическое значение.

## 12.2. Математическое описание помехи

Помеха представляется случайной функцией времени. Случайную функцию дискретного времени называют обычно случайной последовательностью, случайную функцию непрерывного времени – случайным процессом. Обычно рассматривают стационарные случайные процессы.

Случайный процесс считается стационарным, если его статические свойства не зависят от времени, т.е. не зависят от положения начала отсчета времени. Для стационарности в широком смысле достаточно независимости от времени среднего значения и дисперсии и зависимости функции корреляции между процессами  $E(t)$  и  $E(t + \tau)$  только от величины  $\tau$ .

Многие случайные процессы, встречающиеся в практике, обладают свойством эргодичности. Свойство это состоит в том, что среднее по множеству (математические ожидания, вычисленные по распределениям) с вероятностью единица совпадает со средним по времени, найденным по одной реализации процесса. Случайные функции характеризуются своими распределениями. Применяются также числовые характеристики в виде моментов распределения. Момент первого порядка (подсчитывается относительно начала координат)

$$M(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} x w(x) dx = a \quad (12.9)$$

выражает среднее значение случайной величины.

Центральный момент второго порядка (подсчитывается относительно среднего значения), или второй момент, называется дисперсией

$$D(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - a)^2 w(x) dx = \sigma^2. \quad (12.10)$$

В большинстве случаев  $M(E) = 0$ , так что дисперсия совпадает со средним квадратом.

Смешанный второй момент

$$M(E(t)E(t + \tau)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 w(x_1, x_2) dx_1, dx_2 = B(\tau)$$

называется функцией автокорреляции процесса  $E(t)$ .

Величина  $B(0)$  есть мощность процесса

$$B(0) = M[E^2] = P. \quad (12.11)$$

Для эргодических процессов

$$a = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T E(t) dt, \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T E^2(t) dt,$$

$$D(E) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T (E(t) - a)^2 dt, \quad B(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^T E(t)E(t + \tau) dt.$$

Коэффициент корреляции  $R(\tau) = B(\tau)/B(0)$ .

При исследовании помех и их взаимодействия с сигналами часто используют спектральные характеристики. В этих условиях можно записать следующее. Спектральная плотность мощности  $S(\omega)$  связана с функцией автокорреляции парой преобразований Фурье:

$$\left. \begin{aligned} S(\omega) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} B(\tau) \cos \omega \tau \cdot d\tau, \\ B(\tau) &= \int_0^{\infty} S(\omega) \cos \omega \tau \cdot d\omega. \end{aligned} \right\} \quad (12.12)$$

Помеху, представляющую собой случайный процесс с равномерным спектром, называют белым шумом.

Среди всех случайных процессов особое место занимает процесс с нормальным распределением (гауссов процесс), плотность вероятности которого

$$w(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}. \quad (12.13)$$

Всякое нелинейное преобразование изменяет распределение. Таким образом, гауссов процесс на входе нелинейного устройства дает негауссов процесс

на выходе. Из числа часто встречающихся распределений упомянем о рэлеевом распределении

$$w(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad (x > 0). \quad (12.14)$$

Такому процессу подчинен процесс на выходе линейного детектора, на вход которого подан гауссов процесс.

При помехах в виде случайной последовательности (импульсные помехи) их распределение чаще всего подчинено таким законам, как биномиальный и закон Пуассона. По закону Пуассона вероятность появления  $k$  импульсов помехи на интервале времени  $\tau$  определяется формулой

$$P(k) = \frac{(\lambda\tau)^k}{K!} e^{-\lambda\tau}, \quad (12.15)$$

где  $\lambda$  – среднее число импульсов помехи в единицу времени.

Если импульс помехи появляется с вероятностью  $P$  на каждом временном интервале, то в соответствии с биномиальным законом вероятность того, что импульс помехи появится ровно  $k$  раз, выражается формулой

$$P_{k,l} = C_l^k P^k (1-P)^{l-k}, \quad (12.16)$$

где  $C_l^k$  – биномиальный коэффициент, определяющий число рассматриваемых вариантов;

$l$  – число временных (тактовых) интервалов.

Результат взаимодействия помехи с сигналом (элементами сигнала) в основном, определяется такими характеристиками, как амплитудное распределение выбросов помехи, превышающих некоторую величину  $U_{\text{пор}}$ , называемую пороговым уровнем, и распределение длительностей выбросов, а также интервалов между ними на уровне  $U_{\text{пор}}$  (рис. 12.5).

Плотность амплитудного распределения вероятностей напряжения нормальной флуктуационной помехи в произвольный момент времени подчинена закону Гаусса

$$w(U_{\text{ш}}) = \frac{1}{U_{\text{ш.э}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(U_{\text{ш}} - a)^2}{(U_{\text{ш}})^2}}, \quad (12.17)$$

где  $a$  – среднее значение напряжения шума;

$U_{\text{ш.э}}$  – эффективное значение напряжения шума.

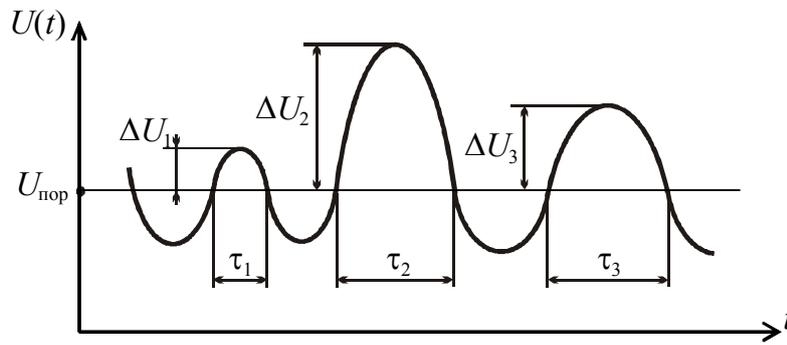


Рис. 12.5. Взаимодействие помехи с сигналом

Как правило,  $a = 0$ . Вероятность, что в произвольный момент времени напряжение помехи превысит пороговый уровень, равна

$$\begin{aligned}
 P(U_{ш} > U_{nop}) &= \int_{U_{nop}}^{\infty} w(U_{ш}) dU_{ш} = \frac{1}{U_{ш.э} \sqrt{2\pi}} \int_{U_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{U_{ш}}{U_{ш.э}}\right)^2\right) dU_{ш} = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{U_{nop}/U_{ш.э}}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = V\left(\frac{U_{nop}}{U_{ш.э}}\right) = V(\beta), \quad (12.18)
 \end{aligned}$$

где  $V(\beta)$  – вероятностный интеграл.

Для исследования помехоустойчивости телемеханических систем наряду с распределением амплитуд необходимо также использовать плотность распределения длительностей выбросов после входного фильтра. Для любого фильтра справедливо соотношение

$$\tau_{в.ср} = \frac{P(U_{ш} > U_{nop})}{\lambda}, \quad (12.19)$$

где  $\lambda$  – среднее число выбросов помехи, превышающих в единицу времени  $U_{nop}$  при  $\beta = U_{nop} / U_{ш.э}$ .

Распределение длительностей выбросов в общем случае имеет достаточно сложное математическое описание. Для приближенных расчетов можно при  $\beta \gg 1$  воспользоваться рэлеевой аппроксимацией, т.е. считать, что плотность распределения

$$w_{\beta}(\tau_{в}) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\tau_{в}}{(\tau_{в.ср})^2} e^{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{\tau_{в}}{\tau_{в.ср}}\right)^2}, \quad (12.20)$$

где  $\tau_{в.ср}$  – средняя длительность выброса на уровне  $\beta$ .

Вероятность появления выбросов импульсных помех, а также выбросов флуктуационного шума (при  $\beta \gg 1$ ) чаще все определяется законом Пуассона

(12.15). Для некоторых типов фильтров среднее число выбросов  $\lambda$  помехи в 1 с и средняя длительность выбросов могут быть найдены по следующим формулам [8]:

– идеальный фильтр нижних частот ( $0 - \Delta F$ )

$$\lambda = \frac{\Delta F}{\sqrt{3}} e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \quad \tau_{в.ср} = \frac{\sqrt{3} \cdot U(\beta)}{\Delta F e^{-\frac{\beta^2}{2}}};$$

– идеальный полосовой фильтр  $\left(-\frac{\Delta F}{2} \dots + \frac{\Delta F}{2}\right)$

$$\lambda = 0,7 \Delta F \beta e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \quad \tau_{в.ср} = \frac{1,4}{\Delta F \beta};$$

– гауссов фильтр нижних частот ( $\Delta F_э$  – эффективная полоса, равная примерно полосе на уровне 0,7)

$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \Delta F \beta e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \quad \tau_{в.ср} = \frac{1}{2} \sqrt{2\pi} \frac{U(\beta)}{\Delta F_э} e^{-\frac{\beta^2}{2}};$$

– гауссов полосовой фильтр ( $\Delta F_э$  – общая эффективная полоса)

$$\lambda = \Delta F_э \beta e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \quad \tau_{в.ср} = \frac{1}{\Delta F_э \beta};$$

– RC – фильтр нижних частот

$$\lambda = \frac{1}{RC \sqrt{\pi}} e^{-\frac{\beta^2}{2}}, \quad \tau_{в.ср} = \frac{\sqrt{2} \cdot U(\beta)}{e^{-\frac{\beta^2}{2}}} RC.$$

### 12.3. Виды искажений

Потеря информации может происходить по следующим причинам:

- несовершенство методов преобразования сообщения в сигнал и технического их осуществления;
- несовершенство методов преобразования принимаемого сигнала в сообщение и технической реализации этих методов;
- несовершенство методов передачи и приёма сигналов и технической реализации этих методов;

- особенности распространения сигнала по линии связи;
- недостаточная помехозащищённость сигнала.

Всё эти причины приводят к трём видам искажений: линейным, нелинейным и случайным.

**Линейные искажения** – это искажения сигнала, не сопровождающиеся появлением новых частотных составляющих в его спектре. Линейные искажения разделяются на частотные (амплитудно–частотные) и фазовые.

**Частотные искажения** возникают из-за наличия в цепях сосредоточенных и распределённых реактивностей, общее сопротивление которых зависит от частоты, что приводит к неравномерным воспроизведениям амплитуд отдельных гармонических составляющих сигнала.

**Фазовые искажения** вызываются неодинаковым сдвигом во времени отдельных гармонических составляющих, что приводит к сдвигу начала импульса и искажению его формы. К нелинейным искажениям следует отнести искажения из-за ограничения полосы пропускания.

**Нелинейные искажения** сопровождаются появлением в спектре сигнала новых гармонических составляющих. Этот вид искажений вызывается наличием нелинейных элементов в аппаратуре.

**Случайные искажения** вызываются помехами, действующими в канале и аппаратуре связи. Эти помехи вызывают подавление сигнала или создают ложный сигнал. Если в результате действия помех сигнал окажется неподавленным, то могут возникнуть краевые искажения и дробления.

**Краевые искажения** (рис. 12.6, а) выражаются в искажении импульса, что приводит при восстановлении импульса к изменению его месторасположения.

Краевые искажения подразделяются на искажения преобладания, характеристические и случайные.

**Искажения преобладания** вызывает увеличение (уменьшение) длительности импульса за счёт паузы (рис. 12.6, б).

**Характеристические искажения** проявляются в виде искажений формы импульсов и смещений их фронтов под воздействием переходного процесса от предыдущей посылки. Этот вид искажений зависит от АЧХ и ФЧХ.

**Дробление.** Эти искажения выражаются в дроблении импульса и изменении его полярности как на части импульса, так и на всей его длительности (рис. 12.6, в).

**Искажения по соседнему каналу** (переходные искажения) вызываются влиянием смежного канала. Они обуславливаются неидеальностью АЧХ характеристик фильтров.

**Перекрыстные искажения.** Этот вид искажений вызывается нелинейностью характеристик элементов и узлов общих для всех каналов (усилители, модуляторы и т.д.).

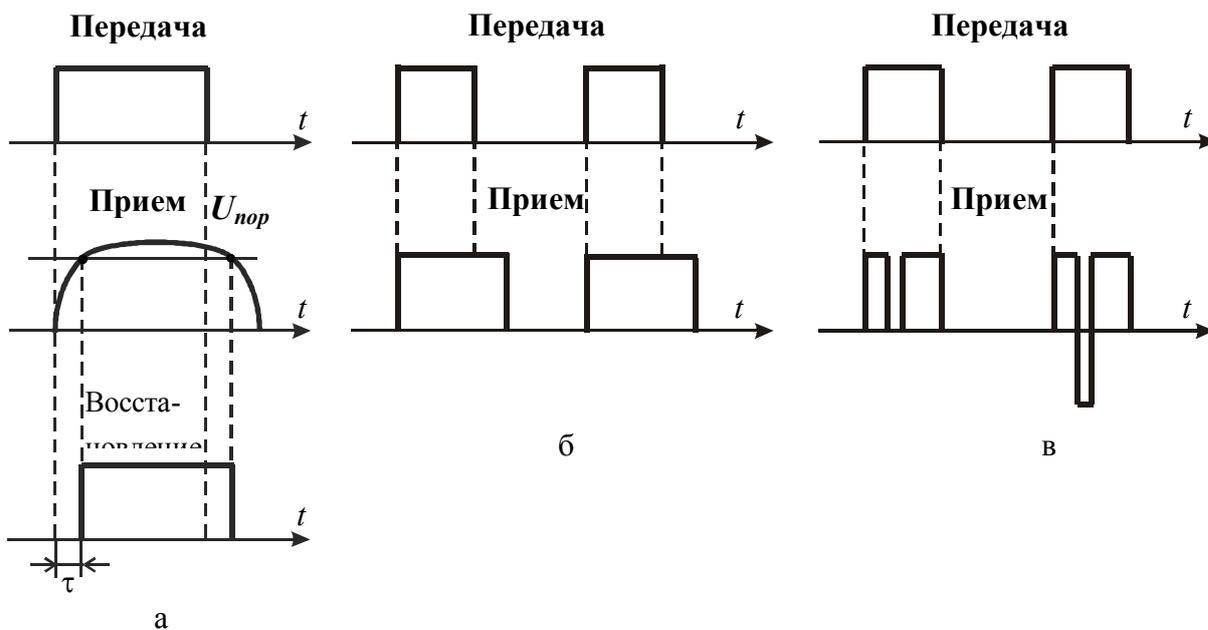


Рис. 12.6. Случайные искажения:  
 а – краевые; б – преобладания; в – дробления

## 13. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ

### 13.1. Основные понятия

**Помехоустойчивостью** называют способность системы правильно принимать информацию, несмотря на воздействия помех. Действие помехи проявляется в том, что принятый сигнал (а следовательно, информация) отличается от переданного. Степень соответствия принятой информации переданной называется **достоверностью**. Оценкой достоверности служит вероятность правильного приёма, равная отношению числа правильно принятых символов сообщений (знаков, цифр, элементов) к общему числу переданных символов при достаточно большом числе передаваемых сообщений. Обычно такое отношение подсчитывают за определённый промежуток времени. Иногда пользуются понятием потери достоверности, которую оценивают частотой ошибок:

$$P_{ош} = n_{ош} / n_{общ}, \quad (13.1)$$

где  $n_{ош}$  – число неправильно принятых символов сообщений;

$n_{общ}$  – общее число переданных символов сообщения.

## 13.2. Помехоустойчивость передачи дискретных элементарных сигналов

Для оценки помехоустойчивости дискретных (двоичных) элементарных сигналов используется вероятностный критерий.

Наиболее высокой помехоустойчивостью обладает так называемый идеальный приёмник Котельникова, который обеспечивает при данном способе передачи наилучшую помехоустойчивость, называемую потенциальной.

**Потенциальная помехоустойчивость** – это предельно допустимая помехоустойчивость, которая может быть обеспечена идеальным приёмником. Теория потенциальной помехоустойчивости развита для флуктуационных помех. Идея построения идеального приёмника заключается в том, что, зная, какие сигналы должны быть переданы, и имея их образцы, он сравнивает полученные сигналы  $x(t)$  по очереди с этими образцами  $[A_1(t)$  и  $A_2(t)]$  и, вычисляя энергию разности принятого сигнала и образца (величины  $I_1$  или  $I_2$ ), относит принятый сигнал к тому сигналу, для которого эта разность минимальна.

$$I_1 = \int_0^{\tau} [x(t) - A_1(t)]^2 dt, \quad (13.2)$$

$$I_2 = \int_0^{\tau} [x(t) - A_2(t)]^2 dt. \quad (13.3)$$

Если  $I_2 - I_1 > \beta$ , то считаем принятым сигнал  $A_1(t)$ , а если  $I_2 - I_1 < \beta$  – сигнал  $A_2$ .

Изменяя величину  $\beta$ , можно регулировать соотношение вероятностей превращения одного сигнала в другой. Структурная схема идеального приёмника Котельникова приведена на рис. 13.1.

Помехоустойчивость идеального приёмника может быть рассчитана по формулам:

$$P_{10} = V(\alpha\sqrt{2} - \beta), \quad (13.4)$$

$$P_{01} = V(\beta). \quad (13.5)$$

Здесь  $V(\alpha)$  – табличная ограниченная функция  $V(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ , значения которой приведены в прил. 1;

$\alpha$  – величина, характеризующая потенциальную помехоустойчивость,

$$\alpha = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{\int_0^{\tau} (A_1(t) - A_2(t))^2 dt}; \quad (13.6)$$

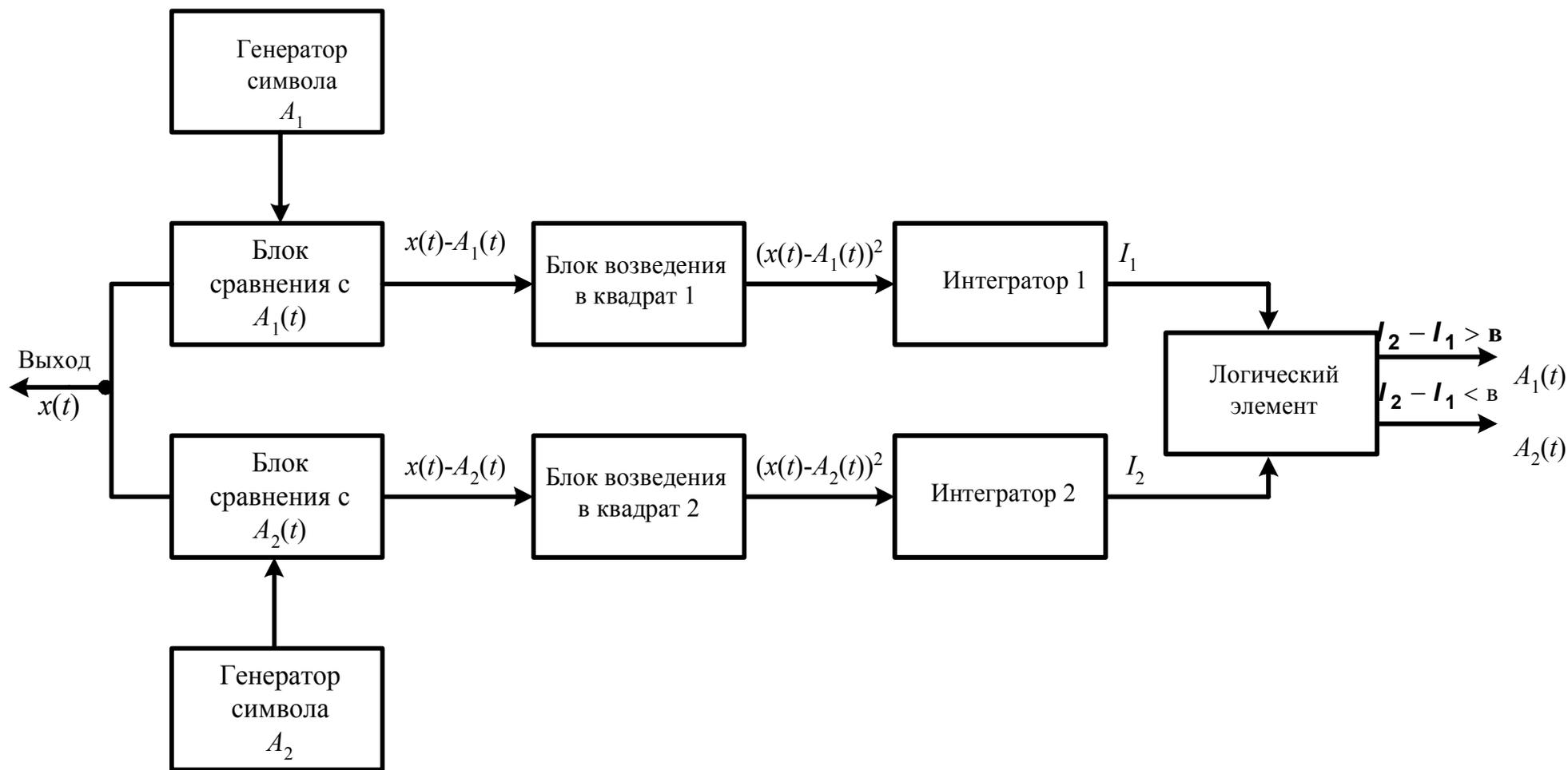


Рис. 13.1. Структурная схема идеального приёмника Котельникова

$\beta$  – параметр, характеризующий пороговые свойства приёмника,

$$\beta = \frac{U_{пор}}{U_{н.ск}}, \quad (13.7)$$

где  $\sigma_0$  – удельное напряжение помехи в полосе частот 1 Гц

$$\sigma_0 = \frac{U_{н.ск}}{\sqrt{\Delta F}}, \quad (13.8)$$

где  $U_{пор}$  – пороговое значение сигнала;

$U_{н.ск}$  – среднеквадратическое значение напряжения помехи;

$\Delta F$  – полоса пропускания приёмника.

При симметричном канале, когда вероятность подавления команды и образования ложной одинаковы,  $\beta = \alpha / \sqrt{2}$  и

$$P_{01} = P_{10} = P_1 = V(\alpha / \sqrt{2}). \quad (13.9)$$

Определим значение  $\alpha$  для некоторых частных случаев.

Передача двух дискретных сообщений видеоимпульсами с пассивной паузой, т.е.  $A_2(t) = 0$  (рис. 13.2, а).

$$\alpha^2 = \frac{1}{P_0} \int_0^\tau (U_c(t) - 0)^2 dt = \frac{U_c^2 \tau}{P_0}, \quad (13.10)$$

где  $P_0$  – удельная мощность помехи в полосе 1 Гц  $P_0 = \sigma_0^2$ .

Как видно из (13.10),  $\alpha$ , а значит, и помехоустойчивость зависит только от энергии сигнала и не зависит от его формы. В частности, это означает, что передача «1» одиночным импульсом эквивалентна передаче кодовой группой, если энергия одного импульса равна энергии группы.

Передача двух дискретных сообщений радиоимпульсами с прямоугольной огибающей и пассивной паузой (рис. 13.2, б). В этом случае  $A_1(t) = U_c \sin \omega_1 t$ , а  $A_2(t) = 0$ .

Подставляя в (13.6) и производя интегрирование, получим, что при  $2\omega_1 \gg 2\pi / \tau$

$$\alpha^2 = \frac{1}{P_0} \int_0^\tau (U_c \sin \omega_1 t - 0)^2 dt = \frac{U_c^2 \tau}{2P_0}. \quad (13.11)$$

Таким образом, заполнение видеоимпульса частотой не повышает его помехоустойчивость, а при той же амплитуде и длительности снижает её.

Рассмотрим теперь потенциальную помехоустойчивость передачи двух дискретных сообщений с активной паузой. Активная пауза означает, что если сигнал  $A_1(t)$  не посылается, то в линию поступает другой сигнал  $A_2(t)$ , отличный от нуля. Рассмотрим несколько случаев.

**Частотная манипуляция.** Передача осуществляется радиоимпульсами на разнесённых частотах  $f_1$  и  $f_2$  (рис. 13.2, в). Помехоустойчивость характеризуется величиной

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{1}{P_{ош}} \int_0^{\tau} (U_c \sin \omega_1 t - U_c \sin \omega_2 t)^2 dt = \\ &= \frac{1}{P_{ош}} \int_0^{\tau} U_c^2 (\sin^2 \omega_1 t - \sin(\omega_2 \pm \omega_1)t + \sin^2 \omega_2 t) dt. \end{aligned}$$

При  $2\omega_1 \gg 2\pi/\tau$ ,  $\omega_2 \pm \omega_1 \gg 2\pi/\tau$  и  $2\omega_2 \gg 2\pi/\tau$ , что имеет место в реальных условиях, получим

$$\alpha^2 = \frac{U_c^2 \tau}{P_o}. \quad (13.12)$$

При одинаковом динамическом диапазоне помехоустойчивость такой передачи эквивалентна помехоустойчивости при передаче видеоимпульсами с пассивной паузой (13.10).

**Полярная манипуляция.** Передача осуществляется разнополярными прямоугольными импульсами длительностью  $\tau$  (рис. 13.2, г), т.е.  $A_1(t) = -A_2(t)$ . Подставив значение в (13.6), получим

$$\alpha^2 = \frac{1}{P_o} \int_0^{\tau} (U_c(t) + U_c(t))^2 dt = \frac{1}{P_o} \int_0^{\tau} (2U_c(t))^2 dt = \frac{4U_c^2}{P_o}. \quad (13.13)$$

Из сравнения выражений (13.10) и (13.13) следует, что помехоустойчивость при передаче разнополярными импульсами в два раза выше, чем при передаче видеоимпульсами с пассивной паузой.

**Фазовая манипуляция.** Передача осуществляется поочерёдно радиоимпульсами с одной и той же частотой, но с фазами, отличающимися на  $180^\circ$  (рис. 13.2, д), т.е.  $A_1(t) = U_c \sin \omega_1 t$ , а  $A_2(t) = U_c \sin(\omega_1 t + \pi)$ .

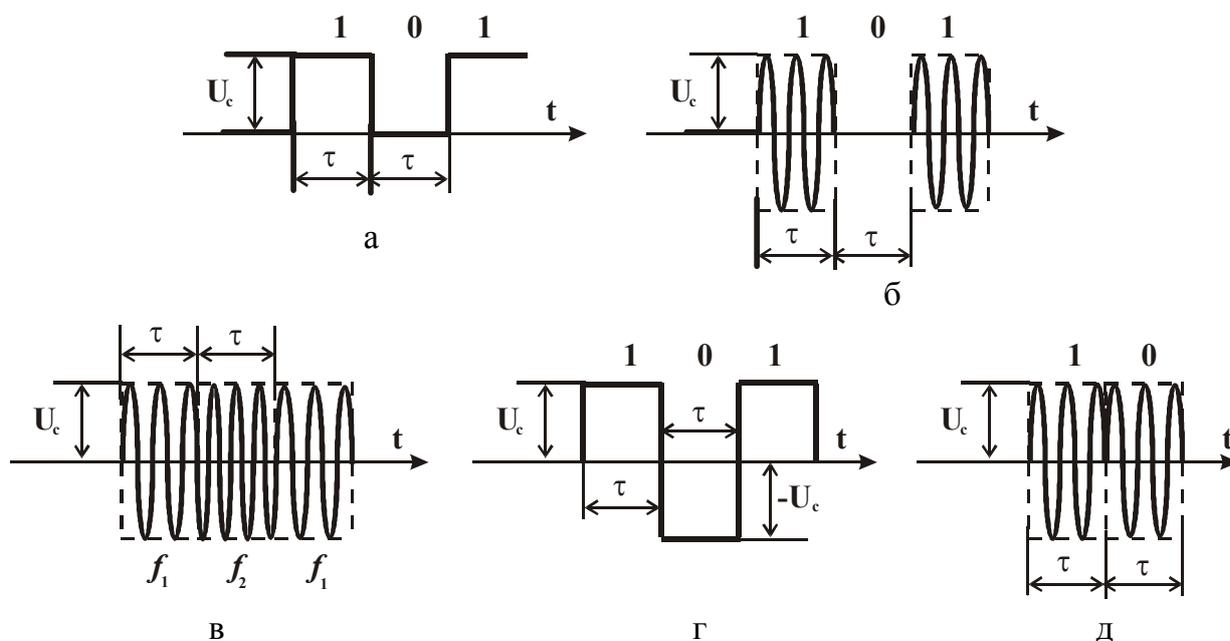


Рис. 13.2. Передача двух дискретных сообщений:  
а – видеоимпульсами; б – радиоимпульсами; в – методом частотной манипуляции;  
г – с применением полярной манипуляции; д – с применением фазовой манипуляции

Подставляя в (13.6) и учитывая, что  $2\omega_1 \gg 2\pi / \tau$ , получим

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{1}{P_o} \int_0^\tau (U_c \sin \omega_1 t - U_c \sin(\omega_1 t + \pi))^2 dt = \\ &= \frac{1}{P_o} \int_0^\tau (U_c \sin \omega_1 t + U_c \sin \omega_1 t)^2 dt = \frac{1}{P_o} \int_0^\tau (2U_c \sin \omega_1 t)^2 dt = \frac{2U_c^2 \tau}{P_o}. \end{aligned}$$

Сравнение выражений (13.10) и (13.14) показывает, что введение фазовой манипуляции приводит к улучшению помехоустойчивости.

Если сравнить дискретные методы манипуляции, то окажется, что самой помехоустойчивой является фазовая манипуляция.

Описанная помехоустойчивость элементарных сигналов предполагает наличие идеального приёмника, для реализации которого требуется знание фазы несущей частоты и амплитуды сигнала, а также наличие синхронизации начала приёма сигнала.

### 13.3. Приём с зоной стирания

В приёмнике Котельникова может быть реализован приём с зоной стирания (зоной неопределённости). Такой способ применяется для обнаружения ошибок. Зона стирания задаётся с помощью двух порогов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , таких что приёмник фиксирует «0», если  $I_1 - I_2 > \beta_1$ , фиксирует «1», если  $I_2 - I_1 > \beta_2$ , и

фиксирует «неопределённость»  $X$ , если  $-\beta_2 < I_1 - I_2 < \beta_1$ . Вероятность трансформации в таком приёмнике при  $\beta_2 = \beta_1$  может быть определена по формулам работы [9]:

$$\begin{aligned} P_{01} &= P_{10} = V(\alpha + \beta), \\ P_{0x} &= P_{1x} = V(\alpha - \beta) - V(\alpha + \beta). \end{aligned} \quad (13.15)$$

Вероятность правильного приёма равна:

$$P_{\text{прав}} = 1 - V(\alpha - \beta). \quad (13.16)$$

Для выполнения условий, при которых справедливы полученные в подразд. 13.2 и 13.3 формулы для идеального приёмника, предполагается, что известны время прихода элементарного сигнала, значение фазы несущей частоты и амплитуды сигнала, но на практике это не всегда выполняется.

**Пример 13.1.** Команда телеуправления длительностью  $\tau = 20$  мс передаётся на линию связи методом амплитудной манипуляции. Напряжение флуктуационных помех  $U_{n.ck} = 0,02$  В, напряжение сигнала  $U_c = 0,1$  В. Определить вероятность подавления и воспроизведения ложной команды.

**Решение.** Для передачи радиоимпульса длительностью  $\tau = 20$  мс необходима полоса частот  $\Delta F = 2/\tau = 2 \cdot 10^3 / 20 = 100$  Гц. В соответствии с (13.8)  $\sigma_0 = 0,02 / \sqrt{100} = 0,002$  В/Гц. Согласно (13.11)  $\alpha = 0,1 \sqrt{0,02} / (0,002 \sqrt{2}) = 5,01$ . Примем, что  $U_{nop} = 0,7U_c = 0,07$  В, тогда  $\beta = 0,07 / 0,02 = 3,5$ . По выражению (13.4)  $P_{10} = V(1,41 \cdot 5,01 - 3,5) = V(3,564)$ ; по выражению (13.5)  $P_{01} = V(3,5)$ . По таблице приложения находим  $P_{10} = 1,85 \cdot 10^{-4}$ ;  $P_{01} = 2,326 \cdot 10^{-4}$ .

Для симметричного канала согласно (13.9)

$$P_{01} = P_{10} = P_1 = V(\alpha / \sqrt{2}) = V(5,01 / 1,41) = V(3,55) = 1,926 \cdot 10^{-4}.$$

**Пример 13.2.** Команда телеуправления длительностью  $\tau = 20$  мс передается на линию связи методом частотной манипуляции. Напряжение флуктуационной помехи  $U_{n.ck} = 0,02$  В, пороговое напряжение приёмника  $U_{nop} = 0,7U_c$ . Выбрать такую амплитуду сигнала, чтобы вероятность подавления команды  $P_{10}$  была не больше чем  $10^{-14}$ , а возникновение ложной команды —  $P_{01} \leq 10^{-7}$ .

**Решение.** Задаёмся  $U_c = 0,1$  В. Для передачи частотно-манипулированного сигнала длительностью  $\tau = 20$  мс необходима полоса частот  $\Delta F = 2/\tau = 2 \cdot 10^3 / 20 = 100$  Гц. В соответствии с (13.8)  $\sigma_0 = 0,02 / \sqrt{100} = 0,002$ . Согласно

(13.12)  $\alpha = 0,1\sqrt{0,02/0,002} \approx 7$ , а согласно (13.7)  $\beta = 0,7 \cdot 0,1/0,02 = 3,5$ . Если канал несимметричный, то расчёт вероятностей  $P_{10}$  и  $P_{01}$  ведём по формулам (13.4) и (13.5). Тогда по (13.4) найдём  $P_{10} = V(7\sqrt{2} - 3,5) = V(6,4)$ , а по (13.5) найдём  $P_{01} = V(3,5)$ . По таблице приложения находим, что  $P_{10} = 7,769 \cdot 10^{-11}$ , а  $P_{01} = 2,326 \cdot 10^{-4}$ . Таким образом, выбранное значение сигнала  $U_C = 0,1$  В не удовлетворяет поставленным условиям. Выберем  $U_C = 0,15$  В и сделаем перерасчёт. Оказывается, что в этом случае  $P_{10} = V(9,7) = 1,507 \cdot 10^{-22}$ , а  $P_{01} = V(5,25) = 7,605 \cdot 10^{-8}$ , т.е. условие задачи выполнено.

Если канал симметричный, то согласно (13.9) при  $U_C = 0,1$  В,  $P_{01} = P_{10} = P_1 = V(4,96) = 3,525 \cdot 10^{-7}$ , что по вероятности подавления команды делает систему не удовлетворяющей требованиям задачи. Дополнительные расчёты показывают, что при  $U_C = 0,17$  В  $P_{01} = P_{10} = P_1 = V(8,43) = 1,728 \cdot 10^{-17}$  условие задачи выполняется.

### 13.4. Помехоустойчивость двоичных избыточных кодов

Кодовые комбинации состоят из условных единиц и нулей. При искажениях в кодовых комбинациях 1 может быть подавлена помехой и перейти в 0. Это означает, что сигнал 1 трансформировался в 0. Вероятность перехода  $1 \rightarrow 0$  обозначается как  $P_{10}$  (вероятность трансформации 1 в 0). Вероятность ложного сигнала, т.е. перехода 0 в 1, возможна, если помеха возникает при отсутствии сигнала, т.е. когда посланный 0 трансформируется в 1 и обозначается  $P_{01}$ .

Таким образом, возможны два варианта передачи:

– правильная передача – при этом 1 переходит в 1, т.е. ( $1 \rightarrow 1$ ), а 0 переходит в 0, т.е. ( $0 \rightarrow 0$ ) или  $P(1 \rightarrow 1) = P_{11}$  и  $P(0 \rightarrow 0) = P_{00}$ ;

– неправильная передача – при этом 1 переходит в 0, т.е. ( $1 \rightarrow 0$ ), или 0 переходит в 1, т.е. ( $0 \rightarrow 1$ ), или  $P(1 \rightarrow 0) = P_{10}$  и  $P(0 \rightarrow 1) = P_{01}$ .

Вероятность правильной и неправильной передачи 1 и соответственно 0 определяется в соответствии с теоремой о полной группе событий

$$P_{11} + P_{01} = 1, \quad (13.17)$$

$$P_{00} + P_{01} = 1. \quad (13.18)$$

Если  $P_{10} = P_{01}$ , то образуется симметричный канал, т.е. в симметричном канале  $P_{10}$  и  $P_{01}$  равны между собой.

При проектировании эти вероятности задаются:

– если состояние канала хорошее, то  $P = 10^{-3} - 10^{-4}$ ,

– если плохое, то  $P = 10^{-1} - 10^{-2}$  или определяются при испытаниях.

При передаче двоичными избыточными кодами возможно два случая:

- передача без ошибок, т.е. все сообщения переданы правильно и оцениваются вероятностью правильного приёма  $P_{np}$ ;
- передача с искажениями хотя бы одного элемента, которая оценивается вероятностью ошибки  $P_{ош}$ .

Вероятности  $P_{np}$  и  $P_{ош}$  образуют полную группу сообщений, т.е.

$$P_{np} + P_{ош} = 1 \quad (13.19)$$

При расчётах  $P_{np}$  и  $P_{ош}$  придерживаются следующих положений из теории вероятностей:

- если в двоичном канале заданы вероятности двух переходов, то вероятности двух других переходов могут быть найдены на основе теоремы о полной группе событий (13.17) и (13.18);

- вероятность того, что одна комбинация перейдёт в другую, равна произведению вероятностей переходов каждого символа.

Например, передана комбинация 11001. Под воздействием помех эта комбинация исказится так, что будет вместо неё принята комбинация 10011.

Определим, какова вероятность трансформации первой кодовой комбинации во вторую, если  $P_{10}$  и  $P_{01}$  известны.

Для такой трансформации необходимо, чтобы во втором элементарном сигнале произошла ошибка типа  $1 \rightarrow 0$ , а в четвёртом  $0 \rightarrow 1$ . Все остальные элементы должны быть приняты верно. Согласно теореме умножения

$$P_{mp} = P_{11} \cdot P_{10} \cdot P_{00} \cdot P_{01} \cdot P_{11}.$$

Учитывая, что  $P_{11} = 1 - P_{10}$  и  $P_{00} = 1 - P_{01}$ , получим

$$P_{mp} = (1 - P_{10})^2 \cdot (1 - P_{01}) \cdot P_{01} \cdot P_{10}.$$

Таким образом может быть определён любой член матрицы вероятностей трансформации.

$$P_{ij} = P_{01}^a \cdot P_{10}^b \cdot (1 - P_{10})^c \cdot (1 - P_{01})^d, \quad (13.20)$$

где  $a$  – число трансформации вида  $0 \rightarrow 1$ ;

$b$  – число трансформации вида  $1 \rightarrow 0$ ;

$c$  – число совпадающих единиц;

$d$  – число совпадающих нулей;

$a+b+c+d$  – число разрядов кодовой комбинации.

Определим условную вероятность правильной передачи. Для правильной передачи кодовой комбинации необходимо, чтобы были правильно переданы все её элементы.

Пусть комбинация состоит из  $l$  нулей и  $m$  единиц. Тогда

$$P_{ij} = P_{np} = P_{00}^l \cdot P_{11}^m = (1 - P_{01})^l \cdot (1 - P_{10})^m. \quad (13.21)$$

В частном случае для симметричного канала, когда  $P_{10} = P_{01} = P_1$ ,

$$P_{np} = (1 - P_1)^n, \approx 1 - nP_1 \text{ при } nP_1 \ll 1, \quad (13.22)$$

где  $n$  – число элементарных сигналов;

$P_1$  – вероятность ошибочной передачи одного элементарного сигнала.

Вероятность любой ошибки при передаче  $i$ -й комбинации равна

$$P_{ош i} = \sum_{j \neq i} P_{ij} = 1 - P_{np}.$$

Для симметричного канала

$$P_{ош i} = 1 - (1 - P_1)^n, \approx 1 - nP_1 \text{ при } nP_1 \ll 1. \quad (13.23)$$

Если имеется  $M$  сообщений, то вероятность трансформации любого  $i$ -го сообщения в любое  $j$ -е сообщение, где  $i \neq j$ , определяется выражением

$$P_{mpi} = \sum_j^M P_{mpi \rightarrow j}. \quad (13.24)$$

Для оценки помехоустойчивости необходимо знать вероятности передачи каждого сообщения  $P_1, P_2, \dots, P_m$  и все условные вероятности трансформации одних сообщений в другие  $P_{ij}$ , задаваемые обычно в виде матрицы вероятностей трансформации.

$$\left\| \begin{array}{cccc} P_{00} & P_{01} & \dots & P_{0m-1} \\ P_{10} & P_{11} & \dots & P_{1m-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m-1,0} & P_{m-1,1} & \dots & P_{m-1,m-1} \end{array} \right\|. \quad (13.25)$$

Вероятность возникновения ошибки при передаче  $i$ -го сообщения равна

$$P_{ош i} = \sum_{j(j \neq i)} P_{ij}. \quad (13.26)$$

Средняя вероятность ошибки за такт (время, в течение которого осуществляется передача всех сообщений) найдётся усреднением условных вероятностей ошибки по всем сообщениям с учётом вероятности их передачи

$$\overline{P_{ош}} = \sum_i P_i \sum_{j(j \neq i)} P_{ij}. \quad (13.27)$$

**Пример 3.3.** Найти вероятность возникновения двух или трёх ошибок при передаче кодовой комбинации  $A-1111$ , если  $P_{10} = 10^{-3}$  и  $P_{01} = 10^{-4}$ .

**Решение.** При двух ошибках возможно  $C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$  типов искажений:  $B-1001$ ,  $B-1100$ ,  $\Gamma-0110$ ,  $\Delta-0011$ ,  $E-1010$ ,  $\mathcal{Ж}-0101$ .

Тогда вероятность возникновения двух ошибок  $P(2) = P(A \rightarrow B) + P(A \rightarrow B) + P(A \rightarrow \Gamma) + P(A \rightarrow \Delta) + P(A \rightarrow E) + P(A \rightarrow \mathcal{Ж}) = P_{11} P_{10} P_{10} P_{11} + P_{11} P_{11} P_{10} P_{10} + P_{10} \times P_{11} P_{11} P_{10} + P_{10} P_{10} P_{11} P_{11} + P_{11} P_{10} P_{11} P_{10} + P_{11} P_{10} P_{11} P_{10} P_{11} = 6 P_{11} P_{11} P_{10} P_{10} = 6 P_{11}^2 P_{10}^2 = 6(1 - P_{10})^2 P_{10}^2 \approx 6 \cdot 10^{-6}$ .

При трёх ошибках возможно  $C_4^3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4$  типа искажений:  $3-1000$ ,  $I-0100$ ,  $K-0010$ ,  $L-0001$ .

Тогда вероятность возникновения трёх ошибок  $P(3) = P(A \rightarrow 3) + P(A \rightarrow I) + P(A \rightarrow K) + P(A \rightarrow L) = 4(1 - P_{10}) P_{10}^3 \approx 4 \cdot 10^{-9} (1 - 10^{-3}) \approx 4 \cdot 10^{-9}$ .

Таким образом, вероятность возникновения трёх ошибок существенно меньше вероятности возникновения двух ошибок.

**Пример 13.4.** Определить вероятность правильного приёма и вероятность любой ошибки в простом двоичном коде с  $n = 5$  при передаче по симметричному каналу с  $P_1 = 10^{-3}$ .

**Решение.** В соответствии с выражением (13.22) вероятность правильного приёма

$$P_{np} = (1 - P_1)^n \approx 1 - 5P_1 = 1 - 5 \cdot 10^{-3} = 0,995.$$

Вероятность возникновения любой из ошибок согласно (13.23)

$$P_{ош} = 1 - (1 - P_1)^n \approx nP_1 = 5 \cdot 10^{-3}.$$

### 13.5. Помехоустойчивость кодов с обнаружением ошибок

В кодах с обнаружением ошибок (с защитой) требуется обычно определить условную вероятность возникновения необнаруженной ошибки  $P_{iн.ош}$  и условную вероятность возникновения обнаруженной ошибки  $P_{iо.ош}$  при передаче конкретной  $i$ -й комбинации или средние вероятности этих ошибок по

всем кодовым комбинациям  $P_{н.ош}$  и  $P_{о.ош}$ . Обнаруживать ошибки позволяют избыточные коды, в которых все возможные комбинации разделены на разрешённые и запрещённые. Условная вероятность появления обнаруженной ошибки – это вероятность трансформации переданной  $i$ -й комбинации в одну из запрещённых комбинаций. Если перенумеровать разрешённые кодовые комбинации через  $1, 2, \dots, m$ , а запрещённые – через  $(m+1), (m+2), \dots, N$ , то условная вероятность возникновения обнаруженной ошибки равна:

$$P_{i.o.ош} = \sum_{j=m+1}^N P_{ij}. \quad (13.28)$$

Условная вероятность возникновения необнаруженной ошибки равна

$$P_{i.n.ош} = \sum_{j=1(j \neq i)}^m P_{ij}. \quad (13.29)$$

Вероятности правильного приёма  $P_{np}$ , возникновения обнаруженной ошибки  $P_{о.ош}$  и возникновения необнаруженной ошибки  $P_{н.ош}$  образуют полную группу событий, т.е.

$$P_{прав} + P_{о.ош} + P_{н.ош} = 1. \quad (13.30)$$

Для оценки помехоустойчивости достаточно знать хотя бы значение двух вероятностей, так как третья находится на основе теоремы о полной группе событий.

Симметричный канал является частным случаем несимметричного канала, а поэтому принципиально расчёт трансформации для симметричного канала можно производить так же, как и для несимметричного, по выражениям (13.28) и (13.29). Однако для симметричного канала имеются более простые методы расчёта трансформации. Вводится понятие вектора ошибки и определяется вероятность его возникновения. Например, переданная комбинация 01010 была искажена и принята как 10110. Складывая обе комбинации по модулю 2, мы получаем вектор ошибки 11100. Отсутствию ошибок соответствует вектор ошибки, состоящий из одних нулей. Вероятность возникновения такого вектора равна вероятности правильного приёма

$$P_{прав} = P(\underbrace{0000\dots 0}_n) = (1 - P_1)^n, \quad (13.31)$$

где  $P_1$  – вероятность ошибочного приёма одного символа;

$n$  – разрядность кода.

Вероятность того, что в  $i$ -м разряде возникла ошибка, а все остальные символы приняты верно:

$$P_1(1 - P_1)^{n-1}.$$

Такая ошибка может возникнуть в любом из  $n$  символов. В итоге возникает  $n$  различных векторов с одной единицей или можно записать, что таких векторов будет  $C_n^1$ . Вероятность возникновения любого вектора с одной единицей равна сумме вероятностей возникновения всех этих векторов, т.е.

$$P(1) = C_n^1 P_1^1 (1 - P_1)^{n-1}.$$

По аналогии можно записать для вероятности возникновения двух ошибок:

$$P(2) = C_n^2 P_1^2 (1 - P_1)^{n-2},$$

и в общем случае вероятность возникновения  $k$  ошибок ( $k < n$ )

$$P(k) = C_n^k P_1^k (1 - P_1)^{n-k}. \quad (13.32)$$

Выражение (13.32) носит название формулы Бернулли и позволяет определить вероятность возникновения искажения кратностью  $k$  при известной вероятности искажения элементарного сигнала.

Тогда вероятность появления обнаруженных ошибок определяется выражением

$$P_{o.ош} = \sum_{k=1}^l P(k), \quad (13.33)$$

где  $l$  – наибольшая кратность обнаруживаемых ошибок.

Вероятность ошибочного приёма определяется выражением

$$P_{н.ош} = \sum_{k=1}^r P(k), \quad (13.34)$$

где  $r$  – наибольшая кратность не обнаруживаемых ошибок.

Пользуясь выражением (13.32), определим условную вероятность возникновения необнаруженной ошибки  $P_{н.ош}$  для некоторых кодов, рассмотренных в подразд. 2.2 [5].

**13.5.1. Код с проверкой на чётность (нечётность).** В таком коде обнаруживаются все одиночные ошибки нечётной кратности с вероятностью

$$P_{o.ош} = P(1) + P(3) + P(5) + \dots + C_n^1 P_1^1 (1 - P_1)^{n-1} + C_n^3 P_1^3 (1 - P_1)^{n-3} + \dots + C_n^5 P_1^5 (1 - P_1)^{n-5} + \dots + \sum_{i=1}^{E(\frac{n}{2})+1} C_n^{2i-1} P_1^{2i-1} (1 - P_1)^{n-2i+1}, \quad (13.35)$$

где  $E$  – целая часть числа, стоящего в скобках.

Все чётные ошибки не обнаруживаются и образуют ложный приём с вероятностью

$$P_{н.ош} = P(2) + P(4) + P(6) + \dots \sum_{i=1}^{E(\frac{n}{2})} C_n^{2i} P_1^{2i} (1 - P_1)^{n-2i}. \quad (13.36)$$

Вероятность правильного приёма в соответствии с выражением (13.31) будет

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n. \quad (13.37)$$

**13.5.2. Код с постоянным весом.** Необнаруженная ошибка имеет место, если произошло искажение типа «смещения», тогда вероятность ошибочного приёма в коде  $C_n^m$

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^m C_m^i C_{n-m}^i P_1^{2i} (1 - P_1)^{n-2i}. \quad (13.38)$$

Вероятность правильного приёма

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n. \quad (13.39)$$

Тогда вероятность появления обнаруживаемых ошибок можно определить из (13.30) и она будет

$$P_{о.ош} = 1 - (1 - P_1)^n - \sum_{i=1}^m C_m^i C_{n-m}^i P_1^{2i} (1 - P_1)^{n-2i}. \quad (13.40)$$

**13.5.3. Код с повторением.** Рассмотрим случай, когда общее число элементов удваивается ( $n=2n_0$ ). Такой код не обнаруживает ошибок, возникающих в сравниваемых при приёме разрядах двух частей кода. Вероятность ошибочного приёма в данном коде

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{n/2} C_{n/2}^i P_1^{2i} (1 - P_1)^{n-2i}. \quad (13.41)$$

Вероятность правильного приёма будет

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n = (1 - P_1)^{2n_0}. \quad (13.42)$$

Тогда вероятность появления обнаруживаемых ошибок

$$P_{о.ош} = 1 - (1 - P_1)^n - \sum_{i=1}^{n/2} C_{n/2}^i P_1^{2i} (1 - P_1)^{n-2i}. \quad (13.43)$$

**13.5.4. Инверсный код.** Он позволяет обнаруживать ошибки любой кратности за исключением таких, когда искажены два информационных символа и соответствующие им два контрольных, четыре информационных и соответствующие им четыре контрольных и т.д. Таким образом, вероятность ошибочного приёма

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{n/4} C_{n/2}^{2i} P_1^{4i} (1 - P_1)^{n-4i}. \quad (13.44)$$

Вероятность правильного приёма будет

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n. \quad (13.45)$$

Вероятность возникновения обнаруживаемых ошибок в соответствии с выражением (13.30) будет

$$P_{о.ош} = 1 - (1 - P_1)^n - \sum_{i=1}^{n/4} C_{n/2}^{2i} P_1^{4i} (1 - P_1)^{n-4i}. \quad (13.46)$$

**13.5.5. Корреляционный код.** Не обнаруживаемая ошибка будет иметь место в том случае, если будут искажены два рядом стоящих элемента, соответствующих одному элементу исходного кода. Тогда вероятность ошибочного приёма будет определяться выражением

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^{n/2} C_{n/2}^i P_1^{2i} (1 - P_1)^{n-2i}. \quad (13.47)$$

Вероятность правильного приёма будет

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n. \quad (13.48)$$

Тогда вероятность появления обнаруживаемых ошибок

$$P_{о.ош} = 1 - P_{н.ош} - P_{прав}. \quad (13.49)$$

**Пример 13.5.** Найти вероятность возникновения обнаруженных и необнаруженных ошибок в коде  $C_3^1$ , если  $P_{10}=10^{-3}$ , а  $P_{01}=10^{-4}$ .

**Решение.** Код  $C_3^1$  состоит из трёх комбинаций: А-100, Б-010, В-001. Это так называемые разрешённые кодовые комбинации, поскольку в каждой из них содержится по одной единице. Пусть в канал связи передаётся комбинация А-100. В результате воздействия помех она может трансформироваться в одну из трёх разрядных комбинаций, показанных на рис. 13.3.

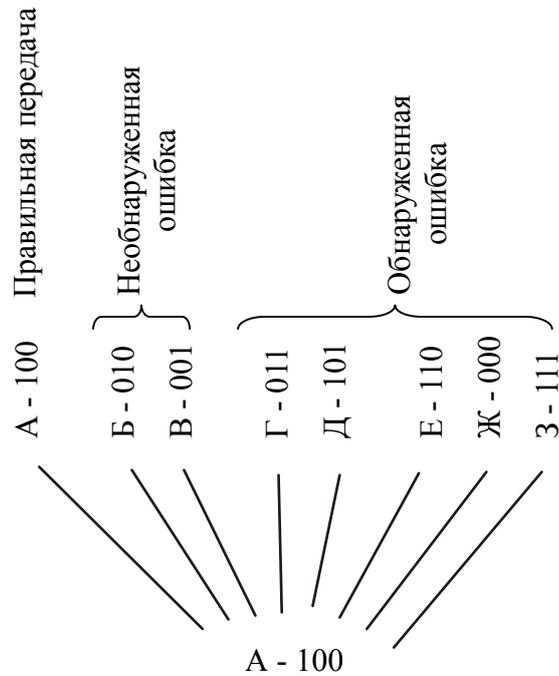


Рис. 13.3. Граф трансформаций кодовой комбинации при передаче по каналу связи

Как следует из рис. 13.3, вероятность возникновения необнаруженной ошибки согласно (13.29) будет определяться суммой вероятностей переходов

$$P_{н.ош} = P(A \rightarrow B) + P(A \rightarrow B) = 2P_{10}P_{01}(1 - P_{01}).$$

Вероятность возникновения обнаруженной ошибки согласно (13.28) равна вероятности перехода в одну из запрещённых кодовых комбинаций:

$$\begin{aligned} P_{о.ош} &= P(A \rightarrow \Gamma) + P(A \rightarrow Д) + P(A \rightarrow E) + P(A \rightarrow Ж) + P(A \rightarrow З) = \\ &= P_{10}P_{01}^2 + 2P_{01}(1 - P_{01})(1 - P_{10}) + P_{10}(1 - P_{01})^2 + P_{01}^2(1 - P_{10}). \end{aligned}$$

Подставляя значения вероятностей  $P_{10}$  и  $P_{01}$ , найдём  $P_{н.ош} = 10^{-7}$  и  $P_{о.ош} = 1,2 \cdot 10^{-3}$ .

Из примера вытекает, что вероятность возникновения необнаруженной ошибки значительно меньше вероятности возникновения обнаруженной ошибки. Если аналогичные расчёты проделать для другой комбинации  $C_3^1$ , то получится тот же результат.

**Пример 13.6.** Определить вероятности возникновения обнаруженных, необнаруженных ошибок и правильного приёма кодовых комбинаций в коде  $C_3^1$ , если канал симметричный с  $P_1 = 10^{-3}$ .

**Решение.** В соответствии с выражением (13.38)

$$P_{н.ош} = C_1^1 C_{3-1}^1 P_1^2 (1 - P_1)^1 = 2 \cdot (10^{-3})^2 (1 - 10^{-3}) \approx 2 \cdot 10^{-6}.$$

Вероятность правильного приёма найдём из выражения (13.39):

$$P_{\text{прав}} = (1 - P_1)^3 \quad (1 \equiv 0,001)^3 \approx 0,997.$$

Вероятность обнаруженной ошибки найдём из выражения (13.40)

$$P_{o.oш} = 1 - 0,997 - 2 \cdot 10^{-6} \approx 2,998 \cdot 10^{-3}.$$

**Пример 13.7.** Определить вероятность возникновения обнаруженных и не обнаруженных ошибок в коде с защитой на чётность длиной  $n = 5$ . Канал симметричный с  $P_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ .

**Решение.** Вероятность обнаружения ошибок найдём из выражения (13.35):

$$P_{o.oш} = C_5^1 P_1^1 (1 - P_1)^4 + C_5^3 P_1^3 (1 - P_1)^2 + C_5^5 P_1^5 (1 - P_1)^0 \approx 10^{-2}.$$

Вероятность возникновения необнаруженных ошибок согласно (13.36)

$$P_{н.oш} = P(2) + P(4) = C_5^2 P_1^2 (1 - P_1)^3 + C_5^4 P_1^4 (1 - P_1) \approx 4 \cdot 10^{-5}.$$

### 13.6. Помехоустойчивость кодов с обнаружением и исправлением ошибок

Для данных кодов вероятность правильного приёма  $P_{\text{прав}}^*$ , возникновение обнаруженной ошибки  $P_{o.oш}$ , возникновение необнаруженной ошибки  $P_{н.oш}$  и исправления  $P_{исп}$  составляют полную группу событий, т.е.

$$P_{\text{прав}}^* + P_{исп} + P_{o.oш} + P_{н.oш} = 1. \quad (13.50)$$

Полная вероятность правильного приёма включает в себя и вероятность исправления

$$P_{\text{прав}} = P_{\text{прав}}^* + P_{исп}. \quad (13.51)$$

Используя формулу Бернулли, определим указанные вероятности для следующих кодов.

**13.6.1. Итеративный код.** Рассмотрим блок, содержащий  $m$  строк и  $n$  столбцов, которые включают в себя строку и столбец защиты по паритету (кодом с проверкой на чётность или нечётность). Данный код имеет кодовое расстояние  $d = 4$  и позволяет исправлять одиночные ошибки. Тогда согласно (13.51) полная вероятность правильного приёма будет

$$P_{\text{прав}} = (1 - P_1)^{n+m} + C_{n+m}^1 P_1^1 (1 - P_1)^{n+m-1}. \quad (13.52)$$

Ложный приём в итеративном коде обуславливается искажениями, приводящими к появлению чётных ошибок одновременно в строках и столбцах. Так, вероятность ложного приёма из-за четырёхкратных ошибок

$$P_{н.ош} = C_n^2 C_m^2 P_1^4 (1 - P_1)^{n+m-4}. \quad (13.53)$$

**Пример 13.8.** По каналу связи с вероятностью искажения элементарной посылки  $P_1 = 10^{-2}$  передается защищаемый итеративным кодом блок информации, содержащий 16 кодовых слов по 8 элементов в каждом. Определить вероятности исправления одиночных ошибок, правильного приема, появления необнаруженных и обнаруженных ошибок (ошибки кратности более четырех не учитывать).

**Решение.** Вероятность правильного приема

$$P_{прав}^* = (1 - P_1)^{n+m} = (1 - 10^{-2})^{24} = 0,99^{24} = 0,779.$$

Определим вероятность исправления из выражения

$$P_{исп} = C_n^1 + m P_1^1 (1 - P_1)^{n+m-1} = C_{16+8}^1 \cdot 10^{-2} (1 - 10^{-2})^{23} = 0,190.$$

Полная вероятность правильного приема

$$P_{прав} = P_{прав}^* + P_{исп} = 0,969.$$

По выражению (13.53) находим вероятность ошибочного приема

$$P_{н.ош} = C_{16}^2 C_8^2 \cdot 10^{-8} (1 - 10^{-2})^{20} = 120 \cdot 28 \cdot 10^{-8} \cdot 0,99^{20} = 0,273 \cdot 10^{-4}.$$

Вероятность появления обнаруженных ошибок найдем из (13.50)

$$P_{о.ош} = 1 - P_{прав} - P_{н.ош} = 1 - 0,969 - 0,273 \cdot 10^{-4} = 0,031.$$

**13.6.2. Код Хэмминга с  $d = 4$ .** Данный код позволяет исправлять одиночные и обнаруживать двоичные ошибки.

Полная вероятность правильного приема определяется выражением

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n + C_n^1 P_1^1 (1 - P_1)^{n-1}. \quad (13.54)$$

Ошибочный прием при  $d = 4$  обусловлен ошибкой кратности, большей двух, и оценивается вероятностью

$$P_{н.ош} = \sum_{i=3}^n C_n^i P_1^i (1 - P_1)^{n-i}. \quad (13.55)$$

Вероятность возникновения обнаруженной ошибки

$$P_{o.ош} = C_n^2 P_1^2 (1 - P_1)^{n-2}. \quad (13.56)$$

**Пример 13.9.** Оценить достоверность передачи сообщений, закодированных в коде Хэмминга (8,4) с  $d = 4$ , по каналу связи с вероятностью искажения элементарного символа  $P_1 = 5 \cdot 10^{-2}$ .

**Решение.** Определим вероятность возникновения обнаруженной ошибки из (13.56)

$$P_{o.ош} = C_8^2 P_1^2 (1 - P_1)^6 \approx 28 \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^6 = 0,063175.$$

По формуле (13.55) определим вероятность ошибочного приема (учитывая искажения, кратные трем и четырем)

$$\begin{aligned} P_{н.ош} &= C_8^3 P_1^3 (1 - P_1)^5 + C_8^4 P_1^4 (1 - P_1)^4 = \\ &= 56 \cdot 0,05^3 \cdot 0,95^5 + 70 \cdot 0,05^4 \cdot 0,95^4 \approx 5,7 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

Вероятность правильного приема с учетом исправления одиночных ошибок найдем из (13.50):

$$P_{прав} = 1 - P_{o.ош} - P_{н.ош} = 0,931.$$

**13.6.3. Циклические коды.** Данные коды в зависимости от кодового расстояния могут обнаруживать и исправлять не только единичные ошибки любой кратности, но и пакеты ошибок. Обнаруживаются все ошибки кратности  $m \leq d - 1$  и исправляются ошибки кратности  $S = (d - 1) / 2$ .

Если циклический код только обнаруживает ошибки, то вероятность обнаружения будет

$$P_{o.ош} = \sum_{i=1}^{d-1} C_n^i P_1^i (1 - P_1)^{n-i}. \quad (13.57)$$

Вероятность правильного приема будет определяться выражением

$$P_{прав} = (1 - P_1)^n. \quad (13.58)$$

Вероятность возникновения необнаруженных ошибок оценивается выражением

$$P_{н.ош} = \frac{1}{2^{n-k}} \sum_{i=d}^n C_n^i P_1^i (1 - P_1)^{n-i}. \quad (13.59)$$

**Пример 13.10.** Оценить вероятность ошибочного приема и защитного отказа сообщений, закодированных в циклическом коде (15,7) с  $d = 5$  и позволяющего обнаруживать пакеты ошибок длиной до  $m = 4$ , если вероятность искажения элементарной посылки в канале связи  $P_1 = 10^{-2}$ .

**Решение.** Вероятность появления обнаруживаемых ошибки определим из выражения (13.57):

$$P_{o.ош} = \sum_{i=1}^4 C_{15}^i P_1^i (1 - P_1)^{15-i} = C_{15}^1 P_1^1 (1 - P_1)^{14} + C_{15}^2 P_1^2 (1 - P_1)^{13} + C_{15}^3 P_1^3 (1 - P_1)^{12} + C_{15}^4 P_1^4 (1 - P_1)^{11} \approx 5 \cdot 0,01 \cdot 0,99^{14} + 105 \cdot 0,01^2 \cdot 0,99^{13} + 455 \cdot 0,01^3 \cdot 0,99^{12} + 1365 \cdot 0,01^4 \cdot 0,99^{11} \approx 1,4 \cdot 10^{-1}.$$

Вероятность ошибочного приема сообщений, пораженных пакетами ошибок, согласно формуле (13.59)

$$P_{н.ош} = \frac{1}{2^8} \left( C_{15}^5 P_1^5 (1 - P_1)^{10} + C_{15}^6 P_1^6 (1 - P_1)^9 + C_{15}^7 P_1^7 (1 - P_1)^8 + \dots \right) \approx 3,9 \cdot 10^{-3} \left( 3003 \cdot 0,01^5 (1 - 0,01)^{10} + 5005 \cdot 0,01^6 (1 - 0,01)^9 + 6435 \cdot 0,01^7 (1 - 0,01)^8 \right) \approx 1,05 \cdot 10^{-9}.$$

### 13.7. Помехоустойчивость систем с дублированием сообщений

Дублирование сообщений основано на многократном повторении кодовых избыточных сообщений [4]. При приеме кодовые сообщения сравниваются покомбинационно либо поэлементно. Сообщение, принятое одинаковым большее число раз, считается принятым правильно. Такой принцип получил название критерия большинства. Наименьшее число повторений каждого сообщения равно трем.

В случае покомбинационного сравнения правильный прием любого сообщения избыточного двоичного кода  $2^{n_0}$  возможен, если все три комбинации приняты без искажений либо две из трех комбинаций не искажены. Вероятность этого события в симметричном канале

$$P_{прав} = P^3 + C_3^2 P^2 (1 - P) = (1 - P_1)^{3n_0} + C_3^2 (1 - P_1)^{2n_0} (1 - (1 - P_1)^{n_0}), \quad (13.60)$$

где  $P$  – вероятность правильного приема всей кодовой комбинации;

$P_1$  – вероятность искажения элементарной посылки.

В общем случае при установленном критерии большинства  $\alpha$  (два из трех, три из пяти и т.д.) вероятность правильного приема кодовой комбинации при ее повторении  $m$  раз

$$P_{\text{прав}} = \sum_{i=\alpha}^m C_m^i P^i (1-P)^{m-i}, \quad (13.61)$$

где  $P = (1 - P_1)^{n_0}$  – вероятность правильного приема кодовой комбинации.

В случае поэлементного сравнения дублируемых кодовых сообщений критерий большинства позволяет определить правильно принятый элемент (1 или 0).

Вероятность правильного приема всей комбинации при ее трехкратном повторении

$$P_{\text{прав}} = P^{n_0} = \left( (1 - P_1)^3 + C_3^2 (1 - P_1)^2 P_1 \right)^{n_0}, \quad (13.62)$$

где  $P$  – вероятность правильного приема одного элемента, соответствующая критерию два из трех.

В общем случае при критерии большинства  $\alpha$  для поэлементного сравнения вероятность правильного приема кодовой комбинации при ее повторении  $m$  раз

$$P_{\text{прав}} = \left( \sum_{i=\alpha}^m C_m^i (1 - P_1)^i P_1^{m-i} \right)^{n_0}, \quad (13.63)$$

где  $P_1$  – вероятность искажения элементарной посылки в симметричном канале связи.

Вероятность ошибочного приема при комбинационном и поэлементном сравнении дублируемых сообщений

$$P_{\text{н.ош}} = 1 - P_{\text{прав}}. \quad (13.64)$$

Следует отметить, что увеличение числа повторений кодовой комбинации (обычно нечетное число раз) снижает пропускную способность канала связи из-за введения избыточности и появления значительной задержки передаваемой информации.

**Пример 13.11.** Определить вероятность ошибочного приема четырехрядных кодовых комбинаций, передаваемых по симметричному каналу связи с вероятностью искажения кодового элемента  $P_1 = 10^{-3}$ , при условии защиты сообщений трехкратным повторением.

**Решение.** По выражению (13.60) вероятность правильного приема при покомбинационном сравнении повторяемых сообщений

$$P_{\text{прав}}^* = 0,999^{12} + C_3^2 \cdot 0,999^8 (1 - 0,999^4) = 0,99994986.$$

Вероятность ошибочного приема

$$P_{\text{н.ош}}^* = 1 - P_{\text{прав}}^* = 5 \cdot 10^{-5}.$$

Согласно формуле (13.62) вероятность правильного приема при поэлементном сравнении повторяемых сообщений

$$P_{\text{прав}}^{**} = \left( 0,999^3 + C_3^2 \cdot 0,999^2 \cdot 0,001 \right)^4 = 0,9999835.$$

Вероятность ошибочного приема  $P_{\text{н.ош}}^{**} = 1 - P_{\text{прав}}^{**} = 1,65 \cdot 10^{-5}$ . Таким образом, поэлементное сравнение повторяемых комбинаций снижает вероятность ошибочного приема в три раза.

### 13.8. Помехоустойчивость систем с обратными каналами связи

Различают системы с применением информационной обратной связи (ИОС) и решающей обратной связи (РОС).

В телемеханических системах с ИОС решение о правильном приеме принимает передающее устройство, которое вырабатывает сигнал, разрешающий выполнение команды только после совпадения сообщения, отправленного по прямому каналу, и этого же сообщения, принятого по обратному каналу. При несовпадении результатов сравнения передающее устройство вырабатывает запрещающий сигнал, стирающий в приемном устройстве искаженное сообщение, и передача сообщения повторяется. В телемеханических устройствах обычно принимается трехкратная передача одного и того же сообщения, после чего вырабатывается сигнал аварии данного канала связи.

Сообщение, передаваемое по обратному каналу связи, называется квитанцией.

В системах с ИОС ошибочный прием возможен при действии в прямом и обратном каналах связи помех, которые приводят к так называемым зеркальным искажениям. Они возникают при условии, что квитанция, соответствующая принятому по прямому каналу искаженному сообщению, под воздействием помех в обратном канале трансформируется в квитанцию, соответствующую неискаженному сообщению.

Вероятность появления зеркальных искажений в системе с полной ИОС, рассматриваемых как независимые случайные события в прямом и обратных каналах, равна произведению вероятностей появления ошибок в прямом и обратном каналах.

Если принять действие помех в каналах одинаковым, то вероятность зеркальных искажений кратности от 1 по  $n_0$  включительно можно оценить выражением

$$P_{\text{н.ош}} = \sum_{i=1}^{n_0} C_{n_0}^i (P_1^i (1 - P_1)^{n_0 - i})^2, \quad (13.65)$$

где  $P_1$  – вероятность искажения кодового элемента в обоих каналах.

В системах ИОС возможен ошибочный прием сообщений из-за трансформации в прямом канале служебного сигнала, запрещающего выдачу принятого искаженного информационного, в разрешающий сигнал. Но так как по структуре эти сигналы резко различаются, то вероятность такого события, обусловленная искажением большинства кодовых элементов, пренебрежимо мала.

**Пример 13.12.** Определить вероятность ошибочного приема четырехрядных кодовых сообщений, передаваемых по симметричному каналу связи с вероятностью искажения кодового элемента  $P_1 = 10^{-3}$ , при условии защиты сообщений ИОС.

**Решение.** По формуле (13.65) находим, что

$$P_{н.ош} = \sum_{i=1}^4 C_4^i (P_1^i (1 - P_1)^{4-i})^2 \approx \\ \approx C_4^1 (10^{-3} \cdot 0,999^3)^2 + C_4^2 (10^{-6} \cdot 0,999^2)^2 \approx 3,976 \cdot 10^{-6}.$$

Анализируя результаты примеров 13.11 и 13.12, можно сделать вывод, что ИОС по сравнению с методом трехкратного повторения позволяет уменьшить вероятность ошибочного приема более чем в 4 раза.

В системах с РОС решение о верности сообщений устанавливает приемное устройство на основании анализа принимаемой комбинации. Обнаружение ошибок осуществляется с помощью корректирующих кодов. При обнаружении ошибки приемное устройство по обратному каналу передает сигнал переспроса, по которому передающее устройство повторяет сообщение.

Помехоустойчивость систем с РОС определяется защитными свойствами корректирующих кодов. Вероятность ошибочного приема оценивается выражениями, приведенными в подразд. 13.5 и 13.6.

Таким образом, в зависимости от видов ошибок и вероятности искажения элементарной посылки в каналах связи требуемые вероятности правильного или ошибочного приема в телемеханических системах обеспечиваются выбором помехоустойчивого метода передачи дискретных сообщений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Маковеева М.М., Шинаков Ю.С. Системы и средства связи с подвижными объектами. – М.: Радио и связь, 2002.
2. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Телемеханика: Конспект лекций для студентов специальности Т.11.01.00 «Автоматическое управление в технических системах». Ч.1: Сообщения и сигналы. – Мн.: БГУИР, 2000. – 128 с.
3. Гаранин М.В., В.Н. Журавлев, С.В. Кунегин. Системы и сети передачи информации. – М.: Радио и связь, 2001. – 336 с.
4. Журавлев В.Н. Поиск и синхронизация в широкополосных системах. – М.: Радио и связь, 1986. – 240 с.
5. Бэрлекамп Э. Алгебраическая теория кодирования. Пер. с англ. / Под ред. С.Д. Бирмана. – М.: Мир, 1971. – 477с.
6. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 348с.
7. Кислов В.Я. и др. Корреляционные свойства шумоподобных сигналов, генерируемых системами с динамическим хаосом // Радиотехника и электроника, 1997. Том 42, № 11. С. 1341 – 1349.
8. Смирнов Н.И., Горгадзе С.Ф. Синхронное кодовое разделение абонентских станций: перспективное поколение персональных систем связи // Технологии и средства связи. 1998. № 4. С. 58 – 62.
9. Горностаев Ю.М. Мобильные системы третьего поколения. – Москва, МЦНТИ. 1998.
10. Пеннин П.Н. Системы передачи цифровой информации. Учебное пособие для вузов. – М.: Сов. радио, 1976. – 368 с.
11. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Телемеханика: Конспект лекций для студентов специальностей 53 01 03 «Автоматическое управление в технических системах» и 53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах». Ч.3: Линии связи и помехоустойчивость информации. – Мн.: БГУИР, 2004.
12. Хелд Г. Технологии передачи данных. 7-е изд. – Питер, 2003. – 720 с.
13. Петраков А.В., Лагужин В.С. Телеохрана. – М.: Энергоиздат. 1998.
14. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Телемеханика: Конспект лекций для студентов специальности «Автоматическое управление в технических системах». Ч.2: Коды и кодирование. – Мн.: БГУИР, 2001. – 168 с.
15. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Телемеханика: Конспект лекций для студентов специальностей 53 01 03 «Автоматическое управление в технических системах» и 53 01 07 «Информационные технологии и управление в технических системах». Ч.4: Системы телемеханики. – Мн.: БГУИР, 2005. – 153 с.
16. Сорока Н.И., Кривинченко Г.А. Теория передачи информации: Конспект лекций для студентов специальности Т.11.01.00 «Автоматическое управление в технических системах». – Мн.: БГУИР, 1998. – 88 с.
17. Кудрашов В.А., Глушко В.П. Системы передачи дискретной информации – М.: УМК МПС, 2002. – 384 с.
18. Пронин Е.Г., Могуева О.В. Проектирование бортовых систем обмена информации. – М.: Радио и связь, 1989. – 240 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ .....	3
В.1. Основные функции бортовой системы обработки данных .....	3
В.2. Основные функции БСОИ .....	3
В.4. Методы организации обмена информации .....	11
В.5. Диалог абонентов с системой обмена .....	12
В.6. Линии связи .....	13
В.7. Требования, предъявляемые к БСОИ .....	14
В.8. Особенности алгоритма функционирования БСОИ .....	14
1. ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ МОДУЛЯЦИИ .....	16
1.1. Общие сведения .....	16
1.2. Фазовая модуляция .....	18
1.3. Частотная модуляция .....	32
1.4. Амплитудная модуляция .....	44
1.5. Комбинированные методы модуляции .....	44
1.6. Треллис-модуляция .....	53
2. ШИРОКОПОЛОСНЫЕ СИГНАЛЫ .....	56
2.1. Основные термины и определения .....	56
2.2. Методы расширения спектра частот передаваемых сообщений .....	60
2.3. Псевдослучайные бинарные последовательности (ПСП) .....	75
2.4. Методы приёма сложных сигналов .....	91
2.5. Примеры применения сложных сигналов в цифровых системах передачи данных .....	95
3. ФОРМИРОВАНИЕ ТРЕБУЕМОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ДАННЫХ .....	107
3.1. Линейные коды .....	107
3.2. Скремблирование .....	113
4. КАНАЛЫ И РЕЖИМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ .....	117
4.1. Классификация каналов .....	117
4.2. Виды связи и режимы передачи данных .....	123
4.3. Соотношение между скоростью передачи и шириной полосы .....	126
5. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА РАБОТЫ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ .....	129
5.1. Общие сведения .....	129
5.2. Методы перемежения .....	130
5.3. Автоматический запрос повторной передачи .....	134
6. СЖАТИЕ СООБЩЕНИЙ .....	139
6.1. Основные методы сжатия .....	139
6.2. Вероятностные методы сжатия .....	141
6.4. Сжатие данных по алгоритму словаря .....	143
6.5. Кодирование повторов .....	146
7. КОДЫ И КОДИРОВАНИЕ .....	147
7.1. Основные понятия .....	147
7.2. Цифровые коды .....	150
В двоичной системе счисления .....	150
8. КОРРЕКТИРУЮЩИЕ КОДЫ .....	162
8.1. Основные понятия .....	162
8.2. Коды с обнаружением ошибок .....	165

9. СИНХРОНИЗАЦИЯ И ФАЗИРОВАНИЕ .....	202
9.1. Требования к устройствам синхронизации и их классификация.....	203
9.2. Динамические устройства синхронизации .....	207
9.3. Статическое устройство синхронизации .....	215
9.4. Требования к устройствам фазирования и их классификация.....	217
9.5. Структурная схема безмаркерного циклического устройства фазирования.....	220
10. УСТРОЙСТВА СОПРЯЖЕНИЯ С ЛИНИЯМИ И КАНАЛАМИ .....	222
10.1. Выходное устройство .....	222
10.2. Входное устройство .....	223
11. РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИФРОВЫХ ЛИНИЙ СВЯЗИ.....	225
11.1. Энергетический расчет радиолинии "Космос – Земля" .....	228
11.2. Энергетический расчет радиолинии "Земля – Космос" .....	230
11.4. Расчет волоконно–оптической линии связи .....	233
12. ПОМЕХИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ .....	235
12.1. Общие сведения о помехах .....	235
12.2. Математическое описание помехи.....	243
12.3. Виды искажений .....	247
13. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ.....	249
13.1. Основные понятия .....	249
13.2. Помехоустойчивость передачи дискретных элементарных сигналов.....	250
13.3. Приём с зоной стирания .....	264
13.4. Помехоустойчивость двоичных избыточных кодов.....	266
13.5. Помехоустойчивость кодов с обнаружением ошибок.....	269
13.6. Помехоустойчивость кодов с обнаружением и исправлением ошибок .....	275
13.7. Помехоустойчивость систем с дублированием сообщений.....	278
13.8. Помехоустойчивость систем с обратными каналами связи.....	280
ЛИТЕРАТУРА.....	282